



UNIVERSIDADE DA CORUÑA
Departamento de Electrónica e Sistemas

Tesis Doctoral

**NUEVAS APLICACIONES DEL CRITERIO DE
MÁXIMA VEROSIMILITUD PARA LA
CANCELACIÓN DE INTERFERENCIAS EN
SISTEMAS DE COMUNICACIONES
MULTIUSUARIO**

Autora: Mónica Fernández Bugallo

Director: Luis Castedo Ribas

Noviembre 2001



UNIVERSIDADE DA CORUÑA
Departamento de Electrónica e Sistemas

Tesis Doctoral

**NUEVAS APLICACIONES DEL CRITERIO DE
MÁXIMA VEROSIMILITUD PARA LA
CANCELACIÓN DE INTERFERENCIAS EN
SISTEMAS DE COMUNICACIONES
MULTIUSUARIO**

Autor: Mónica Fernández Bugallo

Director: Dr. Luis Castedo Ribas

Noviembre de 2001

Dr. Luis Castedo Ribas
Profesor Titular de Universidad
Departamento de Electrónica e Sistemas
Facultade de Informática
Universidade da Coruña

CERTIFICA que:

La memoria que se presenta, titulada *Nuevas Aplicaciones del Criterio de Máxima Verosimilitud para la Cancelación de Interferencias en Sistemas de Comunicaciones Multiusuario* ha sido realizada por Dña. Mónica Fernández Bugallo bajo mi dirección en el Departamento de Electrónica e Sistemas de la Universidade da Coruña y constituye la Tesis que presenta para optar al grado de Doctor.

Y para que así conste firmo la presente en A Coruña a veinticinco de Junio de dos mil uno.



Firmado: Dr. Luis Castedo Ribas
Director de la Tesis Doctoral

A mi familia y a Javi

Agradecimientos

Durante estos años de estudio y trabajo ha habido mucha gente que me ha apoyado y ayudado y a quien me gustaría dar las gracias.

En primer lugar me gustaría agradecer al profesor Luis Castedo la confianza depositada en mí durante estos últimos años y todos los buenos consejos que me ha ofrecido. Gracias por haberme permitido vivir experiencias inolvidables y haberme invitado a dar los primeros pasos en el mundo de la investigación.

De manera especial me gustaría agradecer a mi amigo y compañero de fatigas Joaquín Míguez su inestimable ayuda y sus valiosas aportaciones sin las cuales no hubiese sido posible la realización de esta tesis. Toda la paciencia, comprensión y motivación que me ha ofrecido es difícil de cuantificar y agradecer en su justa medida.

También me gustaría recordar los buenos momentos que me han hecho pasar el resto de los integrantes del grupo: Adriana, Carlos, Dani, Manuel, Miguel y Ronnie. Todos ellos, junto a mucha otra gente con la que he coincidido a diario en la facultad, han conseguido amenizar las largas horas de trabajo en el laboratorio y se han convertido en mi segunda familia.

Gracias también a todos los amigos que me han ido rescatando día a día de las duras jornadas laborales: A María y Miguel por las partidas de parchís, a Amalia y Tutús por las comidas de rescate, a Paula y Nic por las excursiones, a Sonia y a Edu por las cenas de los viernes, a Cris y Markus por haber estado tan cerca a pesar de la distancia, a Mariola y Luis por sus ánimos y consejos y a Manu por haber crecido al mismo tiempo que la tesis.

Quisiera agradecer a mi familia el apoyo que me ha dado durante estos años. A mis padres, María José y Antonio, por haberme animado y ayudado a continuar haciendo lo que me gusta y a mis hermanos, Iago y Rosalía, por haber compartido tantas diversiones y buenos ratos, a la vez que aconsejado en tantos otros momentos.

Finalmente, me gustaría agradecer y dedicar esta tesis a la persona que más paciencia y cariño ha tenido durante estos años conmigo, a Javi.

Contenido

Dedicatoria	vii
Agradecimientos	ix
Resumen	xv
Abstract	xvii
Lista de figuras	xix
Lista de tablas	xxiii
1 Introducción	1
1.1 Sistemas de comunicaciones multiusuario	2
1.2 Sistemas CDMA	4
1.3 Detección multiusuario y cancelación de interferencias en CDMA . . .	7
1.4 Aplicación del principio de Máxima Verosimilitud a la supresión de interferencias	8
1.5 Organización de la tesis	10
2 Revisión de aproximaciones anteriores	13
2.1 Modelo de señal	13
2.2 Arquitecturas receptoras	17
2.2.1 Receptor óptimo	17
2.2.2 Receptor lineal	20
2.3 Aproximaciones clásicas	21
2.3.1 Detector decorrelador	21
2.3.2 Detector MMSE lineal	22
2.3.3 Detector LS	23
2.3.4 Implementación de las aproximaciones clásicas	24
2.4 Aproximaciones ciegas	27
2.4.1 Detector LCMV	28
2.4.2 Detector CM	32
2.4.3 Técnicas subespaciales	33

2.4.4	Implementación de las aproximaciones ciegas	37
2.5	Aproximaciones semiciegas	38
2.5.1	Métodos dirigidos por decisión	40
2.5.2	Métodos basados en criterios estadísticos	41
2.5.3	Implementación de las aproximaciones semiciegas	41
2.6	Conclusiones	43
3	Supresión lineal de interferencias basada en ML	47
3.1	Criterio de estimación de los parámetros del receptor	49
3.2	Supresión semiciega de interferencias	50
3.2.1	Particularización del criterio	51
3.2.2	Implementación iterativa modo bloque	52
3.2.3	Implementación adaptativa	54
3.2.4	Simulaciones numéricas	55
3.3	Supresión ciega de interferencias	61
3.3.1	Particularización del criterio	61
3.3.2	Implementación iterativa modo bloque	63
3.3.3	Implementación adaptativa	65
3.3.4	Receptor <i>rake</i>	65
3.3.5	Simulaciones numéricas	69
3.4	Justificación del criterio	75
3.5	Conclusiones	77
4	Extensión del criterio a sistemas realimentados	79
4.1	Aproximaciones anteriores	81
4.1.1	Detector MMSE realimentado	81
4.1.2	Detector LS realimentado	82
4.1.3	Detector LCMV realimentado	83
4.1.4	Implementación de las aproximaciones anteriores	84
4.2	Extensión del criterio	87
4.3	Supresión semiciega de interferencias	89
4.3.1	Implementación iterativa modo bloque	90
4.3.2	Implementación adaptativa	91
4.3.3	Simulaciones numéricas	92
4.4	Supresión ciega de interferencias	98
4.4.1	Implementación iterativa modo bloque	100
4.4.2	Receptor <i>rake</i>	101
4.4.3	Simulaciones	102
4.5	Conclusiones	107

5 Conclusiones	111
5.1 Conclusiones	111
5.1.1 Supresión lineal de interferencias en sistemas DS CDMA basada en el criterio ML	111
5.1.2 Supresión de interferencias en sistemas DS CDMA realimentados basada en el criterio ML	113
5.2 Líneas futuras de investigación	113
5.2.1 Diseño de igualadores	114
5.2.2 Codificación espacio-temporal	115
5.2.3 Clasificación de patrones	118
A Derivación de $f_{A_1 b + g_f}(\cdot)$	119
B Independencia de las estimaciones	121
C Derivación de $f_{Y_e; \Theta}(\cdot)$	123
D Derivación de la esperanza condicionada $E_{b y; \hat{\Theta}_{i,j}}[\cdot]$	125
E Problema de captura	127
F Ambigüedad de fase	129
G Relación entre los receptores propuestos y la solución de Wiener	131
G.1 Relación entre el receptor semiciego y la solución de Wiener	131
G.2 Relación entre el receptor ciego y el detector MMSE lineal sujeto a la misma restricción	132
H Glosario	135
H.1 Notación	135
H.1.1 Notación general	135
H.1.2 Notación vectorial	136
H.1.3 Valores esperados y f.d.p.	136
H.1.4 Parámetros a estimar	137
H.1.5 Notación más utilizada	137
H.2 Acrónimos	139
Bibliografía	141

Resumen

CDMA (*Code Division Multiple Access*) es el esquema de acceso múltiple de los sistemas de comunicaciones móviles de banda ancha de tercera generación. Esta técnica ha sido elegida porque proporciona una gran eficiencia espectral y una gran flexibilidad en la interfaz de radio. No obstante, la capacidad de los sistemas CDMA prácticos está limitada por la interferencia de acceso múltiple (MAI, *Multiple Access Interference*), debida a la no-ortogonalidad de los códigos, y la interferencia inter-simbólica (ISI, *Inter-Symbol Interference*), debida al carácter dispersivo del canal de radio. Para mitigar tanto la MAI como la ISI, se deben incorporar sofisticadas técnicas de procesamiento de señal en los receptores radio. Es bien conocido que el receptor CDMA multiusuario óptimo presenta unos requisitos computacionales e informativos extraordinariamente elevados que hacen prohibitiva su utilización en numerosas aplicaciones prácticas. No obstante, existe la posibilidad de desarrollar receptores multiusuario subóptimos con un coste computacional mucho menor y que todavía exhiban un comportamiento razonable.

En este trabajo, se introduce una nueva técnica para la supresión lineal de interferencias que aprovecha las características estadísticas de la señal del usuario deseado teniendo en cuenta el ruido aditivo blanco gaussiano (AWGN, *Additive White Gaussian Noise*) en el canal. Utilizando este conocimiento, se aplica el principio de Máxima Verosimilitud (ML, *Maximum Likelihood*) para estimar los coeficientes del receptor multiusuario lineal que suprime tanto la MAI como la ISI en canales multitrayecto con dispersión temporal. Dado que el receptor ML propuesto aprovecha la caracterización estadística de las señales portadoras de información recibidas, y ésta es la misma tanto para el usuario deseado como para los usuarios interferentes, el receptor puede ser capturado por una interferencia en lugar de por el usuario de interés. Para superar esta limitación se proponen dos posibles aproximaciones. Por una parte, se introduce una técnica *semiciega* que simultáneamente aprovecha la transmisión de secuencias de entrenamiento y los estadísticos de los símbolos transmitidos desconocidos. El problema de estimación resultante puede resolverse utilizando el método de Esperanza-Maximización (EM, *Expectation-Maximization*), que permite derivar tanto un algoritmo iterativo rápido como una regla adaptativa eficiente computacionalmente que se basa en el conocido *lema de inversión*. Es interesante destacar que, dado que el receptor propuesto aprovecha conjuntamente el conocimiento de secuencias de entrenamiento y las propiedades estadísticas de los símbolos desconocidos, logra una significativa ganancia en rendimiento respecto a los detectores lineales convencionales que usan exclusivamente las secuencias de entrenamiento.

Por otra parte, se propone un receptor completamente *ciego* que asume que todos los símbolos son desconocidos y sólo aprovecha la información estadística disponible.

El problema de captura se resuelve imponiendo una restricción lineal sobre los coeficientes del receptor para extraer los símbolos del usuario deseado. Se sugieren tanto implementaciones iterativas como adaptativas basadas en el paradigma EM. Sin embargo, los receptores resultantes presentan un inconveniente importante pues no aprovechan la diversidad inherente a los canales multitrayecto y sufren, por tanto, una degradación notable en el rendimiento. Para superar esta limitación, se presenta un detector *rake* ciego que actúa en dos etapas. Primero, se obtienen estimaciones blandas de los símbolos transmitidos por el usuario deseado para cada camino de propagación utilizando un banco de receptores lineales ciegos adecuados y, segundo, las estimaciones blandas se combinan apropiadamente para aumentar la relación señal a interferencia y ruido (SINR, *Signal to Interference and Noise Ratio*). El vector de pesos para esta recombinación se estima también en base al criterio ML. Las simulaciones por ordenador revelan que todos los receptores propuestos presentan un rendimiento similar al de los correspondientes detectores teóricos basados en la minimización de la varianza de la salida sujeta a restricciones lineales (LCMV; *Linearly Constrained Minimum Variance*).

Finalmente, se extiende el criterio ML propuesto para la supresión de la MAI y de la ISI en el caso de estructuras de receptor realimentadas (DF, *Decision Feedback*). La utilización de arquitecturas DF es una solución atractiva que muestra un rendimiento superior respecto a los receptores lineales a expensas de un incremento moderado de la complejidad computacional. El esquema DF propuesto consiste en dos filtros lineales (uno hacia delante y otro hacia atrás) con un detector de umbral intercalado. Análogamente al caso lineal, los dos conjuntos de coeficientes del receptor se estiman tanto de forma *semiciega* como *ciega*. La aproximación EM también se utiliza en este caso para derivar algoritmos iterativos y adaptativos que calculan numéricamente los coeficientes del filtro. Las simulaciones por ordenador muestran que los receptores propuestos mejoran ampliamente el rendimiento teórico de los receptores multiusuario lineales gracias a la no-linealidad introducida por el detector de umbral.

Summary

Code Division Multiple Access (CDMA) has been chosen as the basic multiple access scheme of third generation wideband mobile communication systems because it provides a higher spectral efficiency and a superior flexibility in the radio interface. The capacity of current practical CDMA systems, however, is limited by the Multiple Access Interference (MAI) caused by code nonorthogonality, and the Inter-Symbol Interference (ISI), due to the time-dispersive nature of wireless channels. In order to mitigate both MAI and ISI, sophisticated signal processing capabilities have to be incorporated into wireless receivers. It is well-known that the optimum multiuser CDMA receiver exhibits a computational and informative requirements that are extraordinarily high and prohibits its utilization in numerous practical applications. Nevertheless, there exists the possibility of developing suboptimum multiuser receivers at a much less computational cost and yet exhibiting a reasonable performance.

In this work, we introduce a novel technique for linear multiuser interference cancellation that exploits the statistical features of the desired user signal taking into account the Additive White Gaussian Noise (AWGN) in the channel. Using this knowledge, the Maximum Likelihood (ML) principle is employed to estimate the coefficients of the linear multiuser receiver that suppresses both MAI and ISI in time-dispersive multipath channels. Since the proposed ML receiver exploits the statistical characterization of the received information-bearing signals, and this is the same both for the desired user and the interfering ones, the receiver may capture an interference instead of the user of interest. In order to overcome this limitation we propose two possible approaches. On one hand, we introduce a *semiblind* technique that simultaneously exploits the transmission of training sequences and the statistics of the unknown transmitted symbols. The resulting estimation problem can be solved using the Expectation-Maximization (EM) method, that leads to the derivation of both a fast iterative algorithm and a computationally efficient adaptive rule that exploits the well-known *matrix inversion lemma*. It is interesting to note that, since the proposed receiver jointly exploits the knowledge of the training sequences and the statistical properties of the unknown symbols, it achieves a significant performance gain with respect to conventional linear detectors that exclusively rely on the training sequence.

On the other hand, we propose a totally *blind* receiver which assumes that all the transmitted symbols are unknown and only exploits the available statistical information. The capture problem is avoided by setting a linear constraint on the receiver coefficients in order to extract the desired user symbols. Both iterative and adaptive implementations based on the EM paradigm are also suggested in this case. The resulting receivers present, however, an important disadvantage because

they do not exploit the diversity inherent to multipath channels, thus suffering from a noticeable performance degradation. In order to overcome this limitation, we introduce a blind *rake* detector that proceeds in two steps. First, soft estimates of the desired user transmitted symbols are obtained for each propagation path using a bank of appropriate blind linear receivers and, second, the soft estimates are suitably recombined to enhance the Signal to Interference and Noise Ratio (SINR). The weight vector for this recombination is also estimated according to the ML criterion. Computer simulations reveal that all the proposed receivers perform almost the same as the corresponding theoretical Linearly Constrained Minimum Variance (LCMV) detectors.

Finally, we extend the ML-based criterion for MAI and ISI suppression to the case of a Decision Feedback (DF) receiver structure. The utilization of DF architectures is an attractive solution that exhibits a superior performance with respect to linear receivers at the cost of a very modest computational increase. The proposed DF scheme consists of two linear filters (one forward filter and one backward filter) with an intercalated threshold detector. Analogously to the linear case, the two subsets of the receiver coefficients can be estimated either in a *semiblind* or in a *blind* manner. The EM approach is also followed to derive both iterative and adaptive algorithms that numerically compute the filters' coefficients. Computer simulations reveal that the proposed receivers widely improve the theoretical performance limit of linear multiuser detectors due to the nonlinearity introduced by the threshold detector.

Lista de Figuras

1.1	Sistema multiusuario.	2
1.2	FDMA.	3
1.3	TDMA.	3
2.1	Diagrama de bloques de un sistema DS CDMA asíncrono con canales dispersivos.	14
2.2	Receptor lineal.	21
3.1	SER para varios valores de SNR. a) Semiciego iterativo. b) Semiciego adaptativo.	57
3.2	SER para varios valores de SNR en un entorno <i>near-far</i> . a) Semiciego iterativo. b) Semiciego adaptativo.	58
3.3	SER para distintas cargas del sistema. a) Semiciego iterativo. b) Semiciego adaptativo.	58
3.4	Velocidad de convergencia del receptor semiciego iterativo. a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).	59
3.5	Velocidad de convergencia del receptor semiciego adaptativo.	60
3.6	Comparación con otros métodos: a) Semiciego iterativo. b) Semiciego adaptativo.	61
3.7	Receptor <i>rake</i>	67
3.8	SER del receptor ciego iterativo para varios valores de SNR. a) $K = 200$. b) $K = 400$	70
3.9	SER del receptor ciego iterativo para varios valores de SNR en un entorno <i>near-far</i> . a) $SIR_j = -5$ dB $\forall j$. b) $SIR_j = -10$ dB $\forall j$	71
3.10	SER del receptor ciego iterativo para distintas cargas del sistema.	71
3.11	Velocidad de convergencia del receptor ciego iterativo. a) Respecto a número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).	72
3.12	Comparación del receptor ciego iterativo con otros métodos.	73
3.13	Velocidad de convergencia del receptor ciego adaptativo.	73
3.14	MSE del receptor ciego adaptativo para varios valores de SNR.	74
3.15	MSE del receptor ciego <i>rake</i> para varios valores de SNR.	75
3.16	SER del receptor ciego <i>rake</i> para varios valores de SNR.	76

3.17	Velocidad de convergencia del receptor ciego <i>rake</i> . a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).	76
4.1	Receptor realimentado.	80
4.2	SER para varios valores de SNR. Canal 1. a) Semiciego realimentado iterativo. b) Semiciego realimentado adaptativo.	94
4.3	SER para varios valores de SNR. Canal 2. a) Semiciego realimentado iterativo. b) Semiciego realimentado adaptativo.	95
4.4	SER del semiciego realimentado iterativo para varios valores de SNR en un entorno <i>near-far</i> . Canal 1.	95
4.5	SER del semiciego realimentado iterativo para varios valores de SNR en un entorno <i>near-far</i> . Canal 2.	96
4.6	SER para distintas cargas del sistema. Canal 1. a) Semiciego realimentado iterativo. b) Semiciego realimentado adaptativo.	96
4.7	SER para distintas cargas del sistema. Canal 2. a) Semiciego realimentado iterativo. b) Semiciego realimentado adaptativo.	97
4.8	Velocidad de convergencia del receptor semiciego realimentado iterativo. Canal 1. a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).	98
4.9	Velocidad de convergencia del receptor semiciego realimentado adaptativo. Canal 1.	99
4.10	Velocidad de convergencia del receptor semiciego realimentado iterativo. Canal 2. a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).	99
4.11	Velocidad de convergencia del receptor semiciego realimentado adaptativo. Canal 2.	100
4.12	SER del receptor ciego realimentado iterativo para varios valores de SNR. a) Canal 1. b) Canal 2.	103
4.13	SER del receptor ciego realimentado iterativo para varios valores de SNR en un entorno <i>near-far</i> . a) Canal 1. b) Canal 2.	104
4.14	SER del receptor ciego realimentado iterativo para distintas cargas del sistema. a) Canal 1. b) Canal 2.	105
4.15	Velocidad de convergencia del receptor ciego realimentado iterativo. Canal 1. a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).	106
4.16	Velocidad de convergencia del receptor ciego realimentado iterativo. Canal 2. a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).	106
4.17	SER del receptor ciego <i>rake</i> realimentado iterativo para varios valores de SNR.	107
4.18	MSE del receptor receptor ciego realimentado <i>rake</i> para varios valores de SNR.	108

4.19 Velocidad de convergencia del receptor receptor ciego realimentado *rake*. a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K). 109

5.1 Diagrama de bloques de un sistema de comunicaciones con codificación espacio-temporal. 116

Lista de Tablas

2.1	Algoritmo RLS.	27
2.2	Algoritmo LCMV adaptativo.	39
2.3	Algoritmo de Wang y Poor.	39
2.4	Algoritmo DD LS.	43
2.5	Algoritmo DD RLS.	44
2.6	Algoritmo LS-CM.	44
3.1	Algoritmo EM adaptativo.	55
3.2	Algoritmo SAGE adaptativo.	66
4.1	Algoritmo DF-LMS.	85
4.2	Algoritmo DF-LS.	86
4.3	Algoritmo DF-LCMV.	88
4.4	Algoritmo DF-GEM.	92

Capítulo 1

Introducción

En cualquier sistema de comunicaciones es habitual que la señal que se recibe difiera de la señal transmitida debido a numerosas adversidades y percances en la transmisión, como pueden ser la adición de ruido y señales no deseadas o la distorsión debida al efecto de un canal con una respuesta en frecuencia no ideal. La supresión de interferencias es una operación que consiste en procesar la señal de comunicación recibida con el objetivo de corregir las alteraciones que ésta haya experimentado durante la transmisión. De este modo, se consigue recuperar la señal de interés de la forma más fidedigna posible. El desarrollo de técnicas para eliminar o mitigar interferencias constituye, sin duda, una de las principales líneas de investigación en el campo del procesado de señal para comunicaciones.

La transmisión a través de un canal de comunicaciones produce perturbaciones en la señal transmitida debido a las distorsiones introducidas por el medio de transmisión, interferencias aditivas a causa de la compartición del medio por múltiples usuarios y la presencia de señales no deseadas que se insertan entre el emisor y receptor. Éstas últimas se denominan ruido y habitualmente se modelan como un proceso aleatorio temporalmente blanco y gaussiano, pues resulta de la adición de pequeñas interferencias, ruidos térmicos y otro tipo de contribuciones tanto naturales como generadas por el hombre. Los canales que introducen únicamente ruido blanco gaussiano se denominan canales AWGN (*Additive White Gaussian Noise*).

Por otra parte, la energía de la señal decae con la distancia en cualquier medio de transmisión. Este fenómeno de desvanecimiento (*fading*), que es una función creciente de la frecuencia, depende de las condiciones del medio a través del que se realiza la comunicación e impide, en ocasiones, detectar e interpretar la señal recibida adecuadamente. Además, la naturaleza dispersiva de determinados medios, como es el caso de los sistemas de comunicaciones por radio, implica que las señales transmitidas lleguen al receptor a través de diferentes caminos. Esta propagación multitrayecto tiene especial importancia cuando los retardos de propagación de los distintos caminos son comparables a la duración del símbolo, pues en ese

caso el canal modificará la forma de los pulsos correspondientes a los símbolos transmitidos produciéndose un desvanecimiento selectivo en frecuencia. Como consecuencia, se producen efectos de dispersión temporal en las señales que provocan un solapamiento entre símbolos transmitidos de forma consecutiva, i.e, aparece el fenómeno denominado interferencia intersimbólica (ISI, *Inter-Symbol Interference*).

Los fenómenos de desvanecimiento e ISI son las principales causas de distorsión en sistemas de comunicaciones monousuario, en los cuales un único transmisor hace uso del enlace. Sin embargo, con la evolución de los sistemas de comunicación en los últimos años, marcada por la creciente demanda de aprovechamiento de la capacidad de los canales, se han generalizado las técnicas que permiten a varios usuarios utilizar de forma concurrente un mismo medio de transmisión (figura 1.1).

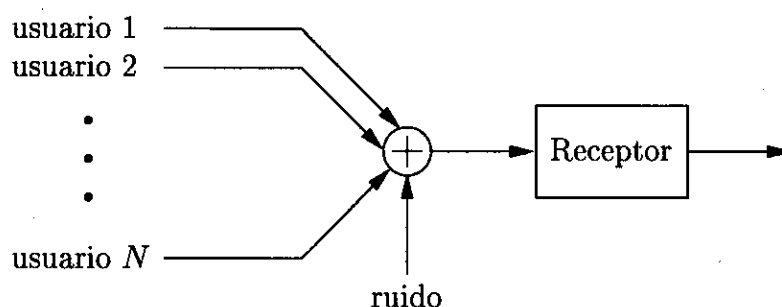


Figura 1.1: Sistema multiusuario.

El *acceso múltiple* al canal provoca que la señal de un determinado usuario de interés sea recibida por el receptor sumada con las del resto de usuarios del sistema y se origine una nueva forma de degradación denominada interferencia de acceso múltiple (MAI, *Multiple Access Interference*). El objetivo de esta tesis es obtener técnicas de procesamiento de señal, de complejidad asequible, para combatir conjuntamente el ruido, la interferencia de acceso múltiple y la interferencia intersimbólica.

1.1 Sistemas de comunicaciones multiusuario

Uno de los problemas más importantes que han surgido con la evolución de los sistemas de comunicación ha sido el de encontrar técnicas que permitan el uso compartido por varios usuarios del equipamiento disponible y, en particular, de los enlaces de comunicaciones.

La llegada a principios del siglo XX de la modulación de radio-frecuencia permitió la coexistencia de transmisiones de radio en tiempo y espacio sin interferirse mutuamente utilizando distintas frecuencias de portadora. La misma idea básica se

utilizó en la telefonía de larga distancia. El acceso múltiple por división de frecuencia (FDMA, *Frequency Division Multiple Access*) consiste en asignar a cada usuario del sistema una determinada banda de frecuencias sobre la que transmitir de forma que los espectros resultantes no se solapen (figura 1.2). Un filtrado paso banda permite separar cada una de las señales transmitidas.

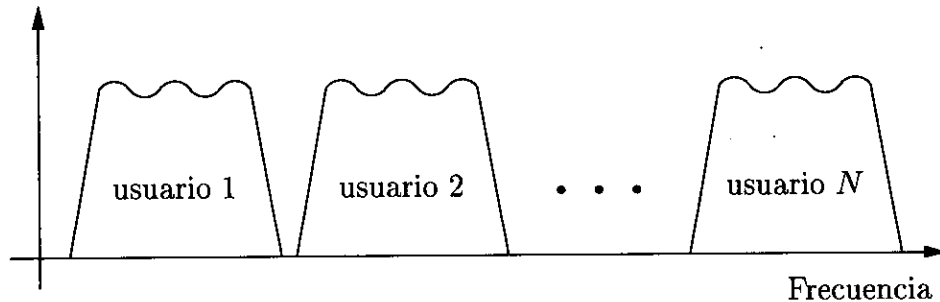


Figura 1.2: FDMA.

En la multiplexación por división de tiempo (TDMA, *Time Division Multiple Access*) el canal es compartido mediante la asignación circular de intervalos de tiempo a los distintos usuarios, de modo que sólo uno de ellos esté transmitiendo en cada momento (figura 1.3). En el receptor, la demodulación consiste en extraer la señal recibida en las ranuras adecuadas. Un problema grave de TDMA es la necesidad de mantener un sincronismo muy estricto entre los distintos terminales que comparten el enlace. Nótese que FDMA permite transmisiones completamente descoordinadas en el dominio del tiempo, i.e., no se necesita sincronización temporal entre los usuarios.

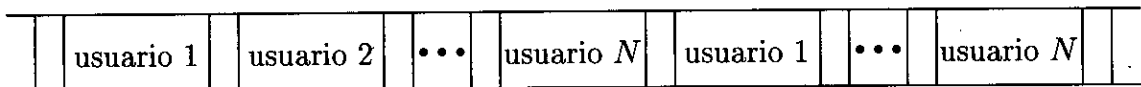


Figura 1.3: TDMA.

Conceptualmente, la característica más importante de FDMA y TDMA es que los distintos usuarios operan en canales completamente separados, es decir, estas técnicas de acceso múltiple se basan en asegurar que las señales transmitidas por distintos usuarios son mutuamente *ortogonales*. En la práctica, debido a los efectos no ideales del canal o del receptor, es necesario dejar tiempos de guarda en TDMA y bandas de guarda en FDMA que garanticen que no existe MAI. Estos intervalos y frecuencias de guarda suponen una pérdida de eficiencia del sistema ya que no

son utilizados por ningún usuario. Además, también se desperdicia la capacidad del enlace en los intervalos o bandas en las que el usuario correspondiente no está activo. La solución clásica a este problema consiste en utilizar un protocolo *dinámico o estadístico* que asigne las ranuras temporales/frecuenciales a los usuarios activos. El primer ejemplo de un sistema TDMA con asignación dinámica de ranuras fue el sistema TASI (*Time Assignment Speech Interpolation*) utilizado en cables submarinos transatlánticos [1]. Sin embargo, las soluciones dinámicas incrementan la complejidad porque requieren aumentar el control y la coordinación necesarios para gestionar la asignación de recursos.

Los esquemas de acceso múltiple comentados hasta el momento no permiten que más de un usuario utilice un determinado intervalo de tiempo/frecuencia. La violación de esta condición impide al receptor recuperar la información transmitida por cualquiera de los usuarios. Por tanto, la recepción libre de interferencias para estas técnicas es una consecuencia del uso de señalización ortogonal. Sin embargo, es posible conseguir una recepción libre de interferencias utilizando señales que se solapen en tiempo y frecuencia. El acceso múltiple al medio por división de código (CDMA, *Code Division Multiple Access*) se basa en la utilización de la modulación de espectro ensanchado [2] para posibilitar que varios usuarios puedan transmitir simultáneamente por el mismo canal de comunicaciones y usando la misma banda de frecuencias [3].

1.2 Sistemas CDMA

Todo el interés suscitado por el esquema CDMA en los últimos años se debe principalmente a su elección como técnica de acceso para los sistemas de comunicaciones móviles de tercera generación que se conocen en Europa con las siglas UMTS (*Universal Mobile Telecommunication System*) y en EE.UU. y Japón como IMT-2000 (*International Mobile Telecommunication by the year 2000*) [4]. Los estándares de segunda generación están basados en tecnología digital, a diferencia de la primera generación analógica, y, salvo el estándar IS-95, utilizan esquemas de acceso por división de tiempo (TDMA). Estos sistemas están muy limitados en cuanto a velocidad de transmisión por lo que los principales servicios que proporcionan son los de voz, fax y datos a baja velocidad (por debajo de los 64 kbps). La reciente demanda de mayor capacidad y velocidad en los sistemas de comunicaciones, generada principalmente por aplicaciones multimedia, ha llevado a la investigación de técnicas que permitan el aprovechamiento eficiente y económico de los sistemas de transmisión por parte de un número de usuarios en constante crecimiento [4]. Los nuevos sistemas UMTS/IMT-2000 están diseñados para proporcionar servicios de banda ancha, con velocidades de hasta 2 Mbps, y con la misma calidad que las redes fijas, para lo cual es necesario incorporar sofisticadas técnicas de codificación y procesado de señal [5, 6]. Las tendencias marcadas por los

sistemas de tercera generación hacen prever que en un futuro próximo los requisitos de tráfico multimedia, transmisión a altas velocidades y aprovechamiento máximo de la capacidad de los canales seguirán en aumento:

En CDMA la señal de cada usuario es modulada por un *código* o *firma* único e idealmente ortogonal a los de los otros usuarios, de modo que varios puedan transmitir simultáneamente sobre la misma banda de frecuencias [3, 7]. Más concretamente, el acceso múltiple por división de código se basa en la utilización de la modulación de *espectro ensanchado* que da como resultado una señal que ocupa un ancho de banda mucho mayor que el estrictamente necesario lo cual, en principio, no es deseable dada la escasez del espectro radioeléctrico. Sin embargo, esta mayor ocupación espectral logra una serie de ventajas respecto a los sistemas convencionales [2, 8]. Como consecuencia del proceso de ensanchamiento espectral, la potencia de la señal se distribuye en un ancho de banda mucho mayor, con lo que se reduce la densidad de potencia y se protege a la señal de receptores no autorizados ya que queda enmascarada por el ruido de fondo. Esta propiedad de baja probabilidad de interceptación de las señales proporciona un elevado nivel de seguridad y privacidad. Por otra parte, los sistemas CDMA son inherentemente robustos a las interferencias de banda estrecha [3, 9, 10] que pueden ser intencionadas o accidentales. En recepción, la señal del usuario deseado se recupera aplicando su código o firma sobre la señal recibida en una operación análoga a la de ensanchado de espectro. Esto provoca el desensanchado de la señal de interés y el ensanchado de las interferencias de banda estrecha, de modo que su densidad de potencia se reduce y se eliminan fácilmente mediante un filtrado paso bajo. Gracias a la protección frente a interferencias, estos sistemas son muy difíciles de perturbar y, por tanto, muy seguros. Esta característica, junto a la de privacidad, hizo que las primeras aplicaciones de este tipo de técnicas surgieran en el campo de las comunicaciones militares. Otra propiedad importante es que, gracias a las características de los códigos, se obtienen señales (de los distintos usuarios) con una función de autocorrelación muy estrecha lo que permite el diseño de receptores *rake* [2] capaces de aprovechar la energía dispersada en los canales multitrayecto para mejorar la relación señal a ruido (SNR, *Signal to Noise Ratio*). Esta es una característica importante ya que en TDMA es preciso diseñar igualadores para este objeto. El receptor *rake* realiza la igualación de manera más fácil consiguiéndose un aumento en la calidad de la señal recibida y una mejora en la capacidad del sistema. Finalmente, desde el punto de vista del diseño de redes celulares, los sistemas CDMA permiten un alto grado de reutilización de frecuencias, incluso entre celdas adyacentes. Esto se consigue mediante una correcta selección de los códigos, i.e., garantizando que usuarios físicamente próximos y que usan la misma banda de frecuencias empleen códigos de ensanchado con correlación baja o nula.

Como contrapartida, los sistemas CDMA presentan una mayor complejidad en el diseño de los sistemas transmisores/receptores. Otro inconveniente, que no aparece

en TDMA, es la necesidad de utilizar un control de potencia muy estricto que puede reducir la capacidad útil disponible. Para una transmisión en ráfagas, como ocurre en las actuales redes de conmutación de paquetes, puede ser necesario realizar o bien un ajuste de los niveles de potencia previo a la transmisión con el consiguiente retardo, o bien mantener el enlace operativo con un flujo continuo de información de control entre el emisor y el receptor.

En una situación ideal, la propiedad de ortogonalidad de los códigos permite extraer en recepción la señal del usuario deseado libre de interferencias [7]. Sin embargo, la condición de ortogonalidad no siempre se puede garantizar ya que requiere un perfecto sincronismo entre todos los usuarios del sistema y conocer la distorsión que introduce el canal de radio debida, principalmente, a la propagación multitrayecto [3, 7]. No obstante, la ortogonalidad de los códigos no es un requerimiento indispensable en CDMA ya que es posible conseguir prestaciones similares si se garantiza que los códigos recibidos, distorsionados por el canal, tienen una correlación cruzada no demasiado alta [7]. Esta característica proporciona importantes beneficios en el diseño del sistema ya que, por ejemplo, no es necesario que la transmisión de los usuarios sea síncrona, siempre y cuando la correlación cruzada entre desplazamientos arbitrarios de los códigos empleados no sea alta. De esta forma, el número de usuarios del sistema no está limitado al número de canales ortogonales que se puedan crear. Por último, los usuarios comparten los recursos del canal de forma inherentemente dinámica de manera que, si hay pocos usuarios activos, la MAI que afecta a la señal recibida es reducida y la calidad de la demodulación será mayor. Cuando el número de usuarios crece, aumenta la MAI y se pierde calidad, pero de manera gradual. Por todos los motivos que se acaban de mencionar, CDMA resulta ser una técnica de acceso múltiple adecuada para el diseño de sistemas potencialmente más sencillos, flexibles y eficientes en cuanto a aprovechamiento de la capacidad del canal de radio.

Los requerimientos de calidad de servicio de los sistemas celulares de tercera generación obligan a alcanzar velocidades de transmisión altas que repercuten en un aumento de la distorsión introducida por la propagación multitrayecto en el canal de radio. Como consecuencia, las principales limitaciones que afectan a este tipo de sistemas son la ISI, producida por la dispersión temporal de las señales, y la MAI, debida a la mayor distorsión de los códigos transmitidos [3, 11]. En CDMA es posible aliviar tanto la ISI como la MAI, así como las interferencias de banda estrecha externas al sistema [3, 9, 10], manteniendo la simplicidad del transmisor y sin perder la capacidad del canal, mediante un diseño conveniente del receptor.

1.3 Detección multiusuario y cancelación de interferencias en CDMA

Los sistemas de comunicaciones móviles actuales basados en CDMA (IS-95) utilizan el receptor convencional que consiste en un filtro de respuesta al impulso finita (FIR, *Finite Impulse Response*) adaptado al código del usuario que se desea demodular [12] (en adelante se denotará a éste como usuario deseado o usuario de interés). Se puede demostrar que este receptor sólo es óptimo cuando no existe ISI y los códigos son perfectamente ortogonales, lo cual no sucede en situaciones prácticas, con lo que el rendimiento puede resultar muy pobre. Además, el receptor convencional es muy sensible a las diferencias de potencia entre usuarios, algo que se conoce como efecto *near-far*, por lo que si el usuario deseado es recibido con una potencia menor que la de los usuarios interferentes la no supresión de la MAI provoca una degradación importante. Esta es la causa de que los sistemas CDMA convencionales requieran un control de potencia tan estricto.

A mediados de los 80, Verdú demostró que el receptor convencional tenía un rendimiento muy pobre porque se basa en la falsa premisa de que la MAI es gaussiana [13, 14] y describió el receptor óptimo para sistemas asíncronos con acceso múltiple sobre canales gaussianos [14]. El detector óptimo, que obtiene la secuencia de símbolos transmitidos por el usuario deseado con la mínima probabilidad de error, es aquel que resulta de la maximización de la probabilidad *a posteriori* (MAP, *Maximum A Posteriori*) de los símbolos transmitidos por el usuario de interés condicionados a las observaciones recibidas. Este receptor se reduce al estimador de Máxima Verosimilitud (ML, *Maximum Likelihood*) de los símbolos cuando éstos son independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.) y equiprobables. El receptor ML es inmune a los efectos *near-far* pero presenta como principales inconvenientes la necesidad del conocimiento de los códigos distorsionados por el canal y una complejidad computacional que crece exponencialmente con el número de usuarios, por lo que resulta de poca utilidad en muchas situaciones prácticas.

La gran diferencia en rendimiento y complejidad entre el receptor convencional y el detector óptimo ha llevado a la investigación de otras aproximaciones alternativas basadas en un procesado lineal de las observaciones. El detector decorrelador [7] requiere un conocimiento perfecto de las firmas de los usuarios del sistema, las cuales no siempre están disponibles ya que dependen de la distorsión del canal que habitualmente es desconocida. Para paliar esta limitación, los detectores basados en la minimización del error cuadrático medio (MMSE, *Minimum Mean Square Error*) [7, 15] recurren a la transmisión de secuencias de entrenamiento. En la práctica, sin embargo, no siempre se dispone de esta información e incluso, aún disponiéndose, su uso cada vez que hay cambios significativos en el medio puede resultar muy ineficiente y en ocasiones irrealizable.

Por estos motivos, se han estudiado implementaciones ciegas alternativas

[11, 16, 17, 18, 19, 20, 21], basadas en el conocimiento estadístico y estructural de las señales recibidas que, si bien evitan el problema de eficiencia que supone la necesidad de transmitir secuencias de entrenamiento, no están exentas de otros inconvenientes. La mayoría de los esquemas ciegos basados en la minimización de la varianza sujeta a restricciones lineales (LCMV, *Linearly Constrained Minimum Variance*) [16, 21] requieren un conocimiento muy preciso del código del usuario de interés que no siempre está disponible. En [17] se evita esta limitación ya que sólo se utiliza el código transmitido pero, en cualquier caso, todos los receptores LCMV presentan problemas de convergencia lenta y cierto grado de cancelación de la señal de interés en la solución estable [22]. Los receptores basados en el criterio de módulo constante (CM, *Constant Modulus*) [18, 19] son más robustos ante errores en la adquisición de los códigos pero no mejoran el aspecto de velocidad de convergencia. En los últimos años se han sugerido aproximaciones basadas en técnicas subespaciales [11, 20, 23, 24] que mejoran, en cierta medida, la velocidad de convergencia pero que están limitadas por su alta complejidad computacional y su pobre rendimiento cuando la SNR es baja.

En los sistemas de comunicaciones de tercera generación los símbolos se transmiten en ráfagas y las tramas de datos se construyen según protocolos que habitualmente añaden, *a priori*, bits de sincronización y secuencias de entrenamiento a los símbolos desconocidos para distintas finalidades. Las técnicas semiciegas [25, 26, 27, 28, 29, 30] han surgido con el propósito de combinar los criterios estadísticos/estructurales con la transmisión de secuencias cortas de entrenamiento para mejorar el rendimiento de los receptores. A lo largo del capítulo 2 se realiza una revisión de las técnicas clásicas, ciegas y semiciegas más relevantes.

1.4 Aplicación del principio de Máxima Verosimilitud a la supresión de interferencias

En este trabajo se presenta una nueva aproximación al problema de la supresión de interferencias basada en la aplicación del principio ML. El objetivo que se persigue es extraer la señal del usuario de interés en un sistema DS CDMA (donde DS procede del inglés *Direct Sequence*¹) suprimiendo, o mitigando, la MAI y la ISI. Para conseguirlo, se parte de la suposición de que se dispone de un receptor lineal, i.e., un filtro FIR seguido de un detector de umbral, cuyos coeficientes hay que seleccionar de la forma adecuada para cancelar las interferencias respetando la señal del usuario deseado. En el capítulo 3 se muestra que, utilizando la información estadística disponible *a priori* acerca del AWGN y de las señales transmitidas, es posible determinar la función de densidad de probabilidad (f.d.p.) de las salidas del filtro FIR, que tiene como parámetros los coeficientes *óptimos* (en el sentido de

¹El término *Direct Sequence* se refiere al método de ensanchado de espectro utilizado. Este se describirá en detalle en el capítulo 2.

eliminar la MAI y la ISI) de dicho filtro. Con este planteamiento, el problema de la supresión de las interferencias se convierte en uno de estimación paramétrica, que se resuelve de forma natural aplicando el criterio ML. Además, puesto que sólo se utiliza información estadística, el criterio de selección del receptor así obtenido es ciego, con las ventajas que esto tiene en cuanto a un aprovechamiento más eficiente del canal.

No obstante, el método sufre de una ambigüedad grave debida a que todos los usuarios de un sistema CDMA usan el mismo formato de modulación y, por lo tanto, todas las señales de información transmitidas tienen la misma descripción estadística. Esto significa que no es posible distinguir a un usuario de otro basándose sólo en su f.d.p. y, cuando se aplica el criterio ML para cancelar las interferencias, el receptor puede verse *capturado* por un usuario interferente en lugar del deseado². Se proponen dos alternativas para evitar este problema. La primera consiste en el aprovechamiento de las secuencias de entrenamiento de las que habitualmente se dispone en los sistemas de comunicaciones móviles actualmente normativizados. Cuando la función de verosimilitud de los coeficientes del receptor se condiciona al conocimiento de los símbolos en la secuencia de entrenamiento del usuario deseado se consigue ponderar los máximos locales de la función de manera que se realiza la solución deseada y se eliminan total o parcialmente las soluciones no deseadas. De este modo, la aplicación del principio ML lleva a un criterio semiciego para la cancelación de interferencias que combina de forma muy deseable la información estadística con la transmisión de secuencias de entrenamiento. Además, debe destacarse que este criterio semiciego se obtiene de manera sistemática a partir del criterio ciego inicial mediante un condicionamiento de parte de las variables aleatorias (símbolos transmitidos) que se contemplan en el problema. Esto contrasta con los métodos semiciegos *ad hoc* propuestos hasta ahora en la literatura [29, 30].

La segunda alternativa para evitar el problema de captura preserva el carácter ciego del método y consiste en aplicar una restricción lineal a los coeficientes del filtro FIR de modo que nunca se cancele la señal del usuario deseado, y se demuestra que esto es suficiente para garantizar que la estimación ML proporciona los valores de los coeficientes que cancelan la MAI y la ISI. Es posible determinar esta restricción en CDMA gracias al conocimiento del código de ensanchado de espectro utilizado por el usuario deseado (no se precisa conocer los códigos de los otros usuarios). El inconveniente de esta aproximación es la pérdida de grados de libertad en el filtro FIR debido a la restricción lineal, lo cual repercute en una degradación del rendimiento. Para evitar esta degradación, se propone el diseño de un receptor *rake*, que consiste en un banco de filtros lineales seguido de un combinador también lineal. Los coeficientes de todos los filtros y del combinador se calculan a partir del criterio ML.

²El *problema de captura* ocurre también en otros métodos ciegos, como aquellos basados en el algoritmo CM, y el motivo es el mismo: no es posible distinguir entre dos señales con la misma descripción estadística sin usar algún tipo de información adicional.

Desafortunadamente, los estimadores ML propuestos, tanto en el caso ciego como en el semiciego, no tienen una solución cerrada. Es necesario, por lo tanto, aplicar algún tipo de algoritmo de optimización numérica para determinar los coeficientes de los receptores. En este trabajo, se ha optado por aplicar el paradigma de Esperanza-Maximización (EM; *Expectation-Maximization*). Se trata de un método general para la resolución de problemas de estimación ML cuando no existe una solución cerrada y consiste en convertir el problema original, irresoluble analíticamente, en una secuencia de problemas más sencillos cuya solución sí puede calcularse. La secuencia de estimaciones resultante tiene la deseable propiedad de ser no decreciente en verosimilitud, de modo que converge siempre a un máximo local de la función de verosimilitud. El paradigma es, además, muy flexible y permite la derivación de algoritmos tanto iterativos (tipo bloque) como adaptativos para resolver los problemas de estimación ciega y semiciega. Es de destacar la obtención de una versión recursiva (adaptativa) del algoritmo EM que generaliza al bien conocido algoritmo RLS (*Recursive Least Squares*) [31] para el cálculo de los coeficientes del receptor semiciego. Se ha constatado que los algoritmos basados en EM presentan una velocidad de convergencia, en términos del número de observaciones a procesar para obtener una solución adecuada, que los hace muy ventajosos frente a aproximaciones más convencionales, e.g., algoritmos de gradiente.

En el capítulo 4 se extiende el criterio propuesto para una arquitectura de receptor realimentada (DF, *Decision Feedback*) compuesta de dos filtros lineales (uno hacia delante, o progresivo, y otro de realimentación, o regresivo) unidos por un detector de umbral. La motivación de esta nueva aproximación reside en tratar de obtener un receptor que disminuya la diferencia de rendimiento que existe entre los receptores lineales presentados en el capítulo 3 y el receptor óptimo manteniendo, aproximadamente, la misma complejidad computacional que en el caso lineal. Siguiendo la misma filosofía que en el capítulo 3, se plantea un nuevo problema de estimación que se resuelve de acuerdo al criterio ML. Como en el caso lineal, se derivan dos tipos de receptores, ciego y semiciego, y se obtienen algoritmos iterativos y adaptativos, a partir del paradigma EM, para determinar los valores óptimos de sus coeficientes.

1.5 Organización de la tesis

El resto de la tesis está organizado de la siguiente forma. En el capítulo 2 se introduce el modelo matemático de señal que describe un sistema CDMA con modulación por secuencia directa, transmisión asíncrona y desvanecimiento selectivo en frecuencia. Utilizando este modelo de señal se revisan aproximaciones anteriores propuestas para resolver el problema de la cancelación lineal de interferencias en sistemas multiusuario. En primer lugar, se revisan las técnicas clásicas en las que se han incluido los detectores decorrelador, MMSE lineal y el de mínimos cuadrados (LS,

Least Squares), y que se caracterizan por suponer que el canal de comunicaciones es conocido o que se dispone de una secuencia de entrenamiento para estimarlo. A continuación, se describen varios receptores ciegos que no precisan conocimiento *a priori* del canal ni la transmisión de secuencias de entrenamiento, y que se basan en distintos criterios: minimización de la varianza, módulo constante y descomposición subespacial de la autocorrelación de las observaciones. Para finalizar el capítulo se describen técnicas semiciegas que combinan la transmisión de secuencias de entrenamiento con la información estadística de los símbolos desconocidos.

En el capítulo 3 se presenta una nueva aproximación al problema de la supresión lineal de interferencias en CDMA basada en el principio ML. El método consiste en estimar los coeficientes de un filtro lineal utilizando la información estadística de la señal del usuario deseado y teniendo en cuenta el ruido en el canal. El problema de optimización resultante se aborda desde una aproximación semiciega, que utiliza secuencias de entrenamiento, y desde una aproximación completamente ciega, que hace uso de restricciones lineales para evitar la captura. Para cada una de las aproximaciones tratadas se derivan algoritmos iterativos y adaptativos basados en el algoritmo EM y se muestran simulaciones que ilustran el comportamiento de los receptores propuestos.

En el capítulo 4 se extienden los resultados del capítulo 3 para un sistema CDMA que utiliza un receptor de estructura realimentada no lineal. Inicialmente, se realiza una revisión de las soluciones que resultan de aplicar criterios bien conocidos (MMSE, LS y LCMV) para determinar los parámetros de este tipo de receptor y, a continuación, se extiende el criterio ML al caso de la estructura considerada. Para el problema de optimización planteado se derivan algoritmos iterativos y adaptativos, y se presentan resultados obtenidos mediante simulación que muestran el rendimiento de los receptores propuestos.

Finalmente, en el capítulo 5, se resumen los principales resultados y aportaciones de esta tesis, y se describen posibles líneas futuras de trabajo.

Capítulo 2

Revisión de aproximaciones anteriores

En este capítulo se presenta el modelo matemático de señal que se utilizará a lo largo de la tesis y se describen brevemente algunos métodos anteriormente propuestos para la supresión lineal de interferencias en sistemas CDMA. Se considerarán tres tipos de técnicas:

- Técnicas clásicas que asumen que el canal de comunicaciones es conocido o que se dispone de secuencias de entrenamiento para estimarlo.
- Técnicas ciegas que no precisan ni el conocimiento *a priori* del canal ni la transmisión de secuencias de entrenamiento. La supresión de interferencias se consigue aprovechando determinadas propiedades estadísticas de las señales transmitidas como, por ejemplo, la no gaussianidad, la cicloestacionariedad, la independencia estadística, etc...
- Técnicas semiciegas que aprovechan tanto la transmisión de secuencias de entrenamiento como la información estadística de los símbolos desconocidos.

2.1 Modelo de señal

El ensanchado de espectro por secuencia directa se consigue modulando códigos con un ancho de banda L veces superior al de la señal en banda base original [3]. En esta sección se presenta el modelo matemático de señal que describe un sistema CDMA con modulación de espectro ensanchado por secuencia directa (que se denotará como DS CDMA, del inglés *Direct Sequence CDMA*), con transmisión asíncrona y con desvanecimiento selectivo en frecuencia. Se muestra el modelo equivalente en banda base y tiempo discreto que será utilizado tanto para la revisión de las técnicas de supresión de interferencias en las secciones siguientes como para presentar, en el capítulo 3, las nuevas aproximaciones basadas en el principio ML propuestas en la presente tesis.

