*Claudio Alsina Catalá*

# *Sitúe los números en la inteligencia de su corazón. Las 8 competencias matemáticas para vivir mejor*

16 de Marzo de 2006

**CLAUDIO ALSINA CATALÁ**

Doctor en Matemáticas por la Universidad de Barcelona.

Catedrático de la Escuela Superior de Arquitectura de la Universidad Politécnica de Cataluña.

Fue Director General de Universidades de la Generalitat.

Ha publicado más de 200 artículos en congresos y publicaciones científicas y es autor de más de 20 libros.

Es especialista en ecuaciones funcionales, en visualización y educación matemática y en Gaudí. Y sobre estos y otros temas, es conferenciante asiduo por toda España.

Su trabajo de investigación y de divulgación matemática ha recibido numerosos premios.

El objetivo de esta ponencia es hacer una defensa del papel que las matemáticas pueden jugar en la vida de todas las personas. No nos referiremos a aquellas especialidades matemáticas que están en relación directa con los diferentes oficios o profesiones sino a las que forman parte de la vida cotidiana de todos. Por tanto intentaremos responder a la pregunta

*¿Qué competencias matemáticas debería tener cualquier ciudadano?*

Las respuestas a esta interrogación son importantes para plantear como gran objetivo educativo el que los niños y las niñas sean competentes matemáticamente, dominando un serie de competencias que sean formativas hoy y sean esenciales mañana, cuando estos escolares ya sean ciudadanos libres y reflexivos.

## Las competencias matemáticas

En gran medida el éxito de la idea de competencia matemática se debe a la visión que de ella ha transmitido el profesor danés Mogens Niss. A él se debe la definición básica:

> *Competencia matemática:* la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar matemáticas en una gran variedad de situaciones y contextos en los cuales la matemática juega, o podría jugar, un papel importante.

La oportunidad de esta definición es que resume en una frase lo que para todo el mundo es el gran objetivo de aprender matemáticas: hacer personas competentes matemáticamente. El tema es relevante pues en el mundo que nos rodea podemos descubrir un gran número de incompetencias en situaciones que son cotidianas y muy simples. Por ello hoy en día junto al tema de la alfabetización preocupa el tema del anumerismo contra el cual se impone el desarrollo de una cultura cuantitativa (quantitative literacy).

## 1ª COMPETENCIA: PENSAR MATEMÁTICAMENTE

La primera competencia sobre la que debemos reflexionar con detalle es la de pensar matemáticamente, es decir, la oportunidad de aplicar en nuestra vida la peculiar forma del pensamiento cuantitativo y lógico.

Por ello apostó Miguel de Guzmán invitándonos a «Pensar mejor» por la vía de practicar el pensamiento matemático. Y en esta línea de ideas seguimos disfrutando de obras como la de John Mason «Pensar matemáticamente». Dentro de esta competencia podemos resaltar diversas habilidades:

| | | |
|---|---|---|
| Entender conceptos | Abstraer | Intuir |
| Relacionar conceptos | Generalizar | Criticar |

Pero debemos practicar todo esto no solo en el aprendizaje estricto de la matemática sino relacionando también la matemática con la realidad y muy particularmente con nuestra vida cotidiana.

Ejemplo: *¿Cuántas caras de un cubo pueden verse a la vez?*

El razonamiento normal lleva a concluir que 3. El razonamiento matemático lleva a la solución 6. En efecto, piense en un cubo transparente, o delante de un espejo, o que el cubo es una habitación y usted está dentro en una esquina,…

Ejemplo: *¿Cómo calcular la diagonal principal de una caja cerrada si dispone de cinta de medir?*

¡Teorema de Pitágoras!.... pero razonando matemáticamente puede colocar la caja en el vértice de una mesa, desplazar la caja por ella (midiendo) hasta que entre el vértice de la mesa y uno de la caja pueda medirse la diagonal (longitud medible sin cálculos).

Ejemplo: *¿Cómo interpretar las informaciones estadísticas?*

Las cifras y las referencias estadísticas han invadido debates, informaciones, decisiones políticas, etc. Los datos estadísticos parecen aportar rigor al discurso, seriedad a las conclusiones y sin embargo acostumbran a generar discusiones sobre sí mismos ¿Donde está la verdad estadística? Para pensar matemáticamente sobre estadística hay siete consejos prácticos:

- *Observar bien el medio o persona que presenta los datos*
  …si es un anuncio publicitario, charlatán, adivino, empresa arruinada,…
- *Informarse de la procedencia de los datos, cómo fueron recolectados, cuando y dónde*
  …si se hicieron cuatro llamadas telefónicas, si se filmaron las respuestas,…
- *Pensar si tienen sentido los datos ofrecidos*
  ...dudar de cifras demasiado precisas o demasiado exactas, fijarse en la calidad de los descriptores verbales usados…
- *Analizar si la información es completa o parcial*
  …¿qué envió en los otros casos? ¿qué falta?…
- *Repasar la aritmética y los cálculos escondidos*
  …¿cuadran los datos? ¿se describe el 100%?…
- *Mirar la finalidad de los datos, su uso*
  …¿es algo universal? ¿sólo afecta a unos pocos?…
- *Poner sentido común y estudiar las interpretaciones*
  …¿es causa-efecto directo? ¿tenía sentido preguntar esto?…

