



UNIVERSIDADE DA CORUÑA



Escola Politécnica Superior

Trabajo Fin de Máster
CURSO 2020/2021

Análisis estructural de estructuras sometidas a presión externa. Comparativa entre metodologías analíticas y numéricas.

Máster en Ingeniería Naval y Oceánica

ALUMNO

Álvaro Martín Martín

TUTORES

Saúl Balsa Barros

Fernando Lago Rodríguez

FECHA

SEPTIEMBRE 2021

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quisiera expresar mi gratitud, especialmente a mi pareja, por todo el apoyo recibido y a mis amigxs y compañeros de trabajo; en particular a David Quintero por la disposición y ayuda mostrada.

Quiero dar también las gracias a mis padres y mi hermana por el apoyo material y emocional que me han dado durante todo el máster.

Y finalmente no quiero olvidar a las luchas constantes de la clase trabajadora para impulsar una universidad pública y de calidad, con un acceso aún restringido a muchas jóvenes, habiéndome dado la posibilidad de estudiar este máster.

RESUMEN

No ámbito do TFM, propónse realizar unha análise do estado da arte das teorías da análise de estruturas sometidas a cargas de presión externas, principalmente as seguintes metodoloxías: Cálculo analítico, cálculo numérico (lineal e non lineal) e cálculo por normativa.

Ademais, describiranse os principais modos de fallo relacionados coa tipoloxía estrutural obxecto do TFM - plastificación, inestabilidade e fatiga - que serán debidamente analizados para unha xeometría de tipo correctamente seleccionada, mediante as tres metodoloxías descritas anteriormente. A partir dos resultados obtidos, avaliarase a precisión de cada unha das metodoloxías seguidas.

-

Dentro del alcance del TFM se proponer realizar un análisis del estado del arte de las teorías de análisis de estructuras sometidas a cargas de presión externa fundamentalmente las siguientes metodologías: Cálculo analítico, cálculo numérico (lineal y no lineal) y cálculo por normativa.

Además, se describirán los principales modos de fallo relacionados con la tipología estructural objeto del TFM – plastificación, inestabilidad y fatiga - los cuales serán debidamente analizados para una geometría tipo convenientemente seleccionada, por medio de las tres metodologías antes descritas. De los resultados obtenidos se valorará la precisión de cada una de las metodologías seguidas.

-

Within the scope of this document, it is proposed to carry out an analysis of the state of the art of the analysis theories of structures subjected to external pressure loads, mainly the following methodologies: Analytical calculation, numerical calculation (linear and non-linear) and calculation by regulations.

In addition, the main failure modes related to the structural typology object of the MFT will be described - plasticization, instability and fatigue - which will be duly analyzed for a properly selected type geometry, by means of the three methodologies described above. From the results obtained, the precision of each of the methodologies followed will be assessed.

ÍNDICE

1	Introducción.....	1
2	Fundamentos teóricos para el desarrollo del trabajo.....	2
2.1	Pandeo.....	2
2.2	Linealidad y no linealidad.....	3
3	Diseño de cascos resistentes en submarinos.....	7
3.1	Fabricación de cascos resistentes.....	11
3.2	Modos de fallo.....	12
3.2.1	Plastificación.....	15
3.2.2	INESTABILIDAD.....	17
3.2.3	FATIGA.....	18
4	Métodos de cálculo.....	20
4.1	Cálculo analítico.....	20
4.2	Cálculo normativo.....	25
4.3	Cálculo numérico.....	26
4.3.1	Ecuaciones no lineales.....	31
4.3.2	Abaqus.....	34
5	Caso de estudio.....	36
5.1	Geometría de análisis.....	36
5.2	Metodología y objetivo del análisis.....	37
5.3	Resultados.....	40
5.3.1	Cálculo analítico.....	66
5.3.2	Cálculo normativo.....	66
5.3.3	Cálculo numérico.....	40
5.3.4	Comparativa.....	66
6	Conclusiones.....	71
6.1	Conclusiones alcanzadas.....	71
6.2	Futuras líneas de análisis.....	72
7	Bibliografía.....	73

ÍNDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1 - Eficiencia de forma a la resistencia a presión [6]	7
Ecuación 2 - Relación de ecuaciones de diseño [15].....	21
Ecuación 3 - Presión crítica de pandeo elástico lineal de una chapa cilíndrica [8]	22
Ecuación 4 - Presión crítica de pandeo elástico simplificada [6]	22
Ecuación 5 - Presión de deformación [8].....	22
Ecuación 6 - Factor 1 de la fórmula de presión de deformación.....	22
Ecuación 7 - Factor 2 de la fórmula de presión de deformación.....	23
Ecuación 8 - Factor 3 de la fórmula de presión de deformación.....	23
Ecuación 9 - Factor 4 de la fórmula de presión de deformación.....	23
Ecuación 10 - Presión de pandeo local [8]	23
Ecuación 11 - Presión pandeo general [8].....	23
Ecuación 12 - Factor de longitud	23
Ecuación 13 - Presión pandeo tripping [8].....	23
Ecuación 14 - Factor de tensión de la presión de pandeo tripping	23
Ecuación 15 - Factor 2 de la presión de pandeo tripping.....	24
Ecuación 16 - Equilibrio elasto-plástico [6]	24
Ecuación 17 - Carga crítica según Brush-Almroth simplificada [6]	24
Ecuación 18 - Carga crítica según Timoshenko [6].....	24
Ecuación 19 - Carga crítica según Timoshenko simplificada [6].....	24
Ecuación 20 - Carga crítica de pandeo en cilindro de longitud infinita [16]	24
Ecuación 21 - Carga crítica de pandeo en cilindro simplificada [16].....	25
Ecuación 22 - Norma para presión de pandeo general [17].....	25
Ecuación 23 - Norma para presión de pandeo general con imperfecciones [17]	26
Ecuación 24 - Norma para presión de pandeo general sin cuadernas [17].....	26
Ecuación 25 - Norma para presión pandeo local [17]	26
Ecuación 26 - Norma para el pandeo entre cuadernas [17].....	26
Ecuación 27 - Recta del método de bisección [20]	31
Ecuación 28 - Aproximación por método Regula-Falsi	31
Ecuación 29 - Aproximación por método de la secante	32
Ecuación 30 - Aproximación del método Newton-Raphson	32
Ecuación 31 - Equilibrio del método de Riks	33
Ecuación 32 - Carga total final [6]	34
Ecuación 33 - Error comparativo.....	39
Ecuación 35 - Elongación teórica de Ramberg-Osgood	55

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 - Ejemplo de pandeo [1]	2
Ilustración 2 - Snapped through [5]	5
Ilustración 3 - Comparación del factor de eficiencia de forma [6]	7
Ilustración 4 - Esferas conectadas [6]	8
Ilustración 5 - Cilindro reforzado con anillos con domos en los extremos [6]	8
Ilustración 6 - Distribución del casco resistente de un submarino S-80	9
Ilustración 7 - Modelo de submarino simplificado [6]	9
Ilustración 8 - Esquema básico de un submarino SSN637 [6]	10
Ilustración 9 - Modos de fallo en cilindros reforzados: a)Pandeo entre refuerzos, b)Pandeo local, c)Pandeo general [8]	13
Ilustración 10 - Resultado experimental de pandeo entre refuerzos [8]	13
Ilustración 11 - Resultados experimentales de pandeo local [8]	13
Ilustración 12 - Resultado experimental de pandeo general [8]	14
Ilustración 13 - Resultado experimental de pandeo interactivo [8]	14
Ilustración 14 - Comparativa de los diferentes modos de fallos (sección transversal y longitudinal) [9]	15
Ilustración 15 - Leyes de endurecimiento plástico [12]	17
Ilustración 16 - Geometría de análisis	36
Ilustración 17 – Parte del diseño de la geometría	38
Ilustración 18 - Carga y condiciones de contorno del pandeo	41
Ilustración 19 - Mallado para el pandeo	41
Ilustración 20 - Deformaciones del primer modo de pandeo	42
Ilustración 21 - Tensiones del primer modo de pandeo	42
Ilustración 22 - Deformaciones del segundo modo de pandeo	43
Ilustración 23 - Tensiones del segundo modo de pandeo	43
Ilustración 24 - Deformaciones del tercer modo de pandeo	44
Ilustración 25 - Tensiones del tercer modo de pandeo	44
Ilustración 26 - Deformaciones del cuarto modo de pandeo	45
Ilustración 27 - Tensiones del cuarto modo de pandeo	45
Ilustración 28 - Deformaciones del quinto modo de pandeo	46
Ilustración 29 - Tensiones del quinto modo de pandeo	46
Ilustración 30 - Deformaciones del sexto modo de pandeo	47
Ilustración 31 - Tensiones del sexto modo de pandeo	47
Ilustración 32 - Deformaciones del séptimo modo de pandeo	48
Ilustración 33 - Tensiones del séptimo modo de pandeo	48
Ilustración 34 - Deformaciones del octavo modo de pandeo	49
Ilustración 35 - Tensiones del octavo modo de pandeo	49

Ilustración 36 - Deformaciones del noveno modo de pandeo	50
Ilustración 37 - Tensiones del noveno modo de pandeo	50
Ilustración 38 - Deformaciones del décimo modo de pandeo	51
Ilustración 39 - Tensiones del décimo modo de pandeo	51
Ilustración 40 - Condiciones de contorno del análisis estático general	52
Ilustración 41 - Mallado para el análisis estático general	52
Ilustración 42 - Deformaciones del análisis estático general	53
Ilustración 43 - Tensiones del análisis estático general	53
Ilustración 44 - Cargas y condiciones de contorno aplicadas a la estructura a estudiar	57
Ilustración 45 - Deformaciones iniciales del análisis no lineal.....	58
Ilustración 46 - Tensiones iniciales del análisis no lineal	58
Ilustración 47 - Deformaciones del análisis no lineal (incremento 3).....	58
Ilustración 48 - Tensiones del análisis no lineal (incremento 3).....	59
Ilustración 49 - Deformaciones del análisis no lineal (incremento 5).....	59
Ilustración 50 - Tensiones del análisis no lineal (incremento 5).....	59
Ilustración 51 - Deformaciones del análisis no lineal (incremento 6).....	60
Ilustración 52 - Tensiones del análisis no lineal (incremento 6).....	60
Ilustración 53 - Deformaciones del análisis no lineal (incremento 11).....	60
Ilustración 54 - Tensiones del análisis no lineal (incremento 11).....	61
Ilustración 55 - Deformaciones del análisis no lineal (incremento 13).....	61
Ilustración 56 - Tensiones del análisis no lineal (incremento 13).....	61
Ilustración 57 - Deformaciones finales del análisis no lineal	62
Ilustración 58 - Tensiones finales del análisis no lineal	62
Ilustración 59 - Deformaciones interiores globales del análisis no lineal.....	63
Ilustración 60 - Deformaciones radiales finales del análisis no lineal	63
Ilustración 61 - Deformaciones hacia los extremos de los refuerzos en el análisis no lineal.....	64

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 - Protección catódica en embarcaciones.....	12
Tabla 2 – Estado del arte del cálculo analítico [14].....	21
Tabla 3 – Estado del arte calculo numérico.....	27
Tabla 4 - Sistemas de unidades de Abaqus [19].....	28
Tabla 5 - Clasificación de resultados experimentales y computacionales [8].....	37
Tabla 8 - Características plásticas propuestas para el modelo computacional.....	54
Tabla 6 – Características de la estructura.....	66
Tabla 9 - Resultados obtenidos.....	66
Tabla 10 - Comparativa de errores.....	67

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica 1 - Comparativa de pandeo perfecto e imperfecto [2]	2
Gráfica 2 - evolución tensión-deformación de fase elástica plástica [3]	3
Gráfica 3 - Partes de una gráfica tensión-deformación [4].....	4
Gráfica 4 - Efecto Bauschinger [10]	16
Gráfica 5 - Curva tensión/deformación modelo bilineal cinemático [11]	16
Gráfica 6 - Tensión crítica de pandeo según esbeltez [13]	18
Gráfica 7 - Método Regula-Falsi	31
Gráfica 8 - Método de la secante	32
Gráfica 9 - Método Newton-Raphson	32
Gráfica 10 - Método de Riks.....	33
Gráfica 11 - Ensayo experimental tensión-deformación con probeta de acero H-80...	55
Gráfica 12 - Tensión-deformación teórico del acero H-80	56
Gráfica 13 - Comparativa de curvas tensión-deformación del acero H-80	56
Gráfica 14 - Factor proporcional de carga del casco.....	64
Gráfica 15 - Evolución de la deformación a lo largo de la curva de carga.....	65
Gráfica 16 - Comparativa: Pandeo perfecto / Pandeo obtenido.....	68
Gráfica 17 - Ensayos experimentales de Kendrick de pandeo interframe [22].....	68
Gráfica 18 - Presión lateral crítica según las ecuaciones de Donnell [2].....	69
Gráfica 19 - Carga crítica adimensional según tipo de presión (editado) [2].....	70

1 INTRODUCCIÓN

El trabajo final de máster realizado consta de dos ejes principales de estudio. Los métodos de cálculo de estructuras sometidas a presión externa y los modos de fallos de estas. Se tratará de exponer brevemente el estado del arte de los diferentes métodos de cálculo y la comparativa de ellos mediante un ejemplo práctico. Centrándose en la descripción de los principales modos de fallo estructurales relacionados con el objeto ejemplo, un tramo de casco de un submarino.

En primer lugar, se explicarán los fundamentos teóricos para entender los modos de fallo a estudiar. Seguido, se mostrará el proceso de diseño y fabricación actual de submarinos. Pudiendo así, entender las condiciones reales del objeto a tener en cuenta en la posterior estimación de sus modos de fallo. Los cuáles serán descritos en detalle.

En segundo lugar, se definirán los tres métodos de cálculo que se realizarán en el análisis estructural del submarino. Prestando especial atención al software utilizado para el método numérico y el proceso matemático que este utiliza para resolver el problema propuesto.

Por último, se concretará la geometría del objeto y metodología a estudiar. Además de mostrar los resultados obtenidos por cada método y la comparación entre ellos. Dando lugar a unas conclusiones sobre el análisis obtenido.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS PARA EL DESARROLLO DEL TRABAJO

2.1 PANDEO

El pandeo es aquel fenómeno que se produce en elementos esbeltos cuando debido a una fuerza de compresión genera una inestabilidad elástica en la estructura que acaba cediendo en dirección transversal.

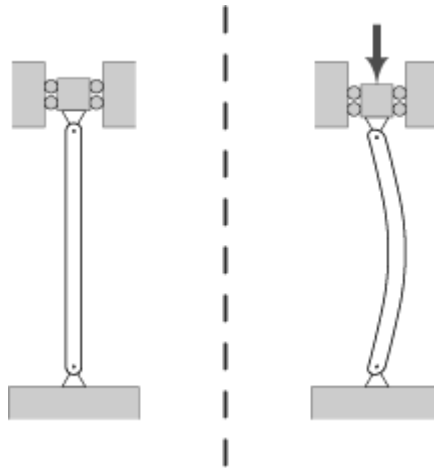
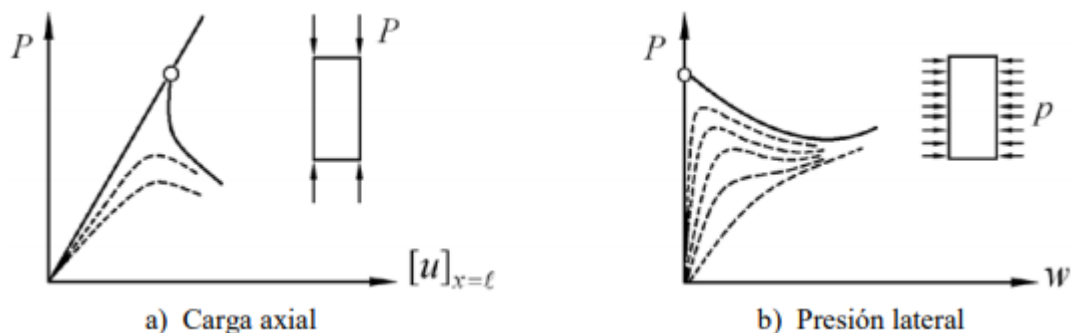


Ilustración 1 - Ejemplo de pandeo [1]

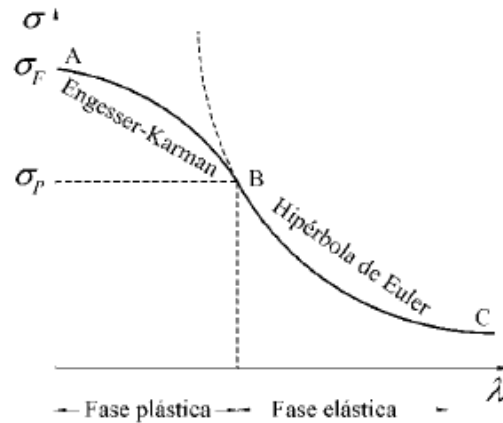
Este fenómeno fue teorizado por Euler el cual no tenía en cuenta los defectos de la estructura, los cuales reducen la fuerza necesaria para hacer pandear la estructura. De entre los defectos de estructura podemos encontrar excentricidades de carga, desigualdades en la geometría (tanto sección transversal como longitudinal), imperfecciones en la homogeneidad del material y tensiones residuales debido a su fabricación. Además de tener en cuenta los pequeños desperfectos locales que pueda tener la estructura por su transporte o instalación.

Todas estas imperfecciones reducen significativamente la resistencia al pandeo de la estructura. Esto sucede en mayor o menor medida dependiendo de la dirección de la carga en la estructura. Para el presente trabajo se expondrá un cilindro a presión lateral, por lo que podemos ver en la siguiente gráfica cómo las líneas discontinuas (casos reales de estructuras imperfectas) tienen menor resistencia que el caso teórico perfecto (línea continua).



Gráfica 1 - Comparativa de pandeo perfecto e imperfecto [2]

La teoría de Euler se representa en la siguiente gráfica como una curva exponencial cuyo límite se sitúa en la carga crítica de Euler, el punto en el cual pandearía la estructura si fuese perfecta. Sin embargo, en la realidad existen múltiples defectos que puede tener una estructura que no se ajustan a lo teóricamente diseñado. Esto hace que la estructura pandee mucho antes y de manera más progresiva (curva Engesser-Karman). Dependiendo de la geometría, material y del tipo de imperfecciones de la estructura variará la gráfica.



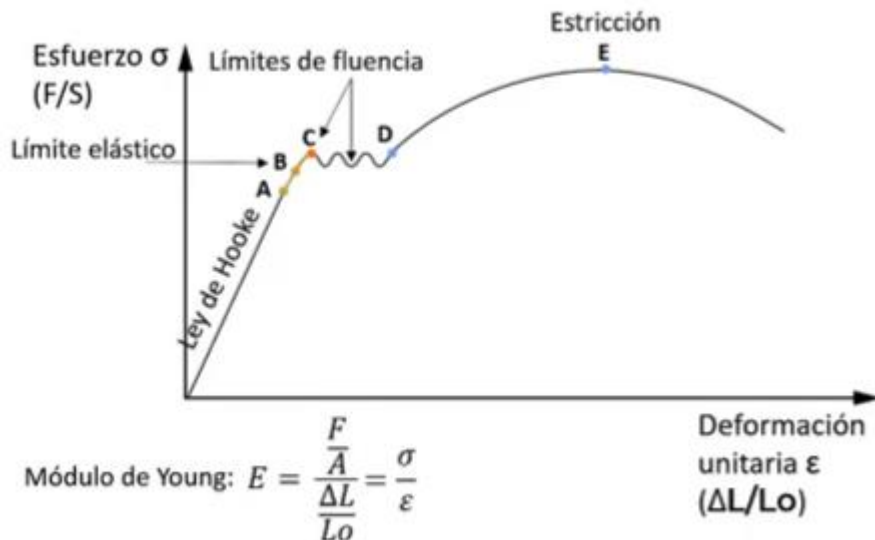
Gráfica 2 - evolución tensión-deformación de fase elástica plástica [3]

2.2 LINEALIDAD Y NO LINEALIDAD

Además de poder diferenciar en la mayoría de las gráficas de tensión-deformación de una estructura la parte lineal (elástica) de la no lineal (plástica) existe la misma categorización para las características de la estructura. Ya sea el material, la geometría o las condiciones de contorno.

La no linealidad del material es un aspecto clave a considerar cuando la relación tensión-deformación no es lineal, ya que los materiales utilizados en ingeniería son (en mayor o menor medida) no lineales. A la hora de estudiarlos se debe tener en cuenta las condiciones ambientales u otras, las cuales pueden hacer variar la constitución microscópica del material, variando su comportamiento. Pudiendo comportarse de manera totalmente lineal para pequeños esfuerzos.

En la siguiente gráfica tensión deformación se aprecia el patrón de comportamiento que siguen la mayoría de los materiales dúctiles utilizados en ingeniería.



Gráfica 3 - Partes de una gráfica tensión-deformación [4]

Cuando una estructura sobrepasa el límite elástico, sale de la fase más lineal de la función para entrar en una fase de no linealidad. Esto se produce cuando las moléculas del material se empiezan a mover debido a las primeras deformaciones dando un comportamiento más inestable, denominado zona de fluencia, y posteriormente se prolonga la deformación (de carácter no lineal, como se puede apreciar en la gráfica anterior) hasta llegar al punto de rotura. La no linealidad material tiene en cuenta la curva de deformación más allá de la parte lineal (módulo de Young), mientras que una observación de la parte lineal del material sería solamente considerando su parte elástica (módulo de Young).

El material elástico lineal (cumple la ley de Hooke) es el caso más simple de todos. A medida que el material entra en el tramo no lineal de comportamiento se debe considerar los siguientes tipos de comportamiento:

- Elástico no lineal (si es recuperable la deformación)
- Plástico (si es irrecuperable la deformación)
- Hiperelástico (su deformación no afecta a su resistencia)
- Viscoelástico o viscoplástico (a mayor velocidad de deformación mayor tensión)
- La temperatura puede llegar a variar el estado del material durante su proceso elástico, variando su composición molecular y por tanto su comportamiento. (El aumento de temperatura tenderá en la mayoría de los materiales a estados más dúctiles o plásticos. El descenso de la temperatura tenderá a estados más frágiles.)

Además de las no linealidades del material, otro de los aspectos claves a tener en cuenta para estimar las futuras deformaciones de una estructura son las posibles no linealidades geométricas. Estas se hacen evidentes produciendo grandes desviaciones en las deformaciones sufridas en la estructura a analizar. Las características de un problema geoméricamente no lineal son:

- Grandes desviaciones o rotaciones.
- Aumento de la rigidez geométrica (a causa de tensiones iniciales).
- Pequeñas modificaciones súbitas de la geometría (*snap through*).
- Variación en las fuerzas aplicadas (*follower forces*) al cambiar la geometría donde estas estaban siendo aplicadas.

Las *follower forces* pueden verse variadas con pequeñas deformaciones con respecto al tamaño de la estructura. Los primeros en definir qué considerar o no gran desplazamiento de una estructura fueron Kirchhoff & Love. Cuya teoría de placas establece que la teoría de pequeñas deflexiones es válida para una deflexión máxima menor al 20% del espesor de la placa. Comúnmente se considera que existirán efectos geométricos no lineales cuando la imperfección de la estructura sea perceptible a simple vista.

Respecto a los *snap through*, en la siguiente ilustración se observa como una chapa pandea y, como en la gráfica adyacente se muestra, existe una reducción en la carga aplicada durante el movimiento de la placa y un aumento de la resistencia (o aguante de carga) una vez la placa pasa de estar sometida a compresión a estar sometida a tensión.

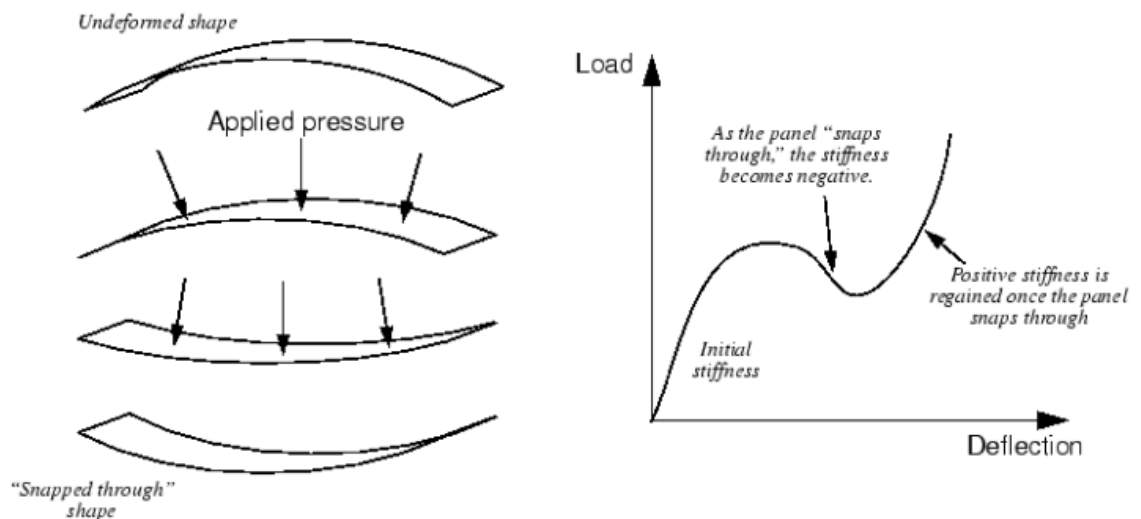


Ilustración 2 - Snapped through [5]

Dependiendo de la imperfección geométrica que tenga la estructura a analizar se utilizará una formulación u otra. En una estructura podemos clasificar las imperfecciones geométricas en tres niveles:

- Primer orden: Imperfecciones de rectitud o circularidad iniciales.
- Segundo orden: Imperfecciones que se producen por plastificación.
- Tercer orden: Imperfecciones que se producen por fisuras o fracturas.

