UNIVERSIDADE DA CORUÑA

Facultad de Economía y Empresa

Trabajo de fin de Máster

Valoración de Opciones

Put Down and Out

Bruno Xavier Arellano Marcos

Tutor/a: Marcos Vizcaíno González

Máster Universitario en Banca y Finanzas

Curso académico 2021/2022

Trabajo de Fin de Máster presentado en la Facultad de Economía y Empresa de la Universidade da Coruña para la obtención del Máster en Banca y Finanzas

Resumen

Los modelos de valoración de opciones son, como indica su nombre, herramientas que permiten conocer, o en su defecto, aproximar, el precio que tiene una opción financiera teniendo en cuenta las circunstancias en las que se encuentra el derivado. A lo largo de este trabajo, se desarrollarán una serie de modelos de valoración de forma teórico-practica, entre los que se encontrarán, modelos de simulación ordenada u organizada, como será el caso del modelo binomial y del modelo trinomial, y otros modelos de simulación aleatoria, como será el caso del modelo de simulación y el modelo de simulación de variable antitética. Todos los modelos tienen importancia dado que la evolución de los riesgos que tiene una empresa, acompañada de la creación de nuevos productos financieros, hace que no sea suficiente un único método para valorar las opciones, por lo que se debe recurrir, entre otros, a estos modelos. Para poder evaluar y comparar las aproximaciones de estos modelos, se compararán sus resultados con el precio categórico de la opción, calculado a través de una fórmula que toma como punto de partida el modelo de valoración de opciones de Black-Scholes. Con la única finalidad de ilustrar el proceso de valoración de opciones, se utilizará a lo largo de todos los modelos, un ejemplo práctico, tomando como activo subyacente los futuros mini sobre el IBEX 35 y como opción financiera, una opción del tipo barrera *put down and out*.

Palabras clave: Valoración; Modelos; Simulación; Prima; Opciones; Barrera

Número de palabras: 10082

Abstract

Option pricing models are, as their name indicates, tools that allow us to know or, failing that, to approximate the price of a financial option, taking into account the circumstances in which the derivative is found. Throughout this work, a series of pricing models will be developed in a theoretical-practical way, among which we will find ordered or organized simulation models, as will be the case of the binomial model and the trinomial model, and other random simulation models, as will be the case of the simulation model and the antithetic variable simulation model. All the models are important because the evolution of a company's risks, accompanied by the creation of new financial products, means that a single method for valuing options is no longer sufficient, which is why these models, among others, must be used. In order to evaluate and compare the approximations of these models, their results will be compared with the categorical price of the option, calculated by means of a formula that takes the Black-Scholes option pricing model as a starting point. With the sole purpose of illustrating the option valuation process, a practical example will be used throughout all the models, taking as underlying asset the mini futures on the IBEX 35 and as financial option, a put down and out barrier option.

Keywords: *Pricing; Model; Simulation; Premium; Options; Barrier*

Índice

Índice de figuras

1. Introducción

A lo largo de este trabajo se pretende ampliar el conocimiento, tanto teórico como práctico, de algunos de los diferentes modelos de valoración de opciones que existen, con el principal objetivo de, no solo conocerlos, sino también de ofrecer una comparación acerca de su idoneidad a la hora de valorar un tipo de opción financiera en concreto. Dentro de dichos modelos de valoración se abarcará el modelo binomial, trinomial, de simulación y de simulación de variable antitética. Cada uno de los resultados de los modelos que se verán, se compararán con el precio real que tiene la opción con la finalidad de evaluar de qué forma se aproximan los valores devueltos por los modelos a la realidad.

Para poder llegar al objetivo principal del trabajo, hay que comenzar en primer lugar por aproximar una definición acerca de los instrumentos financieros derivados, que, son productos que derivan de otros productos financieros y cuyo precio está ligado, entre otros factores, a la evolución del instrumento financiero de origen. A través de los mercados financieros se puede comprar una acción o se puede comprar una opción sobre la acción. En el segundo de los casos, se están utilizando derivados financieros.

Es importante destacar que comprando o vendiendo opciones sobre un activo, lo que se compra o se vende no es el activo, sino un derecho sobre dicho activo, así es que, las opciones financieras son contratos que otorgan un derecho de compra o de venta, a aquél que adquiere la opción, y una obligación de venta o de compra a aquél que vende la opción. Si el derecho asociado es de compra se conoce como opción *call* y si el derecho asociado es de venta se conoce como opción *put*. Los compradores de las opciones, al poseer el derecho asociado, pagan a los vendedores una prima cuando contratan la opción. En los contratos de opciones se establece un precio al que se va a producir la compraventa, una fecha de vencimiento del contrato y el activo del que se trata, entre otras condiciones. Desde el momento de la contratación hasta la fecha de vencimiento del contrato, pueden darse tres escenarios; un primer escenario donde la opción se ejerce beneficiando al comprador, situación en la que se dice que la opción se encuentra dentro del dinero o *in the money*. Un segundo escenario dónde la opción no se ejerce, beneficiando al vendedor, situación en la que se dice que la opción está fuera del dinero o *out of the money* y un último escenario dónde, coincidiendo el precio al que cotiza el subyacente con el precio que se pactó en el contrato, resultaría indiferente ejercer o no ejercer la opción. En esta situación se dice que la opción está en el dinero o *at the money.*

Como se comentó, un contrato de opción financiera tiene varias condiciones y situaciones que limitarán, por una parte, el tiempo de vigencia del contrato y los resultados que se pueden obtener según si se compra o se vende la opción, pero, por otra parte, y algo realmente crítico para el desarrollo del trabajo, es que todas estas condiciones modificarán el precio que tendrá la opción. De este modo, no valdrá lo mismo una opción que venza dentro de tres meses frente a otra que venza dentro de un año, o una opción que se encuentre dentro del dinero frente a otra que se encuentre fuera del dinero.

En el segundo capítulo del trabajo, se hace una aproximación a las formas que existen de contratar opciones financieras, esto es, hacerlo a través de mercados organizados, como es el MEFF en España, o hacerlo a través de mercados *over the counter*. En este capítulo se destacan sus principales diferencias y las implicaciones que conlleva la contratación de opciones a través de ambos, todo ello, con la finalidad de introducir una tipología especial de opciones financieras; las opciones exóticas. Este tipo de opciones resultan de especial interés ya que las condiciones de los contratos pueden sufrir una serie de modificaciones que hagan variar en mayor o menor medida el precio de la opción y, debido a las modificaciones en los contratos, son opciones que no se encontrarán por regla general en mercados organizados, por lo que, suele recurrirse a mercados *over the counter*. Para terminar el capítulo, se presentan varias de las múltiples clasificaciones de opciones exóticas que existen, con la finalidad de seleccionar una de ellas, las opciones barrera, para las cuales se profundizará de forma teórica en su concepto y en su posterior cálculo del precio ya que, servirá posteriormente para calcular la prima que tendría una opción de este tipo utilizando como activo subyacente el futuro “mini” sobre el IBEX 35.

En el capítulo tres, se procede a calcular el precio real de la opción, que servirá como base para las comparaciones con los modelos de valoración. Una vez obtenido dicho valor, se presentan de forma secuencial los modelos, comenzando por la definición y formulación, para acabar aplicándolo de forma práctica y comparando los resultados que devuelve cada modelo con el precio real de la opción. Debido a las similitudes que presenta el modelo binomial con el modelo trinomial de valoración de opciones y por otra parte el modelo de simulación y el modelo de simulación de variable antitética, también se comparan respectivamente los resultados que devuelven con el fin de valorar de qué forma se aproximan a los resultados reales y en qué casos funciona mejor cada modelo. Para poder reforzar la comparación de los modelos, se realizarán una serie de análisis de sensibilidad que tienen por objetivo calcular el precio que tendría la opción seleccionada en cada uno de los modelos de valoración, bajo una serie de modificaciones en las variables de partida que se presentarán a modo de escenarios, para comprobar por una parte, que tan aproximados a la prima real son los resultados devueltos por los modelos y, por otra parte, que modelos mejoran o empeoran según los escenarios bajo los que se trabaje. Todos los análisis irán acompañados de gráficas que pretenden facilitar la comprensión de los datos obtenidos y la comparación de los resultados de los modelos.

Finalmente, se procede en el último capítulo a realizar una serie de comentarios a modo de conclusiones que permitan en primer lugar, evaluar según los aspectos teóricos recogidos en el capítulo dos y las aproximaciones prácticas recogidas en el capítulo tres, cuál de los modelos que se han visto podría ser el que mejor se adapta a las circunstancias que giran en torno a la opción analizada, en segundo lugar, destacar que variables podrían ser las culpables de dicha idoneidad, o por el contrario, cual es el motivo por el cual los otros modelos serían menos adecuados. Por último, transmitir en qué medida la realización del trabajo ha resultado gratificante y cuales son, de un modo subjetivo, los puntos más interesantes que se han visto.

2. Fundamento teórico

A lo largo de este capítulo se profundizará en las formas que existen de contratar opciones financieras, esto es, a través de mercados organizados o, a través de mercados *over the counter*. Acto seguido, se presentan y se definen brevemente una serie de opciones financieras exóticas, para finalmente seleccionar una de ellas con el objetivo de realizar una aproximación teórica más profunda, en este caso, una opción barrera del tipo *put down and out*.

2.1. Mercados *over the counter* y Mercados organizados

Se considera de especial importancia para facilitar la comprensión acerca de la naturaleza de las opciones exóticas, introducir en primer lugar algunas de las diferencias que existen entre los mercados organizados y los mercados *over the counter* (a partir de ahora OTC).

Figura 1: Diferencias entre mercados OTC y Organizados

	MERCADO Over the Counter	MERCADO ORGANIZADO
Precios	Negociados	De mercado
Contratos	A medida	Estándar
Transparencia	Escasa	Alta
Contrapartida	Difícil de encontrar	Fácil de encontrar

Fuente: Elaboración propia siguiendo a Lamothe & Somalo (2006)

Como se puede apreciar en la Figura 1 las características propias de los mercados OTC hacen que los productos que en ellos se negocian sean más flexibles que los productos que se podrían negociar en mercados organizados, ya que permiten establecer contratos a medida con precios negociados entre las partes contratantes. Por otra parte, los mercados OTC son más arriesgados ya que, no solo se trata de mercados con una transparencia menor, sino que a menudo existe dificultad para encontrar contrapartida. Esta última característica resulta de especial interés ya que en los mercados OTC suele existir mayor número de posiciones largas que de posiciones cortas, es decir, hay mayor número de personas interesadas en comprar los productos a medida que en venderlos.