Consideremos cinco informaciones estadísticas para analizar:

(1) Anuncio radiofónico: «la mejor oferta de la ciudad».
(2) Anuncio televisivo: «nueve de cada diez dentistas recomiendan pasta...».
(3) «El precio del aceite de cacahuete ha subido un 20%».
(4) «El 80% de los hombres mayores de 60 años son calvos».
(5) «La mitad de los pasajeros sobrevivió al accidente».
(6) «El medicamento tiene efecto positivo en 7 de cada 16 casos. Así el 50% de los afectados mejora».

El caso (1) es un anuncio no objetivo y dudamos que hayan comparado precios; (2) es dudoso que los dentistas se comprometan con una pasta comercial (posiblemente se les preguntó sobre componentes, no sobre la marca concreta); (3) subida irrelevante en un país poco consumidor de cacahuetes; (4) curiosa la exactitud del 80% y totalmente indefinida la noción de «calvo»; (5) ¿cuantos viajeros eran? ¿era un coche con 4 personas o un Jumbo con 320? ¿murieron al día siguiente?; (6) error, ¡7 no es la mitad de 16!

La bondad estadística se basa en estudios bien hechos sobre grandes poblaciones, con muchos datos, con muestras representativas, con contrastes de resultados.

Ejemplo: *¿Debemos ponernos nerviosos ante los retrasos de aviones?*

Hay ocasiones en las que viajar es un placer: todo funciona bien, los horarios se cumplen, el viaje es cómodo, etc. En otras ocasiones viajar puede ser una auténtica guerra de nervios. Especialmente en los aeropuertos son frecuentes las histerias de grupos de pasajeros que intentar saber qué va a ocurrir con «su» vuelo. Si el vuelo se canceló o se ofrece una alternativa al viaje o a la espera (vales de comida, alojamiento,…) las cosas discurren bajo cierta racionalidad. Lo que subleva a las masas de «pasajeros» es la falta de información o la no credibilidad de ésta. Así cuando a las 8:00 a.m. se oye una voz segura e indiferente que anuncia «el vuelo… queda retrasado. A las 13 horas se dará nueva información. Rogamos disculpen las molestias», decenas de personas quieren saber más o desean soluciones.

En el mundo de los aeropuertos y los vuelos la primera regla de oro que usted debe aplicar es el hecho de que las responsabilidades están tan diluidas que nunca podrá encontrar a un responsable-interlocutor. Facturación lee lo que el ordenador dice, el aeropuerto es un ente autónomo, aviación civil regula vuelos, la compañía es usuaria, la torre de control no controla pasajeros, el director no está, seguridad es ajena a los vuelos, el restaurante está en franquicia,…

La segunda regla de oro es asumir que usted está ligado a un avión, no a un vuelo. A usted no lo liga el horario y el destino sino el trayecto anterior del avión. Sus retrasos serán suyos, sus revisiones técnicas, sus esperas. No importa que vaya viendo salir antes a los de después. Su destino lo ha unido al «Lope de Vega» y al comandante Pérez.

La tercera regla de oro es tomarse las cosas con absoluta calma: nada de lo que haga influirá en nada sobre su situación. Aquí tiene un escrito que debe leer. Le reproducimos (de la compañía Iberia, texto de 1997) el clarificador artículo 10 del contrato de viajes:

> 10. *El transportista se compromete a esforzarse todo lo posible para transportar al pasajero y equipaje con diligencia razonable. Las horas indicadas en los horarios o en cualquier otra parte no se garantizan ni forman parte de este contrato. En caso de necesidad y sin previo aviso, el transportista puede hacerse sustituir por otros transportistas, utilizar otros aviones y modificar o suprimir puntos de parada previstos en el billete. Los horarios están sujetos a modificación sin previo aviso. El transportista no asume la responsabilidad de garantizar los enlaces.*

Si tenía aún alguna duda ahora ya no le debe quedar ninguna.

### 2ª COMPETENCIA: RAZONAR Y ARGUMENTAR MATEMÁTICAMENTE

Aquí nos referiremos a los razonamientos o deducciones que son genuinamente nuestros, apreciar la necesidad de demostrar y entender mejor los conceptos a través de las propias demostraciones seleccionadas... sin olvidar el poder traspasar el rigor disciplinar y el sentido crítico a los razonamientos cotidianos. Razonar matemáticamente no es recitar algo de memoria sino poner en marcha una fuerte componente creativa. Quizás por esto los libros de texto de Lluis A. Santaló hacían referencia a la creatividad.

Hoy en día los estándares curriculares americanos del NCTM han abierto nuevas visiones a las demostraciones y al razonamiento que las hacen posibles, aclarando muy bien que sólo hace falta demostrar aquello en lo que la demostración aporte un mejor conocimiento conceptual. Demostrar sólo para entender mejor: Las demostraciones no sólo son propias de las matemáticas sino que son comunes en muchos actos de la vida: en el quehacer judicial, en el religioso, en el educativo, en el político,...