La formulación utilizada para la parte elástica se clasifica como teoría de primer orden. La cual permite una rápida resolución para problemas lineales. Sin embargo, esta teoría no se puede utilizar en casos de grandes deformaciones como se encuentran en el estado plástico. En dicho caso se utilizará la teoría de segundo orden, mediante ecuaciones de equilibrio en el nuevo sistema deformado. Donde se estudiará la no-linealidad geométrica por plastificación, la cual produce unos elongamientos (ϵ) no proporcionales a las deformaciones geométricas. Esos nuevos desplazamientos de segundo orden, requieren recalculer los esfuerzos bajo la nueva configuración de cargas.

Si el proceso anterior de deformaciones de orden superior al primero es convergente, el sistema será elásticamente estable; sin embargo, en ciertas situaciones el proceso no será convergente, lo que implica que el sistema será elásticamente inestable. Por lo tanto inducirá a pandeo en caso de alcanzar la carga crítica.

Estos desplazamientos están relacionados tanto con las dimensiones de la estructura como con los contactos de esta, por lo que no se puede definir (simplemente

estimando las no linealidades geométricas) los futuros desplazamientos sin tener en cuenta las condiciones de contorno.

La no linealidad de las condiciones de contorno o límites se producen si estas condiciones cambian durante el análisis. Éstas son extremadamente discontinuas. Es decir, que si durante la simulación de sometimiento de la estructura se produce un cambio en sus condiciones de contorno (sea de un nuevo contacto que restrinja la deformación o una ausencia de uno inicial) se producirá gran cambio en la respuesta de la estructura de manera instantánea.

3 DISEÑO DE CASCOS RESISTENTES EN SUBMARINOS

Los cascos de presión o cascos resistentes son las estructuras centrales de carga de los submarinos y los AUV (vehículos submarinos autónomos). Un casco de presión es una estructura que está diseñada para resistir las fuerzas de compresión relacionadas con la presión hidrostática. Aunque en el caso de los submarinos de uso militar también están diseñados para soportar altos pulsos de presión debido a explosiones submarinas.

Dentro de estos cascos encontramos diferentes geometrías. Las cuales determinan en gran parte la resistencia del casco a la presión hidrostática. Desde finales del siglo XIX se empezaron a experimentar resistencias de diferentes geometrías metálicas a la presión externa, dando lugar a conclusiones en el siglo XX que se mantienen hasta la actualidad. Como se puede ver en la siguiente grafica la geometría más idonea para resistir la presión hidrostática es la esfera.

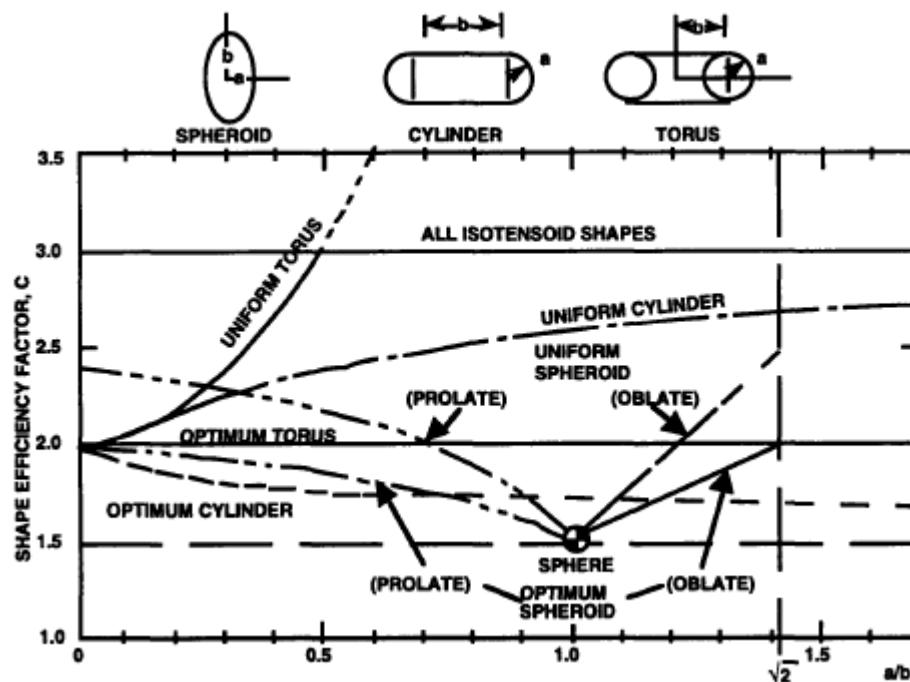


Ilustración 3 - Comparación del factor de eficiencia de forma [6]

Los datos de la gráfica previa están basados en la siguiente ecuación.

$$\frac{W}{D} = C \cdot \left(\frac{\sigma_a}{\rho}\right)^{-1} \cdot 12H$$

Ecuación 1 - Eficiencia de forma a la resistencia a presión [6]

Donde:

- C es el factor de eficiencia de forma de la membrana o chapa,
- ρ es la densidad de peso de la chapa (en libras partido pulgada cúbica),
- σ_a es la resistencia uniaxial del material (en libras partido pulgada al cuadrado),
- H es profundidad (presión) que aguanta el casco (en pies).

Sin embargo, debido a su pobre eficiencia hidrodinámica por su alta resistencia al avance, difícil manejo, su capacidad de estiba y habitabilidad y su dificultad para

amarrarla en puerto, se crearon a lo largo de la guerra fría diferentes submarinos con cascos resistentes con geometrías como la siguiente.

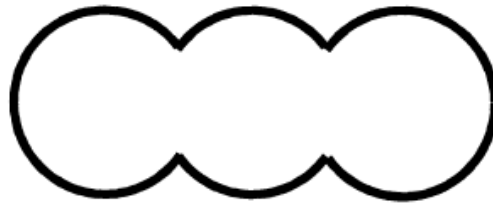


Ilustración 4 - Esferas conectadas [6]

Conectando esferas de manera doble o triple se pueden conseguir mejores características para las necesidades de un submarino manteniendo un alto grado de resistencia. A mayor número de esferas conectadas menor resistencia hidroestática. Estas conexiones se reforzaban con elementos estructurales como emparrillados y demás combinaciones triangulares de vigas.

Si bien las esferas son más resistentes a la presión externa que los cilindros, los mecanismos de refuerzo necesarios para combatir el fallo por pandeo son mucho más fáciles de implementar en los cilindros que en las esferas. Además, es mucho más sencillo fabricar cilindros con un alto nivel de precisión geométrica, por lo que finalmente los cilindros con refuerzos de anillo rígido se acabaron impusiendo como geometría mayoritaria en el sector de sumergibles de poca profundidad, debido a:

- Mayores posibilidades de disposición interna
- Forma hidrodinámica más efectiva
- Menor coste de fabricación

Por lo que se acaba apostando por la siguiente geometría, basada en un cilindro reforzado con anillos interiores (o exteriores) acabado con dos domos semiesféricos. Uno a cada extremo.



Ilustración 5 - Cilindro reforzado con anillos con domos en los extremos [6]

Con la evolución de los submarinos a mediados del siglo XX se desarrollaron submarinos con doble casco, el resistente (como podría ser el de esferas conectadas) y el hidrodinámico o superestructura. De este último se pueden determinar dos espacios. La carena (cuerpo cilíndrico envolvente al casco resistente) y la vela (parte superior sobresaliente del submarino). En la vela se situarán los mástiles así como la esclusa de acceso, mientras que en la carena se albergarán la mayoría de los equipos, tuberías, sónar, tubos lanzatorpedos y tanques de lastre. Todo ello cumpliendo con una función hidrodinámica proporcionando una menor resistencia al avance.

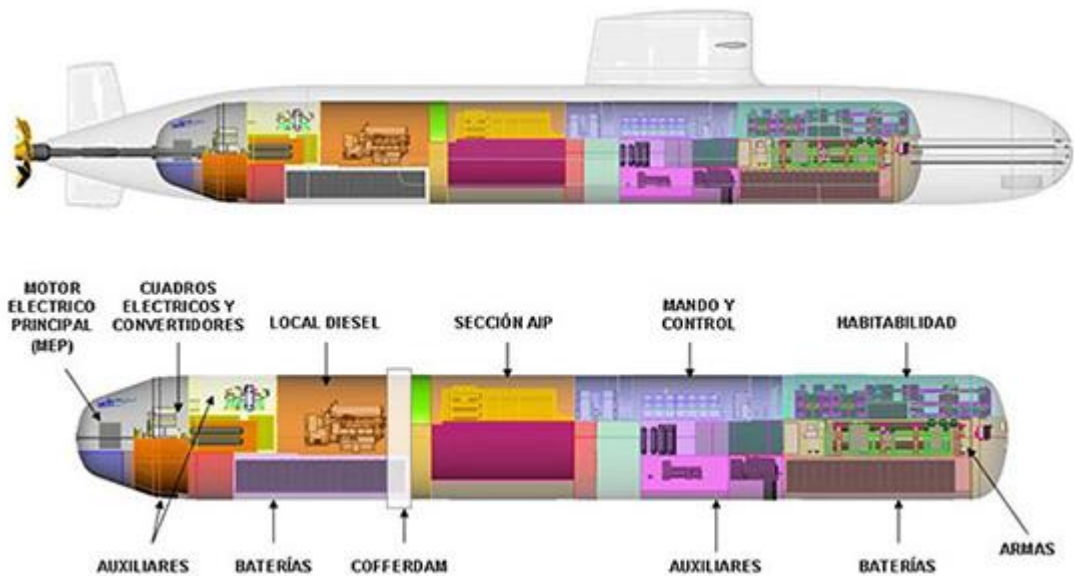


Ilustración 6 - Distribución del casco resistente de un submarino S-80

En la actualidad solo los submarinos de poca profundidad o ciertos tipos de drones han mantenido una estructura monocasco. Sin embargo, desde mediados del siglo XX, la gran mayoría de submarinos están contruidos con una estructura de doble casco (casco hidrodinámico y casco resistente).

El casco resistente está diseñado para mantener la habitabilidad dentro del depósito aguantando la diferencia de presión entre la hidrostática exterior y una presión interior de una atmósfera (permitiendo así la habitabilidad). Mientras que el casco exterior está diseñado para proporcionar unas formas hidrodinámicas al buque, siendo capaz de soportar cargas locales, entre la presión externa y la del tanque de lastre (situado entre el casco resistente y el casco hidrodinámico).

Con el paso del tiempo y la adaptación de los cascos resistentes a las necesidades hidrodinámicas del submarinos, se vió como una geometría coherente para resistir estas fuerzas de compresión eran las secciones transversales anulares. Esto aporta mayor resistencia que un refuerzo de anillo y además garantiza la estanqueidad entre zonas del buque. Desde entonces los submarinos se componen típicamente de una combinación de cono (en popa, debido a la resistencia hidrodinámica), cilindro central, reforzado con anillos y mamparos y cúpulas toriféricas o semiesféricas en cada extremo.

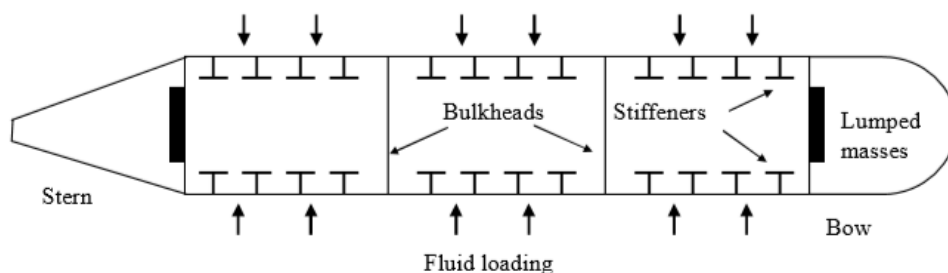


Ilustración 7 - Modelo de submarino simplificado [6]

Estas carcasas están diseñadas para soportar presiones globales estáticas superiores a los cincuenta bares, debido a la diferencia entre la presión exterior e interior del casco resistente. A la hora de escoger el material para la construcción de un submarino no solo importa su módulo de elasticidad (el cual debe ser lo más alto posible), sino que hay que tener en cuenta los siguientes puntos:

- Optimizar la relación resistencia-peso y la tenacidad.
- Resistencia al agrietamiento por corrosión bajo tensión y fatiga de ciclo bajo.
- Reducir las tensiones residuales en la fabricación del casco.
- Facilidad de fabricación del material en la forma deseada.
- Producibilidad del material según las especificaciones establecidas en la forma y tamaño solicitados.
- Coste de fabricación de estructuras y mantenimiento en servicio.
- Defectos materiales y defectos en la estructura fabricada.

Estos criterios para la selección del material del casco no se aplican solo en el sector de los submarinos, también se utilizan para industrias que utilizan estructuras cilíndricas reforzadas con anillos, como es el caso de la fabricación de mástiles y cimientos de turbinas eólicas marinas flotantes.

En el casco resistente de un submarino nos encontramos con dos partes esenciales, la chapa exterior y los refuerzos que aumentan su resistencia.

- Chapa:

Esta placa de acero puede llegar a escantillonados superiores a los 40 milímetros, moldeada según las necesidades de las formas del buque. Estas necesidades vienen delimitadas por el diámetro del casco, el espaciado entre cuadernas (anillos), la presión de diseño y la resistencia del material de la chapa.
- Refuerzos:

Estos refuerzos colocados generalmente como anillos transversales interiores, mamparos o anillos exteriores pueden variar su tamaño dependiendo de su zona y función. Colocándose refuerzos a una media aproximada de cuatro por cada tres metros de eslora. La mayoría de los refuerzos tiene perfiles en T, aunque existen una gran variedad de perfiles posibles a aplicar. En la siguiente imagen se puede apreciar la diversidad y ubicación de los diferentes refuerzos que se pueden encontrar en un submarino.

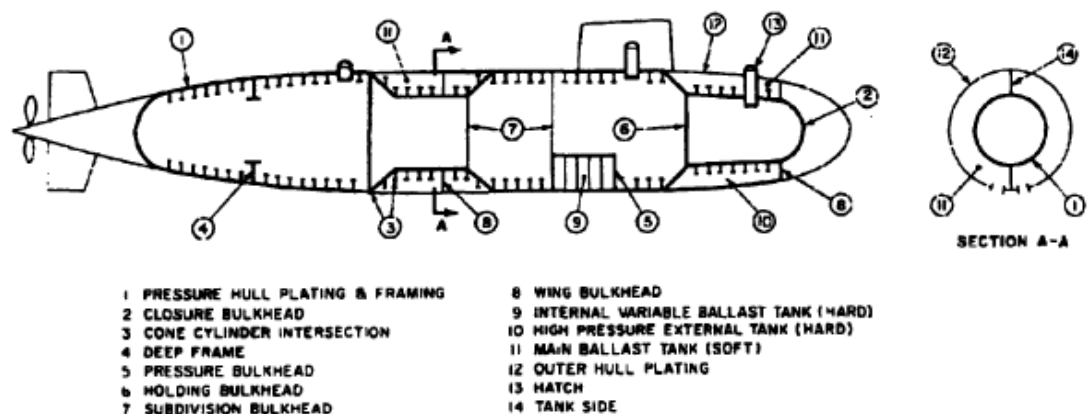


Ilustración 8 - Esquema básico de un submarino SSN637 [6]

La forma ideal para resistir la presión es la esfera, sin embargo, por los motivos ya mencionados, la geometría de un casco resistente es diversa. Por lo que para los cascos resistentes cilíndricos o cónicos tendrán que tener un mayor espesor de chapa o unos refuerzos adecuados para aumentar su resistencia en sus partes menos esféricas. Según la sociedad de clasificación DNV, la imperfección del radio nominal de la geometría real (con defectos de manufactura en la fabricación) respecto a la teórica (geometría perfecta) tiene que ser menor a 0'5%. En caso contrario las deformaciones reducirían demasiado la resistencia del casco hasta unos niveles no tolerables para cumplir los objetivos.

La tarea de construir un casco a presión es muy difícil. No importa cuán grande sea el submarino, su casco debe construirse con alta precisión. Los anillos de refuerzo resisten las inevitables desviaciones menores, pero incluso una desviación de una pulgada (25'4 mm) de la redondez puede dar como resultado una disminución de más del de resistencia a carga hidrostática.

3.1 FABRICACIÓN DE CASCOS RESISTENTES

La fabricación de un casco resistente comienza con el corte y soldadura de sectores de las cuadernas, pudiendo dividir estas en dos partes, alma y platabanda o ala. A las cuadernas se le soldarán sectores de forro (chapa), previamente cortados y curvados adecuadamente formando así los anillos. Los cuales al soldarse entre sí acaban formando el casco resistente.

El material utilizado para la construcción de submarinos convencionales es un acero templado y revenido de alto límite elástico, denominado 80HLES. A pesar de las inspecciones y controles dimensionales pertinentes, el casco de un submarino no se ajusta de manera perfecta a la geometría o a las propiedades del material establecidas en el cálculo teórico. A la hora de realizar un cálculo estructural con elementos finitos se deberá tener en cuenta las imperfecciones que se producen en la fabricación. Contra más número de las imperfecciones existentes se sea capaz de incluir mayor será la precisión del análisis respecto al comportamiento real de la estructura.

Uno de los fenómenos más comunes a tener en cuenta son las tensiones internas. Las cuadernas y las chapas de los cascos de presión submarina se moldean mediante flexión en frío durante la fabricación. La flexión en frío introduce una tensión residual significativa en estos componentes que puede ser perjudicial para la resistencia de la estructura. Posteriormente se añaden aún más tensiones internas al soldar las chapas o cuadernas entre ellas.

Parte de las soldaduras se realizan manualmente, mediante un procedimiento de soldadura mixto FCAW (soldeo bajo protección gaseosa e hilo tubular) y otras con SMAW (soldeo con electrodo revestido). En el caso de los refuerzos se puede observar como es muy común también el punteo (soldadura TIG) fijando así previamente las partes a soldar. En las soldaduras es donde se crean más tensiones internas, ya que tiene la peculiaridad (que no se produce en la modificación en frío) que la soldadura varía también la estructura molecular del material, al aumentar tanto la temperatura que llega a fundir la parte del material en contacto de la placa soldada con el material de soldadura.

Para aliviar las tensiones internas creadas por la soldadura entre dos chapas (o chapa con cuaderna) se utiliza calor (tanto de precalentamiento, entrepasadas (calor que aporta cada pasada de soldadura) y poscalentamiento o *soaking*. Otra de las opciones es aplicar vibraciones una vez toda la estructura está ensamblada. Las vibraciones se ejercen con un martillo neumático que golpea a lo largo de la soldadura por la totalidad de los lados que tenga, ejerciendo diferentes vibraciones en la estructura para eliminar diferentes tensiones internas.

Respecto a las imperfecciones en geometría cabe destacar dos efectos comunes:

- *Springback*:
 Cuando se deforma el metal en frío hay unas deformaciones plásticas y otras elásticas. Las elásticas acabarán desapareciendo (ya que al ser elásticas volverán a su estado inicial), pero las plásticas no, por lo que hay que tener en cuenta ese desplazamiento final de la chapa. Por lo que se provoca una sobre-deformación (*overbending*) inicial para obtener la forma deseada una vez el material haga su *springback*, es decir, que mantenga su deformación plástica pero recupere la elástica.
 Para estimar cuanta parte elástica hay en la deformación se tienen que tener en cuenta aspectos del material como su límite elástico, composición química, temperatura, entre otros. [7]
 La explicación analítica de este fenómeno se puede encontrar en la publicación: *Overbend prediction for cold-bent beams* (1986) de Mitchell GC.
- *Horse effect*:
 Este efecto es nombrado así debido al efecto que se crea al soldar los refuerzos a la chapa. Las tensiones internas creadas provocan que la estructura recuerde al tórax de un caballo flaco, donde las costillas serían las cuadernas y la chapa se hundiría hacia el interior. Esto puede tener efectos en algunos modos de colapso entre cuadernas.

Además de las imperfecciones mencionadas tenemos que tener en cuenta las posibles imperfecciones del material por corrosión o por procesos de envejecimiento de la propia materia prima. Por lo que se debería tener en cuenta en el estudio por FEM la corrección por posible erosión del casco resistente, el cual solo está protegido por pintura (el casco exterior sí tiene gran cantidad de ánodos). Mientras que la imperfección del material por su envejecimiento sería considerable si el material a tratar fuese aluminio o cobre, donde este efecto sí tiene más relevancia.

	BARCO	SUBMARINO
ÁNODOS	Sí	Sí (solo en casco exterior)
CORRIENTE IMPRESA	Sí	No
PINTURA	Sí	Sí

Tabla 1 - Protección catódica en embarcaciones

3.2 MODOS DE FALLO

Dentro del pandeo se encuentran diferentes tipos de fallo. La mayoría de ellos fueron clasificados en 1929 por Von Mises y Tokugawa. Corroborandolos y añadiendo modos de fallo el profesor Bryant en 1954. El estudio e investigación del pandeo sigue progresando a día de hoy para mejorar en la predicción de todos los posibles modos de fallo de estructuras sometidas a presión.

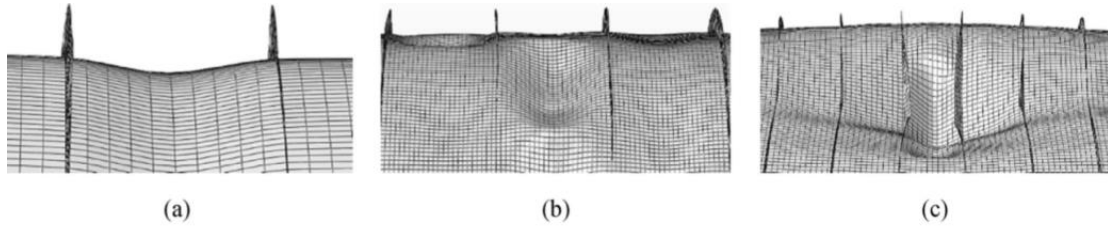


Ilustración 9 - Modos de fallo en cilindros reforzados: a)Pandeo entre refuerzos, b)Pandeo local, c)Pandeo general [8]

Seguidamente se muestran los modos de fallo de depósito sometido a presión externa:

- *Shell Yielding:*
Generalmente ocurre cuando los refuerzos (anillos) son muy fuertes y el espacio entre ellos relativamente pequeño. Este tipo de interframe collapse está dominado por la curva tensión-deformación del material, es decir, la plastificación del material.

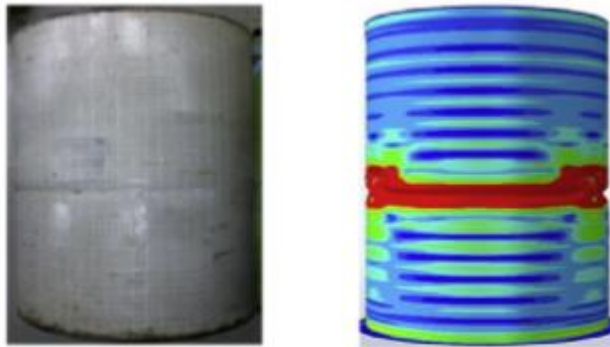


Ilustración 10 - Resultado experimental de pandeo entre refuerzos [8]

- Pandeo local o pandeo entre cuadernas:
Puede ocurrir cuando el espesor de la chapa es relativamente fino y los refuerzos son fuertes y el espacio entre ellos es relativamente grande. La chapa no mantendrá la forma circular y fallará para un alto número de lóbulos, los cuales pueden ocurrir a lo largo del anillo. Este tipo de colapso entre cuadernas es mayoritariamente de tipo elástico.

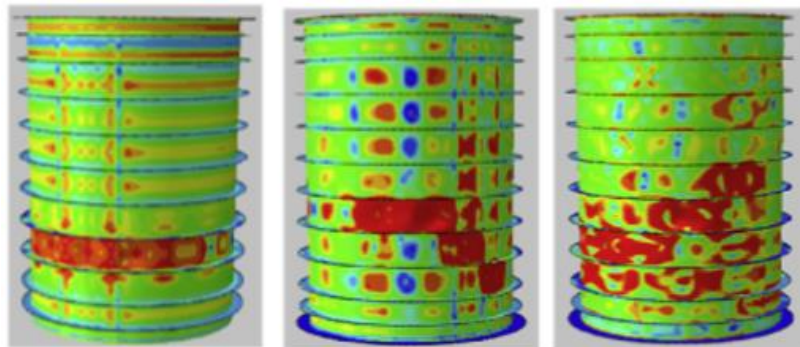


Ilustración 11 - Resultados experimentales de pandeo local [8]

- Pandeo general:
Inestabilidad general o colapso asimétrico de gran parte de la estructura. Ocurrirá cuando la estructura es relativamente larga, la chapa fina, y los refuerzos pequeños o mal distribuidos. La estructura fallará con un lóbulo largo/grande que comenzará en un punto medio de la estructura y se irá expandiendo hacia los extremos, comprimiendo tanto chapa como refuerzos.

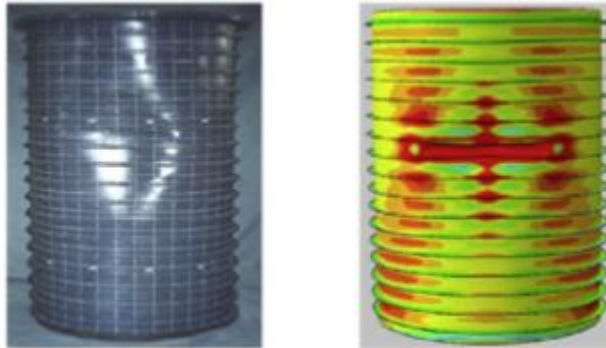


Ilustración 12 - Resultado experimental de pandeo general [8]

- Pandeo interactivo:
Cuando se produce pandeo local y general al mismo tiempo.