2.2. Opciones exóticas

Dentro del amplio mundo de instrumentos financieros derivados, en concreto, de las opciones financieras, se encuentran las opciones exóticas, llamadas de este modo por contar con algunas peculiaridades o características únicas que las diferencian de las opciones financieras básicas, *call* y *put*, también conocidas como *regular options* o *plain vanilla options* (a partir de ahora opciones *vanilla*) (Hull, 2017).

Cuando se habla de características únicas se pretende hacer referencia a que algunas de las condiciones de los contratos de opciones exóticas, es decir, el precio de ejercicio, la fecha de vencimiento o mismamente el propio activo subyacente del contrato, se adaptan o flexibilizan para amoldarlo a situaciones más específicas que se puedan dar en el mercado. Por este motivo, se suelen contratar, por lo general, a través de mercados OTC.

Debido a la innumerable cantidad de particularidades que podrían tener estos contratos resulta casi imposible realizar una clasificación exhaustiva de las opciones exóticas. A pesar de ello, a continuación, se comentarán algunas de las más comunes y sus principales características (Lamothe & Somalo, 2006):

Opciones compuestas.

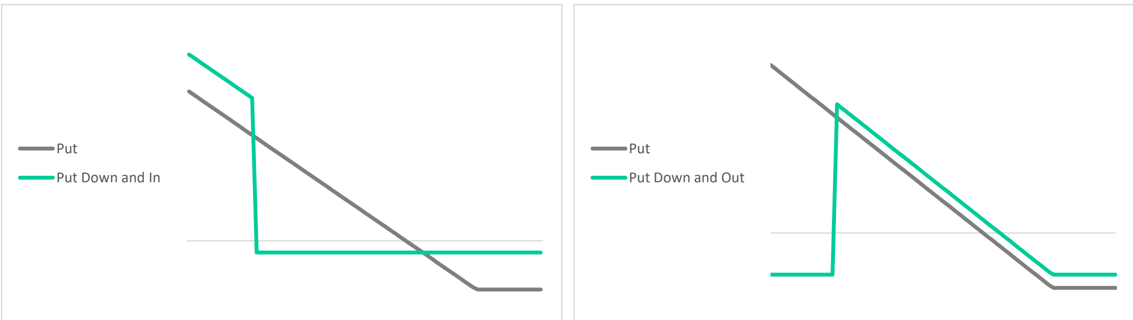
Se trata de opciones *vanilla* donde el activo subyacente del contrato es otra opción *vanilla*. Esto da como resultado cuatro posibilidades de opciones compuestas, adquirir una opción *call* sobre una opción *call* o *put*, o, por el contrario, adquirir una opción *put* sobre una opción *call* o *put*.

Opciones *path-dependants*.

El resultado de la opción depende de la evolución de los precios del subyacente y no solo del precio final que alcance el activo. Dentro de esta clasificación se encuentran:

- Opciones asiáticas: El precio de ejercicio o el precio del subyacente se calculan como la media aritmética o geométrica de los valores que adopta el activo a lo largo de la vida de la opción. Para calcular el resultado se utiliza dicho promedio en lugar de la propia cotización del subyacente.
- Opciones barrera: Para este tipo de opciones se establece un valor de barrera para la cotización del subyacente de modo que, si hasta la fecha de vencimiento el subyacente alcanzó dicho valor de barrera, la opción se activa (*knock in*), o se desactiva (*knock out*). Si la opción es del tipo *knock in*, al alcanzar la barrera, el perfil de resultados de la exótica replica el perfil de resultados de la opción *vanilla*. En caso se tratarse de una opción del tipo *knock out*, el perfil de resultados de la exótica replica el perfil de resultados de la *vanilla* hasta alcanzar el valor de barrera.

Figura 2: Perfil de resultados Put – Put Down In / Put Down Out



Fuente: Elaboración propia

- Opciones *lookback*: Pueden ser con precio de ejercicio flotante o precio del subyacente flotante, lo que significa que según se trate de una o la otra, estas opciones eligen el precio más conveniente para la posición larga dentro de un determinado periodo de tiempo. En este sentido, una *call* del tipo *lookback* que tenga precio de ejercicio flotante, llegado al vencimiento, el precio del subyacente será la cotización a vencimiento y el precio de ejercicio será la cotización mínima del subyacente para el periodo de tiempo preestablecido. Si se tratase de una *call lookback* con precio del subyacente flotante, establecido un precio de ejercicio, se seleccionaría la cotización más alta del subyacente, con la que se obtendrían los resultados para las posiciones.

Opciones quanto.

Son opciones que se negocian en una divisa diferente a la divisa en la que cotiza el activo subyacente del contrato, entrando en juego el tipo de cambio entre ambas divisas.

Opciones binarias o digitales.

Se denominan de esta forma ya que el resultado obtenido se puede entender como todo o nada. Dentro de las opciones binarias se encuentran las *cash or nothing options* y *asset or nothing options*, entre otras. En el caso de las primeras, se suele establecer un resultado fijo de modo que, si la opción se encuentra *in the money*, paga dicha cantidad, pero de encontrarse *out of the money*, no paga nada y se pierde la prima. Para el caso de las segundas, la idea es similar, la única diferencia es que el pago que se realiza es el precio del subyacente.

Debido a las características comentadas hasta ahora que diferencian a las opciones exóticas de las opciones *vanilla*, desde el punto de vista de valorar el precio que tendrán este tipo de opciones financieras, resulta lógico pensar que existirá, no solo una mayor dificultad para valorarlas, sino también, diferencias en los valores resultantes según qué modelo de valoración se utilice.

2.3. Opciones barrera

Como se comentó en el apartado 2.2, para las opciones barrera se establecen unos valores máximos o mínimos que activarán o desactivarán la opción, estos valores suponen una barrera, la cual da nombre a este tipo de opciones exóticas. Existen dos modalidades de opción barrera:

- *Knock-in*: La opción se activa si el precio del subyacente toca la barrera. Una vez activada la opción, el perfil de resultados que se obtiene es exactamente el mismo que el perfil de resultados de la *vanilla*.
- *Knock-out*: La opción se desactiva si el precio del subyacente toca la barrera. Lo que significa que, hasta el momento de tocar la barrera, el perfil de resultados de este tipo de opciones coincide con el perfil de resultados de la opción vanilla.

Para ambas modalidades, la barrera puede situarse por encima o por debajo del precio de ejercicio, por lo tanto, se obtienen cuatro posibilidades:

- *Up-and-in*: La barrera está situada por encima del precio de ejercicio y, de aumentar el precio del subyacente de tal modo que alcance la barrera, la opción se activa, replicando el perfil de resultados de una opción *plain vanilla*.
- *Down-and-in*: La barrera se sitúa por debajo del precio de ejercicio. Si el precio del subyacente cae de tal modo que toca la barrera, la opción se activa, replicando el perfil de resultados de la opción *plain vanilla*.
- *Up-and-out*: La barrera está por encima del precio de ejercicio, pero en este caso, si la cotización del subyacente alcanza la barrera, la opción se desactiva. Hasta el momento en el que el subyacente toca la barrera, la exótica y la plain vanilla tienen el mismo perfil de resultados.
- *Down-and-out*: La barrera se encuentra por debajo del precio de ejercicio. Si el precio del subyacente cae y toca la barrera, la opción se desactiva, lo que significa que, hasta ese momento, el perfil de resultados de la opción exótica es igual al perfil de resultados de la *plain vanilla*.

A pesar de poder situar la barrera por encima o por debajo del precio de ejercicio, es importante tener en cuenta que, si se trata de una opción barrera sobre el valor terminal del subyacente, esto es, una opción barrera donde se comprueba si el precio del subyacente alcanzó o no el nivel de barrera solo a fecha de vencimiento, en el caso de una *put*, establecer un nivel de barrera por encima del precio del subyacente, haría que la exótica fuese igual a la *vanilla*, ya que para precios del subyacente superiores al precio de ejercicio, no se ejercería ninguna de las dos. Lo mismo ocurriría con una opción *call*, donde la barrera se situase por debajo de la cotización del subyacente.

Una vez se ha ampliado el conocimiento de este tipo de opciones exóticas, para el desarrollo del trabajo, se abordará la valoración de una opción *put down and out*. En un primer momento, y con la finalidad de realizar una aproximación teórico-práctica se presentarán una serie de datos teóricos y fórmulas de cálculo con las que se hallará el precio de la opción. Posteriormente, acercando la valoración a un plano más realista, se utilizará como activo subyacente los futuros “mini” sobre el IBEX 35.

3. Valoración opción barrera

A lo largo de este capítulo se desarrollará lo que supone el principal objetivo de este trabajo, es decir, la valoración de la opción barrera *put down and out*. Para su valoración se presentará en primer lugar el cálculo de la prima real de la opción y posteriormente se irán presentando uno a uno los modelos de valoración a estudiar. Para cada uno de los modelos se hará una aproximación teórica donde se tratará la idea que siguen y las fórmulas matemáticas que hay detrás de los mismos. Una vez aproximados teóricamente se aplicarán de forma práctica para posteriormente, con la ayuda de una serie de análisis de sensibilidad, estudiar de qué forma se aproximan o se alejan los resultados obtenidos por cada modelo, al precio real de la opción.

3.1. Cálculo de la prima

Para realizar la valoración de la opción barrera se procederá bajo las siguientes hipótesis:

- La opción que se valorará es una opción barrera sobre el valor terminal del subyacente, lo que significa que, solo se tendrá en cuenta si el subyacente alcanzó o no la barrera en la fecha de vencimiento.
- No existe el rebate, esto es que, si la opción acabase desactivándose, o no activándose, la posición larga recuperaría una parte de la prima pagada.
- Se trabajará con opciones del tipo europeo, es decir, solo se pueden ejercer a vencimiento.

