

# COMPARACIÓN ENTRE MODELOS DEL PÉNDULO INVERTIDO Y SU APLICACIÓN A LOS ROBOTS HUMANOIDES TEO Y REEM-C.

E. Menéndez, S. Martínez, C. A. Monje, C. Balaguer  
 RoboticsLab, Dpto. de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad Carlos III de Madrid,  
 Av. De la Universidad 30, 28911 Leganés, España;  
 emenende@pa.uc3m.es, scasa@ing.uc3m.es, cmonje@ing.uc3m.es, balaguer@ing.uc3m.es

J. M. Garcia-Haro  
 Higher Polytechnic School, Universidad Francisco de Vitoria, Ctra. Pozuelo-Majadahonda Km 1,800,  
 28223 Pozuelo de Alarcón, Spain; juanmiguel.garcia@ufv.es

## Resumen

*La alta dimensionalidad y no linealidad hacen del modelado y el control del equilibrio de un robot humanoide bípedo un proceso complejo y difícil. Para controlar el robot en tiempo real se necesitan modelos cinemáticos y dinámicos simplificados. El modelo del Péndulo Invertido Lineal (LIPM) es uno de los modelos simples más utilizados en el control del equilibrio. Sin embargo, este modelo introduce errores de aproximación que se añaden a las imprecisiones inherentes del robot. Este trabajo presenta un nuevo modelo basado en el LIPM, llamado modelo Dinámico del Péndulo Invertido Lineal (DLIPM), que minimiza el error y reduce las oscilaciones. Ésto es debido a que planifica el comportamiento del robot con respecto a cambios en el estado del equilibrio dado por el Punto de Momento Cero (ZMP). Además, se han realizado experimentos que consisten en perturbaciones en el equilibrio utilizando ambos modelos de péndulo invertido para dos robots distintos: TEO, de la Universidad Carlos III de Madrid y REEM-C, de PAL Robotics. Los resultados muestran que las respuestas ante perturbaciones de equilibrio utilizando el modelo DLIPM son más precisas y muestran menos oscilaciones en ambos robots.*

**Palabras clave:** Robot Humanoide, Estabilidad, Sensores Fuerza-Par.

## 1. INTRODUCCIÓN

En robótica, las máquinas más versátiles y a la vez complejas, son los robots humanoides. Específicamente, su complejidad estructural, el alto número de grados de libertad (DOF por sus siglas en inglés) o los requisitos de control dan como resultado la necesidad de simplificaciones que permitan la realización de múltiples tareas. Los robots humanoides están diseñados para trabajar en escenarios de la misma forma que lo hacen los humanos, pero

en la actualidad tienen limitaciones muy considerables a la hora de realizar ciertas tareas. En este sentido, para plantas de fabricación en las que se deben procesar piezas pesadas, escenarios de alta peligrosidad, aplicaciones de servicios, u otros, existe una necesidad siempre presente de interacción con el entorno. En cualquier caso, los robots humanoides, físicamente similares a los seres humanos, deben cumplir un requisito muy importante: el robot debe ser capaz de moverse por su entorno manteniendo siempre el equilibrio. Cuando un robot humanoide realiza tareas y camina por terrenos planos, irregulares o inclinados, debe asegurarse de que no se caiga [2, 10]. Si hay obstáculos colocados en el entorno del robot y se requiere volver a planificar la ruta [9], se debe cambiar el patrón de pasos normal mientras se mantiene la estabilidad. Además, antes de generar el patrón de la caminata, se deben observar en tiempo real las restricciones de las articulaciones del robot, los parámetros dinámicos (velocidades, aceleraciones, etc.) y los pares de las articulaciones para no sobrecargar el sistema y hacer que la tarea de caminar sea viable. Dicha complejidad y problemática asociada a la estabilidad del robot ha llevado a la búsqueda de modelos simplificados que permitan el despliegue de múltiples tareas [12]. Sin embargo, el uso de estos modelos conduce a un incremento de las imprecisiones inherentes al sistema del robot humanoide. El concepto de “modelo simplificado” implica la asunción de errores para favorecer otros aspectos como la velocidad de cálculo, la controlabilidad, etc.

Además, puede haber desviaciones de medición en los sensores fuerza-par (F-T por sus siglas en inglés) debido a errores de calibración o en conversiones de datos analógicos a digitales. Otros errores sistemáticos, como la flexibilidad de la estructura (debido a la altura del robot), holguras entre partes mecánicas (como transmisiones o uniones de piezas), y pequeñas irregularidades en el terreno, no suelen ser considerados. Todos estos

errores conducen a un aumento en el esfuerzo de control y hacen que la tarea de ajuste de control sea más difícil.

