

Reparto frecuencial de la realimentación en estructuras en cascada: aplicación al control robusto de un servomotor

Gil-Martínez, M., Rico-Azagra, J., Nájera, S.

*Grupo de Ingeniería de Control, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de la Rioja,
Edificio Departamental - C/ San José de Calasanz, 31, 26004, Logroño, España.*

To cite this article: Gil-Martínez, M., Rico-Azagra, J., Nájera, S. 2023. Frequency distribution of feedback in cascade structures: application to the robust control of a servomotor. XLIV Jornadas de Automática, 300-305. <https://doi.org/10.17979/spudc.9788497498609.300>

Resumen

Una de las principales ventajas de las arquitecturas de control en cascada es dotar al sistema de control de una mayor rapidez de respuesta ante perturbaciones en el lazo interno, lo cual puede desembocar en un ancho de banda de control excesivo. La arquitectura de control y el método de diseño que se presentan en este trabajo ponen el foco en usar la cantidad de realimentación estrictamente necesaria en cada frecuencia para garantizar las especificaciones robustas de seguimiento y/o rechazo que se estipulen. Después, es de vital importancia cómo distribuir dicha realimentación entre los lazos, interno y externo. En el presente trabajo se resuelve un problema concreto, el control de la posición de un servomotor donde es también accesible su velocidad. Se ilustra cómo la frecuencia de conmutación entre lazos afecta notablemente a la amplificación de ruidos de medición, lo que puede evitar una posible saturación del actuador. La arquitectura de control emplea dos controladores de realimentación y uno de prealimentación. Los diseños se realizan de acuerdo a la Teoría de Realimentación Cuantitativa (QFT), siendo por tanto robustos. El entorno de trabajo permite incorporar cualquier tipo de especificación y facilita el diseño iterativo de ambos lazos, así como sopesar la complejidad de los controladores y su ancho de banda.

Palabras clave: Control en cascada, Control robusto, Quantitative Feedback Theory, Servo Sistema

Frequency distribution of feedback in cascade structures: application to the robust control of a servo motor

Abstract

One of the main advantages of cascaded control architectures is to provide the control system with a faster temporal response to disturbances in the inner loop, which can lead to excessive control bandwidth. The control architecture and design methodology presented in this paper focuses on using the amount of feedback that is strictly necessary at each frequency to ensure the specified reference tracking and disturbance rejection. The next critical issue is how to distribute this feedback between the inner and outer loops. The present work solves a specific problem, the position control of a servomotor where its speed is also accessible, and illustrates how the switching frequency between loops significantly affects the amplification of the measurement noise, anticipating a possible saturation of the actuator. The control architecture uses two feedback controllers and one feedforward controller. The designs are based on Quantitative Feedback Theory (QFT) and are therefore robust. The working environment allows the incorporation of any type of control specification, facilitates the iterative design of both loops, and makes it possible to balance the complexity of the controllers and their bandwidth.

Keywords: Cascade Control, Robust Control, Quantitative Feedback Theory, Servo system

1. Introducción

El control en cascada es utilizado con frecuencia en el control de procesos químicos e industriales (Shinsky, 1967) como los hornos de tiro natural (Kaya and Nalbantoğlu, 2016), los reactores de tanque agitado (Siddiqui et al., 2021b), o los reactores de polimerización (Richards and Congalidis, 2006). En particular, un buen número de procesos industriales presentan comportamientos de tipo integrador como los reactores continuos agitados de camisas, los lazos de control de nivel y composición en las columnas de destilación, los tambores de vapor de calderas, los tanques de almacenamiento de líquidos, y los bioreactores (Anil and Padma Sree, 2015). Ello ha propiciado la investigación en técnicas de diseño cascada específicas para sistemas integradores (Uma et al., 2010; Padhan and Majhi, 2013; Ranganayakulu et al., 2020; Siddiqui et al., 2021a). También el control de los accionamientos de máquinas eléctricas se realiza habitualmente en dos o tres lazos en cascada, de posición, velocidad e intensidad, por lo que las metodologías para sistemas integradores cobran especial importancia (Lin et al., 2023). Por último, cabe destacar los sistemas donde se controla movimiento, como los sistemas de control de ejes en la maquinaria industrial (Mandra, 2014), el control de posicionadores (Han et al., 2023; Mandali and Dong, 2022) o el control de movimiento de vehículos autónomos (Mirtaba et al., 2023).