Bajo las hipótesis de partida, la prima de la opción barrera se puede calcular a partir de las primas de dos opciones *vanilla* y una opción digital. Por este motivo, para hallar el precio de la opción *put down and out*, se calculará en primer lugar el precio de las *put*, posteriormente el precio de la opción *put cash or nothing*, para finalmente, calcular el de la opción barrera.

Para ello, se debe realizar una nomenclatura de las variables que se utilizarán para la valoración de las opciones y asignarles unos valores teóricos:

Figura 3: Nomenclatura y asignación de valores teóricos

	Símbolo	Valor
Precio del subyacente	S	100 €
Precio de ejercicio	K	100 €
Barrera	H	80 €
Cantidad de liquidación	C	20 €
Volatilidad	σ	20 %
Tipo de interés	r	5 %
Rentabilidad	q	1 %
Tiempo hasta vencimiento	T	0,25
Distribución normal	N	
Precio *call* y *put*	c, p	

Fuente: Elaboración propia.

A partir de los datos de la Figura 3, se calcula en primer lugar el precio que tendrían las opciones *vanilla* con la ayuda de las siguientes fórmulas:

$$c = S * e^{-qT} * N(d1) - K * e^{-rT} * N(d2) \qquad (1)$$

$$p = K * e^{-rT} * N(-d2) - S * e^{-qT} * N(-d1) \qquad (2)$$

Siendo:

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \qquad (3)$$

$$d2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \qquad (4)$$

A continuación, se procede de igual forma a calcular los precios de las opciones digitales *cash or nothing* a partir de las siguientes fórmulas:

$$c = C * e^{-rT} * N(d2) \qquad (5)$$

$$p = C * e^{-rT} * N(-d2) \qquad (6)$$

De la aplicación de las fórmulas (2 y (6), se obtienen los siguientes resultados:

Figura 4: Prima de la opción *put down and out*

PRIMA *PUT DOWN AND OUT*	
(+) PRIMA *PUT VANILLA* (*STRIKE* K)	3,4815 €
(-) PRIMA *PUT VANILLA* (*STRIKE* H)	0,0296 €
(-) PRIMA *PUT CASH OR NOTHING* (*STRIKE* H) (C = K – H)	0,2224 €
(=) PRIMA *PUT DOWN AND OUT*	**3,2295 €**

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede apreciar en la Figura 4, el precio al que se llega finalmente es un valor inferior al de la opción *vanilla*. Matemáticamente, se cumple la siguiente igualdad:

$$p = p(di) + p(do) \tag{7}$$

Esto es, que la prima de la opción *put* es igual a la suma de las primas de las opciones *put down and in* y *put down and out*.

Una vez visto el procedimiento para calcular la prima de la opción *put down and out* con un ejemplo teórico, se procederá a aplicar de forma análoga para el caso en el que el subyacente fuesen futuros “mini” sobre el IBEX 35. Para ello se presentan los siguientes datos:

Figura 5: Datos de partida. Futuro “mini” sobre IBEX 35

	Símbolo	Valor
Precio del subyacente	S	8.488,9
Precio de ejercicio	K	8.488,9
Barrera	H	6.000
Cantidad de liquidación	C	2.488,9
Volatilidad	σ	21,61 %
Tipo de interés	r	0,00 %
Rentabilidad	q	3,73 %
Tiempo hasta vencimiento	T	0,82

Fuente: Elaboración propia.

Para la obtención de los datos de la Figura 5 se utilizó la cotización del IBEX 35 como precio del subyacente, a día 22/02/2022. El precio de ejercicio se seleccionó el mismo que el subyacente. Como barrera, se tomó cualquier valor que se situase por debajo del precio del subyacente y, la cantidad de liquidación, debía ser necesariamente la diferencia entre el precio de ejercicio y la barrera.

Por otra parte, tanto la volatilidad, el tipo de interés y tiempo hasta vencimiento, se obtuvieron gracias al simulador de primas de opciones disponible en la página web del MEFF. Como fecha de contratación del futuro se utilizó el día 22/02/2022 y como fecha de vencimiento el día 16/12/2022, esto es, un tiempo hasta vencimiento como fracción de año del 0,82. Para calcular la rentabilidad o dividendo continuo, debido a que el subyacente es un futuro sobre un índice bursátil y, por lo tanto, no reparte dividendos, se utilizó la siguiente fórmula:

$$F = S * e^{(r-q)T} \tag{8}$$

Esta fórmula sirve para calcular el precio teórico que debería tener un futuro financiero a partir del precio del subyacente, el tipo de interés, el tiempo hasta vencimiento y la rentabilidad. Como de todos los datos, solo se desconoce el dividendo continuo, se utiliza la fórmula para despejar dicho valor. Con ello, se obtiene una rentabilidad del 3,73%.

De aplicar las fórmulas (2) y (4) se obtienen los siguientes valores:

Figura 6: Prima de la opción *put down and out*

PRIMA *PUT DOWN AND OUT*	
(+) PRIMA *PUT VANILLA* (*STRIKE* K)	785,73 €
(-) PRIMA *PUT VANILLA* (*STRIKE* H)	30,27 €
(-) PRIMA *PUT CASH OR NOTHING* (*STRIKE* H) (C = K – H)	158,96 €
(=) PRIMA *PUT DOWN AND OUT*	**596,50 €**

Fuente: Elaboración propia.

Como se ve en la Figura 6, el precio de la opción barrera es de 596,50€. Ya que el subyacente cotiza en puntos, en este tipo de contratos se establece que cada punto equivale a un euro, de este modo, la prima que se obtiene es también en euros.

3.2. Modelo binomial

El modelo binomial es un modelo matemático muy conocido por ser utilizado para la valoración de los precios de las opciones financieras (Hull, 2017).

Es un modelo de simulación organizada, lo que significa, que la evolución del precio del subyacente sigue un orden. Se instrumenta en lo que se conoce como árbol binomial, esto es, una representación de los posibles caminos que puede seguir el precio del activo subyacente, que, al tratarse de un modelo "binomial", son dos; o el precio sube o el precio baja.

Para poder utilizar el modelo, se deben calcular en primer lugar los parámetros por los que se multiplicará el precio del subyacente:

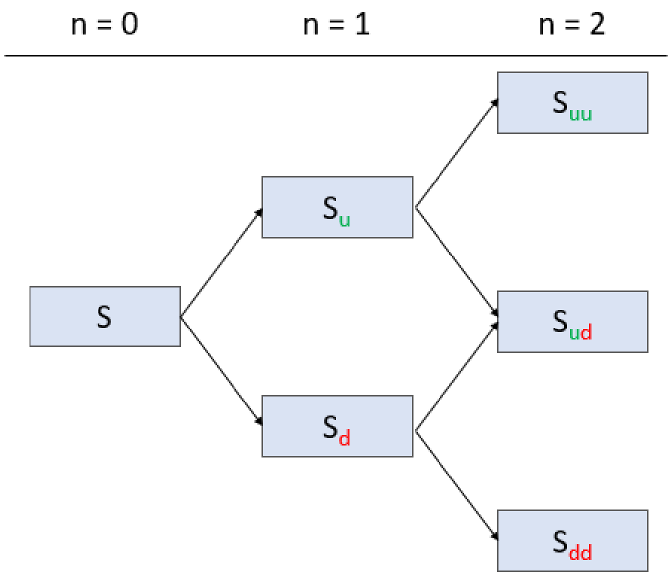
$$u = e^{\sigma\sqrt{\frac{T}{n}}} \tag{9}$$

$$d = \frac{1}{u} \tag{10}$$

Siendo la variable n, el número de veces que se producirán cambios en los precios del subyacente. Esta variable recibe el nombre de cambios en el precio, pasos o *steps*.

Con ambos parámetros, partiendo del precio inicial del subyacente, se obtendrían dos nuevos precios, según el valor inicial aumentase al factor u, o disminuyese al factor d.

Figura 7: Ejemplo: Árbol binomial de dos pasos



Fuente: Elaboración propia.

Como muestra la Figura 7, la idea es repetir este proceso n veces, hasta obtener un número adecuado de posibles precios del subyacente.

Una vez obtenidos suficientes valores, se procede a calcular el valor intrínseco de la opción, teniendo en cuenta que el cálculo difiere según el tipo de opción que se pretende valorar. Si el precio subió, por multiplicarse por el factor u, el valor intrínseco que se obtiene es V_u, si el precio disminuyó, por multiplicarse por el factor d, el valor intrínseco es V_d.

Una vez calculados los valores intrínsecos, se actualizan utilizando los siguientes parámetros:

$$P_u = \frac{e^{(r-q)\frac{T}{n}} - d}{u - d} \qquad (11)$$

$$P_d = 1 - P_u \qquad (12)$$

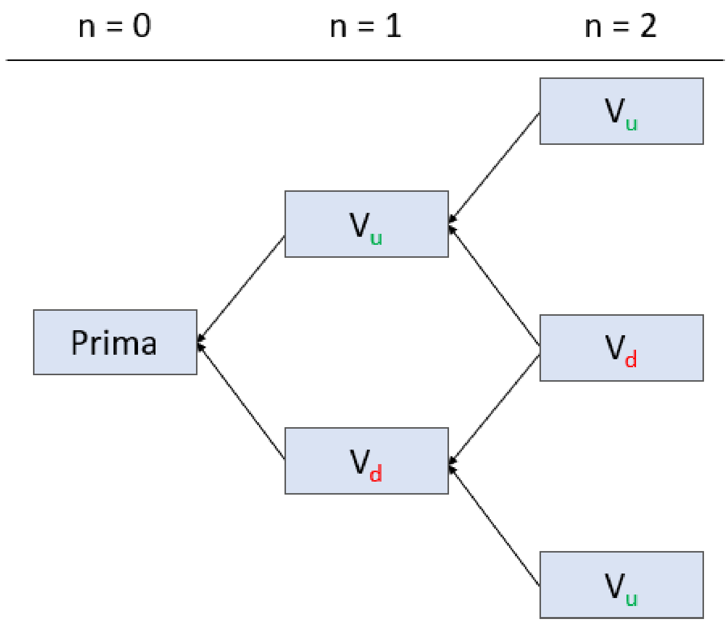
$$f = e^{-r\frac{T}{n}} \qquad (13)$$

P_u y P_d son las probabilidades de que el precio suba o baje. El factor f, es un factor de actualización. Lo que se consigue con el factor f es actualizar, utilizando el tipo de interés continuo, los valores intrínsecos a vencimiento de los precios simulados por el modelo, teniendo en cuenta que, en vez de utilizar el tiempo hasta vencimiento, se "fracciona" dicho tiempo, en n veces. De este modo, se podrán actualizar los valores intrínsecos hasta llegar al momento actual. Para la actualización de los valores intrínsecos, se sigue la siguiente expresión:

$$(V_u * P_u + V_d * P_d) * f \qquad (14)$$

La idea es multiplicar el valor intrínseco que se obtiene por la subida del precio, por la probabilidad de que el precio subiera, y de la misma forma, si el precio bajase. Actualizando la suma de dichos valores se obtiene el valor intrínseco del *step* anterior.