De hecho, hay muchos errores con los que debe lidiar el sistema de control de balance. Los enfoques de control de modelos simplificados siempre introducen errores. El modelo matemático del péndulo no es lineal [4, 3], pero las ecuaciones del Punto de Momento Cero (ZMP por sus siglas en inglés) se obtienen a partir de un péndulo lineal [6]. Cuando el ángulo del péndulo es lo suficientemente pequeño, se supone que  $\text{sen}(q) = q$ , lo que introduce un error en el sistema. La masa del centro de gravedad (CoG por sus siglas en inglés) también es un valor aproximado de la masa total del robot, e incluso su posición puede cambiar. Cuando se suman todas estas suposiciones, los errores en el sistema se vuelven notables.

La Figura 1 muestra como las imprecisiones del robot humanoide y otros errores afectan a la posición del ZMP, haciendo que la tarea de ajuste de control sea más difícil. En la figura se observa la discrepancia entre el ZMP esperado y el real medido con los sensores de F-T.

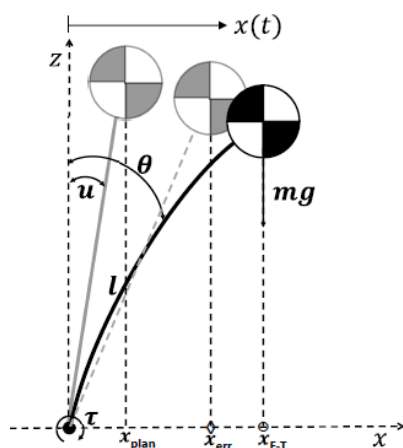


Figura 1: Modelo simplificado del péndulo invertido incluyendo la flexibilidad del robot [5].

Este trabajo aplica un método para modificar el modelo de un robot humanoide cuyo objetivo es reducir estos errores y mejorar el sistema de control de la estabilidad. Para comprobar la viabilidad del método aplicado, se probó con dos robots humanoides: Task Environment Operator (TEO) de la Universidad Carlos III de Madrid (UC3M) [8], que se muestra en la Figura 2 - Izquierda, y REEM-C [11] fabricado y comercializado por PAL Robotics como plataforma de investigación, mostrado en la Figura 2 - Derecha.

TEO es un robot antropomórfico diseñado en la

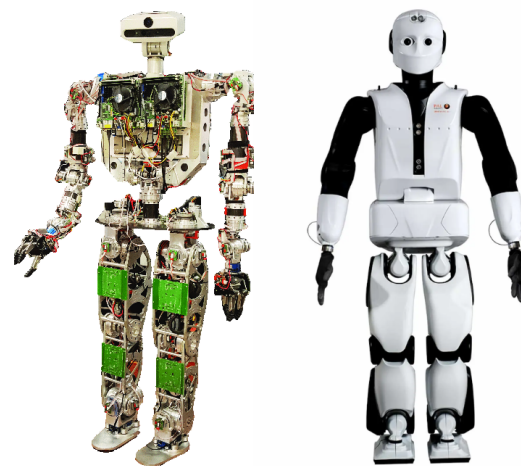


Figura 2: Robots humanoides a los que se les ha aplicado el modelo. Izquierda, TEO de la Universidad Carlos III de Madrid. Derecha, REEM-C de PAL Robotics.

UC3M, mide 1.70 m y pesa 62.6 Kg. TEO dispone de 28 DOF sin los DOF de las garras. TEO tiene una cabeza con cámaras RGB-D y 2 DOF en el cuello. El tronco, donde se encuentran los procesadores, el sistema de alimentación y los sensores inerciales, dispone de 2 DOF. Los brazos tienen 6 DOF cada uno, con sensores de F-T en las muñecas y unas garras para manipular objetos. Las piernas tienen 6 DOF y sensores de F-T en los tobillos. La suela de sus pies mide 24 cm x 13 cm.

REEM-C es un robot humanoide bípedo que mide 1.64 m y pesa 77.5 Kg. Tiene 68 grados de libertad, 30 sin las manos: 6x2 en las piernas, 2 en la cintura, 2 en el cuello, 7x2 en los brazos. Los sensores disponibles son encoders absolutos y relativos, sensores de F-T en los tobillos y las muñecas, una unidad de medición inercial (IMU por sus siglas en inglés) y una cámara RGB-D. La suela de sus pies mide 21 cm x 14 cm, sin embargo el polígono de soporte real es reducido a 15.5 cm x 10.6 cm [1].