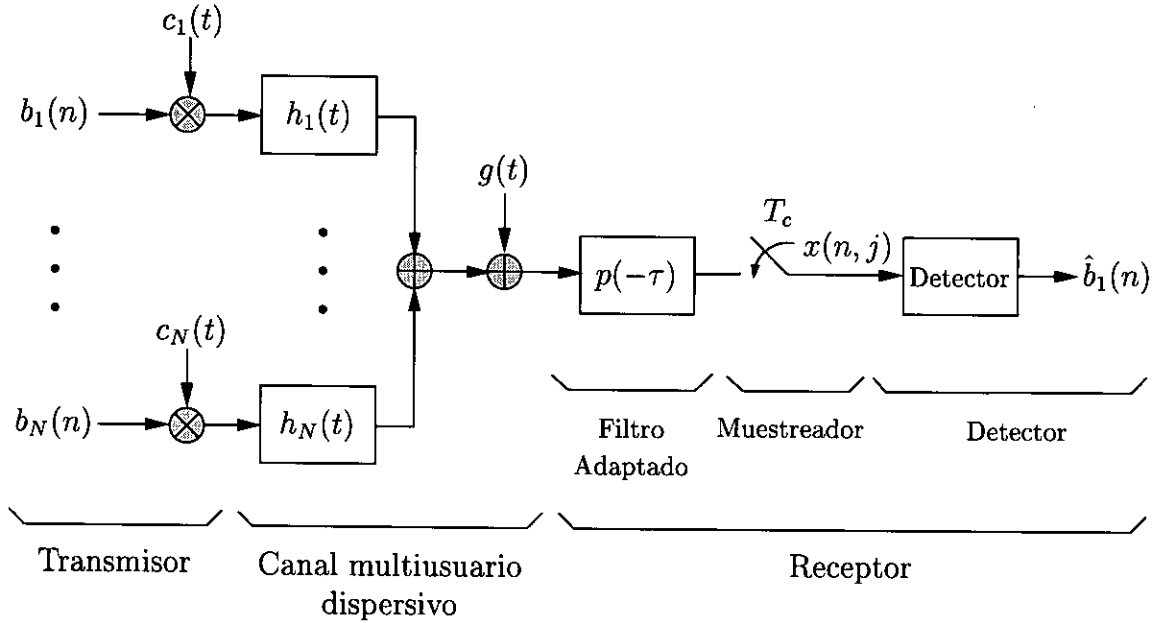


Figura 2.1: Diagrama de bloques de un sistema DS CDMA asíncrono con canales dispersivos.

La figura 2.1 muestra el diagrama de bloques de un sistema de comunicación DS CDMA en banda base con N usuarios y canales lineales que introducen dispersión temporal. El i -ésimo usuario transmite una secuencia de símbolos complejos y estadísticamente independientes, $b_i(n)$, que modula a una secuencia pseudoaleatoria, o código, $c_i(t)$ (t indica tiempo continuo). Cada uso del canal consiste en la transmisión de una trama de K símbolos de forma que la señal transmitida por el i -ésimo usuario es

$$s_i(t) = \sum_{n=0}^{K-1} b_i(n) c_i(t - nT - \tau_i) \quad i = 1, \dots, N \quad (2.1)$$

donde T es el período de símbolo, que se supone coincide con la duración del código, y $0 \leq \tau_i < T$ es el retardo desconocido con el que transmite el i -ésimo usuario. La contribución de este usuario a la señal recibida, $x(t)$, viene dada por

$$x_i(t) = s_i(t) * h_i(t) \quad i = 1, \dots, N \quad (2.2)$$

donde $*$ denota convolución y $h_i(t)$ es la respuesta al impulso en tiempo continuo del canal entre el i -ésimo transmisor y el receptor multiusuario.

El código $c_i(t)$ puede descomponerse, a su vez, en una secuencia de *chips* binarios que modulan a un pulso $p(t)$ de duración T_c , i.e.,

$$c_i(t) = \sum_{j=0}^{L-1} c_i(j) p(t - jT_c) \quad (2.3)$$

donde T_c es el período de chip. T_c está relacionado con el período de símbolo T mediante la ecuación $L = \frac{T}{T_c}$, donde L es la longitud del código o *ganancia de procesamiento*. Sustituyendo (2.1) y (2.3) en (2.2) se obtiene

$$\begin{aligned} x_i(t) &= \sum_{n=0}^{K-1} b_i(n) \sum_{j=0}^{L-1} c_i(j) p(t - nT - jT_c - \tau_i) * h_i(t) \\ &= \sum_{n=0}^{K-1} b_i(n) \sum_{j=0}^{L-1} c_i(j) h_i^p(t - nT - jT_c) \end{aligned} \quad (2.4)$$

donde $h_i^p(t) = p(t - \tau_i) * h_i(t)$ es la respuesta al impulso del canal equivalente que resulta de transmitir el pulso $p(t - \tau_i)$ por el canal $h_i(t)$ y que incluye la respuesta al impulso en tiempo continuo y los retardos relativos de los distintos usuarios (esta aproximación de *canal equivalente* aparece en [11, 17]). La señal resultante pasa por un filtro adaptado a la forma de chip seguido de un muestreador de período T_c . La observación obtenida de este modo para el j -ésimo chip del n -ésimo símbolo del i -ésimo usuario es

$$\begin{aligned} x_i(n, j) &= \int_{nT+jT_c}^{nT+(j+1)T_c} x_i(t) p(t - nT - jT_c) dt \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} b_i(k) \sum_{l=0}^{L-1} c_i(l) \int_{nT+jT_c}^{nT+(j+1)T_c} h_i^p(t - kT - lT_c) p(t - nT - jT_c) dt \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} b_i(k) \sum_{l=0}^{L-1} c_i(l) \int_0^{T_c} h_i^p(t + (n-k)T + (j-l)T_c) p(t) dt. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Si el canal equivalente, $h_i^p(t)$, tiene soporte de longitud $(P-1)T_c$, i.e., es cero fuera del intervalo $[0, (P-1)T_c]$, el n -ésimo símbolo transmitido, $b_i(n)$, interfiere con los $m-1$ símbolos anteriores, $b_i(n-1), \dots, b_i(n-m+1)$, siendo $m = \lceil \frac{L+P-1}{L} \rceil$ la memoria del canal. En este caso, la expresión (2.5) puede reducirse a

$$\begin{aligned} x_i(n, j) &= \sum_{k=n-m+1}^n b_i(k) \sum_{l=0}^{L-1} c_i(l) \int_0^{T_c} h_i^p(t + (n-k)T + (j-l)T_c) p(t) dt \\ &= \sum_{r=0}^{m-1} b_i(n-r) \sum_{l=0}^{L-1} c_i(l) \int_0^{T_c} h_i^p(t + rT + (j-l)T_c) p(t) dt \\ &= \sum_{r=0}^{m-1} b_i(n-r) \sum_{l=0}^{L-1} c_i(l) h_i(rL + j - l) \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde $h_i(q) = \int_0^{T_c} h_i^p(t + qT_c) p(t) dt$, $q = 0, \dots, P-1$, es la respuesta al impulso del canal equivalente discreto. Obsérvese que

$$\begin{aligned} \sum_{q=0}^{P-1} h_i(q) c_i(k-q) &= \sum_{l=0}^{L-1} c_i(l) h_i(k-l) = c_i(k) * h_i(k) = d_i(k) \\ & \quad i = 1, \dots, N \quad k = 0, \dots, L+P-2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

es el código recibido del i -ésimo usuario, que resulta de la convolución de la secuencia del código transmitido con el canal equivalente discreto. Por tanto, la observación obtenida resulta ser

$$x_i(n, j) = \sum_{r=0}^{m-1} b_i(n-r) d_i(rL+j). \quad (2.8)$$

Utilizando (2.8) se puede escribir la j -ésima muestra obtenida a la salida del filtro adaptado durante el n -ésimo período de símbolo como

$$x(n, j) = x(nL+j) = \sum_{i=1}^N \sum_{r=0}^{m-1} d_i(r, j) b_i(n-r) + g(n, j), \quad j = 0, \dots, L-1, \quad (2.9)$$

donde $d_i(r, j) = d_i(rL+j)$ y $g(n, j) = g(nL+j)$ es la j -ésima componente de ruido blanco gaussiano¹. El conjunto $\{x(n, j)\}_{n=0, \dots, K-1; j=0, \dots, L-1}$ constituye un conjunto de estadísticos suficientes para la detección de los símbolos transmitidos y para la estimación del canal. Agrupando todas las observaciones en las que interviene $b_i(n)$ se construye el vector de observaciones

$$\mathbf{x}(n) = \begin{bmatrix} x(n, 0) \\ \vdots \\ x(n, L-1) \\ \vdots \\ x(n+m-1, 0) \\ \vdots \\ x(n+m-1, L-1) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

de dimensiones $Lm \times 1$. Se ha elegido esta forma de apilar las observaciones porque así se garantiza que se procesa toda la energía del símbolo $b_i(n)$.

La ecuación (2.9) puede extenderse a Lm dimensiones para escribir el vector $\mathbf{x}(n)$ como

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{D}\mathbf{b}(n) + \mathbf{g}(n) \quad (2.11)$$

donde \mathbf{D} es la *matriz de códigos recibidos*, de dimensiones $Lm \times N(2m-1)$,

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \underline{D}(m-1) & \underline{D}(m-2) & \dots & \underline{D}(0) & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{D}(m-1) & \dots & \underline{D}(1) & \underline{D}(0) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \underline{D}(m-1) & \underline{D}(m-2) & \dots & \dots & \underline{D}(0) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

con $\underline{D}(r) = [\underline{d}_1(r) \dots \underline{d}_N(r)]$, cuyas columnas se definen como

$$\underline{d}_i(r) = \begin{bmatrix} d_i(rL) \\ \vdots \\ d_i((r+1)L-1) \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

¹La secuencia de ruido gaussiano, $g(n, j)$, es blanca si el pulso $p(t)$ se elige utilizando el criterio de Nyquist de eliminación de la ISI [2].

Por conveniencia notacional, también se utilizará la siguiente construcción equivalente de la matriz \mathbf{D} ,

$$\mathbf{D} = \left[\mathbf{D}(m-1) \quad \cdots \quad \mathbf{D}(0) \quad \cdots \quad \mathbf{D}(-(m-1)) \right], \quad (2.14)$$

compuesta, en este caso, por las submatrices $\mathbf{D}(r) = [\mathbf{d}_1(r), \dots, \mathbf{d}_N(r)]$, con

$$\mathbf{d}_i(r) = \begin{bmatrix} d_i(rL) \\ \vdots \\ d_i((r+m)L-1) \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

El vector de símbolos transmitidos se construye apilando los $N(2m-1)$ vectores de símbolos transmitidos que interfieren entre sí durante el intervalo $[nT, (n+m-1)T]$

$$\mathbf{b}(n) = \begin{bmatrix} b_1(n-m+1) \\ \vdots \\ b_N(n-m+1) \\ \vdots \\ b_1(n) \\ \vdots \\ b_N(n) \\ \vdots \\ b_1(n+m-1) \\ \vdots \\ b_N(n+m-1) \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Finalmente,

$$\mathbf{g}(n) = \begin{bmatrix} g(n, 0) \\ \vdots \\ g(n+m-1, L-1) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

es un vector de variables aleatorias gaussianas i.i.d. con media cero y varianza $\sigma_g^2 = N_0$, siendo $\frac{N_0}{2}$ la densidad espectral de potencia del AWGN en el canal.

2.2 Arquitecturas receptoras

A continuación, se introduce el receptor óptimo para el sistema DS CDMA descrito en la sección 2.1. Su prohibitiva complejidad computacional motiva el estudio de receptores lineales cuyas características se explican en el apartado 2.2.2.

2.2.1 Receptor óptimo

El objetivo que se plantea a partir del modelo de señal anterior es la detección de los símbolos del usuario de interés (en adelante el usuario número 1) con la

mínima probabilidad de error posible. Por lo tanto, el detector óptimo es aquel que efectivamente minimiza esta probabilidad de error a partir de las observaciones disponibles. Nótese que, debido a la existencia de ISI (ecuación (2.11)), para realizar la detección óptima es necesario detectar los K símbolos transmitidos por el usuario deseado de forma conjunta. Para ello, conviene definir el modelo de señal *apilado* siguiente

$$\mathbf{x} = \mathcal{D}\mathbf{b} + \mathbf{g}, \quad (2.18)$$

donde

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x(n, 0) \\ \vdots \\ x(n, L-1) \\ \vdots \\ x(n+K-1, 0) \\ \vdots \\ x(n+K-1, L-1) \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

de tamaño $LK \times 1$, es el conjunto de observaciones disponibles,

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1(n-m+1) \\ \vdots \\ b_N(n-m+1) \\ \vdots \\ b_1(n+K-1) \\ \vdots \\ b_N(n+K-1) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

es el vector de símbolos transmitidos de dimensiones $N(K+m-1) \times 1$ y

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g(n, 0) \\ \vdots \\ g(n, L-1) \\ \vdots \\ g(n+K-1, 0) \\ \vdots \\ g(n+K-1, L-1) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

es el vector correspondiente de ruido con tamaño $LK \times 1$. La matriz \mathcal{D} , de dimensiones $LK \times N(K+m-1)$, tiene forma diagonal a bloques y se construye de la siguiente manera

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} \underline{D}(m-1) & \underline{D}(m-2) & \cdots & \underline{D}(0) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{D}(m-1) & \cdots & \underline{D}(1) & \underline{D}(0) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \underline{D}(m-1) & \underline{D}(m-2) & \cdots & \cdots & \underline{D}(0) \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Es conveniente definir también

$$\mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} b_i(0) \\ \vdots \\ b_i(K-1) \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (2.23)$$

como el vector que contiene los K símbolos transmitidos por el i -ésimo usuario. De este modo, se puede plantear el detector óptimo como aquel cuyo objetivo consiste en estimar \mathbf{b}_1 con la mínima probabilidad de error. La regla de detección óptima consiste en seleccionar el vector de símbolos que tenga la mayor masa de probabilidad dadas las observaciones recibidas. Este estimador se denomina máximo *a posteriori* (MAP) y se denota como

$$\hat{\mathbf{b}}_1^{MAP} = \arg \max_{\mathbf{b}_1} \{f_{\mathbf{b}_1|\mathbf{x};\mathbf{D}}(\mathbf{b}_1)\} \quad (2.24)$$

donde $f_{\mathbf{b}_1|\mathbf{x};\mathbf{D}}(\cdot)$ es la f.d.p. del vector de símbolos transmitidos por el usuario deseado condicionado a las observaciones disponibles. Nótese que en este problema aparece como parámetro la matriz \mathbf{D} , que debe ser conocida. Recurriendo al teorema de Bayes, la f.d.p. *a posteriori* de los símbolos se puede expresar como

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{b}_1|\mathbf{x};\mathbf{D}}(\mathbf{b}_1) &= \frac{f_{\mathbf{x}|\mathbf{b}_1;\mathbf{D}}(\mathbf{x})f_{\mathbf{b}_1}(\mathbf{b}_1)}{f_{\mathbf{x};\mathbf{D}}(\mathbf{x})} \\ &= \frac{E_{\mathbf{b}_2,\dots,\mathbf{b}_N} \left[e^{-\frac{\|\mathbf{x}-\mathcal{D}\mathbf{b}\|^2}{\sigma_g^2}} \right] f_{\mathbf{b}_1}(\mathbf{b}_1)}{E_{\mathbf{b}} \left[e^{-\frac{\|\mathbf{x}-\mathcal{D}\mathbf{b}\|^2}{\sigma_g^2}} \right]}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

donde $E_{\mathbf{b}_2,\dots,\mathbf{b}_N}[\cdot]$ y $E_{\mathbf{b}}[\cdot]$ representan las esperanzas estadísticas respecto a los símbolos transmitidos por los usuarios interferentes y a todos los símbolos transmitidos (incluyendo los del usuario de interés), respectivamente, y

$$\|\mathbf{x} - \mathcal{D}\mathbf{b}\|^2 = (\mathbf{x} - \mathcal{D}\mathbf{b})^H (\mathbf{x} - \mathcal{D}\mathbf{b}). \quad (2.26)$$

Teniendo en cuenta que los símbolos son variables uniformes discretas i.i.d., i.e., que $f_{\mathbf{b}_1}(\mathbf{b}_1)$ es constante y que el denominador en (2.25) no depende de \mathbf{b}_1 , es evidente que el estimador MAP es equivalente al ML,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{b}}_1^{MAP} &= \arg \max_{\mathbf{b}_1} \{f_{\mathbf{b}_1|\mathbf{x};\mathbf{D}}(\mathbf{b}_1)\} \\ &= \arg \max_{\mathbf{b}_1} \{f_{\mathbf{x}|\mathbf{b}_1;\mathbf{D}}(\mathbf{x})\} \\ &= \arg \max_{\mathbf{b}_1} \left\{ E_{\mathbf{b}_2,\dots,\mathbf{b}_N} \left[e^{-\frac{\|\mathbf{x}-\mathcal{D}\mathbf{b}\|^2}{\sigma_g^2}} \right] \right\} \\ &= \hat{\mathbf{b}}_1^{ML}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

El detector obtenido es óptimo cuando el objetivo es minimizar la probabilidad de error de un usuario individual. Un criterio de optimización alternativo es la detección conjunta de los símbolos de los N usuarios con la mínima probabilidad de error total. Esta última aproximación da lugar a un receptor diferente cuyas decisiones no coinciden necesariamente con las del detector individual. Sin embargo, ambos receptores convergen a las mismas decisiones cuando crece la SNR [7].

La detección óptima, sea conjunta o individual, adolece de una elevada complejidad computacional, lo que supone una limitación práctica muy grave. Para el problema obtenido en (2.27), la implementación por fuerza bruta supone calcular una esperanza respecto a todos los símbolos transmitidos por los usuarios interferentes. Esta tarea tiene una complejidad del orden de $V^{(N-1)K}$ operaciones, donde V es el tamaño del alfabeto de los símbolos complejos transmitidos y N es el número de usuarios del sistema. Puesto que es necesario calcular la probabilidad *a posteriori* para cada una de las posibles V^K secuencias de símbolos del usuario deseado, la complejidad total es $\mathcal{O}(V^{NK})$. Sin embargo, es posible implementar tanto el detector óptimo conjunto como el detector óptimo individual aplicando técnicas de programación dinámica para derivar algoritmos secuenciales con una complejidad $\mathcal{O}(V^{Nm})$, donde m es la memoria del canal en períodos de símbolo.

En cualquier caso, resulta evidente que para un número elevado de usuarios o cuando el canal introduce una dispersión temporal fuerte, la complejidad de los receptores óptimos los hace inabordables. Este es el motivo de que la principal corriente de investigación en el campo de la detección multiusuario haya estado orientada al diseño de receptores lineales. Estos receptores son subóptimos, pero presentan un compromiso rendimiento/complejidad que los hace muy atractivos en la práctica.

2.2.2 Receptor lineal

El receptor lineal está formado por un filtro FIR, $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_{Lm}]^T$, seguido de un detector de umbral, tal y como muestra la figura 2.2.

Esta sencilla estructura resulta muy atractiva porque en numerosas aplicaciones prácticas funciona razonablemente bien y porque la relación lineal entre la entrada y la salida simplifica notablemente las matemáticas asociadas a su análisis. Por este motivo, ha sido la opción elegida por numerosos autores para abordar el problema de la supresión de interferencias en DS CDMA [7, 15, 16, 17, 18] y también será la estructura de partida en este trabajo. El procesador lineal, \mathbf{w} , permite obtener una estimación blanda correspondiente al n -ésimo símbolo transmitido por el usuario de interés de la forma

$$y(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n), \quad (2.28)$$

donde el superíndice H denota transposición hermítica. Posteriormente, se redondean estas estimaciones con un detector de umbral para obtener los símbolos detectados.

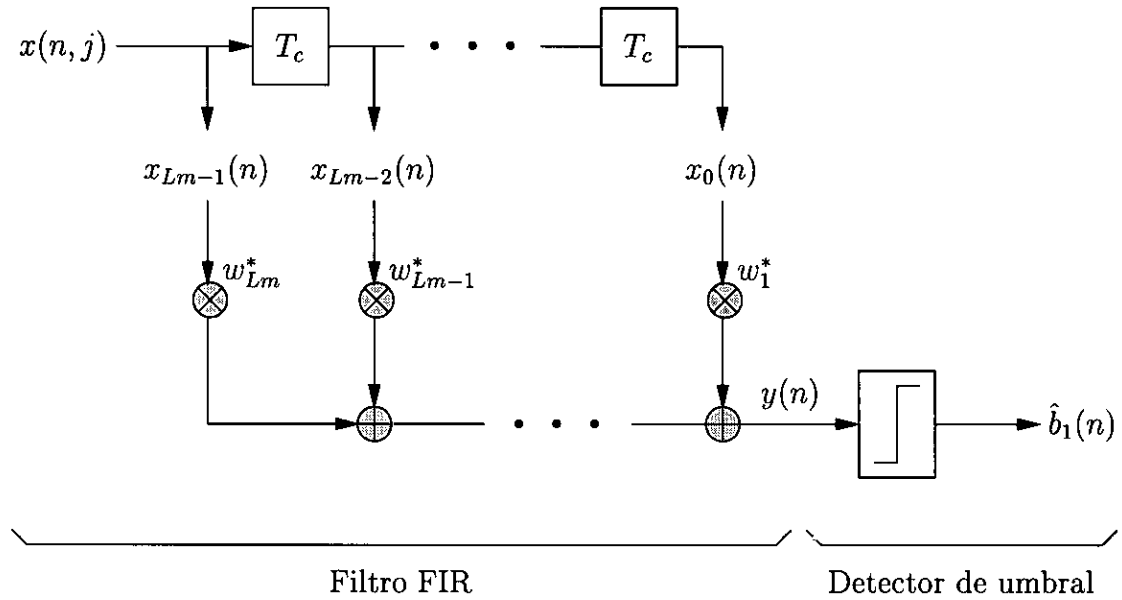


Figura 2.2: Receptor lineal.

La diferencia entre los distintos receptores lineales radica en el criterio según el cual se eligen los coeficientes del filtro \mathbf{w} . En la siguiente sección se describen los receptores decorrelador [7], MMSE (*Minimum Mean Square Error*) [7, 31] y LS (*Least Squares*) [31].

2.3 Aproximaciones clásicas

En esta sección se revisan las técnicas clásicas para la cancelación lineal de interferencias. Estos métodos asumen que los códigos recibidos, incluyendo la distorsión del canal, son conocidos en el receptor, o bien que se han estimado adecuadamente utilizando una señal de referencia o secuencia de entrenamiento.

2.3.1 Detector decorrelador

La detección por decorrelación del usuario de interés consiste en obtener una estimación totalmente libre de MAI e ISI del símbolo $b_1(n)$, i.e.,

$$\begin{aligned} y(n) &= \mathbf{w}^H (\mathbf{D}\mathbf{b}(n) + \mathbf{g}(n)) \\ &= A_1 b_1(n) + g_f(n) \end{aligned} \quad (2.29)$$

donde A_1 es la ganancia de salida del usuario deseado, que representa el efecto conjunto del canal y del filtro para el usuario 1, y $g_f(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{g}(n)$ es la componente de ruido a la salida del filtro. De acuerdo con la ecuación (2.29), el filtro de

decorrelación para el usuario 1, \mathbf{w}_D , se selecciona como la fila de la pseudoinversa por la izquierda de la matriz de los códigos distorsionada, \mathbf{D}^\dagger , que es ortogonal a todas las columnas de \mathbf{D} excepto a la que contiene el código recibido completo del usuario deseado, i.e., es la fila $(m-1)N+1$ de \mathbf{D}^\dagger . Obsérvese que la matriz \mathbf{D}^\dagger sólo existe cuando se cumple la condición $N(2m-1) \leq Lm$.

La solución de decorrelación, en el caso hipotético de ausencia de ruido, es óptima y recupera los símbolos del usuario de interés eliminando totalmente la MAI y la ISI. Además, el receptor decorrelador, al igual que las soluciones MMSE y LS, es robusto en entornos *near-far*, donde los usuarios interferentes se reciben con una potencia muy superior a la del usuario deseado. Sin embargo, cuando en el canal hay ruido, el decorrelador presenta a su salida una componente gaussiana, $\mathbf{w}^H \mathbf{g}(n)$, que puede estar considerablemente amplificada dependiendo del condicionamiento de la matriz de códigos, \mathbf{D} . Por tanto, desde el punto de vista de la minimización de la probabilidad de error es conveniente permitir cierta interferencia residual en las salidas del filtro para dotar al sistema de una mayor libertad que permita una reducción del efecto del ruido gaussiano. Un tipo de receptores que aproximan este funcionamiento son los que tienen como objetivo la minimización del error cuadrático medio entre las salidas y los símbolos deseados.

2.3.2 Detector MMSE lineal

Entre los criterios supervisados, el que más atención ha recibido por la facilidad de su análisis y su buen comportamiento ha sido el MMSE [7, 15]. La actualización del filtro se lleva a cabo con el fin de minimizar el error cuadrático medio entre la salida del receptor, $y(n)$, y la señal de referencia, $b_1(n)$, i.e., los coeficientes se ajustan para que la salida del receptor sea lo más parecida posible a la señal deseada en el sentido MMSE y con ello se minimiza el efecto del ruido y las interferencias. El problema de optimización a resolver es, por tanto,

$$\mathbf{w}_{MMSE} = \arg \min_{\mathbf{w}} \left\{ \mathcal{J}_{MSE}(\mathbf{w}) = E_{\mathbf{x}(n)} [|y(n) - b_1(n)|^2] \right\}, \quad (2.30)$$

donde el operador $E_{\mathbf{x}(n)}[\cdot]$ representa la esperanza estadística respecto a las observaciones, $\mathbf{x}(n)$. El problema (2.30) consiste en la minimización de una función de coste cuadrática y, por lo tanto, tiene una única solución. Suponiendo que los símbolos transmitidos son i.i.d. e independientes del ruido, se demuestra fácilmente que el filtro óptimo viene dado por la solución de Wiener [31],

$$\mathbf{w}_{MMSE} = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p} \quad (2.31)$$

donde

$$\mathbf{R}_x = E_{\mathbf{x}(n)} [\mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n)] \quad (2.32)$$

es la matriz de autocorrelación de las observaciones y

$$\mathbf{p} = E_{\mathbf{x}(n)} [\mathbf{x}(n) b_1^*(n)] \quad (2.33)$$

representa la correlación entre las observaciones y el símbolo deseado. A partir del modelo de señal considerado (ver eq. (2.11)) es sencillo probar que

$$\mathbf{R}_x = \sigma_b^2 \mathbf{D} \mathbf{D}^H + \sigma_g^2 \mathbf{I}_{Lm}, \quad (2.34)$$

$$\mathbf{p} = \sigma_b^2 \mathbf{D} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N(m-1) \times 1} \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{N \times 1} \\ \mathbf{0}_{N(m-1) \times 1} \end{bmatrix} = \sigma_b^2 \mathbf{d}_1(0), \quad (2.35)$$

donde $\sigma_b^2 = E_{b_1(n)} [|b_1(n)|^2]$ es la potencia de los símbolos transmitidos por el usuario deseado. El error cuadrático medio en que se incurre al usar este receptor es

$$\begin{aligned} MMSE &= \mathcal{J}(\mathbf{w}_{MMSE}) \\ &= \mathbf{w}_{MMSE}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}_{MMSE} - \mathbf{w}_{MMSE}^H \mathbf{p} - \mathbf{p}^H \mathbf{w}_{MMSE} + \sigma_b^2 \\ &= \sigma_b^2 - \mathbf{p}^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Finalmente, sustituyendo (2.34) y (2.35) en (2.36) se tiene que

$$MMSE = \sigma_b^2 \left(1 - \sigma_b^2 \mathbf{d}_1^H(0) \left(\sigma_b^2 \mathbf{D} \mathbf{D}^H + \sigma_g^2 \mathbf{I}_{Lm} \right)^{-1} \mathbf{d}_1(0) \right). \quad (2.37)$$

El receptor MMSE no sufre el efecto de amplificación de ruido que se observa en la solución de decorrelación. El filtro \mathbf{w}_{MMSE} depende de la matriz de códigos recibidos \mathbf{D} , de la potencia de los símbolos transmitidos, σ_b^2 , y de la potencia del AWGN, σ_g^2 , por lo que se garantiza un equilibrio entre las interferencias, MAI e ISI, y el ruido aditivo para minimizar el error con respecto a las señales transmitidas. Además, se puede probar que la solución MMSE dada por (2.31) es la que maximiza la relación señal a ruido más interferencia (SINR, *Signal to Interference and Noise Ratio*) de las estimaciones. Por estos motivos, se mejora el rendimiento del receptor decorrelador para valores medios y bajos de la SNR, mientras que ambos detectores convergen a la misma probabilidad de error cuando el nivel de ruido disminuye. Nótese que el filtro de Wiener es el estimador óptimo en el caso de que las señales transmitidas, $b_i(n)$, sean gaussianas pero este no es el caso en las aplicaciones de comunicaciones.

2.3.3 Detector LS

El criterio de mínimos cuadrados (LS) se basa en la minimización de la suma de los errores cuadráticos entre las estimaciones blandas, $y(n)$, y la salida deseada, $b_1(n)$. Existe una relación estrecha entre el criterio LS y el MMSE. Mientras que el filtro de Wiener se obtiene minimizando el promedio estadístico del error cuadrático y es,

por tanto, un criterio estocástico, la solución LS se obtiene minimizando promedios temporales obtenidos de las observaciones disponibles de modo que se trata de un método de estimación determinista. No obstante, cuando la señal recibida constituye un proceso ergódico, como ocurre en el modelo de señal considerado, los promedios temporales convergen a los promedios estadísticos al aumentar el número de observaciones y, en el límite, las soluciones LS y MMSE coinciden.

Para la arquitectura propuesta en la figura 2.2, la solución LS se obtiene a partir del problema de optimización

$$\mathbf{w}_{LS} = \arg \min_{\mathbf{w}} \left\{ \mathcal{J}_{LS}(\mathbf{w}) = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} |y(n) - b_1(n)|^2 \right\} \quad (2.38)$$

donde K es el número de observaciones disponibles. La solución al problema (2.38) viene dada por la expresión

$$\mathbf{w}_{LS} = \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \hat{\mathbf{p}} \quad (2.39)$$

donde $\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)$ representa la matriz de autocorrelación empírica de las observaciones obtenida mediante un promediado temporal y $\hat{\mathbf{p}} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)b_1^*(n)$ es la correlación cruzada entre las observaciones y los símbolos transmitidos. Nótese que para el cálculo de $\hat{\mathbf{p}}$ es necesario que los símbolos sean conocidos *a priori*. En la práctica, sólo M símbolos (con $M \leq K$) correspondientes a una secuencia de entrenamiento estarán disponibles para obtener el vector $\hat{\mathbf{p}}$. Esta solución depende, además, de la existencia de la matriz $\hat{\mathbf{R}}_x^{-1}$ [31]. Para que $\hat{\mathbf{R}}_x$ sea no singular y, por lo tanto, invertible, es necesario que haya al menos $K = Lm$ observaciones para su cálculo.

Como ya se ha explicado, tanto el criterio MMSE como el LS se basan en la minimización del error cuadrático y cuando se dispone de infinitas observaciones ($K \rightarrow \infty$) la solución LS (2.39) converge a la MMSE (2.31). Como consecuencia, el receptor LS puede interpretarse como una implementación práctica del MMSE.

2.3.4 Implementación de las aproximaciones clásicas

En esta sección se describen dos posibles implementaciones para los criterios presentados. Estas implementaciones se han tomado como referencia para evaluar el rendimiento de los receptores basados en el principio ML que se proponen en el siguiente capítulo.

Implementación directa del receptor LS

La implementación que permite calcular de forma directa la solución LS es obvia a partir de la expresión (2.39), i.e.,

$$\hat{\mathbf{w}}_{LS} = \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \hat{\mathbf{p}} \quad (2.40)$$

donde $\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)$ y $\hat{\mathbf{p}} = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \mathbf{x}(n)b_1^*(n)$. Es evidente que para el cálculo de $\hat{\mathbf{p}}$ son necesarios los símbolos verdaderos por lo que para calcular este vector se utilizarán los símbolos de la secuencia de entrenamiento, de longitud $M \leq K$.

Algoritmo RLS

Para calcular los coeficientes del filtro según la ecuación (2.40), es preciso calcular la inversa de la matriz de autocorrelación, $\hat{\mathbf{R}}_x$. En la práctica, sin embargo, sería deseable evitar esta operación, especialmente cuando el tamaño del filtro es muy grande. También sería deseable conseguir una implementación recursiva que actualizase, para cada nueva observación disponible, los coeficientes del filtro utilizando la estimación realizada para la observación anterior. Estos dos objetivos se pueden conseguir utilizando un resultado básico del álgebra de matrices conocido como el *lema de inversión* [31].

Considérese la siguiente sucesión de estimadores LS

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}_{LS}(i) &= \left(\sum_{n=0}^i \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) \right)^{-1} \sum_{n=0}^i \mathbf{x}(n)b_1^*(n) \\ &= \tilde{\mathbf{R}}_x^{-1}(i)\tilde{\mathbf{p}}(i) \end{aligned} \quad (2.41)$$

donde $\tilde{\mathbf{R}}_x(i) = \sum_{n=0}^i \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)$ y $\tilde{\mathbf{p}}(i) = \sum_{n=0}^i \mathbf{x}(n)b_1^*(n)$. Cuando $i = K - 1$, se obtiene la solución LS dada por la ecuación (2.39). Aislando el término correspondiente a $n = i$ del resto del sumatorio, la matriz de autocorrelación $\tilde{\mathbf{R}}_x(i)$ se puede escribir como

$$\tilde{\mathbf{R}}_x(i) = \sum_{n=0}^{i-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) + \mathbf{x}(i)\mathbf{x}^H(i). \quad (2.42)$$

Sin embargo, por la definición de $\tilde{\mathbf{R}}_x(i)$ (eq. (2.41)), el primer sumando en (2.42) se corresponde con la matriz de autocorrelación $\tilde{\mathbf{R}}_x(i - 1)$. Por tanto, se obtiene la siguiente recursión para actualizar el valor de la matriz de autocorrelación

$$\tilde{\mathbf{R}}_x(i) = \tilde{\mathbf{R}}_x(i - 1) + \mathbf{x}(i)\mathbf{x}^H(i). \quad (2.43)$$

De manera similar, se puede obtener una expresión recursiva para actualizar el vector de correlación cruzada entre las observaciones y los símbolos transmitidos, i.e.,

$$\tilde{\mathbf{p}}(i) = \tilde{\mathbf{p}}(i - 1) + \mathbf{x}(i)b_1^*(i). \quad (2.44)$$

El siguiente paso consiste en aplicar el *lema de inversión* [31] que permite obtener la inversa de una matriz \mathbf{A} , definida positiva y de tamaño $M \times M$, que se puede descomponer de la siguiente forma

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}^{-1} + \mathbf{C}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}^H \quad (2.45)$$

donde \mathbf{B} y \mathbf{D} son matrices definidas positivas de tamaño $M \times M$ y $N \times M$, respectivamente, y \mathbf{C} es una matriz de tamaño $M \times N$. La inversa de la matriz \mathbf{A} resulta ser

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B} - \mathbf{BC}(\mathbf{D} + \mathbf{C}^H\mathbf{BC})^{-1}\mathbf{C}^H\mathbf{B} \quad (2.46)$$

y la prueba de este lema se obtiene multiplicando las ecuaciones (2.45) y (2.46).

Se puede aplicar el *lema de inversión* a la ecuación recursiva (2.42) considerando que la matriz de autocorrelación $\tilde{\mathbf{R}}_x(i)$ es definida positiva, i.e., es no singular. Para ello se consideran las siguientes definiciones

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \tilde{\mathbf{R}}_x(i) \\ \mathbf{B}^{-1} &= \tilde{\mathbf{R}}_x(i-1) \\ \mathbf{C} &= \mathbf{x}(i) \\ \mathbf{D} &= 1. \end{aligned}$$

Sustituyendo las definiciones en la ecuación (2.46), se obtiene la siguiente ecuación recursiva para el cálculo de la inversa de la matriz de autocorrelación

$$\tilde{\mathbf{R}}_x^{-1}(i) = \tilde{\mathbf{R}}_x^{-1}(i-1) - \frac{\tilde{\mathbf{R}}_x^{-1}(i-1)\mathbf{x}(i)\mathbf{x}^H(i)\tilde{\mathbf{R}}_x^{-1}(i-1)}{1 + \mathbf{x}^H(i)\tilde{\mathbf{R}}_x^{-1}(i-1)\mathbf{x}(i)}. \quad (2.47)$$

Para simplificar los cálculos se definen

$$\mathbf{P}(i) = \tilde{\mathbf{R}}_x^{-1}(i) = \left(\sum_{n=0}^i \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) \right)^{-1} \quad (2.48)$$

y

$$\mathbf{k}(i) = \frac{\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}(i)}{1 + \mathbf{x}^H(i)\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}(i)}, \quad (2.49)$$

que permiten reescribir la ecuación (2.47) como

$$\mathbf{P}(i) = \mathbf{P}(i-1) - \mathbf{k}(i)\mathbf{x}^H(i)\mathbf{P}(i-1). \quad (2.50)$$

Utilizando las ecuaciones (2.41), (2.44) y (2.48), se obtiene la estimación de los coeficientes del filtro para la i -ésima iteración como

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}_{RLS}(i) &= \tilde{\mathbf{R}}_x^{-1}(i)\tilde{\mathbf{p}}(i) \\ &= \mathbf{P}(i)\tilde{\mathbf{p}}(i) \\ &= \mathbf{P}(i)\tilde{\mathbf{p}}(i-1) + \mathbf{P}(i)\mathbf{x}(i)b_1^*(i). \end{aligned} \quad (2.51)$$

Sustituyendo la ecuación (2.50) en la $\mathbf{P}(i)$ del primer término de la parte derecha de la expresión anterior, se obtiene

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}_{RLS}(i) &= \mathbf{P}(i-1)\tilde{\mathbf{p}}(i-1) - \mathbf{k}(i)\mathbf{x}^H(i)\mathbf{P}(i-1)\tilde{\mathbf{p}}(i-1) + \mathbf{P}(i)\mathbf{x}(i)b_1^*(i) \\ &= \tilde{\mathbf{R}}_x^{-1}(i-1)\tilde{\mathbf{p}}(i-1) - \mathbf{k}(i)\mathbf{x}^H(i)\tilde{\mathbf{R}}_x^{-1}(i-1)\tilde{\mathbf{p}}(i-1) + \mathbf{P}(i)\mathbf{x}(i)b_1^*(i) \\ &= \hat{\mathbf{w}}_{RLS}(i-1) - \mathbf{k}(i)\mathbf{x}^H(i)\hat{\mathbf{w}}_{RLS}(i-1) + \mathbf{P}(i)\mathbf{x}(i)b_1^*(i). \end{aligned} \quad (2.52)$$

Finalmente, nótese que la ecuación (2.49) puede expresarse como

$$\begin{aligned} \mathbf{k}(i) &= \mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}(i) - \mathbf{k}(i)\mathbf{x}^H(i)\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}(i) \\ &= [\mathbf{P}(i-1) - \mathbf{k}(i)\mathbf{x}^H(i)\mathbf{P}(i-1)]\mathbf{x}(i) \\ &= \mathbf{P}(i)\mathbf{x}(i), \end{aligned} \quad (2.53)$$

con lo que la ecuación recursiva resultante para actualizar los coeficientes del filtro viene dada por

$$\hat{\mathbf{w}}_{RLS}(i) = \hat{\mathbf{w}}_{RLS}(i-1) + \mathbf{k}(i) [b_1^*(i) - \mathbf{x}^H(i)\hat{\mathbf{w}}_{RLS}(i-1)] \quad (2.54)$$

donde el producto $\mathbf{x}^H(i)\hat{\mathbf{w}}_{RLS}(i-1)$ representa el conjugado de la estimación blanda calculada usando la última actualización disponible del filtro, $\hat{\mathbf{w}}(i-1)$. Por tanto, el término entre corchetes representa el conjugado del error estimado *a priori*. La inicialización del algoritmo se realiza igualando el filtro a un vector de ceros, i.e., $\hat{\mathbf{w}}_{RLS}(-1) = \mathbf{0}$ e igualando la matriz \mathbf{P} a la identidad de tamaño $Lm \times Lm$, i.e., $\mathbf{P}(-1) = \mathbf{I}_{Lm}$. La tabla 2.1 resume el algoritmo RLS que se ha descrito.

<p>Inicialización del algoritmo</p> $\hat{\mathbf{w}}_{RLS}(-1) = \mathbf{0}_{Lm \times 1}$ $\mathbf{P}(-1) = \mathbf{I}_{Lm}$ <p>Para $i = 0, \dots, M-1$ (secuencia de entrenamiento)</p> $\mathbf{k}(i) = \frac{\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}(i)}{1 + \mathbf{x}^H(i)\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}(i)}$ $\hat{\mathbf{w}}_{RLS}(i) = \hat{\mathbf{w}}_{RLS}(i-1) + \mathbf{k}(i) [b_1^*(i) - \mathbf{x}^H(i)\hat{\mathbf{w}}_{RLS}(i-1)]$ $\mathbf{P}(i) = \mathbf{P}(i-1) - \mathbf{k}(i)\mathbf{x}^H(i)\mathbf{P}(i-1)$

Tabla 2.1: Algoritmo RLS.

2.4 Aproximaciones ciegas

Los receptores descritos hasta ahora requieren un conocimiento adecuado de los códigos recibidos, lo que implica conocer la distorsión del canal. El procedimiento convencional para implementar estos receptores es utilizar la transmisión de secuencias de entrenamiento que permitan la estimación explícita o implícita de las características del canal. La necesidad de transmitir secuencias de entrenamiento para iniciar cualquier transmisión y cada vez que un cambio en el canal hace

empeorar la probabilidad de error es un requisito que no puede ser satisfecho en todas las aplicaciones, e incluso, si es posible transmitir las, puede suponer un coste adicional que no se desee afrontar.

Para evitar estas limitaciones se han propuesto algunos criterios ciegos para la supresión de interferencias que permiten ajustar los coeficientes del filtro lineal haciendo únicamente uso de las señales observadas, i.e., que permiten extraer la información deseada sin conocimiento *a priori* del canal y sin transmitir secuencias de entrenamiento. El único conocimiento requerido es el código transmitido por el usuario de interés. Los receptores propuestos pueden agruparse en tres categorías: aproximaciones basadas en el método de mínima varianza [7, 16, 17, 32], basadas en el algoritmo *Constant Modulus* [18, 19, 33, 34] y basadas en métodos de descomposición subespacial [11, 24, 35, 36, 37].

2.4.1 Detector LCMV

Uno de los receptores ciegos más estudiados es el basado en la minimización de la varianza de la salida sujeta a restricciones lineales (LCMV) [16, 17, 32]. Este tipo de receptores fue inicialmente propuesto para técnicas de procesado con diversidad espacial [38]. El criterio consiste en imponer una restricción lineal sobre los coeficientes del filtro, \mathbf{w} , para conseguir que la señal del usuario deseado se reciba con una ganancia fija. En esas condiciones, la aplicación de un algoritmo que minimice la potencia de la salida suprimirá solamente las componentes de señal correspondientes a las señales no protegidas por la restricción y eliminará de este modo las interferencias.

Para obtener la formulación del criterio LCMV, obsérvese, en primer lugar, que la salida del receptor lineal se puede descomponer de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 y(n) &= \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) \\
 &= \mathbf{w}^H \mathbf{D} \mathbf{b}(n) + \mathbf{w}^H \mathbf{g}(n) \\
 &= \mathbf{w}^H \left(\sum_{j=1}^N \sum_{i=-(m-1)}^{m-1} \mathbf{d}_j(i) b_j(n-i) \right) + \mathbf{w}^H \mathbf{g}(n) \\
 &= \mathbf{w}^H \mathbf{d}_1(0) b_1(n) + \sum_{\substack{i=-(m-1) \\ i \neq 0}}^{m-1} \mathbf{w}^H \mathbf{d}_1(i) b_1(n-i) \\
 &\quad + \sum_{j=2}^N \sum_{i=-(m-1)}^{m-1} \mathbf{w}^H \mathbf{d}_j(i) b_j(n-i) + \mathbf{w}^H \mathbf{g}(n) \tag{2.55}
 \end{aligned}$$

donde $\mathbf{d}_i(r) = [d_i(rL), \dots, d_i((r+m)L-1)]^T$. Nótese que el primer término de (2.55) se corresponde con la componente de señal deseada mientras que el segundo y el tercer sumando representan la ISI y la MAI, respectivamente. La descomposición (2.55) sugiere que el efecto del ruido y las interferencias se puede contrarrestar

minimizando su potencia en $y(n)$. Para que este proceso de minimización no afecte a la señal deseada, se debe imponer una restricción a los coeficientes de forma que $\mathbf{w}^H \mathbf{d}_1(0) \neq 0$. En efecto, matemáticamente, el criterio LCMV se plantea mediante el siguiente problema de optimización

$$\mathbf{w}_{LCMV} = \arg \min_{\mathbf{w}} \left\{ \mathcal{J}_{LCMV}(\mathbf{w}) = E_{\mathbf{x}(n)} [|y(n)|^2] \right\} \quad \text{sujeto a } \mathbf{w}^H \mathbf{d}_1(0) = 1 \quad (2.56)$$

donde $\mathbf{d}_1(0)$ es el código recibido del usuario deseado. De esta forma la componente de señal deseada, $\mathbf{w}^H \mathbf{d}_1(0) b_1(n) = b_1(n)$ se extrae con ganancia constante 1 gracias a la restricción, independientemente del valor de \mathbf{w} .

Puesto que el receptor LCMV es la solución a un problema cuadrático sujeto a una restricción lineal, existe una solución analítica cerrada que se puede obtener de diferentes maneras. Una de ellas es empleando el método de los multiplicadores de Lagrange, que da lugar al problema de optimización equivalente sin restricción,

$$\mathbf{w}_{LCMV} = \arg \min_{\mathbf{w}} \left\{ \mathcal{J}_{\mathcal{L}}(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} + \lambda (\mathbf{w}^H \mathbf{d}_1(0) - 1) \right\} \quad (2.57)$$

donde $\mathbf{R}_x = E_{\mathbf{x}(n)} [\mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n)]$ es la función de autocorrelación de las observaciones y λ es un factor real.

Calculando el gradiente de $\mathcal{J}_{\mathcal{L}}(\mathbf{w})$ respecto a \mathbf{w} e igualando a cero se obtiene que el filtro LCMV tiene la forma

$$\mathbf{w}_{LCMV} = -\lambda \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{d}_1(0). \quad (2.58)$$

Sustituyendo (2.58) en la restricción se obtiene el valor de λ que asegura la extracción del usuario deseado, con lo que el filtro LCMV resultante viene dado por

$$\mathbf{w}_{LCMV} = \frac{1}{\mathbf{d}_1^H(0) \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{d}_1(0)} \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{d}_1(0) \quad (2.59)$$

que coincide, excepto por un factor de escala, con la solución obtenida en (2.31) para el filtro MMSE. Por tanto, ambos receptores presentan el mismo rendimiento en términos de probabilidad de error, aunque el error cuadrático en las estimaciones es diferente. El motivo es que la imposición de la restricción lineal elimina un grado de libertad en el filtro \mathbf{w} .

Esto último, se aprecia claramente cuando se emplea la estructura conocida como cancelador de lóbulos generalizado (GSC, *Generalized Sidelobe Canceller*) [39] para resolver el problema de optimización (2.56). Analíticamente, el vector de coeficientes \mathbf{w} se puede descomponer en dos componentes ortogonales de la forma

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_q - \mathbf{B} \mathbf{w}_u \quad (2.60)$$

donde \mathbf{w}_q es el vector de reposo de dimensiones $Lm \times 1$, que es constante y se elige de forma que verifique

$$\mathbf{w}_q = \frac{\mathbf{d}_1(0)}{\mathbf{d}_1^H(0) \mathbf{d}_1(0)}. \quad (2.61)$$

La matriz de bloqueo, \mathbf{B} , de tamaño $Lm \times (Lm - 1)$, también es constante y se elige para satisfacer el sistema de ecuaciones

$$\mathbf{B}^H \mathbf{w}_q = \mathbf{0}. \quad (2.62)$$

El vector sin restricciones \mathbf{w}_u representa la parte adaptativa de \mathbf{w} y tiene dimensiones $(Lm - 1) \times 1$ lo que ilustra la idea de que la incorporación de restricciones lineales reduce el número de grados de libertad disponibles en el receptor.

Aplicando el esquema GSC, se puede encontrar una expresión cerrada para el filtro \mathbf{w}_{LCMV} ,

$$\mathbf{w}_{LCMV} = \mathbf{w}_q - \mathbf{B} \mathbf{w}_u, \quad (2.63)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_u &= \arg \min_{\mathbf{w}_u} \left\{ \mathcal{J}_{LCMV}(\mathbf{w}_u) = E_{\mathbf{x}(n)} \left[|y(n)|^2 \right] \right\} \\ &= \left(\mathbf{B}^H \mathbf{R}_x \mathbf{B} \right)^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}_q. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Nótese que las implementaciones prácticas del receptor LCMV dependen de la estimación de la matriz \mathbf{R}_x con lo que cualquier error en la misma hará que la solución obtenida sea inexacta. Esto repercute en un fenómeno de cancelación de la señal deseada y una pérdida de rendimiento. En general, cualquier error o desajuste en la implementación del receptor LCMV se traduce en una tendencia a la solución trivial, $\mathbf{w}_{LCMV} = \mathbf{0}$ [22], como se comentará más adelante en esta sección.

Desafortunadamente, cuando el vector $\mathbf{d}_1(0)$ es desconocido debido a la distorsión lineal del canal, no es posible fijar la restricción tal y como se ha planteado. Para evitar esta limitación se descompone $\mathbf{d}_1(0)$ en función de los códigos transmitidos y del canal,

$$\mathbf{d}_1(0) = \mathbf{C}_1(0) \mathbf{h}_1 \quad (2.65)$$

donde

$$\mathbf{C}_1(0) = \begin{bmatrix} c_1(0) & \cdots & c_1(1 - P) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_1(Lm - 1) & \cdots & c_1(Lm - P) \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

es una matriz $Lm \times P$ y $\mathbf{h}_1 = [h_1(0), \dots, h_1(P - 1)]^T$ contiene las componentes de canal correspondientes al usuario deseado. De este modo, se puede reescribir el problema (2.56) con una restricción que sí es realizable

$$\mathbf{w}_{LCMV} = \arg \min_{\mathbf{w}} \left\{ \mathcal{J}_{LCMV}(\mathbf{w}) = E_{\mathbf{x}(n)} \left[|y(n)|^2 \right] \right\} \quad \text{sujeto a } \mathbf{w}^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d^T \quad (2.67)$$

donde $\mathbf{u}_d^T = [0 \cdots 0 \underbrace{1}_d 0 \cdots 0]$. La salida del receptor sujeta a esta restricción viene dada por

$$y(n) = h_1(d) b_1(n) + \sum_{\substack{i=-(m-1) \\ i \neq 0}}^{m-1} \mathbf{w}^H \mathbf{d}_1(i) b_1(n-i) + \sum_{j=2}^N \sum_{i=-(m-1)}^{m-1} \mathbf{w}^H \mathbf{d}_j(i) b_j(n-i) + \mathbf{w}^H \mathbf{g}(n) \quad (2.68)$$

de forma que sólo es necesario elegir el retardo adecuado, tal que $|h_1(d)| > 0$.

De nuevo el receptor LCMV resulta ser la solución de un problema cuadrático, (2.67), por lo que existe una expresión analítica para calcularlo. Utilizando multiplicadores de Lagrange la función de coste a minimizar se convierte en

$$\mathcal{J}_L(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} + \lambda^H (\mathbf{C}_1^H(0) \mathbf{w} - \mathbf{u}_d) + (\mathbf{w}^H \mathbf{C}_1(0) - \mathbf{u}_d^H) \lambda \quad (2.69)$$

donde λ es un vector de tamaño $P \times 1$. La solución a este problema viene dada por

$$\mathbf{w}_{LCMV} = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{C}_1(0) (\mathbf{C}_1^H(0) \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{C}_1(0))^{-1} \mathbf{u}_d \quad (2.70)$$

que coincide exactamente con la expresión del filtro MMSE sujeto a las mismas restricciones lineales.