Figura 8: Ejemplo: Árbol binomial de dos pasos



Fuente: Elaboración propia.

Como se muestra en la Figura 8, se repite el cálculo hasta llegar al momento actual, donde el último valor que se obtiene es el precio aproximado de la opción.

Una vez se ha visto como se instrumenta el método binomial, se procede a construir un árbol binomial de 10 pasos, a partir de los datos que se presentan en la Figura 5. Para ello, se calculan los parámetros necesarios, a partir de los cuales se podrá construir el árbol binomial, obteniendo los siguientes resultados:

Figura 9: Parámetros necesarios

Parámetro	Valor
u	1,0637025
d	0,9401125
f	1,0000000
P_u	0,4599353
P_d	0,5400647

Fuente: Elaboración propia.

A partir de dichos parámetros se calcularon los precios del subyacente hasta llegar al décimo *step*. Para dicho *step*, se calculó el valor intrínseco de la opción *put down and out*, de la siguiente forma:

$$MAX(K - S; 0)\ si \begin{cases} K > S \\ y \\ S > H \end{cases} \qquad (15)$$

Por lo tanto, para todos los precios del subyacente que se encuentren por encima del precio de ejercicio el valor intrínseco es 0, de la misma forma que ocurrirá para aquellos precios del subyacente que se encuentren por debajo de la barrera. En otras palabras, para que la opción tenga valor intrínseco positivo, el precio del subyacente debe moverse entre el precio de ejercicio y la barrera.

Figura 10: Árbol binomial de 10 pasos

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Subyacente	8488,90	9029,66	9604,88	10216,73	10867,56	11559,85	12296,24	13079,54	13912,74	14799,02	15741,75
		7980,52	8488,90	9029,66	9604,88	10216,73	10867,56	11559,85	12296,24	13079,54	13912,74
			7502,59	7980,52	8488,90	9029,66	9604,88	10216,73	10867,56	11559,85	12296,24
				7053,28	7502,59	7980,52	8488,90	9029,66	9604,88	10216,73	10867,56
					6630,87	7053,28	7502,59	7980,52	8488,90	9029,66	9604,88
						6233,77	6630,87	7053,28	7502,59	7980,52	8488,90
							5860,44	6233,77	6630,87	7053,28	7502,59
								5509,48	5860,44	6233,77	6630,87
									5179,53	5509,48	5860,44
										4869,34	5179,53
											4577,73
Prima Put Down Out	520,68	389,63	236,57	103,69	24,47	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		632,29	519,97	349,74	171,15	45,32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
			727,95	664,95	501,82	278,32	83,91	0,00	0,00	0,00	0,00
				781,60	803,88	692,16	443,90	155,36	0,00	0,00	0,00
					762,62	899,03	903,58	689,62	287,68	0,00	0,00
						646,45	895,15	1085,80	1031,92	532,67	0,00
							434,66	732,78	1131,69	1457,09	986,31
								180,78	393,05	854,57	1858,03
									0,00	0,00	0,00
										0,00	0,00
											0,00

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede ver en la Figura 10, debido a la volatilidad del activo subyacente, rápidamente la evolución de los precios aumenta de forma muy pronunciada hasta obtener valores dentro del rango (4.500 – 15.800). Debido al cálculo del valor intrínseco para la opción *put down and out*, de los once valores simulados del subyacente, solo en dos de ellos se obtiene un valor intrínseco positivo, para todos los demás el valor es 0. Al actualizar los valores intrínsecos hasta el momento actual utilizando la fórmula (14), se obtiene una prima para la opción de 520,68€.

3.3. Modelo binomial en *Visual Basics for Applications*.

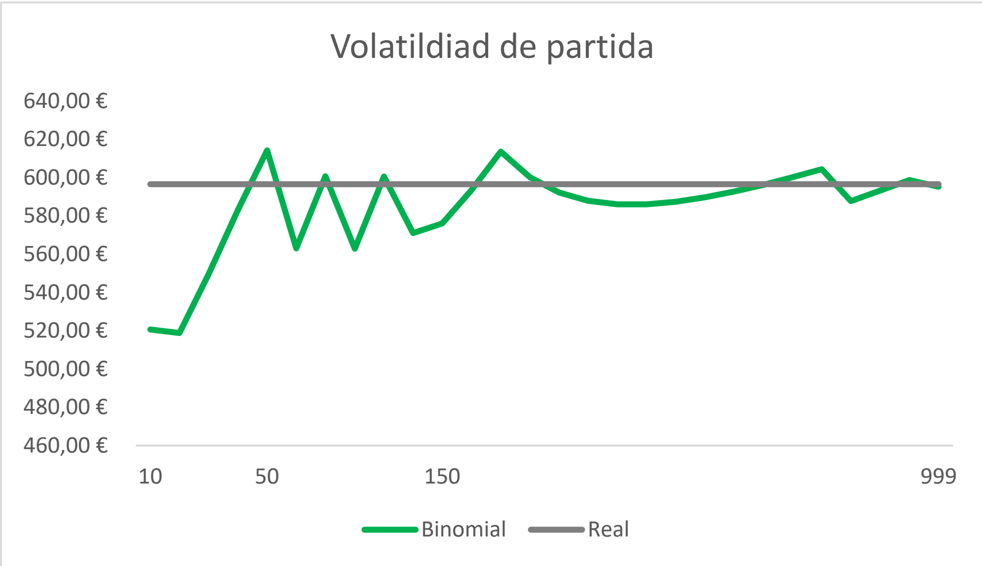
Una vez planteado el modelo binomial se podría comprobar, mediante cambios en las variables de partida, como se ve afectado al precio que devuelve el modelo. De esta manera se realizaría un primer análisis de sensibilidad con el que se vería de qué manera se aproxima la prima calculada por el modelo binomial a la prima que se calculó en el apartado 3.1.

Al realizar este análisis se llega a una problemática y es que, si la variable que se pretende modificar es el número de cambios en el precio (n), cuanto mayor sea el valor que se le quiera dar, se necesitará de un mayor espacio en la hoja de cálculo y al ser mayor el número de cálculos, el mismo proceso de cálculo se ralentizará.

Para solucionar el problema de espacio en la hoja de cálculo y reducir el número de cálculos necesarios, se puede plantear el modelo binomial a través de su programación en el lenguaje *Visual Basics for Applications* (a partir de ahora VBA).

Una vez programado el modelo, se procede a realizar cambios en las variables para analizar de qué forma los precios que devuelve el modelo binomial se aproximan a los precios reales de la opción. Para ello, en primer lugar, se analiza cómo afecta el número de cambios en el precio a la precisión del modelo, bajo tres escenarios de volatilidad diferentes. Un primer escenario donde la volatilidad es la de partida, es decir, 21,61%, otro escenario donde se establece una volatilidad del 5% y un último escenario donde se estudia la precisión del modelo con una volatilidad del 50%.

Figura 11: Análisis de la precisión del modelo binomial (I / IV)

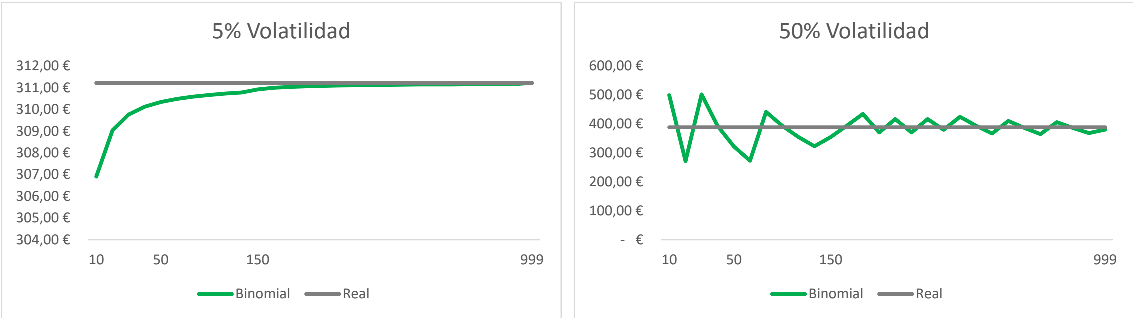


Fuente: Elaboración propia.

Se puede comprobar en la Figura 11 como a medida que el número de cambios en el precio es mayor, la prima aproximada a través del modelo binomial converge a la prima real de la opción, pero lo hace con cierta dificultad debido a la volatilidad del 21,61% bajo la que se trabaja.

A continuación, se analizó como afectarían cambios significativos en la volatilidad del subyacente a dicha precisión en los otros dos escenarios.