## 2. MODELO DINÁMICO LINEAL DEL PÉNDULO INVERTIDO

Para poder evitar y acumular todos estos errores en el control de estabilidad, hemos aplicado un nuevo modelo basado en un conjunto de experimentos push-recovery, midiendo los sensores F-T del robot [7]. Con esta información, se calcula el ZMP real y se compara con el ZMP esperado. Se modela la diferencia entre ellos y se obtiene una ecuación que describe este error. El error modelado se incluye en el modelo original como una fuerza ficticia que corrige la diferencia encontrada. Una

vez que se ha obtenido el nuevo modelo, el nuevo comportamiento planificado de ZMP es cercano al de ZMP medido.

La Figura 3 representa el modelo DLIPM completo que añade un muelle  $k_a$  y un amortiguador  $B_a$  al modelo del péndulo invertido lineal. El objetivo del modelo del muelle es mejorar la respuesta en régimen permanente mientras que el modelo del amortiguador intenta mejorar la respuesta transitoria.

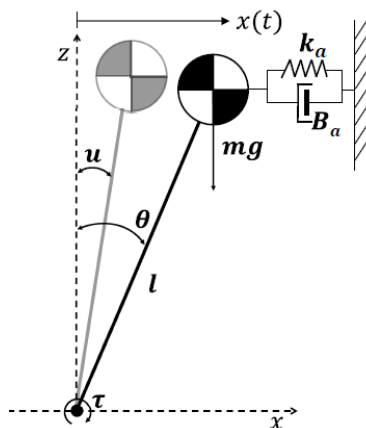


Figura 3: Modelo dinámico lineal del péndulo invertido.

La Ecuación 1 describe el movimiento del centro de masas (CoM por sus siglas en inglés) con el nuevo modelo DLIPM:

$$\tau = ml^2\ddot{\theta}(t) - B_a l \dot{\theta}(t) - k_a l \theta(t) + mgl\theta(t) \quad (1)$$

donde  $m$  es la masa del CoM,  $l$  es la longitud del péndulo,  $\tau$  es el par en el punto de pivote,  $\theta$  es el ángulo del péndulo,  $k_a$  es la constante del muelle y  $B_a$  es la constante del amortiguador.

El modelo propuesto, denominado DLIPM (Dynamic Linear Inverted Pendulum Model), es la base para implementar un controlador de equilibrio basado en modelos. Los controladores de equilibrio lineal basados en el uso de estos modelos simplificados necesitan un ajuste muy preciso y complejo para encontrar los parámetros de control óptimos. Además, este tipo de controladores están diseñados para operar alrededor de un punto de trabajo con un error mínimo.

No obstante, la metodología propuesta mediante el DLIPM ha sido concebida para operar en múltiples puntos de trabajo, minimizando el error en cada uno. El DLIPM es un modelo adaptativo que debe ser cumplimentado con los parámetros adecuados para cada punto de trabajo específico, los cuales están relacionados con el estado de equi-

librio del robot definido por el ZMP. Estos parámetros definen dos aspectos: la evolución del ZMP entre dos posturas consecutivas, y el nivel de error en cada ZMP. En el primer caso, se consigue una trayectoria más suave entre posturas, reduciéndose el número de oscilaciones no deseadas, especialmente en posiciones críticas de ZMP. En el segundo caso, se reduce el error entre la posición del ZMP deseado y la del ZMP medido.

### 3. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

Para utilizar los modelos simplificados de TEO y REEM-C, se requiere fijar los parámetros del péndulo invertido con las características de ambos robots. TEO pesa 62.6 Kg y la altura del centro de masas es 0.893 m. En cuanto a REEM-C, pesa 77.5 Kg y la altura del centro de masas es aproximadamente 0.7 m. Tras esto, se observó el movimiento de ambos robots causado por una fuerza de empuje. El efecto de esta fuerza es una variación de la posición del ZMP en función de su intensidad. Es importante señalar que el robot no mantiene el valor inicial del ZMP durante cada experimento. Este comportamiento es similar al estudio de la respuesta de un sistema ante una entrada escalón en las articulaciones de los tobillos.