### 3ª COMPETENCIA: RESOLVER PROBLEMAS

Esta competencia fue explorada por George Pólya y desde aquellos tiempos del *«How to solve it»* todo el mundo ha coincidido en que los problemas ofrecen el más genuino entrenamiento para ser competente matemáticamente.

Resolver problemas es algo que merece ser trabajado en sí mismo. No es sólo una técnica para verificar si una cosa se sabe hacer. Hablamos de problemas y no de ejercicios. Miguel de Guzmán y muchos otros nos han ofrecido aquí numerosos métodos para trabajar problemas.

Hay problemas cerrados o abiertos, puros o aplicados, pero siempre deben ser problemas que resulten incitadores y atractivos. Los problemas del estudio PISA 2003 son bellos ejemplos de enunciados para poner a prueba si se sabe relacionar la matemática escolar con la vida cotidiana.

> *Problema (PISA)*. Una escalera tiene 14 escalones, una altura de 252 cm y una profundidad de 400 cm. ¿Cuál es la altura de un escalón?
> *Problema (PISA)*. María vive a 3 km de la escuela y Pedro a 5 km. ¿A qué distancia vive Pedro de María?
> *Problema (PISA)*. Has salido con el coche lleno de gasolina. Has hecho ¾ partes del trayecto y has gastado 2/3 partes del depósito. ¿Tienes un problema?

En la vida cotidiana podemos identificar varios tipos de problemas en relación a su grado de dificultad:

** Problemas que se resuelven por simple sentido común*
Hay muchos temas que sólo precisan una ligera reflexión para ser resueltos
Ejemplo: *La repartición justa*

El problema de dividir algo (que sea divisible) entre dos personas admite un algoritmo trivial: una divide y la otra elige. Entre tres personas ya es un poco más complicado.

* *Problemas que se resuelven por métodos elementales.*

Usando simplemente las matemáticas escolares obligatorias se pueden resolver ya muchos problemas diarios

Ejemplo: *El índice de masa corporal*

Algunos medios de comunicación empezaron a insistir hace unos pocos años en la importancia de que las personas traten de mantener su índice de masa corporal entre 20 y 25. Este índice IMC fué definido por algunos medios como

$$IMC = \frac{\text{Peso en kilogramos}}{(\text{Altura en metros})^2},$$

es decir la división del peso calculado en kilogramos por el cuadrado de la altura expresada en metros. Así con 80 Kg y 1,80 m resulta un $IMC = 80:(1{,}80)^2 = 24{,}69$ de gran perfección, al ser inferior a 25.

Cabe decir que algunos medios equivocaron la fórmula al olvidarse del «cuadrado» en la altura con lo cual lograron que 80:1,80=44,44... o sea obesidad imperdonable. Otros medios minusvaloraron la capacidad numérica de sus lectores y substituyeron la fórmula por tablas donde moviendo dedos se pudiese hallar el Índice en cuestión.

Hace muchos años se decía que «para estar bien su peso en kilos debía ser igual a los centímetros en que su altura supera al metro». Es interesante saber si esta vieja fórmula popular

$$P=100A-100$$

fácil de aplicar (y facilísima de incumplir) es suficiente para asegurar un buen índice moderno.

Supongamos que P=100A-100. Entonces el índice IMC valdrá

$$IMC = \frac{P}{A^2} = \frac{100A-100}{A^2} = 100 \cdot \frac{A-1}{A^2}.$$

Veamos cuando será posible el deseado valor entre 20 y 25:

$$20 \leq 100 \cdot \frac{A-1}{A^2} \leq 25,$$

es decir,

$$20A^2 \leq 100A - 100 \leq 25A^2.$$

La segunda desigualdad equivale a

$$25A^2 - 100A + 100 \geq 0,$$

o sea

$$A^2 - 4A + 4 \geq 0$$

lo cual siempre será cierto al ser.

$$A^2 - 4A + 4 = (A-2)^2 \geq 0.$$

Mirando ahora la otra desigualdad

$$20A^2 - 100A + 100 \leq 0,$$

y dividiendo por 20:

$$A^2 - 5A + 5 \leq 0.$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado

$$A = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2},$$

o sea los valores 1,38 y 3,61. Así para alturas entre 1,38 m y 3,61 no hay problema.

* *Problemas que se resuelven por métodos sofisticados*

Aunque a veces aparecen problemas cuyo enunciado es sencillo, puede que las soluciones sean complejas.

Ejemplo: *¿Cómo verificar que un medicamento influye positivamente en la salud de las personas?*

Hace años en USA se quiso experimentar si realmente el tomar regularmente aspirinas era bueno para el corazón. Varios miles de médicos participaron en la experimentación durante años. Una parte de los médicos estuvo ingiriendo, sin saberlo, placebo y el resto tomó aspirinas. Así se pudo concluir que tomar cada día una aspirina tenía efectos positivos a largo plazo.