Figura 12: Análisis de la precisión del modelo binomial (II / IV)

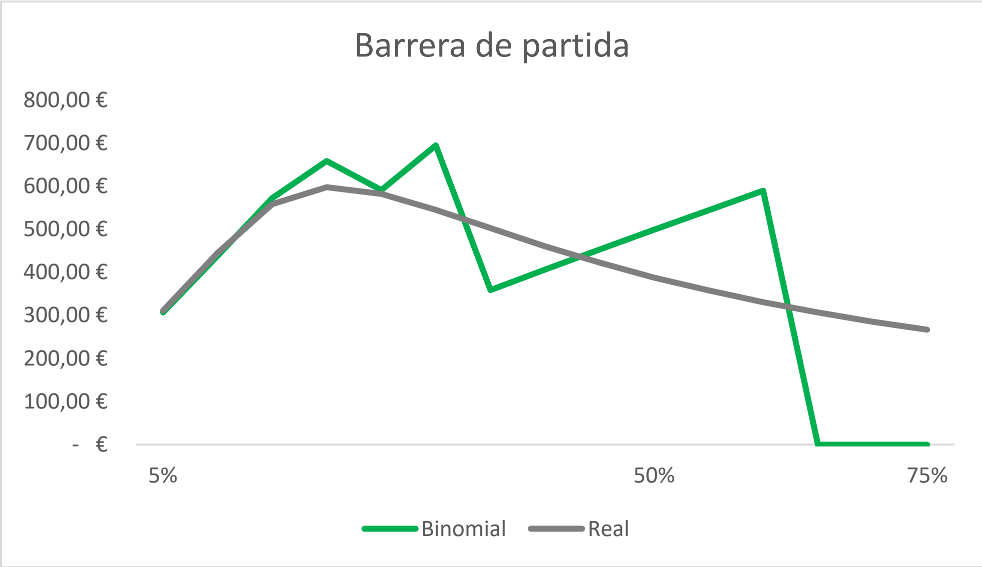


Fuente: Elaboración propia.

La Figura 12 muestra que, la volatilidad por sí misma, influye en la precisión del modelo ya que, a pesar de que con un número bajo de cambios en el precio las estimaciones del modelo binomial se alejen mucho del precio real, a medida que incrementan los cambios, los precios se ajustan de mejor manera en escenarios de baja volatilidad que en escenarios de alta volatilidad.

A continuación, se decidió relacionar la barrera de la opción con la volatilidad del activo subyacente. Para ello, se estudió como afecta el valor seleccionado como barrera, a medida que aumenta la volatilidad del activo subyacente, bajo tres escenarios, un primer escenario bajo la barrera de partida de 6.000 puntos, un segundo escenario donde se utilizó una barrera de 2.000 puntos y un último escenario donde se seleccionó una barrera de 8.000 puntos.

Figura 13: Análisis de la precisión del modelo binomial (III / IV)



Fuente: Elaboración propia.

Se muestra en la Figura 13 que, con la barrera de partida, un aumento en la volatilidad dificulta las aproximaciones que realiza el modelo binomial. Por este motivo, si la barrera de partida se posiciona a una distancia tal, que los efectos de la volatilidad hagan que el posible rango de precios no llegue a tocar la barrera, la aproximación del modelo binomial al precio real de la opción es casi exacta. A medida que al aumentar la volatilidad aumenta el rango de posibles precios del subyacente, la prima devuelta por el modelo se aleja del precio real de la opción.

Figura 14: Análisis de la precisión del modelo binomial (IV / IV)

Fuente: Elaboración propia.

Lo que se aprecia en la Figura 14 es que, si se establece una barrera muy baja, la volatilidad del activo subyacente deja de tener tanta influencia ya que, con una barrera baja, la opción tiene valor intrínseco para mayor número de precios del subyacente y, solo en el caso de llegar a una volatilidad muy alta, el modelo binomial empieza a estimar peor el precio real de la opción. En el caso contrario, si la barrera fuese alta, el modelo binomial no contaría con datos suficientes como para calcular la prima de la opción, por lo que, con un ligera variación de la volatilidad, el modelo binomial devuelve precios alejados del precio real.

3.4. Modelo trinomial

Una vez visto el modelo binomial, se pueden realizar una serie de modificaciones en las fórmulas, para obtener el modelo trinomial, el cual, como indica su nombre, tiene en cuenta tres direcciones en las que puede variar el precio. Para este modelo, el precio puede aumentar, disminuir o mantenerse. Comenzando por los parámetros por los que se multiplica el precio del subyacente:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\frac{2T}{n}}} \qquad (16)$$

Manteniéndose la fórmula (10) para el modelo trinomial, la forma de obtener los precios del subyacente para los n cambios en el precio sería similar, multiplicando por u si aumenta, por d si disminuye, pero en este caso, dejándolo igual si se mantiene, ya que, el modelo incorpora esta posibilidad.

Una vez obtenidos los precios del subyacente para los cuales se calculará el valor intrínseco de la opción, se procede a actualizar dichos valores hasta el momento actual. Las probabilidades para el modelo trinomial se calculan de la siguiente forma:

$$P_u = \left(\frac{e^{\frac{(r-q)T}{2n}} - e^{-\sigma\sqrt{\frac{T}{2n}}}}{e^{\sigma\sqrt{\frac{T}{2n}}} - e^{-\sigma\sqrt{\frac{T}{2n}}}} \right)^2 \qquad (17)$$

$$P_d = \left(\frac{e^{\sigma\sqrt{\frac{T}{2n}}} - e^{\frac{(r-q)T}{2n}}}{e^{\sigma\sqrt{\frac{T}{2n}}} - e^{-\sigma\sqrt{\frac{T}{2n}}}} \right)^2 \qquad (18)$$

$$P_m = 1 - P_u - P_d \qquad (19)$$

Manteniéndose el factor de actualización presentado en la fórmula (13) igual para ambos modelos, para actualizar el valor intrínseco de la opción se procedería de la siguiente forma:

$$(V_u * P_u + V_m * P_m + V_d * P_d) * f \qquad (20)$$

Con esto, se puede construir el árbol trinomial de 10 cambios en el precio para la opción *put down and out* con los datos de partida.

Figura 15: Árbol trinomial de 10 pasos

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Subyacente	8488,90	9263,62	10109,05	11031,63	12038,41	13137,07	14336,00	15644,35	17072,10	18630,15	20330,40
		8488,90	9263,62	10109,05	11031,63	12038,41	13137,07	14336,00	15644,35	17072,10	18630,15
		7778,97	8488,90	9263,62	10109,05	11031,63	12038,41	13137,07	14336,00	15644,35	17072,10
			7778,97	8488,90	9263,62	10109,05	11031,63	12038,41	13137,07	14336,00	15644,35
			7128,41	7778,97	8488,90	9263,62	10109,05	11031,63	12038,41	13137,07	14336,00
				7128,41	7778,97	8488,90	9263,62	10109,05	11031,63	12038,41	13137,07
				6532,25	7128,41	7778,97	8488,90	9263,62	10109,05	11031,63	12038,41
					6532,25	7128,41	7778,97	8488,90	9263,62	10109,05	11031,63
					5985,96	6532,25	7128,41	7778,97	8488,90	9263,62	10109,05
						5985,96	6532,25	7128,41	7778,97	8488,90	9263,62
						5485,35	5985,96	6532,25	7128,41	7778,97	8488,90
							5485,35	5985,96	6532,25	7128,41	7778,97
							5026,60	5485,35	5985,96	6532,25	7128,41
								5026,60	5485,35	5985,96	6532,25
								4606,23	5026,60	5485,35	5985,96
									4606,23	5026,60	5485,35
									4221,00	4606,23	5026,60
										4221,00	4606,23
										3868,00	4221,00
											3868,00
											3544,52
Prima Put Down Out	518,85	334,46	151,55	40,55	4,24	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		519,52	313,71	124,90	25,49	1,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		664,61	517,27	287,61	96,36	13,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
			687,54	510,78	255,06	67,06	4,31	0,00	0,00	0,00	0,00
			741,08	711,85	498,11	215,05	39,05	0,00	0,00	0,00	0,00
				784,99	737,19	476,31	167,08	15,44	0,00	0,00	0,00
				685,96	836,94	762,62	440,94	112,31	0,00	0,00	0,00
					730,34	899,68	785,88	385,68	55,32	0,00	0,00
					486,39	784,15	977,44	801,46	303,56	0,00	0,00
						499,34	851,53	1076,95	795,56	198,18	0,00
						225,99	509,83	940,01	1208,78	733,61	0,00
							199,95	513,92	1065,84	1382,19	709,93
							46,27	159,75	501,19	1277,82	1360,49
								21,54	96,83	435,26	1956,65
								0,00	0,00	0,00	0,00
									0,00	0,00	0,00
									0,00	0,00	0,00
										0,00	0,00
										0,00	0,00
											0,00
											0,00

Fuente: Elaboración propia

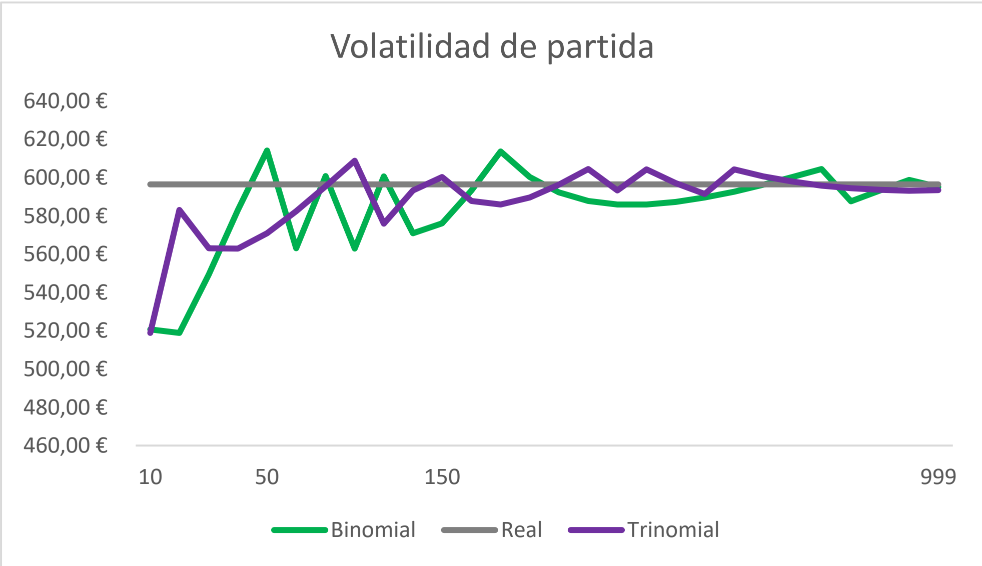
Como se ve en la Figura 15, al igual que ocurría con el modelo binomial, el rango de posibles precios del subyacente es muy amplio. Para el modelo binomial, se trabajaba con un rango de cotización del subyacente de 4.500 – 15.800 puntos, en el caso del modelo trinomial este rango es de 3.500 – 20.400 puntos. A través del cálculo del valor intrínseco se puede comprobar como la opción cuenta con tres valores intrínsecos positivos siendo todos los demás iguales a cero. Con todo esto, la prima que devuelve el modelo para los datos de partida es de 518,85€.