También se puede resolver el problema (2.67) utilizando el GSC y definiendo

$$\mathbf{w}_{LCMV} = \mathbf{w}_q - \mathbf{B} \mathbf{w}_u \quad (2.71)$$

donde \mathbf{w}_q verifica el conjunto de restricciones lineales

$$\mathbf{w}_q^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d^T, \quad (2.72)$$

\mathbf{B} , de tamaño $Lm \times (Lm - P)$, se elige para satisfacer el sistema de ecuaciones

$$\mathbf{B}^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{0} \quad (2.73)$$

y

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_u &= \arg \min_{\mathbf{w}_u} \left\{ \mathcal{J}_{LCMV}(\mathbf{w}_u) = E_{\mathbf{x}(n)} [|y(n)|^2] \right\} \\ &= (\mathbf{B}^H \mathbf{R}_x \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}_q. \end{aligned} \quad (2.74)$$

La descomposición (2.71) asegura que el vector \mathbf{w} siempre satisface las restricciones independientemente de \mathbf{w}_u . Esto es sencillo de verificar si se sustituye (2.71) en la restricción

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^H \mathbf{d}_1(0) &= (\mathbf{w}_q - \mathbf{B} \mathbf{w}_u)^H \mathbf{C}_1(0) \mathbf{h}_1 \\ &= \mathbf{w}_q^H \mathbf{C}_1(0) \mathbf{h}_1 - \mathbf{w}_u^H \mathbf{B}^H \mathbf{C}_1(0) \mathbf{h}_1 \\ &= \mathbf{u}_d^T \mathbf{h}_1 - \mathbf{w}_u^H \mathbf{0} \mathbf{h}_1 \\ &= h_1(d). \end{aligned} \quad (2.75)$$

El principal inconveniente del receptor LCMV es su gran sensibilidad respecto a la precisión en la restricción. La forma de fijar la respuesta del receptor para el usuario de interés consiste en mantener constante la ganancia del filtro, \mathbf{w} , frente al código de ese usuario. Por lo tanto, es necesario que el receptor cuente con algún tipo de circuito de adquisición de código que le proporcione una aproximación

(habitualmente una versión desfasada del código nominal) de la firma de interés. En casos prácticos, esta firma va a diferir sensiblemente del código en el canal, especialmente si éste introduce algún tipo de distorsión que modifique los códigos como, por ejemplo, efectos no lineales no contemplados en el modelo tratado. La consecuencia de esta inexactitud en la restricción es que la ganancia del filtro frente a la firma real del usuario deseado no será constante, sino que tendrá una parte variable. El proceso de minimización de la potencia de la salida llevará entonces a cancelar la señal deseada junto con las interferencias hasta alcanzar la solución de mínima potencia.

2.4.2 Detector CM

El criterio de módulo constante (CM) proporciona un método ciego para la cancelación de interferencias que involucra estadísticos de orden superior y que ha sido ampliamente utilizado en problemas de igualación de canal. Trabajos anteriores [40] han mostrado que CM es un criterio inherentemente más robusto que LCMV. La aproximación CM es válida cuando la señal a recuperar es subgaussiana y estadísticamente independiente de la interferencia que se pretende eliminar [41]. Una señal $b(n)$ se dice que es subgaussiana cuando presenta una curtosis, o coeficiente de apuntamiento, negativo, definiéndose éste como

$$\frac{E_{b(n)}[b^4(n)]}{E_{b(n)}^2[b^2(n)]} - 3. \quad (2.76)$$

Las señales con distribución gaussiana tienen curtosis nula, mientras que las señales resultantes de las modulaciones digitales típicas tienen siempre curtosis negativa y se denominan, por ello, subgaussianas.

Analíticamente, el criterio CM para seleccionar los coeficientes del receptor lineal puede plantearse como un problema de optimización de la forma

$$\mathbf{w}_{CM} = \arg \min_{\mathbf{w}} \{ \mathcal{J}_{CM}(\mathbf{w}) = E_{\mathbf{x}(n)} [|y(n)|^p - \delta |y(n)|^q] \} \quad (2.77)$$

donde δ es el factor de módulo al que el receptor trata de ajustar la señal recibida y es habitual tomar $p = q = 2$ [18, 19, 33, 34].

El gran inconveniente de los receptores CM es el problema de captura [19]. La función de coste (2.77) da lugar a una forma no cuadrática que presenta múltiples puntos estacionarios y, en particular, varios mínimos. En consecuencia, el receptor resultante puede extraer cualquiera de las señales estadísticamente independientes con curtosis negativa que esté presente en el canal, i.e., el receptor puede extraer a cualquiera de los usuarios del sistema además de al deseado. Para paliar este problema, se ha propuesto un nuevo criterio basado en CM que toma la idea de la imposición de restricciones lineales del LCMV para evitar las limitaciones del CM convencional. Este criterio se conoce como LCCM (*Linearly Constrained Constant*

Modulus) [18, 40] y el problema de optimización asociado, utilizando las mismas restricciones lineales que en (2.67), viene dado por la expresión

$$\mathbf{w}_{LCCM} = \arg \min_{\mathbf{w}} \left\{ \mathcal{J}_{CM}(\mathbf{w}) = E_{\mathbf{x}(n)} \left[\left| |y(n)|^2 - \delta \right|^2 \right] \right\} \quad \text{sujeto a } \mathbf{w}^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d^T. \quad (2.78)$$

Mediante una demostración análoga a la presentada en [18] se puede probar que, en ausencia de ruido, el problema anterior tiene una única solución que se corresponde con la completa eliminación de las interferencias. Desafortunadamente, no es posible encontrar la expresión analítica para esta solución y se debe recurrir a un método de optimización numérica para calcularla [18].

La principal ventaja del receptor LCCM respecto al LCMV es su robustez frente a imprecisiones en la restricción. El criterio de minimización de la varianza aplica la restricción sobre los códigos conocidos para evitar la cancelación del usuario deseado y suprimir la señal perteneciente a usuarios interferentes. Sin embargo, el objetivo que se persigue en LCCM es eliminar los mínimos no deseados de la función de coste, i.e., la restricción sólo evita el problema de captura. Como consecuencia, en situaciones en las que no hay captura, la solución al problema (2.78) no depende del código del usuario deseado que se emplea en la restricción por lo que el rendimiento no se ve afectado aunque dicho código sólo se conozca de forma aproximada.

2.4.3 Técnicas subespaciales

Las técnicas de estimación ciega basadas en la descomposición subespacial de las señales recibidas han merecido una atención especial en los últimos años [42]. La idea básica en esta clase de métodos consiste en representar los parámetros a estimar mediante un vector de un subespacio unidimensional del espacio vectorial definido por los estadísticos de segundo orden de las observaciones [42]. De esta forma, la estimación del vector de parámetros resulta ser la solución de un problema cuadrático [42] que tiene una solución única, de ahí el interés que despiertan este tipo de técnicas. Sin embargo, la complejidad computacional y la necesidad de obtener estimaciones adecuadas de los estadísticos de segundo orden de las observaciones constituyen sus principales limitaciones. La estimación de los estadísticos supone, en DS CDMA, estimar la matriz $Lm \times Lm$ de autocorrelación de las observaciones, $\mathbf{R}_x = E_{\mathbf{x}(n)}[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)]$, y, como consecuencia, cuantos más usuarios hay en el sistema y mayor es la longitud de los códigos utilizados, más observaciones se necesitan para obtener una estimación adecuada de \mathbf{R}_x . Esta estimación repercute, además, en el rendimiento del algoritmo subespacial porque la estimación de los parámetros se realiza en base a la descomposición en autovalores o en valores singulares [43] de \mathbf{R}_x .

A continuación se describe el método propuesto por Wang y Poor [11] para la estimación de canales dispersivos en DS CDMA. Una vez que se ha estimado el canal, los coeficientes del detector lineal se obtienen utilizando una variedad de métodos,

entre ellos el MMSE y el de decorrelación [11]. El objetivo consiste en estimar los coeficientes del canal correspondientes a cada usuario, $\mathbf{h}_i = [h_i(0), \dots, h_i(P-1)]^T$, $i = 1, \dots, N$, utilizando los códigos transmitidos como único conocimiento. Para describir este procedimiento es necesario introducir una nueva notación a partir del modelo de señal descrito en 2.1 ya que, en este caso, se seleccionan observaciones de tamaño $La \times 1$, donde a se denomina *factor de suavizado*, en lugar de $Lm \times 1$, i.e.,

$$\mathbf{x}_a(n) = \begin{bmatrix} x(n, 0) \\ \vdots \\ x(n, L-1) \\ \vdots \\ x(n+a-1, 0) \\ \vdots \\ x(n+a-1, L-1) \end{bmatrix}. \quad (2.79)$$

El vector de observaciones $\mathbf{x}_a(n)$ se define como

$$\mathbf{x}_a(n) = \mathbf{D}_a \mathbf{b}_a(n) + \mathbf{g}_a(n) \quad (2.80)$$

donde \mathbf{D}_a es una matriz de dimensiones $La \times N(m+a-1)$ de la forma

$$\mathbf{D}_a = \begin{bmatrix} \underline{D}(m-1) & \underline{D}(m-2) & \dots & \underline{D}(0) & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{D}(m-1) & \dots & \underline{D}(1) & \underline{D}(0) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \underline{D}(m-1) & \underline{D}(m-2) & \dots & \dots & \underline{D}(0) \end{bmatrix}. \quad (2.81)$$

Los símbolos transmitidos se construyen apilando $N(m+a-1)$ símbolos, i.e.,

$$\mathbf{b}_a(n) = \begin{bmatrix} b_1(n-m+1) \\ \vdots \\ b_N(n-m+1) \\ \vdots \\ b_1(n) \\ \vdots \\ b_N(n) \\ \vdots \\ b_1(n+a-1) \\ \vdots \\ b_N(n+a-1) \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

y $\mathbf{g}_a(n) = [g(n, 0), \dots, g(n+a-1, L-1)]^T$. Finalmente, considerando el tamaño de bloque recibido, K , se definen las matrices

$$\mathbf{X}_a = [\mathbf{x}_a(0) \quad \mathbf{x}_a(1) \quad \dots \quad \mathbf{x}_a(K-a)], \quad (2.83)$$

$$\mathbf{B}_a = [\mathbf{b}_a(0) \quad \mathbf{b}_a(1) \quad \cdots \quad \mathbf{b}_a(K-a)], \quad (2.84)$$

$$\mathbf{G}_a = [\mathbf{g}_a(0) \quad \mathbf{g}_a(1) \quad \cdots \quad \mathbf{g}_a(K-a)], \quad (2.85)$$

que permiten describir la trama completa de observaciones recibidas mediante la ecuación

$$\mathbf{X}_a = \mathbf{D}_a \mathbf{B}_a + \mathbf{G}_a. \quad (2.86)$$

Suponiendo que se satisfacen las siguientes condiciones

- \mathbf{D}_a tiene rango completo por columnas, i.e.,

$$a \geq \left\lceil \frac{N(m-1)}{L-N} \right\rceil \quad (2.87)$$

- \mathbf{B}_a tiene rango completo por filas, i.e.,

$$K \geq (N+1)a - N(m-1), \quad (2.88)$$

entonces, dado que el ruido aditivo se asume blanco e independiente de las señales transmitidas, la matriz de autocorrelación de las observaciones

$$\mathbf{R}_x^a = E_{\mathbf{x}_a(n)} [\mathbf{x}_a(n) \mathbf{x}_a^H(n)] = \sigma_b^2 \mathbf{D}_a \mathbf{D}_a^H + \sigma_g^2 \mathbf{I}_{La} \quad (2.89)$$

puede descomponerse en valores singulares dando lugar a la expresión

$$\mathbf{R}_x^a = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^H \quad (2.90)$$

$$= [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_g] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_g \end{bmatrix} [\mathbf{V}_s \quad \mathbf{V}_g]^H, \quad (2.91)$$

donde \mathbf{U} y \mathbf{V} son dos bases ortogonales del espacio vectorial de las observaciones. Asimismo, \mathbf{U}_s y \mathbf{V}_s son bases ortogonales del subespacio de señal con dimensiones $La \times N(m+a-1)$ y \mathbf{U}_g y \mathbf{V}_g son bases ortogonales del subespacio de ruido con dimensiones $La \times (La - N(m+a-1))$. La matriz diagonal \mathbf{S} , de dimensiones $La \times La$, contiene los valores singulares de \mathbf{R}_x^a . $\mathbf{S}_s = \text{diag} [\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_{N(m+a-1)}]$ es la matriz diagonal con los valores singulares del subespacio de señal mientras que $\mathbf{S}_g = \text{diag} [\sigma_g^2, \cdots, \sigma_g^2]$ es la matriz diagonal con los valores singulares del subespacio de ruido.

Dado que \mathbf{U} es una matriz unitaria, se deduce que \mathbf{U}_g es una base del subespacio nulo por la izquierda del subespacio de señal, i.e.,

$$\mathbf{U}_g^H \mathbf{U}_s = \mathbf{0} \quad (2.92)$$

y, por tanto, es ortogonal a cualquier vector generado por la base \mathbf{U}_s , verificándose

$$\mathbf{U}_g^H \mathbf{D}_a = \mathbf{0}. \quad (2.93)$$

Esta última ecuación permite identificar los canales de los N usuarios utilizando la descomposición del producto $\mathbf{U}_g^H \mathbf{D}_a$

$$\mathbf{U}_g^H \mathbf{D}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_g^H(0) & \cdots & \mathbf{U}_g^H(a-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{D}(m-1) & \cdots & \mathbb{D}(0) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbb{D}(m-1) & \cdots & \mathbb{D}(0) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.94)$$

donde las matrices $\mathbf{U}_g(i)$ tienen dimensiones $L \times (La - N(m + a - 1))$. Puede demostrarse que el sistema de ecuaciones anterior es equivalente a

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_g^H(a-1) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{U}_g^H(a-2) & \mathbf{U}_g^H(a-1) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \mathbf{U}_g^H(a-2) & \ddots & \vdots \\ \mathbf{U}_g^H(0) & \vdots & \ddots & \mathbf{U}_g^H(a-1) \\ \vdots & \mathbf{U}_g^H(0) & \ddots & \mathbf{U}_g^H(a-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{U}_g^H(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{D}(0) \\ \vdots \\ \mathbb{D}(m-1) \end{bmatrix} = \mathbf{U}_g^H \mathcal{D}_a = \mathbf{0} \quad (2.95)$$

donde \mathcal{D}_a es una matriz $Lm \times N$ y \mathbf{U}_g^H tiene dimensiones $(m + a - 1)(La - N(m + a - 1)) \times Lm$. Las columnas de \mathcal{D}_a son los códigos recibidos de los N usuarios, i.e.,

$$\mathcal{D}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1(0) & \cdots & \mathbf{d}_N(0) \end{bmatrix}. \quad (2.96)$$

Una vez obtenidos los vectores de códigos recibidos para cada usuario, i.e.,

$$\mathbf{d}_i(0) = [d_i(0), \dots, d_i(Lm - 1)], \quad (2.97)$$

se puede calcular el canal correspondiente al usuario i -ésimo como el resultado del sistema de ecuaciones

$$\mathbf{d}_i(0) = \mathbf{C}_i(0) \mathbf{h}_i \quad (2.98)$$

donde

$$\mathbf{C}_i(0) = \begin{bmatrix} c_i(0) & \cdots & c_i(1-P) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_i(Lm-1) & \cdots & c_i(Lm-P) \end{bmatrix} \quad (2.99)$$

es una matriz de tamaño $Lm \times P$. Sustituyendo (2.98) en (2.95) se llega a la relación

$$\mathbf{U}_g^H \mathbf{C}_i(0) \mathbf{h}_i = \mathbf{0}, \quad i = 1, \dots, N \quad (2.100)$$

de forma que el i -ésimo canal se puede estimar como la solución no nula del problema cuadrático

$$\hat{\mathbf{h}}_i = \arg \min_{\mathbf{h}} \{ \mathbf{h}_i^H \mathbf{C}_i^H(0) \mathbf{U}_g \mathbf{U}_g^H \mathbf{C}_i(0) \mathbf{h}_i \} \quad (2.101)$$

que viene dada por el autovector asociado al menor autovalor de $\mathbf{C}_i^H(0)\mathcal{U}_g\mathcal{U}_g^H\mathbf{C}_i(0)$ [11]. Obsérvese que existe una ambigüedad de fase en la solución al problema (2.101) ya que si $\hat{\mathbf{h}}_i$ es una solución al problema con coste λ , cualquier vector de la forma $\tilde{\mathbf{h}}_i = \hat{\mathbf{h}}_i e^{-j\phi}$, con ϕ una fase arbitraria, también es una solución con el mismo coste.

Si el objetivo es, como ocurre en el problema de supresión de interferencias, extraer la señal de un único usuario de interés, es a menudo suficiente conocer el código de ese usuario, $c_1(k)$, $k = 0, \dots, L-1$, para construir la matriz \mathbf{C}_1 de tamaño $La \times P$,

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} c_1(0) & \cdots & c_1(1-P) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_1(La-1) & \cdots & c_1(La-P) \end{bmatrix}. \quad (2.102)$$

Con la estimación de $\hat{\mathbf{h}}_1$ obtenida al resolver el problema de optimización (2.101) y la matriz de autocorrelación empírica de las observaciones, $\hat{\mathbf{R}}_x^a = \frac{1}{K-a+1} \sum_{n=0}^{K-a} \mathbf{x}_a(n)\mathbf{x}_a^H(n)$, es posible aproximar, por ejemplo, el filtro de Wiener para la estimación de la secuencia de símbolos deseada, $\{b_1(n)\}$, como

$$\hat{\mathbf{w}}_W = \sigma_b^2 (\hat{\mathbf{R}}_x^a)^{-1} \mathbf{C}_1 \hat{\mathbf{h}}_1. \quad (2.103)$$

2.4.4 Implementación de las aproximaciones ciegas

A continuación se describen posibles implementaciones de los criterios ciegos. Los algoritmos resultantes servirán como elemento de referencia en el próximo capítulo para determinar el rendimiento de los nuevos detectores basados en el criterio ML.

Implementación LCMV

a) Implementación directa

Se han considerado dos implementaciones directas del detector LCMV dependiendo de si el canal es conocido o desconocido. Estas implementaciones se diferencian únicamente en las restricciones lineales utilizadas. Basándonos en la descomposición GSC, las expresiones cerradas para los detectores LCMV son

$$\hat{\mathbf{w}}_{LCMVj} = \mathbf{w}_{q,j} - \mathbf{B}_j \hat{\mathbf{w}}_u \quad j = 1, 2 \quad (2.104)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{q,1} &= \frac{\mathbf{d}_1(0)}{\mathbf{d}_1^H(0)\mathbf{d}_1(0)} & \mathbf{B}_1^H \mathbf{w}_{q,1} &= \mathbf{0} & \text{canal conocido} \\ \mathbf{w}_{q,2} \mathbf{C}_1(0) &= \mathbf{u}_d^T & \mathbf{B}_2^H \mathbf{C}_1(0) &= \mathbf{0} & \text{canal desconocido} \end{aligned} \quad (2.105)$$

y

$$\hat{\mathbf{w}}_a = (\mathbf{B}_j^H \hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{B}_j)^{-1} \mathbf{B}_j^H \hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{w}_{q,j} \quad j = 1, 2. \quad (2.106)$$

La matriz de autocorrelación empírica se calcula utilizando las observaciones disponibles, i.e., $\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)$.

b) Implementación adaptativa

Se puede obtener una implementación recursiva para el cálculo de los coeficientes del receptor LCMV utilizando el *lema de inversión* tal y como se explicó en 2.3.4. Para ello considérese la ecuación (2.106) cuando se dispone de i vectores de observaciones, que se puede escribir como

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}_a(i) &= \left(\mathbf{B}_j^H \tilde{\mathbf{R}}_x(i) \mathbf{B}_j \right)^{-1} \mathbf{B}_j^H \tilde{\mathbf{R}}_x(i) \mathbf{w}_{q,j} \\ &= \left(\mathbf{B}_j^H \sum_{n=0}^i \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) \mathbf{B}_j \right)^{-1} \mathbf{B}_j^H \sum_{n=0}^i \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) \mathbf{w}_{q,j} \\ &= \left(\sum_{n=0}^i \mathbf{x}_j(n)\mathbf{x}_j^H(n) \right)^{-1} \sum_{n=0}^i \mathbf{x}_j(n) b_{q,j}^*(n) \\ &= \Lambda^{-1}(i) \mathbf{z}(i) \quad j = 1, 2 \end{aligned} \quad (2.107)$$

donde $\mathbf{x}_j(n) = \mathbf{B}_j^H \mathbf{x}(n)$, $b_{q,j}(n) = \mathbf{w}_{q,j}^H \mathbf{x}(n)$, $\Lambda(i) = \sum_{n=0}^i \mathbf{x}_j(n)\mathbf{x}_j^H(n)$ y $\mathbf{z}(i) = \sum_{n=0}^i \mathbf{x}_j(n) b_{q,j}^*(n)$. Siguiendo un procedimiento completamente análogo al explicado en 2.3.4 y definiendo

$$\mathbf{P}(i) = \Lambda^{-1}(i) \quad (2.108)$$

$$\mathbf{k}(i) = \frac{\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}_j(i)}{1 + \mathbf{x}_j^H(i)\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}_j(i)}, \quad j = 1, 2 \quad (2.109)$$

se obtiene la siguiente expresión para el cálculo recursivo del filtro LCMV

$$\hat{\mathbf{w}}_a(i) = \hat{\mathbf{w}}_a(i-1) + \mathbf{k}(i) \left[b_{q,j}^*(i) - \mathbf{x}_j^H(i)\hat{\mathbf{w}}_a(i-1) \right] \quad j = 1, 2. \quad (2.110)$$

La inicialización del algoritmo consiste en igualar a cero la parte adaptativa del filtro, i.e., $\hat{\mathbf{w}}_a(-1) = \mathbf{0}$ y la matriz \mathbf{P} a la identidad de tamaño $Lm \times Lm$, i.e., $\mathbf{P}(-1) = \mathbf{I}_{Lm}$. La matriz \mathbf{B}_j y el vector $\mathbf{w}_{q,j}$ están determinados por la restricción considerada. La tabla 2.2 resume el algoritmo recursivo considerado para el cálculo del filtro LCMV.

Algoritmo de Wang y Poor

La tabla 2.3 resume el algoritmo de Wang y Poor que implementa la técnica subspecial descrita en 2.4.3.

2.5 Aproximaciones semiciegas

Tal y como se ha descrito en la sección 2.3, la aplicación de las técnicas convencionales [7, 31, 36] para el cálculo de los coeficientes del filtro sólo es

Inicialización del algoritmo	
canal conocido	canal desconocido
$\mathbf{w}_{q,1} = \frac{\mathbf{d}_1(0)}{\mathbf{d}_1^H(0)\mathbf{d}_1(0)}$	$\mathbf{w}_{q,2}^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d^T$
$\mathbf{B}_1^H \mathbf{w}_{q,1} = \mathbf{0}$	$\mathbf{B}_2^H \mathbf{C}_1 = \mathbf{0}$
$\hat{\mathbf{w}}_a(-1) = \mathbf{0}_{Lm \times 1}$	
$\mathbf{P}(-1) = \mathbf{I}_{Lm}$	
Para $i = 0, \dots, K - 1$ (observaciones disponibles)	
$\mathbf{x}_j(i) = \mathbf{B}_j^H \mathbf{x}(i)$	
$b_{q,j}(i) = \mathbf{w}_{q,j}^H \mathbf{x}(i)$	
$\mathbf{k}(i) = \frac{\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}_j(i)}{1 + \mathbf{x}_j^H(i)\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}_j(i)}$	
$\hat{\mathbf{w}}_a(i) = \hat{\mathbf{w}}_a(i-1) + \mathbf{k}(i) [b_{q,j}^*(i) - \mathbf{x}_j^H(i)\hat{\mathbf{w}}_a(i-1)]$	
$\mathbf{P}(i) = \mathbf{P}(i-1) - \mathbf{k}(i)\mathbf{x}_j^H(i)\mathbf{P}(i-1)$	

Tabla 2.2: Algoritmo LCMV adaptativo.

$\hat{\mathbf{R}}_x^a = \frac{1}{K-a+1} \sum_{n=0}^{K-a} \mathbf{x}_a(n)\mathbf{x}_a^H(n)$
Descomposición en valores singulares:
$\hat{\mathbf{R}}_x^a = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^H = [\mathbf{U}_s \quad \mathbf{U}_g] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_g \end{bmatrix} [\mathbf{V}_s \quad \mathbf{V}_g]^H$
Obtener la base ortogonal del subespacio de ruido $\rightarrow \mathbf{U}_g$.
Construir la matriz \mathcal{U}_g a partir de \mathbf{U}_g
$\mathbf{F} = \mathbf{C}_1^H(0)\mathcal{U}_g\mathcal{U}_g^H\mathbf{C}_1(0)$
$\hat{\mathbf{h}}_1$ es el autovector asociado al menor autovalor de \mathbf{F}
$\mathbf{w}_W = (\mathbf{R}_x^a)^{-1} \mathbf{C}_1 \hat{\mathbf{h}}_1 \rightarrow$ filtrado de Wiener

Tabla 2.3: Algoritmo de Wang y Poor.

posible cuando se conoce un número suficiente de símbolos *a priori*, i.e., cuando se emplean secuencias de entrenamiento suficientemente largas. Sin embargo, la transmisión de estas secuencias no siempre es posible y deseable y, en consecuencia, se han investigado métodos ciegos [42, 44] basados únicamente en conocimientos estadísticos y estructurales de la señal recibida. No obstante, las técnicas ciegas presentan limitaciones como la convergencia a soluciones no deseadas debido a la elección de las condiciones iniciales [25, 26], la necesidad de procesar una gran cantidad de observaciones para alcanzar resultados adecuados [33, 45] y la excesiva degradación del rendimiento para valores bajos de SNR [46]. Las técnicas semiciegas se han estudiado con el propósito de evitar estos inconvenientes y se basan en la combinación de criterios estadísticos/estructurales con la transmisión de secuencias cortas de entrenamiento². La mayoría de los algoritmos dirigidos por decisión (DD, *Decision Directed*) pueden clasificarse como semiciegos siempre y cuando la secuencia de entrenamiento se utilice para obtener las estimaciones iniciales [25, 26]. Muchos métodos subespaciales ciegos se plantean como la solución, por mínimos cuadrados, de un sistema de ecuaciones lineales. En este caso, es inmediato diseñar técnicas semiciegas añadiendo las ecuaciones del sistema lineal, posiblemente indeterminado, que se obtiene a partir de la secuencia de entrenamiento [27, 28]. Por último, se han propuesto combinaciones heurísticas de un criterio supervisado, típicamente el LS, y uno ciego, como el CM [29, 30]. En esta sección se describen métodos clásicos dirigidos por decisión que pueden considerarse como técnicas semiciegas y métodos semiciegos basados en criterios estadísticos.

2.5.1 Métodos dirigidos por decisión

Se pueden adaptar las técnicas convencionales (sección 2.3) para conseguir métodos semiciegos que aprovechen, de alguna manera, cierta información sobre los símbolos desconocidos [25, 26]. Para ello, se utiliza una estimación inicial de los coeficientes del receptor, calculada mediante un método convencional (sección 2.3), i.e., usando únicamente la secuencia de entrenamiento, y se obtienen estimaciones de los símbolos desconocidos. Utilizando estas estimaciones se puede volver a aplicar el método clásico para recalcular los coeficientes del filtro. El nuevo receptor dirigido por decisión mejorará en rendimiento al método convencional, que sólo utiliza los símbolos conocidos *a priori*, cuando la secuencia de entrenamiento sea lo suficientemente larga para garantizar que las estimaciones iniciales de los símbolos desconocidos sean, a su vez, suficientemente fiables, pues se está utilizando una mayor cantidad de información. Sin embargo, si la longitud de la secuencia de entrenamiento no es suficiente, las estimaciones de los símbolos desconocidos no contribuirán a mejorar el filtrado y se puede producir una situación de propagación de errores que redunde en un rendimiento peor que el del esquema original

²Secuencias cortas en el sentido de que no son suficientes para un método supervisado clásico

supervisado.

En la sección 2.5.3 se describen dos posibles implementaciones de receptores de este tipo.

2.5.2 Métodos basados en criterios estadísticos

Este tipo de técnicas combinan criterios supervisados y criterios ciegos [29, 30, 47]. De esta forma, para el conjunto de símbolos conocidos *a priori* se elige un método clásico, que habitualmente es el LS (ver sección 2.3) [29, 30, 47], mientras que para los símbolos desconocidos se selecciona un criterio ciego (ver sección 2.4) como por ejemplo el método CM [29] o una técnica subespacial [47]. Este planteamiento *ad hoc* de la detección semiciega es diferente del que se propone en el siguiente capítulo, donde la aproximación semiciega se obtiene directamente como un caso particular del criterio general presentado, al considerar la existencia de una secuencia de entrenamiento.

Para ilustrar la idea de estos métodos se describe, a continuación, el método propuesto por Kuzminskiy en [29] donde la selección de los coeficientes del filtro se realiza minimizando una función de coste compuesta por el estimador LS regularizado por la función CM. El problema de optimización viene dado por la expresión

$$\mathbf{w}_{LS-CM} = \arg \min_{\mathbf{w}} \{ \mathcal{J}_{LS-CM}(\mathbf{w}) \} \quad (2.111)$$

donde

$$\mathcal{J}_{LS-CM}(\mathbf{w}) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} |y(n) - b_1(n)|^2 + \rho \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} ||y(n)|^2 - 1|^2 \quad (2.112)$$

y ρ es un coeficiente de regularización cuya selección se discute en [29, 30]. Se observa claramente que el primer sumando en la función de coste se corresponde con el método LS, mientras que el segundo sumando viene dado por el método CM. La forma no cuadrática debida a la parte ciega impide obtener una solución cerrada de (2.111). En la sección 2.5.3 se propone un algoritmo de gradiente iterativo para resolver (2.111).

2.5.3 Implementación de las aproximaciones semiciegas

En esta sección se describen un algoritmo iterativo dirigido por decisión basado en la solución LS descrita en la sección 2.3.4, un método adaptativo dirigido por decisión que se basa en el algoritmo RLS, descrito también en 2.3.4, y un algoritmo de gradiente iterativo para resolver numéricamente el problema de optimización (2.111), que combina los criterios LS y CM.

Algoritmo DD LS

Un método iterativo dirigido por decisión utilizando la solución LS (2.39) puede obtenerse a partir de

$$\hat{\mathbf{w}}_{DDLS}(i+1) = \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \hat{\mathbf{p}}_{i+1} \quad (2.113)$$

donde $\hat{\mathbf{R}}_x^{-1} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)$ es la función de autocorrelación empírica de las observaciones y el vector $\hat{\mathbf{p}}_{i+1}$ se calcula utilizando las estimaciones actuales de los símbolos transmitidos, i.e.,

$$\hat{\mathbf{p}}_{i+1} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)d_i^*(n) \quad (2.114)$$

donde

$$d_i(n) = \begin{cases} b_1(n) & n = 0, \dots, M-1 \\ \text{umbral} \left(y_i(n) = \hat{\mathbf{w}}_{DDLS}^H(i)\mathbf{x}(n) \right) & n = M, \dots, K-1 \end{cases} \quad (2.115)$$

La inicialización de este algoritmo se realiza utilizando únicamente la secuencia de entrenamiento para calcular la matriz anterior. La parada del algoritmo se alcanza cuando la norma cuadrática del vector diferencia entre las actualizaciones i -ésima e $(i+1)$ -ésima del filtro sea menor que un determinado valor de umbral. La tabla 2.4 resume el algoritmo DD LS iterativo considerado.

Nótese que el algoritmo propuesto puede entenderse también como una implementación semiciega iterativa práctica de la solución MMSE descrita en 2.3.2.

Algoritmo DD RLS

El algoritmo RLS propuesto en la sección 2.3.4 puede adaptarse como un método dirigido por decisión si una vez que termina la secuencia de entrenamiento, i.e., $i = M$, se utiliza la última actualización del filtro receptor para calcular una estimación del siguiente símbolo (que ya es desconocido). Con esa estimación se vuelve a actualizar el filtro y se continúa sucesivamente hasta completar toda la trama de observaciones disponibles. La inicialización del filtro se realiza igualándolo a un vector de $Lm \times 1$ ceros. La tabla 2.5 resume el algoritmo considerado.

Algoritmo LS-CM

Un algoritmo de gradiente iterativo para el problema de optimización (2.111) viene dado por

$$\hat{\mathbf{w}}_{LS-CM}(i+1) = \hat{\mathbf{w}}_{LS-CM}(i) - \mu \nabla_{\mathbf{w}} \mathcal{J}_{LS-CM}(\hat{\mathbf{w}}_{LS-CM}(i)) \quad (2.116)$$

donde μ es el parámetro de avance del algoritmo y

<p>Inicialización del algoritmo</p> $\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)$ $\hat{\mathbf{p}}_0 = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \mathbf{x}(n)b_1^*(n)$ $\hat{\mathbf{w}}_{DDLS}(0) = \hat{\mathbf{R}}_x^{-1}\hat{\mathbf{p}}_0$ <p>Para $i = 0, 1, \dots$</p> <p>Para $n = 0, \dots, M - 1$ $\left\{ \begin{array}{l} d_i(n) = b_1(n) \end{array} \right.$</p> <p>Para $n = M, \dots, K - 1$ $\left\{ \begin{array}{l} y_i(n) = \hat{\mathbf{w}}_{DDLS}^H(i)\mathbf{x}(n) \\ d_i(n) = \text{umbral}(y_i(n)) \end{array} \right.$</p> $\hat{\mathbf{p}}_{i+1} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)d_i^*(n)$ $\hat{\mathbf{w}}_{DDLS}(i+1) = \hat{\mathbf{R}}_x^{-1}\hat{\mathbf{p}}_{i+1}$
--

Tabla 2.4: Algoritmo DD LS.

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{w}} \mathcal{J}_{LS-CM}(\hat{\mathbf{w}}_{LS-CM}(i)) &= \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \mathbf{x}(n) (y_i^*(n) - b_1^*(n)) \\ &+ \rho \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} 2 (|y_i(n)|^2 - 1) \mathbf{x}(n) y_i^*(n) \quad (2.117) \end{aligned}$$

es la expresión del gradiente respecto a \mathbf{w} para la función de coste (2.112). La inicialización del algoritmo se realiza igualando el filtro al valor que se obtiene utilizando únicamente la secuencia de entrenamiento, i.e., $\hat{\mathbf{w}}_{LS-CM}(0) = \hat{\mathbf{w}}_{LS}$. La parada del algoritmo se alcanza cuando la norma cuadrática del vector diferencia entre las actualizaciones i -ésima e $(i + 1)$ -ésima del filtro sea menor que un determinado valor de umbral. La tabla 2.6 resume el algoritmo descrito.

2.6 Conclusiones

En este capítulo se ha presentado el modelo matemático de señal que describe el sistema de transmisión DS CDMA asíncrono con canales dispersivos que se va a utilizar a lo largo de la tesis. A continuación, se ha realizado una revisión de las principales aproximaciones al problema de la cancelación lineal de interferencias utilizando este modelo.

Inicialización del algoritmo

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{w}}_{DDRLS}(-1) &= \mathbf{0}_{Lm \times 1} \\ \mathbf{P}(-1) &= \mathbf{I}_{Lm}\end{aligned}$$

Para $i = 0, \dots, M - 1$ (secuencia de entrenamiento)

$$\mathbf{k}(i) = \frac{\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}(i)}{1 + \mathbf{x}^H(i)\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}(i)}$$

$$\hat{\mathbf{w}}_{DDRLS}(i) = \hat{\mathbf{w}}_{DDRLS}(i-1) + \mathbf{k}(i) \left[b_1^*(i) - \mathbf{x}^H(i)\hat{\mathbf{w}}_{DDRLS}(i-1) \right]$$

$$\mathbf{P}(i) = \mathbf{P}(i-1) - \mathbf{k}(i)\mathbf{x}^H(i)\mathbf{P}(i-1)$$

Para $i = M, \dots, K - 1$ (símbolos desconocidos *a priori*)

$$\begin{aligned}y(i) &= \hat{\mathbf{w}}_{DDRLS}^H(i-1)\mathbf{x}(i) \\ \hat{b}_1(i) &= \text{umbral}(y(i))\end{aligned}$$

$$\mathbf{k}(i) = \frac{\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}(i)}{1 + \mathbf{x}^H(i)\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}(i)}$$

$$\hat{\mathbf{w}}_{DDRLS}(i) = \hat{\mathbf{w}}_{DDRLS}(i-1) + \mathbf{k}(i) \left[\hat{b}_1^*(i) - \mathbf{x}^H(i)\hat{\mathbf{w}}_{DDRLS}(i-1) \right]$$

$$\mathbf{P}(i) = \mathbf{P}(i-1) - \mathbf{k}(i)\mathbf{x}^H(i)\mathbf{P}(i-1)$$

Tabla 2.5: Algoritmo DD RLS.

Inicialización del algoritmo

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{w}}_{LS-CM}(0) &= \hat{\mathbf{w}}_{LS} \\ \mu &\ll 1\end{aligned}$$

Para $i = 0, 1, \dots$

$$\text{Para } n = 0, \dots, K - 1 \rightarrow y_i(n) = \hat{\mathbf{w}}_{LS-CM}^H(i)\mathbf{x}(n)$$

$$\begin{aligned}\nabla_{\mathbf{w}} \mathcal{J}_{LS-CM}(\hat{\mathbf{w}}_{LS-CM}(i)) &= \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \mathbf{x}(n) (y_i^*(n) - b_1^*(n)) \\ &\quad + \rho \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} 2 (|y_i(n)|^2 - 1) \mathbf{x}(n) y_i^*(n)\end{aligned}$$

$$\hat{\mathbf{w}}_{LS-CM}(i+1) = \hat{\mathbf{w}}_{LS-CM}(i) - \mu \nabla_{\mathbf{w}} \mathcal{J}_{LS-CM}(\hat{\mathbf{w}}_{LS-CM}(i))$$

Tabla 2.6: Algoritmo LS-CM.

Los métodos lineales convencionales (decorrelador, MMSE y LS) presentan como mayor atractivo el compromiso que alcanzan entre rendimiento y complejidad. Sin embargo, para su adecuado funcionamiento, requieren la transmisión de largas secuencias de entrenamiento lo que puede resultar inaceptable o indeseable en determinadas aplicaciones al reducir la capacidad del sistema.

Los métodos ciegos utilizan únicamente la información estadística para el cálculo de los coeficientes del receptor. Estos receptores no asumen ningún tipo de conocimiento sobre los símbolos transmitidos, exceptuando el código transmitido por el usuario de interés, por lo que presentan un mayor aprovechamiento del ancho de banda disponible y un diseño más flexible. Se han considerado tres tipos de receptores ciegos:

- Los métodos basados en el criterio de mínima varianza. Estas técnicas resultan muy sensibles a las imprecisiones que se puedan producir en el conocimiento del código del usuario de interés ya que se basan en la imposición de restricciones lineales para proteger la señal deseada. Además, presentan problemas de convergencia muy lenta cuando se implementan mediante algoritmos adaptativos.
- Los métodos de módulo constante que presentan una mayor robustez ante problemas en la adquisición del código pero también adolecen de problemas de convergencia lenta, ya que necesitan una gran cantidad de observaciones para su correcto funcionamiento.
- Las técnicas subespaciales que mejoran en términos de convergencia respecto a los criterios anteriores pero presentan una complejidad computacional elevada y un mal comportamiento para valores de SNR bajos.

Por último, se han considerado técnicas semiciegas que emplean tanto secuencias de entrenamiento como la información estadística de los símbolos desconocidos. Dentro de los métodos semiciegos se han examinado los métodos dirigidos por decisión, que utilizan los símbolos de la secuencia de entrenamiento para obtener una inicialización del algoritmo, y los métodos basados en criterios estadísticos, que combinan un criterio clásico, habitualmente el LS, para los símbolos conocidos y un criterio ciego para los símbolos desconocidos.

Capítulo 3

Supresión de interferencias en DS CDMA mediante filtrado lineal basado en el principio ML

En este capítulo se presenta una nueva aproximación al problema de la supresión lineal de interferencias en CDMA basada en el principio ML. El método consiste en la estimación de los coeficientes de un filtro lineal que cancela tanto la MAI como la ISI en canales multitrayecto con dispersión temporal, utilizando la información estadística de la señal del usuario deseado y teniendo en cuenta el ruido en el canal. Para ello se supone que existe el filtro óptimo en el sentido de que elimina por completo la MAI y la ISI. La justificación de esta hipótesis y, por consiguiente, la validez teórica del método se analizan al final del capítulo. Partiendo de esa suposición inicial las observaciones recibidas se combinan linealmente para obtener unas estimaciones blandas que resultan ser la suma de dos variables aleatorias. Una de ellas representa el símbolo transmitido por el usuario deseado y la otra corresponde a un término de ruido. Es sencillo calcular la f.d.p. de estas estimaciones que claramente depende de los coeficientes del filtro lineal del receptor. En consecuencia, se plantea el estimador ML de los coeficientes del filtro como un problema de optimización consistente en maximizar el valor de la f.d.p. de una trama de estimaciones blandas de los símbolos transmitidos por el usuario deseado respecto a esos coeficientes. Dado que el receptor lineal propuesto utiliza la caracterización estadística de las señales recibidas portadoras de información, y ésta es la misma tanto para el usuario deseado como para los interferentes, el receptor puede capturar una interferencia en lugar del usuario de interés. Para evitar esta limitación se proponen dos aproximaciones:

- Aproximación semiciega: Supone que parte de los símbolos transmitidos son conocidos *a priori* y combina este conocimiento con la información estadística de los símbolos desconocidos. Esta suposición es realista pues, en la práctica, los sistemas de comunicación de tercera generación transmiten

tramas de datos construidas de acuerdo a protocolos que típicamente incluyen bits de sincronización y secuencias de entrenamiento conocidas con distintos propósitos. Es interesante destacar que, dado que el receptor propuesto utiliza conjuntamente las secuencias de entrenamiento y las propiedades estadísticas de los símbolos desconocidos, el rendimiento obtenido es mejor que el conseguido por los detectores lineales convencionales que se basan exclusivamente en las secuencias de entrenamiento, y que el alcanzado por los receptores lineales ciegos que ignoran los símbolos conocidos en las tramas de datos.

- Aproximación ciega: Resuelve el problema de la captura imponiendo una restricción lineal adecuada sobre los coeficientes del receptor de forma que se garantiza que el detector resultante extrae los símbolos del usuario deseado. Además, para aprovechar la diversidad inherente a los canales multitrayecto, se presenta un receptor *rake* ciego que opera en dos etapas. Primero, se obtienen estimaciones del símbolo transmitido por el usuario deseado en cada camino de propagación utilizando un banco de receptores construidos, cada uno de ellos, con la restricción lineal apropiada. Después, estas estimaciones se combinan adecuadamente para incrementar la SINR.

En ambos casos, el problema de optimización resultante no se puede resolver de forma analítica y, por tanto, es necesario utilizar algún método numérico que permita obtener las estimaciones de los parámetros. En este trabajo se propone utilizar el algoritmo EM [48] que proporciona un procedimiento iterativo para llevar a cabo la estimación ML cuando la f.d.p. no puede maximizarse de forma directa. Se trata de un método iterativo que transforma el problema de maximizar la verosimilitud en una secuencia de problemas más sencillos que sí que tienen solución analítica. En el caso de la aproximación ciega es necesario un paso previo que transforme el problema restringido en otro equivalente sin restricción para lo cual se utiliza el cancelador de lóbulos generalizado (GSC). Los resultados obtenidos se describen detalladamente y se ilustran con simulaciones por ordenador para el modelo de señal asíncrono con canales dispersivos presentado en el capítulo 2.

El resto de este capítulo se organiza de la siguiente forma. En la sección 3.1 se plantea el problema de la estimación ML de los coeficientes del receptor multiusuario lineal y se describe el problema de captura. Las soluciones a este problema dan lugar a las secciones 3.2 y 3.3. En cada una de ellas se particulariza el criterio ML para las soluciones semiciega y ciega, respectivamente; se derivan las implementaciones propuestas y se muestran los resultados de las simulaciones por ordenador que ilustran su rendimiento. Finalmente, en la sección 3.4 se discute la justificación del método ML propuesto y la sección 3.5 está dedicada a las conclusiones.

3.1 Criterio de estimación de los parámetros del receptor

En esta sección se presenta una nueva aproximación estadística para seleccionar los coeficientes del receptor lineal que proporciona estimaciones de los símbolos del usuario deseado libres de MAI y de ISI. El criterio de selección se basa en el hecho de que, cuando la MAI y la ISI se suprimen totalmente, la estimación blanda del símbolo, $y(n)$, está formada por la suma de dos variables aleatorias: el símbolo del usuario deseado, $b_1(n)$, y un término de ruido aditivo gaussiano, $g_f(n)$. Si se define \mathbf{w}_* como el valor óptimo de los coeficientes del filtro que eliminan la MAI y la ISI, entonces la estimación blanda, $y(n)$, viene dada por la expresión

$$y(n) = \mathbf{w}_*^H \mathbf{x}(n) = A_1 b_1(n) + g_f(n) \quad (3.1)$$

donde $b_1(n)$ es el símbolo del usuario deseado, A_1 es un factor complejo, posiblemente desconocido, que depende tanto del vector de canal, $\mathbf{h}_1 = [h_1(0), \dots, h_1(P-1)]^T$, como del filtro, \mathbf{w}_* , y g_f es una variable aleatoria compleja gaussiana con media cero y varianza $\sigma_f^2 = \sigma_g^2 \mathbf{w}_*^H \mathbf{w}_*$. Por simplicidad en la derivación del criterio se considera que la varianza de ruido, σ_f^2 , es constante. No obstante, en las secciones siguientes se propone una regla de actualización sencilla para σ_f^2 .

En el apéndice A se demuestra que la f.d.p. de $y(n)$ es

$$f_{y;\Theta}(y(n)) = f_{A_1 b_1 + g_f}(y(n)) = \frac{1}{\pi \sigma_f^2} E_b \left[e^{-\frac{|y(n) - A_1 b_1|^2}{\sigma_f^2}} \right] \quad (3.2)$$

donde $\Theta = [\mathbf{w}_*, A_1]$ es el conjunto de parámetros a estimar y $E_b[\cdot]$ denota la esperanza estadística respecto al símbolo transmitido por el usuario deseado. En comunicaciones digitales los símbolos transmitidos se modelan generalmente como variables aleatorias discretas i.i.d. con f.d.p. conocida y alfabeto finito. Por tanto, la esperanza estadística en (3.2) se reduce a una simple suma.

Cuando el canal no introduce ISI ($m = 1$), las estimaciones obtenidas con el filtro óptimo, \mathbf{w}_* , son variables aleatorias i.i.d., de acuerdo a la hipótesis (3.1), porque el proceso de ruido filtrado, $\{g_f(n)\}_{n=0,1,\dots}$, es blanco. En este caso, cuando se manejan bloques de K vectores de observaciones, la f.d.p. conjunta de la trama resultante de estimaciones, $\mathbf{y} = [y(0), \dots, y(K-1)]^T$, es

$$f_{\mathbf{y};\Theta}(\mathbf{y}) = \prod_{n=0}^{K-1} f_{y;\Theta}(y(n)) = \left(\frac{1}{\pi \sigma_f^2} \right)^K \prod_{n=0}^{K-1} E_b \left[e^{-\frac{|y(n) - A_1 b_1|^2}{\sigma_f^2}} \right]. \quad (3.3)$$

Es importante hacer notar que, en general, cuando existe ISI ($m > 1$), el proceso $\{g_f(n)\}_{n=0,1,\dots,K-1}$ no es blanco salvo que \mathbf{w}_* verifique las condiciones que se especifican en el apéndice B. Por lo tanto, existe dependencia estadística entre las estimaciones, $y(0), \dots, y(K-1)$, y la función $f_{y;\Theta}(y(n))$ no representa exactamente

la f.d.p. conjunta. No obstante, es una práctica común y habitualmente válida [49] aproximar la f.d.p. conjunta por el producto de las marginales cuando la anterior es difícil de evaluar. En este caso concreto, la dependencia estadística entre estimaciones se debe al término de ruido, $g_f(n)$, por lo que el modelo (3.3) se ajusta tanto más a la realidad según crece la SNR, como muestran las simulaciones presentadas en este capítulo.

Nótese que la f.d.p. de \mathbf{y} dada por la ecuación (3.3) depende de los parámetros desconocidos \mathbf{w}_* y A_1 . Utilizando (3.3), la estimación ML de estos parámetros viene dada por

$$\hat{\Theta} = \arg \max_{\Theta} \{\mathcal{L}(\Theta)\} \quad (3.4)$$

donde $\hat{\Theta} = [\hat{\mathbf{w}}, \hat{A}_1]$ y

$$\mathcal{L}(\Theta) = \log \left(\prod_{n=0}^{K-1} E_b \left[e^{-\frac{|y(n) - A_1 b|^2}{\sigma_f^2}} \right] \right) = \sum_{n=0}^{K-1} \log \left(E_b \left[e^{-\frac{|y(n) - A_1 b|^2}{\sigma_f^2}} \right] \right) \quad (3.5)$$

es la verosimilitud logarítmica de Θ respecto al bloque de estimaciones, $\mathbf{y} = [y(0), \dots, y(K-1)]^T$. La expresión de la verosimilitud logarítmica, $\mathcal{L}(\Theta)$, implica promediar sobre la f.d.p. de los símbolos transmitidos desconocidos. Por consiguiente, la aproximación propuesta se puede clasificar dentro de la familia de los métodos ML estocásticos [42]. No obstante, esta clasificación sólo se aplica al cálculo de los coeficientes del receptor, dado que el receptor en sí es lineal y, en consecuencia, subóptimo en términos de probabilidad de error de bit (BER, *Bit Error Rate*). Como contrapartida, presenta una complejidad computacional muy reducida cuando se compara con la detección ML de los símbolos transmitidos.

Desafortunadamente, la verosimilitud logarítmica, $\mathcal{L}(\Theta)$, es una función no cuadrática que presenta varios máximos locales. En particular, las soluciones del problema (3.4) garantizan que las estimaciones blandas, $y(n)$, tienen una f.d.p. próxima a $f_{A_1 b + g_f}(\cdot)$. Sin embargo, esto no es suficiente para asegurar que se extrae el usuario deseado. Dado que en CDMA todos los usuarios transmiten símbolos con el mismo formato de modulación, la f.d.p. de la i -ésima interferencia en el receptor es $f_{A_i b + g_f}(\cdot)$ que únicamente se diferencia de la f.d.p. objetivo, $f_{A_1 b + g_f}(\cdot)$, en la amplitud compleja desconocida $A_1 \neq A_i$. Por tanto, la solución al problema de optimización (3.4) puede llevar a la *captura* de una interferencia.

3.2 Supresión semiciega de interferencias

En esta sección se presenta una técnica semiciega para resolver el problema de captura introducido en la sección anterior. Esta aproximación utiliza simultáneamente la información conocida *a priori*, en forma de símbolos conocidos por el receptor, y los estadísticos de los símbolos desconocidos. Para implementar el receptor se proponen un algoritmo iterativo de tipo bloque basado en el algoritmo

EM y una implementación adaptativa, computacionalmente eficiente, obtenida a partir de la anterior utilizando el *lema de inversión* [31]. El funcionamiento y rendimiento de ambas implementaciones se muestra mediante experimentos de simulación en el ordenador.

3.2.1 Particularización del criterio

Una primera posibilidad para evitar el problema de captura que se plantea al resolver (3.4) consiste en aprovechar la transmisión de una secuencia de entrenamiento corta de $M < K$ símbolos que es conocida *a priori* por el receptor. Estas secuencias se emplean típicamente en los sistemas de comunicaciones móviles estandarizados con diferentes propósitos. Sin pérdida de generalidad se supone que la secuencia de entrenamiento se sitúa al comienzo de cada trama, i.e., $\mathbf{b}_t = [b_1(0), \dots, b_1(M-1)]^T$. Condicionando las esperanzas en (3.4) respecto a los símbolos conocidos, \mathbf{b}_t , se obtiene un receptor *semiciego* con los coeficientes del filtro calculados como la solución a

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}} &= \arg \max_{\mathbf{w}_*} \left\{ \mathcal{L}(\mathbf{w}_*) |_{\mathbf{b}_t} = \sum_{n=0}^{K-1} \log \left(E_{b_1(n)|\mathbf{b}_t} \left[e^{-\frac{|y(n)-b_1(n)|^2}{\sigma_f^2}} \right] \right) \right\} \\ &= \arg \min_{\mathbf{w}_*} \left\{ \sum_{n=0}^{M-1} |y(n) - b_1(n)|^2 - \sum_{n=M}^{K-1} \log \left(E_b \left[e^{-\frac{|y(n)-b|^2}{\sigma_f^2}} \right] \right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Nótese que en el problema de optimización resultante (3.6) no es necesario estimar el factor de re-escalado A_1 . En este caso, los símbolos de la secuencia de entrenamiento imponen una amplitud unidad y una fase 0 para los símbolos del usuario deseado, i.e., $A_1 = 1$.