En sistemas cascada de doble lazo aparecen fundamentalmente tres grados de libertad a diseñar: dos controladores de realimentación y otro de prealimentación (muchas veces designado como prefiltro o pesos en la referencia) (Visioli, 2006). Desde los orígenes del control en cascada (Franks and Worley, 1956), la estrategia de diseño más común es cerrar primero al lazo interno, garantizando un buen comportamiento en el rechazo de perturbaciones que son detectadas y corregidas por la realimentación extra (Marlin, 2000). Después, calculando el sistema equivalente, se diseña el lazo externo atendiendo a los problemas de rechazo de perturbaciones y de seguimiento de referencia. Para este último, además, se pueden añadir elementos de prealimentación que mitiguen el sobreimpulso de la salida o eviten una acción de control inicial excesiva (Visioli, 2006). Habitualmente, el procedimiento de diseño de los elementos de realimentación termina con el cierre del lazo externo, ya que resulta complejo un re-diseño del lazo interno ahora que está afectado por el lazo externo. De hecho, se busca el mayor desacoplamiento posible entre el lazo externo y el interno, haciéndose este último al menos 10 veces más rápido que el primero y, por tanto, dominando las altas frecuencias. El resultado puede conllevar un excesivo ancho de banda del controlador interno (Wu and Jayasuriya, 2001). Este afecta a cómo se amplifican los ruidos introducidos por ambos sensores, tanto el que mide la variable principal controlada, como el que mide la variable interna adicional. Finalmente, esto puede derivar en una degradación considerable del comportamiento esperado en la salida, si el actuador se satura por un exceso de ruido.

La robustez y la sensibilidad al ruido no son ajenos en el control en cascada (Bošković et al., 2020; Zhang et al., 2015). Estas posibles deficiencias son el objeto de otra estrategia de diseño; Horowitz and Sidi (1973) introduce los lazos de realimentación adicionales para reducir el ancho de banda de los controladores de realimentación y así minimizar la amplificación de ruidos, dado un comportamiento dinámico deseado concreto. El

diseño de los lazos de realimentación se realiza de fuera hacia adentro. En sus orígenes, y para paliar la falta de herramientas de ayuda al diseño mediante ordenador (CAD), se proponía diseñar primero el controlador externo para satisfacer todas las especificaciones (*tracking*, rechazo y estabilidad robustas) y suponiendo que hay un control interno perfecto (función de lazo cerrado interna igual a uno). De este modo, el diseño del lazo externo fija definitivamente el máximo ancho de banda del control a lo estrictamente necesario para garantizar el comportamiento deseado (Sidi, 2001). En un segundo paso se diseña el controlador interno, lo que permite un rediseño del controlador externo en una segunda iteración para reducir su ancho de banda pero sin modificar el ancho de banda de la realimentación total. De este modo, el ancho de banda del controlador externo se reduce lo que se desee a costa de aumentar el ancho de banda del controlador interno, teniendo como objetivo último la mínima amplificación en el actuador de los ruidos introducidos por los sensores. Todo lo anterior se lleva a cabo siguiendo la filosofía de control robusto QFT (Quantitative Feedback Theory), es decir los diseños de control son robustos.

El nacimiento de las herramientas CAD para QFT (Borghesani et al., 2002) permitieron una secuencia iterativa ilimitada para reajustar los diseños del lazo interno y el externo. En este sentido, el entorno gráfico QFT es especialmente interesante ya que en un único diagrama se reflejan todas las especificaciones (estabilidad y comportamiento) en términos de la función de lazo abierto; así aparecen unas curvas conocidas como *bounds* que mediante el diseño del controlador se deben satisfacer (técnica de *loopshaping*). En el caso del control en cascada, se iría secuenciando el *loopshaping* de uno y otro lazo. Además, no existe una limitación en cuanto al orden o la estructura de los controladores y plantas, y el uso de un controlador más complejo no añade dificultad al proceso de diseño. Sin embargo, la herramienta CAD nativa (Terasoft *toolbox*) Borghesani et al. (2002) solo permite afrontar el problema de rechazo robusto de perturbaciones en estructuras de control cascada, ya que no es posible independizar el diseño de la prealimentación de la realimentación cuando en esta última hay dos grados de libertad; los algoritmos matemáticos para el cálculo de los *bounds* (Chait and Yaniv, 1993) generan una ecuación de orden cuatro irresoluble. La nueva estructura de control en Elso et al. (2013), conocida como *model-matching* (o equivalentemente, el plantear las especificaciones en términos del error de seguimiento *-tracking error-* (Elso et al., 2014), formula las especificaciones robustas de seguimiento de manera diferente a la clásica (García-Sanz, 2017). Aprovechando la nueva metodología, en (Rico-Azagra and Gil-Martínez, 2021) se ofrecen los algoritmos de cálculo de *bounds* que permiten abordar problemas multilazo; en dicho trabajo para sistemas MISO -múltiple entrada y simple salida-. Después, Rico-Azagra and Gil-Martínez (2023) resuelve cómo utilizar de forma combinada las funciones de cálculo de *bounds* en (Borghesani et al., 2002; Rico-Azagra and Gil-Martínez, 2021) para el diseño de controladores en arquitecturas en cascada *model-matching*, empleándose dos controladores de realimentación y uno de prealimentación. Dicha metodología será explotada en este trabajo para el control de posición de un servomotor. Se trata de un banco de pruebas didáctico, comercializado por Feedback Instruments Ltd.