3.5. Modelo trinomial en VBA.

Al igual que ocurría con el modelo binomial, el modelo trinomial presenta el mismo problema al modificar el número de cambios en el precio. Para ello, se procede programando el modelo en VBA, esta vez, con un doble motivo, ya que no solo se comprueba como se aproxima la estimación del modelo trinomial al precio real de la opción, sino que también se comprueba en qué medida las aproximaciones son mejores o peores a las del modelo binomial.

Para ello, se realiza un análisis análogo al que se realizó para el modelo binomial, con la finalidad de poder contrastar ambos resultados. Comenzando por los escenarios de volatilidad, donde se estudia un escenario bajo la volatilidad de partida del 21,61%, otro con una volatilidad del 5% y un último escenario con una volatilidad del 50%.

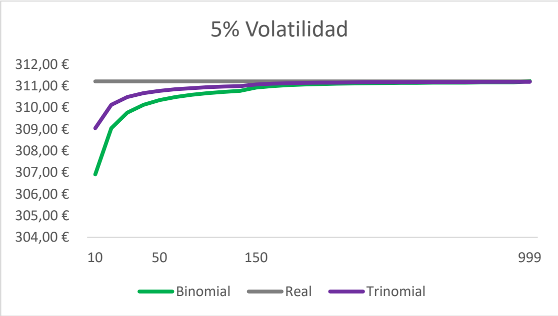
Figura 16: Análisis de la precisión del modelo trinomial (I / IV)

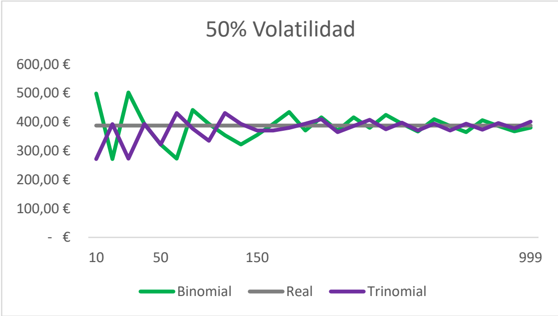


Fuente: Elaboración propia.

Como se aprecia en la Figura 16, las aproximaciones del modelo trinomial convergen de forma más rápida que las del modelo binomial a medida que se aumentan los cambios en el precio. Esto es algo normal, ya que el modelo trinomial tiene más datos con los que realizar las estimaciones, en comparación al modelo binomial. El modelo trinomial, al contar con una mayor cantidad de información acerca del valor intrínseco de la opción estudiada, necesita menor número de cambios en el precio para converger a la prima real de la opción.

Figura 17: Análisis de la precisión del modelo trinomial (II / IV)



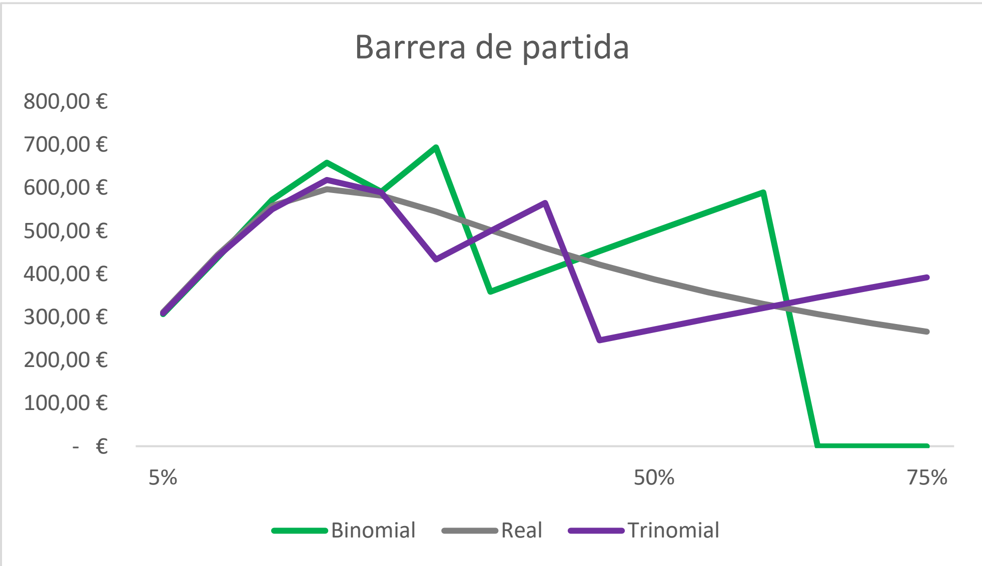


Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 17 se aprecia como los cambios en la volatilidad afectan de igual forma al modelo binomial y al modelo trinomial, cuando se trata de escenarios de baja volatilidad, pero este último, devuelve mejores aproximaciones en escenarios de alta volatilidad.

Al igual que para el modelo binomial, se decidió comparar la volatilidad del subyacente con la barrera de la opción ante tres escenarios diferentes. El primero con la barrera de partida, el segundo con una barrera de 2.000 puntos y el tercero con una barrera de 8.000 puntos.

Figura 18: Análisis de la precisión del modelo trinomial (III / IV)

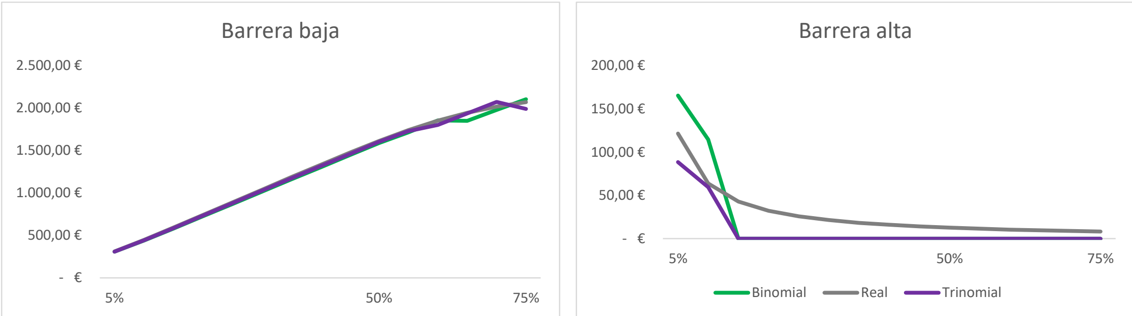


Fuente: Elaboración propia.

Como se aprecia en la Figura 18, con una baja volatilidad, para la barrera de partida, el modelo trinomial devuelve unos precios más aproximados al precio real de la opción, o, por lo menos, no tan alejados de la realidad como el modelo binomial. A medida que incrementa la volatilidad del subyacente, las estimaciones del modelo trinomial se alejan del precio real de la opción.

A continuación, se analiza el efecto de la volatilidad en los escenarios donde se modificó el valor de la barrera.

Figura 19: Análisis de la precisión del modelo trinomial (IV / IV)



Fuente: Elaboración propia.

Como se puede ver en la Figura 19, en un escenario donde la barrera sea baja, el modelo trinomial se ajusta en mejor medida a los precios reales que tendría la opción, afectando la volatilidad de una forma muy leve en aquellos casos en los que tome valores muy altos. En un escenario donde la barrera sea alta, cambios pequeños en la volatilidad del subyacente hacen que, para ambos modelos, el resultado sea 0. A pesar de ello, en este escenario, se aprecia como las estimaciones realizadas por el modelo trinomial se aproximan más a los valores reales de la opción.

En general, se puede apreciar como al modificar la volatilidad del subyacente tanto el modelo binomial como el trinomial aproximan mejor, si disminuye la volatilidad, y peor, en caso contrario. En cambio, si lo que se modifica es la barrera de la exótica, acercarla al precio del subyacente hace que resulten poco efectivos estos modelos ya que con pocos cambios en el precio la prima que devuelven sería 0, pero si la barrera se aleja del precio del subyacente, los resultados son casi exactos.

3.6. Modelos de simulación

Otra forma de obtener el precio de este tipo de instrumentos financieros es mediante modelos de simulación. La idea que persigue la simulación es introducir un factor estocástico a los cálculos, a través de un número aleatorio que siga una distribución normal estándar, con la finalidad de simular la posible evolución de los precios del subyacente en un determinado periodo de tiempo. Este periodo de tiempo, que será la fracción de año hasta el vencimiento de la opción, se divide en intervalos de tiempo más pequeños para los que se simularán diferentes precios del subyacente utilizando la siguiente fórmula:

$$S_{t+dt} = S_t * e^{\left(r-q-\frac{\sigma^2}{2}\right)*dt*\sigma\sqrt{dt}*\varepsilon} \qquad (21)$$

Donde ε representa un número generado de forma aleatoria con una distribución normal estándar y dt representa el intervalo de tiempo para el cual se simularán los precios del subyacente. Es importante destacar que existen muchos modelos de simulación diferentes y que, para la realización de este trabajo se seleccionaron dos; el primero, donde se procede como se representa en la fórmula (21) y el segundo donde se calcula el promedio de los resultados que devuelve la simulación utilizando como números aleatorios ε y su inverso. A este último modelo se lo conoce como simulación de variable antitética.

Atendiendo a los datos de partida, presentados en la Figura 5, para un tiempo hasta vencimiento de 0,82 se seleccionó un intervalo de tiempo de 0,01, lo que significa que, si en el momento 0,00 (momento inicial), el precio del subyacente es igual a su cotización, para el momento 0,01, se simula un precio, para el momento 0,02, se simula otro precio distinto, y se continua de forma análoga hasta llegar al momento 0,82 (vencimiento).

Una vez se obtienen los precios del subyacente para todos los intervalos de tiempo, se puede volver a realizar el proceso con la finalidad de obtener datos de una segunda simulación, cuantas más simulaciones se realicen más se irá aproximando la prima que devuelve este modelo a la prima real de la opción.

Para obtener el precio de la opción se calcula el promedio de los diferentes valores intrínsecos, calculados con el último precio simulado en cada simulación, y se actualiza al tipo de interés continuo.