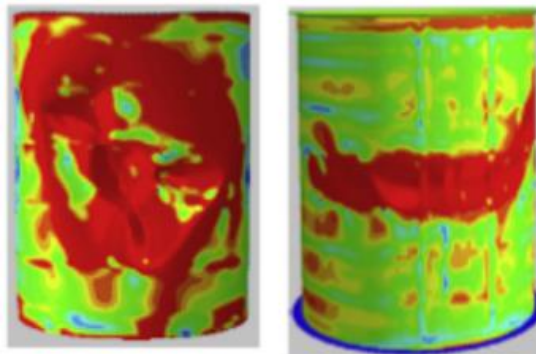


Ilustración 13 - Resultado experimental de pandeo interactivo [8]

- *Stiffener tripping*:
Pérdida de resistencia de los refuerzos, pudiendo desencadenar cualquiera de los pandeos mencionados anteriormente al combinarse con imperfecciones en la chapa.

En el primer instante de propagación del pandeo es cuando encontramos el incremento de tensión más alto. Esto es debido a que en régimen de post-colapso, justo después que sobrepase el límite de carga, la presión continúa sigue manteniendo su amplitud pero la resistencia del material se ve menguada repentinamente. Dejando de tener la geometría generalista y molecular suficiente para distribuir la presión por la estructura y no tener concentraciones de tensión. Solamente cuando la presión aplicada empiece a descender empezará a descender la tensión de la estructura.

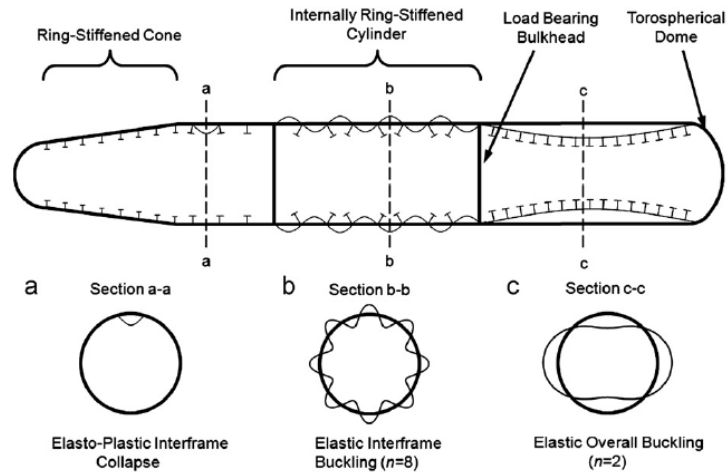


Ilustración 14 - Comparativa de los diferentes modos de fallos (sección transversal y longitudinal) [9]

A la hora de fabricar un depósito o un casco resistente se debe tener en cuenta que la estructura óptima debe tener relativamente un margen pequeño entre la presión de colapso general (*overall*) y la presión de colapso entre cuadernas (*interframe*). Dado que el intento de evitar una generará facilidades para que se propague la otra, el punto óptimo es igualarlas al máximo a nivel de probabilidad de ocurrencia, pudiendo obtener así la máxima resistencia a la presión sin sufrir ningún tipo de pandeo.

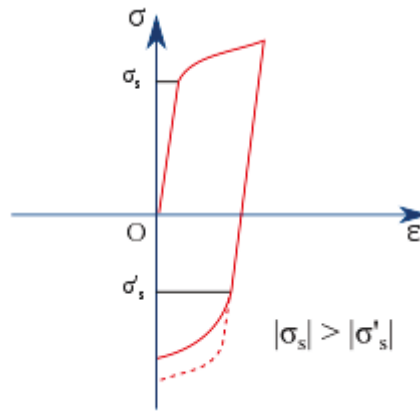
Este estrecho margen debe caer siempre a favor de prevenir en primer lugar el pandeo general, ya que es el más grave. Propiciando así que en caso de pandeo el que se produzca en primer lugar sea el pandeo local.

El modo de fallo de un casco de presión típico es, por lo tanto, el colapso elastoplástico, que combina inestabilidad de pandeo, plasticidad del material y efectos geométricos no lineales asociados con imperfecciones y grandes desplazamientos y rotaciones.

3.2.1 PLASTIFICACIÓN

El inicio (*onset*) de la plastificación se estima que se dará cuando se iguale la tensión de VonMises ejercida al límite elástico (σ_s) del material. Una vez un material supera su límite elástico entra en proceso de plastificación. Este proceso se puede desarrollar de diferentes maneras como veremos a continuación.

En caso variar (en sentido contrario) la tensión ejercida, una vez el material ha sobrepasado el límite elástico, se produce el efecto Bauschinger. Este efecto explica una propiedad de los materiales donde las características de tensión/deformación del material cambian como resultado de la nueva distribución molecular del material. Como podemos ver en la siguiente gráfica tensión/deformación, el sobrepasar el límite elástico por tracción reducirá el límite elástico por compresión (σ'_s). El cual debería situarse al comienzo de la curva de la línea discontinua.

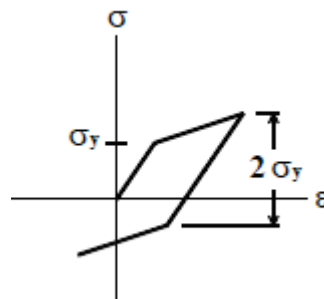


Gráfica 4 - Efecto Bauschinger [10]

Si vamos oscilando las fuerzas veríamos como esto se acaba traduciendo en una histéresis mecánica del material, variando a cada ciclo los límites elásticos tanto de tensión como de compresión, de forma simétrica. Aunque esto no se dará en este estudio, ya que en el caso de nuestro objeto de análisis no se estudiarán casos de fluctuación de fuerzas; se estudiará para una presión externa constante exterior. Esta variación de tensiones sí la encontraríamos por las vibraciones generadas por el equipo de propulsión del submarino. Provocando efectos estructurales en popa, que deben tenerse en cuenta en futuros análisis estructurales completos de la nave.

Al no cambiar de sentido la tensión ejercida (en este caso de estudio), continuará aumentando la tensión hasta ver como el material sigue plastificando hasta romper. Esta curva de plastificación puede ser representada de diferentes maneras: Lineal, bilineal o multilínea, y no lineal.

Las representaciones lineal y bilineal son simplificaciones de la curva real de plastificación para facilitar el cálculo de las propiedades del material, ya sea elástico no lineal, plasticidad pura o plasticidad con endurecimiento por deformación. En el caso del acero es común encontrar simplificaciones bilineales. Ya que el comportamiento de su endurecimiento es prácticamente cinemático, pudiendo aproximarlos a una gráfica como la siguiente.

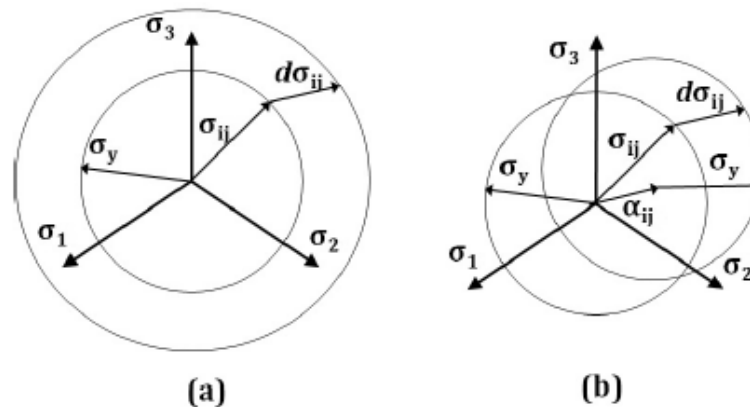


Gráfica 5 - Curva tensión/deformación modelo bilineal cinemático [11]

Una vez desarrollado el cálculo numérico se apuestan por representaciones no lineales, mucho más cercanas a la realidad del comportamiento del material. Dejando las simplificaciones lineales y bilineales para los cálculos analíticos.

En el caso de algunos materiales, como en el caso del acero, antes de entrar en fase de plastificación existe un punto de transición entre la parte elástica y la parte plástica, el punto de fluencia. Este pequeño tramo transicional se caracteriza por la rápida deformación del material sin aumento de la tensión. Una vez superado ese punto

el material requiere de más tensión para seguir deformándose debido al endurecimiento isotrópico y cinemático.



**Figura 3. (a) Endurecimiento Isotrópico
(b) Endurecimiento Cinemático**

Ilustración 15 - Leyes de endurecimiento plástico [12]

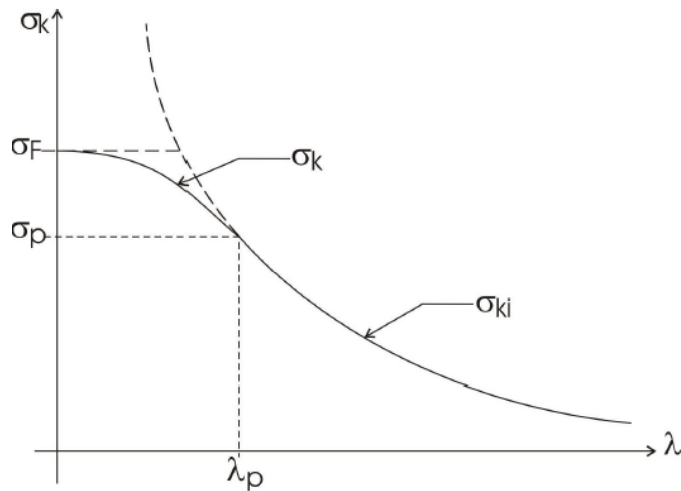
El endurecimiento del material se mide mediante la combinación de estos dos efectos, pudiendo predecir la evolución de deformación del material. La combinación del endurecimiento isotrópico (aumenta la superficie elástica de forma proporcional debido a la tensión en esas direcciones) y el endurecimiento cinemático (no aumenta la superficie elástica pero desvía el centro de tensión) determinan el endurecimiento que desarrollará el material. Estableciendo así la curva de plastificación.

3.2.2 INESTABILIDAD

Los primeros estudios sobre estabilidad elástica fueron resueltos por Euler. El cual como se mencionó en el apartado de “Pandeo” previó este fenómeno en base a unas suposiciones del elemento a pandear. Euler suponía una columna sometida a compresión con:

- Un material perfectamente homogéneo y elástico, (cumple la Ley de Hooke),
- Un eje perfectamente recto,
- Una carga perfectamente centrada,
- Y sin rozamiento en los acoplamientos de la columna.

La fórmula resultante de Euler daría una tensión crítica de pandeo infinita para esbelteces de material muy cortas. Al darse cuenta de la inviabilidad de la fórmula de Euler para estimaciones de pandeo para según qué esbelteces de columna se definió un valor que determinara donde se produce el primer error en la predicción de Euler. Esto se definió como límite de proporcionalidad (σ_p). A partir del cual si seguías aumentando la tensión se pasa de régimen elástico a régimen inelástico.



Gráfica 6 - Tensión crítica de pandeo según esbeltez [13]

En la gráfica se puede observar como para esbelteces (λ) inmediatamente inferiores a λ_p la tensión necesaria para hacer pandear estas columnas (esbeltez intermedia) es superior al límite de proporcionalidad. Rompiendo la tendencia de la ley de Euler. Mientras que a más se aproxima la gráfica a esbeltez cero (esbeltez corta) la función se fija en un valor de tensión (σ_F), el cual determina, ya no el pandeo, sino la plastificación del material. Ya que para columnas con tan poca esbeltez se llegará antes a la plastificación que al pandeo.

Para regímenes anelásticos o inelásticos Engesser determinó una teoría para poder predecir esa parte de la función. Las teorías del del modulo tangente. Mejorada posteriormente por él mismo con la teoría del doble módulo o módulo reducido. Basada en el mismo funcionamiento que la teoría anterior pero añadiendo nuevas variables.

3.2.3 FATIGA

La fatiga se produce por la continuidad de cargas de cierta amplitud que pueden producir grietas en la estructura y su final rotura. Las principales cargas cíclicas que sufre el casco resistente de un submarino son ciclos de carga y descarga derivados de las inmersiones y emersiones. Las vibraciones no suelen resultar un problema estructural para el casco ya que en un submarino se limitan al máximo para obtener una firma acústica lo más baja posible. Para un casco resistente, se estima que la vibración inducida debido a las fuerzas del fluido se encuentra al rededor del 10%. Mientras que el 50% de la vibración sería debida a la fuerza del eje, las cuales son reducidas hasta el 6-8% con una geometría cónica a popa.

Las vibraciones del equipo propulsor (únicas de cada nave) conforman la firma sonora. La firma sonora de un submarino es una combinación de ruido de banda ancha y ruido tonal, donde el ruido de banda ancha se debe principalmente al flujo y la cavitación (inexistente a altas presiones debido a la profundidad de navegación) y el ruido tonal se debe principalmente a la maquinaria interna y al sistema de propulsión. El ruido debido a una mala distribución de la carga en alguna de las palas es aproximadamente diez veces mayor en magnitud que el ruido debido al grosor de la pala de la hélice.

Los modos de vibración de un cilindro finito cerrado, que son los más importantes para la radiación del sonido, son los modos de acordeón o respiración. En este caso, el movimiento del cilindro es simétrico y el comportamiento estructural es similar al de una varilla maciza. Esos modos implican un fuerte movimiento de los extremos del cilindro, pero también un movimiento de la superficie del cilindro normal al fluido. En los

submarinos, las fuerzas axiales del eje pueden atenuarse mediante un cambiador de resonancia (RC - *resonance changer*), que actúa como un amortiguador dinámico de vibraciones.

Todas estas medidas deberían tenerse en cuenta en caso de tener variaciones cíclicas que afectasen a la estructura. Sin embargo, en este estudio se analizará únicamente la resistencia de un casco de un submarino a la presión hidroestática. Por lo que está situado en un análisis de fuerzas constantes, no variables. Por ello no existiría la posibilidad de sufrir fatiga en la estructura.

4 MÉTODOS DE CÁLCULO

En este apartado se describirá el estado del arte de los métodos de cálculo utilizados para resolver el pandeo de nuestro submarino. Para ello se verán las diferentes teorías de análisis propuestas por diversos ingenieros a lo largo del siglo XX y XXI. Definiendo finalmente qué teoría se elige para la realización del cálculo.

4.1 CÁLCULO ANALÍTICO

La primera forma de resolver los problemas de inestabilidad elástica de estructuras fue mediante procedimiento analítico. Dichos estudios fueron extraídos a base de formulación teórica y empírica. Ya que, en base a los resultados observados, se creaban fórmulas (muchas veces representadas en gráficas) pudiendo representar el comportamiento de la estructura para unas determinadas condiciones.

Los principales hitos en este campo se le pueden atribuir a los siguientes investigadores:

AÑO	AUTOR	ESTUDIO Y CONCLUSIONES
1929	Von Mises	Primeras formulaciones sobre pandeos y comportamientos de estructuras y materiales sometidos a presiones
1963	Timoshenko & Gere	Al pandear un cilindro se producen deformaciones asimétricas. Independientemente de la simetría de las fuerzas aplicadas. Debido a las imperfecciones geométricas del material.
1977	Wood & Zienkiewicz	Observaron como con el cálculo numérico de elementos finitos se podían conseguir resoluciones de estructuras más complejas.
1985	Bushnell	Corroboró la teoría de Timoshenko & Gere de 1963 teniendo en cuenta un mayor número de variables.
1995	Bagchi & Paramasivam (et al.)	Observaron cómo afectaban los efectos térmicos en la estabilidad de las chapas asimétricas.
2000	Ummenhofer & Knoedel	Observaron cómo afectaban las condiciones de contorno en el comportamiento de cilindros de acero pudiendo reducir su aguante al pandeo.
2004	Athiannan & Palaninathan	Evaluación experimental de la estabilidad de una geometría revolucionada laminar bajo tensiones axiales y cortantes.
2006	Boumechra & Kerdal	Corroboraron la teoría de Wood & Zienkiewicz de 1977 mejorando la fiabilidad y velocidad del cálculo numérico.
2008	Abdullah (et al.)	Estudio de vida de fatiga de chapas con cargas variables a lo largo y ancho del elemento.

AÑO	AUTOR	ESTUDIO Y CONCLUSIONES
2009	Jason	Realizando análisis lineal y no lineal de pandeo para geometrías revolucionadas sometidas a presión externa, determinaron que los puntos más cercanos a los vértices eran inestables en las fases de post-pandeo.
2010	Khamlichi (et al.)	Aplicando fuerzas compresivas a cilindros laminares observó el efecto que tenían los defectos en la geometría para cargas críticas. Dando lugar a modos de fallo interactivos.
2011	Bochkarev & Matveenko	Utilizaron estudio de geometrías de revolución mediante la inserción en su interior de líquido a presión. Observando así su comportamiento de estabilidad y dinámica del fluido.

Tabla 2 – Estado del arte del cálculo analítico [14]

El diseño de estructuras de cascos a presión para submarinos se realiza normalmente de acuerdo con los conceptos de diseño, el cual varía según el país de fabricación de estos cascos. Las cargas de diseño y criterios de resistencia están basados en las convenciones de la armada de cada país, donde consideran los efectos presentados en el apartado 3.2, la *shell yielding* (resistencia del material de la chapa), *shell buckling* (pandeo de la chapa), *general instability* (inestabilidad general) y *frame tripping* o *frame crippling* (efecto dominó en la deformación de cuadernas).

Teniendo en cuenta la teoría del cálculo de la resistencia de los criterios de diseño del casco a presión, Estados Unidos utiliza las ecuaciones y los resultados experimentales llevados a cabo en el DTMB (*Department of Technology, Management & Budget*) en las décadas de 1950 y 1960. Las ecuaciones conocidas como la ecuación de Pulos & Salerno, la ecuación de Windenburg, la ecuación de Bryant y la ecuación de Sanden & Günther. Aplicándose a la *shell yielding*, *shell buckling*, *general instability* y *frame tripping*, respectivamente.

En el Reino Unido, se utilizan fórmulas de diseño y diagramas de diseño basados principalmente en resultados experimentales de autoevaluación, como el BS 5500, sin embargo, para la *general instability* utilizan la ecuación de Bryant (de igual manera que los estado-unidenses) y la ecuación de Föppl para el *frame tripping*.

En Alemania, se aplican los informes del DTMB con modificaciones parciales, y las ecuaciones conocidas como la ecuación de Pulos & Salerno y Lurchick, la ecuación de Reynolds, la ecuación de Bryant modificada y la ecuación de Kennard. Aplicadas de igual manera que los países anteriores a los modos de fallo mencionados.

En el caso de la armada española no se ha podido encontrar documentación respecto a la formulación utilizada. Aunque se supone una formulación basada en las teorías del estado francés. Debido a su estrecha colaboración en pasados proyectos de buques submarinos militares.

$$P_{Shell\ Yielding} \geq P_{DesignW} \cdot P_{Shell\ Buckling} \geq P_{DesignW} \cdot P_{General\ Instability} \geq P_{Design}$$

Ecuación 2 - Relación de ecuaciones de diseño [15]

En base a la anterior ecuación (P_{design} es la presión exterior, la carga a la que se somete

el casco) se reglan la mayoría de las fórmulas existentes para el diseño de cascos resistentes para submarinos. A partir de esta consideración se pasarán a describir las fórmulas que se considerarán en este trabajo para el cálculo analítico.

Siendo:

- L = longitud
- a = radio del anillo
- h = escantillonado
- n = número de modo de pandeo
- I = momento de inercia
- E = módulo de Young
- R = radio
- L = longitud

El pandeo elástico (lineal) de una chapa cilíndrica podemos encontrarlo determinado por la siguiente solución analítica de Von Mises modificada.

$$P_{m1} = \frac{Eh}{a} \left[n^2 - 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi a}{L} \right)^2 \right]^{-1} \left\{ \left[n^2 \left(\frac{L}{\pi a} \right)^2 + 1 \right]^{-2} + \frac{h^2}{12a^2(1 - \mu^2)} \left[n^2 - 1 + \left(\frac{\pi a}{L} \right)^2 \right]^2 \right\}$$

Ecuación 3 - Presión crítica de pandeo elástico lineal de una chapa cilíndrica [8]

Para este trabajo utilizaremos la siguiente fórmula de pandeo elástico simplificada.

$$P_{crit} = \frac{(n^2 - 1)EI}{R^3L}$$

Ecuación 4 - Presión crítica de pandeo elástico simplificada [6]

Para el cálculo analítico del pandeo elástico de una chapa cilíndrica reforzada (anillo), se considerará que el refuerzo solo dará apoyo en la dirección radial, según indica la fórmula de Kendrick. Mientras que en el cálculo numérico, el refuerzo se representará en el software Abaqus como elemento chapa (*Shell*) aunque Kendrick lo trata en la fórmula como elemento viga (*Beam*).

Teniendo en consideración la siguiente formulación modificada a partir de la ecuación de Wilson (empezada por MacKay en 2007) se determina el valor de *Yield pressure*. Y seguidamente las siguientes presiones a calcular.

Siendo:

- A = área del anillo modificada
- v = coeficiente de Poisson

$$P_{\gamma} = \frac{\sigma_{\gamma} t}{R} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{(1 - \gamma G)}{2} + (1 - \gamma G)^2}}$$

Ecuación 5 - Presión de deformación [8]

$$\gamma = \frac{A \left(1 - \frac{v}{2} \right)}{(A + e_w t)(1 + B)}$$

Ecuación 6 - Factor 1 de la fórmula de presión de deformación

$$B = \frac{2tN}{\alpha(A + e_w t)}$$

Ecuación 7 - Factor 2 de la fórmula de presión de deformación

$$G = \frac{2 \left(\sinh \frac{\alpha L}{2} \cos \frac{\alpha L}{2} + \cosh \frac{\alpha L}{2} \sin \frac{\alpha L}{2} \right)}{\sinh \alpha L + \sin \alpha L}$$

Ecuación 8 - Factor 3 de la fórmula de presión de deformación

$$N = \frac{\cosh \alpha L - \cos \alpha L}{\sinh \alpha L + \sin \alpha L}$$

Ecuación 9 - Factor 4 de la fórmula de presión de deformación

Para la presión de pandeo local se utiliza la fórmula de Von Mises (1929), determinada en el informe "Experimental investigations on the failure modes of ring-stiffened cylinders under external hydrostatic pressure" [8].

$$P_m = \frac{Et}{R} \left\{ n^2 - 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi R}{L} \right)^2 \right\}^{-1} \left[\left\{ n^2 \left(\frac{L}{\pi R} \right)^2 + 1 \right\}^{-2} + \frac{t^2}{12R^2(1-\nu^2)} \left\{ n^2 - 1 + \left(\frac{\pi R}{L} \right)^2 \right\}^2 \right]$$

Ecuación 10 - Presión de pandeo local [8]

De igual manera, en el mismo informe, podemos encontrar la fórmula de pandeo general de Bryant (1954),

$$P_n = \frac{n^2 - EI_c}{R^3 L} + \frac{(Et/R)}{\left[n^2 - 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi R}{L_c} \right)^2 \right]} \left\{ \frac{1}{\left[n^2 \left(\frac{L_c}{\pi R} \right)^2 + 1 \right]^2} \right\}$$

Ecuación 11 - Presión pandeo general [8]

$$L_{eff} = \frac{1,556 \sqrt{RtN}}{\left\{ \left(1 + 0,5n^4 (t/R)^2 \right)^{0,5} + \left(\frac{n^2 (t/R)}{\sqrt{3}} \right) \right\}^{0,5}}$$

Ecuación 12 - Factor de longitud

Y la fórmula fórmula de Faulkner (1991), para la presión desencadenante o tripping:

$$P_{yf} = \frac{\sigma_y t R_f}{R^2 \left(1 - \frac{\nu}{2} \right)} \left[1 + \frac{A}{e_w t + \frac{2Nt}{\alpha}} \right]$$

Ecuación 13 - Presión pandeo tripping [8]

$$\sigma_t = \frac{G'J + ET_p \left(\frac{n}{R} \right)^2 + k_{0n} \left(\frac{R}{n} \right)^2}{I_0 + \frac{k_{0n}}{\xi P_m} \left(\frac{R}{n} \right)^2}$$

Ecuación 14 - Factor de tensión de la presión de pandeo tripping

$$\frac{\sigma_t}{P_t} = \frac{\sigma_y R_f}{P_{yf} R_s}$$

Ecuación 15 - Factor 2 de la presión de pandeo tripping

Para el pandeo elasto-plástico (no lineal) del refuerzo (anillo) se utilizará la formulación de Timoshenko o la de Brush & Almroth (sobrestima ligeramente los valores respecto Timoshenko, un 6%). Para resolver la carga crítica de pandeo del anillo, las ecuaciones de estabilidad deben resolverse para condiciones de contorno específicas. Dado que las ecuaciones de estabilidad son ecuaciones diferenciales homogéneas, la solución general se puede encontrar rápidamente. Tanto para la formulación de Timoshenko como para la de Brush-Almroth la fórmula para la carga crítica acaba resultando la misma, como se puede ver a continuación.