Los resultados de un conjunto de experimentos en el plano sagital ( $x$ - $z$ ) para ambos robots se muestra en la Figura 4. En ella, las señales escalón en negro representan el ZMP esperado en cada prueba y las señales oscilatorias son el ZMP medido para cada referencia. Se ha ido incrementando la intensidad de las perturbaciones hasta que los robots se caían. A mayor intensidad de las perturbaciones, más se acerca el ZMP al borde del polígono de soporte de los pies haciendo el robot más inestable. Es decir, el ángulo obtenido por el modelo LIPM y comandado al robot es mayor, y los errores tienen una mayor influencia. Se puede observar como TEO soporta perturbaciones mayores sin perder la estabilidad, esto es debido a que su polígono de soporte es más largo. Si observamos las respuestas del sistema de TEO en la Figura 4 - Arriba, el error en estado estacionario aumenta cuanto mayor sean las perturbaciones. Sin embargo, se observa el error en estado estacionario para REEM-C (Figura 4 - Abajo), no siempre aumenta con la intensidad de las perturbaciones, esto puede ser por variaciones parámetros del modelo (diferente altura del COM y peso), que implica una modificación de la perturbaciones que se toman como referencia. Además, como realmente se controla el ángulo de los tobillos y no se aplica un empujón, los controladores de las articulaciones de los tobillos también añaden error con respecto

al ángulo comandado. En ambos robots, se puede observar como las respuestas tienen mayores sobreoscilaciones para mayores perturbaciones, lo que provoca que el ZMP se acerque al borde del polígono de soporte.

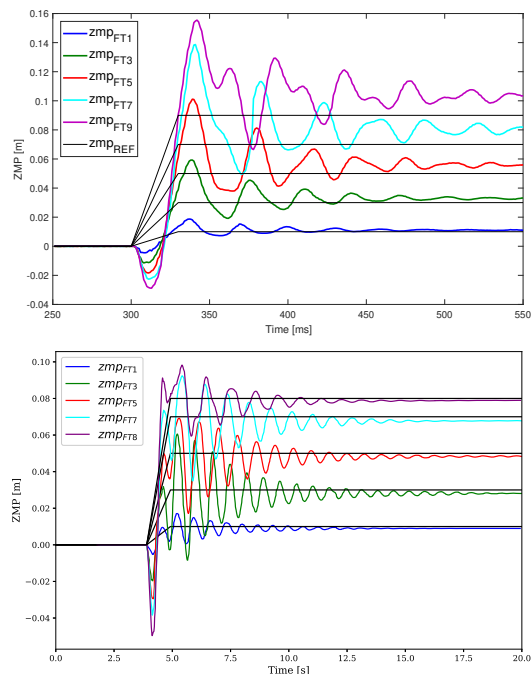


Figura 4: Comparación de las respuestas del ZMP ante entradas escalón con el modelo LIPM. Arriba, tests con el humanoide TEO. Abajo, tests con el humanoide REEM-C.

Estos resultados se utilizan para definir los parámetros dinámicos del modelo DLIPM con el objetivo de eliminar el error en estado estacionario y reducir las oscilaciones. La Figura 5 - Arriba/Abajo muestra las respuestas ante escalón del ZMP esperado utilizando el modelo DLIPM para el robot TEO/REEM-C. Si comparamos estos resultados con la Figura 4, se observa que la intensidad y la duración de las oscilaciones ha sido claramente reducida en ambos casos. Además, el ZMP medido se estabiliza más rápido que con el modelo LIPM.

En cuanto al estado estacionario, la Tabla 1 compara las posiciones del ZMP obtenidas utilizando los modelos LIPM y DLIPM para los robots TEO y REEM-C. Se puede observar como el error en estado estacionario es reducido para cada referencia en ambos robots. Por ejemplo, para la posición de referencia del ZMP = 8 cm, el error se redujo más del 60 % y 70 % comparado con el modelo LIPM, respectivamente para TEO y REEM-C.