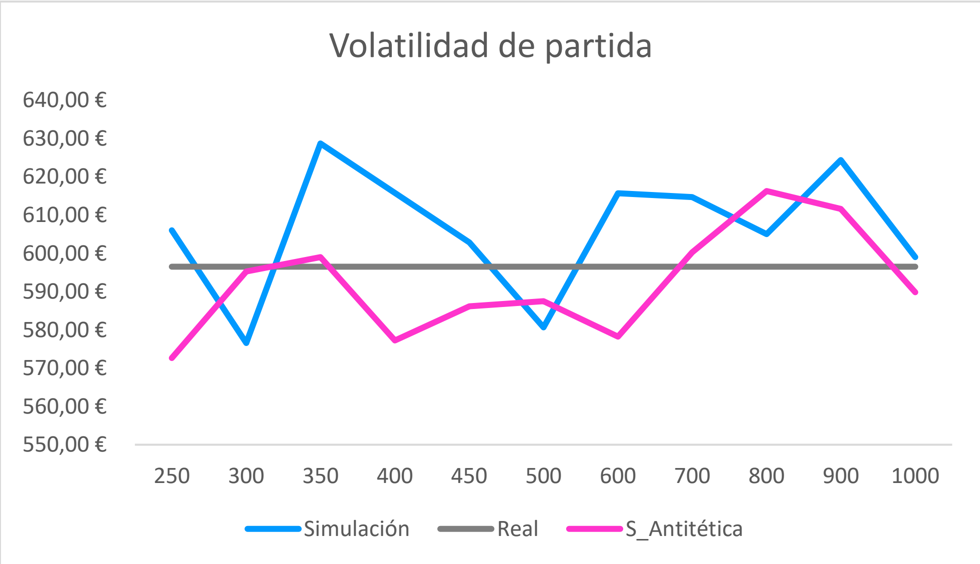
Debido al factor aleatorio comentado, no tendría sentido presentar los resultados obtenido por estos modelos ya que, se trata de resultados que varían, es decir, estos modelos no devuelven un único valor, como ocurre con los modelos binomial y trinomial, sino que, los modelos de simulación hacen variar el resultado obtenido, debido a que así funciona su componente estocástico.

3.7. Modelos de simulación en VBA

Para aplicar de forma práctica estos modelo de simulación, se programaron en VBA, al igual que sucedía con los anteriores modelos vistos, ya que, para estos modelos el número de simulaciones realizadas es una variable clave para medir su precisión. Gracias a su programación, se pueden realizar una serie de análisis para comprobar en qué medida el modelo de simulación aproxima los resultados a la prima real de la opción y compararlo a su vez con el modelo de simulación antitética.

En primer lugar, se analizó como afectan cambios en el número de simulaciones en diferentes escenarios de volatilidad, el primero de ellos con la volatilidad de partida, el segundo con una volatilidad del 5% y el tercero de los escenarios con una volatilidad del 50%, de forma análoga al análisis que se realizó para los dos modelos anteriores. Para los modelos de simulación se obtuvieron los siguientes resultados:

Figura 20: Análisis de la precisión de los modelos de simulación (I / IV)

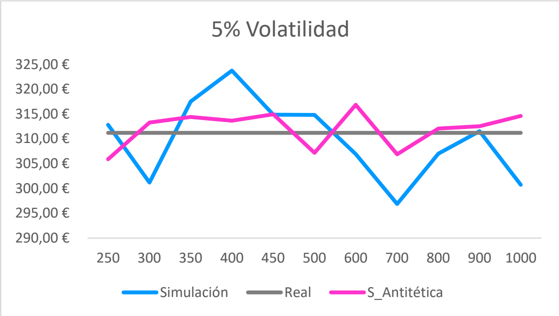


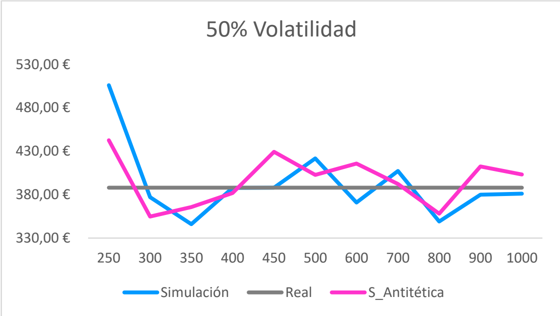
Fuente: Elaboración propia.

Como se ve en la Figura 20, a medida que aumenta el número de simulaciones realizadas, los saltos en los resultados devueltos por el modelo son menos acentuados, aunque con una volatilidad media, no llega a aproximarse del todo al precio real de la opción. También se puede ver que los resultados que devuelve la simulación antitética son más próximos que los resultados de la simulación normal. A pesar de utilizar un número muy alto de simulaciones, se puede comprobar como existe una baja mejora de los resultados devueltos por el modelo.

A continuación, se modificó el escenario de volatilidad para comprobar cómo podría afectar el aumento en el número de simulaciones realizadas a los resultados que devuelven ambos modelos.

Figura 21: Análisis de la precisión de los modelos de simulación (II / IV)





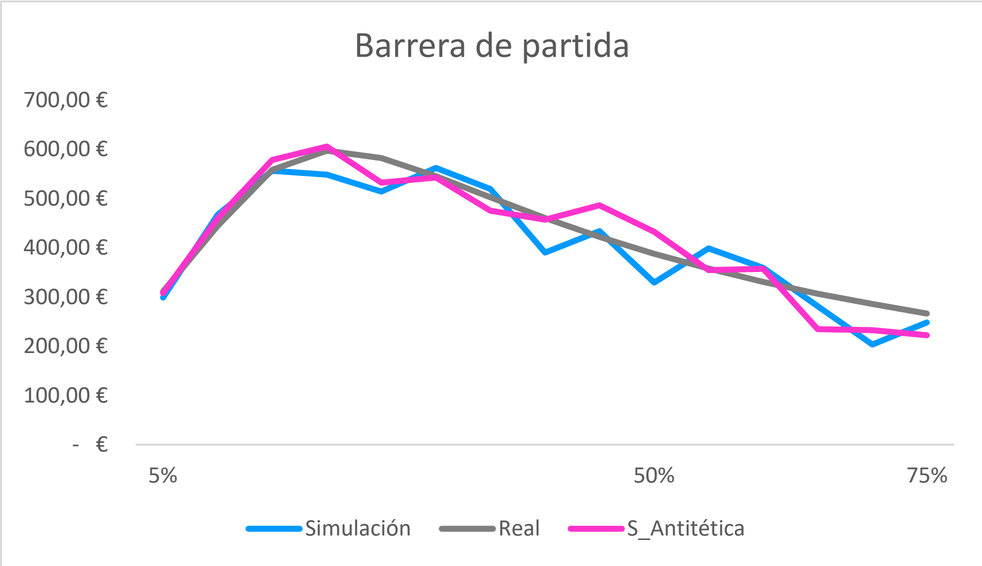
Fuente: Elaboración propia

Como se puede ver en la Figura 21, los cambios en la volatilidad no afectan en gran medida a los resultados devueltos por estos modelos a pesar de que, en un escenario de volatilidad baja, la simulación antitética se aproxima mucho mejor al precio real de la opción. Resulta de interés ver como a pesar de trabajar en escenarios de muy poca volatilidad los resultados que devuelven ambos modelos no llegan a aproximar de una forma muy exacta el precio real de la opción.

Se puede ver como el modelo de simulación, en un escenario del 5% de volatilidad devuelve los resultados con los mismos saltos en los valores que en un escenario donde la volatilidad es del 50%. Misma situación que ocurre con el modelo de simulación antitética, pero de una forma menos acentuada.

A continuación, se modificó el precio de la barrera de partida para dos escenarios, un primer escenario con una barrera de 2.000 puntos y un segundo escenario con una barrera de 8.000 puntos, y se analizó como podrían afectar cambios en la volatilidad a los resultados de ambos modelos para los escenarios mencionados.

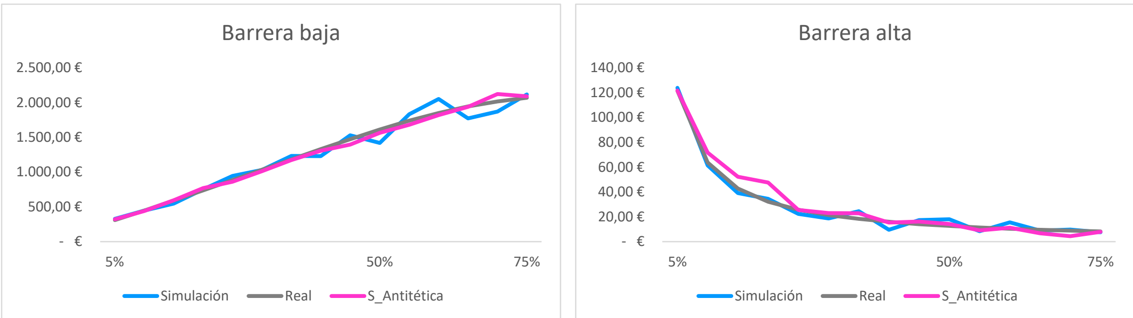
Figura 22: Análisis de la precisión de los modelos de simulación (III / IV)



Fuente: Elaboración propia.

La Figura 22 muestra como con la barrera de partida, los resultados que devuelven ambos modelos son muy próximos al precio real de la opción, alejándose de una forma poco acentuada a medida que aumenta la volatilidad.

Figura 23: Análisis de la precisión de los modelos de simulación (IV / IV)



Fuente: Elaboración propia

Con la Figura 23 se puede comprobar que ni la volatilidad ni la propia barrera, afectan de una forma pronunciada a los resultados que devuelven estos modelos. En el caso del escenario con barrera baja, se ve como la simulación antitética aproxima casi perfectamente el precio real de la opción, alejándose un poco cuando la volatilidad se aproxima al 50%. En el escenario con una barrera alta un mínimo cambio en la volatilidad comienza a afectar al ambos modelos, aunque no afecta en gran medida a los resultados devueltos en comparación con el precio real de la opción.