Un aspecto crucial no solo es poder llevar a cabo el diseño

robusto de los tres grados de libertad, sino cómo se reparte el ancho de banda entre los controladores de realimentación para minimizar el ruido. En Rico-Azagra and Gil-Martínez (2023) se indican unas pautas teóricas que dependen de la aplicación concreta. En este caso, el servomotor comercial permite cerrar lazos de posición y velocidad, variables medidas con un potenciómetro y una tacodínamo, respectivamente. Así este trabajo verificará en una aplicación concreta: (1) la versatilidad de la arquitectura en cascada y el método de diseño robusto; (2) la influencia de la frecuencia de conmutación entre lazos en función del ruido introducido por sensores de naturaleza diferente.

La exposición del trabajo se estructura como sigue. La Sección 2 define la arquitectura de control, plantas y especificaciones. La Sección 3 especifica la distribución frecuencial de la realimentación. En la Sección 4 se diseñan los elementos de control, y su comportamiento se muestra y evalúa en la Sección 5. La Sección 6 recoge las conclusiones.

2. Definición del problema de control

La Figura 1 muestra la arquitectura de control que se va a utilizar, donde la planta P_1P_2 queda dividida en dos por la posibilidad de medir un estado interno de esta. En concreto, la unidad mecánica del banco de pruebas aloja un motor DC de imanes permanentes controlado por tensión de armadura $u(t)$, de valores admisibles en el rango ± 10 V. Un sensor potenciométrico permite medir la posición angular del eje de salida $\theta(t)$ ($^\circ$) y una dinamo tacométrica proporciona su velocidad de rotación $\omega(t)$ ($^\circ/s$). El ruido introducido por estos sensores, v_1 y v_2 , se evaluará a partir de las señales medidas una vez cerrados los lazos de control, tal y como se indica posteriormente.

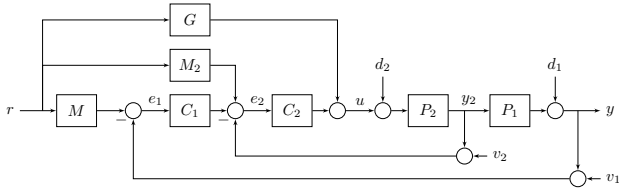


Figura 1: Estructura de control *model-matching* cascada.

El eje motor dispone de un freno magnético ajustable manualmente para simular diferentes cargas de servo-posicionado. En concreto se produce una variación notable de la constante de fricción viscosa, lo que se reflejará como incertidumbre paramétrica en los modelos de planta. El modelo en velocidad puede aproximarse por uno de primer orden,

$$P_2(s) = \frac{k}{(\tau s + 1)}, \quad k \in [28,125 \quad 63,750], \quad \tau \in [0,08 \quad 0,2], \quad (1)$$

y el modelo de posición añade simplemente el integrador de la velocidad

$$P_1(s) = \frac{1}{s}. \quad (2)$$

En virtud de los dos sensores es posible cerrar dos lazos de control en realimentación, el interno

$$L_2 = C_2P_2, \quad (3)$$

con C_2 como controlador de realimentación a diseñar, y el externo

$$L_1 = C_1C_2P_1P_2 \quad (4)$$

que añade un segundo controlador de realimentación C_1 . Por tanto, la cantidad total de realimentación se define por la función de lazo abierto total

$$L_t = L_1 + L_2. \quad (5)$$

Asimismo, las perturbaciones que se introducen en el lazo mediante cambios en el freno magnético se considerarán como señales escalón d_2 que se incorporan en el lazo interno reduciendo la acción de control efectiva.