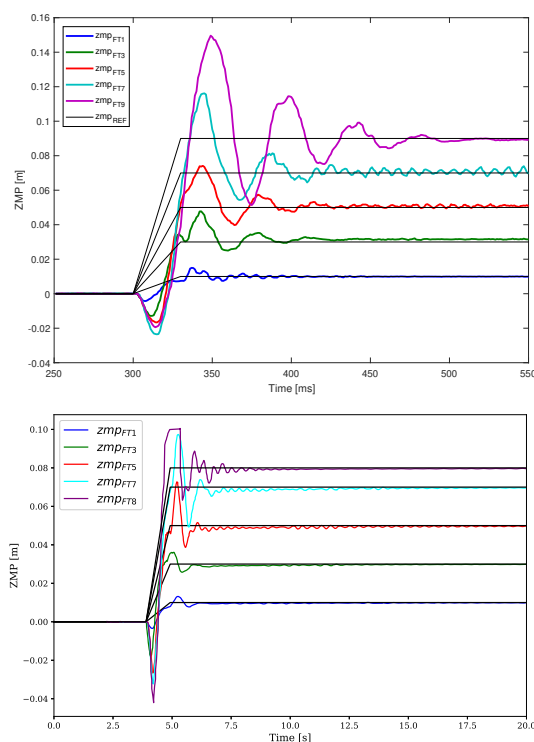


Figura 5: Comparación de las respuestas del ZMP ante entradas escalón con el modelo DLIPM. Arriba, tests con el humanoide TEO. Abajo, tests con el humanoide REEM-C.

Tabla 1: Comparación del ZMP usando los modelos LIPM y DLIPM para los robots TEO y REEM-C.

| ZMP <sub>REF</sub> [m] | ZMP <sub>FT</sub> [m] |        |        |        |        |        |        |        |
|------------------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                        | TEO                   |        |        |        | REEM-C |        |        |        |
|                        | LIPM                  | %Error | DLIPM  | %Error | LIPM   | %Error | DLIPM  | %Error |
| 0.01                   | 0.0092                | 8,2    | 0.0100 | 0,0    | 0.0090 | 10,4   | 0.0099 | 1,1    |
| 0.02                   | 0.0211                | 6,0    | 0.0201 | 0,5    | 0.0189 | 5,6    | 0.0198 | 1,0    |
| 0.03                   | 0.0306                | 2,2    | 0.0310 | 3,3    | 0.0281 | 6,3    | 0.0298 | 0,6    |
| 0.04                   | 0.0419                | 4,8    | 0.0412 | 3,0    | 0.0381 | 4,7    | 0.0398 | 0,5    |
| 0.05                   | 0.0547                | 9,4    | 0.0512 | 2,4    | 0.0483 | 3,3    | 0.0497 | 0,6    |
| 0.06                   | 0.0641                | 6,8    | 0.0620 | 3,3    | 0.0587 | 2,2    | 0.0597 | 0,5    |
| 0.07                   | 0.0756                | 8,0    | 0.0714 | 2,0    | 0.0677 | 3,2    | 0.0696 | 0,6    |
| 0.08                   | 0.0841                | 5,2    | 0.0816 | 2,0    | 0.0789 | 1,4    | 0.0797 | 0,4    |
| 0.09                   | 0.0902                | 9,5    | 0.0989 | 0,2    |        |        |        |        |
| 0.10                   | 0.1116                | 11,6   | 0.1020 | 2,0    |        |        |        |        |

#### 4. CONCLUSIONES

Para el control del equilibrio de un robot humanoide en tiempo real se requiere emplear modelos matemáticos con simplificaciones. Cuanto más simple sea un modelo, más se reduce la complejidad computacional. El modelo LIPM es un modelo muy simplificado que introduce errores considerables por aproximaciones. Además, el robot tiene imprecisiones tanto en su parte mecánica (flexibilidad de la estructura del robot, holguras entre parte mecánicas, etc.) como electrónica (desviaciones en las medidas de los sensores, conversión analógica-digital, etc.) que se añaden a las del modelo. El modelo DLIPM minimiza estos errores mejorando el sistema de control del equilibrio.

En este trabajo se presentan los resultados de los experimentos de empuje realizados con dos robots distintos: TEO, de la Universidad Carlos III de Madrid y REEM-C, de PAL Robotics utilizando ambos modelos matemáticos del péndulo invertido. Dichos experimentos consisten en observar el comportamiento del Punto de Momento Cero (ZMP) cuando a estos robots estando apoyados en ambos pies se les aplica una fuerza de empuje. Este comportamiento se simula como la respuesta de un sistema con una entrada escalón en las articulaciones de los tobillos. Además, ambos robots disponen de sensores de F/T en los pies que permiten obtener el ZMP medido, y de esta forma, analizar la diferencia con respecto al ZMP esperado. Los experimentos realizados con ambos robots demuestran que el modelo DLIPM proporciona un mejor comportamiento ante perturbaciones de diferente intensidad. La respuesta del ZMP medido es más precisa y con menos oscilaciones para diferentes ZMP esperados.