Las simulaciones que se presentan en la subsección 3.2.4 muestran que secuencias de entrenamiento relativamente cortas evitan el problema de captura. La razón reside en que el primer término de (3.6) tiene una forma puramente cuadrática con un único máximo que se corresponde con la extracción aproximada del usuario deseado. Dado que $\hat{\mathbf{w}}$ se elige utilizando el principio ML, toda la información estadística disponible se emplea para obtener los coeficientes del filtro y, por tanto, el receptor ML lineal semiciego mejora el rendimiento de los detectores MMSE lineales convencionales [7, 15] que sólo utilizan la secuencia de entrenamiento \mathbf{b}_t .

Es interesante destacar que la formulación semiciega del receptor lineal en (3.6) es un caso particular del criterio ML más general obtenido en (3.4) (que es un criterio completamente ciego). Por el contrario, la mayoría de los receptores propuestos hasta ahora en la literatura [29, 30, 47] constituyen aproximaciones *ad hoc* que combinan dos criterios diferentes, uno para la secuencia de entrenamiento (habitualmente el LS) y otro para los símbolos desconocidos.

3.2.2 Implementación iterativa modo bloque

Desafortunadamente, no es posible encontrar una solución cerrada al problema (3.6). Un método de optimización numérica especialmente adecuado a este tipo de problemas es el algoritmo EM [48]. El algoritmo EM asume la existencia de un conjunto de datos no observados que, si se conociesen, simplificarían notablemente el problema de estimación. Consiste en la iteración de dos pasos:

1. Paso E: Los *datos incompletos* (observados) y la estimación actual de los parámetros se utilizan para calcular un conjunto de estadísticos suficientes de los *datos completos*. Los datos completos resultan de la unión de las observaciones y un conjunto de *datos no observados*.
2. Paso M: A partir de los estadísticos suficientes previamente calculados se actualiza la estimación de los parámetros.

Se verifica que la secuencia de estimaciones así obtenida presenta la propiedad de ser monótonamente no decreciente en verosimilitud [48].

En el problema (3.6), los datos incompletos son las estimaciones de los símbolos transmitidos, $y(n)$, $n = 0, \dots, K - 1$, los datos no observados son los símbolos transmitidos por el usuario deseado, $b_1(n)$, $n = M, \dots, K - 1$, y los datos completos son los *vectores extendidos* $\mathbf{y}_e(n) = [y(n) \ b_1(n)]^T$, $n = 0, \dots, K - 1$ que se pueden agrupar en una matriz de datos completos $\mathbf{Y}_e = [\mathbf{y}_e(0), \dots, \mathbf{y}_e(K - 1)]$. La f.d.p. de \mathbf{Y}_e , $f_{\mathbf{Y}_e; \mathbf{w}_*}(\cdot)$, puede descomponerse como

$$f_{\mathbf{Y}_e; \mathbf{w}_*}(\mathbf{Y}_e) = f_{\mathbf{Y}_e | \mathbf{y}; \mathbf{w}_*}(\mathbf{Y}_e) f_{\mathbf{y}; \mathbf{w}_*}(\mathbf{y}). \quad (3.7)$$

Aplicando logaritmos y esperanzas condicionadas a ambos lados de (3.7) se obtiene la relación

$$E_{\mathbf{Y}_e | \mathbf{y}; \mathbf{b}_t; \hat{\mathbf{w}}(i)} [\log (f_{\mathbf{y}; \mathbf{w}_*}(\mathbf{y}))] = E_{\mathbf{Y}_e | \mathbf{y}; \mathbf{b}_t; \hat{\mathbf{w}}(i)} \left[\log (f_{\mathbf{Y}_e; \mathbf{w}_*}(\mathbf{Y}_e)) - \log (f_{\mathbf{Y}_e | \mathbf{y}; \mathbf{w}_*}(\mathbf{Y}_e)) \right] \quad (3.8)$$

donde $\mathbf{Y}_e | \mathbf{y}, \mathbf{b}_t$ denota condicionamiento de los datos completos respecto a los datos observados y a la secuencia de entrenamiento. Es fácil observar que

$$E_{\mathbf{Y}_e | \mathbf{y}; \mathbf{b}_t; \hat{\mathbf{w}}(i)} [\log (f_{\mathbf{y}; \mathbf{w}_*}(\mathbf{y}))] = \log (f_{\mathbf{y}; \mathbf{w}_*}(\mathbf{y})). \quad (3.9)$$

Definiendo

$$\mathcal{U}(\mathbf{w}_*, \hat{\mathbf{w}}(i)) = E_{\mathbf{Y}_e | \mathbf{y}; \mathbf{b}_t; \hat{\mathbf{w}}(i)} [\log (f_{\mathbf{Y}_e; \mathbf{w}_*}(\mathbf{Y}_e))] \quad (3.10)$$

$$\mathcal{V}(\mathbf{w}_*, \hat{\mathbf{w}}(i)) = E_{\mathbf{Y}_e | \mathbf{y}; \mathbf{b}_t; \hat{\mathbf{w}}(i)} \left[\log (f_{\mathbf{Y}_e | \mathbf{y}; \mathbf{w}_*}(\mathbf{Y}_e)) \right] \quad (3.11)$$

y sustituyendo (3.9), (3.10) y (3.11) en (3.8) se obtiene la relación

$$\log (f_{\mathbf{y}; \mathbf{w}_*}(\mathbf{y})) = \mathcal{U}(\mathbf{w}_*, \hat{\mathbf{w}}(i)) - \mathcal{V}(\mathbf{w}_*, \hat{\mathbf{w}}(i)) \quad (3.12)$$

que proporciona una expresión manejable de la función de verosimilitud logarítmica, $\log(f_{\mathbf{y};\mathbf{w}_*}(\mathbf{y}))$.

La aplicación de la desigualdad de Jensen [48] permite demostrar que

$$\mathcal{V}(\mathbf{w}_*, \hat{\mathbf{w}}(i)) \leq \mathcal{V}(\hat{\mathbf{w}}(i), \hat{\mathbf{w}}(i)) \quad (3.13)$$

para cualquier valor de \mathbf{w}_* . Como consecuencia, la función $\mathcal{U}(\mathbf{w}_*, \hat{\mathbf{w}}(i))$ proporciona los estadísticos suficientes para la estimación de los coeficientes del filtro y posibilita construir una secuencia de estimaciones

$$\hat{\mathbf{w}}(i+1) = \arg \max_{\mathbf{w}_*} \{\mathcal{U}(\mathbf{w}_*, \hat{\mathbf{w}}(i))\} \quad (3.14)$$

que tiene la propiedad de ser monótonamente no decreciente en verosimilitud, ya que

$$\begin{aligned} \log(f_{\mathbf{y};\hat{\mathbf{w}}(i+1)}(\mathbf{y})) &= \mathcal{U}(\hat{\mathbf{w}}(i+1), \hat{\mathbf{w}}(i)) - \mathcal{V}(\hat{\mathbf{w}}(i+1), \hat{\mathbf{w}}(i)) \\ &\geq \mathcal{U}(\hat{\mathbf{w}}(i), \hat{\mathbf{w}}(i)) - \mathcal{V}(\hat{\mathbf{w}}(i), \hat{\mathbf{w}}(i)) = \log(f_{\mathbf{y};\hat{\mathbf{w}}(i)}(\mathbf{y})). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Considerando que los datos no observados son estadísticamente i.i.d. y aplicando el modelo (3.3) para la f.d.p. de los datos observados se puede obtener la f.d.p. conjunta de la matriz de datos completos, \mathbf{Y}_e ,

$$f_{\mathbf{Y}_e;\mathbf{w}_*}(\mathbf{Y}_e) = \prod_{n=0}^{K-1} \frac{1}{\pi\sigma_f^2} f_b(b_1(n)) e^{-\frac{|y(n)-b_1(n)|^2}{\sigma_f^2}}, \quad (3.16)$$

cuya derivación puede consultarse en el apéndice C. Sustituyendo (3.16) en (3.14) y despreciando los términos constantes respecto a \mathbf{w}_* se obtiene la expresión

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}(i+1) &= \arg \max_{\mathbf{w}_*} \{\mathcal{U}(\mathbf{w}_*, \hat{\mathbf{w}}(i))\} \\ &= \arg \min_{\mathbf{w}_*} \left\{ \sum_{n=0}^{M-1} |y(n) - b_1(n)|^2 \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=M}^{K-1} E_{y_e(n)|y(n);\hat{\mathbf{w}}(i)} [|y(n) - b_1(n)|^2] \right\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

que constituye el algoritmo EM semiciego para estimar iterativamente los coeficientes del filtro. Nótese que esta ecuación agrupa en una única iteración los dos pasos del algoritmo EM.

Por tanto, el problema (3.6), que no tiene una solución cerrada, se ha transformado en una secuencia de problemas cuadráticos que tiene una solución analítica fácilmente derivable, dada por la expresión

$$\hat{\mathbf{w}}(i+1) = \left(\sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) \right)^{-1} \left(\sum_{n=0}^{M-1} \mathbf{x}(n)b_1^*(n) + \sum_{n=M}^{K-1} E_{b_1(n)|y(n);\hat{\mathbf{w}}(i)} [b_1^*(n)] \mathbf{x}(n) \right), \quad (3.18)$$

donde se ha tenido en cuenta que la única parte aleatoria en $\mathbf{y}_e(n) | y(n)$ es $b_1(n)$ ($n \geq M$). Para calcular las esperanzas condicionadas $E_{b_1(n)|y(n); \hat{\mathbf{w}}(i)}[\cdot]$ ($n \geq M$) es necesario conocer la f.d.p. *a posteriori* de los símbolos, $f_{b|y; \hat{\mathbf{w}}(i)}(\cdot)$, que se puede obtener a partir de las f.d.p. ya conocidas $f_{y; \hat{\mathbf{w}}(i)}(\cdot)$, $f_{y|b; \hat{\mathbf{w}}(i)}(\cdot)$ y $f_b(\cdot)$ utilizando el teorema de Bayes (ver apéndice D). Además, para el cálculo de esta esperanza también es necesario estimar la varianza de ruido filtrada, $\sigma_f^2 = \mathbf{w}_*^H \mathbf{w}_* \sigma_g^2$, dado que no se conoce *a priori*. Un método de estimación sencillo consiste en actualizar iterativamente σ_f^2 utilizando las estimaciones de \mathbf{w}_* obtenidas en (3.18), i.e.,

$$\hat{\sigma}_f^2(i+1) = \hat{\mathbf{w}}^H(i) \hat{\mathbf{w}}(i) \hat{\sigma}_g^2. \quad (3.19)$$

De esta forma, el valor actualizado de $\hat{\sigma}_f^2(i+1)$ se puede utilizar para calcular $\hat{\mathbf{w}}(i+1)$. Teniendo en cuenta los estudios realizados mediante simulación, una inicialización adecuada para (3.19) es $\hat{\sigma}_f^2(0) = \hat{\sigma}_g^2$, donde $\hat{\sigma}_g^2$ es una estimación de la varianza de ruido en el canal, i.e., de la densidad espectral de potencia del AWGN.

Finalmente, nótese que para el caso $M = K$, el algoritmo (3.18) se reduce al método de mínimos cuadrados (LS).

3.2.3 Implementación adaptativa

Para calcular $\hat{\mathbf{w}}(i)$ a partir de $\hat{\mathbf{w}}(i-1)$ utilizando el algoritmo (3.18) se debe a resolver un sistema de Lm ecuaciones lineales con Lm incógnitas. En la práctica, sin embargo, sería deseable evitar esta operación, especialmente cuando la longitud del código, L , es muy grande. También resultaría útil en la práctica reducir el número de operaciones a realizar por cada observación procesada estimando los coeficientes del filtro $\hat{\mathbf{w}}(i)$ de forma recursiva. Se pueden conseguir ambos objetivos aplicando el *lema de inversión* [31] a (3.18) de forma análoga a como se hizo en el capítulo 2 (sección 2.3.4) para derivar el algoritmo RLS. En concreto, se define

$$\mathbf{P}(i) = \left(\sum_{n=0}^i \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \right)^{-1} = \mathbf{P}(i-1) - \mathbf{k}(i) \mathbf{x}^H(i) \mathbf{P}(i-1) \quad i > 0 \quad (3.20)$$

donde

$$\mathbf{k}(i) = \frac{\mathbf{P}(i-1) \mathbf{x}(i)}{1 + \mathbf{x}^H(i) \mathbf{P}(i-1) \mathbf{x}(i)}. \quad (3.21)$$

La ecuación para actualizar los coeficientes del filtro viene dada por

$$\hat{\mathbf{w}}(i) = \hat{\mathbf{w}}(i-1) + \mathbf{k}(i) [d^*(i) - \mathbf{x}^H(i) \hat{\mathbf{w}}(i-1)] \quad (3.22)$$

donde

$$d(i) = \begin{cases} b_1(i) & 0 \leq i \leq M-1 \\ E_{b(i)|y(i); \hat{\mathbf{w}}(i)} [b_1(i)] & M \leq i \leq K-1 \end{cases} \quad (3.23)$$

Nótese que el algoritmo EM adaptativo (3.22) es una generalización del algoritmo RLS. De hecho, la expresión (3.22) coincide con la regla RLS (ver ecuación (2.54)) cuando $M = K$. La inicialización del algoritmo se realiza igualando el filtro a un vector de ceros, i.e., $\hat{\mathbf{w}}(-1) = \mathbf{0}$ e igualando la matriz \mathbf{P} a la identidad de tamaño $Lm \times Lm$, i.e., $\mathbf{P}(-1) = \mathbf{I}_{Lm}$. La tabla 3.1 resume el algoritmo adaptativo propuesto e incluye la estimación de la varianza del ruido filtrado, $\hat{\sigma}_f^2$.

<p>Inicialización del algoritmo</p> $\hat{\mathbf{w}}(-1) = \mathbf{0}_{Lm \times 1}$ $\mathbf{P}(-1) = \mathbf{I}_{Lm}$ <p>Para $i = 0, 1, \dots, K - 1$ (observaciones disponibles)</p> $\mathbf{k}(i) = \frac{\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}(i)}{1 + \mathbf{x}^H(i)\mathbf{P}(i-1)\mathbf{x}(i)}$ $\hat{\sigma}_f^2(i) = \hat{\mathbf{w}}^H(i-1)\hat{\mathbf{w}}(i-1)\hat{\sigma}_g^2 \quad (i \geq M)$ $d(i) = \begin{cases} b_1(i) & 0 \leq i \leq M - 1 \\ E_{b(i) y(i); \hat{\mathbf{w}}(i)} [b_1(i)] & M \leq i \leq K - 1 \end{cases}$ $\hat{\mathbf{w}}(i) = \hat{\mathbf{w}}(i-1) + \mathbf{k}(i) [d^*(i) - \mathbf{x}^H(i)\hat{\mathbf{w}}(i-1)]$ $\mathbf{P}(i) = \mathbf{P}(i-1) - \mathbf{k}(i)\mathbf{x}^H(i)\mathbf{P}(i-1)$
--

Tabla 3.1: Algoritmo EM adaptativo.

3.2.4 Simulaciones numéricas

Para ilustrar la validez de la aproximación semiciega presentada en esta sección se presentan los resultados de algunas simulaciones que muestran el rendimiento de los algoritmos propuestos. Considérese un sistema de comunicación DS CDMA asíncrono con N usuarios transmitiendo símbolos QPSK (*Quadrature Phase Shift Keying*) y códigos de ensanchado binarios aleatorios de longitud $L = 8$. La longitud del canal equivalente discreto para cada usuario es $P = 16$. Estos coeficientes del canal discreto, tal y como se explicó en la sección 2.1, incluyen la respuesta del canal en tiempo continuo y los retardos relativos de todos los usuarios y de los filtros del transmisor y del receptor. Los símbolos se transmiten en tramas de longitud K y los coeficientes del canal se supone que varían con una lentitud suficiente como para considerarlos constantes durante la transmisión de una trama. Los resultados presentados han sido promediados sobre 50 canales

generados aleatoriamente utilizando un modelo Rayleigh donde cada coeficiente de canal, $h_i(q)$, $i = 1, \dots, N$, $q = 0, \dots, P-1$, se modela como una variable aleatoria compleja con partes real e imaginaria estadísticamente independientes, siendo ambas gaussianas con media cero y desviación típica $\sigma_h = 0.5$. Para estimar la tasa de error de símbolo (SER, *Symbol Error Rate*) se ha simulado la demodulación de 1.000.000 de símbolos independientes para cada canal distinto. El algoritmo EM utilizado para estimar los coeficientes del filtro de forma iterativa se inicializa al valor del filtro obtenido utilizando únicamente la secuencia de entrenamiento, i.e., $\hat{\mathbf{w}}(0) = \hat{\mathbf{w}}_{LS}$ ($\hat{\mathbf{w}}_{LS}$ es el filtro obtenido utilizando el método LS) y la parada se establece cuando la norma cuadrática del vector diferencia entre las actualizaciones i -ésima e $(i+1)$ -ésima del filtro sea menor que un valor de umbral (10^{-8} en las simulaciones).

a) Probabilidad de error

La figura 3.1a) muestra la SER alcanzada por el receptor EM iterativo propuesto (etiquetado *EM*) para varios valores de la SNR de entrada, definida como

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{\sigma_b^2 \mathbf{d}_1^H(0) \mathbf{d}_1(0)}{\sigma_g^2} \text{ dB}, \quad (3.24)$$

donde $\sigma_b^2 = E_{b_1(n)} [|b_1(n)|^2]$ es la potencia de los símbolos transmitidos por el usuario deseado, cuando el número de usuarios en el sistema es $N = 4$ y el número de vectores de observaciones disponibles para estimar los coeficientes del receptor es $K = 300$, incluyendo una secuencia de entrenamiento de longitud $M = 15$. Se observa que el algoritmo iterativo modo bloque propuesto presenta un rendimiento próximo al receptor MMSE (etiquetado *MMSE*) construido con perfecto conocimiento de los códigos de todos los usuarios y de los coeficientes del canal. En esta figura se incluye también la curva correspondiente a la SER alcanzada por el receptor LS convencional (etiquetada *LS*) implementado con el algoritmo RLS (sección 2.3.4) usando sólo la secuencia de entrenamiento, \mathbf{b}_t , como se realiza en los receptores multiusuario supervisados convencionales. Se puede observar que este detector presenta un rendimiento considerablemente peor que el MMSE teórico pues la secuencia de entrenamiento es demasiado corta para obtener una estimación adecuada de los coeficientes del filtro.

La figura 3.1b) muestra el rendimiento del receptor EM adaptativo (etiquetado *AEM*) en términos de la SER utilizando $K = 600$ vectores de observaciones y una secuencia de entrenamiento de $M = 30$ símbolos. El número de usuarios en el sistema es $N = 4$. La reducción de complejidad computacional del algoritmo AEM respecto a su versión iterativa se consigue a cambio de un incremento en el número de vectores de observaciones necesarios para obtener un rendimiento adecuado. El receptor AEM se compara con el receptor RLS convencional (etiquetado *RLS*) que aprovecha únicamente la secuencia de entrenamiento, \mathbf{b}_t . Se puede observar que,

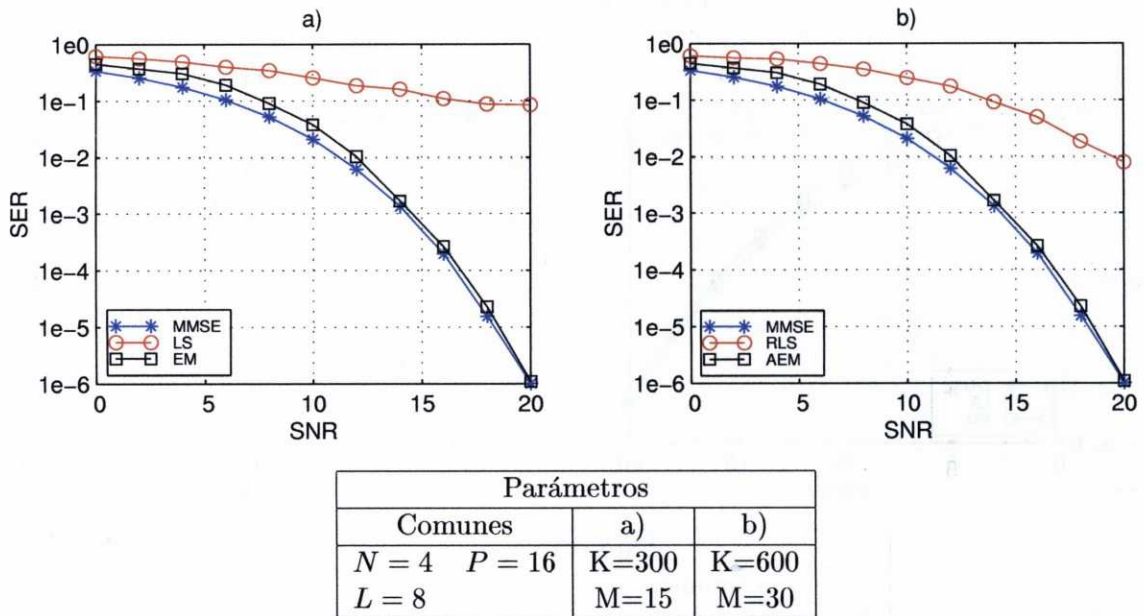


Figura 3.1: SER para varios valores de SNR. a) Semiciego iterativo. b) Semiciego adaptativo.

para valores prácticos de la SNR, el detector adaptativo propuesto presenta un rendimiento muy próximo al MMSE teórico y alcanza una clara mejora respecto al detector RLS convencional.

La figura 3.2a) presenta la SER de los receptores lineales MMSE teórico, LS y EM iterativo en un entorno *near-far* (con $N = 4$, $K = 300$ y $M = 15$). Se define la relación señal a interferencia (SIR, *Signal to Interference Ratio*) del usuario deseado respecto a la j -ésima interferencia como

$$\text{SIR}_j = 10 \log_{10} \frac{\sigma_b^2 \mathbf{d}_1^H(0) \mathbf{d}_1(0)}{E_{b_j(n)} [|b_j(n)|^2] \mathbf{d}_j^H(0) \mathbf{d}_j(0)} \quad (3.25)$$

de forma que, en este caso, se elige $E_{b_j(n)} [|b_j(n)|^2]$, que es la potencia de los símbolos transmitidos por el j -ésimo usuario, para que $\text{SIR}_j = -5$ dB $\forall j$.

Los resultados obtenidos mediante simulación muestran que todos los detectores sufren un empeoramiento moderado de su rendimiento aunque el receptor iterativo propuesto sigue aproximándose al límite teórico para valores de SNR medio-altos. Resultados similares se observan con el receptor AEM, tal y como muestra la figura 3.2b) con parámetros $N = 4$, $K = 600$ y $M = 30$.

b) Carga del sistema

Otra medida importante a la hora de estudiar el rendimiento del receptor es la SER alcanzada para distintas cargas del sistema. La figura 3.3a) muestra la SER para varios valores del número de usuarios, N , con $K = 300$, $M = 15$ y SNR= 12 dB.

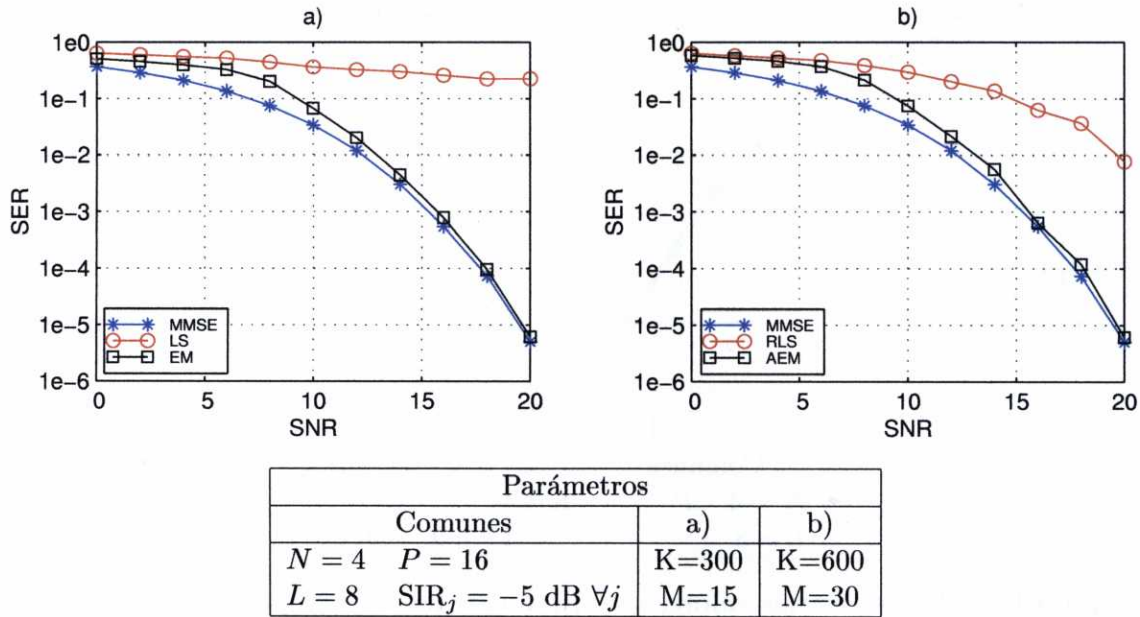


Figura 3.2: SER para varios valores de SNR en un entorno *near-far*. a) Semiciego iterativo. b) Semiciego adaptativo.

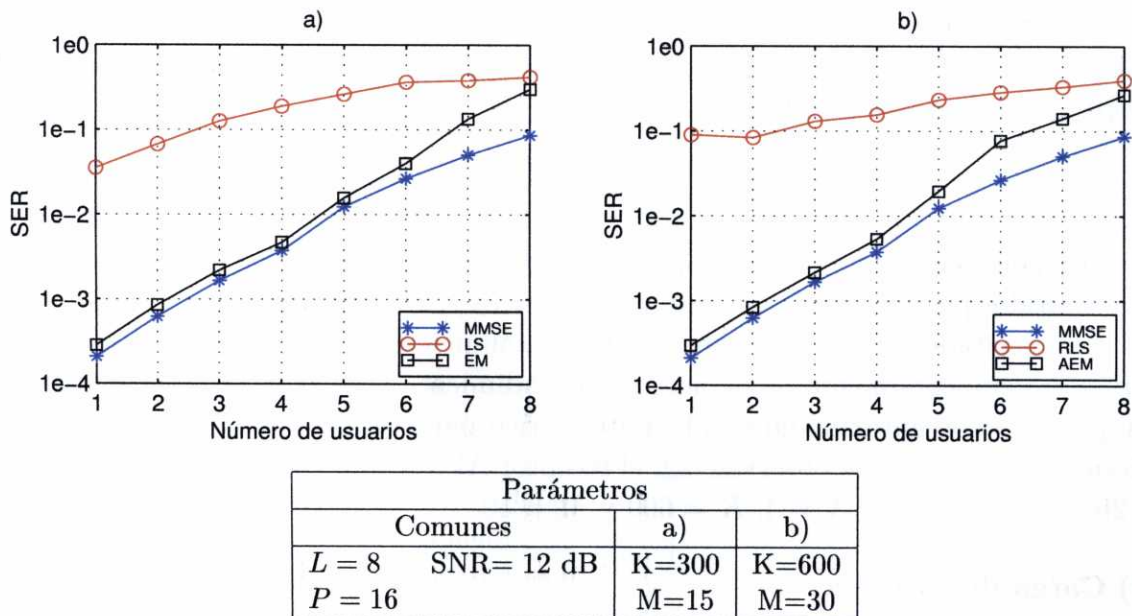
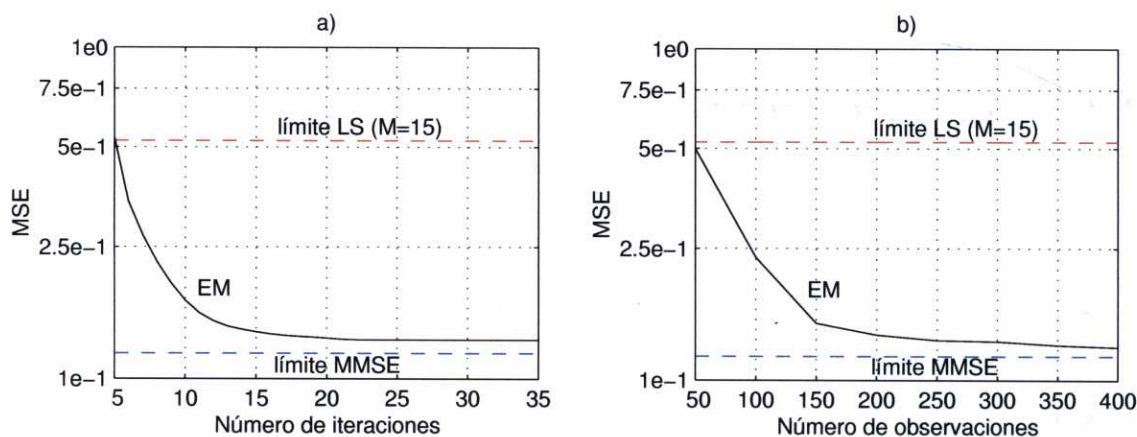


Figura 3.3: SER para distintas cargas del sistema. a) Semiciego iterativo. b) Semiciego adaptativo.

La curva obtenida muestra que el peor rendimiento mostrado por el receptor EM iterativo cuando la carga del sistema crece es el mismo que el sufrido por el receptor MMSE teórico, mientras que el rendimiento del receptor LS convencional es notablemente peor. Sólo cuando el sistema está fuertemente cargado la SER alcanzada por el receptor iterativo es sensiblemente mayor que la del MMSE teórico. La figura 3.3b) muestra los resultados correspondientes al receptor AEM (con $K = 600$ y $M = 30$).

c) Velocidad de convergencia

La figura 3.4 ilustra la velocidad de convergencia del algoritmo iterativo propuesto. Con los mismos valores de los parámetros que en los experimentos anteriores ($N = 4$, $P = 16$ y $L = 8$) y $\text{SNR} = 12$ dB, se muestra el error cuadrático medio (MSE, *Mean Square Error*) a la salida del receptor en función del número de iteraciones, fig. 3.4a), y del número de observaciones disponibles (K), fig. 3.4b), utilizadas en la estimación de los coeficientes del filtro.



Parámetros			
Comunes			a)
$N = 4$	$P = 16$	$M = 15$	$K = 300$
$L = 8$	$\text{SNR} = 12$ dB		

Figura 3.4: Velocidad de convergencia del receptor semiciego iterativo. a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).

Se puede observar que el receptor iterativo converge en menos de 20 iteraciones y que con un tamaño de bloque de aproximadamente $K = 200$ es suficiente para alcanzar el límite teórico. Esto puede ser una ventaja importante cuando es necesario satisfacer restricciones de tiempo o de carga computacional.

La figura 3.5 muestra el MSE del detector adaptativo respecto al número de observaciones. Se puede observar que el receptor adaptativo propuesto se acerca al límite teórico con un número moderado de vectores de observaciones.

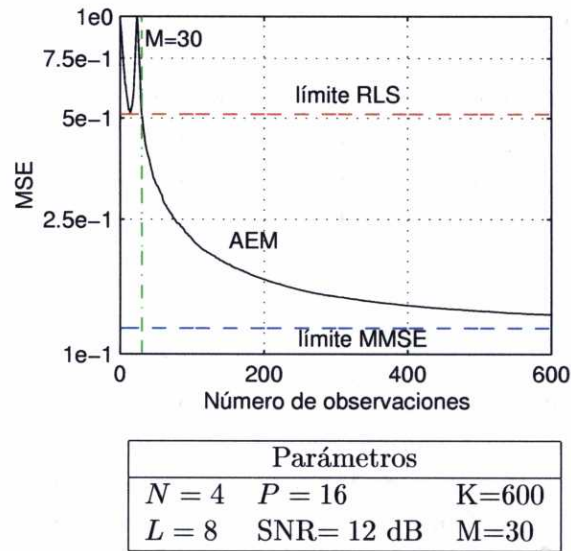


Figura 3.5: Velocidad de convergencia del receptor semiciego adaptativo.

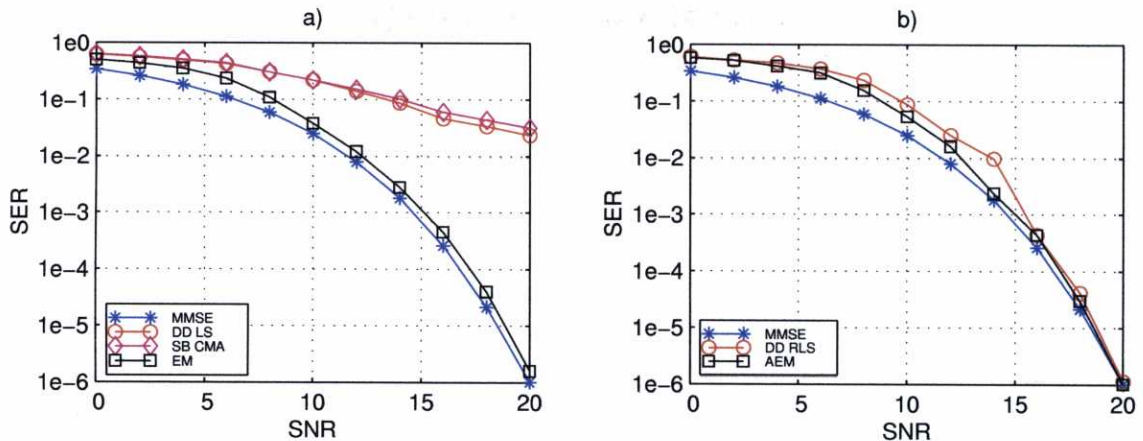
d) Comparación con otros métodos

Finalmente se han realizado simulaciones para comparar el rendimiento de los receptores propuestos con otros detectores multiusuario semiciegos. En concreto, se han considerado los siguientes receptores:

- Un receptor LS dirigido por decisión (etiquetado *DD LS*) iterativo de tipo bloque.
- El receptor CM semiciego (etiquetado *SB CMA*) propuesto en [29] implementado con un algoritmo de gradiente de tipo bloque.
- Una implementación dirigida por decisión, utilizando decisiones duras, del algoritmo RLS (etiquetado *DD RLS*) [31].

Las aproximaciones *DD LS* y *SB CMA* se comparan con el receptor EM iterativo en la figura 3.6a). Se observa que el rendimiento del método propuesto prácticamente se ajusta al alcanzado por el MMSE teórico mientras que el resto de los receptores presentan un rendimiento más pobre. Los parámetros de la simulación son $K = 300$ y $M = 15$.

El algoritmo AEM se compara con el *DD RLS* en la figura 3.6 b). Los parámetros de la simulación son $K = 600$ y $M = 30$. En este caso apenas hay mejora del algoritmo AEM respecto a la aproximación *DD RLS* convencional. Resulta bastante intuitivo ya que el algoritmo AEM puede verse como una aproximación dirigida por decisión en la que las estimaciones de los símbolos se obtienen utilizando el método de cuadrados medios no lineal [50] (ver ecuación (3.23)).



Parámetros		
Comunes	a)	b)
$N = 4$ $P = 16$	$K=300$	$K=600$
$L = 8$	$M=15$	$M=30$

Figura 3.6: Comparación con otros métodos: a) Semiciego iterativo. b) Semiciego adaptativo.

3.3 Supresión ciega de interferencias

El problema de captura que se plantea en la sección 3.1 también puede abordarse imponiendo una restricción lineal adecuada sobre los coeficientes del filtro de modo que se garantice que el receptor resultante extrae los símbolos del usuario deseado. En esta sección se proponen las implementaciones iterativa y adaptativa del receptor resultante utilizando el algoritmo EM generalizado alternante (*SAGE*, *Space Alternating Generalized Expectation-Maximization*). Los receptores propuestos presentan, sin embargo, una desventaja importante ya que no aprovechan la diversidad inherente a los canales dispersivos. Para corregir esta limitación se propone un receptor multiusuario *rake* ciego que aprovecha las componentes del usuario deseado presentes en todos los caminos de propagación. El rendimiento y funcionamiento de cada una de las alternativas propuestas se analizan mediante simulación por ordenador.

3.3.1 Particularización del criterio

Para establecer la restricción lineal sobre los coeficientes del filtro se considera la siguiente factorización del código recibido

$$\mathbf{d}_i(r) = \begin{bmatrix} d_i(rL) \\ \vdots \\ d_i((r+m)L-1) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_i(r)\mathbf{h}_i \quad (3.26)$$

donde $\mathbf{h}_i = [h_i(0) \cdots h_i(P-1)]^T$ es el vector $P \times 1$ que contiene las componentes de canal del i -ésimo usuario y

$$\mathbf{C}_i(r) = \begin{bmatrix} c_i(rL) & \cdots & c_i(rL - P + 1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_i((r+m)L - 1) & \cdots & c_i((r+m)L - P) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

es una matriz $Lm \times P$ cuyas columnas son segmentos de longitud Lm del código transmitido por el i -ésimo usuario. Utilizando esta descomposición, la estimación blanda $y(n)$ se puede escribir como

$$\begin{aligned} y(n) &= \mathbf{w}^H \mathbf{C}_1(0) \mathbf{h}_1 b_1(n) + \sum_{\substack{i=-(m-1) \\ i \neq 0}}^{m-1} \mathbf{w}^H \mathbf{d}_1(i) b_1(n-i) \\ &+ \sum_{j=2}^N \sum_{i=-(m-1)}^{m-1} \mathbf{w}^H \mathbf{d}_j(i) b_j(n-i) + \mathbf{w}^H \mathbf{g}(n) \end{aligned} \quad (3.28)$$

donde el segundo y el tercer sumando son los términos de ISI y de MAI, respectivamente.

Para evitar que la componente de señal deseada, $\mathbf{w}^H \mathbf{d}_1(0) b_1(n)$, sea cancelada o atenuada al seleccionar los coeficientes del filtro, se impone una restricción al vector \mathbf{w} de forma que se verifique la ecuación

$$\mathbf{w}^H \mathbf{C}_1(0) \mathbf{h}_1 = A_1. \quad (3.29)$$

Es evidente que \mathbf{h}_1 es desconocido en el receptor y por tanto es necesario encontrar una restricción equivalente que no incluya este parámetro desconocido. En efecto, obsérvese que la condición anterior se cumple siempre que

$$\mathbf{w}^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d^T = [0 \cdots 0 \underbrace{1}_d 0 \cdots 0] \quad (3.30)$$

y $|h_1(d)| > 0$, dado que

$$\mathbf{w}^H \mathbf{C}_1(0) \mathbf{h}_1 = \mathbf{u}_d^T \mathbf{h}_1 = h_1(d) = A_1. \quad (3.31)$$

Por tanto, se propone estimar el vector de coeficientes y el parámetro de amplitud como la solución al problema de optimización con restricción lineal,

$$\hat{\Theta} = \arg \max_{\Theta} \{\mathcal{L}(\Theta)\} \quad \text{sujeto a } \mathbf{w}_*^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d^T \quad (3.32)$$

donde $\hat{\Theta} = [\hat{\mathbf{w}}, \hat{A}_1]$ y $\Theta = [\mathbf{w}, A_1]$.

Nótese que es posible definir la restricción en (3.32) porque $P < Lm$. De esta forma se garantiza que no se captura una interferencia siempre que $|h_1(d)|$ no sea demasiado próximo a cero, tal y como se muestra en el apéndice E. También debe

observarse que las estimaciones de $b_1(n)$ obtenidas con el filtro resultante de (3.32) pueden presentar una ambigüedad de fase, como sucede en otros métodos ciegos [11, 33]. La razón es que las variables aleatorias b y $e^{-j\phi}$, con ϕ una fase arbitraria, tienen la misma f.d.p. siempre y cuando ϕ sea tal que se respete el formato de la modulación (véase apéndice F). No obstante, esto no es un problema práctico ya que se evita fácilmente empleando formatos de modulación diferencial.

3.3.2 Implementación iterativa modo bloque

El problema (3.32) no se puede resolver de forma analítica y por tanto, tal y como se comentó en 3.2.2, es necesario utilizar algún algoritmo de optimización que permita obtener las estimaciones de los parámetros, $\hat{\Theta}$. El primer paso para derivar un algoritmo que resuelva el problema restringido (3.32) es transformarlo en uno equivalente no restringido. Una forma sencilla de hacerlo es descomponer el vector de coeficientes \mathbf{w}_* de acuerdo a la estructura dada por el cancelador de lóbulos generalizado (GSC) [39]. Analíticamente, el vector de coeficientes \mathbf{w}_* se descompone de la forma

$$\mathbf{w}_* = \mathbf{w}_q - \mathbf{B}\mathbf{w}_u \quad (3.33)$$

donde \mathbf{w}_q es el vector de reposo, \mathbf{B} es la matriz de bloqueo y \mathbf{w}_u es la parte no sujeta a restricciones de \mathbf{w}_* . Tanto \mathbf{w}_q como \mathbf{B} quedan totalmente determinados por la restricción por lo que su valor es fijo. El vector de reposo se elige de forma que pertenezca al subespacio definido por la restricción, es decir, es una solución al sistema lineal indeterminado

$$\mathbf{w}_q^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d^T \quad (3.34)$$

de modo que su dimensión es $Lm \times 1$. La matriz de bloqueo es aquella cuyas columnas constituyen una base del subespacio nulo de $\mathbf{C}_1(0)$, es decir, \mathbf{B} es una matriz de dimensiones $Lm \times (Lm - P)$ que satisface

$$\mathbf{B}^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{0}. \quad (3.35)$$

Como consecuencia, (3.32) es equivalente a

$$\hat{\Gamma} = \arg \max_{\Gamma} \left\{ \mathcal{L}(\Gamma) = \sum_{n=0}^{K-1} \log \left(E_b \left[e^{-\frac{|y(n) - A_1 b|^2}{\sigma_f^2}} \right] \right) \right\} \quad (3.36)$$

donde $\hat{\Gamma} = [\hat{\mathbf{w}}_u, \hat{A}_1]$ es el conjunto de estimaciones de los parámetros, $\Gamma = [\mathbf{w}_u, A_1]$ es el conjunto de parámetros y la dimensión de \mathbf{w}_u es $(Lm - P) \times 1$, lo que ilustra la idea de que la incorporación de restricciones lineales reduce el número de grados de libertad disponibles en el receptor.

El siguiente paso consiste en calcular Γ utilizando el algoritmo EM [26, 48, 51, 52]. Para ello se define el conjunto de datos incompletos dado por las estimaciones blandas, $y(n)$, $n = 0, \dots, K - 1$ y el conjunto de datos completos dado por

los vectores *extendidos* $\mathbf{y}_e = [y(n) \ b_1(n)]^T$, $n = 0, \dots, K-1$. El bloque de datos completos viene dado por $\mathbf{Y}_e = [\mathbf{y}_e(0), \dots, \mathbf{y}_e(K-1)]$, con f.d.p. $f_{\mathbf{Y}_e; \Gamma}(\cdot)$. Siguiendo un procedimiento análogo al explicado en 3.2.2 se obtiene la siguiente regla iterativa

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_{i+1, i+1} &= \arg \max_{\Gamma} \left\{ \mathcal{U}(\Gamma, \hat{\Gamma}_{i, i}) \right\} \\ &= \arg \min_{\Gamma} \left\{ \sum_{n=0}^{K-1} E_{\mathbf{y}_e(n)|y(n); \hat{\Gamma}_{i, i}} \left[|y(n) - \hat{A}_1(i)b_1(n)|^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.37)$$

donde $\hat{\Gamma}_{i, j} = [\hat{\mathbf{w}}_u(i), \hat{A}_1(j)]$, que unifica los dos pasos del algoritmo EM.

El algoritmo SAGE [53] proporciona una modificación adecuada de la aproximación EM convencional que consiste en maximizar sucesivamente la función $\mathcal{U}(\cdot, \cdot)$ respecto a subconjuntos de parámetros disjuntos [26, 53]. Se ha mostrado para distintos problemas de estimación, que el algoritmo SAGE presenta mejores propiedades de convergencia que el EM convencional [53]. En este caso, se pueden obtener de forma directa reglas separadas para la actualización de $\hat{\mathbf{w}}_u(i)$ y $\hat{A}_1(i)$

$$\hat{\mathbf{w}}_u(i+1) = \arg \min_{\mathbf{w}_u} \left\{ \sum_{n=0}^{K-1} E_{\mathbf{y}_e(n)|y(n); \hat{\Gamma}_{i, i}} \left[|y(n) - \hat{A}_1(i)b_1(n)|^2 \right] \right\} \quad (3.38)$$

$$\hat{A}_1(i+1) = \arg \min_{A_1} \left\{ \sum_{n=0}^{K-1} E_{\mathbf{y}_e(n)|y(n); \hat{\Gamma}_{i+1, i}} \left[|y(n) - \hat{A}_1(i)b_1(n)|^2 \right] \right\}. \quad (3.39)$$

Los problemas de optimización (3.38) y (3.39) tienen soluciones cerradas y la secuencia de estimaciones que proporciona el SAGE viene dada por

$$\hat{\mathbf{w}}_u(i+1) = \left(\mathbf{B}^H \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)\mathbf{B} \right)^{-1} \mathbf{B}^H \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)d^*(n) \quad (3.40)$$

$$\hat{A}_1(i+1) = \left(\sum_{n=0}^{K-1} E_{b_1(n)|y(n); \hat{\Gamma}_{i+1, i}} \left[|b_1(n)|^2 \right] \right)^{-1} \sum_{n=0}^{K-1} E_{b_1(n)|y(n); \hat{\Gamma}_{i+1, i}} \left[b_1^*(n) \right] y(n) \quad (3.41)$$

donde

$$d(n) = \mathbf{w}_q^H \mathbf{x}(n) - \hat{A}_1(i) E_{b_1(n)|y(n); \hat{\Gamma}_{i, i}} [b_1(n)] \quad (3.42)$$

y donde se ha utilizado el hecho de que la única parte aleatoria en $\mathbf{y}_e(n) | y(n)$ es $b_1(n)$. Las esperanzas condicionadas $E_{b_1(n)|y(n); \hat{\Gamma}_{i, j}}(\cdot)$ en (3.40) y (3.41) se calculan utilizando el teorema de Bayes (apéndice D). Finalmente, nótese que la varianza de ruido filtrado se necesita para obtener las soluciones (3.40) y (3.41). Dado que $\sigma_f^2 = \mathbf{w}_*^H \mathbf{w}_* \sigma_g^2$ no se conoce *a priori*, debe ser estimada. Un método simple de estimación consiste en adaptar σ_f^2 de forma iterativa utilizando las estimaciones de \mathbf{w}_u obtenidas en (3.40), i.e.,

$$\hat{\sigma}_f^2(i+1) = \hat{\mathbf{w}}^H(i) \hat{\mathbf{w}}(i) \hat{\sigma}_g^2, \quad (3.43)$$

donde $\hat{\mathbf{w}}(i) = \mathbf{w}_q - \mathbf{B} \hat{\mathbf{w}}_u(i)$. De esta forma el valor actualizado de $\hat{\sigma}_f^2(i+1)$ se puede utilizar para calcular $\hat{\mathbf{w}}_u(i+1)$ y $\hat{A}_1(i+1)$.

3.3.3 Implementación adaptativa

Para reducir la carga computacional del algoritmo SAGE (3.40)-(3.41), se propone una implementación adaptativa alternativa basada en el algoritmo RLS. Para ello considérese la ecuación (3.40) escrita como

$$\hat{\mathbf{w}}_u(i+1) = \left(\sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}_b(n) \mathbf{x}_b^H(n) \right)^{-1} \left(\sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}_b(n) d^*(n) \right) \quad (3.44)$$

donde $\mathbf{x}_b(n) = \mathbf{B}^H \mathbf{x}(n)$. Aplicando el *lema de inversión* [31] y definiendo

$$\mathbf{P}(i) = \left(\sum_{n=0}^i \mathbf{x}_b(n) \mathbf{x}_b^H(n) \right)^{-1} = \mathbf{P}(i-1) - \mathbf{k}(i) \mathbf{x}_b^H(i) \mathbf{P}(i-1) \quad i > 0 \quad (3.45)$$

y

$$\mathbf{k}(i) = \frac{\mathbf{P}(i-1) \mathbf{x}_b(i)}{1 + \mathbf{x}_b^H(i) \mathbf{P}(i-1) \mathbf{x}_b(i)}, \quad (3.46)$$

se obtiene la siguiente regla adaptativa para actualizar los coeficientes de la parte adaptativa del filtro,

$$\hat{\mathbf{w}}_u(i) = \hat{\mathbf{w}}_u(i-1) + \mathbf{k}(i) \left[d^*(i) - \mathbf{x}_b^H(i) \hat{\mathbf{w}}_u(i-1) \right]. \quad (3.47)$$

La inicialización del algoritmo se realiza igualando la parte adaptativa del filtro a un vector de ceros, i.e., $\hat{\mathbf{w}}_u(-1) = \mathbf{0}$ e igualando la matriz \mathbf{P} a la identidad de tamaño $(Lm - P) \times (Lm - P)$, i.e., $\mathbf{P}(-1) = \mathbf{I}_{Lm-P}$. La tabla 3.2 resume el algoritmo adaptativo propuesto e incluye la estimación de la varianza del ruido filtrado, $\hat{\sigma}_f^2$.

3.3.4 Receptor rake

El receptor ciego descrito en las secciones anteriores es una solución válida para el problema de detección multiusuario, pues proporciona estimaciones de los símbolos transmitidos por el usuario deseado con la MAI y la ISI sustancialmente reducidas. Sin embargo, esta aproximación es subóptima ya que no aprovecha la diversidad temporal inherente al canal multitrayecto. La restricción lineal definida en (3.30) evita el problema de captura a costa de cancelar todas las componentes del usuario deseado excepto la recibida a través del d -ésimo camino de propagación. Por tanto, no se está aprovechando toda la energía recibida del usuario deseado. Claramente, una elección más adecuada de la restricción lineal que corrige esta limitación es

$$\mathbf{w}^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}^T \quad (3.48)$$

Inicialización del algoritmo

$$\mathbf{w}_q^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d^T$$

$$\mathbf{B}^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{0}$$

$$\hat{\mathbf{w}}_u(-1) = \mathbf{0}_{(Lm-P) \times 1}$$

$$\hat{\mathbf{w}}(-1) = \mathbf{w}_q - \mathbf{B} \hat{\mathbf{w}}_u(-1)$$

$$\mathbf{P}(-1) = \mathbf{I}_{Lm-P}$$

$$\hat{A}_1(-1) = 1$$

Para $i = 0, 1, \dots, K - 1$ (observaciones disponibles)

$$\mathbf{x}_b(i) = \mathbf{B}^H \mathbf{x}(i)$$

$$\mathbf{k}(i) = \frac{\mathbf{P}(i-1) \mathbf{x}_b(i)}{1 + \mathbf{x}_b^H(i) \mathbf{P}(i-1) \mathbf{x}_b(i)}$$

$$\hat{\sigma}_f^2(i) = \hat{\mathbf{w}}^H(i-1) \hat{\mathbf{w}}(i-1) \hat{\sigma}_g^2$$

$$d(i) = \mathbf{w}_q^H \mathbf{x}(n) - \hat{A}_1(i-1) E_{b_1(n)|y(n); \hat{\Gamma}_{i-1, i-1}} [b_1(n)]$$

$$\hat{\mathbf{w}}_u(i) = \hat{\mathbf{w}}_u(i-1) + \mathbf{k}(i) [d^*(i) - \mathbf{x}_b^H(i) \hat{\mathbf{w}}_u(i-1)]$$

$$\hat{\mathbf{w}}(i) = \mathbf{w}_q - \mathbf{B} \hat{\mathbf{w}}_u(i)$$

$$\hat{A}_1(i) = \left(\sum_{n=1}^i E_{b_1(n)|y(n); \hat{\Gamma}_{i, i-1}} [|b_1(n)|^2] \right)^{-1} \sum_{n=1}^i E_{b_1(n)|y(n); \hat{\Gamma}_{i, i-1}} [b_1^*(n)] y(n)$$

$$\mathbf{P}(i) = \mathbf{P}(i-1) - \mathbf{k}(i) \mathbf{x}_b^H(i) \mathbf{P}(i-1)$$

Tabla 3.2: Algoritmo SAGE adaptativo.

donde el vector \mathbf{u} se elige de forma que maximice la magnitud escalar

$$|\mathbf{u}^T \mathbf{h}_1| = \left| \sum_{i=1}^P u_i h_1(i) \right|. \quad (3.49)$$

Sin embargo, esta restricción sólo se puede establecer si el vector de canal, \mathbf{h}_1 , es conocido y éste no es el caso en el contexto de detección ciega.