** Problemas que se resuelven por métodos geniales*

Hay temas que requieren un especial ingenio para ser resueltos o para hallar una solución insuperable.

Ejemplo: *Diseños plegables, diseños de seguridad,...*

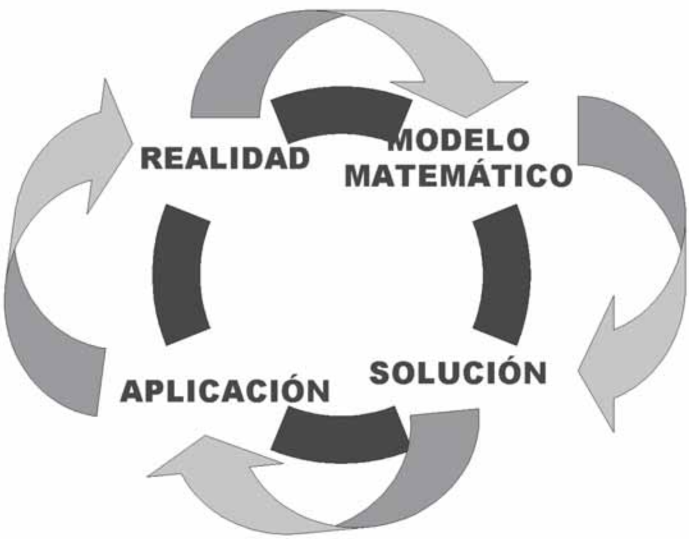
*El mundo del diseño incorpora grandes dosis de rigor y de creatividad, usando a menudo recursos geométricos geniales: uso de tarjetas magnéticas como llaves de hotel, escaleras telescópicas, cafeteras, lavadoras con tecnología fuzzy, etc., etc.*

Ejemplo: *Mapas terrestres*

*Como se sabe que geométricamente la esfera no es una superficie desarrollable en el plano es preciso desarrollar diversos métodos para representar mapas controlando en cada caso las bondades y las deformaciones.*

## 4ª COMPETENCIA: SABER HACER MODELOS

Con esta competencia se pondrá a prueba nuestra capacidad para matematizar, ir del mundo real al modelo y del modelo hacia atrás, hacia el mundo real, en un fino juego para lograr mejores modelos, obteniendo e interpretando los resultados. Tom Romberg y Jan de Lange con sus libros «Mathematics in Context» o, en el nivel siguiente, Sol Garfunkel con su obra «Modeling our World», nos dan pautas sobre cómo convertir la modelización en un eje vertebrador de la enseñanza.



Ejemplo: *¿Cuánto tardaríamos en contar de 1 a 1 millón?*

La pregunta es de números... pero no tiene una respuesta exacta. Obrar matemáticamente es precisamente lograr una respuesta satisfactoria sin tener necesidad de contar. Pero debe hacerse un modelo. Debemos cronometrar, decidir, cuántos segundos dedicamos a diferentes grupos de cifras (decenas, centenas, millares,...) y al final hacer una previsión razonable... y concluir que nunca contaremos oralmente una serie tan larga.

Ejemplo: *El ruido* y los logaritmos.

Ruidos de tipo muy diverso (golpes de martillo, susurros de tono elevado, gritos de pelea, lavadoras descontroladas, programas basura de televisión, publicidad radiofónica,...) tienen su origen en las viviendas cercanas y parecen tener destino final dentro de su casa. A estos se añaden bocinas de camiones, coches y motos, aterrizajes aéreos o trenes a gran velocidad, una pelea en la acera y el paso de ambulancias. Si encima hay obras y el martillo neumático golpea la calle para levantar el pavimento, entonces es posible hasta llorar. El ruido es una contaminación del entorno que afecta gravemente a los oídos.

Muchos ruidos son controlables (girando botones, moderando el tono...) y, afortunadamente, hoy todos son medibles con aparatos. El sonido se basa en una perturbación de las moléculas de aire cuando se ejerce cierta presión y su velocidad es de 340 m/seg, cantidad muy inferior a la velocidad de la luz, por lo cual no es de extrañar que cuando hay rayos y truenos primero vea el resplandor y luego oiga la descarga. Nuestro sistema auditivo percibe bien sonidos entre 16 y 20.000 hercios pero en el mundo sonoro es especialmente importante prestar atención a la idea de la intensidad I que resulta ser proporcional al cuadrado de la presión P del aire perturbado, apareciendo la conocida fórmula

$$I = \frac{P^2}{400.000.000} \text{ watts/cm}^2$$

Las limitaciones humanas auditivas, antes aludidas, hacen que nuestra percepción sea posible a partir de la intensidad

$$I_0 = 10^{-16} \text{ watts/cm}^2.$$

Como comprenderán, aparecen demasiados ceros en todas estas medidas de intensidad. Ello ha inducido a trabajar con un modelo con escala logarítmica y considerar el nivel de intensidad percibida como

$$L(I) = 10(\log I - \log I_0),$$

cantidad que se mide en decibelios.