Teniendo las siguientes ecuaciones de equilibrio para Brush-Almroth:

$$\begin{aligned} EAa^2(v'_1 + w_1) + EI(v_1 - w'_1)'' &= 0 \\ EAa^2(v'_1 + w_1) - EI(v_1 - w'_1)''' + qa^3(w''_1 + w_1) &= 0 \end{aligned}$$

Ecuación 16 - Equilibrio elasto-plástico [6]

Nos queda que la carga crítica de pandeo del anillo es:

$$q_{cr} = 3 \frac{EI}{a^3}$$

Ecuación 17 - Carga crítica según Brush-Almroth simplificada [6]

Mediante el método de Timoshenko, el cual utiliza rigurosos métodos de energía y la deformación intuitiva de barras curvas, obtenemos la siguiente fórmula:

$$\frac{(1 - \nu^2)q_{cr}a}{Eh} = \frac{1 - \nu^2}{(n^2 - 1) \left(1 + \frac{n^2 L^2}{\pi^2 a^2}\right)^2} + \frac{h^2}{12a^2} \left(n^2 - 1 + \frac{2n^2 - 1 - \nu}{1 + \frac{n^2 L^2}{\pi^2 a^2}} \right)$$

Ecuación 18 - Carga crítica según Timoshenko [6]

Obteniendo también la misma solución (al simplificar) que el método Brush&Almroth:

$$q_{cr} = 3 \frac{EI}{a^3}$$

Ecuación 19 - Carga crítica según Timoshenko simplificada [6]

Para el pandeo de cilindro, omitiendo todo el álgebra previo, sin tener en cuenta los términos pequeños, la ecuación utilizada para determinar la carga crítica para un cilindro de longitud infinita es:

$$q_{cr} = \frac{Eh^3(n^2 - 1)}{12a^3(1 - \nu^2)}$$

Ecuación 20 - Carga crítica de pandeo en cilindro de longitud infinita [16]

Por lo que para nuestro cilindro a estudiar (con una relación menor l/a de 50) utilizamos el resultado de la anterior fórmula (Ecuación 20) para obtener:

$$q_{cr} = \frac{L}{l} (q_{cr})_0$$

Ecuación 21 - Carga crítica de pandeo en cilindro simplificada [16]

4.2 CÁLCULO NORMATIVO

A la hora de asegurar el correcto funcionamiento de los cascos resistentes se han determinado una serie de fórmulas analíticas como las más seguras y eficientes. Dependiendo de las organizaciones que lo regulen estas fórmulas pueden variar minimamente. Dependiendo de las consideraciones de la organización respecto a márgenes de seguridad, simplificación de la formulación para facilitar la comprobación de cada caso a estudiar y de las demandas históricas de los clientes.

Las fórmulas de cálculo de presión externa en un casco resistente vienen establecidas en normativas. Hay cinco sociedades reguladoras que se toman como referencia para cálculos de los cilindros con refuerzos a presión:

- PD-5500 *Specification for unfired fusion welded pressure vessels*, British Standard Institution, 2009 edition (sobrestima la presión de colapso)
- *Rules for the sub-surface ship submarine*, DNV-Germanischer Lloyd (DNV-GL), 2015 edition – DNV.GL were resembled based upon the Salerno and Pulos methodology.
- *Rules for Underwater vehicles*, American Bureau of Shipping (ABS), 2010 edition (infraestima la presión de colapso)
- *Rules for the classification of naval submarines*, Bureau Veritas, 2016 edition
- *American Petroleum Institute (API) from Bulletin on stability of design of cylindrical shells*, Bulletin 2U, 2000 edition

Para este trabajo se utilizará la regulación perteneciente a la tercera de las sociedades de clasificación mencionadas. Aunque se tendrá en cuenta la regulación *European Pressure Equipment Directive (97/23/EC)*.

De las normativas presentadas se ha escogido la más precisa en cuanto a la definición de sus fórmulas, la de Bureau Veritas. La cual establece fórmulas para cada modo de pandeo. Esta sociedad de clasificación determina en el punto dos del primer apéndice del capítulo dos de la parte C de la norma:

- Pandeo General:
La presión de pandeo crítica de inestabilidad general se basa en el número de ondas de pandeo o en el número de armónicos, n . Como regla general, n debe tomarse entre dos y veinte. Aunque el pandeo general no suele superar los cinco armónicos [6].

$$p_{GI} = \frac{Ea}{R_m} \frac{1}{\left[n^2 - 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi R_m}{L_c} \right)^2 \right] \left[1 + n^2 \left(\frac{L_c}{\pi R_m} \right)^2 \right]^2} + \frac{(n^2 - 1)}{R_g^2 R_{int} M} EI_c$$

Ecuación 22 - Norma para presión de pandeo general [17]

- Pandeo General con imperfecciones en la geometría:
La presión de pandeo crítica de inestabilidad general p_{GI} , teniendo en cuenta una falta de redondez dada ξ , es la raíz positiva más pequeña de la siguiente ecuación polinomial:

$$\frac{|\sigma_s(p_c)|}{p_c} x_n^2 - \left(\frac{|\sigma_s(p_c)|}{p_c} p_n + \frac{Ed\xi(n^2 - 1)}{R_m} R_{p0,2} \right) X_n + R_{p0,2} p_{GI} = 0$$

Ecuación 23 - Norma para presión de pandeo general con imperfecciones [17]

- Pandeo General sin refuerzos:
Utilizando la siguiente fórmula de VonMises,

$$p_{GI} = \frac{Ea}{R_{HB}(n^2 + \frac{\eta^2}{2} - 1)} \left[\frac{\eta^4}{(n^2 + \eta^2)^2} + \frac{a^2(n^2 - 1 + \eta^2)}{12(1 - \nu^2)R_{RH}^2} \right]$$

Ecuación 24 - Norma para presión de pandeo general sin cuadernas [17]

- Pandeo Local:
A diferencia del pandeo general, el pandeo local oscila entre los doce y quince armónicos [6]. Considerando como pandeo local el desplazamiento de la chapa del casco sin alteraciones en los refuerzos. Sin tener en cuenta las imperfecciones daremos por válido la mitad del resultado de la siguiente fórmula.

$$p_{GI} = \frac{Ea}{R_m(n^2 - 1 + \frac{\lambda^2}{2})} \left[\frac{1}{(1 + \frac{n^2}{\lambda^2})^2} + \frac{a^2(n^2 - 1 + \lambda^2)}{12(1 - \nu^2)R_m^2} \right]$$

Ecuación 25 - Norma para presión pandeo local [17]

- Frame Tripping:
La inestabilidad entre cuadernas es debida a la estructura de refuerzos, a la chapa que los aglutina o a ambos fenómenos. El pandeo del anillo se considera imposible si la cuaderna cumple con el siguiente criterio, el cual depende fundamentalmente de la distancia entre cuadernas y la inercia de estas.

$$\frac{EI_z}{R_{p0,2} R_{int} Z A_s} > 0.5$$

Ecuación 26 - Norma para el pandeo entre cuadernas [17]

4.3 CÁLCULO NUMÉRICO

Según el congreso del ISSC (*International Ship and Offshore Structure Congress*) en 2012, no se ha seguido investigando el cálculo numérico con tanta intensidad en los últimos años como entre los años los 50 y los 80. Tanto investigaciones numéricas como experimentales, para casos de cilindros reforzados con anillos. Hasta ahora, no existe un diagrama general sobre cómo los análisis de elementos finitos no lineales pueden justificarse con precisión como reales, en el modelado computacional de cilindros reforzados en anillo.

Actualmente en el contexto de los FEM (método de elementos finitos), hay dos tipos de métodos de análisis de pandeo normalmente usados, el lineal y el no lineal. El análisis lineal de pandeo resuelve a partir de un problema algebraico de valor multiplicador, llamado *eigenvalue*. Sin embargo, en la práctica (especialmente en estructuras delimitadas con elementos *shell*) este análisis se hace insuficiente para estimar la carga de colapso. Para solventarlo se utiliza el análisis no lineal, el cual tiene

un alto coste computacional y temporal cuando el modelo a analizar es de gran tamaño. [18]

La teoría clásica lineal de pandeo de chapa (elemento *Shell*), indica que un cilindro perfecto puede pandear de forma asimétrica (*tripping buckling*), o bien en forma de tablero de ajedrez. Mientras que el pandeo no lineal abre la puerta a una predicción del pandeo asimétrico mucho más aproximado a la realidad. Cada vez más preciso y rápido a medida que han mejorado los algoritmos de cálculo y la velocidad de cálculo computacional.

Desde la expansión de las capacidades de computación en los años 80 se pueden destacar los siguientes estudios en el campo de cálculo numérico sobre inestabilidad elástica con el método de elementos finitos.

AÑO	AUTOR	ESTUDIO Y CONCLUSIONES
1980	Brendel & Ram	El análisis de estabilidad lineal se repetía (a diferentes niveles de carga) en el tramo de prepandeo no lineal. Por lo que estimaron la carga de pandeo final trazando lo que hoy en día llamamos <i>Eigenvalue</i> .
1986	Chang & Chen	Basándose en la metodología <i>Eigenvalue</i> , propusieron un esquema para predecir la carga actual de pandeo de una estructura, combinando análisis de pandeo lineal y análisis de prepandeo no lineal por geometría, con un número de cargas y <i>steps</i> mínimos. Demostrando la efectividad de este método para su implementación en elementos vigas y <i>shell</i> en diversos experimentos numéricos.
1996	Bagchi & Paramasivam	Implementación del método de Chang&Chen usando elementos tipo <i>shell</i> cónicos con cuatro grados de libertad por nodo. Obteniendo la carga crítica de pandeo por análisis <i>Eigenvalue</i> (de una estructura sin tensiones internas) más cercana a la real, simulando una estructura con tensiones internas (debido a unas cargas aplicadas). En vez de simular una estructura sin cargas internas directamente, el cual daría un resultado más alejado de la estructura sin cargas internas reales. Este método también puede ser usado para determinar el punto de bifurcación (si este existe).

Tabla 3 – Estado del arte calculo numérico

A continuación se desarrollarán los apartados que conforman un estudio de cálculo numérico:

- Geometría del modelo.
- Características del modelo (material y secciones).
- Condiciones de contorno del modelo (restricciones y fuerzas).
- Estudio a realizar al modelo (lineal o no lineal).

Los estudios de cálculo numérico son aplicados sobre un modelo geométrico, el cual representa la estructura a estudiar. Este modelo puede ser creado en el mismo software de cálculo (si lo tiene habilitado para ello) o exportar desde otro programa de diseño un archivo compatible. Pudiendo crear cualquier tipo de geometría, ya sea en una, dos o tres dimensiones.

Una vez instertada la geometría en el software se definen los inputs para la resolución de la simulación. El software de utilizado para este trabajo (Abaqus) no especifica el sistema con el que sea desea trabajar, sino que proporciona al usuario una tabla de unidades para que utilice siempre los valores de una sola columna. Garantizando así la coherencia física en los resultados finales.

	S.I.	S.I. (mm)	Anglosajón	Anglosajón (pulgadas)
Longitud	m	mm	Pies	Pulgadas
Fuerza	N	N	Libras	Libras
Masa	Kg	Toneladas	<i>slug</i>	Libras·s ² /pulgadas
Tiempo	S	s	s	s
Tensión	Pa (N/m ²)	MPa (N/mm ²)	Libras/pies ²	Psi (libras/pulgadas ²)
Energía	J	mJ (10 ⁻³ J)	Pies·Libras	Pulgadas·Libras
Densidad	Kg/m ³	Toneladas/mm ³	<i>Slug</i> /pies ³	Libras·s ² /pulgadas ⁴

Tabla 4 - Sistemas de unidades de Abaqus [19]

Una vez obtenida la geometría del modelo se procede a asignarle unas características. Desde las características del material que lo conforman hasta las secciones o espesor de la geometría en caso de ser en una o dos dimensiones. Dando la posibilidad de realizar estudios de estructuras 3D con geometrías en 1D o 2D agilizando así el cálculo computacional.

Posteriormente se le pueden añadir imperfecciones a la geometría. Ya sea a través de condiciones de contorno o de código interno del modelo. El cual te determina unas determinadas deformaciones porcentuales para los primeros pasos de ejecución del programa. En caso de ser de forma permanente para todos los pasos de ejecución del programa estaríamos hablando de condiciones de contorno.

A la hora de aplicar características al material de nuestro modelo, el software nos ofrece multitud de opciones. En muchos casos se trata de simplificar el comportamiento real de dicho material, por tal de obtener un óptimo resultado del estudio al menor coste computacional.

Materiales como los metales estructurales convencionales, pueden soportar solo cantidades muy pequeñas de deformación elástica. Pudiendo aprovechar este comportamiento para simplificar la descripción de la deformación de dicho material. Dado que el comportamiento es tan común, la suposición de que las deformaciones elásticas son siempre pequeñas, forma la base de casi todos los modelos de materiales inelásticos en los software de cálculo.

Estos programas tienen la capacidad para estimar el pandeo elástico mediante la extracción de valores propios. Esta estimación suele ser útil para estructuras parcial o totalmente rígidas, en las que la respuesta al pandeo previo es casi lineal. La estimación de la carga de pandeo se obtiene como un multiplicador del patrón de cargas de perturbación, que se suman a un conjunto de cargas de estado base. Representa el estado inicial al que se suman las cargas de perturbación. La respuesta a las cargas de perturbación debe ser elástica hasta los valores estimados de carga de pandeo, para que las estimaciones de valores propios sean razonables.

Se encuentra una amplia variedad de materiales en los problemas de análisis de tensión, y para cualquiera de estos materiales se encuentra disponible una gama de modelos constitutivos para describir el comportamiento del material. Por ejemplo, un componente hecho de un acero estructural estándar se puede modelar como un material elástico lineal isótropo sin dependencia de la temperatura. Este modelo simple probablemente sería suficiente para el diseño, siempre que el componente no se encuentre en una situación crítica. Sin embargo, si el componente estuviese sujeto a una sobrecarga severa, es importante determinar cómo podría deformarse bajo esa carga y si tiene suficiente ductilidad para soportar la sobrecarga sin colapsos de importancia.

Si la tensión última en una prueba de tensión de una muestra del material está muy por encima de la tensión de fluencia inicial, deberá incluirse el endurecimiento isotrópico y cinemático que se produzca en el proceso de deformación. Estas características del material requieren ser almacenadas, formando una serie de tensores que definen el estado en un punto de cálculo de material. Dichos "tensores del estado del material" se almacenan por sus componentes en un sistema local, ortonormal, en el punto de cálculo del material. La orientación de ese sistema con respecto al sistema espacial global se almacena como una rotación del sistema de eje global.

Este ordenamiento del método de elementos finitos dará lugar a la ejecución del análisis a realizar. En caso de desear un análisis no lineal (con o sin consideración de la no linealidad geométrica, dependiendo de si el analista juzga que la estructura podría deformarse o sufrir grandes cambios de geometría durante el evento) para determinar la respuesta. Pero la sobrecarga severa podría aplicarse repentinamente, provocando un rápido esfuerzo del material. En tales circunstancias, la respuesta inelástica de los metales generalmente exhibe dependencia de la velocidad: la tensión aumenta a medida que aumenta la velocidad de deformación. Por lo tanto, podría ser necesario un modelo de material "viscoplástico" (dependiente de la velocidad). (Argumentar que es conservador ignorar este efecto porque es un efecto de fortalecimiento no es necesariamente aceptable; el fortalecimiento de una parte de una estructura podría causar que la carga se desprenda a otra parte, lo que resultaría ser más débil en su conjunto).

Si el fallo está asociado con la localización (desgarro de material o pandeo local), podría ser necesario un modelo de material más sofisticado porque tales localizaciones dependen de detalles del comportamiento constitutivo que generalmente se ignoran debido a su complejidad (Needleman, 1977). O si la preocupación no es una sobrecarga grave, sino un fallo gradual del componente debido a la fluencia a alta temperatura o debido a la fatiga de ciclo bajo, o tal vez una combinación de estos efectos. Entonces la respuesta del material durante varios ciclos de carga, en cada uno de los cuales puede ocurrir una pequeña cantidad de deformación inelástica, debe predecirse una circunstancia, en la que se necesita modelar mucho más el detalle de la respuesta del material.

A la hora de realizar cualquier estudio de cálculo estructural es imprescindible conocer las condiciones de contorno que limitan la estructura. El cálculo numérico te permite gran cantidad de variedad de condiciones de contorno. Desde limitaciones

totales de giro y desplazamiento, deformaciones, tensiones, fuerzas, así como determinado margen de maniobra u otras opciones para estudios más avanzados como temperatura asignada a cada parte.

Las fuerzas o restricciones aplicadas al modelo pueden ser aplicadas directamente a regiones geométricas del modelo. Sin embargo, en la mayoría de los casos esto no es suficiente para simular de forma aproximada la realidad de la estructura, ya que el software utilizado no permite situar las cargas o condiciones de contorno en el lugar deseado con los puntos, aristas y superficies creados. Por lo que se necesita de una mayor versatilidad a la hora de aplicar dichas condiciones, es decir, mayor rango de puntos donde poder aplicar fuerzas o restricciones. Para ello se utilizan los puntos de la malla, la cual una vez se crea, se forman los elementos y nodos especificados a lo largo y ancho de la geometría. Dando mayor versatilidad a la hora de elegir puntos (geométricos o de malla) de la estructura donde asignar fuerzas o restricciones.

A todo modelo geométrico se le determina un malla de puntos (llamados nodos, entre ellos forman elementos) los cuales servirán para tomar como referencia para realizar el cálculo en cada uno de esos puntos. Pudiendo así preveer la reacción de la estructura en su totalidad al obtener el resultado de cada uno de los puntos situados por toda la geometría. A mayor densidad de nodos, mayor densidad de malla, más preciso será el cálculo. Por lo que se tratará de realizar una malla más fina a las regiones donde requiramos una mayor precisión de cálculo, ya sea por nuestro especial interés en determinada zona o por sus previsible críticos resultados.

Este mallado, característica principal del cálculo numérico, creado para la precisión del cálculo estructural se utiliza también para incrementar la precisión de las ubicaciones de las condiciones de contorno. Dando la posibilidad de ser aplicadas por puntos o elementos, y no por grandes zonas geométricas.

La biblioteca de elementos de estos programas proporciona una completa capacidad de modelado geométrico. Por este motivo, se puede utilizar cualquier combinación de elementos para componer el modelo. A veces, se requieren restricciones multipunto para la aplicación de las relaciones cinemáticas necesarias para formar el modelo (por ejemplo, para modelar parte de una superficie de carcasa con elementos sólidos y parte con elementos de *shell* o para modelar un codo de tubería con una mezcla de elementos viga y *shell*). Por lo que el abanico de opciones a la hora de plantear un modelo de estudio es muy amplio.

Una vez terminado el modelo con sus características y condiciones externas se determina el proceso de estudio que se desea realizar. Cuya precisión del método de elementos finitos estará influenciada por los siguientes parámetros:

- El número de elementos.
- Aplicación de cargas.
- Condiciones de contorno.

Aunque el método de los elementos finitos se encuentra todavía en la fase de desarrollo, este método es ampliamente utilizado en muchas áreas de la mecánica estructural y continua. Comparando con estudios experimentales, Bae et al. (2016) afirmó que el método de elementos finitos puede producir datos experimentales virtuales de manera óptima y fiable. Esperando su mejora en el futuro impulsada por una evaluación más exacta por parte de los matemáticos.

Hoy en día, la mayoría de las evaluaciones del método de elementos finitos tienen como objetivo desarrollar la función de forma o elementos mejorados, que pueden proporcionar una convergencia rápida y una mayor precisión. Para ello se necesita mejorar la resolución de ecuaciones no lineales mediante métodos numéricos.

4.3.1 ECUACIONES NO LINEALES

Los modelos de elementos finitos generados son generalmente no lineales y pueden involucrar desde unas pocas hasta miles de variables. En términos de estas variables, las ecuaciones de equilibrio obtenidas se obtienen discretizando la ecuación de trabajo virtual. Pudiendo resolver ecuaciones imposibles de abordar de manera analítica. Dependiendo del tipo de función (curva más o menos pronunciada) veremos como se comporta mejor uno u otro método.

A la hora de resolver ecuaciones no lineales encontramos diferentes métodos iterativos. El método de bisección, el método de Regula-Falsi y el método de la secante. De estos métodos tenemos que tener en cuenta tres características que los definen:

- Algoritmo que utiliza.
- Interpretación gráfica.
- Convergencia (velocidad y fiabilidad).

El método de bisección se basa en el Teorema de Bolzano. Este teorema se basa en la existencia de, al menos, una raíz de una función $f(x)$ para un intervalo $[a; b]$, bajo ciertas condiciones. Pudiendo aproximar una solución de la ecuación a $f(x) = 0$ dividiendo el intervalo inicial en dos subintervalos iguales y eligiendo aquel en el que $f(x)$ cambia de signo. Este proceso se repite hasta que se cumpla el criterio de parada de proceso iterativo determinado.

El método Regula-Falsi se basa del método de Bisección, mejorándolo al elegir una aproximación m a distancias de los puntos a y b proporcionales a $f(a)$ y $f(b)$. Siendo la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(a; f(a))$ y $(b; f(b))$:

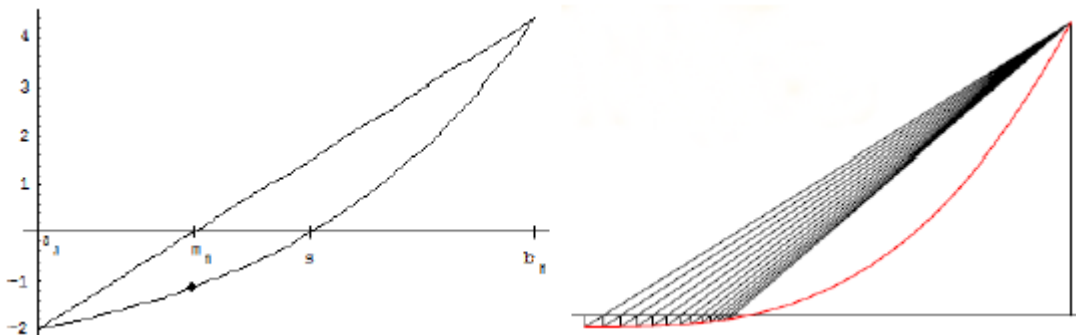
$$\frac{y - f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{x - a}{b - a}$$

Ecuación 27 - Recta del método de bisección [20]

Donde el corte con el eje de coordenadas x es, para $x = 0$ nos da un valor de m :

$$m = \frac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)}$$

Ecuación 28 - Aproximación por método Regula-Falsi



Gráfica 7 - Método Regula-Falsi

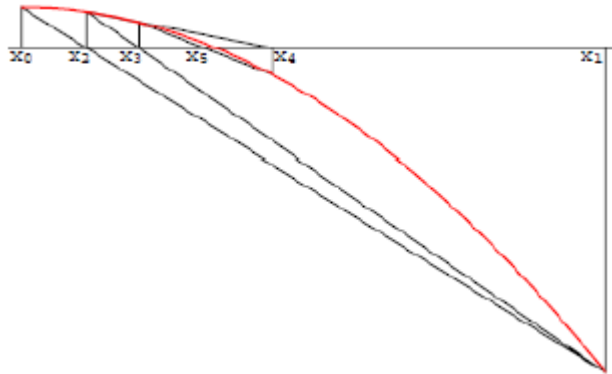
A la hora de realizar el cálculo numérico converge con más rapidez al punto s (solución a encontrar) el método Regula-Falsi gracias a su primer acercamiento recortando distancias e iteraciones al punto s por la aproximación m , que en el método de Bisección. Ya que al tiene un extremo fijo y la amplitud de los intervalos no pasa por cero. Sin embargo, no es el método perfecto ya que no admite acotación del error.

Método de Newton-Raphson es un método basado en el método de la secante. Este último consiste en de un método iterativo en el que, en cada paso, calcula una

aproximación de la solución en lugar de un intervalo que la contiene. Se parte de $x_0 = a$ y $x_1 = b$ y se calcula, iterativamente para cada $n \geq 1$, la intersección de la secante que une los puntos $(x_{n-1}; f(x_{n-1}))$ y $(x_n; f(x_n))$ con el eje de abscisa, obteniéndose la abscisa. Por lo que la ecuación de este método es la siguiente:

$$x_{n+1} = \frac{x_{n-1}f(x_n) - x_n f(x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

Ecuación 29 - Aproximación por método de la secante

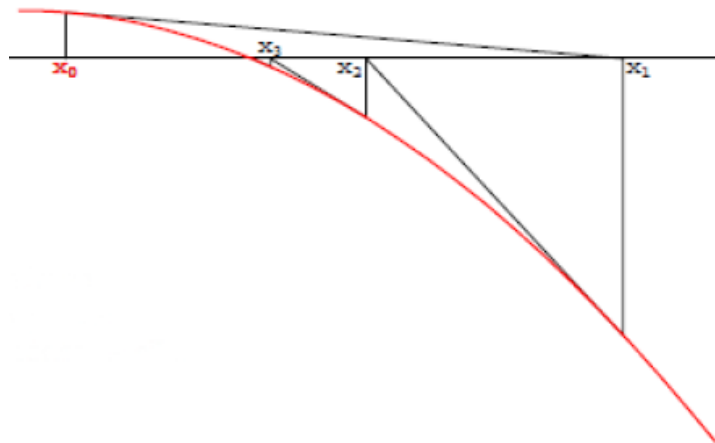


Gráfica 8 - Método de la secante

Mientras que el método de Newton-Raphson mejora el método de la secante, realizando, en cada iteración n , la recta tangente a $f(x)$ en $(x_n; f(x_n))$ y tomar como siguiente aproximación x_{n+1} la intersección de dicha tangente con el eje de abscisas. Por tanto, teniendo en cuenta que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto $(x_n; f(x_n))$ es $[y - f(x_n) = f'(x_n)(x - x_n)]$, nos resulta la siguiente fórmula:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Ecuación 30 - Aproximación del método Newton-Raphson



Gráfica 9 - Método Newton-Raphson

Este método es más rápido, pero requiere una acotada elección del X_0 y una $f'(s)$ diferente de cero. Pudiendo producir situaciones de divergencia o de oscilación, por lo que haría falta acotar el error.

Para el caso de este estudio utilizaremos el Método Riks. Este tiene una mejor aproximación para funciones con curvas muy pronunciadas. Este será el terreno en el que trabajaremos debido a las curvas que se producen en situaciones de inestabilidad elástica o plastificación de estructura, donde las condiciones de resistencia del material pueden cambiar bruscamente.