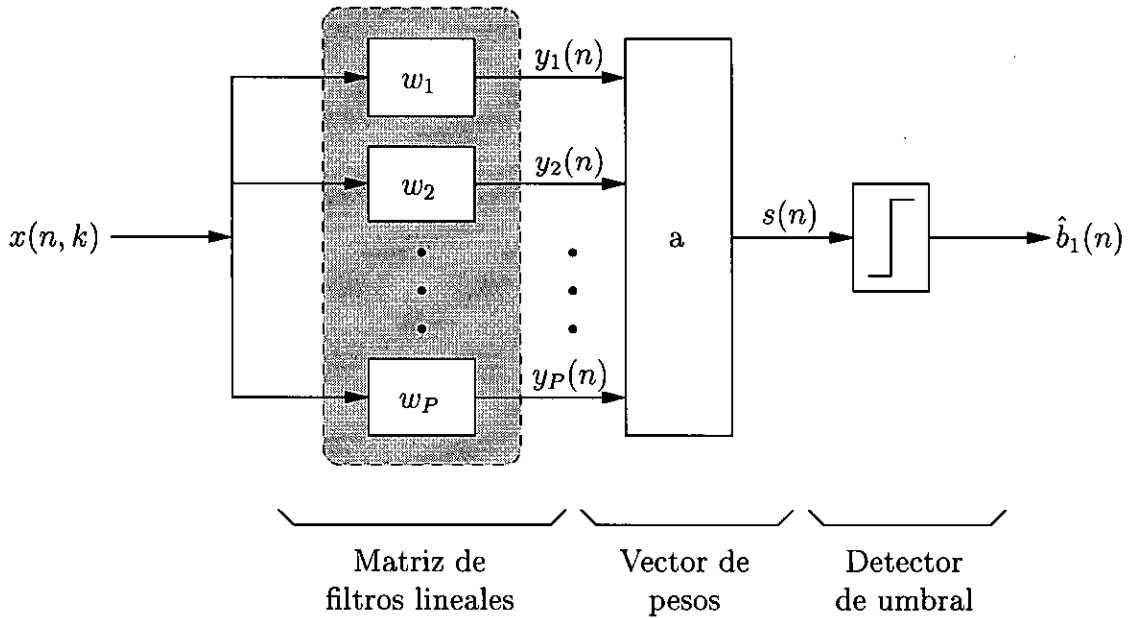


Figura 3.7: Receptor *rake*.

Como aproximación alternativa se propone la implementación del receptor *rake* [7, 54] mostrado en la figura 3.7. Consiste en un banco de P receptores ciegos, uno por cada camino de propagación. El receptor i -ésimo proporciona una estimación blanda, $y_i(n) = \mathbf{w}_i^H \mathbf{x}(n)$, del símbolo transmitido por el usuario deseado, $b_1(n)$, utilizando la restricción lineal correspondiente al i -ésimo camino, es decir, $\mathbf{w}_i^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_i^T$. A continuación las estimaciones se combinan linealmente para obtener una estimación del símbolo mejorada

$$s(n) = \sum_{i=1}^P a_i^* y_i(n) = \mathbf{a}^H \mathbf{y}(n) \quad (3.50)$$

donde $\mathbf{y}(n) = [y_1(n), \dots, y_P(n)]^T = \mathbf{W}^H \mathbf{x}(n)$ es el vector de estimaciones blandas, $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_P]$ es una matriz $Lm \times P$ que contiene los coeficientes de los filtros asociados a los P caminos y $\mathbf{a} = [a_1, \dots, a_P]^T$ es un vector de pesos elegido adecuadamente. Existen distintos criterios que conducen a una selección adecuada del vector \mathbf{a} (por ejemplo, MMSE y máxima SINR) pero requieren conocer o bien

los símbolos transmitidos, o bien los coeficientes del canal, y en este caso no están disponibles. Nótese que el i -ésimo receptor ciego del banco también proporciona una estimación de la ganancia del usuario deseado para ese camino, i.e., la amplitud compleja \hat{A}_1 es una estimación del i -ésimo coeficiente de canal, $\hat{h}_1(i)$. Por tanto, se podría construir una estimación del vector de canal, $\hat{\mathbf{h}}_1 = [\hat{h}_1(0), \dots, \hat{h}_1(P-1)]^T$. Sin embargo, esta estimación no es útil para calcular el vector \mathbf{a} ya que cada coeficiente, $\hat{h}_1(i)$, tiene una rotación de fase desconocida diferente.

Siguiendo el mismo razonamiento con el que se derivó el receptor ciego, se propone seleccionar el vector de pesos, \mathbf{a} , utilizando el criterio ML, i.e.,

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \max_{\mathbf{a}} \left\{ \log \prod_{n=0}^{K-1} f_{s;\mathbf{a}_*}(s(n)) \right\} \quad (3.51)$$

donde $f_{s;\mathbf{a}_*}(\cdot)$ es la f.d.p. de la estimación del símbolo $s(n)$ cuando se utiliza el vector de pesos óptimo \mathbf{a}_* . Análogamente a la sección 3.1, se asume que

$$s(n) = \mathbf{a}_*^H \mathbf{y}(n) = b_1(n) + g_a(n), \quad (3.52)$$

donde $g_a(n) = \mathbf{a}^H \mathbf{W}^H \mathbf{g}(n)$ es una componente escalar de ruido gaussiano con media cero y varianza σ_a^2 , y

$$f_{s;\mathbf{a}_*}(s(n)) = \frac{1}{\pi \sigma_a^2} E_b \left[e^{-\frac{|s(n)-b|^2}{\sigma_a^2}} \right]. \quad (3.53)$$

Sustituyendo (3.53) en (3.51) se llega al siguiente problema de optimización equivalente

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \max_{\mathbf{a}} \{ \mathcal{L}(\mathbf{a}) \}, \quad (3.54)$$

donde

$$\mathcal{L}(\mathbf{a}) = \log \prod_{n=0}^{K-1} E_b \left[e^{-\frac{|s(n)-b|^2}{\sigma_a^2}} \right] = \sum_{n=0}^{K-1} \log E_b \left[e^{-\frac{|s(n)-b|^2}{\sigma_a^2}} \right], \quad (3.55)$$

que se puede resolver utilizando el algoritmo EM. Siguiendo un razonamiento similar al explicado en 3.2.2 y considerando el conjunto de datos incompletos $\{s(0), \dots, s(K-1)\}$ y el conjunto de datos completos $\{[s(0) \ b_1(0)], \dots, [s(K-1) \ b_1(K-1)]\}$, se obtiene de forma directa la regla de actualización iterativa

$$\hat{\mathbf{a}}(i+1) = \left(\sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{y}(n) \mathbf{y}^H(n) \right)^{-1} \left(\sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{y}(n) E_{b_1(n)|s(n); \hat{\mathbf{a}}(i)} [b_1^*(n)] \right) \quad (3.56)$$

donde la esperanza $E_{b_1(n)|s(n); \hat{\mathbf{a}}(i)}[\cdot]$ se calcula usando el teorema de Bayes (apéndice D). Para calcular σ_a^2 , que se requiere en la ecuación (3.56), se utiliza la regla de adaptación siguiente

$$\hat{\sigma}_a^2(i+1) = \hat{\mathbf{a}}^H(i) \hat{\mathbf{W}}^H(i) \hat{\mathbf{W}}(i) \hat{\mathbf{a}}(i) \hat{\sigma}_g^2 \quad (3.57)$$

donde $\hat{\mathbf{W}}(i) = [\hat{\mathbf{w}}_1, \dots, \hat{\mathbf{w}}_P]$.

3.3.5 Simulaciones numéricas

En esta sección se presentan resultados de simulaciones que ilustran el comportamiento de los algoritmos ciegos propuestos. Se ha considerado un sistema DS CDMA asíncrono con N usuarios que utilizan códigos binarios aleatorios de longitud $L = 16$ para transmitir símbolos QPSK. El número de caminos de propagación para cada usuario es como máximo $P = 4$ y cada uno de ellos incluye la respuesta del canal en tiempo continuo y los retardos relativos de todos los usuarios y de los filtros del transmisor y del receptor. Estos caminos se han generado aleatoriamente como variables aleatorias complejas con partes real e imaginaria estadísticamente independientes, siendo ambas gaussianas con media cero y desviación típica $\sigma_h = 0.5$. Se considera que los símbolos se transmiten en tramas de longitud K y que durante su transmisión los coeficientes del canal son constantes. El algoritmo SAGE utilizado para estimar los parámetros del receptor ciego se inicializa con $\hat{\mathbf{w}}_u(0) = \mathbf{0}$ y $\hat{A}_1 = 1$. El algoritmo iterativo se para cuando la norma cuadrática del vector diferencia entre las actualizaciones i -ésima e $(i+1)$ -ésima del filtro sea menor que un determinado valor de umbral (10^{-8} en las simulaciones).

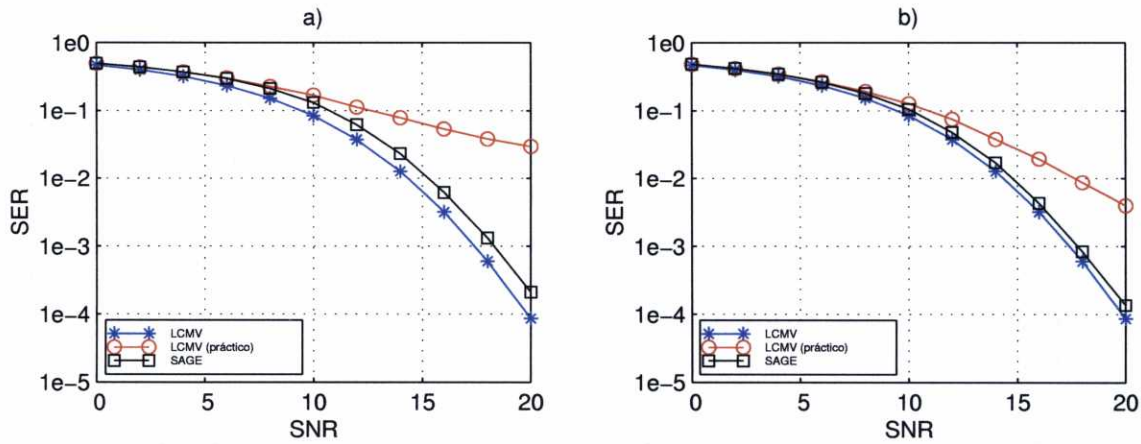
3.3.5.1 Algoritmo iterativo

Para comprobar el rendimiento del receptor ciego iterativo propuesto se han promediado los resultados obtenidos utilizando 50 canales distintos generados de forma aleatoria y simulando la demodulación de 1.000.000 de símbolos para cada canal diferente.

a) Probabilidad de error

La figura 3.8a) muestra la SER alcanzada por el receptor ciego iterativo propuesto para varios valores de la SNR cuando la restricción lineal se impone para proteger la componente del usuario deseado correspondiente al camino de propagación con la ganancia mayor. El número de usuarios del sistema es $N = 4$ y el número de vectores disponibles para estimar los coeficientes del receptor es $K = 200$.

Se observa que el algoritmo propuesto (etiquetado *SAGE*) presenta un rendimiento próximo al alcanzado por el receptor LCMV teórico (etiquetado *LCMV*) construido con la misma restricción lineal que el receptor propuesto y con perfecto conocimiento de los vectores de canal $\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_N$. En esta figura se muestra también la SER obtenida con el receptor LCMV construido utilizando una estimación de la matriz de autocorrelación, $\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)$, tal y como se haría en la práctica (etiquetado *LCMV (práctico)*). Se puede ver que el rendimiento de este receptor es considerablemente peor que el obtenido con el receptor teórico ya que 200 observaciones no son suficientes para obtener una estimación adecuada de la matriz 32×32 de autocorrelación verdadera, $\mathbf{R}_x = E_{\mathbf{x}(n)} [\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)]$. Este experimento se



Parámetros		
Comunes	a)	b)
$N = 4$ $P = 4$	$K=200$	$K=400$
$L = 16$		

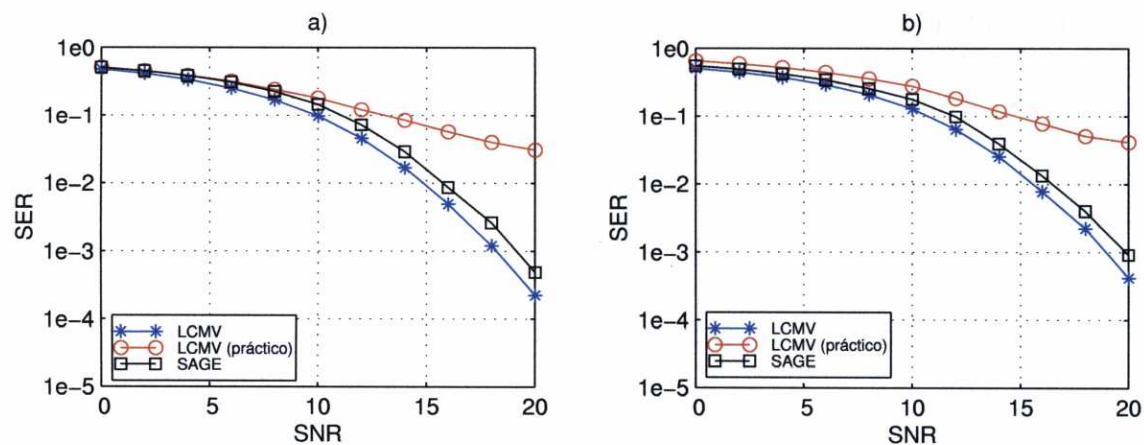
Figura 3.8: SER del receptor ciego iterativo para varios valores de SNR. a) $K = 200$. b) $K = 400$.

ha repetido para $K = 400$ vectores de observaciones y la curva resultante se muestra en la figura 3.8b). Se aprecia que el receptor ciego propuesto coincide prácticamente con el límite teórico y el receptor LCMV práctico mejora su rendimiento aunque su convergencia es todavía pobre para valores medio-altos de la SNR.

Se ha comprobado la robustez del receptor ciego iterativo propuesto en entornos *near-far*. Para ello, se ha considerado el valor de $E_{b_j(n)}[|b_j(n)|^2]$ de forma que $SIR_j = -5$ dB $\forall j$. Las curvas obtenidas para el receptor ciego iterativo propuesto, para el receptor LCMV teórico y para el receptor LCMV práctico se muestran en la figura 3.9a) para $N = 4$ y $K = 200$. Apenas se observa degradación en el rendimiento y el receptor propuesto se aproxima al límite teórico. La propiedad de robustez en entornos *near-far* del receptor ciego iterativo queda claramente ilustrada en la figura 3.9b) donde sólo hay una pequeña pérdida de rendimiento cuando $SIR_j = -10$ dB $\forall j$ y, de nuevo, se alcanza el límite teórico.

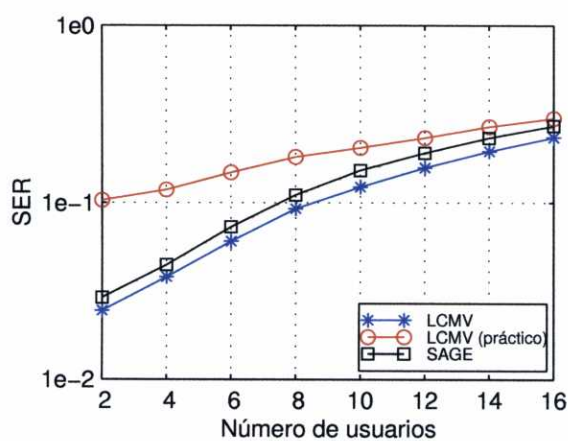
b) Carga del sistema

Otra medida importante del rendimiento del receptor es la SER alcanzada para distintas cargas del sistema. La figura 3.10 muestra la SER obtenida para distintos valores del número de usuarios, N , cuando el tamaño de bloque es $K = 200$ y $SNR = 12$ dB. La curva resultante muestra que la degradación en el rendimiento del receptor iterativo propuesto cuando la carga del sistema crece es la misma que la padecida por el receptor LCMV teórico, mientras que el rendimiento del receptor LCMV práctico es considerablemente peor.



Parámetros		
Comunes	a)	b)
$N = 4$ $P = 4$	$SIR_j = -5 \text{ dB } \forall j$	$SIR_j = -10 \text{ dB } \forall j$
$L = 16$ $K = 200$		

Figura 3.9: SER del receptor ciego iterativo para varios valores de SNR en un entorno *near-far*. a) $SIR_j = -5 \text{ dB } \forall j$. b) $SIR_j = -10 \text{ dB } \forall j$.

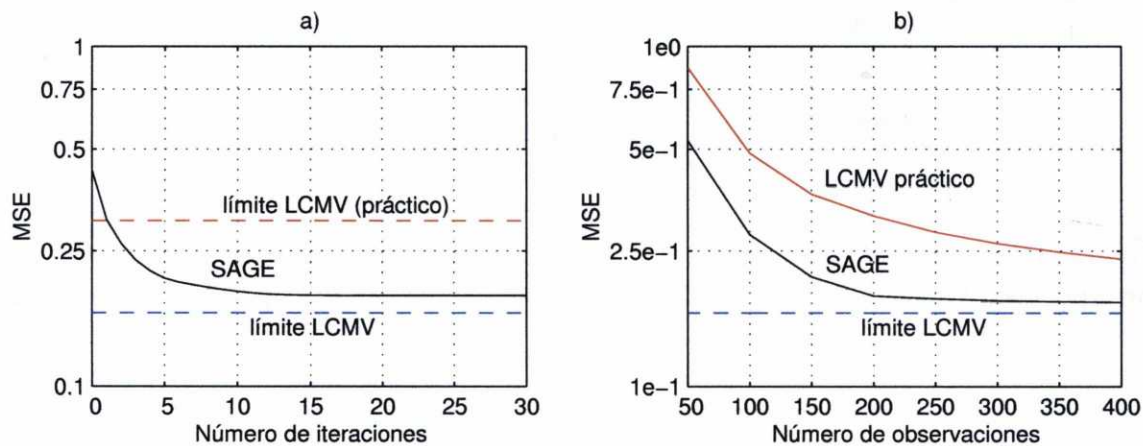


Parámetros	
$L = 16$ $K = 200$	
$P = 4$ $SNR = 12 \text{ dB}$	

Figura 3.10: SER del receptor ciego iterativo para distintas cargas del sistema.

c) Velocidad de convergencia

La figura 3.11 muestra la velocidad de convergencia del algoritmo SAGE propuesto. Con los mismos parámetros de simulación que los considerados para la figura 3.8a), y fijando el valor de la SNR a 12 dB, se han obtenido las curvas de MSE a la salida del receptor como una función del número de iteraciones del algoritmo y del tamaño de bloque (figuras 3.11a) y 3.11b), respectivamente). Se observa que unas pocas iteraciones son suficientes para calcular los coeficientes del filtro y que el tamaño de bloque suficiente para converger es aproximadamente $K = 200$.



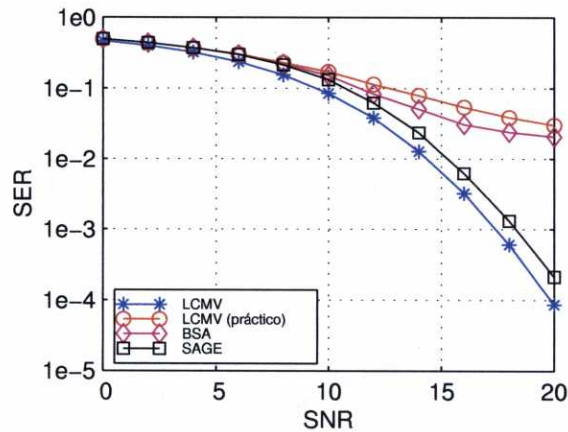
Parámetros		
Comunes		a)
$N = 4$	$P = 4$	$K=200$
$L = 16$	$SNR = 12 \text{ dB}$	

Figura 3.11: Velocidad de convergencia del receptor ciego iterativo. a) Respecto a número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).

d) Comparación con otros métodos

Finalmente se han realizado simulaciones para comparar el rendimiento del receptor iterativo ciego propuesto con el algoritmo subespacial ciego (BSA, *Blind Subspace Algorithm*) propuesto por Wang y Poor [35] con un factor de suavizado de 8 (ver sección 2.4.3).

En la figura 3.12 se observa que el rendimiento del método propuesto prácticamente se ajusta al alcanzado por el MMSE teórico mientras que los receptores LCMV práctico y el algoritmo subespacial (etiquetado *BSA*) presentan un rendimiento más pobre.

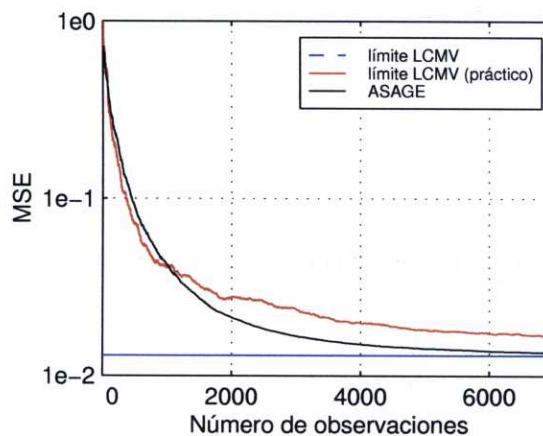


Parámetros	
$N = 4$	$P = 4$
$L = 16$	$K = 200$

Figura 3.12: Comparación del receptor ciego iterativo con otros métodos.

3.3.5.2 Algoritmo adaptativo

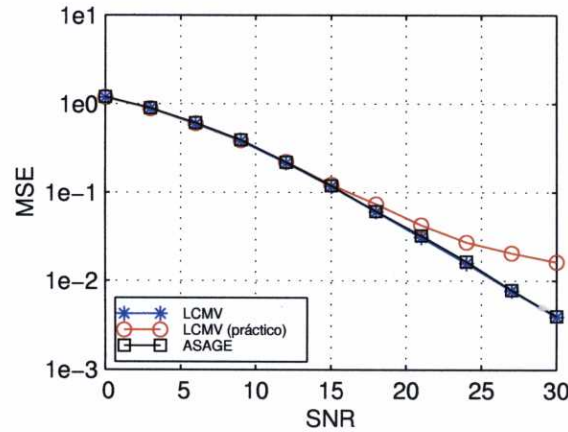
La principal limitación del algoritmo adaptativo viene dada por la necesidad de un gran número de observaciones para converger. La figura 3.13 muestra la velocidad de convergencia del receptor adaptativo ciego para $N = 4$ usuarios, $L = 16$, $P = 4$ y $\text{SNR} = 24$ dB. Se observa que son necesarios casi 7000 vectores de observaciones para que el receptor propuesto (etiquetado *ASAGE*) alcance el límite teórico del LCMV. Esta simulación se ha realizado para un promedio de 5 canales generados aleatoriamente.



Parámetros		
$N = 4$	$P = 4$	$K = 7000$
$L = 16$	$\text{SNR} = 24$ dB	

Figura 3.13: Velocidad de convergencia del receptor ciego adaptativo.

Utilizando los mismos parámetros se ha obtenido la curva de MSE para distintos valores de SNR utilizando 7000 vectores de observaciones. La figura 3.14 muestra el rendimiento obtenido por el receptor adaptativo ciego propuesto. Se observa que para valores altos de SNR el algoritmo propuesto supera en rendimiento al receptor LCMV adaptativo práctico construido según el algoritmo de la tabla 2.2.



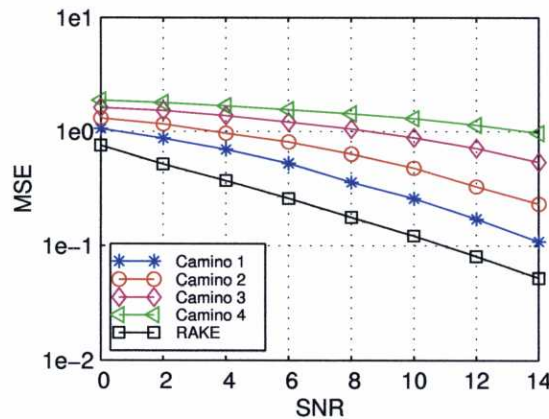
Parámetros	
$N = 4$	$P = 4$
$L = 16$	$K = 7000$

Figura 3.14: MSE del receptor ciego adaptativo para varios valores de SNR.

3.3.5.3 Rake

En este apartado se muestran algunas simulaciones realizadas para comprobar el rendimiento del receptor *rake* ciego iterativo. Los experimentos han sido realizados para 50 canales generados aleatoriamente. La figura 3.15 muestra la mejora en rendimiento que se logra cuando se utiliza el receptor *rake* en lugar de un receptor ciego iterativo con restricción lineal. Se ha considerado un sistema con $N = 4$ usuarios y un tamaño de bloque de $K = 300$ símbolos. La curva etiquetada como *Camino 1* representa el MSE del receptor iterativo ciego que extrae la señal del usuario deseado que procede del camino más fuerte, mientras que *Camino 2*, *Camino 3* y *Camino 4* se corresponden con las señales del usuario deseado extraídas de cada uno de los caminos restantes en orden decreciente de potencia. Cuando las estimaciones blandas obtenidas del banco de receptores iterativos ciegos se combinan linealmente utilizando la solución *rake* ciega propuesta, se obtiene una reducción considerable en el MSE tal y como muestra la curva etiquetada *RAKE*.

La figura 3.16 muestra la SER alcanzada por el receptor *rake* ciego para varios valores de SNR cuando el número de usuarios en el sistema es $N = 4$ y el tamaño de bloque es $K = 300$. El límite de rendimiento teórico de este receptor está marcado por el detector LCMV lineal obtenido al resolver el problema de optimización (2.56),



Parámetros	
$N = 4$	$P = 4$
$L = 16$	$K = 300$

Figura 3.15: MSE del receptor ciego *rake* para varios valores de SNR.

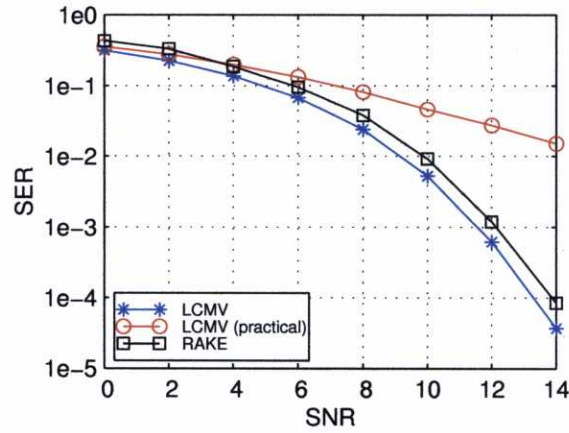
donde la restricción lineal requiere que se conozca el canal correspondiente al usuario deseado¹. La solución al problema (2.56) incluye la matriz de autocorrelación, \mathbf{R}_x , que depende de los códigos recibidos de todos los usuarios. Este conocimiento no está habitualmente disponible por lo que se distinguen el detector LCMV teórico (curva etiquetada *LCMV*) y la implementación práctica donde \mathbf{R}_x se debería estimar a partir de las observaciones disponibles (curva etiquetada *LCMV (práctico)*). Es evidente que el receptor multiusuario *rake* propuesto coincide prácticamente con la SER del receptor LCMV teórico y mejora claramente el rendimiento del detector LCMV práctico.

Se ha evaluado también la velocidad de convergencia del algoritmo EM utilizado para calcular el vector de pesos, $\hat{\mathbf{a}}$, en el receptor *rake* iterativo. Las figuras 3.17a) y 3.17b) muestran el MSE respecto al número de iteraciones y al número de observaciones, respectivamente. Se observa que la convergencia se logra en menos de 10 iteraciones y con un número de observaciones aproximado de $K = 300$, cuando se considera un sistema con $N = 4$ usuarios y una SNR= 12 dB.

3.4 Justificación del criterio

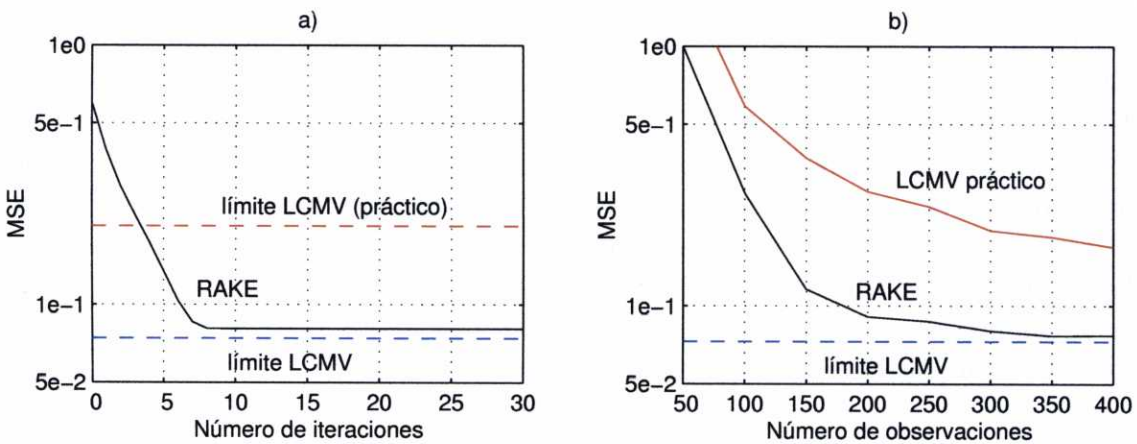
El criterio (3.4) presentado en este trabajo es inherentemente irrealizable desde un punto de vista riguroso dado que se apoya en la hipótesis de que las estimaciones blandas, $y(n)$, tienen la f.d.p. *deseada* (3.2). Es evidente que esta suposición no se cumple en la práctica ya que tanto \mathbf{w}_* como A_1 son desconocidos. Sin embargo, los resultados por simulación presentados muestran que el criterio es válido.

¹Nótese que el receptor *rake* ciego no utiliza ese conocimiento.



Parámetros	
$N = 4$	$P = 4$
$L = 16$	$K = 300$

Figura 3.16: SER del receptor ciego rake para varios valores de SNR.



Parámetros		
Comunes		a)
$N = 4$	$P = 4$	$K = 300$
$L = 16$	SNR= 12 dB	

Figura 3.17: Velocidad de convergencia del receptor ciego rake. a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).

De acuerdo con la ecuación (3.1), \mathbf{w}_* es la solución de decorrelación para el usuario deseado, es decir, es la fila $(m-1)N+1$ de la pseudoinversa por la izquierda de la matriz de códigos distorsionada, que se denota como \mathbf{D}^\dagger . Por tanto la matriz \mathbf{D}^\dagger sólo existe cuando N , L y m verifican la desigualdad

$$N(2m-1) \leq Lm. \quad (3.58)$$

Sin embargo, incluso cuando (3.58) no se cumple, está garantizada la existencia de la solución de Wiener [31]

$$\mathbf{w}_W = \left(E_{\mathbf{x}(n)} [\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)] \right)^{-1} E_{\mathbf{x}(n)} [\mathbf{x}(n)b_1^*(n)] \quad (3.59)$$

y las estimaciones resultantes vienen dadas por

$$y(n) = \mathbf{w}_W^H \mathbf{x}(n) = b_1(n) + g_f(n) + r(n) \quad (3.60)$$

donde $r(n)$ representa las MAI e ISI residuales. Dado que la potencia de la interferencia, $E_{r(n)} [|r(n)|^2]$, es muy baja, especialmente para valores de SNR medios y altos, la f.d.p. asociada, $f_{y;\mathbf{w}_W}(\cdot)$, es muy próxima a la densidad dada por la ecuación (3.2). Los análisis presentados en el apéndice G muestran que la solución al problema (3.6) tiene la misma estructura que la solución de Wiener mientras que la solución al problema (3.38) también aproxima el detector MMSE lineal sujeto a la misma restricción lineal.

Por otra parte, el criterio (3.4) es equivalente a una minimización parcial de la distancia de Kullback-Leibler (KLD, *Kullback-Leibler Distance*) entre la f.d.p. verdadera de $y(n)$, $f_y(\cdot)$, y la f.d.p. objetivo, $f_{y;\Theta}(\cdot)$ [55]. De hecho, la KLD entre ambas f.d.p. es

$$\begin{aligned} KLD(f_y \| f_{y;\Theta}) &= E_{y(n)} \left[\log \left(\frac{f_y(y(n))}{f_{y;\Theta}(y(n))} \right) \right] \\ &= E_{y(n)} [\log(f_y(y(n)))] - E_{y(n)} [\log(f_{y;\Theta}(y(n)))] \end{aligned} \quad (3.61)$$

y el segundo término en (3.61) se puede estimar a partir de $y(0), \dots, y(K-1)$ como

$$-\frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \log(f_{y;\Theta}(y(n))), \quad (3.62)$$

que es, excepto por un factor de escala, el valor negativo de la verosimilitud logarítmica $\mathcal{L}(\Theta)$ en la ecuación (3.4).

3.5 Conclusiones

En este capítulo se ha introducido una nueva aproximación a la cancelación lineal de interferencias en DS CDMA que se basa en aplicar el criterio ML para estimar los

coeficientes de un filtro lineal FIR que suprime tanto la MAI como la ISI. La principal limitación que presenta el problema de optimización planteado es la captura de una interferencia dado que su solución puede llevar al receptor a extraer un usuario no deseado. Para superar esta limitación se proponen dos posibilidades:

- Una aproximación *semiciega* que aprovecha la transmisión de secuencias de entrenamiento y el conocimiento de la f.d.p. de los símbolos transmitidos y del ruido. Se proponen dos implementaciones basadas en el algoritmo EM: una implementación iterativa tipo bloque y una implementación adaptativa que se basa en el lema de inversión y reduce la complejidad computacional del receptor. Las simulaciones muestran que utilizando secuencias de entrenamiento relativamente cortas y bloques de observaciones pequeños se consigue un rendimiento próximo al del detector multiusuario MMSE lineal teórico.
- Una aproximación completamente *ciega* que no requiere la transmisión de secuencias de entrenamiento y sólo utiliza el conocimiento de la f.d.p. de los símbolos transmitidos y del ruido. Dado que la caracterización estadística de las señales de todos los usuarios es la misma, se impone una restricción lineal sobre los coeficientes del filtro para asegurar que se extrae la señal correspondiente al usuario deseado. Como resultado se obtiene un receptor multiusuario lineal que puede implementarse de forma eficiente utilizando el algoritmo SAGE iterativo. Se propone, además, una versión adaptativa que se basa en el lema de inversión y que reduce la complejidad computacional del algoritmo iterativo.

No obstante, la restricción lineal impone una importante limitación en el rendimiento del receptor propuesto ya que no permite aprovechar la diversidad temporal inherente a los canales multitrayecto. Para superar esta limitación se introduce un receptor multiusuario *rake* que sigue dos pasos. Primero, se obtienen estimaciones blandas de los símbolos del usuario deseado de cada uno de los caminos de propagación utilizando un banco de receptores ciegos y, segundo, las estimaciones blandas se combinan adecuadamente para incrementar la SINR. El vector de pesos para esta combinación lineal se estima utilizando el criterio ML.

Las simulaciones muestran que el receptor lineal ciego es considerablemente robusto en entornos *near-far* y logra converger utilizando bloques pequeños de observaciones ($200 \leq K \leq 400$), mejorando a los receptores LCMV ciegos existentes.

Capítulo 4

Extensión del criterio ML para la cancelación de interferencias en receptores DS CDMA realimentados

En este capítulo se aborda la cancelación de interferencias en sistemas DS CDMA usando un receptor de estructura realimentada no lineal que extiende el concepto de igualación con realimentación (DFE, *Decision Feedback Equalizer*) [2] para su aplicación en sistemas multiusuario. El DFE consta de dos filtros lineales (uno hacia delante, o progresivo, y otro de realimentación, o regresivo) con un detector de umbral intercalado entre ambos. La función del filtro de realimentación es suprimir la ISI causal empleando, para ello, las decisiones proporcionadas por el detector de umbral. Es bien sabido, en el contexto de igualación, que el DFE consigue una mejora de rendimiento sustancial respecto a los igualadores lineales porque la no linealidad impuesta por el detector de umbral permite obtener estimaciones de los símbolos libres de ruido cuando las decisiones son correctas. Por el contrario, cuando la probabilidad de error en las decisiones es alta, este tipo de igualadores sufre graves problemas de propagación de errores.

Como se explicó en el capítulo 2, los receptores lineales multiusuario son subóptimos, aunque muy atractivos por su baja complejidad computacional. La motivación para la extensión del criterio ML a estructuras realimentadas que se aborda en este capítulo es tratar de obtener un receptor que mantenga el atractivo de la sencillez de implementación pero reduzca sensiblemente la diferencia de rendimiento respecto al receptor óptimo. Este también es el objetivo que se persigue en el diseño de los detectores DF-MLSD (donde SD procede del inglés *Sequential Detector*) [56] que consisten en aproximaciones del detector ML implementadas mediante un algoritmo secuencial con complejidad limitada. Obsérvese que la aproximación basada en el DFE que se estudia en este capítulo es computacionalmente menos costosa porque sólo requiere realizar filtrado lineal (el

detector de umbral es, comparativamente, un dispositivo muy sencillo) y no tiene los requisitos de memoria de los algoritmos secuenciales.

En la figura 4.1 se muestra la nueva arquitectura del receptor considerado en un sistema DS CDMA asíncrono con canales lineales dispersivos.

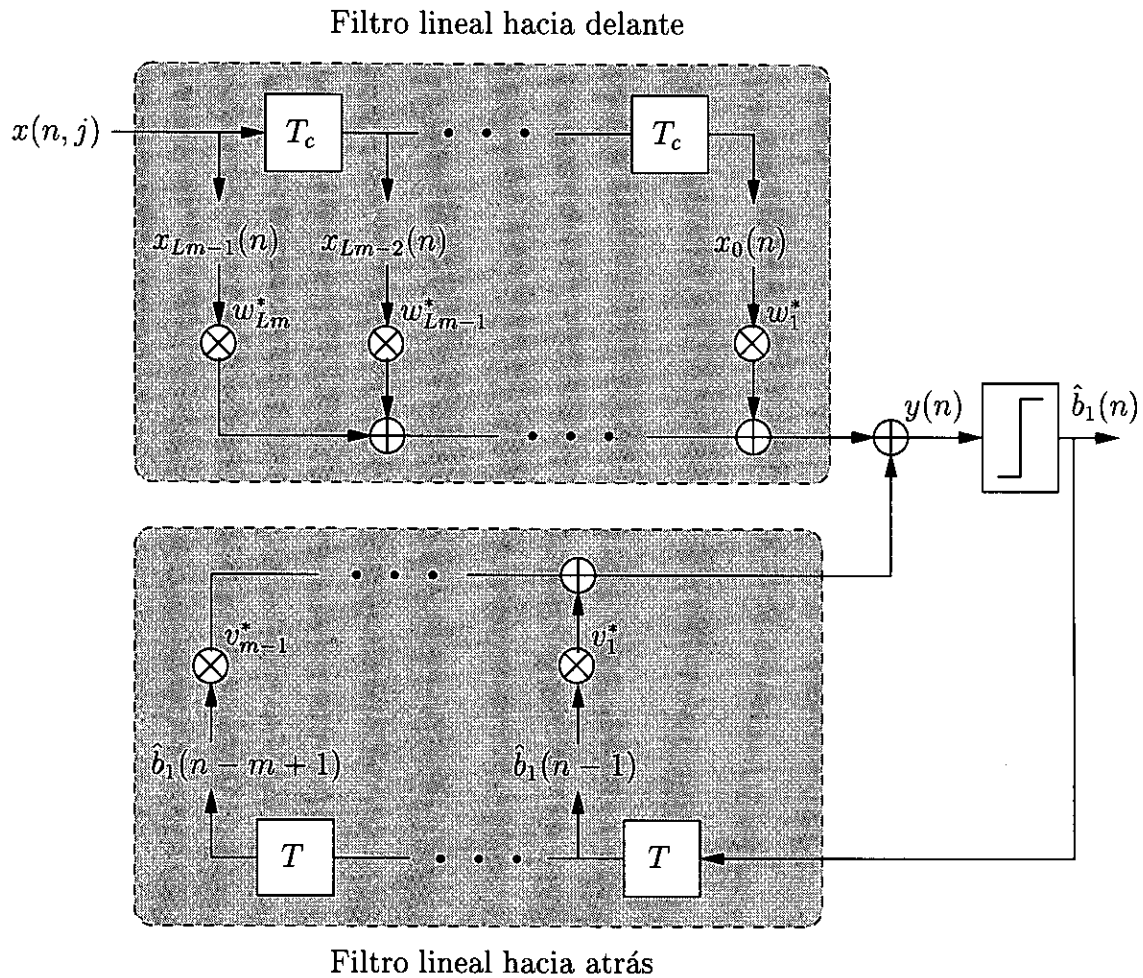


Figura 4.1: Receptor realimentado.

El receptor DF multiusuario consiste en un filtro FIR lineal progresivo, $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_{Lm}]^T$, y un filtro de realimentación, $\mathbf{v} = [v_1, \dots, v_{m-1}]^T$. Por tanto, la n -ésima estimación blanda del símbolo transmitido por el usuario deseado viene dada por

$$y(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) + \mathbf{v}^H \hat{\mathbf{b}}_1(n) \quad (4.1)$$

donde $\hat{\mathbf{b}}_1(n) = [\hat{b}_1(n-1), \dots, \hat{b}_1(n-m+1)]^T$ es un vector de tamaño $(m-1) \times 1$ que constituye una estimación de la ISI *causal*. Los símbolos en $\hat{\mathbf{b}}_1(n)$ se obtienen

fácilmente a partir de las estimaciones blandas disponibles, $y(n-1), \dots, y(n-m+1)$, utilizando un detector de umbral símbolo a símbolo tal y como se observa en la figura.

La aproximación propuesta presenta una complejidad computacional similar a la de los receptores multiusuario lineales convencionales y considerablemente menor que la de los DF-MLSD. Además, las simulaciones muestran que los receptores propuestos pueden superar ampliamente el límite teórico de rendimiento de los receptores multiusuario lineales gracias a la no linealidad introducida por el detector de umbral en el lazo de realimentación.

El resto del capítulo está organizado de la siguiente forma. Inicialmente, en la sección 4.1, se realiza una revisión de las soluciones que resultan de aplicar criterios bien conocidos (MMSE, LS y LCMV) para determinar los parámetros de este tipo de receptor. En la sección 4.2 se extiende el criterio ML, presentado en el capítulo 3, al caso de la estructura considerada. Se obtiene, así, un nuevo problema de optimización y se derivan algoritmos iterativos y adaptativos, basados en la aproximación EM, para resolverlo. Como ocurría en el caso del receptor lineal, existe un problema de captura, i.e., el receptor puede extraer un usuario interferente en lugar del deseado. Se proponen dos soluciones: un receptor semiciego (sección 4.3) que aprovecha la transmisión de secuencias de entrenamiento y otro ciego (sección 4.4) que *selecciona* al usuario a extraer mediante una restricción lineal. Finalmente, la sección 4.5 está dedicada a las conclusiones.

4.1 Aproximaciones anteriores

En esta sección, se describe la utilización de tres criterios de optimización, MMSE, LS y LCMV, para calcular los coeficientes del receptor realimentado que se muestra en la figura 4.1. Las soluciones resultantes se utilizarán como referencia para evaluar el rendimiento de los receptores derivados a partir del criterio ML en las secciones 4.3 y 4.4.

4.1.1 Detector MMSE realimentado

El criterio MMSE presentado en la sección 2.3.2 se puede extender para el modelo de señal descrito en la sección anterior. El problema de optimización, en este caso, viene dado por

$$[\mathbf{w}_{DF-MMSE}, \mathbf{v}_{DF-MMSE}] = \arg \min_{\mathbf{w}, \mathbf{v}} \left\{ \mathcal{J}_{MSE}(\mathbf{w}, \mathbf{v}) = E_{\mathbf{x}(n)} \left[|y(n) - b_1(n)|^2 \right] \right\}. \quad (4.2)$$

Suponiendo que los símbolos transmitidos son i.i.d. e independientes del ruido, la solución cerrada al problema (4.2) se obtiene como

$$\mathbf{w}_{DF-MMSE} = \mathbf{R}_x^{-1} (\mathbf{p} - \mathbf{Q} \mathbf{v}_{DF-MMSE}) \quad (4.3)$$

$$\mathbf{v}_{DF-MMSE} = \left(\mathbf{Q}^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{Q} - \sigma_b^2 \mathbf{I}_{m-1} \right)^{-1} \mathbf{Q}^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p} \quad (4.4)$$

donde

$$\mathbf{R}_x = E_{\mathbf{x}(n)}[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)] \quad (4.5)$$

es la matriz $Lm \times Lm$ de autocorrelación de las observaciones,

$$\mathbf{p} = E_{\mathbf{x}(n)}[\mathbf{x}(n)b_1^*(n)] \quad (4.6)$$

es el vector de tamaño $Lm \times 1$ de correlación entre las observaciones y el símbolo deseado, y

$$\mathbf{Q} = E_{\mathbf{x}(n)}[\mathbf{x}(n)\hat{\mathbf{b}}_1^H(n)] \quad (4.7)$$

es la matriz $Lm \times (m-1)$ de correlación de las observaciones con el vector de ISI. Para el modelo de señal considerado es sencillo ver que

$$\mathbf{R}_x = \sigma_b^2 \mathbf{D}\mathbf{D}^H + \sigma_g^2 \mathbf{I}_{Lm} \quad (4.8)$$

$$\mathbf{p} = \sigma_b^2 \mathbf{D} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N(m-1) \times 1} \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{N \times 1} \\ \mathbf{0}_{N(m-1) \times 1} \end{bmatrix} = \sigma_b^2 \mathbf{d}_1(0) \quad (4.9)$$

$$\mathbf{Q} = \sigma_b^2 \mathbf{D} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{m-1} \\ \mathbf{0}_{(N-1) \times (m-1)} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{0}_{(N-1) \times (m-1)} \\ \mathbf{0}_{Nm \times (m-1)} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

siendo $\mathbf{a}_i = [0 \cdots 0 \underbrace{1}_i 0 \cdots 0]$ de tamaño $1 \times (m-1)$ y σ_b^2 la potencia de los símbolos transmitidos.

4.1.2 Detector LS realimentado

Para la arquitectura realimentada propuesta, la solución LS se obtiene a partir del problema de optimización

$$[\mathbf{w}_{DF-LS}, \mathbf{v}_{DF-LS}] = \arg \min_{\mathbf{w}, \mathbf{v}} \left\{ \mathcal{J}_{LS}(\mathbf{w}, \mathbf{v}) = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} |y(n) - b_1(n)|^2 \right\}. \quad (4.11)$$

La solución del problema (4.11) viene dada por

$$\mathbf{v}_{DF-LS} = (\hat{\mathbf{Q}}^H \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \hat{\mathbf{Q}} - \sigma_b^2 \mathbf{I}_{m-1})^{-1} \hat{\mathbf{Q}}^H \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \hat{\mathbf{p}} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{w}_{DF-LS} = \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} (\hat{\mathbf{p}} - \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{v}_{DF-LS}) \quad (4.13)$$

donde $\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)$ es la matriz de autocorrelación empírica de las observaciones, $\hat{\mathbf{p}} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)b_1^*(n)$ es el vector de correlación empírico entre las observaciones y los símbolos transmitidos y $\hat{\mathbf{Q}} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\hat{\mathbf{b}}_1^H(n)$ es la matriz de correlación empírica entre las observaciones y los símbolos que forman el vector de ISI. Nótese que para calcular $\hat{\mathbf{p}}$ y $\hat{\mathbf{Q}}$ se necesita que los símbolos sean conocidos *a priori* por lo que en la práctica sólo $M \leq K$ símbolos estarán disponibles. Por último señalar que, si $\mathbf{x}(n)$ es un proceso ergódico, como ocurre en nuestro caso, la solución LS converge a la MMSE cuando $K \rightarrow \infty$.

4.1.3 Detector LCMV realimentado

Se puede adaptar el criterio LCMV para la estructura realimentada. Se consideran dos casos según el canal para el usuario deseado sea o no conocido. Los problemas de optimización resultantes para cada caso vienen dados por

$$[\mathbf{w}_{DF-LCMV1}, \mathbf{v}_{DF-LCMV1}] = \arg \min_{\mathbf{w}, \mathbf{v}} \{ \mathcal{J}_{LCMV}(\mathbf{w}, \mathbf{v}) \} \quad \text{sujeto a } \mathbf{w}^H \mathbf{d}_1(0) = 1 \quad (4.14)$$

$$[\mathbf{w}_{DF-LCMV2}, \mathbf{v}_{DF-LCMV2}] = \arg \min_{\mathbf{w}, \mathbf{v}} \{ \mathcal{J}_{LCMV}(\mathbf{w}, \mathbf{v}) \} \quad \text{sujeto a } \mathbf{w}^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d \quad (4.15)$$

donde $\mathcal{J}_{LCMV}(\mathbf{w}, \mathbf{v}) = E_{\mathbf{x}(n)} [|y(n)|^2]$ es la función de coste, $\mathbf{d}_1(0)$ es el código recibido del usuario deseado, $\mathbf{C}_1(0)$ es una matriz $Lm \times P$ construida a partir del código transmitido por el usuario deseado (ver ecuación (3.27)), \mathbf{h}_1 es un vector $P \times 1$ que contiene las componentes de canal del usuario deseado y $\mathbf{u}_d = [0 \cdots 0 \underbrace{1}_d 0 \cdots 0]^T$ es un vector de tamaño $P \times 1$.

Aplicando la descomposición GSC [39], i.e. $\mathbf{w}_{DF-LCMVj} = \mathbf{w}_{q,j} - \mathbf{B}_j \mathbf{w}_a$, las expresiones que se obtienen para los filtros progresivo y de realimentación son, en ambos casos ($j = 1, 2$),

$$\mathbf{v}_{DF-LCMVj} = \left(\sigma_b^2 \mathbf{I}_{m-1} - \mathbf{Q}^H \mathbf{B}_j \mathbf{R}_{B_j x}^{-1} \mathbf{B}_j^H \mathbf{Q} \right)^{-1} \left(\mathbf{Q}^H \mathbf{B}_j \mathbf{R}_{B_j x}^{-1} \mathbf{B}_j^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}_{q,j} - \mathbf{Q}^H \mathbf{w}_{q,j} \right) \quad (4.16)$$

$$\mathbf{w}_{DF-LCMVj} = \mathbf{w}_{q,j} - \mathbf{B}_j \mathbf{w}_a \quad (4.17)$$

donde

$$\mathbf{w}_a = \mathbf{R}_{B_j x}^{-1} \mathbf{B}_j^H (\mathbf{R}_x \mathbf{w}_{q,j} - \mathbf{Q} \mathbf{v}_{DF-LCMVj}) \quad (4.18)$$

y

$$\mathbf{R}_{B_j x} = \mathbf{B}_j^H \mathbf{R}_x \mathbf{B}_j. \quad (4.19)$$

El vector de reposo $\mathbf{w}_{q,j}$, de dimensión $Lm \times 1$, y la matriz de bloqueo \mathbf{B}_j , de tamaño $Lm \times (Lm - P)$, dependen de si el canal es o no conocido. Así, para el caso de canal conocido

$$\mathbf{w}_{q,1} = \frac{\mathbf{d}_1(0)}{\mathbf{d}_1^H(0)\mathbf{d}_1(0)} \quad (4.20)$$

donde $\mathbf{d}_1(0)$ es el código distorsionado del usuario 1 y \mathbf{B}_1 es una base del subespacio nulo por la izquierda de $\mathbf{w}_{q,1}$,

$$\mathbf{B}_1^H \mathbf{w}_{q,1} = \mathbf{0}. \quad (4.21)$$

Para el caso de canal desconocido, $\mathbf{w}_{q,2}$ y \mathbf{B}_2 se obtienen como solución a los sistemas de ecuaciones lineales

$$\mathbf{w}_{q,2}^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d^T \quad (4.22)$$

$$\mathbf{B}_2^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{0}. \quad (4.23)$$

4.1.4 Implementación de las aproximaciones anteriores

En este apartado se presentan tres posibles implementaciones para los criterios clásicos considerados.