Los logaritmos fueron inventados para en lugar de multiplicar poder sumar. El logaritmo de base diez de un número positivo N es aquel número a que debe elevarse 10 para obtener N. Así log 100 = 2, log 1000000 = 6, etc. Ayer con tablas y hoy con calculadoras, los logaritmos tienen su razón de ser en el hecho de que log N·M=log N + log M (puesto que $10^{\log N + \log M} = 10^{\log N} \bullet 10^{\mathrm{logm}} = N \bullet M$), es decir, pasan «de productos» a «sumas». Enseguida veremos cómo esto afecta al ruido de su casa. Si de una intensidad I su vecino para a una intensidad doble (2I) el incremento del nivel de sonido será en decibelios de:

$$10 \log \frac{2I}{I_0} - 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log 2 = 3.$$

Fíjese que en el resultado de los 3 decibelios no aparece la intensidad I inicial, lo cual quiere decir que el incremento percibido no es proporcional a la intensidad sino que depende, en este caso, del salto a «doble» intensidad. Ahora bien, nuestra sensación acústica depende tanto de intensidades como de tonos y por tanto puede tener igual sensación combinando adecuadamente ambos conceptos, como cuando ajusta su cadena musical.

Usted debe exigir que se cumplan las recomendaciones sobre el ruido; por ejemplo, 45 decibelios sería una voz normal a tres metros, 65 decibelios sería un nivel adecuado para música en casa, 76 decibelios sería una voz fuerte a 30 cm de su oreja, 85 decibelios un tráfico denso, 100 decibelios una alarma de coche de policía... En Europa los niveles de 50 decibelios para la noche y 70 para el día son los límites recomendados.

Piense en paredes, techos y suelos, así como en la cantidad de personas u objetos que influirán siempre en la percepción del sonido, es decir, en cada lugar se pueden buscar soluciones óptimas para el nivel de sonido deseable (dar una conferencia, hablar íntimamente, tocar música...). Lo importante en este caso es el tema físico-matemático de evitar la reverberación, o sea, que el sonido permanezca demasiado tiempo en el lugar después de ser emitido. Piense en las ondas acústicas como en la luz. De la misma manera que un rayo de luz se quedará «mucho rato» dentro de una habitación con muchos espejos al reflejarse de unos hacia los otros, también un sonido puede «reflejarse» e ir de un lugar a otro si las paredes u objetos no ayudan a mitigarlo. El tiempo de reverberación tiene fórmulas para ser calculado en una habitación.

Por ejemplo

$$T = \frac{0.16V}{a_1 s_1 + a_2 s_2 + a_3 s_3 + a_4 s_4 + a_5 s_5 + a_6 s_6}$$

donde V es el volumen, $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5$ y $s_6$ las superficies de paredes, techo y suelo y los coeficientes de absorción de cada superficie son los numeritos $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$. Vale la pena leer bien esta igualdad: si aumentan los coeficientes de absorción en las paredes la fracción se hace más pequeña y T disminuye. Por esto empapelar, forrar o colocar muebles disminuye el efecto. También si aumentan las superficies (placas rugosas de yeso, maderas onduladas en techos,...) T disminuye. Dobles absorciones o dobles superficies le darían mitad de tiempo de reverberación. Habitaciones con más volumen darán a T un mayor valor. Alguna vez habrá intentado hablar en un piso vacío y por tanto sabe bien la sensación que ello produce. Unos 50 decibelios de noche y unos 70 de día son máximos europeos. En las medidas del sonido pueden intervenir cálculos logarítmicos que rompen la proporcionalidad directa. En su propia casa o lugar de trabajo puede mejorar o ajustar las condiciones acústicas gracias a materiales, objetos, personas, etc.

### 5ª COMPETENCIA: COMUNICACIÓN

Se puede disfrutar de un inmenso repertorio de actuaciones encaminadas a saber explicar ideas y métodos, saber usar diferentes recursos expresivos (gráficos, cuantitativos, cualitativos,...) y saber entender lo que sobre lo mismo expliquen los demás.

Hace más de 50 años don Pedro Puig Adam ya incluyó en su famoso decálogo para los profesores de secundaria la competencia comunicativa:

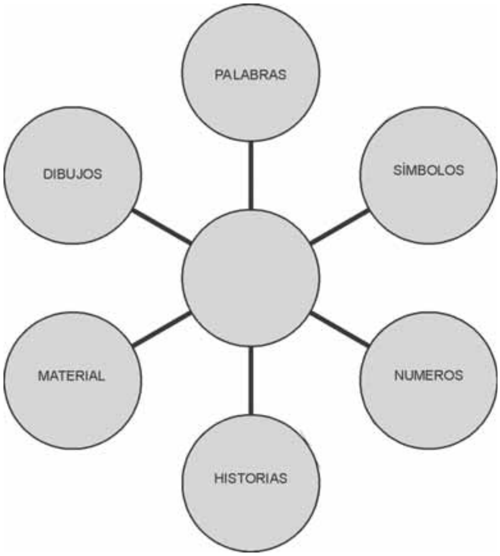
**«Decálogo de Puig Adam»**

1. No adoptar una didáctica rígida, sino amoldarla en cada caso al alumno, observándole constantemente
2. No olvidar el origen de las Matemáticas ni los procesos históricos de su evolución.
3. Presentar las Matemáticas como una unidad en relación con la vida natural y social.
4. Graduar cuidadosamente los planos de abstracción.
5. Enseñar guiando la actividad creadora y descubridora del alumno.
6. Estimular dicha actividad despertando interés directo y funcional hacia el objeto del conocimiento.
7. Promover en todo lo posible la autocorrección.
8. Conseguir cierta maestría en las soluciones antes de automatizarlas.