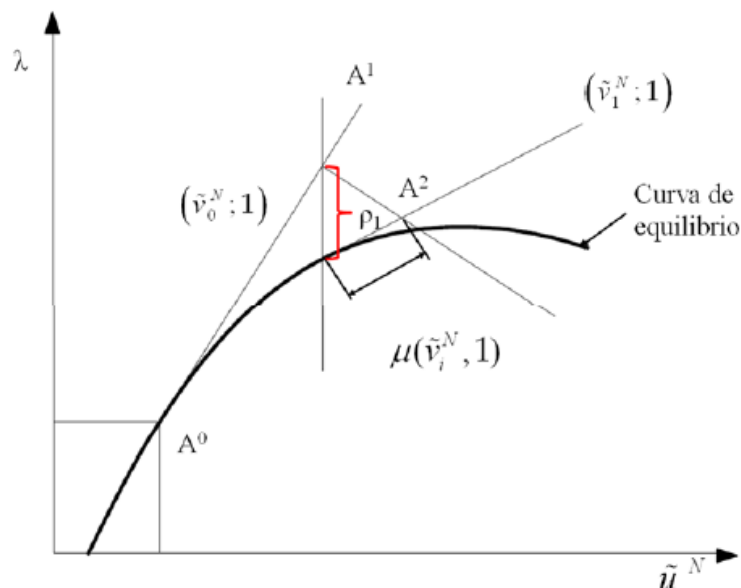
Este método se divide en fase predictiva y la fase correctora. En primer lugar, se ejecuta la fase predictiva, donde se determina el tamaño de la longitud de arco en cada incremento (le indicaremos al software la longitud que queremos y luego irá ajustando automáticamente para una mejor convergencia), el cual se basa en la tangente a la curva en el punto de equilibrio donde se encuentre la función. Incrementando el factor de carga (λ) llegando al punto marcado en la siguiente gráfica como A_1 . Una vez alcanzado este punto comienza la fase correctora, la cual busca la solución de equilibrio en una línea perpendicular a la trazada, la cual coincidirá con la tangente a la función en el punto A_2 .

Siendo la ecuación de equilibrio:

$$r = \lambda q - f(u) = 0$$

Ecuación 31 - Equilibrio del método de Riks

Siendo r el vector de fuerzas residuales, λ el multiplicador del vector de fuerzas nodales externas q , y f el vector de fuerzas dependiendo del desplazamiento u . Dando como resultado la siguiente gráfica para cada grado de libertad a estudiar.



Gráfica 10 - Método de Riks

Donde:

- P^N es la la carga de refencia en cada grado de libertad (N marca el grado de libertad en el que se aplica esa carga)
- u^N es el desplazamiento nodal en cada grado de libertad (N marca el grado de libertad en el que se aplica esa carga)
- λ es el factor proporcional de la carga (*Load Proportionality Factor*)

La carga aplicada al modelo se regirá en todo momento por la siguiente fórmula:

$$P_{total} = P_0 + \lambda(P_{ref} - P_0)$$

Ecuación 32 - Carga total final [6]

Siendo:

- P_{total} la magnitud de la carga a aplicar en ese momento,
- P_0 la carga al principio del el tamaño del paso (*step*),
- P_{ref} la carga definida por el usuario en los inputs.

Para cada incremento de carga varía λ . Por lo que para el método de Riks será necesario definir previamente el incremento de longitud de arco para comenzar a calcular. Además de tener la posibilidad de marcar el máximo de iteraciones a realizar y en qué punto de la gráfica deseas que empiece el cálculo.

Con este método, se puede limitar la cantidad de datos del historial de tiempo que se necesita para el análisis. Además, el *step* es muy crítico para obtener una precisión de la carga de pandeo. Si el tamaño del paso es demasiado grande, el algoritmo no puede capturar la solución deseada. En esencia, sobrepasaría el punto de solución. Con un tamaño de paso pequeño, el método puede llegar a la solución de manera efectiva, pero puede tardar mucho tiempo de ejecución para encontrarla.

4.3.2 ABAQUS

Abaqus está diseñado como una herramienta flexible para el modelado de elementos finitos. Un aspecto importante de esta flexibilidad es la forma en que Abaqus permite al usuario recorrer el historial que se va a analizar. Esto se logra mediante la definición de procedimientos de análisis.

Un concepto básico en Abaqus es la división del historial del problema en *steps* (referido a los tipos de análisis del programa, no a las iteraciones de cada análisis). En cada *step* el usuario elige un procedimiento, definiendo así el tipo de análisis a realizar durante el paso: análisis de tensión dinámica, pandeo de valor propio, análisis de transferencia de calor transitoria, etc. Dado que el estado del modelo (tensiones, deformaciones, temperaturas, etc.) se actualiza a lo largo de todos los pasos del análisis, los efectos del historial anterior siempre se incluyen en la respuesta en cada nuevo paso. Así, por ejemplo, si la extracción de frecuencia natural se realiza después de un paso de análisis estático geoméricamente no lineal, se incluirá la rigidez de la precarga.

En problemas no lineales el objetivo es obtener una solución convergente al menor coste computacional posible. Abaqus permite el control directo por parte del usuario del tamaño del incremento, mientras que el control automático del software (donde el usuario define el paso y especifica ciertas tolerancias o medidas de error) selecciona automáticamente los incrementos a medida que desarrolla la respuesta a cada iteración. Este enfoque suele ser más eficiente, porque el usuario no puede predecir la respuesta con anticipación. El control automático es particularmente valioso en los casos en que el incremento de tiempo o carga varía ampliamente a lo largo del paso, como suele ser el caso en problemas de plastificación.

Este programa permite el “ploteo” de gráficas Carga/Desplazamiento, Carga/Tiempo, Desplazamiento/Carga. Pudiendo observar como la función cambia de dirección. Detectando el punto de bifurcación donde se produce el pandeo.

5 CASO DE ESTUDIO

Estudio comparativo de los resultados obtenidos, de cara a valorar la precisión de cada una de las metodologías seguidas (analítica, numérica, normativa), y el grado de validez de las mismas en las distintas fases en las que se puede encontrar un proyecto de una estructura de este tipo.

5.1 GEOMETRÍA DE ANÁLISIS

En primer lugar se modelará un cilindro perfecto que represente la parte central de un submarino con sus correspondientes cuadernas de refuerzo. Aunque los refuerzos se suelen modelar mediante un elemento de viga (beam), en nuestra geometría la totalidad de los elementos son de tipo *shell*, tanto la chapa del casco como los refuerzos.

Las medidas del modelo son:

- 32 metros de eslora x 15 metros de diámetro (con 40 refuerzos transversales a lo largo de la eslora)
- Espesor chapa: 35mm
- Espesor refuerzos (en T de 250x125mm): 15 mm alma y 30mm ala

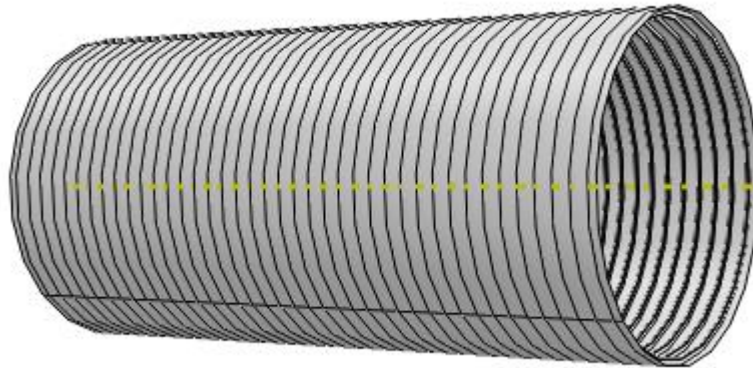


Ilustración 16 - Geometría de análisis

La cantidad de refuerzos se ha escogido en base a estructuras de otros submarinos convencionales actuales. En caso de que la cantidad de refuerzos sea muy elevada, o el espacio entre ellos muy pequeño, se llegaría antes al límite elástico del material que al pandeo de ese tramo de chapa. Hecho que favorecería el colapso general por encima del conveniente colapso local, soportable por la nave.

El colapso del casco resistente de un submarino es un proceso difícil de simular. Debido a la impredecibilidad de las variables, entre las que encontramos no linealidades tanto materiales (comportamientos elasto-plásticos) como geométricas. El colapso puede ser también influenciado por la presencia de tensiones residuales, causadas en el proceso de fabricación, no solo por no linealidades geométricas (circularidad, desalineación de cuadernas) sino por no linealidades en la estructura molecular del material debido a las múltiples soldaduras. Contra mayor número de estas variables se puedan añadir a la simulación de elementos finitos mayor será la precisión de la estimación numérica.

En el caso de este estudio se introducirá una geometría imperfecta simulando los defectos que tendría un casco real. El modelo imperfecto será determinado por las

condiciones de contorno, forzando deformaciones a lo largo del cilindro perfecto creado.

Se realizarán dos tipos de deformaciones, una entre dos cuadernas para poder comparar con los resultados normativo-analíticos, y otra con diferentes deformaciones imitando las diversas deformaciones de un casco real, pudiendo observar el caso de un colapso general. Estas deformaciones exteriores e interiores (en relación al eje del casco) de apenas unos milímetros en base a la línea recta (del perfil de la geometría perfecta) se han tomado en función de lo marcado con la normativa DNV para el análisis de estructuras realmente imperfectas, fijado como el coeficiente de variación (COV).

La normativa marca que el coeficiente de variación (COV - *Coefficient Of Variation*, OOC - *Out Of Circularity*) no debe superar el 0'5% del radio. Por lo que en este caso se le aplicará una desviación a las líneas de puntos cercana a 10 mm, quedando así por debajo de los 37'5 milímetros máximos de deformación (para estudiar el caso de pandeo local) y unas desviaciones cercanas a los 60 mm, provocando así el pandeo general.

Esta forma de implementar la geometría imperfecta con las condiciones de contorno crea, además de deformaciones, tensiones iniciales. Representando las tensiones de un casco real resultantes de la fabricación y ensamblaje de las piezas, debidas a las soldaduras o al modificado en frío. Estas son las imperfecciones más importantes a la hora de diseñar un casco resistente, las cuales propician inestabilidad de pandeo y aceleración de la plastificación.

Sería de gran ayuda para una simulación fiable la posesión de datos reales de pruebas empíricas a un casco de las mismas dimensiones que el modelo. Pudiendo así observar los posibles comportamientos post-pandeo, los cuales son los más difíciles de predecir. Un ejemplo de esto sería la tabla de resultados de un depósito sometido a carga axial, donde se comparan los resultados del modelo numérico y normativo analítico con los del experimento. Con una distribución como la siguiente:

Summary of substantiation with test results.

Model	Characteristic pressure (MPa)				Collapse Pressure Exp. (MPa)	Exp./Pred. (Xm)				
	Shell yielding (P_Y)	Local buckling (P_m)	Overall buckling (P_n)	Tripping (P_t)		Num	PD 5500	DNV-GL	ABS	API

Tabla 5 - Clasificación de resultados experimentales y computacionales [8]

El valor X_m representa la desviación entre el valor previsto teóricamente y el valor resultante del experimento. Indicando el error de la fórmula. Obteniendo errores más reducidos (más próximos al error mínimo de valor 1) siendo el COV lo más pequeño posible.

5.2 METODOLOGÍA Y OBJETIVO DEL ANÁLISIS

El objetivo de este trabajo se basa en visualizar el comportamiento respecto a la resistencia al pandeo de un casco sometido a presión externa. Para obtener una conclusión se compararán resultados teóricos y computacionales. A falta de demostrar también una mayor precisión de los cálculos numéricos respecto a los teóricos, al compararlo con resultados experimentales, demostrado en diversos estudios mencionados en la Tabla 3 – Estado del arte calculo numérico.

En primer lugar, se procederá a resolver el cálculo numérico para observar qué tipos de pandeo se detectan. Estos valores serán comparados en una tabla con los resultados de las formulaciones analíticas correspondientes a esos pandeos. Pudiendo

así comparar el error o diferencia entre los diferentes métodos de análisis para la determinación de un mismo tipo de pandeo.

Para el cálculo numérico se ha realizado íntegramente en el programa Abaqus, desde el diseño de la geometría como la resolución del análisis. La geometría se ha creado en el apartado de dibujo (*Part*) del software utilizando la herramienta *Shell Revolve*. Haciendo rotar 360° (respecto a un eje central) el perfil de casco y refuerzos que conforman el tramo de submarino a estudiar.

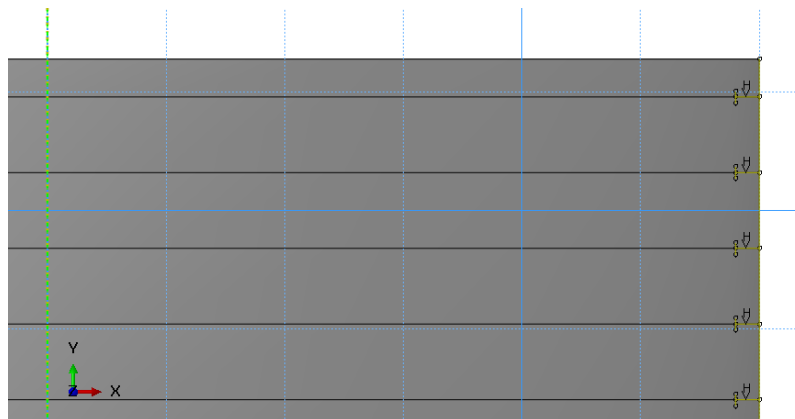


Ilustración 17 – Parte del diseño de la geometría

Una vez creada la geometría se le asignará el material y el espesor al casco, alma y ala de los refuerzos. Ya que se diseñaron con elementos *shell*, los cuales por defecto no tienen un espesor determinado. Seguidamente se fijará la presión y las condiciones de contorno a la que será sometida la geometría y el proceso de análisis que se estudiará.

El análisis del pandeo consta de una primera parte donde se realiza un estudio de pandeo lineal (con la geometría sin deformaciones forzadas), extrayendo los primeros modos de pandeo de la estructura, pudiendo así desarrollar posteriormente el estudio del pandeo no lineal. Donde se pretende simular temporalmente la deformación que sufrirán las geometrías diseñadas sometidas a la presión establecida.

Una vez extraído del análisis de pandeo lineal el valor de *Eigenvalue*, es decir el indicador de la carga de pandeo de la estructura, se procederá a realizar el análisis de pandeo no lineal. El cual se ejecutará utilizando el método Riks, calculando así hacia donde irá la chapa en el post-pandeo. Este método funciona especialmente para detectar los fallos por *interframe*, los cuales son los más probables inicialmente en los submarinos. Cuyo fallo se provocará para estudiar la reacción de la estructura en el software y compararla con los resultados obtenidos de formulación analítica.

Abaqus calcula el pandeo elástico mediante la extracción de valores propios, llamados *eigenvalues*. Esta estimación suele ser útil para estimar la carga crítica (bifurcación) de estructuras rígidas, donde la respuesta al pandeo previo es casi lineal. Esta estimación de la carga de pandeo se obtiene como un multiplicador del patrón de cargas de perturbación, que se suman al conjunto de cargas aplicadas a la geometría. A la hora de considerar razonables los *eigenvalues* extraídos por el software, la respuesta a las cargas de perturbación debe ser elástica hasta los valores estimados de carga de pandeo. Esto debe ser así para cualquier software de análisis estructural. La diferencia de resultados entre diferentes software es muy poca, alrededor del 3% (dependiendo de los software a comparar).

Abaqus ofrece dos métodos de extracción de valores propios, Lanczos y Subspace. El método de Lanczos es generalmente más rápido cuando se requiere una gran cantidad de modos propios para un sistema con muchos grados de libertad. El

método de iteración Subspace puede ser más rápido cuando solo se necesitan unos pocos (menos de 20) modos propios.

En este último método se puede especificar el valor propio máximo de interés, indicando al programa la extracción de valores propios hasta que se haya extraído el número solicitado o hasta que el último valor propio extraído supere el valor propio máximo de interés.

Si se solicita el *eigensolver* de Lanczos, también puede especificar los valores propios mínimos y máximos de interés; indicando al software la extracción de autovalores hasta que se haya extraído el número solicitado de autovalores en el rango dado o se hayan extraído todos los autovalores en el rango dado.

Una vez realizados los cálculos en Abaqus se compararán con los cálculos analíticos para ver la diferencia (error) entre ellos. El error cuantitativo se puede estimar tomando la raíz cuadrada media (RMS) del error relativo para cada par analítico-numérico de presiones de pandeo. Mientras el error relativo para cada caso viene dado por:

$$error = \frac{P_{abaqus}}{P_{analítica}}$$

Ecuación 33 - Error comparativo

Antes de proceder a mostrar los resultados obtenidos, se debe tener en cuenta que este trabajo se ha llevado a cabo sin considerar las fuerzas vibratorias (ya que esto es información clasificada por la firma sonora del submarino), hidrodinámicas o explosivas a las que puede estar sometida la estructura de un submarino. De igual manera no se ha considerado la reducción de espesor de chapa por corrosión, la reducción de material para penetraciones y los soportes entre el casco resistente y el casco hidrodinámico. Lo cual reduciría la resistencia del submarino al pandeo.

Abaqus proporciona flexibilidad en relación a los tipos de elementos, modelos de material, y estrategias resolutivas no lineales. Sin embargo no realiza buenas estimaciones para materiales anisotrópicos (lo contrario de isotrópicos), como sería el caso del acero moldeado en frío, el cual pasa de isotrópico a anisotrópico al darsele forma sin aportación de calor (Si es moldeado en caliente sigue siendo isotrópico). Por lo que en este caso de estudio se considerará que el metal no ha pasado por ninguna fase anisotrópica durante su proceso de fabricación.

5.3 RESULTADOS

A continuación, se mostrarán los valores de pandeo conseguidos por cada método. Finalizando con un apartado de comparativa de los mismos, donde serán concentrados los resultados obtenidos en la Tabla 8.

5.3.1 CÁLCULO NUMÉRICO

Para obtener unos resultados en Abaqus del análisis no lineal son necesarios dos estudios previos. Los cálculos de pandeo lineal y de establecimiento de las deformaciones forzadas. En el cálculo del pandeo se define el *eigenvalue* (carga a aplicar a la estructura en el análisis no lineal), mientras que, en el siguiente cálculo, estático general, se establecen las imperfecciones en la geometría. Generando el modelo donde posteriormente se ejecutará el análisis no lineal. Seguidamente se describirán por orden cada uno de los análisis.

5.3.1.1 PANDEO LINEAL

El análisis de autovalores tiene como objetivo obtener la carga crítica de pandeo. Esta servirá como dato para la realización del análisis no lineal. Este análisis de pandeo lineal se realiza con la geometría perfecta descrita en el apartado 5.1 con los siguientes inputs definidos:

- Propiedades:
Se ha aplicado al modelo el acero HLES80.
Material isotropico con parte elastica con un módulo de Young (E) de $2e11$ y un ratio de Poisson de 0.3 .
- Step:
Para el pandeo lineal (*buckle*), a la hora de elegir el *eigensolver* para el análisis se ha elegido el tipo *Subspace*, con un número de *eigenvalues* requeridos de diez (para facilitar la convergencia del análisis), 18 vectores utilizados por iteración y un número máximo de 500 iteraciones.
- Carga y condiciones de contorno:
Se seleccionaron las circunferencias del extremo superior e inferior y se encastraron, restringiendo cualquier traslación y rotación. Respecto a la carga se aplicó a la superficie exterior una presión homogénea de 1 Pa. En la siguiente imagen se puede observar la situación previo análisis de la estructura.

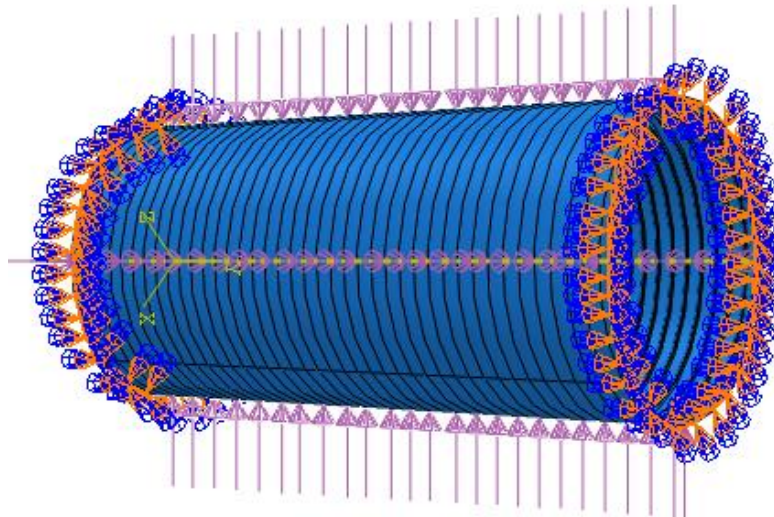


Ilustración 18 - Carga y condiciones de contorno del pandeo

- **Mallado:**
 Por último, se utilizaron elementos *shell* cuadriláteros (S4R) para crear el casco cilíndrico circular requerido en el código de elementos finitos de Abaqus. Para obtener una buena resolución de las tensiones residuales se debe poner un número alto de puntos. Con un total de 23038 nudos y 23120 elementos.

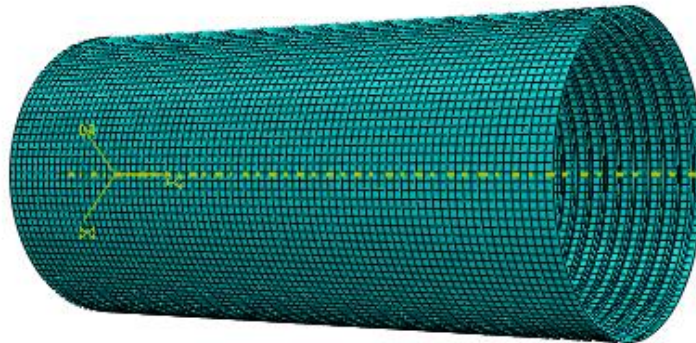


Ilustración 19 - Mallado para el pandeo

En las siguientes imágenes se mostrarán los resultados, tanto deformación como tensión, de los modos de pandeo extraídos de la estructura.

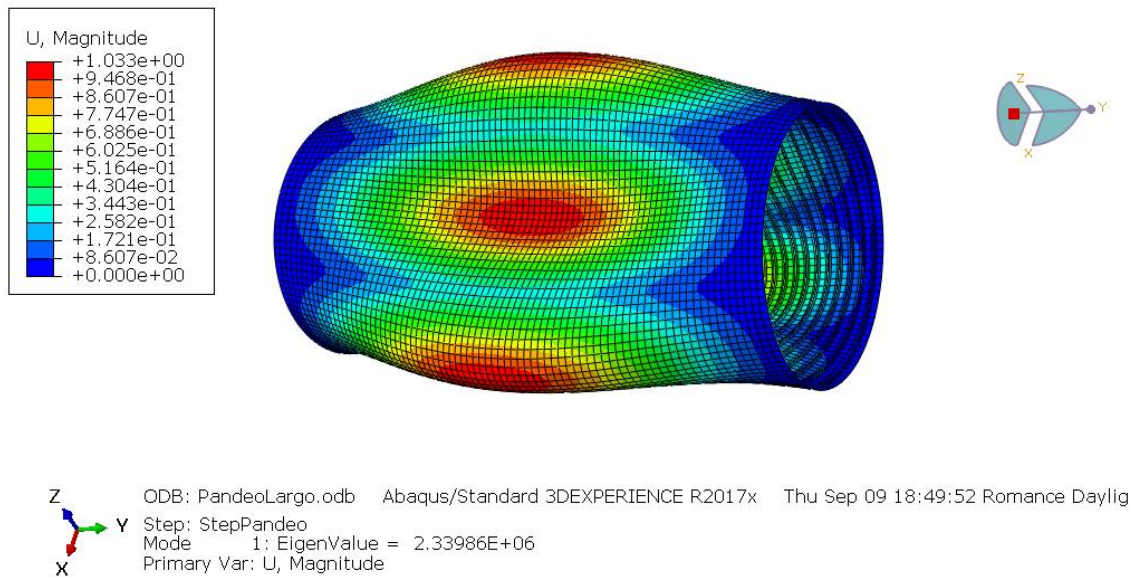


Ilustración 20 - Deformaciones del primer modo de pandeo

Para una carga aplicada de 1 Pa la carga resultante *Eigenvalue* es la carga total crítica de pandeo. Por lo que calcula que la carga del primer modo de pandeo se sitúa en los 2'34 MPa.