Algoritmo DF-LMS

La solución MMSE puede implementarse mediante un algoritmo de gradiente (LMS, *Least Mean Square*) de la forma

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{w}}_{DF-LMS}(i+1) \\ \hat{\mathbf{v}}_{DF-LMS}(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{w}}_{DF-LMS}(i) \\ \hat{\mathbf{v}}_{DF-LMS}(i) \end{bmatrix} - \mu \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{w}} \mathcal{J}_{MSE}(\mathbf{w}, \mathbf{v}) \\ \nabla_{\mathbf{v}} \mathcal{J}_{MSE}(\mathbf{w}, \mathbf{v}) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

donde $\mathcal{J}_{MSE}(\mathbf{w}, \mathbf{v}) = E_{\mathbf{x}(n)} [|y(n) - b_1(n)|^2]$ es la función de coste.

Tomando la estimación de una muestra del vector gradiente $\nabla \mathcal{J}_{MSE}$ para cada vector de observaciones y eligiendo adecuadamente el parámetro de avance, μ , se obtiene la siguiente expresión para el cálculo de los coeficientes de los filtros

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{w}}_{DF-LMS}(i+1) \\ \hat{\mathbf{v}}_{DF-LMS}(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{w}}_{DF-LMS}(i) \\ \hat{\mathbf{v}}_{DF-LMS}(i) \end{bmatrix} - \mu \begin{bmatrix} \mathbf{x}(i) (y^*(i) - d^*(i)) \\ \hat{\mathbf{b}}_1(i) (y^*(i) - d^*(i)) \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

donde

$$d(i) = \begin{cases} b_1(i) & 0 \leq i \leq M-1 \\ \text{umbral}(y(i)) & M \leq i \leq K-1. \end{cases} \quad (4.26)$$

Debido a la forma de obtener $d(i)$, el algoritmo (4.25) resulta ser un método dirigido por decisión (DD).

La tabla 4.1 resume el algoritmo propuesto, considerando un parámetro de avance variable μ que suprime el 20% del error cuadrático instantáneo

$$e(i) = |\hat{\mathbf{w}}^H(i+1)\mathbf{x}(i) + \hat{\mathbf{v}}^H(i+1)\hat{\mathbf{b}}_1(i) - d(i)|^2. \quad (4.27)$$

La inicialización del algoritmo consiste en igualar los dos filtros a cero, i.e., $\hat{\mathbf{w}}_{DF-LMS}(0) = \mathbf{0}$ y $\hat{\mathbf{v}}_{DF-LMS}(0) = \mathbf{0}$.

<p>Inicialización del algoritmo</p> $\hat{\mathbf{w}}_{DF-LMS}(0) = \mathbf{0}$ $\hat{\mathbf{v}}_{DF-LMS}(0) = \mathbf{0}$ <p>Para $i = 0, 1, \dots, K - 1$ (observaciones disponibles)</p> $d(i) = \begin{cases} b_1(i) & 0 \leq i \leq M - 1 \\ \text{umbral}(y(i) = \hat{\mathbf{w}}_{DF-LMS}(i)\mathbf{x}(i) + \hat{\mathbf{v}}_{DF-LMS}(i)\hat{\mathbf{b}}_1(i)) & M \leq i \leq K - 1 \end{cases}$ $\mu = 0.2 \frac{1}{\mathbf{x}^H(i)\mathbf{x}(i) + \hat{\mathbf{b}}_1^H(i)\hat{\mathbf{b}}_1(i)}$ $\hat{\mathbf{w}}_{DF-LMS}(i + 1) = \hat{\mathbf{w}}_{DF-LMS}(i) - \mu\mathbf{x}(i)(y^*(i) - d^*(i))$ $\hat{\mathbf{v}}_{DF-LMS}(i + 1) = \hat{\mathbf{v}}_{DF-LMS}(i) - \mu\hat{\mathbf{b}}_1(i)(y^*(i) - d^*(i))$
--

Tabla 4.1: Algoritmo DF-LMS.

Algoritmo DF-LS

Un método iterativo dirigido por decisión para calcular la solución LS puede obtenerse como

$$\hat{\mathbf{v}}_{DF-LS}(i + 1) = \left(\hat{\mathbf{Q}}_{i+1}^H \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \hat{\mathbf{Q}}_{i+1} - \sigma_b^2 \mathbf{I}_{m-1} \right)^{-1} \hat{\mathbf{Q}}_{i+1}^H \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \hat{\mathbf{p}}_{i+1} \quad (4.28)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_{DF-LS}(i + 1) = \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \left(\hat{\mathbf{p}}_{i+1} - \hat{\mathbf{Q}}_{i+1} \hat{\mathbf{v}}_{DF-LS}(i + 1) \right) \quad (4.29)$$

donde $\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)$ es la función de autocorrelación empírica de las observaciones y la matriz $\hat{\mathbf{Q}}_{i+1}$ de tamaño $Lm \times (m - 1)$ y el vector $\hat{\mathbf{p}}_{i+1}$ ($Lm \times 1$) se calculan usando las estimaciones actuales de los símbolos transmitidos,

$$\hat{\mathbf{p}}_{i+1} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)d^*(n) \quad (4.30)$$

$$\hat{\mathbf{Q}}_{i+1} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \hat{\mathbf{b}}_1(n)\hat{\mathbf{b}}_1^H(n). \quad (4.31)$$

La inicialización de este algoritmo se realiza utilizando únicamente la secuencia de entrenamiento para calcular las matrices anteriores. La parada del algoritmo se alcanza cuando la norma cuadrática del vector diferencia entre las actualizaciones i -ésima e $(i + 1)$ -ésima del filtro sea menor que un determinado valor de umbral. La tabla 4.2 resume el algoritmo DF-LS iterativo considerado.

Finalmente, nótese que el algoritmo (4.28)-(4.29) puede entenderse también como una implementación iterativa práctica de la aproximación DF-MMSE descrita en 4.1.1.

Inicialización del algoritmo

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)$$

$$\hat{\mathbf{p}}_0 = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \mathbf{x}(n)b_1^*(n)$$

$$\hat{\mathbf{Q}}_0 = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \hat{\mathbf{b}}_1(n)\hat{\mathbf{b}}_1^H(n)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{DF-LS}(0) = \left(\hat{\mathbf{Q}}_0^H \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \hat{\mathbf{Q}}_0 - \sigma_b^2 \mathbf{I}_{m-1} \right)^{-1} \hat{\mathbf{Q}}_0^H \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \hat{\mathbf{p}}_0$$

$$\hat{\mathbf{w}}_{DF-LS}(0) = \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \left(\hat{\mathbf{p}}_0 - \hat{\mathbf{Q}}_0 \hat{\mathbf{v}}_{DF-LS}(0) \right)$$

Para $i = 0, 1, 2, \dots$

$$\text{Para } n = 0, \dots, M-1 \quad \left\{ \begin{array}{l} d_i(n) = b_1(n) \end{array} \right.$$

$$\text{Para } n = M, \dots, K-1 \quad \left\{ \begin{array}{l} y_i(n) = \hat{\mathbf{w}}_{DF-LS}^H(i)\mathbf{x}(n) + \hat{\mathbf{v}}_{DF-LS}^H(i)\hat{\mathbf{b}}_1(n) \\ \hat{b}_i(n) = \text{umbral}(y_i(n)) \\ d_i(n) = \hat{b}_i(n) \end{array} \right.$$

$$\hat{\mathbf{p}}_{i+1} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)d_i^*(n)$$

$$\hat{\mathbf{Q}}_{i+1} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \hat{\mathbf{b}}_1(n)\hat{\mathbf{b}}_1^H(n)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{DF-LS}(i+1) = \left(\hat{\mathbf{Q}}_{i+1}^H \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \hat{\mathbf{Q}}_{i+1} - \sigma_b^2 \mathbf{I}_{m-1} \right)^{-1} \hat{\mathbf{Q}}_{i+1}^H \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \hat{\mathbf{p}}_{i+1}$$

$$\hat{\mathbf{w}}_{DF-LS}(i+1) = \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \left(\hat{\mathbf{p}}_{i+1} - \hat{\mathbf{Q}}_{i+1} \hat{\mathbf{v}}_{DF-LS}(i+1) \right)$$

Tabla 4.2: Algoritmo DF-LS.

Algoritmo DF-LCMV

La solución LCMV para la estructura realimentada (4.16)-(4.17), puede calcularse iterativamente como

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{v}}_{DF-LCMV_j}(i+1) &= \left(\sigma_b^2 \mathbf{I}_{m-1} - \hat{\mathbf{Q}}_{i+1}^H \mathbf{B}_j \hat{\mathbf{R}}_{B_j x}^{-1} \mathbf{B}_j^H \hat{\mathbf{Q}}_{i+1} \right)^{-1} \times \\ &\times \left(\hat{\mathbf{Q}}_{i+1}^H \mathbf{B}_j \hat{\mathbf{R}}_{B_j x}^{-1} \mathbf{B}_j^H \hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{w}_{q,j} - \hat{\mathbf{Q}}_{i+1}^H \mathbf{w}_{q,j} \right) \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_{DF-LCMV_j}(i+1) = \mathbf{w}_{q,j} - \mathbf{B}_j \hat{\mathbf{w}}_a(i+1) \quad (4.33)$$

donde

$$\hat{\mathbf{w}}_a(i+1) = \hat{\mathbf{R}}_{B_j x}^{-1} \mathbf{B}_j^H \left(\hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{w}_{q,j} - \hat{\mathbf{Q}} \hat{\mathbf{v}}_{DF-LCMV_j}(i+1) \right) \quad (4.34)$$

es la parte adaptativa del filtro, $\hat{\mathbf{R}}_{B_j x} = \mathbf{B}_j^H \hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{B}_j$, $\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n)$ es la matriz de autocorrelación empírica de las observaciones y la matriz $\hat{\mathbf{Q}}_{i+1}$ y el vector $\hat{\mathbf{p}}_{i+1}$ se calculan a partir de las estimaciones actuales de los símbolos transmitidos,

$$\hat{\mathbf{Q}}_{i+1} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n) \hat{\mathbf{b}}_1^H(n) \quad (4.35)$$

$$\hat{\mathbf{p}}_{i+1} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n) \hat{b}_1^*(n). \quad (4.36)$$

La inicialización del algoritmo se realiza igualando el filtro progresivo a la solución lineal LCMV con la restricción correspondiente, i.e., $\hat{\mathbf{w}}_{DF-LCMV}(0) = \hat{\mathbf{w}}_{LCMV}$ y el filtro de realimentación a cero, i.e., $\hat{\mathbf{v}}_{DF-LCMV}(0) = \mathbf{0}$. Con esta inicialización se pueden obtener las primeras estimaciones de los símbolos transmitidos. La parada del algoritmo se alcanza cuando la norma cuadrática del vector diferencia entre las actualizaciones i -ésima e $(i+1)$ -ésima del filtro sea menor que un determinado valor de umbral. La tabla 4.3 resume los dos algoritmos considerados.

4.2 Extensión del criterio

En esta sección se extiende el criterio de optimización propuesto en el capítulo 3 para una arquitectura de receptor realimentada. El planteamiento del problema se realiza de manera completamente análoga al caso lineal con la salvedad de que el vector de parámetros se amplía e incluye los coeficientes del filtro de realimentación. La hipótesis de partida consiste en considerar que tanto la MAI como la ISI han sido suprimidas totalmente por el receptor. Entonces, la estimación blanda del símbolo, $y(n)$, está formada por dos componentes: el símbolo transmitido por el usuario deseado y un término de ruido aditivo gaussiano. Definiendo \mathbf{w}_* y \mathbf{v}_* como los filtros que eliminan por completo la MAI y la ISI, se obtiene

$$y(n) = \mathbf{w}_*^H \mathbf{x}(n) + \mathbf{v}_*^H \hat{\mathbf{b}}_1(n) = A_1 b_1(n) + g_f(n). \quad (4.37)$$

Inicialización del algoritmo

canal conocido $\mathbf{w}_{q,1} = \frac{\mathbf{d}_1(0)}{\mathbf{d}_1^H(0)\mathbf{d}_1(0)}$ $\mathbf{B}_1^H \mathbf{w}_{q,1} = \mathbf{0}$		canal desconocido $\mathbf{w}_{q,2}^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d^T$ $\mathbf{B}_2^H \mathbf{C}_1 = \mathbf{0}$
--	--	---

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{DF-LCMV_j}(0) = \mathbf{0}$$

$$\hat{\mathbf{w}}_a(0) = (\mathbf{B}_j^H \hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{B}_j)^{-1} \mathbf{B}_j^H \hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{w}_{q,j}$$

$$\hat{\mathbf{w}}_{DF-LCMV_j}(0) = \hat{\mathbf{w}}_{LCMV_j} = \mathbf{w}_{q,j} - \mathbf{B}_j \hat{\mathbf{w}}_a(0)$$

Para $i = 0, 1, \dots$

$$\text{Para } i = 0, 1, \dots, K-1 \quad \begin{cases} y_i(n) = \hat{\mathbf{w}}_{DF-LCMV_j}^H(i) \mathbf{x}(n) + \hat{\mathbf{v}}_{DF-LCMV_j}^H(i) \hat{\mathbf{b}}_1(n) \\ \hat{\mathbf{b}}_1(n) = \text{umbral}(|y_i(n)|) \end{cases}$$

$$\hat{\mathbf{Q}}_{i+1} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \hat{\mathbf{b}}_1(n) \hat{\mathbf{b}}_1^H(n)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{B_j x} = \mathbf{B}_j^H \hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{B}_j$$

$$\hat{\mathbf{v}}_{DF-LCMV_j}(i+1) = \left(\sigma_b^2 \mathbf{I}_{m-1} - \hat{\mathbf{Q}}_{i+1}^H \mathbf{B}_j \hat{\mathbf{R}}_{B_j x}^{-1} \mathbf{B}_j^H \hat{\mathbf{Q}}_{i+1} \right)^{-1} \times$$

$$\times \left(\hat{\mathbf{Q}}_{i+1}^H \mathbf{B}_j \hat{\mathbf{R}}_{B_j x}^{-1} \mathbf{B}_j^H \hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{w}_{q,j} - \hat{\mathbf{Q}}_{i+1}^H \mathbf{w}_{q,j} \right)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_a(i+1) = \hat{\mathbf{R}}_{B_j x}^{-1} \mathbf{B}_j^H \left(\hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{w}_{q,j} - \hat{\mathbf{Q}}_{i+1} \hat{\mathbf{v}}_{DF-LCMV_j}(i+1) \right)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_{DF-LCMV_j}(i+1) = \mathbf{w}_{q,j} - \mathbf{B}_j \hat{\mathbf{w}}_a(i+1)$$

Tabla 4.3: Algoritmo DF-LCMV.

Todas las hipótesis referentes a la varianza del ruido filtrado, σ_f^2 , discutidas en el capítulo 3 se mantienen en lo sucesivo.

Considerando un número K de observaciones en el receptor se modela la f.d.p. conjunta de las estimaciones óptimas¹ de los símbolos, $\mathbf{y} = [y(0), \dots, y(K-1)]^T$, mediante el producto de las f.d.p. marginales (ver apéndice A)

$$f_{\mathbf{y};\Upsilon}(y(n)) = \left(\frac{1}{\pi\sigma_f^2} \right)^K \prod_{n=0}^{K-1} E_b \left[e^{-\frac{|y(n)-A_1b|^2}{\sigma_f^2}} \right] \quad (4.38)$$

donde $\Upsilon = [\mathbf{w}_*, \mathbf{v}_*, A_1]$ es el conjunto de parámetros de la f.d.p. Esta aproximación de la f.d.p. conjunta tiene las limitaciones ya discutidas en el capítulo anterior para el caso lineal. Utilizando el modelo (4.38), la estimación ML de Υ es

$$\hat{\Upsilon} = \arg \max_{\Upsilon} \left\{ \mathcal{L}(\Upsilon) = \sum_{n=0}^{K-1} \log \left(E_b \left[e^{-\frac{|y(n)-A_1b|^2}{\sigma_f^2}} \right] \right) \right\} \quad (4.39)$$

donde $\hat{\Upsilon} = [\hat{\mathbf{w}}, \hat{\mathbf{v}}, \hat{A}_1]$ y $\mathcal{L}(\Upsilon)$ es la verosimilitud logarítmica de Υ respecto al bloque de estimaciones blandas, \mathbf{y} .

Por la misma razón comentada en 3.1 (todas las señales de información tienen la misma caracterización estadística) la resolución de (4.39) puede dar lugar a la captura de una interferencia.

4.3 Supresión semiciega de interferencias

El problema de captura se puede evitar si se aprovecha la transmisión de una secuencia de entrenamiento corta de $M < K$ símbolos. Asumiendo que los primeros M símbolos, $\mathbf{b}_t = [b_1(0), \dots, b_1(M-1)]^T$ son conocidos *a priori* y condicionando las esperanzas en (4.39) respecto a los símbolos conocidos, \mathbf{b}_t , se obtiene un receptor DF semiciego cuyos coeficientes son la solución a

$$\begin{aligned} \hat{\Phi} &= \arg \max_{\Phi} \{ \mathcal{L}(\Phi | \mathbf{b}_t) \} \\ &= \arg \min_{\Phi} \left\{ \sum_{n=0}^{M-1} |y(n) - b_1(n)|^2 - \sum_{n=M}^{K-1} \log \left(E_b \left[e^{-\frac{|y(n)-b|^2}{\sigma_f^2}} \right] \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.40)$$

donde $\hat{\Phi} = [\hat{\mathbf{w}}, \hat{\mathbf{v}}]$ y $\Phi = [\mathbf{w}_*, \mathbf{v}_*]$. Se ha eliminado el factor de escalado A_1 del vector de parámetros a estimar ya que la secuencia de entrenamiento impone una amplitud unidad y una fase 0 para los símbolos del usuario deseado, i.e., $A_1 = 1$.

Nótese que toda la información estadística disponible se utiliza en el cálculo de los coeficientes de los filtros y, por tanto, el receptor DF semiciego mejora el rendimiento

¹ óptimas en el sentido de que tanto la MAI como la ISI se han eliminado por completo.

del detector multiusuario DF-MMSE convencional (obtenido como extensión directa al caso multiusuario del DFE descrito en [2]) que sólo aprovecha la secuencia de entrenamiento, \mathbf{b}_t .

Dado que no es posible obtener una solución cerrada para el problema (4.40) se ha utilizado el algoritmo EM para aproximar numéricamente esta solución. Como ya se ha explicado anteriormente, el algoritmo EM proporciona un marco muy general para el desarrollo tanto de algoritmos iterativos como adaptativos.

4.3.1 Implementación iterativa modo bloque

Utilizando la terminología EM habitual, se definen el conjunto de datos incompletos como las estimaciones blandas observadas, $y(n)$, $n = 0, \dots, K-1$ y el conjunto de datos completos como los vectores extendidos $\mathbf{y}_e(n) = [y(n) \ b_1(n)]^T$, $n = 0, \dots, K-1$ (donde $b_1(n)$ son los datos no observados).

Siguiendo el mismo procedimiento que en el capítulo 3, se puede demostrar que el conjunto de estadísticos suficientes para los datos completos viene dado por la función

$$\mathcal{U}(\Phi, \hat{\Phi}_{i,i}) = E_{\mathbf{Y}_e | \mathbf{y}, \mathbf{b}_t; \hat{\Phi}_{i,i}} [\log(f_{\mathbf{Y}_e; \Phi}(\mathbf{Y}_e))] \quad (4.41)$$

donde $\hat{\Phi}_{i,j} = [\hat{\mathbf{w}}(i), \hat{\mathbf{v}}(j)]$, $\mathbf{Y}_e = [\mathbf{y}_e(0), \dots, \mathbf{y}_e(K-1)]^T$ es la matriz de datos completos y

$$f_{\mathbf{Y}_e; \Phi}(\mathbf{Y}_e) = \prod_{n=0}^{K-1} \frac{1}{\pi \sigma_f^2} f_b(b_1(n)) e^{-\frac{|y(n) - b_1(n)|^2}{\sigma_f^2}} \quad (4.42)$$

es la verosimilitud de Φ respecto al conjunto de datos completos (ver apéndice C). Sustituyendo (4.42) en (4.41) y despreciando los términos constantes respecto a Φ , la aproximación EM proporciona la siguiente regla de actualización

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_{i+1,i+1} &= \arg \max_{\Phi} \{ \mathcal{U}(\Phi, \hat{\Phi}_{i,i}) \} \\ &= \arg \min_{\Phi} \left\{ \sum_{n=0}^{M-1} |y(n) - b_1(n)|^2 \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=M}^{K-1} E_{b_1(n) | y(n); \hat{\Phi}_{i,i}} [|y(n) - b_1(n)|^2] \right\} \quad (4.43) \end{aligned}$$

que constituye una secuencia de problemas cuadráticos con solución analítica.

Numéricamente, resulta útil emplear el algoritmo SAGE (*Space Alternating Generalized Expectation-Maximization*), que permite maximizar la función $\mathcal{U}(\cdot, \cdot)$ de forma sucesiva respecto a subconjuntos de parámetros disjuntos [53]. Se han considerado, en este caso, dos subconjuntos de parámetros: el subconjunto formado por los coeficientes del filtro progresivo, \mathbf{w}_* , y el subconjunto formado por los coeficientes del filtro de realimentación, \mathbf{v}_* . La aplicación del SAGE proporciona las

siguientes reglas de actualización para $\hat{\mathbf{w}}(i+1)$ y para $\hat{\mathbf{v}}(i+1)$,

$$\hat{\mathbf{w}}(i+1) = \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \left(\sum_{n=0}^{M-1} \mathbf{x}(n)b_1^*(n) + \sum_{n=M}^{K-1} \mathbf{x}(n)\epsilon_{i,i}^* - \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\hat{\mathbf{b}}_1^H(n)\hat{\mathbf{v}}(i) \right) \quad (4.44)$$

$$\hat{\mathbf{v}}(i+1) = \hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{b}}_1}^{-1} \left(\sum_{n=0}^{M-1} \hat{\mathbf{b}}_1(n)b_1^*(n) + \sum_{n=M}^{K-1} \hat{\mathbf{b}}_1(n)\epsilon_{i+1,i}^* - \sum_{n=0}^{K-1} \hat{\mathbf{b}}_1(n)\mathbf{x}^H(n)\hat{\mathbf{w}}(i+1) \right) \quad (4.45)$$

donde $\hat{\mathbf{R}}_x = \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)$, $\hat{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{b}}_1} = \sum_{n=0}^{K-1} \hat{\mathbf{b}}_1(n)\hat{\mathbf{b}}_1^H(n)$ y $\epsilon_{i,j} = E_{b_1(n)|y(n); \hat{\Phi}_{i,j}} [b_1(n)]$. Esta última expresión se puede evaluar utilizando el teorema de Bayes (ver apéndice D).

Las estimaciones duras de los símbolos $\hat{b}_1(n-q)$, $q = 1, \dots, m-1$, que se utilizan para construir el vector $\hat{\mathbf{b}}_1(n)$, se obtienen a partir de las estimaciones blandas correspondientes, $y(n-q)$, calculadas con los coeficientes de los filtros $\hat{\mathbf{w}}(i)$ y $\hat{\mathbf{v}}(i)$ de la iteración anterior.

Finalmente, nótese que la varianza del ruido filtrado, σ_f^2 , es necesaria para calcular $\epsilon_{i,j}$. Dado que no es conocida *a priori*, su estimación se realiza utilizando una regla de actualización análoga a la presentada en 3.2.2, i.e.,

$$\hat{\sigma}_f^2(i+1) = \hat{\mathbf{w}}^H(i)\hat{\mathbf{w}}(i)\hat{\sigma}_g^2. \quad (4.46)$$

4.3.2 Implementación adaptativa

Para calcular $\hat{\mathbf{w}}(i)$ y $\hat{\mathbf{v}}(i)$ usando (4.44) y (4.45) se tiene que resolver un sistema de $(L+1)m-1$ ecuaciones lineales con $(L+1)m-1$ incógnitas. En la práctica, sin embargo, es deseable evitar esta operación y calcular $\hat{\mathbf{w}}(i)$ y $\hat{\mathbf{v}}(i)$ adaptativamente para minimizar el número de operaciones por observación.

Para poder derivar una versión adaptativa del receptor DF propuesto, se considera la función de coste para una muestra

$$\mathcal{U}_1(\hat{\Phi}, \hat{\Phi}_{i,i}) = E_{b_1(n)|y(n), \mathbf{b}_i; \hat{\Phi}_{i,i}} [\log(f_{y_e; \Phi}(y_e(n)))] \quad (4.47)$$

que se obtiene de forma directa a partir de (4.41) igualando $K=1$. A partir de (4.47), se propone calcular la secuencia de parámetros adaptativamente utilizando el siguiente algoritmo de gradiente

$$\hat{\Phi}_{i+1, i+1} = \hat{\Phi}_{i,i} - \mu \nabla_{\hat{\Phi}_{i,i}} \mathcal{U}_1(\hat{\Phi}_{i,i}, \hat{\Phi}_{i,i}) \quad (4.48)$$

i.e.,

$$\hat{\mathbf{w}}(i+1) = \hat{\mathbf{w}}(i) - \mu \mathbf{x}(i) (y^*(i) - d^*(i)) \quad (4.49)$$

$$\hat{\mathbf{v}}(i+1) = \hat{\mathbf{v}}(i) - \mu \hat{\mathbf{b}}(i) (y^*(i) - d^*(i)) \quad (4.50)$$

donde $y(i) = \hat{\mathbf{w}}^H(i)\mathbf{x}(i) + \hat{\mathbf{v}}^H(i)\hat{\mathbf{b}}_1(i)$,

$$d(i) = \begin{cases} b_1(i) & 0 \leq i \leq M-1 \\ E_{b(i)|y(i), \hat{\Phi}_{i,i}} [b_1(i)] & M \leq i \leq K-1 \end{cases} \quad (4.51)$$

<p>Inicialización del algoritmo</p> $\hat{\mathbf{w}}(0) = \mathbf{0}$ $\hat{\mathbf{v}}(0) = \mathbf{0}$ $\hat{\sigma}_f^2(0) = \hat{\sigma}_g^2$ <p>Para $i = 0, 1, \dots, K - 1$ (observaciones disponibles)</p> $d(i) = \begin{cases} b_1(i) & 0 \leq i \leq M - 1 \\ E_{b(i) y(i); \hat{\Theta}_{i,i}}[b_1(i)] & M \leq i \leq K - 1 \end{cases}$ $\mu = 0.2 \frac{1}{\mathbf{x}^H(n)\mathbf{x}(n) + \hat{\mathbf{b}}_1^H(n)\hat{\mathbf{b}}_1(n)}$ $\hat{\mathbf{w}}(i + 1) = \hat{\mathbf{w}}(i) - \mu \mathbf{x}(i)(y^*(i) - d^*(i))$ $\hat{\mathbf{v}}(i + 1) = \hat{\mathbf{v}}(i) - \mu \hat{\mathbf{b}}_1(i)(y^*(i) - d^*(i))$ $\hat{\sigma}_f^2(i + 1) = \hat{\mathbf{w}}^H(i + 1)\hat{\mathbf{w}}(i + 1)\hat{\sigma}_g^2 \quad (i \geq M)$

Tabla 4.4: Algoritmo DF-GEM.

y μ es el parámetro de avance. La secuencia $\{\hat{\Phi}_{i,i}\}_{i=0,1,\dots}$ así elegida verifica el criterio EM generalizado (GEM, *Generalized EM*) [48]

$$\mathcal{U}_1(\hat{\Phi}_{i+1,i+1}, \hat{\Phi}_{i,i}) \geq \mathcal{U}_1(\hat{\Phi}_{i,i}, \hat{\Phi}_{i,i}). \quad (4.52)$$

Nótese, además, que el algoritmo (4.49)-(4.50) es una generalización del algoritmo LMS para la arquitectura realimentada considerada.

La tabla 4.4 resume el algoritmo DF-GEM adaptativo propuesto, incluyendo la actualización de la estimación de la varianza de ruido filtrada, $\hat{\sigma}_f^2$. La inicialización del algoritmo consiste en igualar $\hat{\mathbf{w}}(0)$ y $\hat{\mathbf{v}}(0)$ a cero. Análogamente al algoritmo LMS normalizado [31], se ha elegido un parámetro de avance variable que siempre suprima un porcentaje (20%) del error cuadrático instantáneo

$$e(i) = |\hat{\mathbf{w}}^H(i + 1)\mathbf{x}(i) + \hat{\mathbf{v}}^H(i + 1)\hat{\mathbf{b}}_1(i) - d(i)|^2. \quad (4.53)$$

4.3.3 Simulaciones numéricas

Las simulaciones numéricas cuyos resultados se presentan a continuación muestran el rendimiento del receptor DF propuesto en un sistema DS CDMA asíncrono con N usuarios transmitiendo símbolos QPSK, códigos binarios de longitud $L = 6$ y canales complejos desconocidos de longitud $P = 10$ (por tanto, la memoria del

canal es $m = 3$). Los resultados se han obtenido eligiendo de entre 200 canales con coeficientes complejos aleatorios ($\sigma_h=0.5$), el canal que presenta una mayor diferencia entre el rendimiento del MMSE lineal y del DF-MMSE (canal 1) y aquel canal en el que la diferencia de rendimiento es menor (canal 2). El algoritmo iterativo se inicializa con $\hat{\mathbf{v}}(0) = \mathbf{0}$ y $\hat{\mathbf{w}}(0) = \hat{\mathbf{w}}_{lineal}$, donde $\hat{\mathbf{w}}_{lineal}$ es el filtro que se obtiene aplicando el algoritmo EM semiciego (3.18), que se describió en el capítulo anterior. La parada del algoritmo se establece cuando la norma cuadrática del vector diferencia entre las actualizaciones i -ésima e $(i + 1)$ -ésima de los filtros sea menor que un determinado valor de umbral (10^{-8} en las simulaciones).

a) Probabilidad de error

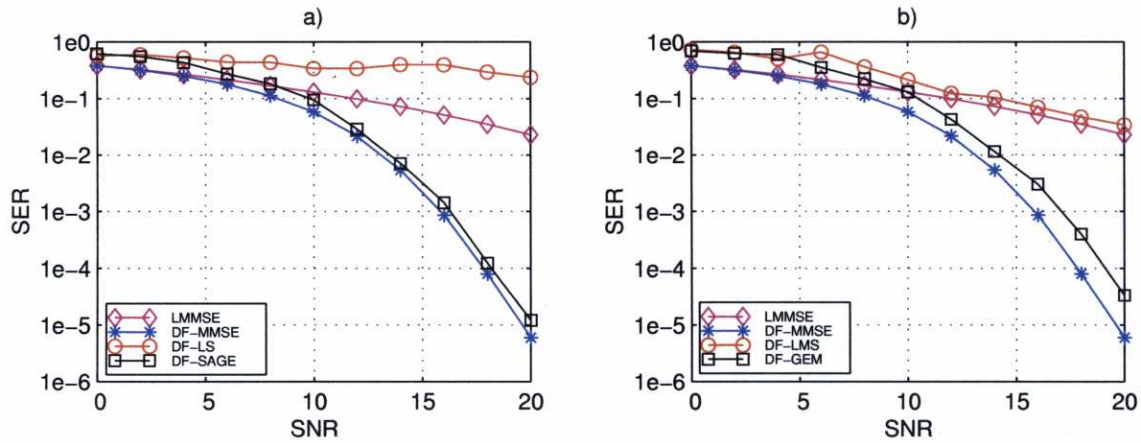
La figura 4.2a) presenta la curva de SER para varios valores de la SNR cuando el número de usuarios en el sistema es $N = 4$, el número de vectores de observaciones disponibles para estimar los coeficientes del receptor es $K = 300$ y la longitud de la secuencia de entrenamiento es $M = 30$ símbolos. La probabilidad de error se ha medido demodulando 1.000.000 de símbolos para cada canal considerado. En la figura se comparan el receptor MMSE lineal teórico (etiquetado *LMMSE*), el detector DF-MMSE teórico² (etiquetado *DF-MMSE*), el detector semiciego iterativo propuesto (etiquetado *DF-SAGE*) y la implementación iterativa tipo bloque práctica del receptor DF-MMSE descrita en la tabla 4.2 (etiquetada *DF-LS*). En este caso se ha escogido el canal (de los 200 simulados) en el que la diferencia entre el rendimiento del LMMSE y del DF-MMSE es mayor.

Se observa que el receptor DF-SAGE propuesto coincide prácticamente en rendimiento con el límite impuesto por el receptor DF-MMSE teórico y mejora claramente al marcado tanto por el detector LMMSE teórico como por el receptor DF-LS convencional. El bajo rendimiento de este último se debe al fenómeno de propagación de errores.

En la figura 4.2b) se muestra el rendimiento en términos de SER del receptor semiciego adaptativo propuesto (etiquetado *DF-GEM*). Los parámetros de la simulación son $N = 4$ usuarios, $K = 4000$ vectores de observación y $M = 100$ símbolos de entrenamiento. Con el propósito de comparar el método propuesto con otros algoritmos, se muestran las curvas de SER correspondientes a los receptores LMMSE y DF-MMSE y el algoritmo DF-LMS (etiquetado *DF-LMS*) descrito en la tabla 4.1. El rendimiento del receptor propuesto se aproxima al límite de rendimiento del detector DF-MMSE mientras que el algoritmo DF-LMS converge más lentamente y sólo se aproxima, en este canal, al límite LMMSE.

En las figuras 4.3a) y 4.3b) se muestra el rendimiento de los receptores iterativo y adaptativo propuestos, respectivamente, para el caso en el que el canal escogido, de entre los 200 simulados, da lugar a la mínima diferencia de rendimiento entre el

²Nótese que tanto el receptor LMMSE como el DF-MMSE requieren un conocimiento perfecto de los códigos recibidos para los N usuarios.



Parámetros			
Comunes		a)	b)
$N = 4$	$P = 10$	$K=300$	$K=4000$
$L = 6$		$M=30$	$M=150$

Figura 4.2: SER para varios valores de SNR. Canal 1. a) Semiciego realimentado iterativo. b) Semiciego realimentado adaptativo.

LMMSE y el DF-MMSE.

Se observa que en el caso iterativo (fig. 4.3a)) el algoritmo propuesto alcanza los límites teóricos y el rendimiento alcanzado es considerablemente superior al mostrado por el algoritmo DF-LS. En el caso adaptativo (fig. 4.3b)) el algoritmo propuesto sigue presentando un rendimiento próximo al de los receptores teóricos aunque no hay diferencia con el receptor DF-LMS.

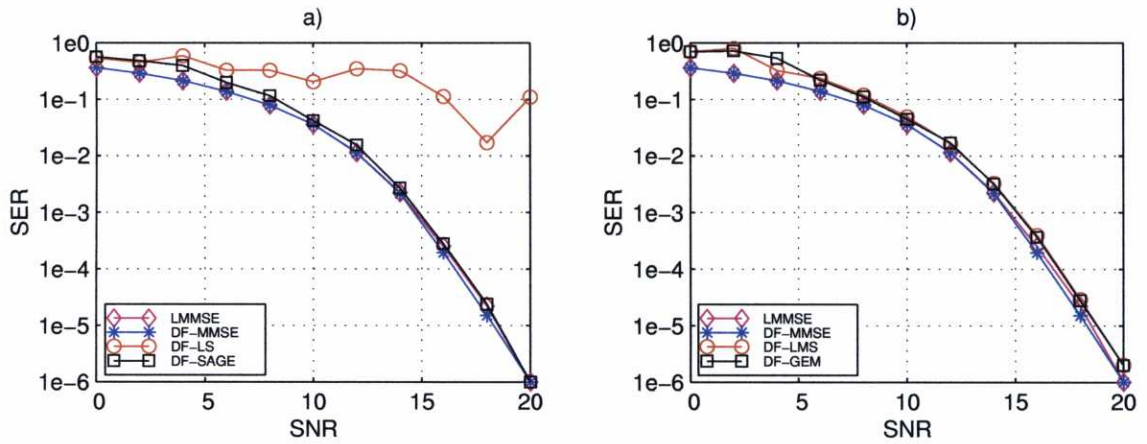
Las figuras 4.4 y 4.5 muestran la SER alcanzada por el algoritmo semiciego realimentado iterativo propuesto para distintos valores de la SNR en un entorno con efectos *near far*, donde la potencia de cada usuario interferente es 5 dB superior a la del usuario deseado, i.e., $SIR_j = -5$ dB $\forall j$. El resto de los parámetros se muestran en las tablas que se adjuntan con las gráficas.

Las curvas resultantes muestran que apenas hay degradación en el rendimiento y que el receptor semiciego realimentado propuesto sigue aproximándose a los límites teóricos.

b) Carga del sistema

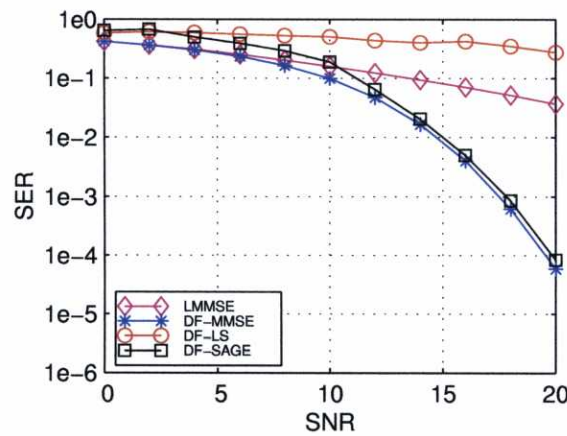
Otra medida importante para evaluar el comportamiento de los algoritmos propuestos viene dada por la SER alcanzada para distintas cargas del sistema. Las figuras 4.6 y 4.7 muestran la SER para distintos valores del número de usuarios, N , cuando la SNR=12 dB.

Tanto para el caso adaptativo como para el iterativo, en cualquiera de los dos canales considerados, el rendimiento del receptor propuesto se aproxima al límite



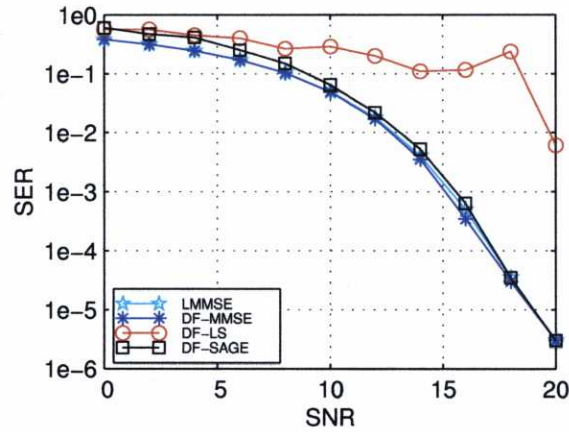
Parámetros			
Comunes		a)	b)
$N = 4$	$P = 10$	$K=300$	$K=4000$
$L = 6$		$M=30$	$M=150$

Figura 4.3: SER para varios valores de SNR. Canal 2. a) Semiciego realimentado iterativo. b) Semiciego realimentado adaptativo.



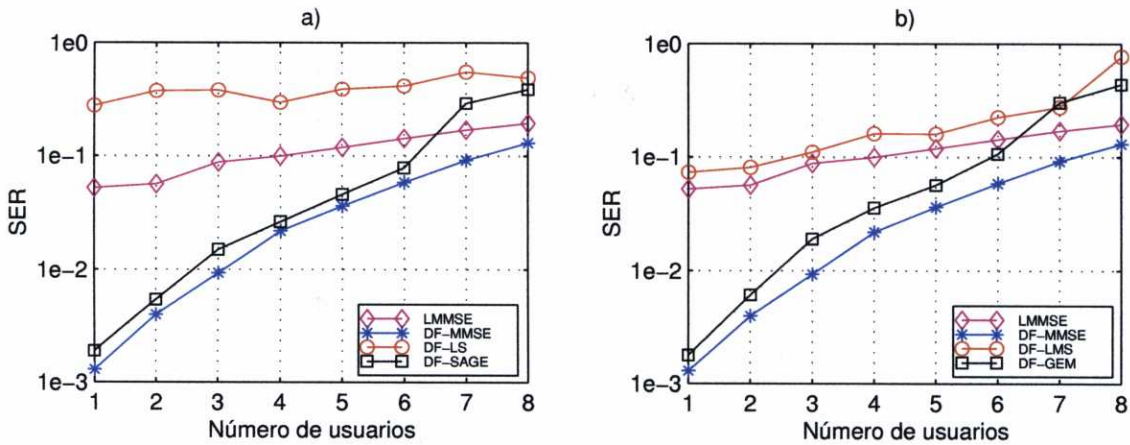
Parámetros			
$N = 4$	$P = 10$	$K=300$	
$L = 6$	$SIR_j = -5 \text{ dB } \forall j$	$M=30$	

Figura 4.4: SER del semiciego realimentado iterativo para varios valores de SNR en un entorno *near-far*. Canal 1.



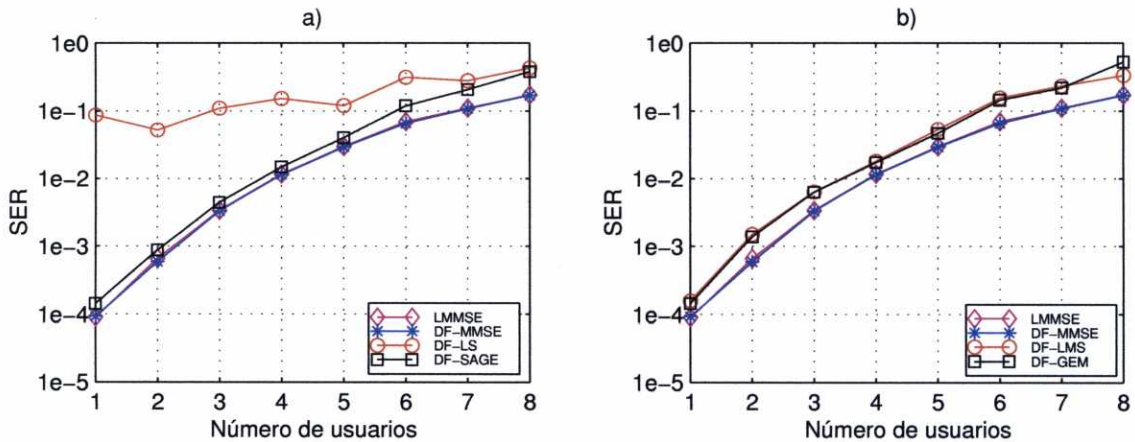
Parámetros		
$N = 4$	$P = 10$	$K=300$
$L = 6$	$SIR_j = -5 \text{ dB } \forall j$	$M=30$

Figura 4.5: SER del semiciego realimentado iterativo para varios valores de SNR en un entorno *near-far*. Canal 2.



Parámetros		
Comunes	a)	b)
$L = 6$	$K=300$	$K=4000$
$P = 10$	$M=30$	$M=150$

Figura 4.6: SER para distintas cargas del sistema. Canal 1. a) Semiciego realimentado iterativo. b) Semiciego realimentado adaptativo.



Parámetros			
Comunes		a)	b)
$L = 6$	SNR= 12 dB	K=300	K=4000
$P = 10$		M=30	M=150

Figura 4.7: SER para distintas cargas del sistema. Canal 2. a) Semiciego realimentado iterativo. b) Semiciego realimentado adaptativo.

teórico impuesto por el DF-MMSE. Sólo cuando el sistema está muy cargado el rendimiento del receptor propuesto empeora respecto a este límite. Por otra parte, para el caso iterativo el rendimiento del DF-LS es considerablemente peor que el del algoritmo propuesto. Para el caso adaptativo, con el canal 1 (fig. 4.6b)), el receptor DF-LMS sólo consigue aproximarse al límite lineal pero su rendimiento es peor que el del receptor propuesto, mientras que, en el caso del canal 2 (fig. 4.7b)), el rendimiento del DF-LMS es aproximadamente igual al del receptor propuesto.

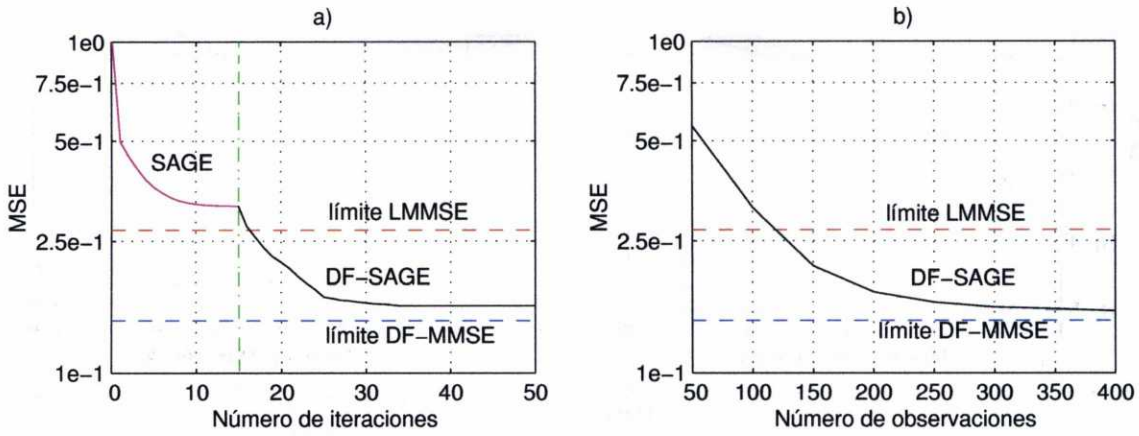
c) Velocidad de convergencia

La velocidad de convergencia del algoritmo semiciego iterativo para el canal 1 se muestra en la figura 4.8 en términos de MSE para una SNR=12 dB.

En la figura 4.8a) se observa que la primera fase en la que se estiman los coeficientes del filtro lineal iterativo apenas consume 15 iteraciones y alcanza el límite MMSE lineal. Para estimar los coeficientes del receptor semiciego realimentado iterativo y alcanzar el MSE mínimo impuesto por el receptor DF-MMSE son suficientes unas 20 iteraciones más. Por otra parte, en la figura 4.8b) se aprecia que con apenas $K = 250$ observaciones ya se alcanza el límite teórico.

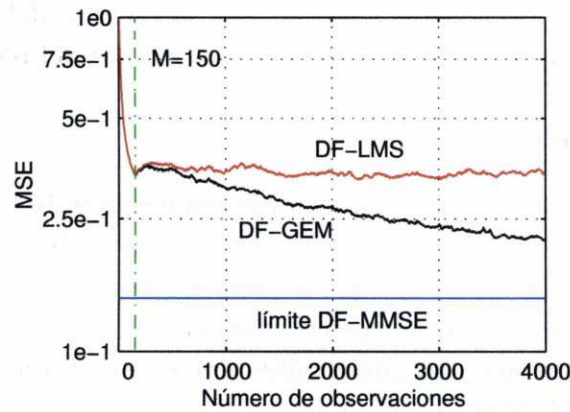
Para el caso adaptativo (fig. 4.9) se observa que con un bloque de observaciones de tamaño $K = 4000$ el algoritmo propuesto todavía no se ha estabilizado y sigue mejorando su convergencia. El algoritmo DF-LMS presenta un rendimiento peor que el del receptor considerado.

En la figura 4.10 se muestran los mismos resultados para el canal 2 en el



Parámetros			
Comunes			a)
$N = 4$	$P = 10$	$M=30$	$K=300$
$L = 6$	$SNR= 12$ dB		

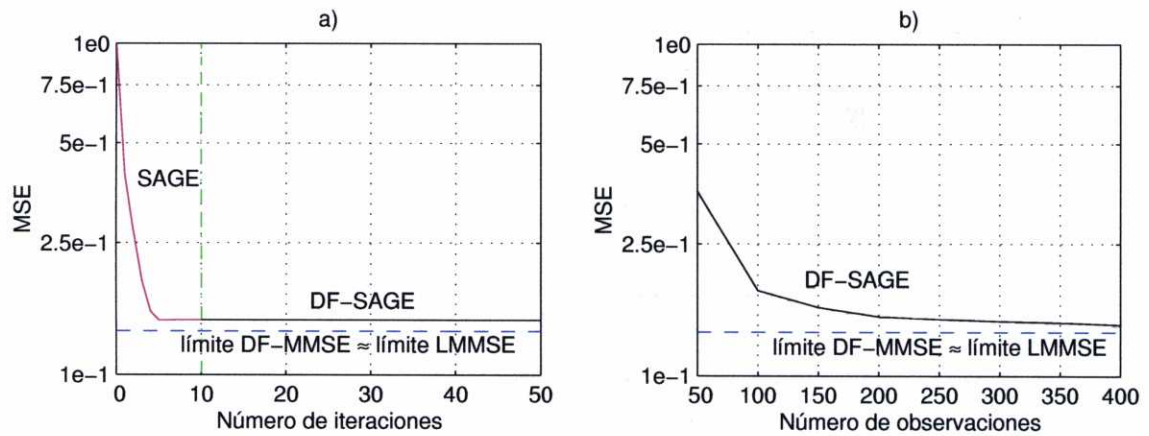
Figura 4.8: Velocidad de convergencia del receptor semiciego realimentado iterativo. Canal 1. a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).



Parámetros		
$N = 4$	$P = 10$	$K=4000$
$L = 6$	$SNR= 12$ dB	$M=150$

Figura 4.9: Velocidad de convergencia del receptor semiciego realimentado adaptativo. Canal 1.

caso iterativo. Con la inicialización propuesta, el algoritmo lineal ya alcanza



Parámetros			
Comunes			a)
$N = 4$	$P = 10$	$M = 30$	$K = 300$
$L = 6$	$SNR = 12$ dB		

Figura 4.10: Velocidad de convergencia del receptor semiciego realimentado iterativo. Canal 2. a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).

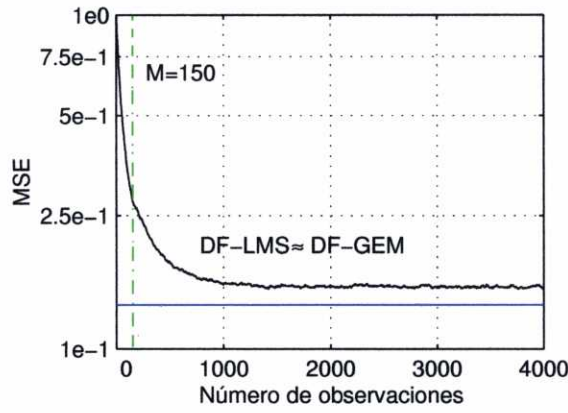
el límite teórico del sistema realimentado (que coincide con el del lineal) con lo que el receptor semiciego realimentado iterativo propuesto converge en apenas 10 iteraciones. Además, para alcanzar el límite teórico es suficiente con $K = 200$ observaciones.

En el caso adaptativo (fig. 4.11), no son necesarios los 4000 vectores de observaciones para alcanzar la convergencia y, con apenas $K = 1000$ vectores, se obtiene la estimación de los coeficientes del filtro semiciego realimentado adaptativo. Obsérvese que, en este caso, las curvas correspondientes a los algoritmos DF-LMS y DF-GEM coinciden nuevamente.