Dado que la referencia r es una señal conocida, es posible su prealimentación, añadiendo un tercer grado de libertad en el diseño: el controlador de prealimentación G . Los modelos dinámicos de comportamiento para el *tracking*, M y M_2 , se incluyen en la propia estructura, aportando señales de prealimentación conocidas de antemano. La prealimentación permitirá reducir la cantidad de realimentación al mínimo necesario Rico-Azagra and Gil-Martínez (2023). Dado que solo existe un elemento ajustable en la prealimentación, no es posible elegir de forma independiente el comportamiento en velocidad y posición, ligados por P_1 . Siendo la posición la variable a controlar, el diseñador escogerá $M(s)$ como modelo estrictamente propio, quedando definido el otro como

$$M_2(s) = M(s)/P_1(s) = s M(s). \quad (6)$$

El método de diseño seguirá los postulados de QFT, que en el caso que nos ocupa se detallan en Rico-Azagra and Gil-Martínez (2023). Se plantean especificaciones de control robusto en el dominio de la frecuencia. En concreto la estabilidad robusta se formula restringiendo la magnitud máxima de las funciones de lazo cerrado de sensibilidad complementaria:

$$|T_1(j\omega)| = \left| \frac{L_1(j\omega)}{1 + L_2(j\omega) + L_1(j\omega)} \right| \leq B_{s_1}(\omega); \quad \forall P_2 \in \mathcal{P}_2 \quad (7)$$

para el lazo externo, y

$$|T_2(j\omega)| = \left| \frac{L_2(j\omega)}{1 + L_2(j\omega)} \right| \leq B_{s_2}(\omega); \quad \forall P_2 \in \mathcal{P}_2 \quad (8)$$

para el lazo interno. Las cotas $B_{s_{i=1,2}}$ traducen a las funciones de lazo cerrado los márgenes de estabilidad que normalmente se eligen para las funciones de lazo abierto (Rico-Azagra et al., 2018). En este caso, se escoge un margen de fase $MF = 40^\circ$ para ambos lazos, que conlleva las tolerancias

$$B_{s_{i=1,2}} = \frac{1}{2 \sin(MF/2)} = 1,46. \quad (9)$$

También se considerará la especificación de rechazo robusto de perturbaciones

$$\left| \frac{e(j\omega)}{d_2(j\omega)} \right| = \left| \frac{-P_1(j\omega)P_2(j\omega)}{1 + L_2(j\omega) + L_1(j\omega)} \right| \leq B_{d_2}(\omega); \quad \forall P_2 \in \mathcal{P}_2, \quad (10)$$

cuya tolerancia superior limita la desviación del error (igual a la salida si no cambia la referencia) y se elige

$$B_{d_2} = \left| \frac{2s(s+50)}{(s+10)^2} \right|_{s=j\omega}. \quad (11)$$

Y finalmente, el error de seguimiento robusto se formula

$$\left| \frac{e(j\omega)}{r(j\omega)} \right| = \left| \frac{M(j\omega) - G(j\omega)P_1(j\omega)P_2(j\omega)}{1 + L_2(j\omega) + L_1(j\omega)} \right| \leq B_r(\omega); \forall P_2 \in \mathcal{P}_2 \quad (12)$$

donde el modelo de comportamiento para la salida se elige

$$M(s) = \frac{204,1}{(s^2 + 20s + 204,1)}, \quad (13)$$

y la tolerancia o desviación del error debido a la incertidumbre de la planta se restringe con la cota

$$B_r(\omega) = \left| \frac{0,08s(s+50)}{(s+10)^2} \right|_{s=j\omega}. \quad (14)$$

3. Distribución frecuencial de la realimentación

El empleo de los lazos de control en prealimentación, y en particular el grado de libertad G , reducen la cantidad de realimentación L_t (5) a la estrictamente necesaria para compensar la incertidumbre paramétrica de la planta y las perturbaciones. Esto se traduce en aportar una cantidad concreta $L_t(j\omega)$ tal que todas las plantas (2)-(1) satisfagan el conjunto de especificaciones (6)-(14). Incluso obviando la incertidumbre, existen infinitas combinaciones $\{L_1(j\omega), L_2(j\omega)\}$ que pueden conformar L_t . El objetivo es el reparto frecuencial mas adecuado entre ambos lazos tal que la amplificación de ruidos, introducidos por los sensores, sea la menor posible. Siempre habrá una mayor amplificación en la acción de control que en la salida. En concreto, la transmisión de los ruidos de medida v_1 y v_2 a la señal u obedece a:

$$u_v = -\frac{C_1 C_2}{1 + L_t} v_1 - \frac{C_2}{1 + L_t} v_2, \quad (15)$$

por lo que si L_t es fija para obtener el comportamiento deseado, finalmente u_v depende de la respuesta en frecuencia de la magnitud relativa de los controladores de realimentación: $|C_1(j\omega)C_2(j\omega)|$ para v_1 y $|C_2(j\omega)|$ para v_2 . Estas cantidades dependen en último termino de la respuesta frecuencial en magnitud de las plantas (Rico-Azagra and Gil-Martínez, 2023). Así, considerando $|P_1(j\omega)P_2(j\omega)| = |P_2(j\omega)|$ y como $P_1(j\omega) = j\omega^{-1}$, se obtiene que $\omega = 1$ es la frecuencia de switching ω_{sw} óptima, suponiendo que los ruidos de medida fueran iguales. Entonces, $L_t \approx L_1$ en $\omega \leq \omega_{sw}$ y $L_t \approx L_2$ en $\omega \geq \omega_{sw}$.