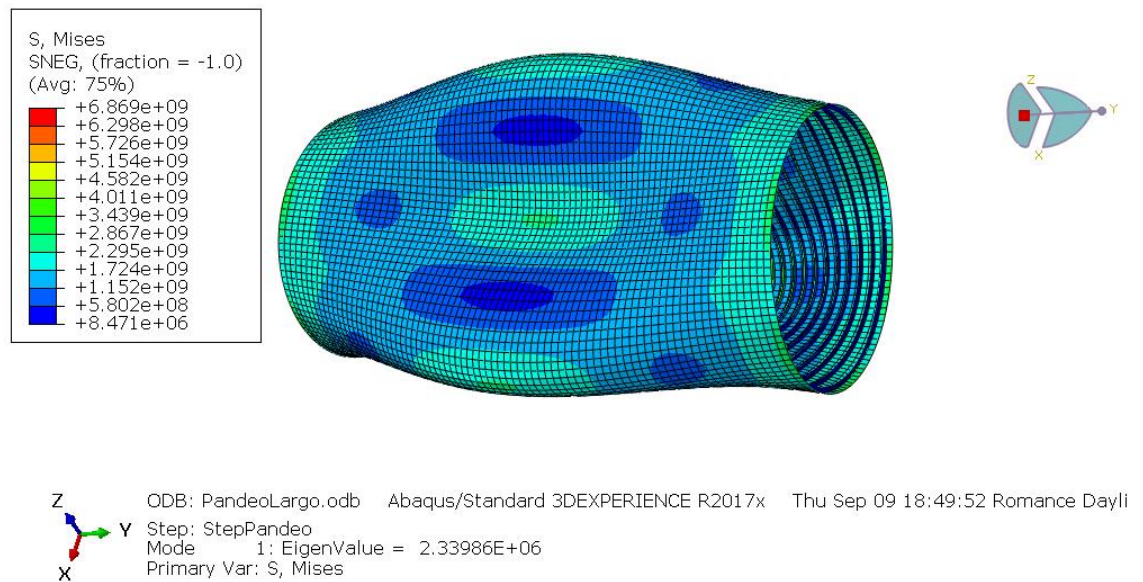
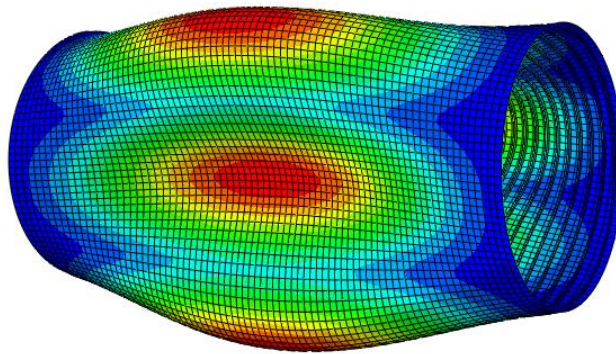
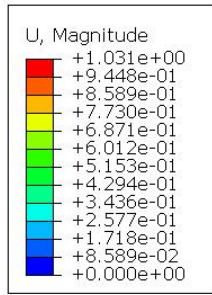
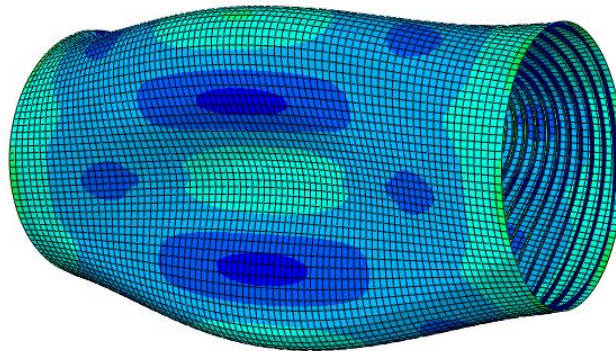
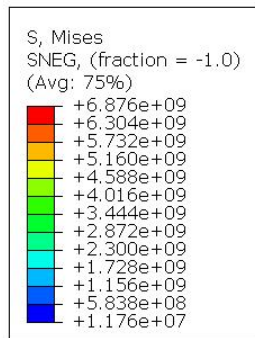


Ilustración 21 - Tensiones del primer modo de pandeo



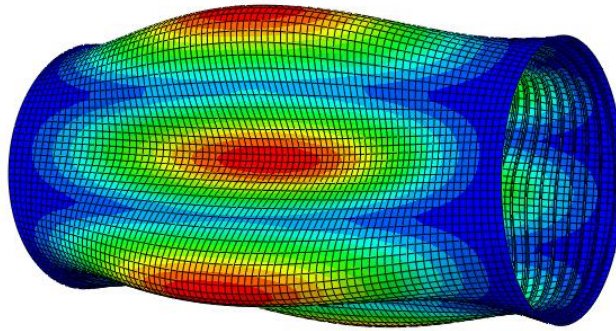
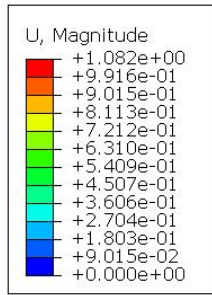
Z ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Step: StepPandeo
 Mode 2: EigenValue = 2.33992E+06
 Primary Var: U, Magnitude

Ilustración 22 - Deformaciones del segundo modo de pandeo



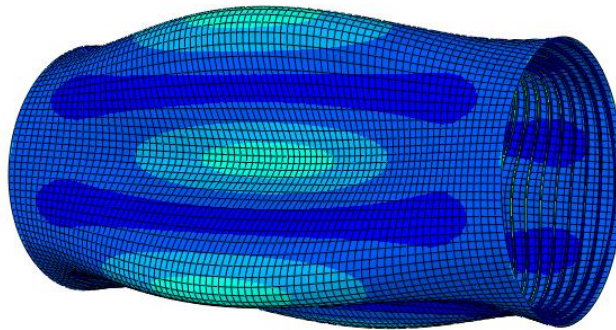
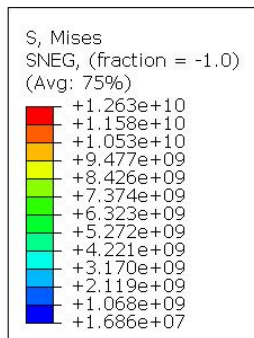
Z ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Step: StepPandeo
 Mode 2: EigenValue = 2.33992E+06
 Primary Var: S, Mises

Ilustración 23 - Tensiones del segundo modo de pandeo



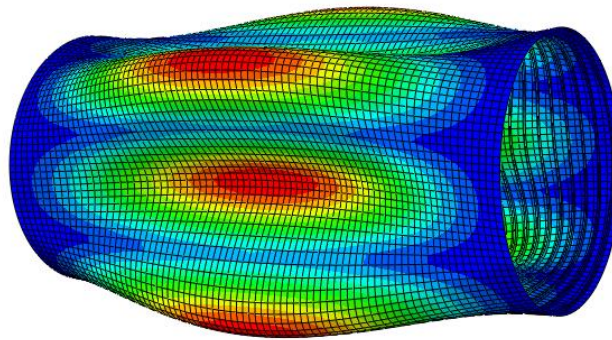
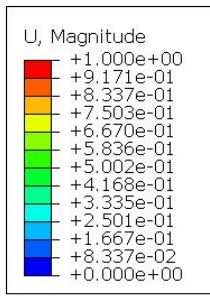
Z ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Y Step: StepPandeo
 X Mode 3: EigenValue = 2.61718E+06
 Primary Var: U, Magnitude

Ilustración 24 - Deformaciones del tercer modo de pandeo



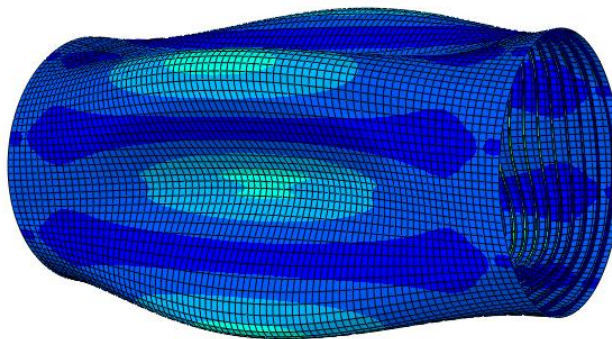
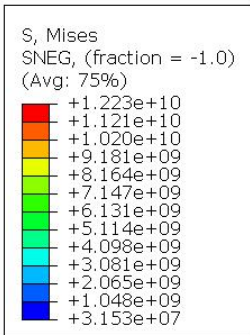
Z ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Y Step: StepPandeo
 X Mode 3: EigenValue = 2.61718E+06
 Primary Var: S, Mises

Ilustración 25 - Tensiones del tercer modo de pandeo



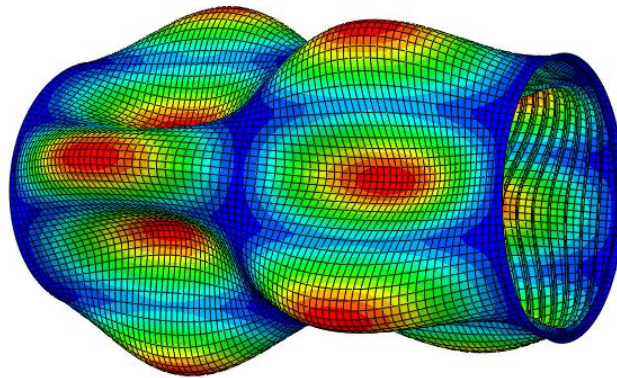
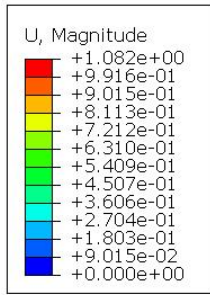
Z ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 X Y Step: StepPandeo
 Mode 4: EigenValue = 2.61786E+06
 Primary Var: U, Magnitude

Ilustración 26 - Deformaciones del cuarto modo de pandeo



Z ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 X Y Step: StepPandeo
 Mode 4: EigenValue = 2.61786E+06
 Primary Var: S, Mises

Ilustración 27 - Tensiones del cuarto modo de pandeo




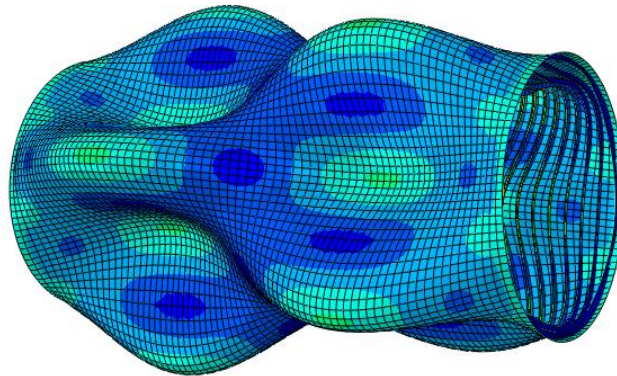
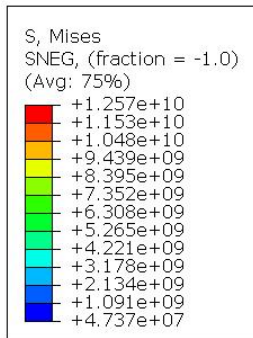

 ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Step: StepPandeo
 Mode 5: EigenValue = 3.55559E+06
 Primary Var: U, Magnitude

Ilustración 28 - Deformaciones del quinto modo de pando




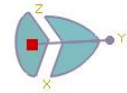
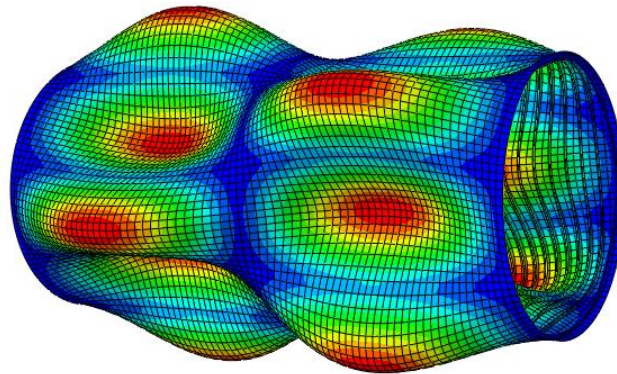
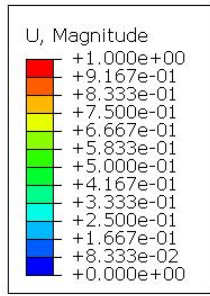
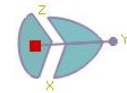
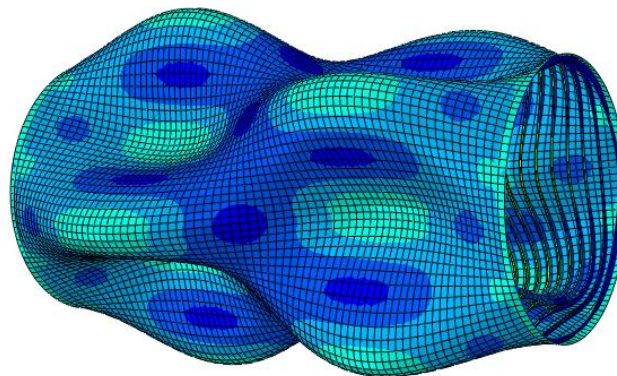
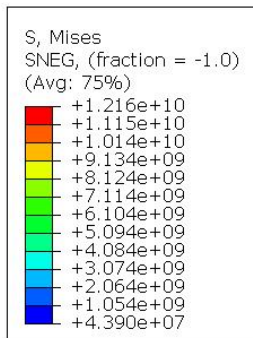

 ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Step: StepPandeo
 Mode 5: EigenValue = 3.55559E+06
 Primary Var: S, Mises

Ilustración 29 - Tensiones del quinto modo de pando



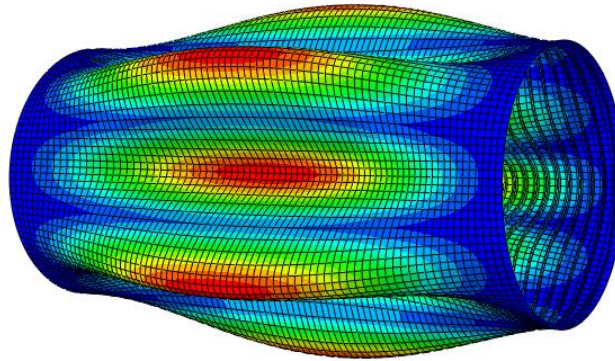
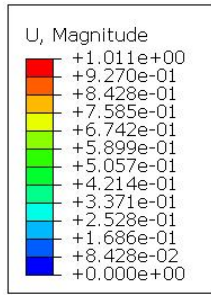
Z ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Y Step: StepPandeo
 X Mode 6: EigenValue = 3.55680E+06
 Primary Var: U, Magnitude

Ilustración 30 - Deformaciones del sexto modo de pandeo



Z ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Y Step: StepPandeo
 X Mode 6: EigenValue = 3.55680E+06
 Primary Var: S, Mises

Ilustración 31 - Tensiones del sexto modo de pandeo




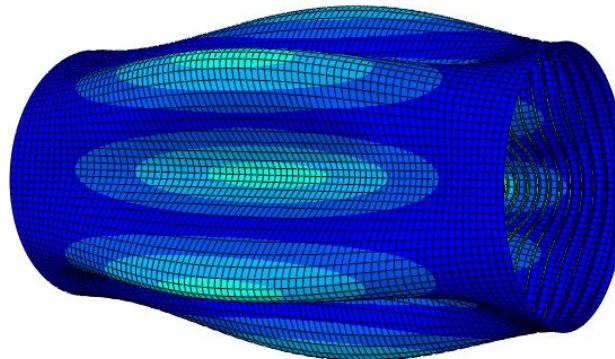
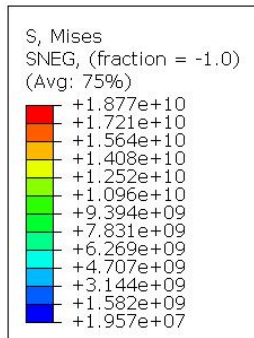
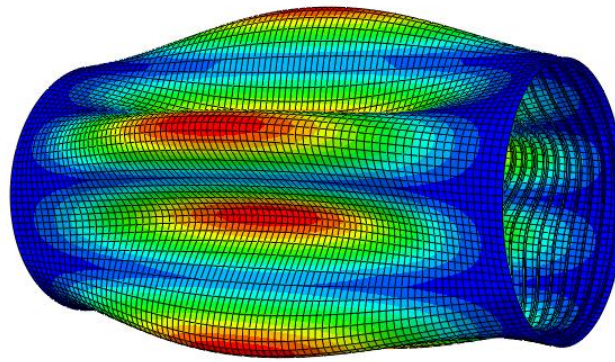
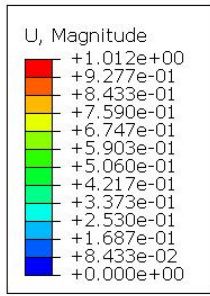

 ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Step: StepPandeo
 Mode 7: EigenValue = 3.81936E+06
 Primary Var: U, Magnitude

Ilustración 32 - Deformaciones del séptimo modo de pandeo



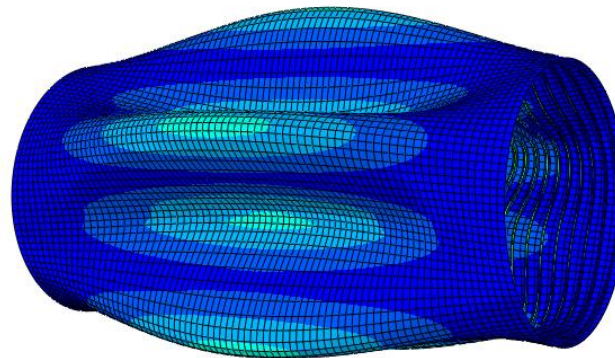
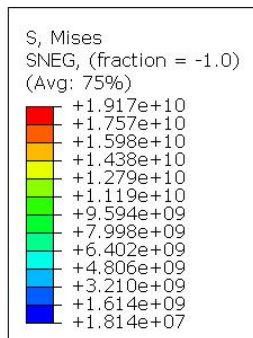

 ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Step: StepPandeo
 Mode 7: EigenValue = 3.81936E+06
 Primary Var: S, Mises

Ilustración 33 - Tensiones del séptimo modo de pandeo



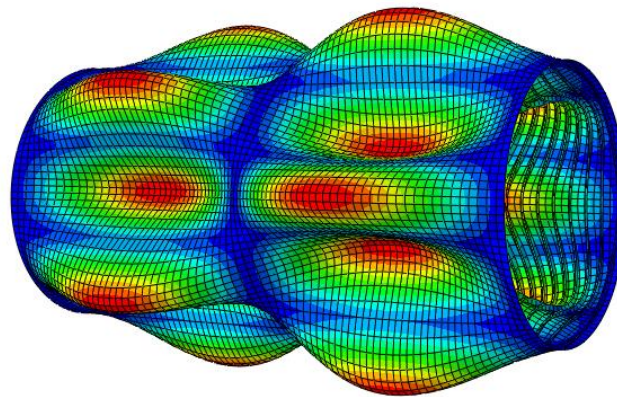
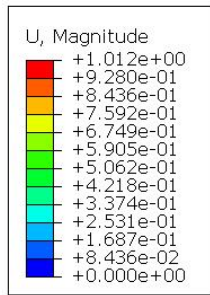
Z ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Y Step: StepPandeo
 X Mode 8: EigenValue = 3.81956E+06
 Primary Var: U, Magnitude

Ilustración 34 - Deformaciones del octavo modo de pandeo



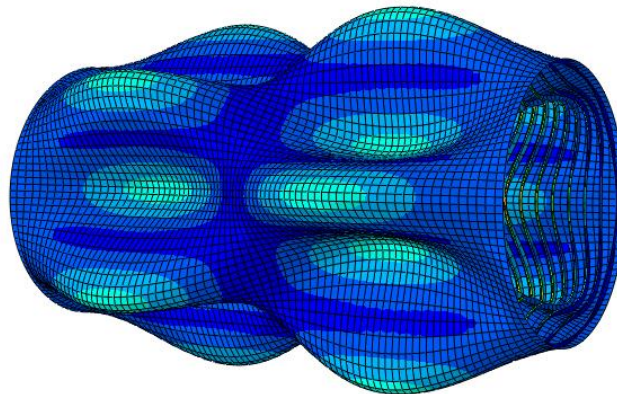
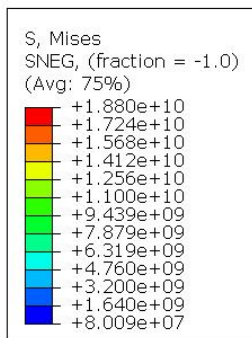
Z ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Y Step: StepPandeo
 X Mode 8: EigenValue = 3.81956E+06
 Primary Var: S, Mises

Ilustración 35 - Tensiones del octavo modo de pandeo



Z ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Y Step: StepPandeo
 X Mode 9: EigenValue = 4.12227E+06
 Primary Var: U, Magnitude

Ilustración 36 - Deformaciones del noveno modo de pandeo



Z ODB: PandeoLargo.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2017x Thu Sep 09 18:49:52 Romance Dayli
 Y Step: StepPandeo
 X Mode 9: EigenValue = 4.12227E+06
 Primary Var: S, Mises

Ilustración 37 - Tensiones del noveno modo de pandeo

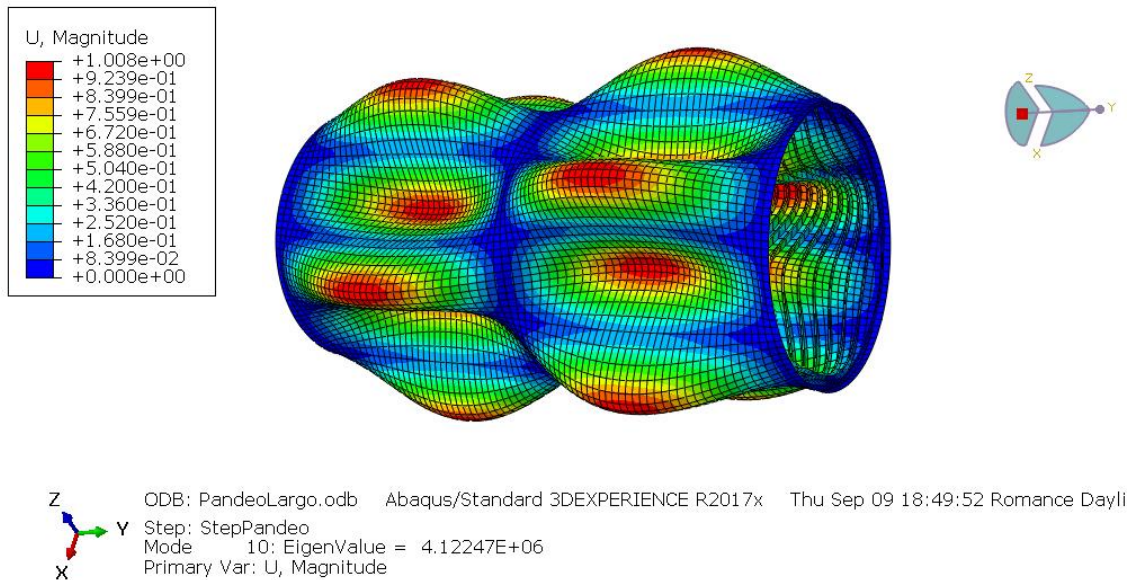


Ilustración 38 - Deformaciones del décimo modo de pandeo

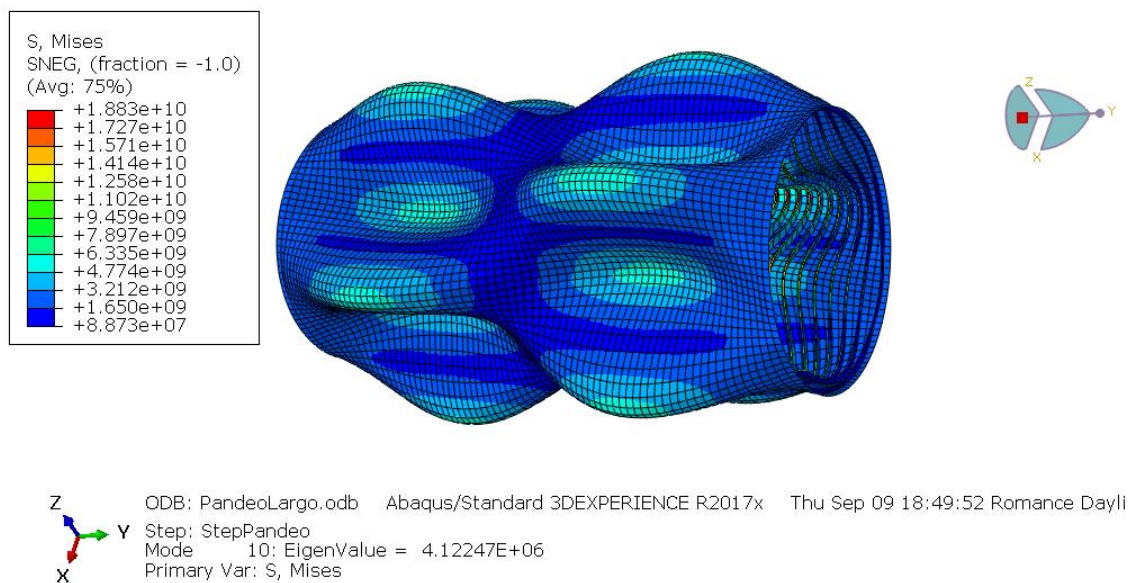


Ilustración 39 - Tensiones del décimo modo de pandeo

5.3.1.2 ANÁLISIS ESTÁTICO

Una vez realizado en análisis de pandeo elástico y extraído el *eigenvalue* del primer modo, se realiza un análisis estático, para establecer las deformaciones iniciales de la estructura, a estudiar en el análisis no lineal. Este análisis estático, es realizado con la geometría perfecta descrita en el apartado 5.1 tiene los siguientes inputs.

- Step:
 Se establece un análisis estático general. Este análisis es lineal, ya que no se le aplica ningún tipo de no linealidad (ni material ni geométrica). El material simulado no tiene propiedades plásticas (solo parte elástica) y la geometría utilizada es perfecta.
- Carga y condiciones de contorno:
 Para la preparación de las deformaciones forzadas se establecerá unas condiciones de contorno de fijación de traslación en los extremos

(rotaciones libres) y de la propia deformación. Estableciendo un punto máximo de desviación interior en una de las cuadernas de 10 milímetros.

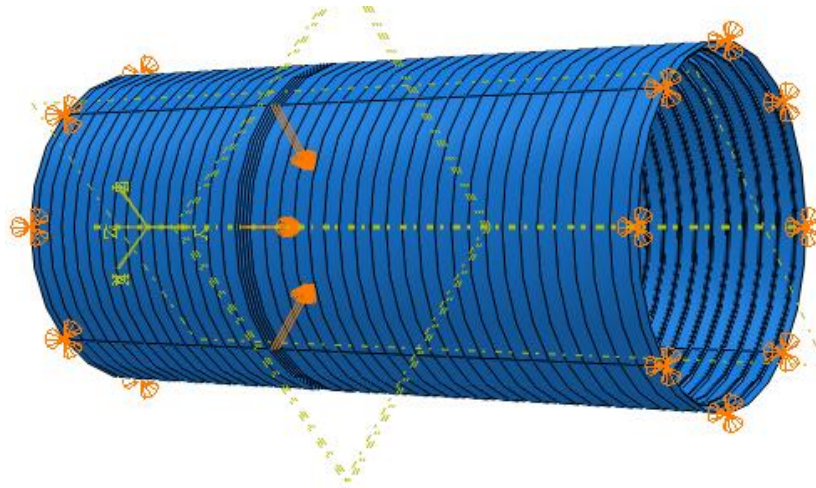


Ilustración 40 - Condiciones de contorno del análisis estático general

- **Mallado:**
Con el mismo tipo de elemento que en la malla anterior se incrementó el número de elementos en la zona deformada, con hasta 10 elementos entre cuadernas. Pudiendo obtener así una mejor resolución en la zona de interés. Para la zona de transición entre malla más fina y malla más gruesa se ha utilizado elementos triangulares tipo S3. Con un total de 74900 nudos y 74537 elementos cuadriláteros y 499 triangulares.