4.4 Supresión ciega de interferencias

Al igual que en el caso del receptor lineal descrito en el capítulo 3, el problema de captura que plantea la resolución del problema (4.39) se puede evitar imponiendo una restricción lineal que garantice que se extrae al usuario deseado. Se ha considerado la misma restricción que en la sección 3.3, por lo que el receptor ciego realimentado se obtiene como solución al siguiente problema de optimización

$$\hat{\Upsilon} = \arg \max_{\Upsilon} \{\mathcal{L}(\Upsilon)\} \quad \text{sujeto a } \mathbf{w}_*^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d^T. \quad (4.54)$$



Parámetros		
$N = 4$	$P = 10$	$K=4000$
$L = 6$	$SNR= 12$ dB	$M=150$

Figura 4.11: Velocidad de convergencia del receptor semiciego realimentado adaptativo. Canal 2.

Para obtener la solución a este problema, se ha abordado sólo la implementación de un algoritmo iterativo debido a la lentitud que presenta el receptor ciego adaptativo tal y como muestran las simulaciones de la sección 3.3.5.

4.4.1 Implementación iterativa modo bloque

Para derivar un algoritmo que permita resolver el problema de optimización con restricción (4.54) es necesario transformarlo en un problema equivalente sin restricción. Tal y como se comentó en la sección 3.3.2, la aplicación del GSC [39] permite descomponer el vector de coeficientes, $\mathbf{w}_* = \mathbf{w}_q - \mathbf{B}\mathbf{w}_u$. De esta forma, resolver el problema (4.54) es equivalente a resolver el problema sin restricción

$$\hat{\Psi} = \arg \max_{\Psi} \left\{ \mathcal{L}(\Psi) = \sum_{n=0}^{K-1} \log \left(E_b \left[e^{-\frac{|y(n) - A_1 b|^2}{\sigma_f^2}} \right] \right) \right\} \quad (4.55)$$

donde $\hat{\Psi} = [\hat{\mathbf{w}}_u, \hat{\mathbf{v}}, \hat{A}_1]$ es el conjunto de estimaciones de los parámetros y $\Psi = [\mathbf{w}_u, \mathbf{v}_*, A_1]$ es el conjunto de parámetros.

El algoritmo EM [48] presentado en la sección 3.2.2 permite obtener una solución numérica del problema de optimización (4.55),

$$\hat{\Psi}_{i+1, i+1, i+1} = \arg \min_{\Psi} \left\{ \sum_{n=0}^{K-1} E_{\mathbf{y}_e(n)|y(n); \hat{\Psi}_{i, i, i}} \left[|y(n) - \hat{A}_1(i) b_1(n)|^2 \right] \right\}. \quad (4.56)$$

Para resolver el problema (4.56) respecto al vector de parámetros Ψ se ha recurrido al algoritmo SAGE [53] que proporciona reglas separadas para la actualización de

$\hat{\mathbf{v}}(i)$, $\hat{\mathbf{w}}_u(i)$ y $\hat{A}_1(i)$,

$$\hat{\mathbf{w}}_u(i+1) = \arg \min_{\mathbf{w}_u} \left\{ \sum_{n=0}^{K-1} E_{y_e(n)|y(n); \hat{\Psi}_{i,i,i}} [|y(n) - \hat{A}_1(i)b_1(n)|^2] \right\} \quad (4.57)$$

$$\hat{\mathbf{v}}(i+1) = \arg \min_{\mathbf{v}} \left\{ \sum_{n=0}^{K-1} E_{y_e(n)|y(n); \hat{\Psi}_{i+1,i,i}} [|y(n) - \hat{A}_1(i)b_1(n)|^2] \right\} \quad (4.58)$$

$$\hat{A}_1(i+1) = \arg \min_{A_1} \left\{ \sum_{n=0}^{K-1} E_{y_e(n)|y(n); \hat{\Psi}_{i+1,i+1,i}} [|y(n) - \hat{A}_1(i)b_1(n)|^2] \right\}. \quad (4.59)$$

Los problemas de optimización (4.57), (4.58), y (4.59) tienen soluciones cerradas que vienen dadas por

$$\hat{\mathbf{w}}_u(i+1) = (\mathbf{B}^H \hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \left(\hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{w}_q + \hat{\mathbf{R}}_{x\hat{b}_1} \hat{\mathbf{v}}(i) - \sum_{n=0}^{K-1} A_1^* \epsilon_{i,i,i}^*(n) \mathbf{x}(n) \right) \quad (4.60)$$

$$\hat{\mathbf{v}}(i+1) = \hat{\mathbf{R}}_{\hat{b}_1}^{-1} \left(\sum_{n=0}^{K-1} A_1^* \epsilon_{i+1,i,i}^*(n) \hat{\mathbf{b}}_1(n) - \hat{\mathbf{R}}_{x\hat{b}_1}^H \hat{\mathbf{w}}(i+1) \right) \quad (4.61)$$

$$\hat{A}_1(i+1) = \left(\sum_{n=0}^{K-1} E_{b_1(n)|y(n); \hat{\Psi}_{i+1,i+1,i}} [|b_1(n)|^2] \right)^{-1} \sum_{n=0}^{K-1} \epsilon_{i+1,i+1,i}^*(n) y(n) \quad (4.62)$$

donde $\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n)$, $\hat{\mathbf{R}}_{x\hat{b}_1} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n) \hat{\mathbf{b}}_1^H(n)$, $\hat{\mathbf{R}}_{\hat{b}_1} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \hat{\mathbf{b}}_1(n) \hat{\mathbf{b}}_1^H(n)$ y $\epsilon_{i,j,k}(n) = E_{b_1(n)|y(n); \hat{\Psi}_{i,j,k}} [b_1(n)]$ (ver apéndice D para el cálculo de la última expresión). Los vectores $\hat{\mathbf{b}}_1(n) = [\hat{b}_1(n-1), \dots, \hat{b}_1(n-m+1)]^T$, $n = 0, \dots, K-1$, que permiten realimentar las estimaciones duras de los símbolos transmitidos por el usuario deseado se calculan a partir de las estimaciones blandas correspondientes utilizando los parámetros $\hat{\mathbf{w}}(i)$, $\hat{\mathbf{v}}(i)$ y $\hat{A}_1(i)$ estimados en la iteración anterior.

Nótese que la varianza del ruido filtrado, σ_f^2 , es necesaria para calcular $\epsilon_{i,j}$. Dado que no es conocida *a priori*, su estimación se realiza utilizando una regla de actualización análoga a la presentada en 3.2.2, i.e.,

$$\hat{\sigma}_f^2(i+1) = \hat{\mathbf{w}}^H(i) \hat{\mathbf{w}}(i) \hat{\sigma}_g^2. \quad (4.63)$$

4.4.2 Receptor rake

Para aprovechar la diversidad temporal inherente al canal multitrayecto se propone un esquema análogo al presentado en la sección 3.3.4, con la diferencia de que el i -ésimo receptor del banco de filtros proporciona una estimación blanda que aprovecha la realimentación de los símbolos anteriores, i.e.,

$$y_i(n) = \mathbf{w}_i^H \mathbf{x}(n) + \mathbf{v}_i^H \hat{\mathbf{b}}_1(n), \quad i = 1, \dots, P. \quad (4.64)$$

Las estimaciones obtenidas en cada receptor del banco se combinan linealmente para obtener una estimación mejorada del símbolo,

$$s(n) = \sum_{i=1}^P a_i^* y_i(n) = \mathbf{a}^H \mathbf{y}(n), \quad (4.65)$$

donde $\mathbf{y}(n) = [y_1(n), \dots, y_P(n)]^T = \mathbf{W}^H \mathbf{x}(n) + \mathbf{V}^H \hat{\mathbf{b}}_1(n)$ es el vector de estimaciones blandas, $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_P]$ y $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_P]$ son matrices $Lm \times P$ y $(m-1) \times P$, respectivamente, que contienen los coeficientes de los filtros asociados a los P caminos y $\mathbf{a} = [a_1, \dots, a_P]^T$ es el vector de pesos que se emplea para combinar linealmente las salidas de los P receptores.

Partiendo del mismo criterio que el utilizado en 3.3.4 se propone elegir el combinador lineal como la solución al problema de optimización

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \max_{\mathbf{a}} \left\{ \log \prod_{n=0}^{K-1} f_{s; \mathbf{a}_*}(s(n)) \right\} \quad (4.66)$$

donde $f_{s; \mathbf{a}_*}(\cdot)$ es la f.d.p. de la estimación del símbolo, $s(n)$, cuando se utiliza el vector de pesos óptimo \mathbf{a}_* . Siguiendo los mismos pasos que en la sección 3.3.4, se obtiene la siguiente regla de actualización iterativa para el vector de pesos

$$\hat{\mathbf{a}}(i+1) = \left(\sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{y}(n) \mathbf{y}^H(n) \right)^{-1} \left(\sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{y}(n) E_{b_1(n)|s(n); \hat{\mathbf{a}}(i)}[b_1^*(n)] \right) \quad (4.67)$$

donde la esperanza $E_{b_1(n)|s(n); \hat{\mathbf{a}}(i)}[\cdot]$ se calcula usando el teorema de Bayes (apéndice D). Para calcular la esperanza anterior se necesita conocer la σ_a^2 que es un parámetro desconocido *a priori*. Las reglas de actualización para la varianza de ruido propuestas a lo largo de este trabajo no son válidas en este caso debido a la no linealidad introducida al realimentar los símbolos anteriores. Sin embargo, asumiendo que se dispone de una buena aproximación del filtro, i.e., $s(n) \approx b_1(n) + g_a(n)$, se puede actualizar la varianza del ruido a la salida del receptor *rake* como

$$\hat{\sigma}_a^2(i+1) = \left(\frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} |s_i(n)|^2 \right) - \sigma_b^2 \quad (4.68)$$

donde los $s_i(n)$ representan las estimaciones del n -ésimo símbolo transmitido utilizando los parámetros obtenidos en la i -ésima iteración.

4.4.3 Simulaciones

En esta sección se presentan los resultados obtenidos mediante simulación por ordenador de un sistema de comunicaciones DS CDMA asíncrono con arquitectura realimentada (figura 4.1) con N usuarios transmitiendo símbolos QPSK, códigos binarios de longitud $L = 8$ y canales complejos desconocidos de longitud $P = 10$.

Por tanto, cada símbolo interfiere con los 2 anteriores ($m = 3$). Los resultados se han obtenido eligiendo, de entre 200 canales complejos cuyas partes real e imaginaria se han generado como variables aleatorias de media 0 y varianza $\sigma_h = 0.5$, el canal que presentaba la mayor diferencia en el rendimiento del LCMV lineal y del DF-LCMV (canal 1) y aquel en el que la diferencia de rendimiento era la menor (canal 2). El algoritmo iterativo se inicializa con $\hat{\mathbf{v}}(0) = \mathbf{0}$ y $\hat{\mathbf{w}}(0) = \hat{\mathbf{w}}_{lineal}$, donde $\hat{\mathbf{w}}_{lineal}$ es el filtro que se obtiene aplicando el algoritmo EM ciego (3.40)-(3.41), que se describió en el capítulo anterior. La parada del algoritmo se establece cuando la norma cuadrática del vector diferencia entre las actualizaciones i -ésima e $(i + 1)$ -ésima de los filtros sea menor que un determinado valor de umbral (10^{-8} en las simulaciones).

4.4.3.1 Algoritmo iterativo

a) Probabilidad de error

La figura 4.12 muestra las curvas de la SER alcanzada por el receptor ciego realimentado iterativo propuesto para varios valores de la SNR cuando la restricción lineal se elige para proteger la componente del usuario deseado correspondiente al camino de propagación con la ganancia mayor. La probabilidad de error se ha medido simulando la demodulación de 1.000.000 de símbolos para cada uno de los canales.

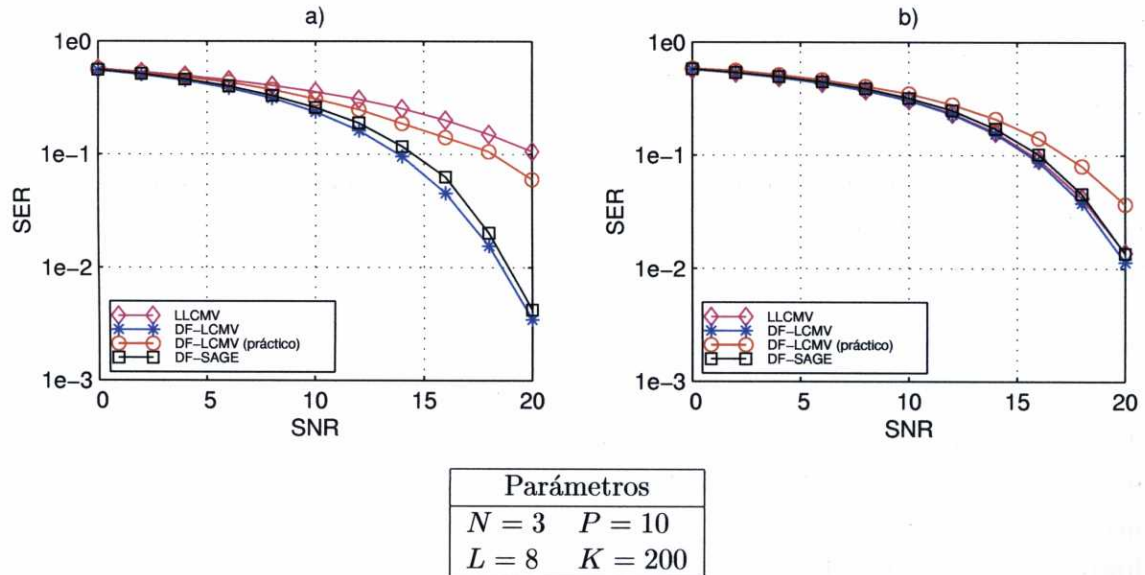


Figura 4.12: SER del receptor ciego realimentado iterativo para varios valores de SNR. a) Canal 1. b) Canal 2.

Se observa que el algoritmo propuesto presenta un rendimiento muy próximo

al del receptor LCMV realimentado teórico (etiquetado *DF-LCMV*) que utiliza la misma restricción lineal y se construye con perfecto conocimiento de los vectores de canal $\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_N$ y mejora el rendimiento del LCMV práctico (etiquetado *DF-LCMV (práctico)*) tanto para el canal 1 (fig. 4.12a)) como para el canal 2 (fig. 4.12b)).

Para comprobar la robustez del algoritmo en entornos *near-far* se ha considerado que los usuarios interferentes transmiten con una potencia 5 dB superior a la del usuario deseado, i.e., $SIR_j = -5 \text{ dB } \forall j$. Los resultados obtenidos tanto para el canal 1 como para el 2 se muestran en las figuras 4.13a) y 4.13b), respectivamente.

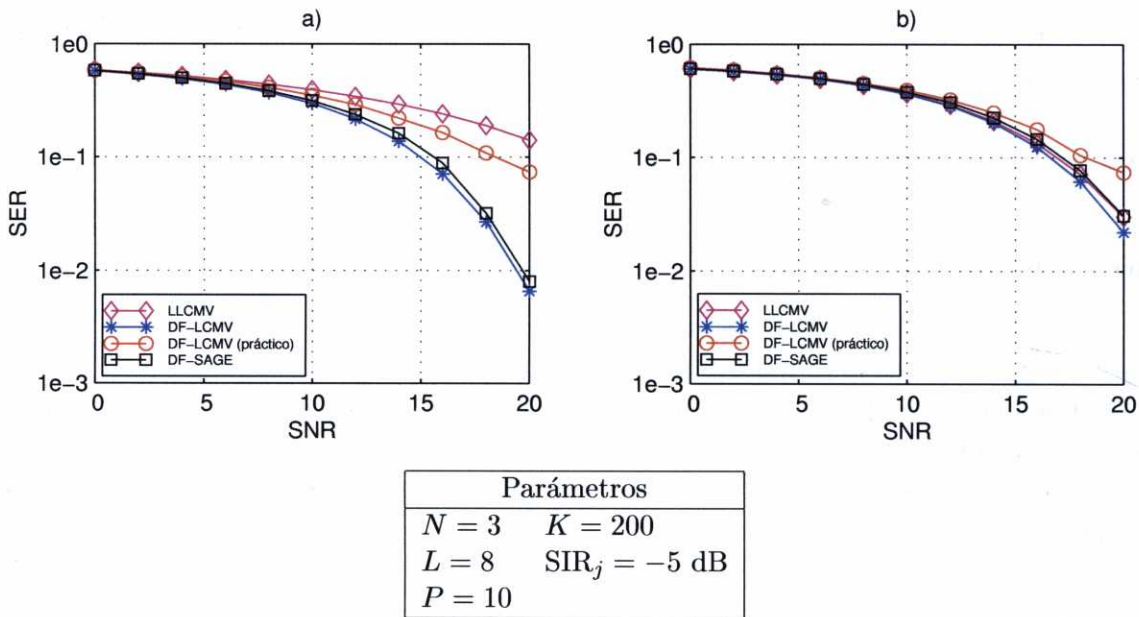


Figura 4.13: SER del receptor ciego realimentado iterativo para varios valores de SNR en un entorno *near-far*. a) Canal 1. b) Canal 2.

La degradación en el rendimiento del receptor propuesto es la misma que la sufrida por el receptor teórico. Se sigue apreciando un mejor rendimiento del receptor propuesto en comparación con el receptor LCMV realimentado práctico.

b) Carga del sistema

Para comprobar el comportamiento del receptor propuesto ante distintas cargas del sistema se han obtenido las curvas mostradas en la figura 4.14. Para una $SNR = 14 \text{ dB}$ y $K = 200$ símbolos, se ha estimado la SER frente al número de usuarios presentes en el sistema. Se observa que el algoritmo propuesto se ajusta al límite teórico y que sólo cuando el sistema está muy cargado la degradación en el funcionamiento es considerable.

c) Velocidad de convergencia

Las curvas obtenidas en las figuras 4.15 y 4.16 muestran la velocidad de

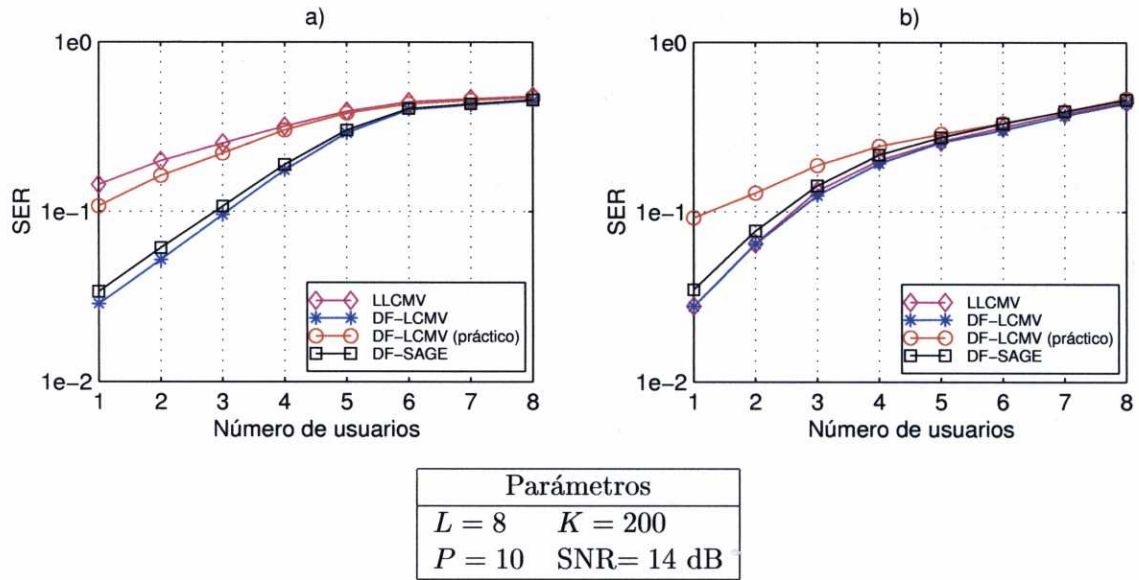


Figura 4.14: SER del receptor ciego realimentado iterativo para distintas cargas del sistema. a) Canal 1. b) Canal 2.

convergencia del algoritmo propuesto cuando $\text{SNR} = 14 \text{ dB}$ para el canal 1 y el canal 2, respectivamente.

Se observa que el número de iteraciones necesarias para calcular los coeficientes del filtro es menor que 30 para el canal 1 y menor que 10 para el canal 2. El tamaño de bloque que permite alcanzar el límite teórico es aproximadamente $K = 250$ para el canal 1 y $K = 150$ para el canal 2.

4.4.3.2 Rake

Para comprobar el funcionamiento del receptor *rake* realimentado se han realizado simulaciones para un canal aleatorio elegido entre 200 generados. En concreto se ha elegido aquel con una mayor diferencia de rendimiento entre el receptor LCMV lineal (etiquetado *LLCMV*) y el receptor LCMV realimentado (etiquetado *DF-LCMV*). En este caso el límite teórico del receptor lineal viene dado por el filtro definido en (2.56) y el límite teórico del receptor realimentado consiste en su versión realimentada dada por el problema de optimización (4.14), donde la restricción lineal requiere que se conozca el canal correspondiente al usuario deseado. La figura 4.17 muestra la SER alcanzada por el receptor *rake* realimentado propuesto y la compara con los detectores teóricos antes comentados y con la implementación práctica del detector LCMV realimentado. Los parámetros de la simulación son $N = 3$ usuarios, longitud de códigos $L = 8$ y $P = 10$.

Se observa que el algoritmo propuesto (etiquetado *DF-RAKE*) alcanza un rendimiento próximo al marcado por el detector DF-LCMV teórico. El rendimiento del detector DF-LCMV práctico es peor que el del algoritmo propuesto aunque

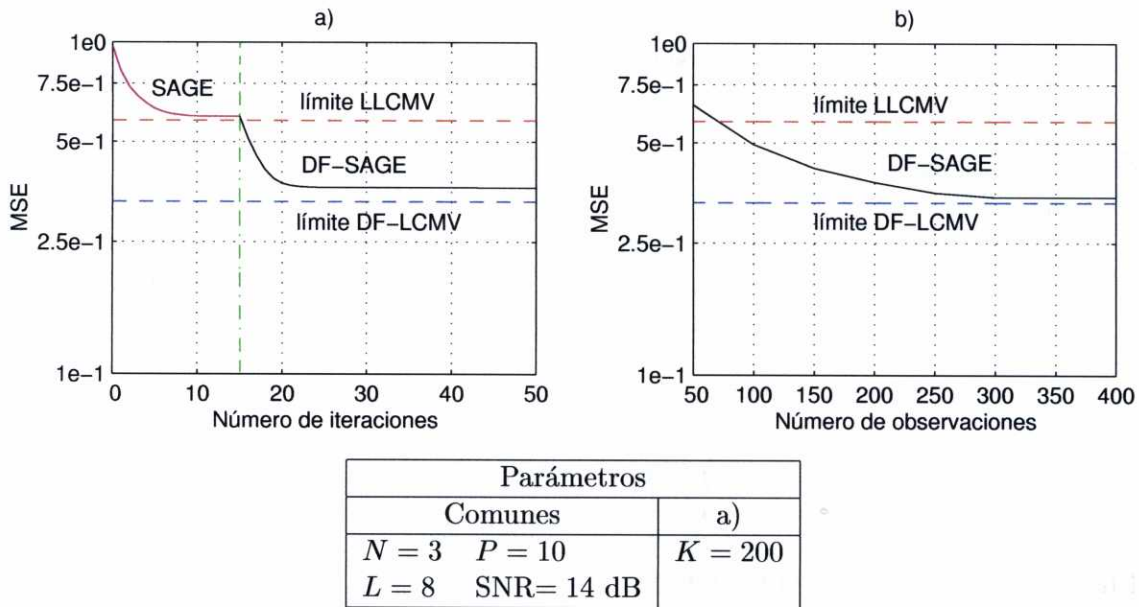


Figura 4.15: Velocidad de convergencia del receptor ciego realimentado iterativo. Canal 1. a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).

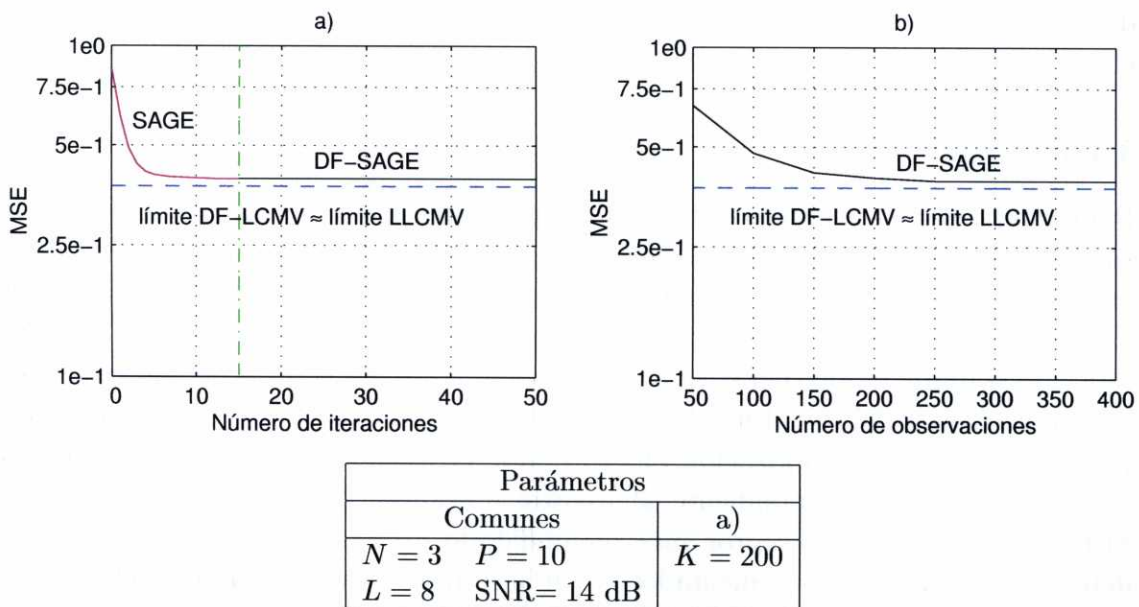
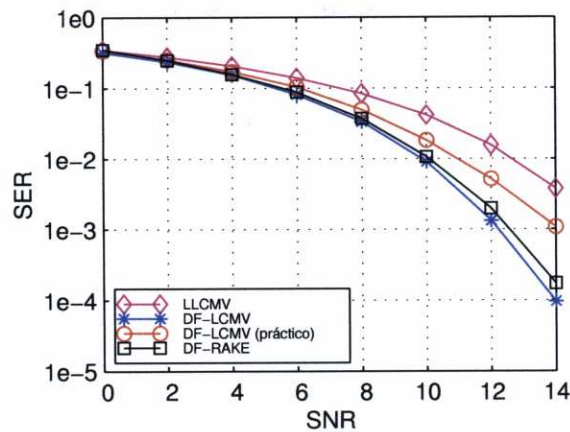


Figura 4.16: Velocidad de convergencia del receptor ciego realimentado iterativo. Canal 2. a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).



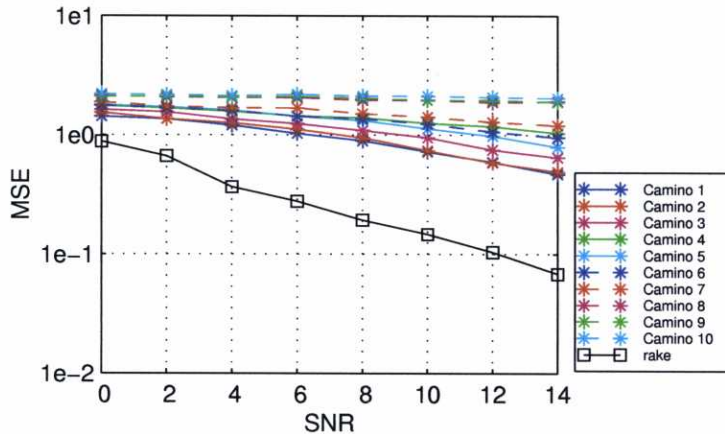
Parámetros	
$N = 3$	$P = 10$
$L = 8$	$K = 200$

Figura 4.17: SER del receptor ciego *rake* realimentado iterativo para varios valores de SNR.

mejora el límite teórico lineal. Para medir la probabilidad de error se ha considerado que se transmiten 1.000.000 de símbolos y, en todos los casos, que no se producen errores en la realimentación.

La figura 4.18 muestra la mejora en rendimiento que se logra cuando se utiliza el receptor *rake* realimentado en lugar de un receptor ciego realimentado iterativo con restricción lineal. Se ha considerado un sistema con $N = 3$ usuarios y un tamaño de bloque de $K = 200$ símbolos. Se han obtenido las curvas de MSE correspondientes a los P caminos de propagación en orden decreciente de potencia, i.e., la curva de MSE etiquetada como *Camino 1* se corresponde con el rendimiento obtenido por el receptor ciego iterativo que extrae la señal del usuario deseado recibida a través del camino más fuerte. Se observa que, cuando las estimaciones blandas obtenidas del banco de receptores ciegos realimentados iterativos se combinan linealmente utilizando la solución *rake* propuesta, se obtiene una reducción considerable en el MSE tal y como muestra la curva etiquetada *DF-RAKE*.

La figura 4.19 muestra la velocidad de convergencia del algoritmo utilizado para calcular los coeficientes del combinador lineal, $\hat{\mathbf{a}}$, en el receptor *rake* realimentado iterativo. La curva obtenida muestra que la convergencia se alcanza en apenas 10 iteraciones y que se necesitan apenas $K = 200$ observaciones para converger al límite teórico. Los parámetros de la simulación se adjuntan en la tabla que acompaña la figura.



Parámetros	
$N = 3$	$K = 200$
$L = 8$	SNR= 14 dB
$P = 10$	

Figura 4.18: MSE del receptor receptor ciego realimentado *rake* para varios valores de SNR.

4.5 Conclusiones

En este capítulo se ha extendido el criterio para supresión de interferencias en CDMA planteado en el capítulo 3 para una arquitectura receptora con realimentación. Esta nueva aproximación consiste en estimar los coeficientes de un filtro lineal progresivo y un filtro lineal de realimentación que pretende eliminar la ISI causal. Entre ambos filtros se intercala un detector de umbral. La no linealidad introducida por este detector permite, tal y como se muestra en las simulaciones realizadas, mejorar el rendimiento obtenido por el receptor planteado en el capítulo 3 manteniendo una complejidad computacional limitada. El problema de optimización que resulta de aplicar el criterio ML para estimar los coeficientes del receptor realimentado presenta múltiples soluciones asociadas a las señales de los diferentes usuarios del sistema, i.e., existe un problema de captura. Este se aborda, tal y como se hizo en el capítulo anterior, desde dos perspectivas:

- Una aproximación *semiciega* que utiliza secuencias de entrenamiento y la información estadística de los símbolos transmitidos desconocidos y del ruido. Se han sugerido, para este caso, tanto una implementación iterativa como otra adaptativa. Las simulaciones muestran que el rendimiento de los receptores semiciegos propuestos se aproxima al límite teórico proporcionado por el detector DF-MMSE.
- Una aproximación *ciega* que utiliza sólo la caracterización estadística de las señales y resuelve el problema de captura introduciendo una restricción lineal

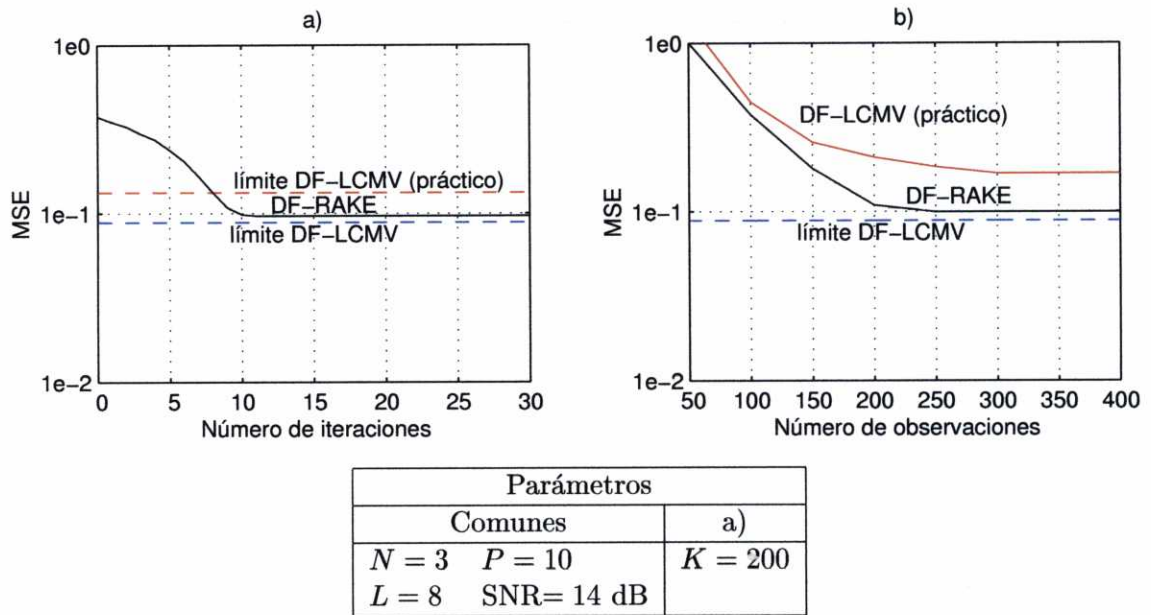


Figura 4.19: Velocidad de convergencia del receptor receptor ciego realimentado *rake*. a) Respecto al número de iteraciones. b) Respecto al tamaño de bloque (K).

sobre los coeficientes del filtro progresivo. En este caso se ha considerado sólo la implementación iterativa dada la lenta convergencia del algoritmo lineal ciego adaptativo mostrada en el capítulo 3. Esta aproximación se extiende para aprovechar la diversidad temporal inherente a los canales multitrayecto planteando un receptor *rake* análogo al presentado en el capítulo 3. Las simulaciones también muestran en este caso cómo el rendimiento de los receptores propuestos se aproxima a su límite teórico.

Capítulo 5

Conclusiones y líneas futuras de investigación

5.1 Conclusiones

El presente trabajo constituye un nuevo enfoque al problema de la supresión de interferencias en sistemas DS CDMA asíncronos con canales dispersivos. Desde el punto de vista del procesado de señal, la supresión de interferencias consiste en tratar la señal de comunicaciones recibida de modo que se corrijan las alteraciones que haya sufrido al atravesar el canal de comunicaciones y recuperar, así, la señal de interés de la manera más fidedigna posible. Tradicionalmente, y de modo especial en los últimos años debido a la aparición de los sistemas de comunicaciones móviles de tercera generación, el desarrollo de técnicas eficientes para la eliminación de interferencias ha constituido una importante línea de trabajo en el campo del procesado de señal para comunicaciones.

La principal aportación de esta tesis consiste en una nueva aproximación basada en el principio ML para extraer la señal del usuario deseado en un sistema DS CDMA suprimiendo la MAI y la ISI. Se ha analizado esta aproximación, y desarrollado distintos algoritmos para su implementación práctica para dos estructuras de receptor distintas. En primer lugar, se ha considerado un receptor lineal formado por un filtro FIR seguido de un detector de umbral. Posteriormente, se ha extendido el criterio para una estructura no lineal, formada por dos filtros lineales unidos por un lazo de realimentación donde se inserta un detector de umbral. Los resultados obtenidos con ambos tipos de receptor se describen a continuación.

5.1.1 Supresión lineal de interferencias en sistemas DS CDMA basada en el criterio ML

A lo largo del capítulo 3 se ha planteado una nueva aproximación al problema de la supresión lineal de interferencias en sistemas de comunicaciones DS CDMA basada

en el principio ML. Partiendo del modelo de señal explicado en el capítulo 2, se ha obtenido el estimador ML de los coeficientes de un filtro lineal FIR que suprime tanto la MAI como la ISI utilizando la información estadística disponible acerca de la señal recibida, i.e., las f.d.p. de los símbolos transmitidos por el usuario deseado y del AWGN en el canal. La principal limitación para resolver el problema de estimación planteado es la posibilidad de captura del receptor por una interferencia. Se han propuesto dos formas de evitar esta limitación:

- Una aproximación *semiciega* que incorpora para el cálculo del estimador el conocimiento *a priori* de parte de los símbolos transmitidos, i.e., las secuencias de entrenamiento. Esta aproximación es especialmente interesante porque tal información estará disponible en numerosas situaciones prácticas. Puesto que el receptor semiciego utiliza conjuntamente las secuencias de entrenamiento y la información estadística de los restantes símbolos, se mejora el rendimiento de los receptores lineales convencionales que sólo hacen uso de las secuencias de entrenamiento. Los coeficientes del receptor semiciego se obtienen como la solución de un problema de optimización no cuadrático. Para resolverlo, se han diseñado dos algoritmos basados en el paradigma EM: un algoritmo iterativo modo bloque y una implementación adaptativa, basada en el *lema de inversión*, que reduce la complejidad computacional del receptor. Las simulaciones realizadas muestran que, empleando secuencias de entrenamiento cortas (inferiores al 10% de la longitud de la trama) y bloques de observaciones de tamaño realista (unos pocos cientos de símbolos a lo sumo), se obtiene un rendimiento que se ajusta al límite teórico del detector MMSE lineal.
- Una aproximación *ciega* que utiliza exclusivamente el conocimiento de la f.d.p. de los símbolos transmitidos y el ruido e impone una restricción lineal sobre los coeficientes del filtro para garantizar que el receptor extrae los símbolos del usuario de interés. Los coeficientes del nuevo receptor son, como en el caso anterior, la solución de un problema de optimización no cuadrático que se resuelve numéricamente utilizando el algoritmo SAGE, del cual se han derivado tanto una versión iterativa como otra adaptativa. Además, para aprovechar la diversidad inherente a los canales multitrayecto se presenta un receptor *rake* que estima la señal del usuario deseado en dos etapas: primero se obtienen estimaciones de los símbolos del usuario de interés para cada uno de los caminos de propagación y, posteriormente, se combinan adecuadamente estas estimaciones para incrementar la SINR. Para todos los algoritmos obtenidos se han realizado simulaciones numéricas las cuales muestran que los receptores propuestos son notablemente robustos en entornos *near-far* y mejoran el rendimiento de los receptores LCMV ciegos existentes.

5.1.2 Supresión de interferencias en sistemas DS CDMA realimentados basada en el criterio ML

En el capítulo 4 se ha extendido el criterio propuesto para una arquitectura con realimentación compuesta de dos filtros lineales (uno hacia delante, o progresivo, y otro hacia atrás, o regresivo) unidos por un detector de umbral. Siguiendo razonamientos completamente análogos a los del capítulo 3 se obtiene un nuevo problema de optimización para determinar los parámetros del receptor. La resolución de este problema, al igual que en el caso lineal, presenta un problema de captura debido a la caracterización estadística de los usuarios. Para superar esta limitación se derivan dos tipos de receptores:

- Una aproximación *semiciega* que utiliza secuencias de entrenamiento y la información estadística de los símbolos transmitidos desconocidos y el ruido. Se han propuesto, en este caso, una implementación iterativa y una adaptativa cuya derivación se realiza usando variantes del algoritmo EM, en concreto el SAGE para el caso iterativo y el GEM para el caso adaptativo. Las simulaciones numéricas llevadas a cabo ilustran el buen rendimiento de los receptores obtenidos, que se ajustan al límite teórico del detector MMSE realimentado (DF-MMSE).
- Una aproximación *ciega* que selecciona al usuario deseado mediante una restricción lineal en el filtro progresivo. En este caso sólo se ha considerado una implementación iterativa debido a la lenta convergencia del algoritmo ciego adaptativo en el caso lineal. Sin embargo, sí se ha abordado el diseño de un receptor *rake* que aprovecha la diversidad temporal inherente a los canales multitrayecto. Las simulaciones realizadas muestran que el rendimiento de estos receptores se ajusta también al límite teórico del receptor DF-LCMV.

La aplicación del criterio ML presentado al caso de la estructura realimentada reviste un especial interés porque permite obtener receptores con una complejidad similar a la de los receptores lineales pero que mejoran sustancialmente el rendimiento de estos últimos, reduciendo sensiblemente la diferencia con respecto al receptor óptimo.

5.2 Líneas futuras de investigación

Es posible, *a priori*, aplicar las ideas descritas en esta tesis para la supresión de interferencias en sistemas CDMA a cualquier problema de filtrado donde sea posible:

- (a) caracterizar estadísticamente las salidas del filtro cuando éste toma su valor óptimo, i.e., calcular la f.d.p. de la señal que resulta del filtrado óptimo y
- (b) expresar esta f.d.p. con los coeficientes del filtro como parámetros.

Si se dispone de tal f.d.p., cualquiera de la variantes del algoritmo EM, como las que se han descrito a lo largo de este trabajo u otro tipo de algoritmos de optimización que se ajusten al problema concreto, pueden aplicarse para estimar los coeficientes que conducen a un filtrado óptimo.

El rango de aplicaciones es grande. A continuación se describen tres de ellas que pueden llevar a resultados interesantes.

- El diseño de igualadores lineales (véase [55] para una aproximación a este problema desde una perspectiva muy semejante a la planteada en esta tesis), igualadores realimentados (DFE) o con cualquier estructura específica ajustada al tipo de canal a igualar, siempre que se cumplan las condiciones (a) y (b) mencionadas anteriormente.
- Detección en sistemas con diversidad espacio-temporal. Este es un problema semejante al de la cancelación de interferencias en CDMA, con la diferencia de que no se dispone de códigos de ensanchado de espectro, sino que se aprovecha la diversidad introducida por los canales con propagación multitrayecto. Se trata de un problema relevante por su aplicación para la detección *blanda* como paso previo a la decodificación en sistemas con codificación espacio-temporal.
- Clasificación de patrones. Este problema consiste en determinar a partir de una señal de entrada distorsionada (por ejemplo, la representación de un símbolo escrito a mano) cual se ajusta mejor a la señal observada de entre un conjunto de patrones (por ejemplo, un conjunto de símbolos).

5.2.1 Diseño de igualadores

El problema de igualación en un sistema de comunicaciones monousuario consiste en estimar una secuencia de símbolos transmitidos a través de un canal dispersivo. Por lo tanto, se trata de un problema de cancelación de ISI análogo, e incluso más sencillo que el descrito en esta tesis, puesto que no existe MAI.

Se puede aplicar el criterio ciego propuesto, tanto para el diseño de igualadores semiciegos como ciegos. Puesto que no hay en el canal señales de información no deseadas con la misma descripción estadística que la señal de interés, la solución ciega es más sencilla porque no es necesario imponer ningún tipo de restricción lineal sobre el receptor. La única ambigüedad del igualador ciego¹ es que puede extraer la secuencia de símbolos $\{b(n)\}_{n=0,1,\dots,K-1}$ o bien una versión de la misma secuencia con un retardo constante k , $\{b(n-k)\}_{n=0,1,\dots,K-1}$. Sin embargo, esto no supone una limitación práctica.

En [55] se planteó una aproximación semejante a la descrita para el problema de igualación lineal. Sin embargo, resulta prometedor analizar el rendimiento de los

¹Al margen de rotaciones de fase, como se explicó en capítulo 3.

algoritmos basados en el criterio propuesto e implementarlos bajo el paradigma EM, pues cabe esperar que presenten una convergencia muy rápida, tanto en términos de número de iteraciones como en términos del número de observaciones necesarias para obtener estimaciones correctas.

Otra línea de trabajo dentro del problema de igualación en la que se pueden obtener excelentes resultados es aplicando el criterio ML para el diseño de igualadores realimentados (DFE). Como ya se ha explicado al abordar la supresión de interferencias en CDMA, usando este tipo de estructuras es posible conseguir una ganancia sustancial en rendimiento respecto a los métodos lineales manteniendo una complejidad similar. Bajo este punto de vista, se trata de receptores muy eficientes.

5.2.2 Codificación espacio-temporal

Se ha probado recientemente que la introducción de diversidad espacial en un sistema de comunicaciones mediante el uso de múltiples antenas transmisoras y receptoras permite incrementar de forma significativa la capacidad de transmisión [57, 58, 59, 60]. La codificación espacio-temporal (STC, *Space-Time Coding*) es una nueva propuesta que permite combinar técnicas de codificación de canal adecuadas para múltiples elementos transmisores con algoritmos de procesamiento de señal que aprovechan la diversidad espacial y temporal en el receptor [59, 60].

El modelo matemático de un sistema STC es muy semejante al de un sistema CDMA. En ambos casos se transmiten N señales independientes que se solapan tanto en tiempo como en frecuencia y se plantea el problema de detectar el flujo de información que procede de cada una de las antenas transmisoras.

La figura 5.1 muestra los bloques básicos de un sistema de comunicaciones por radio con codificación espacio-temporal [61].

La trama de bits a transmitir, $\{b(l)\}_{l=0,1,\dots}$, se introduce en una etapa de codificación temporal seguida de un conversor serie/paralelo (S/P, *Serial to Parallel*) que crea la estructura espacio-temporal deseada. Un banco de N codificadores de onda (WE, *Waveform Encoder*) y de N antenas transmisoras proporciona las señales portadoras de información que van a ser transmitidas, $s_1(t), \dots, s_N(t)$. La transmisión se realiza en ráfagas de $NK \log_2 V$ bits, i.e., K símbolos complejos por antena con $\log_2 V$ bits por símbolo. La propagación multitrayecto entre las antenas transmisoras y receptoras da lugar a un canal MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) con ISI. En el receptor se utiliza un banco de $L \geq N$ filtros adaptados (MF, *Matched Filter*) seguido de un muestreador de frecuencia $\frac{1}{T}$ para obtener un conjunto de estadísticos suficientes $x_1(n), \dots, x_L(n)$, $n = 0, \dots, K - 1$. Un procesador lineal adecuadamente elegido y formado por un banco de filtros lineales FIR proporciona las estimaciones blandas, $y_1(n), \dots, y_N(n)$, $n = 0, \dots, K - 1$ de los símbolos complejos transmitidos, denotando estos últimos como $s_1(n), \dots, s_N(n)$, $n = 0, \dots, K - 1$. Por último, un conversor paralelo/serie (P/S, *Parallel to Serie*) y un decodificador de canal permiten obtener estimaciones duras de los bits de

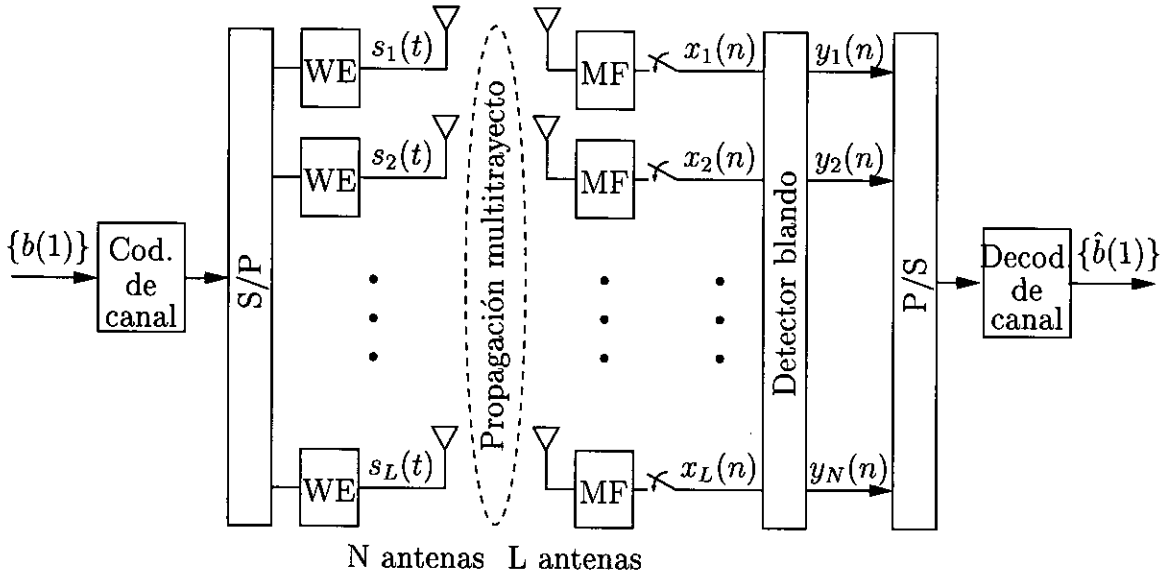


Figura 5.1: Diagrama de bloques de un sistema de comunicaciones con codificación espacio-temporal.

información transmitidos.

Asumiendo una modulación lineal sin memoria, se puede obtener el modelo de señal lineal para las señales discretas observadas a la salida del banco de muestreadores durante el n -ésimo período de símbolo,

$$\underline{x}(n) = \sum_{i=0}^{m-1} \underline{H}_i \underline{s}(n-i) + \underline{g}(n) = \mathbf{H} \mathbf{s}(n) + \underline{g}(n) \quad (5.1)$$

donde $\underline{x}(n) = [x_1(n), \dots, x_L(n)]$ es el vector de observaciones obtenido a la salida del banco de receptores, $\underline{s}(n) = [s_1(n), \dots, s_N(n)]$ es el n -ésimo vector de símbolos transmitidos, $\mathbf{s}(n) = [\underline{s}^T(n-m+1) \ \dots \ \underline{s}^T(n)]^T$ es un vector de tamaño $Nm \times 1$ que contiene las componentes recibidas durante el n -ésimo período de símbolo debido a la ISI, $\underline{g}(n)$ es un vector de ruido AWGN de tamaño $L \times 1$ con media cero y matriz de covarianza $E[\underline{g}(n)\underline{g}^H(n)] = \sigma_g^2 \mathbf{I}_L$ (donde \mathbf{I}_L es la matriz identidad de dimensiones $L \times L$), y $\mathbf{H} = [\underline{H}(m-1) \ \dots \ \underline{H}(0)]$ es la matriz de tamaño $L \times Nm$ que contiene los coeficientes del canal discreto resultante de muestrear a período de símbolo en la estructura descrita. Más concretamente, $\mathbf{h}_{lp} = [h_{lp}(0), \dots, h_{lp}(m-1)]^T$ es el vector de tamaño $m \times 1$ que representa la respuesta al impulso del canal discreto entre la p -ésima antena transmisora y la l -ésima antena receptora, donde m es la máxima longitud de la respuesta al impulso y, como consecuencia, el tamaño de la ventana

de ISI. Las submatrices, $\underline{H}(i)$ $i = 0, \dots, m - 1$, de tamaño $L \times N$ son de la forma

$$\underline{H}(i) = \begin{bmatrix} h_{11}(i) & h_{12}(i) & \dots & h_{1N}(i) \\ h_{21}(i) & h_{22}(i) & \dots & h_{2N}(i) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{L1}(i) & h_{L2}(i) & \dots & h_{LN}(i) \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Los símbolos de interés son los que forman $\underline{s}(n)$. Para garantizar que se aprovecha toda la energía de este vector, se apilan las observaciones de m períodos de símbolo consecutivos para obtener el modelo de señal extendido

$$\mathbf{x}(n) = \mathcal{H}\mathbf{s}_m(n) + \mathbf{g}(n) \quad (5.3)$$

donde $\mathbf{x}(n) = [\underline{x}^T(n) \ \dots \ \underline{x}^T(n+m-1)]^T$ es el vector de observaciones de tamaño $Lm \times 1$, $\mathbf{s}_m(n) = [\underline{s}^T(n-m+1) \ \dots \ \underline{s}^T(n+m-1)]^T$ es el vector de símbolos con dimensiones $N(2m-1) \times 1$, $\mathbf{g}(n) = [\underline{g}^T(n) \ \dots \ \underline{g}^T(n+m-1)]^T$ es el vector de ruido AWGN y la matriz de canal extendida es diagonal a bloques de la forma

$$\mathcal{H}^T = \begin{bmatrix} \underline{H}^T(m-1) & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \underline{H}^T(m-2) & \underline{H}^T(m-1) & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \underline{H}^T(0) & \underline{H}^T(1) & \dots & \underline{H}^T(m-1) \\ \vdots & \underline{H}^T(0) & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \underline{H}^T(1) \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \underline{H}^T(0) \end{bmatrix}^T$$

con dimensiones $Lm \times N(2m-1)$.