Como el ruido introducido por la tacodinamo y el potenciómetro es diferente, un diseño con una $\omega_{sw} = 1$ no será óptimo. Si el ruido introducido por la tacodinamo es mayor, el óptimo será $\omega_{sw} \geq 1$ y al contrario, $\omega_{sw} \leq 1$, si el ruido del potenciómetro es mayor. Para corroborarlo, se realizarán tres diseños:

- Caso I: $\omega_{sw} = 1$
- Caso II: $\omega_{sw} = 5$
- Caso III: $\omega_{sw} = 0,5$

analizándose el ruido en la acción de control en cada caso. Para la evaluación del ruido, se aislará un tramo de señal (acción de control) en régimen permanente, y se calculará su desviación estándar (N muestras respecto al valor medio) tal que

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (u_k - u_{ss})^2}{N}}. \quad (16)$$

4. Síntesis de los controladores

Dadas las especificaciones (7)-(14) y la planta (1)-(2) se procede al diseño de control robusto QFT en el dominio de la frecuencia empleándose el vector discreto de frecuencias:

$$\Omega = [0,1, 0,3, 0,6, 1, 3, 6, 10, 100] \text{ rad/s}. \quad (17)$$

En (Rico-Azagra and Gil-Martínez, 2023) se detalla la metodología para el cálculo de *bounds* para L_1 , L_2 , y G , utilizando las funciones en la herramienta CAD (Borghesani et al., 2002), y las nuevas funciones desarrolladas en (Rico-Azagra and Gil-Martínez, 2021) para su uso con la *toolbox* comercial. Finalmente, para cada diseño (L_1 , L_2 , y G) existirá un conjunto de *bounds*, uno para cada $\omega \in \Omega$ (17).

El procedimiento de diseño consiste en que la realimentación total necesaria L_t que reflejan los *bounds* será aportada por L_1 en $\omega \leq \omega_{sw}$ y por L_2 en $\omega \geq \omega_{sw}$. Se comienza diseñando C_2 suponiendo que $C_1 = 0$. Se calculan los *bounds* para L_2 y se realiza el *loopshaping* de $L_2(j\omega)$ cumpliendo solo los *bounds* por encima de la frecuencia de switching entre lazos. Con el controlador C_2 diseñado, se calculan los *bounds* para L_1 que se deben satisfacer en todas las frecuencias durante el *loopshaping* de $L_1(j\omega)$. Diseñado C_1 se recalculan los *bounds* para L_2 , verificándose que ahora automáticamente $L_2(j\omega)$ los satisface en todas las frecuencias. Con el fin de utilizar la mínima cantidad de realimentación posible, las funciones de lazo $L_1(j\omega)$ y $L_2(j\omega)$, deben ubicarse encima o lo más cerca posible de sus *bounds*, para lo que pueden ser necesarias varias iteraciones. Así se van recalculando *bounds* y rediseñándose los controladores de realimentación. Una vez diseñados estos, se calculan los *bounds* para G y se realiza el *loopshaping* de la función $G(j\omega)$ para satisfacerlos, obteniéndose el controlador de prealimentación.

De acuerdo al procedimiento anterior se calculan los *bounds* y se realizan los diseños para los tres casos. En la Figura 2 se muestra el Caso I para $\omega_{sw} = 1$, que produce los controladores de realimentación

$$C_1^I(s) = \frac{160,61(s+0,2756)(s+1,333)}{s(s+14,34)(s+7,998)(s+0,9691)}, \quad (18)$$

$$C_2^I(s) = \frac{17,893(s+0,08414)(s^2+4,343s+7,311)}{(s+101,2)(s+0,065)(s^2+1,52s+0,762)}, \quad (19)$$

y de prealimentación

$$G^I(s) = \frac{40,055s(s+4,942)}{(s+36,57)(s^2+25,1s+219,2)}. \quad (20)$$

El orden de los elementos de control es elevado porque se ha buscado satisfacer los *bounds* con la mínima ganancia a cada frecuencia, persiguiendo una menor amplificación de ruidos (15). No obstante, el entorno de diseño QFT no restringe el formato del controlador, pudiéndose emplear formatos comerciales tipo PID a costa de un incremento de la cantidad de realimentación estrictamente necesaria en cada frecuencia.