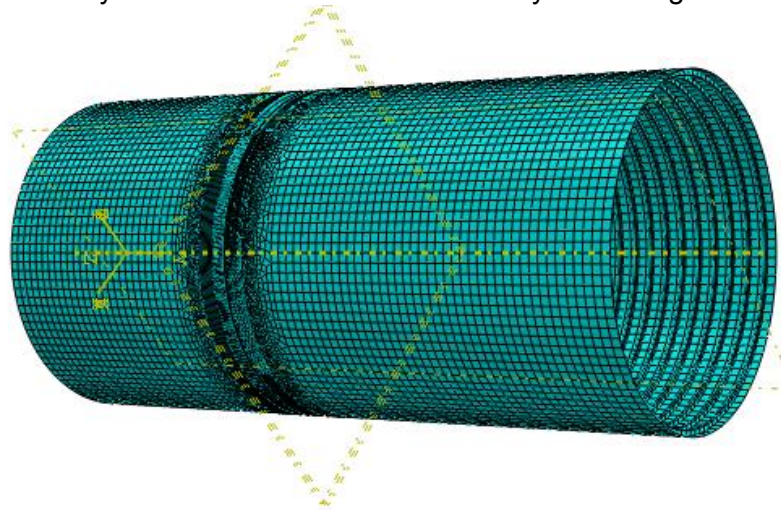


Ilustración 41 - Mallado para el análisis estático general

Dando como resultado la geometría imperfecta deseada, una estructura con los siguientes desplazamientos forzados con sus consecuentes tensiones internas.

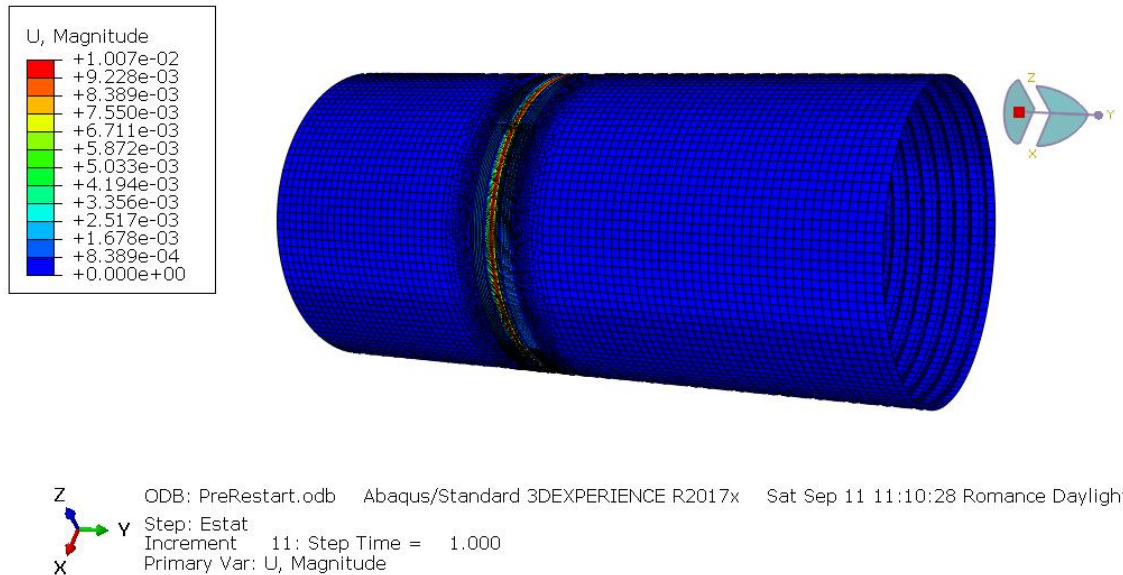


Ilustración 42 - Deformaciones del análisis estático general

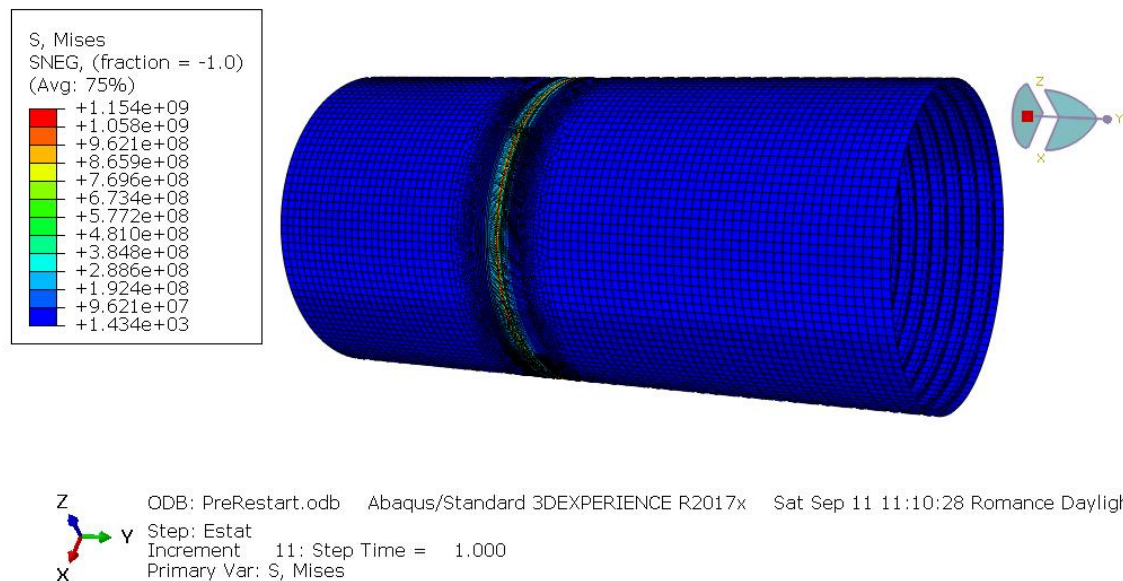


Ilustración 43 - Tensiones del análisis estático general

5.3.1.3 ANÁLISIS NO LINEAL

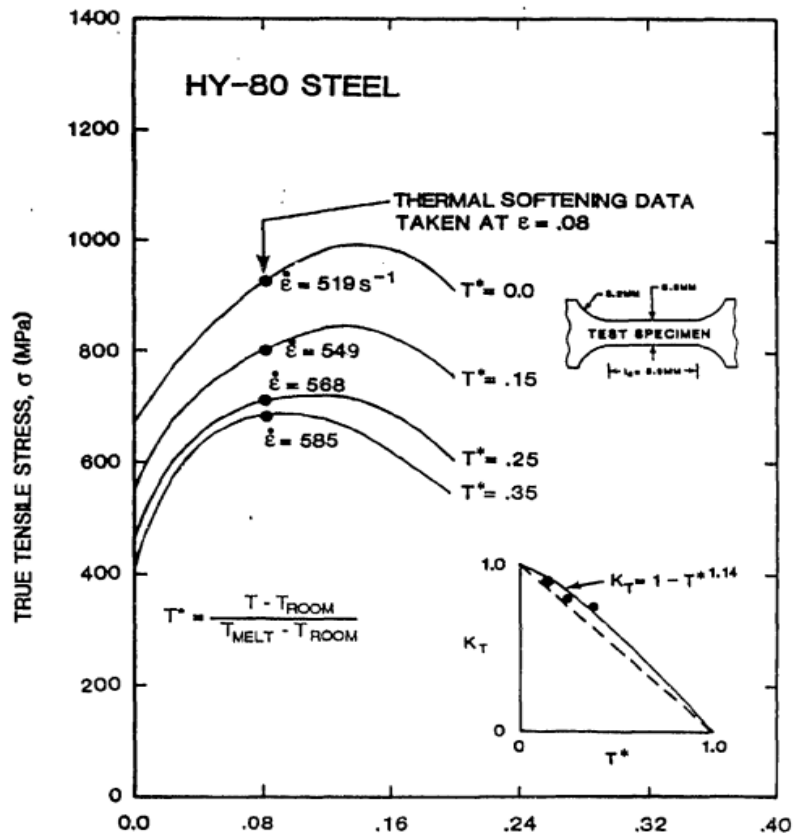
Una vez conseguidos los resultados necesarios, se procede a ejecutar al análisis no lineal por el método de Riks. Éste tiene como objetivo obtener la curva de carga de la estructura (con no linealidad geométrica). Donde se establecen los siguientes inputs para tener en cuenta la no linealidad material la estructura.

- Propiedades:
 Para el análisis no lineal es necesario indicar la evolución tensión deformación del material aplicado, insertando:

Tensión (MPa)	Deformación plástica (m)
677	0,000
685	0,003
695	0,005
705	0,008
717	0,011
730	0,014
750	0,019
763	0,022
781	0,026
793	0,030
808	0,035
829	0,041
839	0,045
854	0,050
872	0,057
887	0,063
907	0,072
920	0,078
937	0,087
952	0,094
965	0,103
975	0,112
985	0,119
993	0,129
993	0,139
993	0,147
990	0,154
983	0,162
973	0,172
960	0,179
945	0,186
925	0,194
912	0,199

Tabla 6 - Características plásticas propuestas para el modelo computacional

Los cuales reproducen los valores de la gráfica de tensión-deformación experimental del material elegido.



Gráfica 11 - Ensayo experimental tensión-deformación con probeta de acero H-80

Al desconocer las condiciones del ensayo para la extracción de la gráfica se ha procedido a corroborar su fidelidad mediante calculado la fórmula de Ramberg-Osgood. Esta te permite calcular de forma analítica la curva tensión-deformación de un material.

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^{1/n}$$

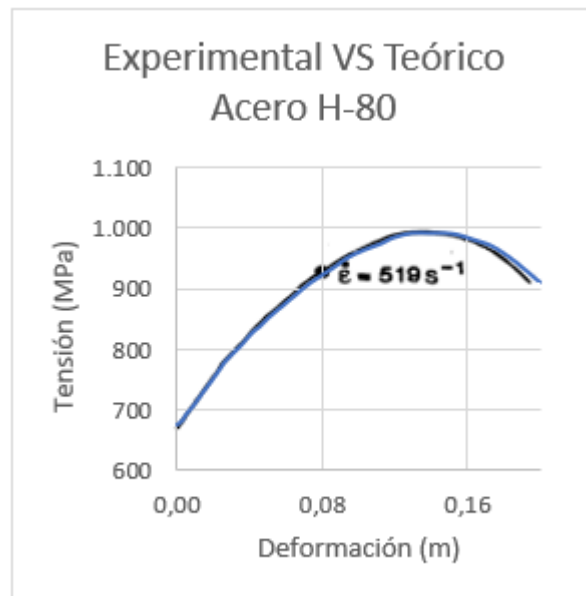
Ecuación 34 - Elongación teórica de Ramberg-Osgood

Esta formula permite estimar la deformación en base a la tensión aplicada, el modulo de elasticidad, el límite elástico y un factor de material n . Aplicando la fórmula para las características de nuestro material nos resulta:



Gráfica 12 - Tensión-deformación teórico del acero H-80

La gráfica resultante nos da una forma muy parecida a la gráfica del ensayo experimental, con un ligero aplanamiento en la parte media y alargamiento en la parte final, con valores prácticamente iguales. Como se puede ver en la siguiente gráfica comparativa.



Gráfica 13 - Comparativa de curvas tensión-deformación del acero H-80

Por lo que se dan por válidos los datos de tensión deformación extraídos del ensayo empírico.

- Step: Para el pandeo no lineal (Static, Riks) se eligió un incremento automático, con un número máximo de incrementos de 200, un incremento de longitud de arco de $1\text{e-}15$ a $1\text{e}+36$, comenzando desde 0'01 y una longitud de arco estimada de 1.

Además de activar el Nlgeom. para indicar que la no linealidad geométrica debe tenerse en cuenta durante el *step* (análisis de tensión). Una vez activada la opción Nlgeom, esta estará activa durante todos los pasos del análisis.

- Carga y condiciones de contorno:
Mientras que mantiene las condiciones de contorno del primer análisis, con los extremos del cilindro con las traslaciones restringidas, respecto a la carga se aplicó a la superficie exterior una presión de 1'17 MPa (el 50% del *eigenvalue* extraído en el análisis lineal, 2'34 MPa). En la siguiente imagen se puede observar la situación previo análisis de la estructura.

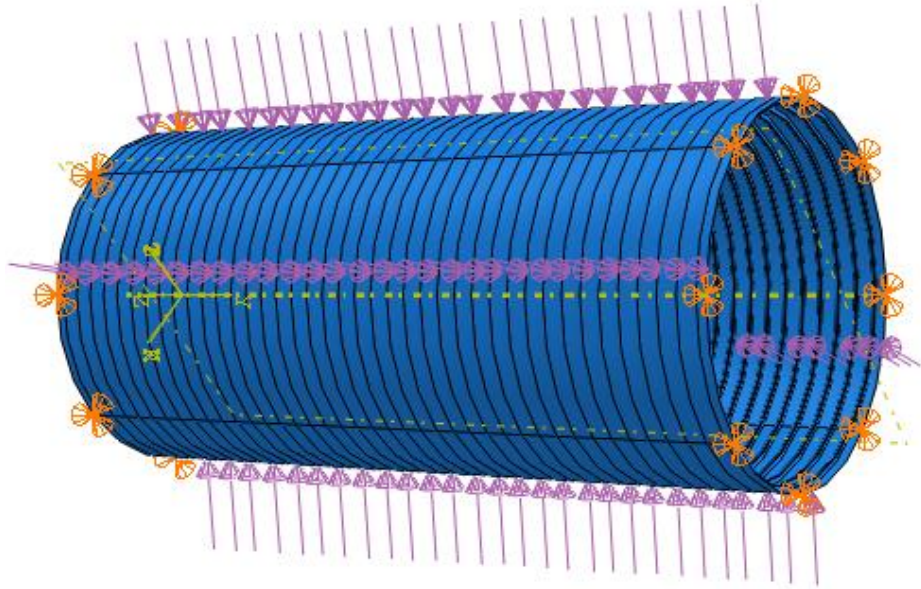


Ilustración 44 - Cargas y condiciones de contorno aplicadas a la estructura a estudiar

- Malla:
Se ha calculado con el mismo mallado que en el análisis estático precedente.

Seguidamente se muestran los resultados obtenidos, donde se puede observar los desplazamientos y de tensiones si la estructura fuese sometida a presión con la deformación inicial indicada.

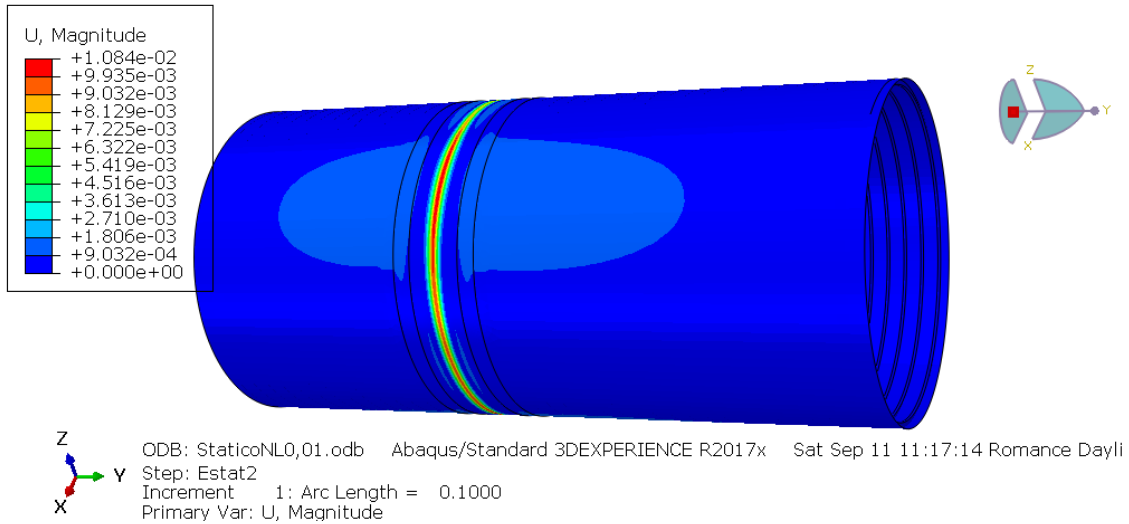


Ilustración 45 - Deformaciones iniciales del análisis no lineal

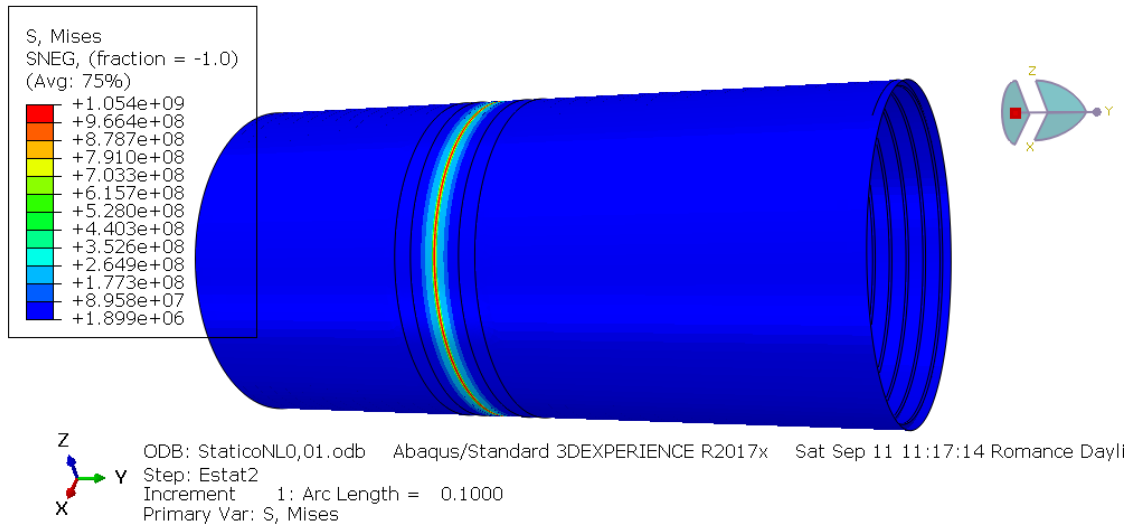


Ilustración 46 - Tensiones iniciales del análisis no lineal

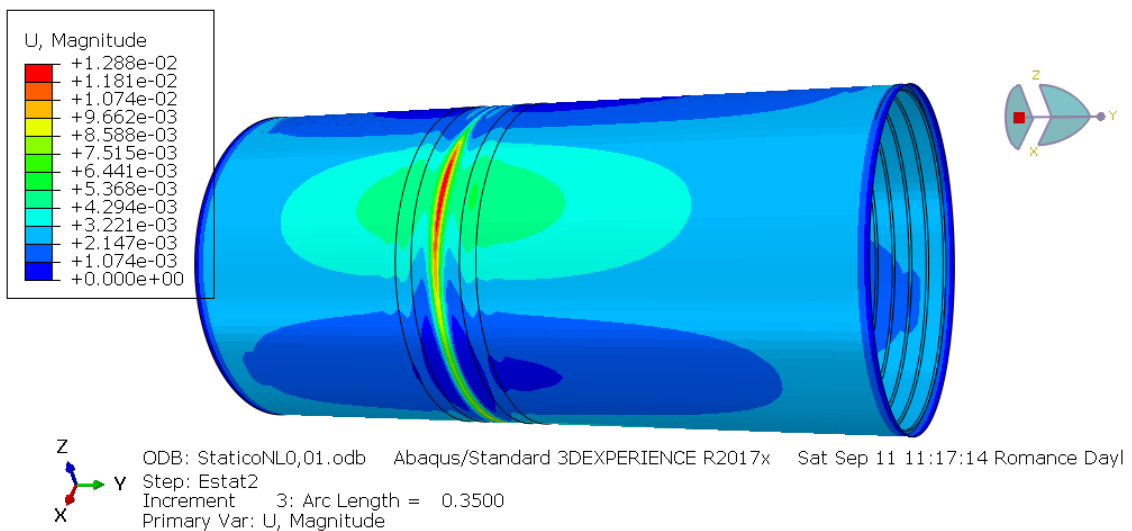


Ilustración 47 - Deformaciones del análisis no lineal (incremento 3)

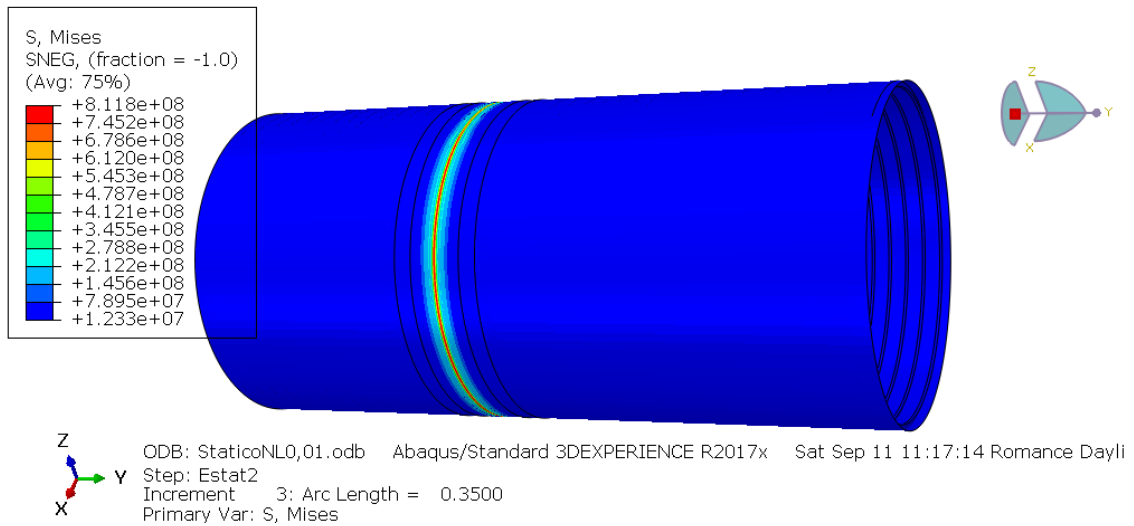


Ilustración 48 - Tensiones del análisis no lineal (incremento 3)

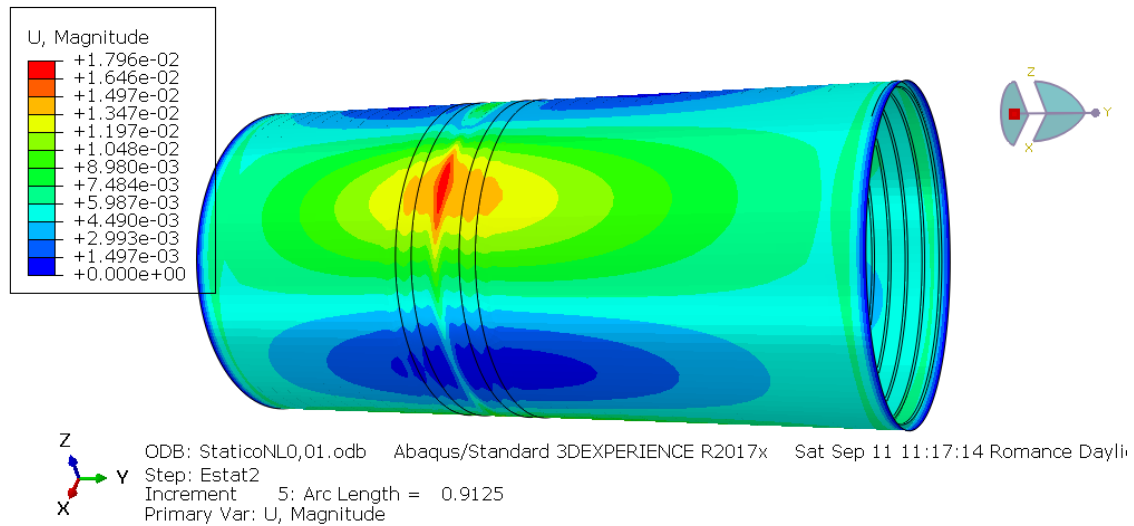


Ilustración 49 - Deformaciones del análisis no lineal (incremento 5)

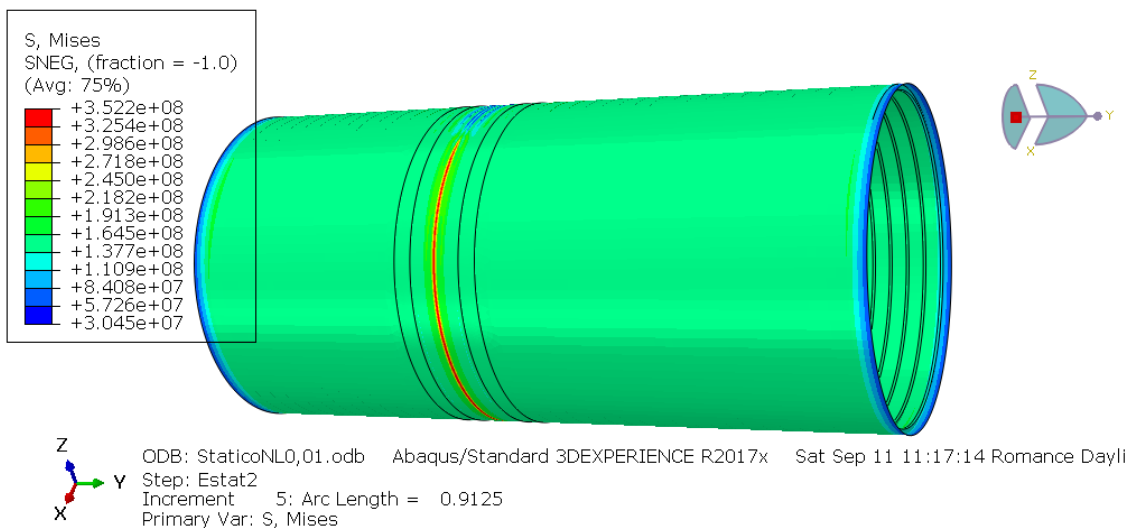


Ilustración 50 - Tensiones del análisis no lineal (incremento 5)