### Agradecimientos

La investigación que ha conducido a estos resultados ha recibido financiación del proyecto SOFIA: Articulación blanda inteligente con capacidades de reconfiguración y modularidad para plataformas robóticas, con referencia PID2020-13194GB-I00, financiado por el Ministerio de Economía, Industria y Competitividad, y del proyecto RoboCity2030-DIH-CM, Madrid Robotics Digital Innovation Hub, S2018/NMT-4331, financiado por "Programas de Actividades I+D en la Comunidad de Madrid" y cofinanciado por Fondos Estructurales de la UE.

### English summary

## COMPARISON OF INVERTED PENDULUM MODELS AND ITS APPLICATION TO THE HUMANOIDS TEO AND REEM-C.

### Abstract

*Due to the high dimensionality and non-linearity, modeling and balance control design of a humanoid biped robot is a complex and challenging process. Real-time control requires simplified kinematic and Dynamic models. The Linear Inverted Pendulum Model (LIPM) is one of the most used simplified models for balance control. However, this model adds approximation errors to the inherent inaccuracies of the robot. The Dynamic Linear Inverted Pendulum Model*

*(DLIPM) reduces the error and minimizes the oscillations since it plans the robot's behavior to changes in the balance status given by the Zero Moment Point (ZMP). In this work, TEO, from Univerisity Carlos III, and REEM-C from PAL Robotics have been subjected to balance perturbations using both inverted pendulum models. Results show that the responses of both robots with respect to balance perturbations are more precise and have fewer oscillations using the DLIPM model.*

**Keywords:** Humanoid Robot, Balance, Force-Torque Sensors.

### Referencias

- [1] F. Aller, M. Harant, and K. Mombaur. Motion capture based model identification of the humanoid robot reem-c using static poses. In *ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics*, pages 310–321. Budapest University of Technology and Economics, 2021.
- [2] B. Henze, A. Dietrich, and C. Ott. An approach to combine balancing with hierarchical whole-body control for legged humanoid robots. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 1(2):700–707, 2016.
- [3] S. Kajita, H. Hirukawa, K. Harada, and K. Yokoi. *Introduction to humanoid robotics*, volume 101. Springer, 2014.
- [4] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Yokoi, and H. Hirukawa. The 3d linear inverted pendulum mode: A simple modeling for a biped walking pattern generation. In *Proceedings 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Expanding the Societal Role of Robotics in the the Next Millennium (Cat. No. 01CH37180)*, volume 1, pages 239–246. IEEE, 2001.
- [5] J.-H. Kim and J.-H. Oh. Walking control of the humanoid platform khr-1 based on torque feedback control. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004*, volume 1, pages 623–628 Vol.1, 2004.
- [6] E. Kljuno and R. L. Williams. Humanoid walking robot: modeling, inverse dynamics, and gain scheduling control. *Journal of Robotics*, 2010, 2010.

- [7] S. Martinez, J. Garcia-Haro, J. Victores, A. Jardon, and C. Balaguer. Experimental robot model adjustments based on force–torque sensor information. *Sensors.*, 18(3):836, 2018.
- [8] S. Martinez, C. Monje, A. Jardón Huete, P. Pierro, C. Balaguer, and D. Munoz. Teo: Full-size humanoid robot design powered by a fuel cell system. *Cybernetics and Systems*, 43:163–180, 03 2012.
- [9] S. G. McGill, Y. Zhang, L. Vadakedathu, A. Sreekumar, S.-J. Yi, and D. D. Lee. Comparison of obstacle avoidance behaviors for a humanoid robot in real and simulated environments. In *Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Humanoid Robots, Osaka, Japan*, volume 29, 2012.
- [10] M. Morisawa, N. Kita, S. Nakaoka, K. Kaneko, S. Kajita, and F. Kanehiro. Biped locomotion control for uneven terrain with narrow support region. In *2014 IEEE/SICE International Symposium on System Integration*, pages 34–39, 2014.
- [11] P. Robotics. Reem-c. <http://www.pal-robotics.com/robots/reem-c>, Last accessed on 2022-06-27.
- [12] C. Yin, Q. Zhou, and L. Xiao. Walking stability of a humanoid robot based on fictitious zero-moment point. In *2006 9th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*, pages 1–6, 2006.



© 2022 by the authors.  
Submitted for possible  
open access publication  
under the terms and conditions of the Creative  
Commons Attribution CC-BY-NC 4.0 license  
(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.es>).