Para el Caso II con $\omega_{sw} = 5$ se obtienen los controladores de realimentación

$$C_1^{II}(s) = \frac{6,4041 \times 10^5 (s+1,386)(s+7,439)}{s(s+127,2)(s+4,636)(s^2+62,96s+1556)}, \quad (21)$$

$$C_2^{II}(s) = \frac{23,576(s + 13,62)}{(s + 29,55)(s + 70,89)}; \quad (22)$$

y de prealimentación

$$G^{II}(s) = \frac{34,546s(s + 5,1)}{(s + 32,55)(s^2 + 25,1s + 219,2)}. \quad (23)$$

Y para el Caso III con $\omega_{sw} = 0,5$ se obtienen los controladores de realimentación

$$C_1^{III}(s) = \frac{15,929(s + 0,197)}{s(s + 3,915)(s + 9,482)}; \quad (24)$$

$$C_2^{III}(s) = \frac{17,961(s + 0,1394)(s^2 + 4,751s + 7,475)}{(s + 99,44)(s + 0,369)(s + 0,112)(s + 0,093)}; \quad (25)$$

y de prealimentación

$$G^{III}(s) = \frac{40,055s(s + 4,942)}{(s + 36,57)(s^2 + 25,1s + 219,2)}. \quad (26)$$

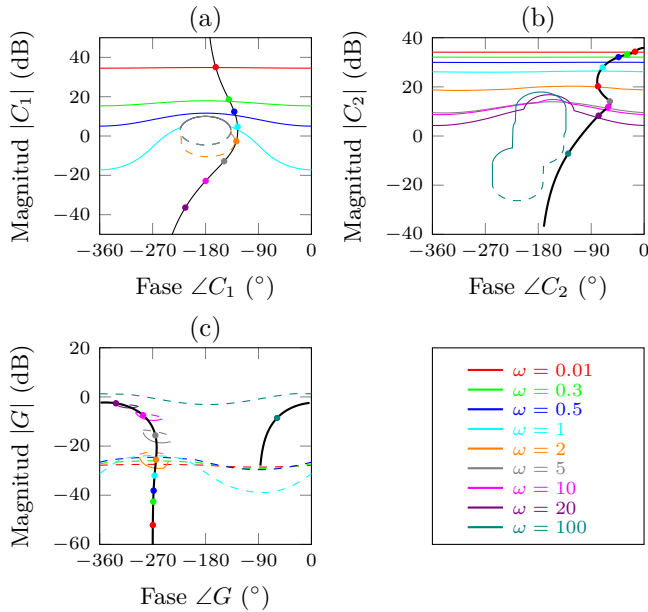


Figura 2: Bounds y loopshaping en Caso I ($\omega_{sw} = 1$): (a) realimentación L_1 , (b) realimentación L_2 , (c) prealimentación G .

5. Análisis de resultados

Los controladores diseñados se implementan de acuerdo a la arquitectura de control de la Figura 1 donde la planta es sustituida por el servomotor real. Se realizan experimentos con los tres casos, obteniéndose los comportamientos temporales que se muestran en la Figura 3.

Se cuantifica el ruido en la acción de control para los tres casos según (16), que se muestra en la Tabla 1, concluyéndose que el Caso III es el más favorable. Por tanto, el tacómetro introduce un ruido de medida menor que el potenciómetro, por lo que conviene aumentar la banda de trabajo de L_2 y estrechar la de L_1 modificándose ω_{sw} y sin modificar la frecuencia de cruce de ganancia de $L_1 \approx L_2$.

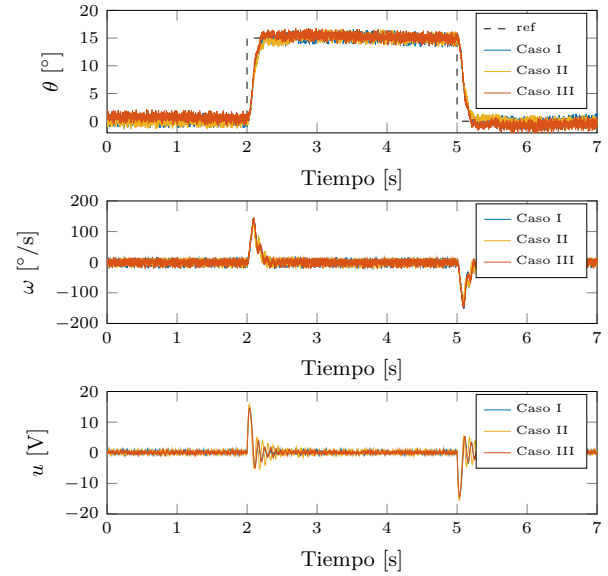


Figura 3: Respuestas del servomotor real para Caso I, II y III.