Un vector de estimaciones de tamaño $N \times 1$, $\mathbf{y}(n) = [y_1(n), \dots, y_N(n)]^T$, correspondiente a los símbolos en $\underline{s}(n)$, se obtiene mediante procesado lineal como

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{W}^H \mathbf{x}(n) \quad (5.4)$$

donde \mathbf{W} es una matriz de filtrado de tamaño $Lm \times N$.

El problema de seleccionar la matriz \mathbf{W} se puede descomponer en N problemas más simples, i.e., $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_N]$ donde \mathbf{w}_j , $j = 1, \dots, N$ es el filtro FIR $Lm \times 1$ que proporciona la estimación $y_j(n) = \mathbf{w}_j^H \mathbf{x}(n)$, $j = 1, \dots, N$ correspondiente al símbolo que procede de la j -ésima antena transmisora. Para obtener los coeficientes de este filtro podría seguirse una filosofía completamente análoga a la planteada en esta tesis con lo que el problema resultante tendría la forma

$$\hat{\mathbf{w}}_j = \arg \max_{\mathbf{w}_{*,j}} \left\{ \mathcal{L}(\mathbf{w}_{*,j}) = \sum_{n=0}^{K-1} \log E_s \left[e^{-\frac{|y_j(n) - s|^2}{\sigma_{f,j}^2}} \right] \right\} \quad j = 1, \dots, N \quad (5.5)$$

donde $\mathcal{L}(\mathbf{w}_{*,j})$ es la verosimilitud logarítmica de \mathbf{w}_j respecto a las estimaciones blandas observadas, \mathbf{y}_j . Dado que los filtros lineales, $\hat{\mathbf{w}}_j$ $j = 1, \dots, N$, se eligen para asegurar que la p.d.f. de $\mathbf{y}(n)$ es la deseada, el criterio propuesto aprovecha implícitamente cualquier estructura espacio-temporal creada entre las tramas de símbolos para cancelar interferencias.

Sin embargo, todas las antenas transmisoras utilizan el mismo formato de modulación y, como consecuencia, la solución al problema (5.5) podría llevar a que la j -ésima antena receptora fuese capturada por una interferencia, i.e., la estimación de un símbolo no deseado, $s_{i \neq j}(n)$. La aproximación más directa para resolver este problema es utilizar un método semiciego, ya que en un sistema STC las firmas espaciales son completamente desconocidas, a diferencia de CDMA [62]. No obstante, puede plantearse una implementación ciega mediante un esquema de cancelación sucesiva en el que las señales de información se extraigan secuencialmente y se sustraigan de la señal recibida para evitar problemas de captura.

5.2.3 Clasificación de patrones

El problema de clasificación de patrones consiste en elegir, de entre un conjunto de patrones, aquel que más se ajuste a la observación disponible, posiblemente distorsionada. Considérese un conjunto de N patrones $\mathcal{P} = \{\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N\}$ y un filtro clasificador que toma una señal de entrada con el símbolo ruidoso, $\mathbf{x}(n)$ (en general, será necesaria una representación multidimensional tanto para las observaciones como para los patrones, \mathbf{p}_i) y aplica una operación de filtrado $\phi_{\Theta}(\mathbf{x}(n))$ que depende de un conjunto de parámetros Θ . El objetivo es ajustar $\Theta = \Theta_*$ de modo que la señal filtrada $y(n) = \phi_{\Theta_*}(\mathbf{x}(n))$ sea una variable aleatoria $y(n) = p(n) + g(n)$, donde $p(n)$ toma N posibles valores discretos, $p(n) \in \{v_1, \dots, v_N\}$, con probabilidades condicionadas conocidas $\text{Prob}[p(n) = v_i | p(n-1), \dots, p(n-l)]$, $i = 1, \dots, N$, y $g(n)$ es una componente de ruido que mide la incertidumbre de la clasificación. En una aproximación más general, puede plantearse una función de filtrado con dos salidas distintas, $p(n)$ y $g(n)$, donde $p(n) = v_i$ clasifica el patrón y $g(n)$ indica la confianza en esa clasificación.

Apéndice A

Derivación de $f_{A_1b+g_f}(\cdot)$

Considérese que los N usuarios del sistema utilizan el mismo formato de modulación con símbolos i.i.d. y equiprobables. Entonces, un símbolo arbitrario $b_i(n)$ pertenece al alfabeto finito $\mathcal{B} = \{b^{(0)}, \dots, b^{(V-1)}\}$, donde $\log_2 V$ es el número de bits por símbolo, y su f.d.p. es

$$f_b(b_i(n)) = \frac{1}{V} \sum_{l=0}^{V-1} \delta(b_i(n) - b^{(l)}). \quad (\text{A.1})$$

Obviamente, la f.d.p. del símbolo re-escalado $A_i b_i(n)$ es

$$f_{A_i b}(A_i b_i(n)) = \frac{1}{V} \sum_{l=0}^{V-1} \delta(A_i b_i(n) - A_i b^{(l)}). \quad (\text{A.2})$$

La f.d.p. de los símbolos re-escalados más ruido, $A_i b_i(n) + g_f(n)$ es la convolución de $f_{A_i b}(\cdot)$ y la f.d.p. gaussiana $f_{g_f}(\cdot)$, i.e.,

$$\begin{aligned} f_{A_i b+g_f}(z) &= f_{A_i b}(z) * f_{g_f}(z) = \frac{1}{V} \sum_{l=0}^{V-1} f_{g_f}(z - A_i b^{(l)}) \\ &= \frac{1}{V} \sum_{l=0}^{V-1} \frac{1}{\pi \sigma_f^2} e^{-\frac{|z - A_i b^{(l)}|^2}{\sigma_f^2}} = \frac{1}{\pi \sigma_f^2} E_b \left[e^{-\frac{|z - A_i b|^2}{\sigma_f^2}} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Apéndice B

Independencia de las estimaciones

Cuando hay memoria en el canal ($m > 1$), el proceso $\{g_f(n)\}_{n=0, \dots, K-1}$ no es, en general, blanco. En este apéndice se deriva la condición que ha de verificar \mathbf{w}_* para que el proceso sea blanco y, como consecuencia, que las estimaciones $y(0), \dots, y(K-1)$ sean independientes bajo la hipótesis de eliminación de la MAI y la ISI. Para ello, considérense las siguientes descomposiciones,

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}(0) \\ \vdots \\ \mathbf{w}(m-1) \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

donde $\mathbf{w}(i) = [w_{iL}, \dots, w_{(i+1)L-1}]^T$, $i = 0, \dots, m-1$, y

$$\mathbf{g}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}'(n) \\ \vdots \\ \mathbf{g}'(n+m-1) \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

con $\mathbf{g}'(i) = [g(i, 0), \dots, g(i, L-1)]^T$, $i = n, \dots, n+m-1$. El ruido a la salida del filtro viene dado por

$$\begin{aligned} g_f(n) &= \mathbf{w}^H \mathbf{g}(n) \\ &= \mathbf{w}^H(0) \mathbf{g}'(n) + \mathbf{w}^H(1) \mathbf{g}'(n+1) + \dots + \mathbf{w}^H(m-1) \mathbf{g}'(n+m-1) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

y es posible calcular su covarianza con retardo $k < m$ como

$$\begin{aligned} E_{g_f(n)} [g_f(n) g_f^*(n+k)] &= E_{g_f(n)} \left[\sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{w}^H(i) \mathbf{g}'(n+i) \left(\sum_{j=0}^{m-1} \mathbf{w}^H(j) \mathbf{g}'(n+k+j) \right)^* \right] \\ &= \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{m-1} \mathbf{w}^H(i) E_{g_f(n)} [\mathbf{g}'(n+i) (\mathbf{g}'(n+k+j))^H] \mathbf{w}(j) \\ &= \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{m-1} \delta(i-k-j) \mathbf{w}^H(i) \sigma_g^2 \mathbf{I}_L \mathbf{w}(j) \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{m-1} \sigma_g^2 \delta(i - k - j) \mathbf{w}^H(i) \mathbf{w}(j) \quad (\text{B.4})$$

$$k = 1, 2, \dots, m - 1.$$

Obsérvese que, por construcción, la covarianza es 0 para $k \geq m$. Definiendo el cambio de variable $j + k = q$, la expresión (B.5) se convierte en

$$E_{g_f(n)} [g_f(n) g_f^*(n + k)] = \sigma_g^2 \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{q=k}^{k+m-1} \delta(i - q) \mathbf{w}^H(i) \mathbf{w}(q - k) \quad (\text{B.5})$$

y, por tanto, la condición para que el ruido sea blanco a la salida del filtro vendrá dada por el siguiente conjunto de ecuaciones no lineales que debe satisfacer el vector \mathbf{w}_*

$$E_{g_f(n)} [g_f(n) g_f^*(n + k)] = 0 \rightarrow \sigma_g^2 \sum_{q=k}^{m-1} \mathbf{w}^H(q) \mathbf{w}(q - k) = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$k = 1, \dots, m - 1.$$

Apéndice C

Derivación de $f_{\mathbf{Y}_e; \Theta}(\cdot)$

Cuando Θ se elige de forma adecuada (i.e., $y(n) = \mathbf{w}_*^H \mathbf{x}(n) = A_1 b_1(n) + g_f(n)$) y el vector extendido

$$\mathbf{y}_e(n) = \begin{bmatrix} y(n) \\ b_1(n) \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

se obtiene fácilmente mediante una transformación invertible a partir del vector de símbolos extendido

$$\mathbf{b}_e(n) = \begin{bmatrix} g_f(n) \\ b_1(n) \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

como

$$\mathbf{y}_e(n) = t_{A_1}(\mathbf{b}_e(n)) = \begin{bmatrix} A_1 b_1(n) + g_f(n) \\ b_1(n) \end{bmatrix}, \quad (\text{C.3})$$

entonces la p.d.f. de $\mathbf{y}_e(n)$ y $\mathbf{b}_e(n)$ están relacionadas por la siguiente expresión [63]

$$f_{\mathbf{y}_e; \Theta}(\mathbf{y}_e(n)) = \frac{f_{\mathbf{b}_e}(t_{A_1}^{-1}(\mathbf{y}_e(n)))}{|J_t|} \quad (\text{C.4})$$

donde J_t es el jacobiano de la transformación y $|\cdot|$ representa la función valor absoluto. Se puede mostrar de forma sencilla que

$$J_t = \det \begin{bmatrix} \frac{\partial y(n)}{\partial g_f} & \frac{\partial b_1(n)}{\partial g_f} \\ \frac{\partial y(n)}{\partial b_1(n)} & \frac{\partial b_1(n)}{\partial b_1(n)} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ A_1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \quad (\text{C.5})$$

y, asumiendo que $g_f(n)$ es estadísticamente independiente de $b_1(n)$,

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{y}_e; \Theta}(\mathbf{y}_e(n)) &= f_{\mathbf{b}_e}(t_{A_1}^{-1}(\mathbf{y}_e(n))) \\ &= f_b(b_1(n)) f_{g_f}(y(n) - A_1 b_1(n)) \\ &= f_b(b_1(n)) \frac{1}{\pi \sigma_f^2} e^{-\frac{|y(n) - A_1 b_1(n)|^2}{\sigma_f^2}}. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Como los símbolos transmitidos son i.i.d. y la f.d.p. conjunta de las estimaciones se modela como el producto de las marginales, la f.d.p. conjunta de los K vectores extendidos, $\mathbf{Y}_e = [\mathbf{y}_e(0), \dots, \mathbf{y}_e(K-1)]$, viene dada por

$$f_{\mathbf{Y}_e; \Theta}(\mathbf{Y}_e) = \prod_{n=0}^{K-1} \frac{1}{\pi \sigma_f^2} f_b(b_1(n)) e^{-\frac{|y(n) - A_1 b_1(n)|^2}{\sigma_f^2}}. \quad (\text{C.7})$$

Apéndice D

Derivación de la esperanza condicionada $E_{b|y; \hat{\Theta}_{i,j}} [\cdot]$

Considérese la expresión general para $E_{b|y; \hat{\Theta}_{i,j}} [\cdot]$,

$$E_{b|y; \hat{\Theta}_{i,j}} [\phi(b)] = \sum_b f_{b|y; \hat{\Theta}_{i,j}}(b) \phi(b) \quad (D.1)$$

donde el sumatorio es sobre todos los posibles valores de un símbolo, $f_{b|y; \hat{\Theta}_{i,j}}$ es la f.d.p. del símbolo b condicionado a la estimación y obtenida con $\hat{\Theta}_{i,j}$ y $\phi(\cdot)$ es una función arbitraria. Utilizando el teorema de Bayes, se puede expresar la densidad *a posteriori* $f_{b|y; \hat{\Theta}_{i,j}}(\cdot)$ en términos de $f_{y; \hat{\Theta}_{i,j}}(\cdot)$, $f_{y|b; \hat{\Theta}_{i,j}}(\cdot)$ y $f_b(\cdot)$,

$$f_{b|y; \hat{\Theta}_{i,j}}(b) = \frac{f_{y|b; \hat{\Theta}_{i,j}}(y) f_b(b)}{f_{y; \hat{\Theta}_{i,j}}(y)} = \frac{f_b(b) e^{-\frac{|y - \hat{A}_1(i)b|^2}{\sigma_f^2}}}{E_b \left[e^{-\frac{|y - \hat{A}_1(i)b|^2}{\sigma_f^2}} \right]} = \frac{e^{-\frac{|y - \hat{A}_1(i)b|^2}{\sigma_f^2}}}{\sum_b e^{-\frac{|y - \hat{A}_1(i)b|^2}{\sigma_f^2}}} \quad (D.2)$$

donde $f_{y|b; \hat{\Theta}_{i,j}}(\cdot)$ se obtiene a partir de $f_{y; \hat{\Theta}_{i,j}}(\cdot)$ eliminando la esperanza (ver ecuación (3.2)). Sustituyendo (D.2) en (D.1), se obtiene la siguiente relación,

$$E_{b|y; \hat{\Theta}_{i,j}} [\phi(b)] = \frac{E_b \left[e^{-\frac{|y - \hat{A}_1(i)b|^2}{\sigma_f^2}} \phi(b) \right]}{E_b \left[e^{-\frac{|y - \hat{A}_1(i)b|^2}{\sigma_f^2}} \right]} = \frac{\sum_b e^{-\frac{|y - \hat{A}_1(i)b|^2}{\sigma_f^2}} \phi(b)}{\sum_b e^{-\frac{|y - \hat{A}_1(i)b|^2}{\sigma_f^2}}}. \quad (D.3)$$

Apéndice E

Problema de captura

En este apéndice se demuestra que si la f.d.p. de las estimaciones blandas coincide con la f.d.p. objetivo, i.e.,

$$f_{y;\Theta}(y(n)) = f_{A_1 b + g_f}(y(n)) \quad (\text{E.1})$$

entonces el receptor necesariamente extrae al usuario deseado y no una interferencia. Cuando se impone la restricción

$$\mathbf{w}_*^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d^T \quad (\text{E.2})$$

y $h_1(d) = A_1$, con $|h_1(d)|$ no despreciable, las estimaciones blandas resultantes se pueden expresar como

$$\begin{aligned} y(n) &= \mathbf{w}_*^H \mathbf{d}_1(0) b_1(n) + \sum_{\substack{i=-(m-1) \\ i \neq 0}}^{m-1} \mathbf{w}_*^H \mathbf{d}_1(i) b_1(n-i) \\ &+ \sum_{j=2}^N \sum_{i=-(m-1)}^{m-1} \mathbf{w}_*^H \mathbf{d}_j(i) b_j(n-i) + \mathbf{w}_*^H \mathbf{g}(n) \\ &= A_1 b_1(n) + \sum_{\substack{i=-(m-1) \\ i \neq 0}}^{m-1} A_1^{(i)} b_1(n-i) + \sum_{j=2}^N \sum_{i=-(m-1)}^{m-1} A_j^{(i)} b_j(n-i) + \mathbf{w}_*^H \mathbf{g}(n). \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

Dado que los símbolos transmitidos por los N usuarios son variables aleatorias discretas i.i.d., la f.d.p. de las estimaciones blandas viene dada por

$$\begin{aligned} f_{y;\mathbf{w}_*}(y(n)) &= f_{A_1 b}(y(n)) * \\ &* f_{A_1^{-(m-1)} b}(y(n)) * \cdots * f_{A_1^{(-1)} b}(y(n)) * \\ &* f_{A_1^{(1)} b}(y(n)) * \cdots * f_{A_1^{(m-1)} b}(y(n)) * \\ &* f_{A_2^{-(m-1)} b}(y(n)) * \cdots * f_{A_2^{(m-1)} b}(y(n)) * \cdots * \\ &* f_{A_N^{-(m-1)} b}(y(n)) * \cdots * f_{A_N^{(m-1)} b}(y(n)) * f_{g_f}(y(n)). \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

Dado que

$$f_{A_i^{(j)}b}(y(n)) = \frac{1}{V} \sum_{l_{i,j}=1}^V \delta(y(n) - A_i^{(j)}b^{(l_{i,j})}) \quad (\text{E.5})$$

donde V es el tamaño del alfabeto y $\delta(\cdot)$ es la función delta de Dirac, se tiene que

$$f_{y;\Theta}(y(n)) = f_{A_1b}(y(n)) * \rho(n) * f_{g_f}(y(n)) \quad (\text{E.6})$$

donde

$$\rho(n) = \frac{1}{V^{N(2m-1)}} \left[\sum_{l_{1,1-m}=1}^V \cdots \sum_{l_{1,-1}=1}^V \sum_{l_{1,1}=1}^V \cdots \sum_{l_{N,m-1}=1}^V \delta(y(n) - A_N^{(m-1)}b^{(l_{N,m-1})} \right. \\ \left. - \cdots - A_1^{(m-1)}b^{(l_{1,m-1})} - \cdots - A_1^{(1)}b^{(l_{1,1})} \right. \\ \left. - A_1^{(-1)}b^{(l_{1,-1})} - \cdots - A_1^{(1-m)}b^{(l_{1,1-m})} \right]. \quad (\text{E.7})$$

Es evidente que

$$f_{y;\Theta}(y(n)) = f_{A_1b}(y(n)) * f_{g_f}(y(n)) = f_{A_1b+g_f}(y(n)) \quad (\text{E.8})$$

si y sólo si

$$\rho(n) = \delta(y(n)) \quad (\text{E.9})$$

lo cual es equivalente a $A_i^{(j)} = 0 \quad \forall i, j$.

Apéndice F

Ambigüedad de fase

El criterio presentado emplea únicamente la información estadística referida a las señales recibidas para estimar los coeficientes del filtro. Esto puede dar lugar a una ambigüedad de fase cuando se detectan los símbolos del usuario de interés. El motivo reside en que un determinado símbolo y otro que consista en la rotación del anterior presentan la misma f.d.p.. Considérese un símbolo b obtenido de una modulación digital PSK con V niveles. La f.d.p. de b , $f_b(\cdot)$, es

$$f_b(b) = \frac{1}{V} \sum_{l=0}^{V-1} \delta \left(b - e^{\frac{j2\pi l}{V}} \right) = \frac{1}{V} \quad (\text{F.1})$$

donde $\delta(\cdot)$ es la función delta de Dirac, y

$$b \in \left\{ e^{\frac{j2\pi l}{V}}, \quad l = 0, \dots, V-1 \right\} \quad (\text{F.2})$$

mientras que la f.d.p. de un símbolo rotado, $e^{\frac{j2\pi k}{V}} b$, $k = 0, \dots, V-1$, es

$$f_b \left(e^{\frac{j2\pi k}{V}} b \right) = \frac{1}{V} \sum_{l=0}^{V-1} \delta \left(e^{\frac{j2\pi k}{V}} b - e^{\frac{j2\pi l}{V}} \right) = \frac{1}{V} \sum_{l=0}^{V-1} \delta \left(e^{\frac{j2\pi k}{V}} \left(b - e^{\frac{j2\pi(l-k)}{V}} \right) \right) = \frac{1}{V}. \quad (\text{F.3})$$

Por lo tanto, las secuencias de símbolos $b(n)$ y $e^{\frac{j2\pi k}{V}} b(n)$ son indistinguibles desde el punto de vista estadístico al tener la misma f.d.p. Esto hace que, al estimar los coeficientes del filtro para detectar los símbolos transmitidos, las estimaciones del filtro que extrae $b(n)$ y del que extrae $e^{\frac{j2\pi k}{V}} b(n)$ tengan la misma verosimilitud.

Apéndice G

Relación entre los receptores propuestos y la solución de Wiener

En este apéndice se muestra la relación existente entre el receptor semiciego propuesto y la solución lineal de Wiener (sección G.1) y la relación entre el receptor ciego con restricción lineal y el detector lineal MMSE sujeto a la misma restricción (sección G.2).

G.1 Relación entre el receptor semiciego y la solución de Wiener

Considérese el receptor MMSE lineal multiusuario, i.e.,

$$\mathbf{w}_W = \arg \min_{\mathbf{w}} \left\{ E_{\mathbf{x}(n), \mathbf{b}(n)} \left[\left| \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) - b_1(n) \right|^2 \right] \right\}. \quad (\text{G.1})$$

Se puede obtener fácilmente la solución al problema anterior

$$\mathbf{w}_W = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p} \quad (\text{G.2})$$

donde $\mathbf{R}_x = E_{\mathbf{x}(n)} [\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)]$ y $\mathbf{p} = E_{\mathbf{x}(n)} [\mathbf{x}(n)b_1^*(n)]$. En este apéndice se muestra la relación entre el receptor propuesto como solución de (3.6) y la solución de Wiener dada por (G.2). Para ello, se caracterizan los máximos locales de la función de verosimilitud logarítmica

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}) | \mathbf{b}_t = \sum_{n=0}^{K-1} \log \left(E_{b_1(n)|\mathbf{b}_t} \left[e^{-\frac{|y(n)-b_1(n)|^2}{\sigma_f^2}} \right] \right) \quad (\text{G.3})$$

respecto a los coeficientes del filtro \mathbf{w} . Los puntos estacionarios de $\mathcal{L}(\mathbf{w})$ se encuentran calculando el gradiente $\nabla_{\mathbf{w}} \mathcal{L}$ e igualando a cero,

$$\nabla_{\mathbf{w}} \mathcal{L} = \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n) E_{b_1(n)|y(n), \mathbf{w}_*} [y^*(n) - b_1^*(n)] = 0. \quad (\text{G.4})$$

Teniendo en cuenta que $y(n) = \mathbf{w}_*^H \mathbf{x}(n)$, la ecuación anterior se convierte en

$$\sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \mathbf{w}_* = \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n) d^*(n) \quad (\text{G.5})$$

donde

$$d(n) = E_{b_1(n)|y(n), \mathbf{b}_t; \mathbf{w}_*} [b_1(n)] = \begin{cases} b_1(n) & 0 \leq n \leq M-1 \\ E_{b_1(n)|y(n); \mathbf{w}_*} [b(n)] & M \leq n \leq K-1 \end{cases} \quad (\text{G.6})$$

es la estimación de error cuadrático medio mínimo no lineal de $b_1(n)$ [50]. Resolviendo para \mathbf{w}_* se llega a

$$\mathbf{w} = \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \hat{\mathbf{p}} \quad (\text{G.7})$$

donde

$$\hat{\mathbf{R}}_x^{-1} = \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \quad (\text{G.8})$$

es la matriz de autocorrelación empírica y

$$\hat{\mathbf{p}} = \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n) d^*(n) \quad (\text{G.9})$$

es un vector de correlación cruzada empírico donde los símbolos transmitidos se sustituyen por sus estimaciones de error cuadrático medio mínimo (cuando $n \geq M$). La solución (G.7) es una generalización de la solución LS y converge a la solución de Wiener (G.2) cuando el tamaño de bloque, K , es suficientemente grande.

Nótese que la ecuación (G.7) no es un resultado útil desde un punto de vista práctico ya que no es una expresión explícita de \mathbf{w}_* pues $\hat{\mathbf{p}}$ depende de \mathbf{w}_* . Este vector de coeficientes debe ser conocido para calcular las estimaciones de mínimos cuadrados de los símbolos. El algoritmo EM propuesto en este trabajo es un método iterativo para aproximar numéricamente (G.7).

G.2 Relación entre el receptor ciego y el detector MMSE lineal sujeto a la misma restricción

Considérese el receptor multiusuario MMSE lineal sujeto a la misma restricción lineal considerada en el problema (3.32), i.e.,

$$\mathbf{w}_{MMSE} = \arg \min_{\mathbf{w}} \left\{ E_{\mathbf{x}(n)} \left[\left| \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) - b_1(n) \right|^2 \right] \right\} \quad \text{sujeto a } \mathbf{w}^H \mathbf{C}_1(0) = \mathbf{u}_d^T. \quad (\text{G.10})$$

Aplicando la descomposición GSC, es directo mostrar que la solución al problema anterior es

$$\mathbf{w}_{MMSE} = \mathbf{w}_q - \mathbf{B} \mathbf{w}_{u,MMSE} \quad (\text{G.11})$$

$$\mathbf{w}_{u,MMSE} = (\mathbf{B}^H \mathbf{R}_x \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H (\mathbf{R}_x \mathbf{w}_q - \mathbf{p}) \quad (\text{G.12})$$

donde $\mathbf{R}_x = E_{\mathbf{x}(n)} [\mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n)]$ y $\mathbf{p} = E_{\mathbf{x}(n)} [\mathbf{x}(n) b_1^*(n)]$.

En este apéndice se muestra que existe una relación entre el receptor ciego propuesto y la solución MMSE dada por (G.12). Para ello, se caracterizan los máximos locales de la función de verosimilitud logarítmica

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}_u) = \sum_{n=0}^{K-1} \log \left(E_b \left[e^{-\frac{|y(n) - A_1 b_1|^2}{\sigma_f^2}} \right] \right) \quad (\text{G.13})$$

respecto al vector no restringido \mathbf{w}_u . Los puntos estacionarios de $\mathcal{L}(\mathbf{w}_u)$ se obtienen calculando el gradiente $\nabla_{\mathbf{w}_u} \mathcal{L}$ e igualando a cero,

$$\nabla_{\mathbf{w}_u} \mathcal{L} = \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{B}^H \mathbf{x}(n) E_{b_1(n)|y(n); \mathbf{w}_u} [y^*(n) - A_1 b_1^*(n)] = 0. \quad (\text{G.14})$$

Teniendo en cuenta que $y(n) = \mathbf{w}_*^H \mathbf{x}(n)$ y la descomposición GSC, $\mathbf{w}_* = \mathbf{w}_q - \mathbf{B} \mathbf{w}_u$, la ecuación anterior se transforma en

$$\sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{B}^H \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \mathbf{B} \mathbf{w}_u = \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{B}^H \mathbf{x}(n) d^*(n) \quad (\text{G.15})$$

donde

$$d^*(n) = \mathbf{x}^H(n) \mathbf{w}_q - A_1 E_{b_1(n)|y(n); \mathbf{w}_u} [b_1^*(n)] \quad (\text{G.16})$$

y la esperanza condicionada es la estimación de error cuadrático medio mínimo no lineal de $b_1^*(n)$ [50]. Resolviendo para \mathbf{w}_u se obtiene

$$\mathbf{w}_u = (\mathbf{B}^H \hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H (\hat{\mathbf{R}}_x \mathbf{w}_q - A_1^* \hat{\mathbf{p}}) \quad (\text{G.17})$$

donde

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \quad (\text{G.18})$$

es la matriz de autocorrelación empírica y

$$\hat{\mathbf{p}}_x = \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n) E_{b_1(n)|y(n)} [b_1^*(n)] \quad (\text{G.19})$$

es un vector de correlación cruzada empírico donde los símbolos transmitidos se sustituyen por sus estimaciones de error cuadrático medio mínimo. Excepto por el factor de escala, A_1 , es evidente que (G.17) converge a la solución MMSE (G.12) cuando el tamaño de bloque, K , es suficientemente grande.

Tal y como sucedía en el caso semiciego, la ecuación (G.17) no es útil en la práctica pues no proporciona una solución cerrada para \mathbf{w}_u . El vector no restringido debe conocerse para poder calcular las estimaciones de mínimos cuadrados de los símbolos. El algoritmo SAGE propuesto en este trabajo proporciona un método iterativo para aproximar numéricamente la solución (G.17).

Apéndice H

Glosario

H.1 Notación

H.1.1 Notación general

Letra minúscula normal	variable real o entera	n, t, i, j
Letra minúscula negrita	vector columna	$\mathbf{b}, \mathbf{x}, \mathbf{w}$
Letra mayúscula normal	constante entera	N, K
Letra mayúscula negrita	matriz	\mathbf{D}, \mathbf{I}
Superíndice $*$	complejo conjugado	w_i^*, \mathbf{w}^*
Superíndice T	transposición	$\mathbf{w}^T, \mathbf{D}^T$
Superíndice H	transposición hermítica	$\mathbf{w}^H, \mathbf{D}^H$
Superíndice -1	matriz inversa	\mathbf{D}^{-1}
Superíndice \dagger	matriz pseudoinversa	\mathbf{D}^\dagger
$\det(\cdot)$	Determinante de una matriz	$\det[\mathbf{W}]$
$t(\cdot)$	transformación lineal invertible de (\cdot)	$t_{A_1}(\mathbf{b}_e(n))$
J_t	Jacobiano de la transformación $t(\cdot)$	
∇	operador gradiente	$\nabla_{\mathbf{w}}$
$\ \cdot\ $	norma Euclídea	$\ \mathbf{x}\ $
$\log(\cdot)$	logaritmo natural	$\log(a)$
$\mathcal{L}(\cdot)$	log-verosimilitud	$\mathcal{L}(\mathbf{w}_*)$
$\lceil \cdot \rceil$	parte entera más próxima a ∞	$\lceil \frac{L+P-1}{L} \rceil$

H.1.2 Notación vectorial

$$\underline{v} \quad \text{vector columna} \quad \underline{d}_i(r) = \begin{bmatrix} d_i(rL) \\ \vdots \\ d_i((r+1)L-1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v} \quad \text{vector columna} \quad \mathbf{x}(n) = \mathbf{D}\mathbf{b}(n) + \mathbf{g}(n)$$

$$\mathbf{g}(n) = \begin{bmatrix} g(n, 0) \\ \vdots \\ g(n+m-1, L-1) \end{bmatrix}$$

$$\Gamma \quad \text{vector} \quad \Theta = [\mathbf{w}_*, A_1] \quad \hat{\Phi}_{i,j} = [\hat{\mathbf{w}}(i), \hat{\mathbf{v}}(j)]$$

$$\underline{V} \quad \text{matriz} \quad \underline{D}(r) = [\underline{d}_1(r) \cdots \underline{d}_N(r)]$$

$$\mathbf{V} \quad \text{matriz} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \underline{D}(m-1) & \cdots & \underline{D}(0) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \underline{D}(m-1) & \cdots & \underline{D}(0) \end{bmatrix}$$

H.1.3 Valores esperados y f.d.p.

$f_u(\cdot)$ f.d.p. de la variable aleatoria u .

$f_{\mathbf{u}}(\cdot)$ f.d.p. del vector aleatorio \mathbf{u} .

$f_{\mathbf{u};\Theta}(\cdot)$ f.d.p. del vector aleatorio \mathbf{u} que depende del vector de parámetros Θ .

$f_{\mathbf{u}|\mathbf{v};\Theta}(\cdot)$ f.d.p. del vector aleatorio \mathbf{u} condicionado al vector de valores \mathbf{v} . El vector aleatorio condicionado $\mathbf{u} | \mathbf{v}$ depende del vector de parámetros Θ .

$f_{\mathbf{u}|\mathbf{v},\mathbf{z};\Theta}(\cdot)$ f.d.p. del vector aleatorio \mathbf{u} condicionado a los vectores de valores \mathbf{v} y \mathbf{z} . El vector aleatorio condicionado $\mathbf{u} | \mathbf{v}, \mathbf{z}$ depende del vector de parámetros Θ .

$E_u[\cdot]$ esperanza estadística respecto a la variable aleatoria u .

$E_{\mathbf{u}}[\cdot]$ esperanza estadística respecto al vector aleatorio \mathbf{u} .

$E_{\mathbf{u};\Theta}[\cdot]$ esperanza estadística respecto al vector \mathbf{u} que depende del vector de parámetros Θ .

$E_{\mathbf{u}|\mathbf{v};\Theta}[\cdot]$ esperanza estadística respecto al vector \mathbf{u} condicionado al vector de valores \mathbf{v} . El vector aleatorio condicionado $\mathbf{u} | \mathbf{v}$ depende del vector de parámetros Θ .

$E_{\mathbf{u}|\mathbf{v},\mathbf{z};\Theta}[\cdot]$ esperanza estadística respecto al vector \mathbf{u} condicionado a los vectores de valores \mathbf{v}, \mathbf{z} . El vector aleatorio condicionado $\mathbf{u} | \mathbf{v}, \mathbf{z}$ depende del vector de parámetros Θ .

H.1.4 Parámetros a estimar

$\Theta = [\mathbf{w}_*, A_1]$	conjunto de parámetros a estimar en el problema de optimización general, donde \mathbf{w}_* es el filtro óptimo y A_1 es un factor complejo.
$\Gamma = [\mathbf{w}_u, A_1]$	conjunto de parámetros a estimar en la aproximación ciega lineal, donde \mathbf{w}_u es la parte adaptativa del filtro ($\mathbf{w}_* = \mathbf{w}_g - \mathbf{B}\mathbf{w}_u$) y A_1 es un factor complejo.
$\Upsilon = [\mathbf{w}_*, \mathbf{v}_*, A_1]$	conjunto de parámetros a estimar en el problema de optimización realimentado general, donde \mathbf{w}_* y \mathbf{v}_* son los filtros óptimos progresivo y de realimentación, respectivamente, y A_1 es un factor complejo.
$\Phi = [\mathbf{w}_*, \mathbf{v}_*]$	conjunto de parámetros a estimar en la aproximación semiciega realimentada, donde \mathbf{w}_* y \mathbf{v}_* son los filtros óptimos progresivo y de realimentación, respectivamente.
$\Psi = [\mathbf{w}_u, \mathbf{v}_*, A_1]$	conjunto de parámetros a estimar en la aproximación ciega realimentada, donde \mathbf{w}_* es la parte adaptativa del filtro progresivo, \mathbf{v}_* es el filtro óptimo de realimentación y A_1 es un factor complejo.

H.1.5 Notación más utilizada

\mathbf{a}	vector de pesos del receptor <i>rake</i> (de dimensiones $P \times 1$).
A_1	ganancia de salida del usuario deseado.
$b_i(n)$	n -ésimo símbolo transmitido por el i -ésimo usuario.
$\mathbf{b}(n)$	vector de símbolos transmitidos.
$\hat{\mathbf{b}}_1(n)$	vector de tamaño $(m - 1) \times 1$ que constituye una estimación de la <i>ISI</i> causal.
\mathbf{b}_t	secuencia de entrenamiento.
\mathbf{B}	matriz de bloqueo con la descomposición GSC.
$c_i(j)$	j -ésimo chip del código del i -ésimo usuario.
$\mathbf{C}_i(0)$	matriz de tamaño $Lm \times P$ construida a partir del código transmitido por el i -ésimo usuario.
$\mathbf{d}_1(0)$	vector con el código recibido para el usuario deseado (tamaño $Lm \times 1$).
\mathbf{D}	matriz de tamaño $Lm \times N(2m - 1)$ construida con los códigos recibidos.
$g_a(n)$	ruido a la salida del <i>rake</i> .
$g_f(n)$	componente de ruido a la salida del filtro.
$\mathbf{g}(n)$	vector de ruido.
\mathbf{h}_i	vector de tamaño $P \times 1$ con la respuesta al impulso del i -ésimo usuario.
K	tamaño de trama.
L	longitud de los códigos en un sistema DS CDMA. Número de antenas receptoras en un sistema STC.
m	memoria del canal dispersivo, $m = \lceil \frac{L+P-1}{L} \rceil$.
M	tamaño de la secuencia de entrenamiento.

N	número de usuarios en un sistema DS CDMA. Número de antenas transmisoras en un sistema STC.
\mathbf{p}	vector de correlación entre las observaciones y el símbolo deseado $\mathbf{p} = E_{\mathbf{x}(n)} [\mathbf{x}(n)\mathbf{b}_1^*(n)]$.
$\hat{\mathbf{p}}$	vector de correlación empírica entre las observaciones y el símbolo deseado $\hat{\mathbf{p}} = \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{b}_1^*(n)$.
P	cota superior de la longitud de la respuesta al impulso del canal lineal dispersivo en un sistema DS CDMA.
\mathbf{R}_x	matriz de autocorrelación de las observaciones $\mathbf{R}_x = E_{\mathbf{x}(n)} [\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)]$.
$\hat{\mathbf{R}}_x$	matriz de autocorrelación empírica de las observaciones $\hat{\mathbf{R}}_x = \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)$.
σ_a^2	varianza del ruido a la salida del <i>rake</i> .
σ_b^2	potencia de los símbolos transmitidos.
σ_f^2	varianza del ruido filtrado.
σ_g^2	varianza del AWGN.
T	período de símbolo.
T_c	período de chip.
\mathbf{u}_d	vector de tamaño $P \times 1$ para imponer la restricción lineal sobre los coeficientes del filtro $\mathbf{u}_d^T = [0 \cdots 0 \underbrace{1}_d 0 \cdots 0]$.
$\mathcal{U}(\mathbf{w}, \hat{\mathbf{w}}(i))$	estadísticos suficientes para la estimación de los coeficientes del filtro \mathbf{w}_* . Esta expresión tiene un significado análogo en otros casos como por ejemplo: $\mathcal{U}(\Gamma, \hat{\Gamma}_{i,i})$.
\mathbf{v}	vector de los coeficientes del filtro lineal de realimentación.
\mathbf{v}_*	vector de los coeficientes del filtro lineal de realimentación óptimo.
\mathbf{w}	vector de los coeficientes del filtro lineal progresivo.
\mathbf{w}_*	vector de los coeficientes del filtro lineal progresivo óptimo.
\mathbf{w}_q	vector de reposo con la descomposición GSC.
\mathbf{w}_u	parte libre/no restringida del filtro con la descomposición GSC.
\mathbf{W}	matriz $Lm \times P$ que contiene los coeficientes asociados a los P caminos de propagación.
$\mathbf{x}(n)$	vector de observaciones.
$y(n)$	estimación blanda.
\mathbf{y}	vector de estimaciones blandas.

H.2 Acrónimos

AWGN	<i>Additive Gaussian Noise.</i>
BER	<i>Bit Error Rate.</i>
BSA	<i>Blind Subspace Algorithm.</i>
CDMA	<i>Code Division Multiple Access.</i>
CM	<i>Constant Modulus.</i>
DD	<i>Decision Directed.</i>
DF	<i>Decision Feedback.</i>
DFE	<i>Decision Feedback Equalizer.</i>
DS CDMA	<i>Direct-Sequence Code Division Multiple Access.</i>
EM	<i>Expectation-Maximization.</i>
f.d.p.	función de densidad de probabilidad.
FIR	<i>Finite Impulse Response.</i>
FDMA	<i>Frequency Division Multiple Access.</i>
GEM	<i>Generalized Expectation-Maximization.</i>
GSC	<i>Generalized Sidelobe Canceller.</i>
i.i.d.	independientes e idénticamente distribuidos.
IMT-2000	<i>International Mobile Telecommunication by the year 2000.</i>
ISI	<i>Inter-Symbol Interference.</i>
KLD	<i>Kullback-Leibler Distance.</i>
LCCM	<i>Linearly Constrained Minimum Variance.</i>
LCMV	<i>Linearly Constrained Constant Modulus.</i>
LMS	<i>Least Mean Squares.</i>
LS	<i>Least Squares.</i>
MAI	<i>Multiple Access Interference.</i>
MAP	<i>Maximum A Posteriori.</i>
MF	<i>Matched Filter.</i>
MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output.</i>
ML	<i>Maximum Likelihood.</i>
MMSE	<i>Minimum Mean Square Error.</i>
MSE	<i>Mean Square Error.</i>
P/S	<i>Parallel to Serial.</i>
QPSK	<i>Quadrature Phase Shift Keying.</i>
RLS	<i>Recursive Least Squares.</i>
SAGE	<i>Space Alternating Generalized Expectation-Maximization.</i>
SD	<i>Sequential Detector.</i>
SER	<i>Symbol Error Rate.</i>
SINR	<i>Signal to Interference and Noise Ratio.</i>
SIR	<i>Signal to Interference Ratio.</i>
SNR	<i>Signal to Noise Ratio.</i>

S/P	<i>Serial to Parallel.</i>
STC	<i>Space-Time Coding.</i>
TASI	<i>Time Assignment Speech Interpolation.</i>
TDMA	<i>Time Division Multiple Access.</i>
UMTS	<i>Universal Mobile Telecommunication System.</i>
WE	<i>Waveform Encoder.</i>

Bibliografía

- [1] “Fifty years of signal processing: The IEEE signal processing society and its technologies 1948-1998,” *The IEEE Signal Processing Society*, 1998.
- [2] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, Singapore, 1995.
- [3] S. Glisic and B. Vucetic, *Spread Spectrum CDMA Systems for Wireless Communications*, Artech House Publishers, UK, 1997.
- [4] P. Chaudhury, W. Mohr, and S. Onoe, “The 3GPP proposal for IMT-2000,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 37, no. 12, pp. 72–81, December 1999.
- [5] F. Adachi, M. Sawahashi, and H. Suda, “Wideband DS-SS-SS-SS for next-generation mobile communications systems,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 36, no. 9, pp. 56–69, September 1998.
- [6] E. Dahlman, B. Gudmundson, M. Nilsson, and A. Skold, “UMTS/IMT-2000 based on wideband CDMA,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 36, no. 9, pp. 70–80, September 1998.
- [7] S. Verdú, *Multuser Detection*, Cambridge University Press, Cambridge (UK), 1998.
- [8] J. M. Hernando Rábanos and C. Lluçh Mesquida, *Comunicaciones Móviles de Tercera Generación*, Telefónica Móviles España S.A., 2000.
- [9] Q. Liu, R.A. Scholtz, and Z. Zhang, “Complexity of Verdú optimum multiuser detection algorithm in multichannel CDMA systems,” *IEEE Trans. on Communications*, vol. 47, no. 12, pp. 1913–1920, December 1999.
- [10] S. Buzzi, M. Lops, and A. M. Tulino, “Time-varying MMSE interference suppression in asynchronous DS/SS-SS-SS systems over multipath fading channels,” *Proc. of the 9th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC’98)*, vol. 2, pp. 512–522, Boston, September 1998.

- [11] X. Wang and H. V. Poor, "Blind equalization and multiuser detection in dispersive CDMA channels," *IEEE Trans. Communications*, vol. 46, no. 1, pp. 91–103, January 1998.
- [12] A.H.M. Ross and K.S. Gilhousen, "CDMA technology and the IS-95 american standard," in *The Communications Handbook*, pp. 1289–1304, Editor J. D. Gibson, CRC Press & IEEE Press 1997.
- [13] S. Verdú, "Optimum multiuser asymptotic efficiency," *IEEE Trans. Communications*, vol. 34, no. 9, pp. 890–897, September 1986.
- [14] S. Verdú, "Minimum probability of error for asynchronous Gaussian multiple-access channels," *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 32, no. 1, pp. 85–96, January 1986.
- [15] U. Madhow and M. L. Honig, "MMSE interference suppression for direct-sequence spread-spectrum CDMA," *IEEE Trans. Communications*, vol. 42, no. 12, pp. 3178–3188, December 1994.
- [16] M. L. Honig, U. Madhow, and S. Verdú, "Blind adaptive multiuser detection," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 41, no. 4, pp. 944–960, July 1995.
- [17] M. K. Tsatsanis, "Inverse filtering criteria for CDMA systems," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 45, no. 1, pp. 102–112, January 1997.
- [18] J. Míguez and L. Castedo, "A linearly constrained constant modulus approach to blind adaptive multiuser interference suppression," *IEEE Comm. Letters*, vol. 2, no. 8, pp. 217–219, August 1998.
- [19] J. Míguez and L. Castedo, "A constant modulus blind adaptive receiver for multiuser interference suppression," *Signal Processing*, vol. 71, no. issue 1, pp. 15–27, November 1998.
- [20] C. J. Escudero, U. Mitra, and D.T.M. Slock, "A Toeplitz displacement method for blind multipath estimation for long code DS/CDMA signals," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 49, no. 3, pp. 654–665, March 2001.
- [21] U. Madhow, "Blind adaptive interference suppression for the near-far resistant acquisition and demodulation of direct-sequence CDMA signals," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 45, no. 1, pp. 124–136, January 1997.
- [22] D. D. Feldman and L. J. Griffiths, "A projection approach for robust adaptive beamforming," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 42, no. 4, pp. 867–876, April 1994.

- [23] H. Liu and G. Xu, "Closed-form blind symbol estimation in digital communications," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 43, no. 11, pp. 2714–2723, November 1995.
- [24] S. E. Bensley and B. Aazhang, "Subspace-based channel estimation for code division multiple access communication systems," *IEEE Trans. Communications*, vol. 44, no. 8, pp. 1009–1020, August 1996.
- [25] N. Seshadri, "Joint data and channel estimation using blind trellis search techniques," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 42, no. 2/3/4, pp. 1000–1011, Feb/Apr 1994.
- [26] H. Zamiri-Jafarian and S. Pasupathy, "Adaptive MLSDE using the EM algorithm," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 8, pp. 1181–1193, August 1999.
- [27] H. Liu, G. Xu, and L. Tong, "A deterministic approach to blind identification of multi-channel FIR systems," *Proc. of the 1994 ICASSP, Adelaide*, vol. IV, pp. 581–584, May 1994.
- [28] E. Moulines, "Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters," *Proc. of the 1994 IEEE ICASSP, Adelaide*, vol. IV, pp. 573–576, May 1994.
- [29] A. M. Kuzminskiy, "Finite amount of data effects in spatio-temporal filtering for equalization and interference rejection in short burst wireless communications," *Signal Processing*, , no. 80, pp. 1987–1997, 2000.
- [30] A. M. Kuzminskiy and D. Hatzinakos, "Semi-blind spatio-temporal processing with temporal scanning for short burst sdma systems," *Signal Processing*, , no. 80, pp. 2063–2073, 2000.
- [31] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory, 3rd Edition*, Prentice Hall, Information and System Sciences Series, 1996.
- [32] J. B. Schodorf and D. B. Williams, "A constrained optimization approach to multiuser detection," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 45, no. 1, pp. 258–262, January 1997.
- [33] L. Castedo, C. J. Escudero, and A. Dapena, "A blind signal separation method for multiuser communications," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 45, no. 5, pp. 1343–1348, May 1997.
- [34] C. B. Papadias and A. J. Paulraj, "A constant modulus algorithm for multiuser signal separation in presence of delay spread using antenna arrays," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 4, no. 6, pp. 178–181, June 1997.

- [35] X. Wang and H. V. Poor, "Blind multiuser detection: A subspace approach," *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 677–690, March 1998.
- [36] M. Torlak and G. Xu, "Blind multiuser channel estimation in asynchronous CDMA systems," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 45, no. 1, pp. 137–147, January 1997.
- [37] H. Liu and G. Xu, "A subspace method for signature waveform estimation in synchronous CDMA systems," *IEEE Trans. on Communications*, vol. 44, no. 10, pp. 1346–1354, October 1996.
- [38] D. H. Johnson and D. E. Dudgeon, *Array Signal Processing: Concepts and Techniques*, Prentice Hall, Englewood Cliffs (New Jersey), 1993.
- [39] L. J. Griffiths and C. W. Jim, "An alternative approach to linearly constrained adaptive beamforming," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 30, pp. 2737–2746, November 1982.
- [40] M.J. Rude and L.J. Griffiths, "Incorporation of linear constraints into the constant modulus algorithm," *Proc. of the 1989 IEEE ICASSP*, vol. II, pp. 968–971, 1989.
- [41] J. R. Treichler, M. G. Larimore, and J. C. Harp, "Practical blind demodulators for high-order QAM signals," *Proceedings of the IEEE*, vol. 86, no. 10, pp. 1907–1926, October 1998.
- [42] L. Tong and S. Perreau, "Multichannel blind identification: From subspace to maximum likelihood methods," *Proceedings of the IEEE*, vol. 86, no. 5, pp. 1951–1968, October 1998.
- [43] G. Strang, *Linear Algebra, Second Edition*, Academic Press, Inc., New York, 1980.
- [44] U. Madhow, "Blind adaptive interference suppression for direct-sequence CDMA," *Proceedings of the IEEE*, vol. 86, no. 10, pp. 2049–2069, October 1998.
- [45] J. F. Cardoso, "Blind signal separation: Statistical principles," *Proceedings of the IEEE*, vol. 86, no. 10, pp. 2009–2025, October 1998.
- [46] X. Wang and H. V. Poor, "Space-time multiuser detection in multipath CDMA channels," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 47, no. 9, pp. 2356–2374, September 1999.
- [47] G. Li and Z. Ding, "Semi-blind channel identification for individual data bursts in gsm wireless systems," *Signal Processing*, , no. 80, pp. 2017–2031, 2000.

- [48] G. J. McLachlan and T. Krishnan, *The EM Algorithm and Extensions*, Wiley Series in Probability and Statistics, John Wiley & Sons, New York, 1997.
- [49] B. J. Frey, *Graphical Models for Machine Learning and Digital Communications*, MIT Press, 1998.
- [50] C. W. Therrien, *Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs (NJ, USA), 1992.
- [51] H. Zamiri-Jafarian and S. Pasupathy, "EM-based recursive estimation of channel parameters," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 9, pp. 1297–1302, September 1999.
- [52] L. B. Nelson and H.V. Poor, "Iterative multiuser receivers for CDMA channels: An EM-based approach," *IEEE Trans. Communications*, vol. 44, no. 12, pp. 1700–1710, December 1996.
- [53] J. A. Fessler and A. O. Hero, "Space-alternating generalized expectation-maximization algorithm," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 42, no. 10, pp. 2664–2677, October 1994.
- [54] A. M. Sayeed, A. Sendonaris, and B. Aazhang, "Multiuser detection in fast-fading multipath environments," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, no. 9, pp. 1691–1701, December 1998.
- [55] J. Sala Álvarez and G. Vázquez-Grau, "Statistical reference criteria for adaptive signal processing in digital communications," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 45, no. 1, pp. 14–31, January 1997.
- [56] A. Hafeez and W. E. Stark, "Decision feedback sequence estimation for unwhitened ISI channels with applications to multiuser detection," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, no. 9, pp. 1785–1795, December 1998.
- [57] G. G. Raleigh and J. M. Cioffi, "Spatio-temporal coding for wireless communication," *IEEE Trans. Communications*, vol. 46, no. 3, pp. 357–366, March 1998.
- [58] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, March 1998.
- [59] G. J. Foschini, "Layered space-time architecture for wireless communications in a fading environment when using multi-element antennas," *Bell Labs Technical Journal*, vol. 1, no. 2, pp. 41–59, Autumn 1996.

- [60] V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communications: Performance criteria in the presence of channel estimation errors, mobility and multiple paths," *IEEE Trans. Communications*, vol. 47, no. 2, pp. 199–207, February 1999.
- [61] A. R. Hammons, Jr., and H. El-Gamal, "On the theory of space-time codes for PSK modulation," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 46, no. 2, pp. 524–542, March 2000.
- [62] M. F. Bugallo, J. Míguez, and L. Castedo, "An application of the Maximum Likelihood principle to semiblind space-time linear detection in multiple-access wireless communications," *Proc. of the 11th IEEE Workshop on Statistical Signal Processing*, August 2001.
- [63] F. Kai-Tai and Z. Yao-Ting, *Generalized Multivariate Analysis*, Science Press Beijing and Springer-Verlag, 1990.

UNIVERSIDADE DA CORUÑA
Servicio de Bibliotecas



1700744363