9. Cuidar que la expresión del alumno sea traducción fiel de su pensamiento.
10. Procurar a todo alumno éxitos que eviten su desaliento.

### 6ª COMPETENCIA: REPRESENTACIÓN

Se trata de entender y/o usar numerosos materiales o recursos, representando tanto objetos como situaciones.




pasando de un recurso a otro, codificando y descodificando, sabiendo usar varias alternativas de representación, etc.

### 7ª COMPETENCIA: USAR SÍMBOLOS

A menudo es preciso usar e interpretar toda clase de simbolismos de los que aparecen en problemas cotidianos, relacionando esto con el lenguaje natural, entendiendo la sintáctica y la semántica, manipulando correctamente la formalización. Karl Menger ya lo dijo hace años: debemos mirar muy bien el simbolismo pues éste es imprescindible, pero deben evitarse las confusiones. Añadía Menger que gran parte de las dificultades de los escolares radican precisamente en la confusión conceptual que proviene de simbolismos anacrónicos de los que se hace un uso abusivo.

Ejemplo: *El extraño caso de los distintos iguales*

– Hay figuras «iguales» en forma o en área o en perímetro,...
– Hay iguales universales $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$
– Hay iguales en ecuaciones $x^2=x+1$
– Hay iguales en funciones $y=x+1$
– Hay iguales en resultados $5/2=2,5$
– Hay iguales imperativos $5+2=$
– Hay iguales finalistas $x=3$

Los diferentes iguales merecen ser trabajados.

Ejemplo: *Los símbolos secretos de una hipoteca*

Imagine que usted necesita hacer una hipoteca, por ejemplo, para adquirir una vivienda. Deberá aportar un 20% y pagar los gastos de notaría (dobles escrituras: una de compra-venta y otra de hipoteca), impuestos, registro, gestoría, tasación, seguro, etc. lo cual puede salirle por un 10% del valor. Desembolsado esto, usted empezará a pagar entonces mensualmente lo que haya acordado para devolver con creces lo prestado. Parámetros a tener en cuenta son:

$c_0$: importe total del préstamo
r: interés nominal anual
m: número de periodos de liquidación en un año
n: número total de periodos de liquidación.

La madre de todos los parámetros es «r». Podría ser fijo (p.e., r=0,06) cosa que no le ofrecerán, o variar según índices bancarios (ceca, mibor,…) (p.e., 4.77%+1%) o variar con acotación de garantía (p.e., tope del 9,95% durante los 5 primeros años) o ser «r» bajo el primer año y luego más alto. A través del juego del «r» intentarán seducirle asegurándole un inicio tranquilo.

Con las cuotas mensuales usted va pagando intereses y amortización del capital. Al principio, la cuota liquida más interés que capital y hacia el final poco interés y más parte del capital, lo cual se hace para animarle a no cancelar el préstamo a medio camino (en este sentido cualquier intento por su parte de acabar con el préstamo será debidamente penalizado en muchos casos). Sólo las ventajas fiscales serán un contrapeso a las cargas del préstamo.

Cuando tenga la escritura del préstamo encontrará en un anexo la fórmula clave que en el caso de cuota constante dice así

$$a = c_0[(r/m)/[1-[1+(r/m)]^{-n}]].$$

¡Oh! ¿Cómo debe entender esto? De hecho la cuota es constante para cada «r», expresando «r» en tanto por uno, y este «r» puede variar. Para intentar explicarse la formulita piense lo siguiente: usted es la banca y el banco es el cliente. El «cliente» desea que su capital $c_0$ le rinda mensualmente según el interés compuesto de «r/m» para ir «teniendo» el estado de cuentas siguiente:

$1^r$ mes: $c_0$
$2^o$ mes: $c_0 + c_0 \cdot(r/m) = c_0\,(1+(r/m))$
$3^r$ mes: $c_0 + c_0 \cdot(r/m) + (c_0 + c_0 \cdot(r/m))\cdot(r/m) = c_0\,(1+(r/m))^2$
…

hasta el final $c_0\,(1+(r/m))^n$. Para conseguir esto y dado que usted es una pobre banca debe hacer efectiva una cuota «a» de forma que el principio devengue $a(1+(r/m))^{n-1}$, luego $a(1+(r/m))^{n-2}$,… hasta la última a que solo está un mes. Así busca la cuota a tal que

$$(*) \qquad a(1+(r/m))^{n-1} + a(1+(r/m))^{n-2} + \ldots + a = c_0\,(1+(r/m))^n$$