Tabla 1: Cuantificación del ruido en el actuador

Caso	ω_{sw}	σ_u
Caso I	1	0,3007
Caso II	5	0,4664
Caso III	0,5	0,2336

6. Conclusiones

Se ha realizado el control de un servomotor dentro de una estructura *model-matching* cascada, que utiliza dos controladores de realimentación y uno de prealimentación. El método de diseño establece el ancho de banda de realimentación en función de las especificaciones y la incertidumbre, empleándose la mínima cantidad de realimentación posible. Luego, se han mostrado distintas formas de distribuir esta realimentación entre los lazos, lo que redundará en una amplificación de ruidos menor. Algunas ventajas de utilizar el método y el entorno QFT frente a otros enfoques de diseño para sistemas en cascada son:

- Se pueden incorporar todas las especificaciones que se deseen. Las más habituales son: la estabilidad robusta de todos los lazos, el rechazo robusto de perturbaciones que se pueden incorporar en cualquier punto del sistema, y el seguimiento robusto de referencias, que aquí se plantea mediante el error de seguimiento.
- No se restringe a una estructura de planta concreta, como es habitual en el control de procesos. Así, puede ser interesante incluir acoplamientos o comportamientos como modos flexibles o resonancias para mejorar el control. La única limitación es que no se puede definir incertidumbre en el modelo de la planta externa, lo que responde a un caso realista en sistemas integradoras. Para otros casos, se recomienda escoger para el diseño la planta más rápida, y luego realizar un análisis de robustez, empleando

metodologías habituales en otras estrategias (véase p.e. Siddiqui et al. (2021a)).

- La estructura de los controladores de realimentación y de prealimentación es libre. Durante el diseño se puede optar por estructuras clásicas, tipo PID con prefiltros, que evidentemente limitarán el comportamiento dinámico alcanzable o la capacidad de filtración de los ruidos.
- La estrategia de diseño aquí propuesta aboga por utilizar la cantidad de realimentación estrictamente necesaria para lograr un comportamiento dinámico prefijado. No obstante, es posible realizar diseños que busquen maximizar el ancho de banda, y por tanto obtener el mejor comportamiento. Incluso bajo esta perspectiva, el entorno de diseño permite de forma transparente cuantificar las ventajas y desventajas de modificar el ancho de banda de control global, y también el de cada uno de los lazos.
- Los diseños obtenidos son robustos, es decir, garantizan el cumplimiento de las especificaciones para el conjunto de plantas que se hayan definido en el diseño. No obstante, el entorno de diseño es igualmente adecuado para realizar un diseño clásico, sin tener en cuenta la incertidumbre de los modelos. En estos casos, se aprovecharían todas las ventajas comentadas anteriormente.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado gracias a la Unión Europea (ERDF Operational Programme for La Rioja 2014-2020) y la Agencia de Desarrollo Económico para La Rioja (ADER) a través de la ayuda 2017-I-IDD-00035, y también gracias a la Universidad de La Rioja a través de la ayuda REGI 22/40.