En general, se puede apreciar como los modelos de simulación por su propio factor aleatorio alteran los resultados que devuelven, y, a pesar de realizar más de 900 simulaciones, los resultados del modelo no llegan a aproximarse a la prima real de la opción, esto puede indicar que quizás sea necesario aumentar en mayor medida el número de simulaciones realizadas, para mejorar las aproximaciones de los modelos. Por otra parte, cuando se modifica la barrera de la exótica, tanto si se acerca como si se aleja del precio del subyacente, se puede apreciar como ambos modelos de simulación devuelven unos resultados próximos al precio real de la opción con 250 simulaciones.

4. Conclusiones

Con la finalidad de conseguir el objetivo principal del trabajo, es decir, conocer y comparar diferentes modelos de valoración de opciones financieras, además de analizar los efectos de algunas de las variables que pudieran ser críticas para los resultados que devuelven los modelos, se han ido presentando de forma teórica cada uno de ellos para comprender el razonamiento que siguen y las formulaciones matemáticas que hay detrás y por otra parte, se han aplicado de forma práctica para acercar la visión a los resultados que devuelven para el caso de una opción financiera exótica, en este caso, una opción barrera del tipo *put down and out*. Las conclusiones de este trabajo tratarán tres temáticas, conclusiones acerca de la opción analizada, conclusiones acerca de cada uno de los modelos de valoración vistos a lo largo del trabajo y conclusiones acerca del aprendizaje, forma de trabajar y profundidad del trabajo realizado.

En primer lugar, de todas las opciones exóticas que se presentaron, se seleccionó la opción barrera, y dentro de esta clasificación, la opción *put down and out*. Esto es crucial para la realización del trabajo, ya que las propias características implícitas en el funcionamiento de la opción exótica influyen, como es evidente, en los resultados que se obtienen a través de su valoración. La opción *put down and out*, al tener su origen en una *put*, relaciona su precio con unas expectativas bajistas en los precios del subyacente. Al introducir un nivel de barrera, se pudo comprobar mediante la teoría que rodea este tipo de opciones, como el precio de la opción *vanilla* se fragmenta en dos, una parte del precio de la *put* corresponde al precio de la *put down and in* y otra parte de su precio a la *put down and out*. Esto aporta una primera idea muy importante y es que el precio de la opción analizada será siempre menor al precio de la opción *vanilla*, por lo que, supone un atractivo a la hora de la contratación.

Fragmentar el precio en dos tramos no significa solo pagar menos por la opción, sino que implica también ampliar las posibles expectativas de evolución en los precios. De este modo a través de la opción *put down and out*, que tiene expectativas bajistas sobre los precios, se obtienen resultados favorables si el precio del subyacente cae moderadamente, ya que, si cae por debajo de la barrera, se perdería la prima pagada. Este tipo de opciones podrían ser utilizadas cuando el contratante crea que el precio no bajará de un determinado precio (la barrera). Así, pagando menos, se obtiene la misma cobertura. Además, que la prima de la opción sea más barata, hace a este tipo de opciones atractivas para la creación de productos financieros estructurados, los cuales destinan una parte del dinero que se obtiene en su comercialización a la compra de derivados financieros, que, en la mayoría de los casos, son opciones exóticas. De este modo, un fondo de inversión que garantice el 100% del capital invertido dentro de 2 años, suponiendo una rentabilidad de la renta fija del 5%, hace que la entidad disponga cerca de un 8% (suponiendo que una parte se destina a márgenes para los intermediarios que participan en la operación) para invertir en derivados, que, siendo opciones exóticas, proporcionará por lo general, mayor número de contratos que si se tratase de opciones vanilla.

De la valoración de la opción a través del modelo binomial y trinomial se pudo comprobar que son modelos fácilmente aplicables en la hoja de cálculo, ya que son muy intuitivos a nivel teórico, y en comparación con otros modelos, no requieren cálculos matemáticos complejos. Resultó de ayuda su planteamiento en la hoja de cálculo para posteriormente proceder a su programación en VBA, lo que permitió poner a prueba ambos modelos a partir de una serie de análisis de sensibilidad.

Se estudió que el número de cambios que se hagan en el precio del subyacente aumentan de forma gradual las aproximaciones de ambos modelos al precio real de la opción, tanto en escenarios de baja volatilidad, como en escenarios con volatilidades extremas. Con pocos cambios en el precio, ambos modelos devuelven resultados que se alejan mucho de la prima real de la opción.

Con relación a la barrera de la opción, se pudo ver que es una variable clave, ya que, si la barrera se situase cerca del precio del subyacente, ambos modelos se quedarían con pocos valores intrínsecos con los que obtener la prima, devolviendo un valor de la prima igual a cero. A medida que se aleja la barrera del precio del subyacente, por el motivo contrario, la aproximación por estos modelos es casi perfecta, tanto en escenarios de baja volatilidad, como en escenarios de alta volatilidad.

La volatilidad del precio del subyacente resultó ser de importancia para estos modelos ya que, si la volatilidad del subyacente fuese tal que ocasionara unos cambios muy bruscos en los precios, ambos modelos devolverían un valor para la prima igual a cero.

De todas estas variables críticas, resulta de especial interés la barrera, ya que al contrario que el número de cambios en el precio o la volatilidad, la barrera es un valor que se puede negociar entre las partes. Esto quiere decir que, si bien la volatilidad se puede controlar parcialmente seleccionando un activo u otro, en ocasiones, sobre todo si se pretende realizar cobertura con este tipo de opciones, el activo subyacente será uno concreto y, por ende, el contratante deberá asumir su volatilidad. En cambio, según el poder de negociación del contratante y el perfil de aversión al riesgo, podrá negociar un nivel de barrera u otro a su conveniencia.

En general, resultaría indiferente utilizar un modelo u otro, ya que, si bien los resultados devueltos por el modelo trinomial eran más próximos al precio real de la opción, también requiere un mayor número de cálculos siendo un poco más complejo matemáticamente. El modelo binomial siendo más sencillo, sus resultados se alejan más del precio real de la opción, necesitando muchos más cambios en el precio para obtener una buena aproximación.

Es importante destacar que, a pesar de que, según cuales sean los datos de partida, el modelo binomial o trinomial devuelven pocos valores intrínsecos diferentes de cero, esto no significa que la aproximación del modelo vaya a ser mejor o peor, ya que, sin importar si los valores intrínsecos son iguales o mayores a cero, aportan información acerca de la ejecución o no ejecución de la opción estudiada, lo que es verdaderamente importante para poder valorarla.

En cuanto a los modelos de valoración de opciones que se basan en la simulación, se pudo comprobar que resultan menos intuitivos a nivel teórico, en comparación con el modelo binomial o trinomial, pero tampoco requieren cálculos matemáticos complejos, su dificultad recae, casi en su totalidad, en el esfuerzo computacional que conllevan este tipo de modelos.

Se estudió que el número de simulaciones era una variable clave para este tipo de modelos, ya que cuantas más simulaciones se realizaran, más próximo al precio real de la opción sería el resultado devuelto por estos modelos, dentro de la aleatoriedad con la que devuelven resultados, teniendo en cuenta que se requieren de partida al menos 200 simulaciones de precios.

Por otra parte, estos modelos, eliminan en cierto modo los efectos de la volatilidad del subyacente, ya que, fuese cual fuese la volatilidad, los resultados no se mostraban mejores o peores, siendo más próximos al precio real de la opción, los resultados que devolvía el modelo de simulación de variable antitética. Se analizó también, el efecto que tendrían cambios en la barrera de partida, obteniendo como resultado que tampoco afectaba a los resultados que devolvían ambos modelos.

En un escenario con una barrera alta, la simulación de variable antitética aproximaba muy bien el precio real de la opción, mientras que el modelo de simulación normal, no dejando de devolver buenas aproximaciones, se alejaban un poco más de la prima real. Es importante destacar que, debido a la forma de calcular la simulación de variable antitética, está devuelve resultados más próximos, ya que realiza una media de dos valores simulados, pero a la vez, requiere de un mayor tiempo para simular un precio.

En general, todos los modelos vistos a lo largo de este trabajo resultan igual de adecuados para valorar la opción *put down and out*, siendo más importante conocer el escenario en el que se pretende valorar la opción. De este modo, si se contrata la opción para un subyacente poco volátil, se ajustarían mejor los modelos binomial y trinomial frente a los modelos de simulación, que, debido al factor aleatorio con el que calculan los precios, alteran los resultados devueltos. En cambio, si al contratar la opción se tiene como subyacente un activo algo volátil y no se puede negociar una barrera favorable y esta se encuentra cercana al precio del subyacente, el modelo binomial o trinomial no funcionarían, teniendo que recurrir a los modelos de simulación, que devolverían una buena aproximación del precio real de la opción. Teniendo en cuenta esto, la volatilidad de un activo se puede conocer o calcular, el número de simulaciones o de cambios en los precios se pueden modificar, siendo la barrera de la opción la variable más importante de este tipo de opciones exóticas.

Finalmente, considero que ha sido gratificante la forma de trabajar mediante reuniones bisemanales, con objetivos claros y definidos, pero siempre albergando libertad en cuanto a su consecución. Resulta especialmente interesante profundizar en el conocimiento teórico-práctico de algunos de los muchos métodos que existen para calcular el precio de las opciones, comparando los resultados que devuelven para sacar conclusiones acerca de su adecuación y analizando como varían los resultados para identificar cuáles son las variables críticas. Además, ha sido interesante, para avanzar un poco más en el conocimiento y manejo de la hoja de cálculo, acercarse al lenguaje de programación VBA.

Bibliografía

Crespo Espert, J.L. (2001). Utilización práctica de las opciones exóticas. Opciones asiáticas y opciones barrera. Boletín económico de ICE Nº 2686. Recuperado el 23 de marzo de 2022 de: <https://ebuah.uah.es/dspace/handle/10017/7236>

Hull, J.C. (2018). Options, futures and other Derivatives. Upper Saddle River, NJ: Pearson, Prentice Hall

Lamothe Fernández, Prósper & Pérez Somalo, Miguel (2006). Opciones financieras y productos estructurados. Madrid: McGraw-Hill. Recuperado el 16 de febrero de 2022 de: <https://elibro-net.accedys.udc.es/es/ereader/bibliotecaudc/50298>

MEFF (2022). Simulador de Primas de Opciones. Recuperado el 22 de febrero de 2022 de: <https://www.meff.es/aspx/calculadoras/calculadoraOp.aspx>

Índice analítico