Multiplique (*) por 1+(r/m) y tendrá:

$$(**) \quad a(1+(r/m))^{n} + a(1+(r/m))^{n-1} + \ldots + a(1+(r/m)) = c_0\,(1+(r/m))^{n+1}$$

y si ahora resta de (**) la igualdad (*) obtiene:

$$\begin{aligned} a(1+(r/m))^n - a &= c_0(1+(r/m))^{n+1} - c_0(1+(r/m))^n \\ &= c_0(1+(r/m))^n(r/m), \end{aligned}$$

es decir, despejando a:

$$\begin{aligned} a &= \frac{c_0(r/m)(1+(r/m))^n}{(1+(r/m))^n - 1} \\ &= \frac{c_0(r/m)}{1-[1+(r/m)]^{-n}} = c_0[(r/m)/[1-[1+(r/m)]^{-n}]] \end{aligned}$$

que era la formulita de la escritura.

### 8ª competencia: uso adecuado de instrumental

Esta es la competencia de saber usar bien, con sus límites y virtudes, toda clase de materiales manipulables, programas informáticos, aparatos de comunicación o reproducción,... Entre el ábaco y la factoría de Bill Gates hay, evidentemente, un cambio profundo. Pero la competencia instrumental no es algo inherente a los instrumentos o las tecnologías sino que debe ser inherente a nuestra capacidad para usar correctamente todos los instrumentos a nuestro alcance (que hoy son muchos). En este «usar bien» también involucramos el saber ver si los resultados obtenidos tienen sentido o si el coste del uso es razonable o no.

Un tema interesante es saber combinar el cálculo mental con el cálculo manual y con el cálculo hecho con la ayuda tecnológica. En cada situación es razonable usar el recurso que sea más adecuado.

Y llegamos al final de nuestro recorrido competencial. Nos gustaría haber mostrado la omnipresencia de la matemática en nuestra vida cotidiana y cómo podemos sacar partido a nuestros recursos más elementales. Todo lo dicho tiene profundas implicaciones docentes pero también tiene interés para nuestras actividades como ciudadanos: para ser más eficaces, para ser más reflexivos, para ser más críticos. Este es el sentido del «vivir mejor» que aparece en el título. No se trata de ganar más, ni de tener más coches o más vacaciones. Lo que se trata es de intentar que el pensamiento nos ayude a entender mejor el mundo que nos rodea y la sociedad global en la que vivimos.

... Y como siempre en mis conferencias, acabo con mi lema:

*«las Matemáticas rigurosas se hacen con la mente,*
*las matemáticas hermosas se enseñan con el corazón».*

## Referencias

Alsina, C., 1998a. *Contar bien para vivir mejor.* Barcelona: Editorial Rubes.

— 1998b. *Neither a microscope nor a telescope, just a mathscope*, in P. Galbraith et al. (eds.), *Mathematical Modelling, Teaching and Assessment in a Technology.* Rich World, Chichester: Ellis Horwood, 3-10.

— (2002). Too much is not enough. Teaching maths through useful applications with local and global perspectives. Educational Studies in Mathematics 50, 239-250.

ALSINA, C. y NELSEN R. (2006). Math Made Visual. Making Images for Understanding Mathematics, MAA: Washington.

BLUM, W., NISS, M. and HUNTLEY, I. (eds) (1989). *Modelling, Applications and Applied Problem Solving-Teaching Mathematics in a Real Context*, Chichester: Ellis Horwood.

BLUM, W. and NISS, M. (1991). *Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects - State, Trends and Issues in Mathematics Instruction*, Educational Studies in Mathematics 22 (1), 37-68.

BOLT, B. (1991) *Mathematics meets technology*, Cambridge: University Press.

BREITEIG, T., HUNTLEY, I. and KAISER-MEßMER, G. (eds) (1993). *Teaching and Learning Mathematics in Context*, Chichester: Ellis Horwood.

COMAP (1998). *Mathematics: Modeling Our World*, Cincinnati: South-Western Ed. Pub.

DE GUZMÁN, M. (2002). Pensamiento entorno al quehacer matemático. http://www.mat.ucm.es/~guzman/.

DE LANGE, J. (1996). *Using and Applying Mathematics in Education.* In Bishop, A. et al. (eds), International Handbook of Mathematics Education V.1, Dordrecht: Kluwer Acad. Pub., 49-97.

GALBRAITH, P. et al. (eds) (1998). *Mathematical Modelling – Teaching and Assessment in a Technology-Rich World*, Chichester: Ellis Horwood.

GHEVERGHESE JOSEPH, G. (1996). *La Cresta del Pavo Real. Las Matemáticas y sus raíces no europeas.* Pirámide, Madrid.

MASON, J., BURTON, E. y STACEY, K. (2000). *Pensar matemáticamente*. Madrid: Anagrama.

MATOS, J.F., et al. (eds.) (2001). *Modelling and Mathematics Education*. Chichester: Ellis Horwood.