Referencias

- Anil, C., Padma Sree, R., 2015. Tuning of pid controllers for integrating systems using direct synthesis method. *ISA Transactions* 57, 211 – 219. DOI: 10.1016/j.isatra.2015.03.002
- Borghesani, C., Chait, Y., Yaniv, O., 2002. Quantitative Feedback Theory Toolbox. For use with Matlab. 2nd Ed. Terasoft, San Diego, CA, USA.
- Bošković, M. v., Šekara, T. B., Rapačić, M. R., 2020. Novel tuning rules for pidc and pid load frequency controllers considering robustness and sensitivity to measurement noise. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems* 114. DOI: 10.1016/j.ijepes.2019.105416
- Chait, Y., Yaniv, O., 1993. Multi-input/single-output computer-aided control design using the quantitative feedback theory. *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 3 (1), 47–54. DOI: 10.1002/rnc.4590030103
- Elso, J., Gil-Martínez, M., García-Sanz, M., 2013. Quantitative feedback-feedforward control for model matching and disturbance rejection. *IET Control Theory and Applications* 7 (6), 894–900. DOI: 10.1049/iet-cta.2012.0596
- Elso, J., Gil-Martínez, M., García-Sanz, M., 2014. A quantitative feedback solution to the multivariable tracking error problem. *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 24 (16), 2331 – 2346. DOI: 10.1002/rnc.2991
- Franks, R., Worley, C., 1956. Quantitative analysis of cascade control. *Industrial & Engineering Chemistry* 48 (6), 1074–1079. DOI: 10.1021/ie50558a034
- García-Sanz, M., 2017. Robust Control Engineering: Practical QFT Solutions. CRC Press: Boca Raton, FL, USA. DOI: 10.4324/9781315394985
- Han, X., Chen, Z., Feng, Y., Xie, J., Wei, X., Wei, L., 2023. Cascade active disturbance rejection control of single-rod electrohydrostatic actuator. *Asian Journal of Control* 25 (3), 1888 – 1904. DOI: 10.1002/asjc.2815
- Horowitz, I., Sidi, M., 1973. Synthesis of cascaded multiple-loop feedback systems with large plant parameter ignorance. *Automatica* 9 (5), 589–600. DOI: 10.1016/0005-1098(73)90044-7
- Kaya, I., Nalbantoğlu, M., 2016. Simultaneous tuning of cascaded controller design using genetic algorithm. *Electrical Engineering* 98 (3), 299 – 305. DOI: 10.1007/s00202-016-0367-4
- Lin, P., Shi, Y., Wang, X.-F., 2023. Equivalence analysis of cascade control for a class of cascade integral systems. *IEEE Access* 11, 12237 – 12248. DOI: 10.1109/ACCESS.2023.3240742
- Mandali, A., Dong, L., 2022. Modeling and cascade control of a pneumatic positioning system. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME* 144 (6). DOI: 10.1115/1.4053966
- Mandra, S., 2014. Comparison of automatically tuned cascade control systems of servo-drives for numerically controlled machine tools. *Elektronika ir Elektrotechnika* 20 (3), 16 – 23. DOI: 10.5755/j01.eee.20.3.2788
- Marlin, T. E., 2000. Process control: designing processes and control systems for dynamic performance. McGraw-Hill Science, Engineering & Mathematics; New York, NY, USA.
- Mirtaba, M., Jeddi, M., Nikoofard, A., Shirmohammadi, Z., 2023. Design and implementation of a low-complexity flight controller for a quadrotor uav. *International Journal of Dynamics and Control* 11 (2), 689 – 700. DOI: 10.1007/s40435-022-01016-1
- Padhan, D. G., Majhi, S., 2013. Enhanced cascade control for a class of integrating processes with time delay. *ISA Transactions* 52 (1), 45–55. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2012.08.004>
- Ranganayakulu, R., Rao, A. S., Babu, G. U. B., 2020. Analytical design of fractional imc filter – pid control strategy for performance enhancement of cascade control systems. *International Journal of Systems Science* 51 (10), 1699–1713. DOI: 10.1080/00207721.2020.1773571
- Richards, J. R., Congalidis, J. P., 2006. Measurement and control of polymerization reactors. *Computers and Chemical Engineering* 30 (10-12), 1447 – 1463. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2006.05.021
- Rico-Azagra, J., Gil-Martínez, M., 2021. Feedforward for robust reference tracking in multi-input feedback control. *IEEE Access* 9, 92553–92567. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3092558
- Rico-Azagra, J., Gil-Martínez, M., Rico, R., Maisterra, P., 2018. QFT bounds for robust stability specifications defined on the open-loop function. *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 28 (3), 1116–1125. DOI: 10.1002/rnc.3908
- Rico-Azagra, J., Gil-Martínez, M., 2023. Robust cascade control inside a new model-matching architecture. *Mathematics* 11 (11). DOI: 10.3390/math11112523
- Shinskey, F., 1967. Process-Control Systems. McGraw-Hill, New York, NY, USA.
- Siddiqui, M. A., Anwar, M., Laskar, S., Mahboob, M., 2021a. A unified approach to design controller in cascade control structure for unstable, integrating and stable processes. *ISA Transactions* 114, 331–346. DOI: 10.1016/j.isatra.2020.12.038
- Siddiqui, M. A., Anwar, M. N., Laskar, S., 2021b. Control of nonlinear jacketed continuous stirred tank reactor using different control structures. *Journal of Process Control* 108, 112–124. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2021.11.005>
- Sidi, M. J., 2001. Design of Robust Control Systems: From classical to modern practical approaches. Krieger Publishing Company, Malabar, FL, USA.
- Uma, S., Chidambaram, M., Seshagiri Rao, A., Yoo, C. K., 2010. Enhanced control of integrating cascade processes with time delays using modified smith predictor. *Chemical Engineering Science* 65 (3), 1065–1075. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ces.2009.09.061>
- Visoli, A., 2006. Practical PID control. Springer Science & Business Media, Berlin, Germany.
- Wu, W., Jayasuriya, S., 2001. A new qft design method for siso cascaded-loop design. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME* 123 (1), 31 – 34. DOI: 10.1115/1.1349885
- Zhang, J., Zhang, L., Chen, J., Xu, J., Li, K., 2015. Performance assessment of cascade control loops with non-gaussian disturbances using entropy information. *Chemical Engineering Research and Design* 104, 68 – 80. DOI: 10.1016/j.cherd.2015.07.011