NISS, M. (2001). Quantitative Literacy and Mathematics Competencies, in *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*, 215-220. (http://www.maa.org/Qh/pg215_220.pdf).

— (2001). *Issues and Problems of Research on the Teaching and Learning of Applications and Modelling.* In: Matos et al., loc. cit, 72-88.

OECD PISA project (http://www.pisa.ocde.org).

POLLAK, H. O. (1997). *Solving Problems in the Real World.* In Steen, L.A. (ed.), Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America, New York: The College Board, 91-105.

ROMBERG, T.A. and DE LANGE, J. (ed.) (1998). *Mathematics in Context*, Chicago, EBEC.

STEEN, L.A. (1994). *For all practical purposes*, COMAP, Lexington. W.H. Freeman Co. New York. Versión española: *Matemáticas en la vida cotidiana*, Addison-Wesley, Madrid, 1999.

— (1998). *Numeracy: The New Literacy for a Data-Drenched Society, Educational Leadership*, 57:2 (October) pp. 8-13.

— (ed.) (2001). *Mathematics and Democracy. The Case for Quantitative Literacy,* National Council on Education and the Disciplines, Princenton.

TANTON, J. (2001). *Solve this. Math activities for students and clubs*. MAA, Washington.

Jueves 16, Marzo 2006. La Voz de Galicia.

**Conferencia** ■ Dentro del ciclo de conferencias que organiza la Cátedra Jorge Juan, Claudio Alsina, catedrático de la Politécnica de Cataluña, ofrecerá una charla sobre matemáticas para vivir mejor.

■ ■ ■

**Calle María, 224.** 19.30 horas.

Jueves 16, Marzo 2006. Diario de Ferrol.

**Claudio Alsina fala na Cátedra Jorge Juan**

**19.30** O catedrático de Matemáticas da Universidade Politécnica de Cataluña Claudio Alsina fala no salón de actos do Edificio de Servizos Xerais da Armada dentro do ciclo de conferencias da Cátedra Jorge Juan.

Viernes 17, Marzo 2006. El Diario de Ferrol.

CIENCIA

Alsina asegura que el sistema educativo español camina hacia una mejor enseñanza de la materia L. POLO

# Alsina señaló los objetivos de la enseñanza de las Matemáticas

## El profesor de la Politécnica catalana habló en la Cátedra Jorge Juan

El catedrático de la Politécnica de Cataluña Claudio Alsina explicó en Ferrol qué competencias matemáticas básicas se necesitan para el desarrollo de las actividades cotidianas y cuáles son los objetivos de la enseñanza de esta materia en la educación obligatoria.

REDACCIÓN › FERROL

■ El último informe para medir el rendimiento escolar de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), el PISA, situó a los estudiantes españoles por debajo (aunque cerca) de la media en lo que se refiere a competencias matemáticas. La prueba mide su capacidad para desenvolverse en un mundo en el que esta materia está presente en infinitas situaciones cotidianas. El catedrático de Matemáticas de la Universidad Politécnica de Cataluña, Claudio Alsina, acudió ayer a Ferrol para hablar de cuáles son estas destrezas básicas que además sirven de guía en la enseñanza obligatoria. Su conferencia se incluye dentro del ciclo de la Cátedra Jorge Juan.

"Sitúe los números en la inteligencia de su corazón. Las ocho competencias matemáticas para vivir mejor" fue el título de su intervención, en el que hace referencia a un proverbio egipcio y también "a las competencias que podrían ser interesantes a cualquier persona para su vida, al margen de su profesión", explicó.

Así, sin entrar en complicados problemas de ingeniería, se necesitan conocimientos matemáticos para una receta, para entender una estadística o un gráfico, el sistema electoral, los informes clínicos, los porcentajes o la conveniencia de suscribir o no determinada hipoteca y en qué condiciones.

Habilidades como "la capacidad de razonar matemáticamente, saber comunicar cosas cuantitativas, saber usar instrumentos de cálculo o resolver problemas" fueron algunas de las que citó Alsina. "En la mayoría de países hay una preocupación por esto y el objetivo es ir por ahí", aseguró. Las reformas educativas en España caminan también hacia la mejora de estos índices, según este profesor, de la mano de educadores cada vez más concienciados e interesados en nuevas metodologías.

Domingo 19, Marzo 2006. La Voz de Galicia.

**Cátedra Jorge Juan** ■ El profesor **Claudio Alsina Catalá**, catedrático de Matemáticas de la Politécnica de Cataluña, pronunció ayer en la Cátedra Jorge Juan, institución que dirige **Araceli Torres Miño**, la conferencia que llevó por título *Sitúe los números en la inteligencia de su corazón: las ocho competencias para vivir mejor*. Con la conferencia de ayer, la cátedra, vinculada a la vez a la Universidad y a la Armada, culminaba un nuevo ciclo de ponencias. Un ciclo en el que, bajo la dirección de Araceli Torres, trajo a Ferrol a ponentes del máximo prestigio internacional.

JOSÉ PARDO

**Claudio Alsina ofreció una nueva visión de las matemáticas**