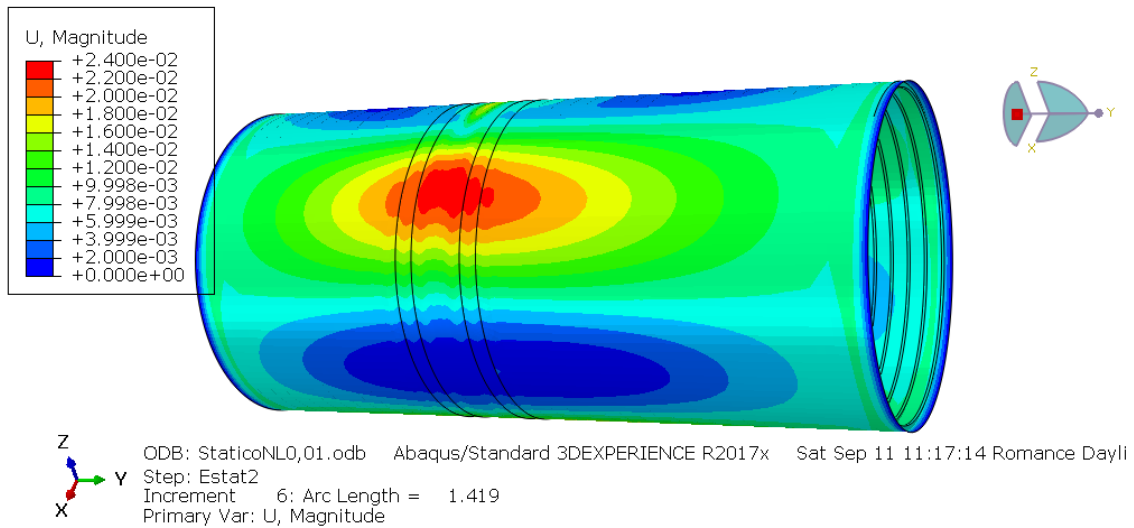


Ilustración 51 - Deformaciones del análisis no lineal (incremento 6)

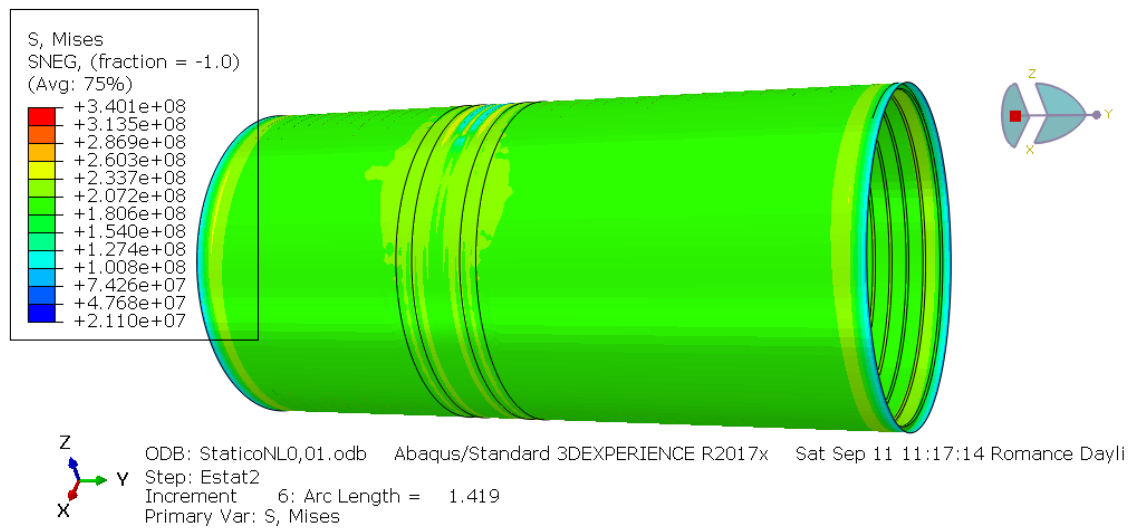


Ilustración 52 - Tensiones del análisis no lineal (incremento 6)

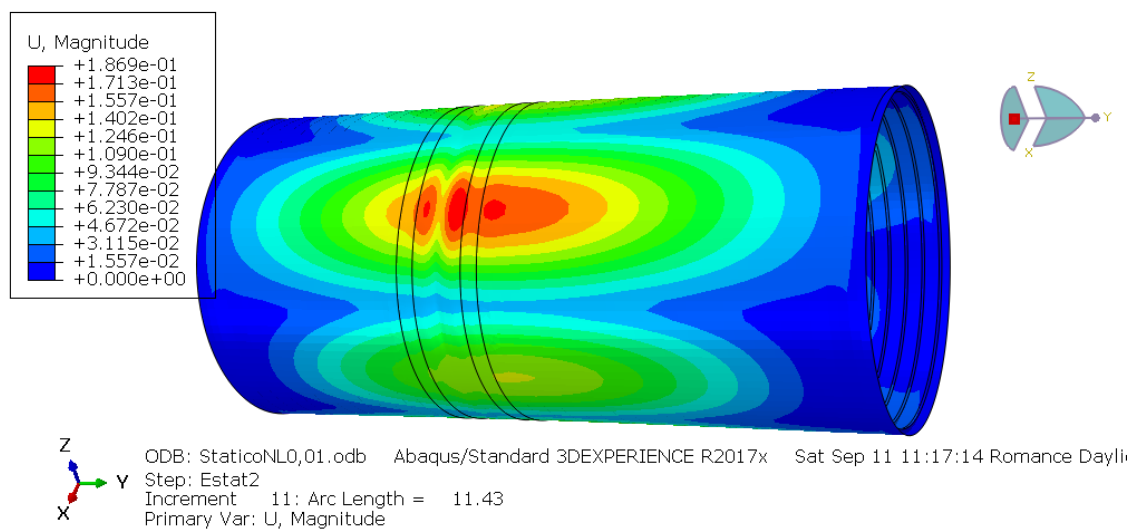


Ilustración 53 - Deformaciones del análisis no lineal (incremento 11)

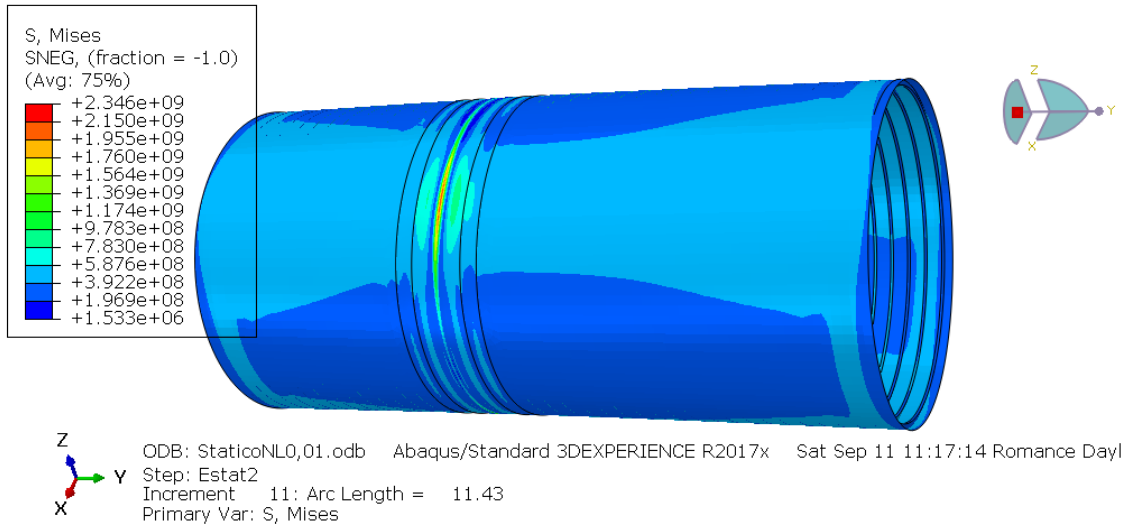


Ilustración 54 - Tensiones del análisis no lineal (incremento 11)

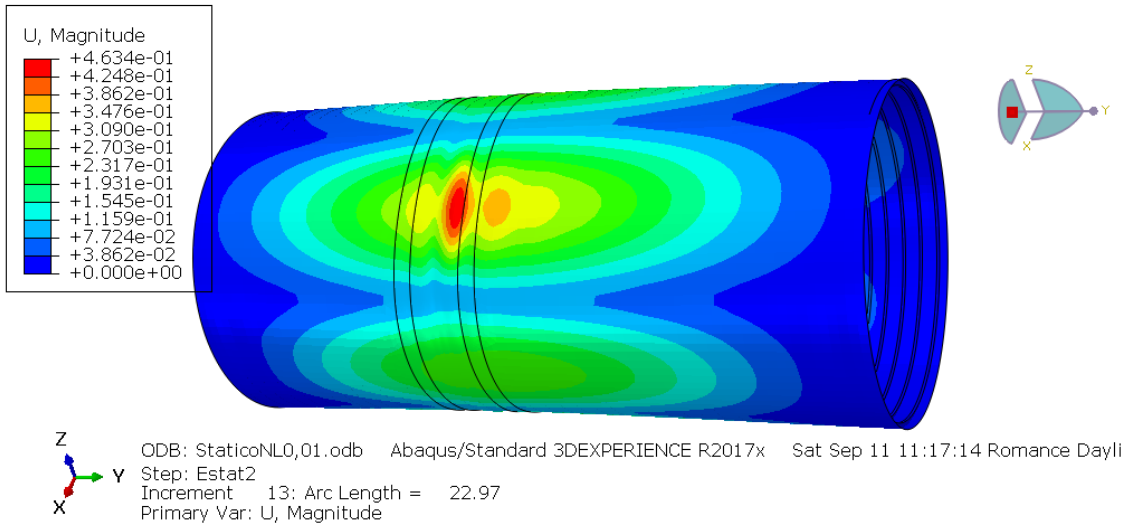


Ilustración 55 - Deformaciones del análisis no lineal (incremento 13)

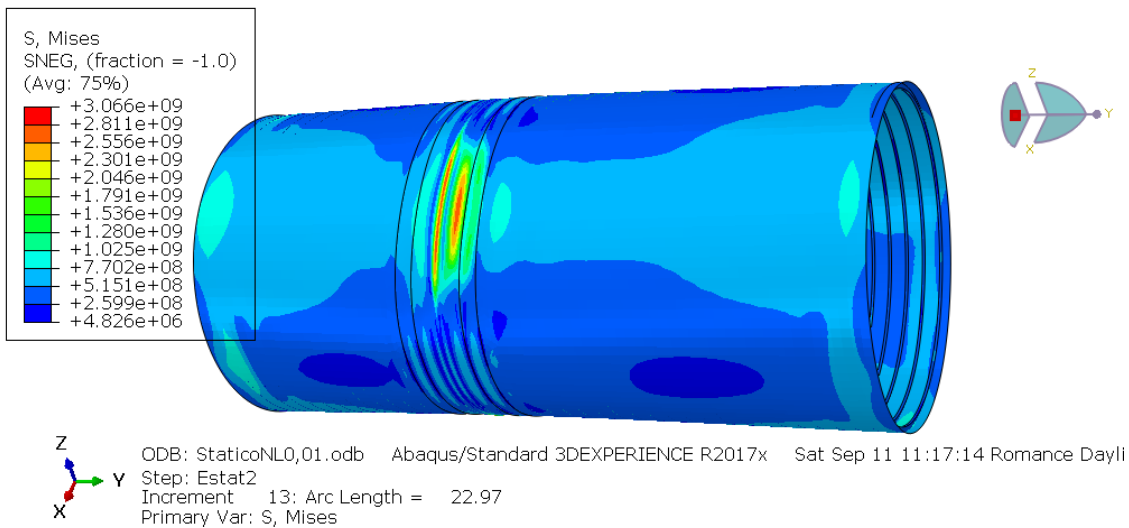


Ilustración 56 - Tensiones del análisis no lineal (incremento 13)

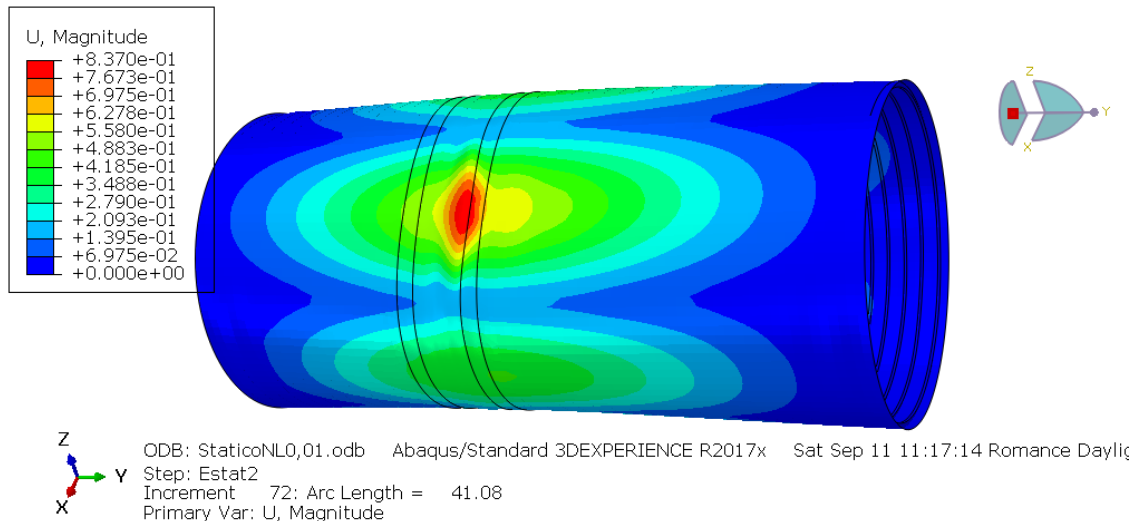


Ilustración 57 - Deformaciones finales del análisis no lineal

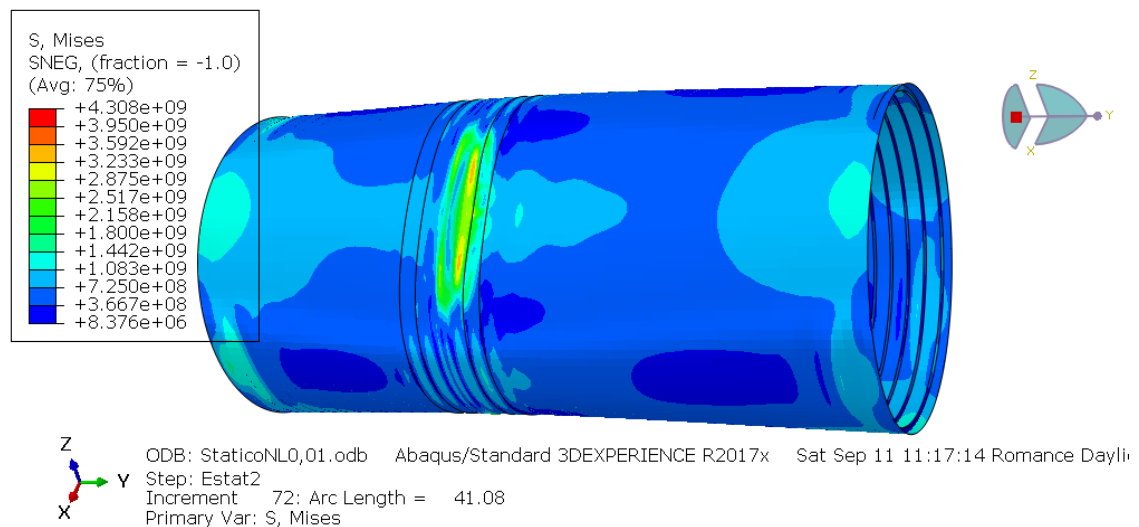


Ilustración 58 - Tensiones finales del análisis no lineal

Viendo la evolución de la deformación de la estructura se pueden localizar dos tipos de pandeo. Pandeo local y pandeo global. En las anteriores ilustraciones se ha podido observar cómo, en primeras instancias, se produce un pandeo local (pandeo de chapa entre el espacio deformado inicialmente entre dos cuadernas) en la zona donde se aplicó la deformación inicial. Posteriormente se producen varios pandeos locales amplificados en más de un lado de la estructura (Ilustración 49), los cuales acaban derivando en un pandeo global (Ilustración 51) que abarca la deformación de chapa y más de un refuerzo.

En la siguiente imagen se aprecia como al final del proceso de deformación global de la estructura se denotan tres puntos de deformación interior, dos de ellos más pronunciados.

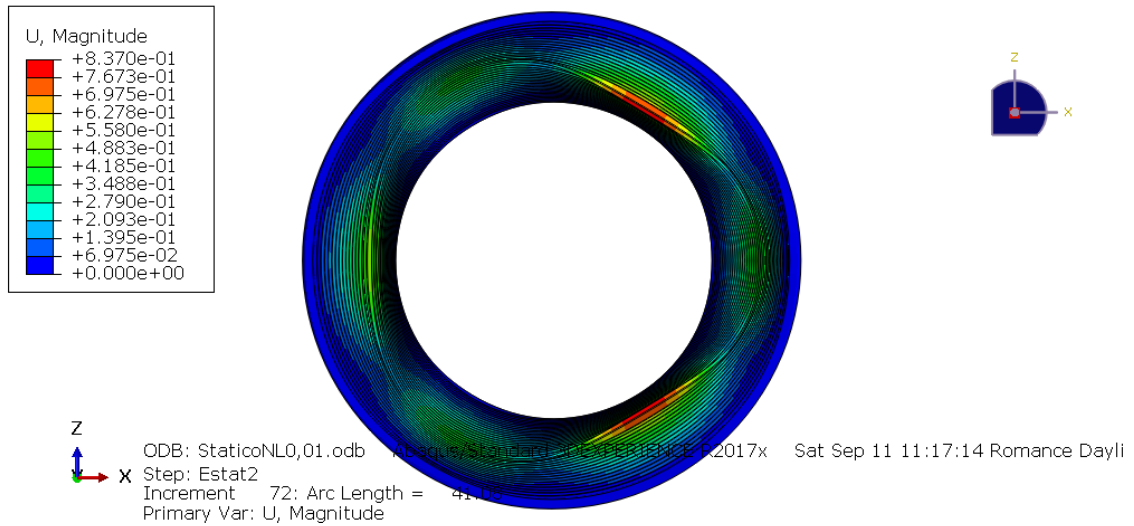


Ilustración 59 - Deformaciones interiores globales del análisis no lineal

Acercando la vista a una de las deformaciones más pronunciadas se observa como no solo se desplazó, tanto chapa como refuerzo, radialmente hacia el interior del cilindro, sino que se desvió la orientación de los refuerzos en la zona de mayor deformación (zona roja). Desviando hacia los extremos de la geometría la dirección del alma de los refuerzos.

El ala de los refuerzos afectados sufre deformación por torsión en la parte de transición (zona amarilla y verde). En la zona donde comienza la inclinación de las almas.

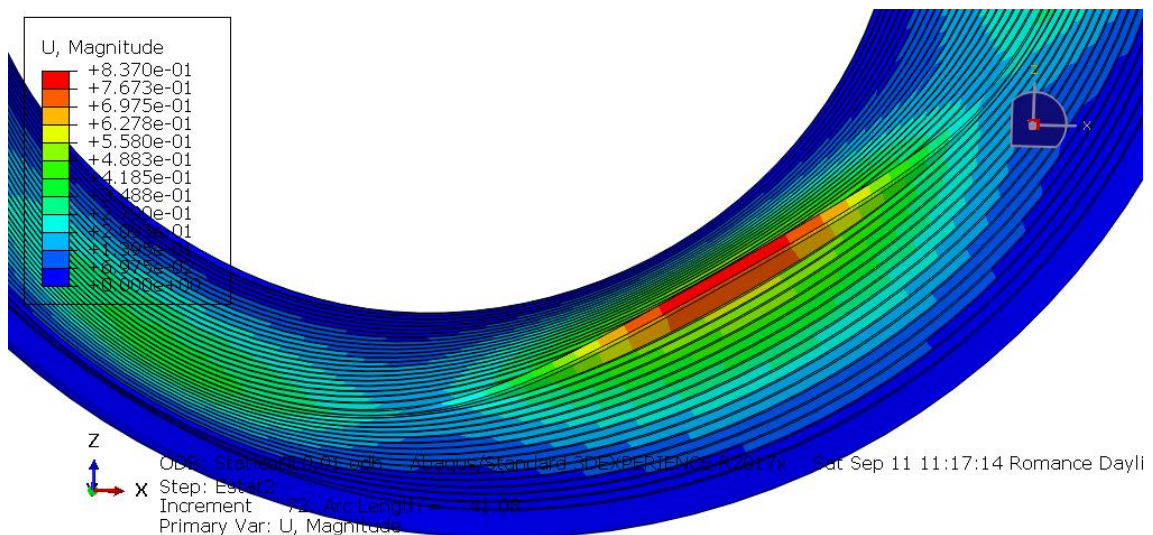


Ilustración 60 - Deformaciones radiales finales del análisis no lineal

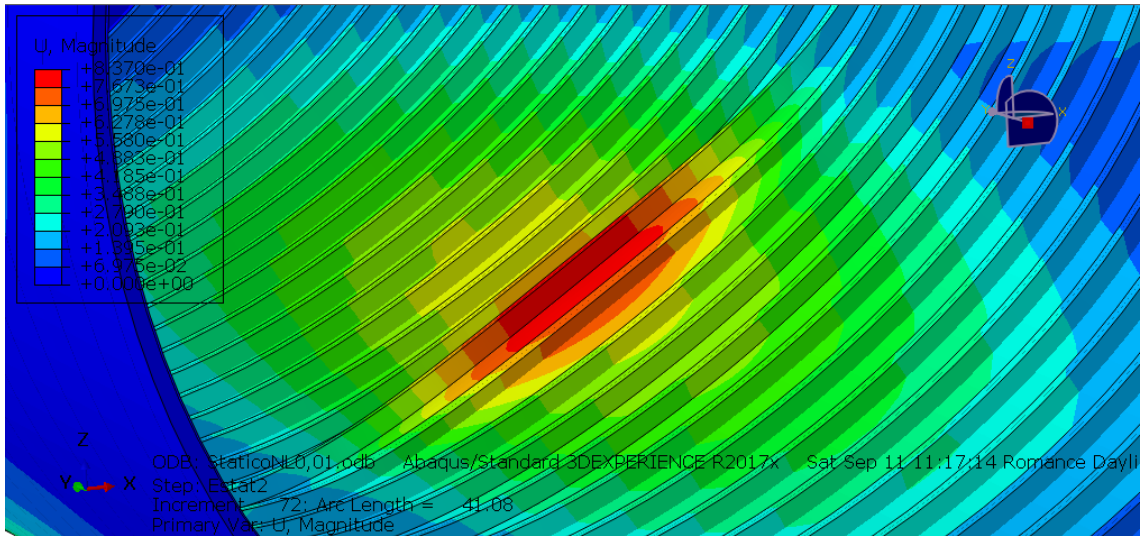
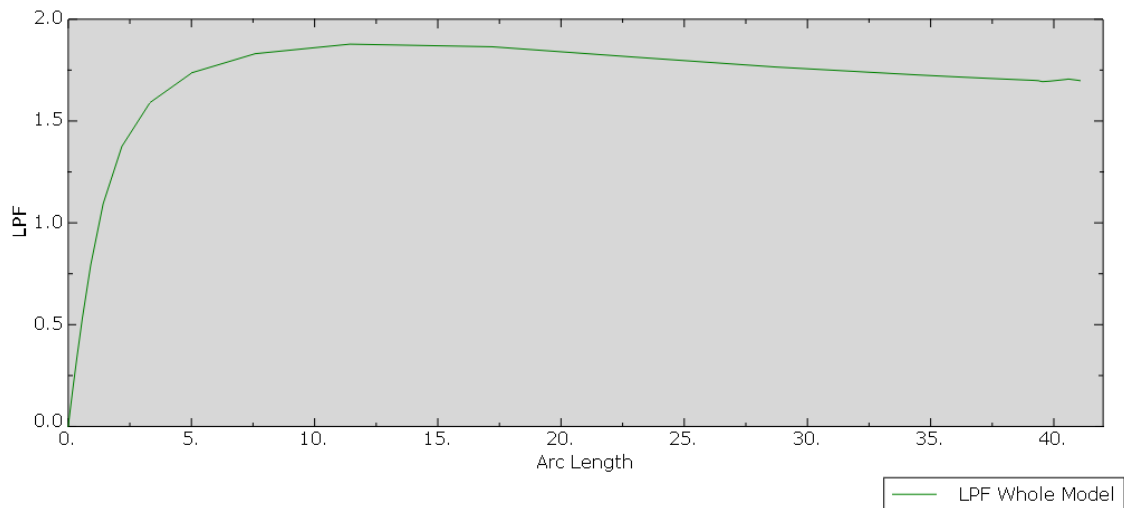


Ilustración 61 - Deformaciones hacia los extremos de los refuerzos en el análisis no lineal

Finalmente se mostrará la gráfica del factor proporcional de carga (LPF) resultante del análisis.

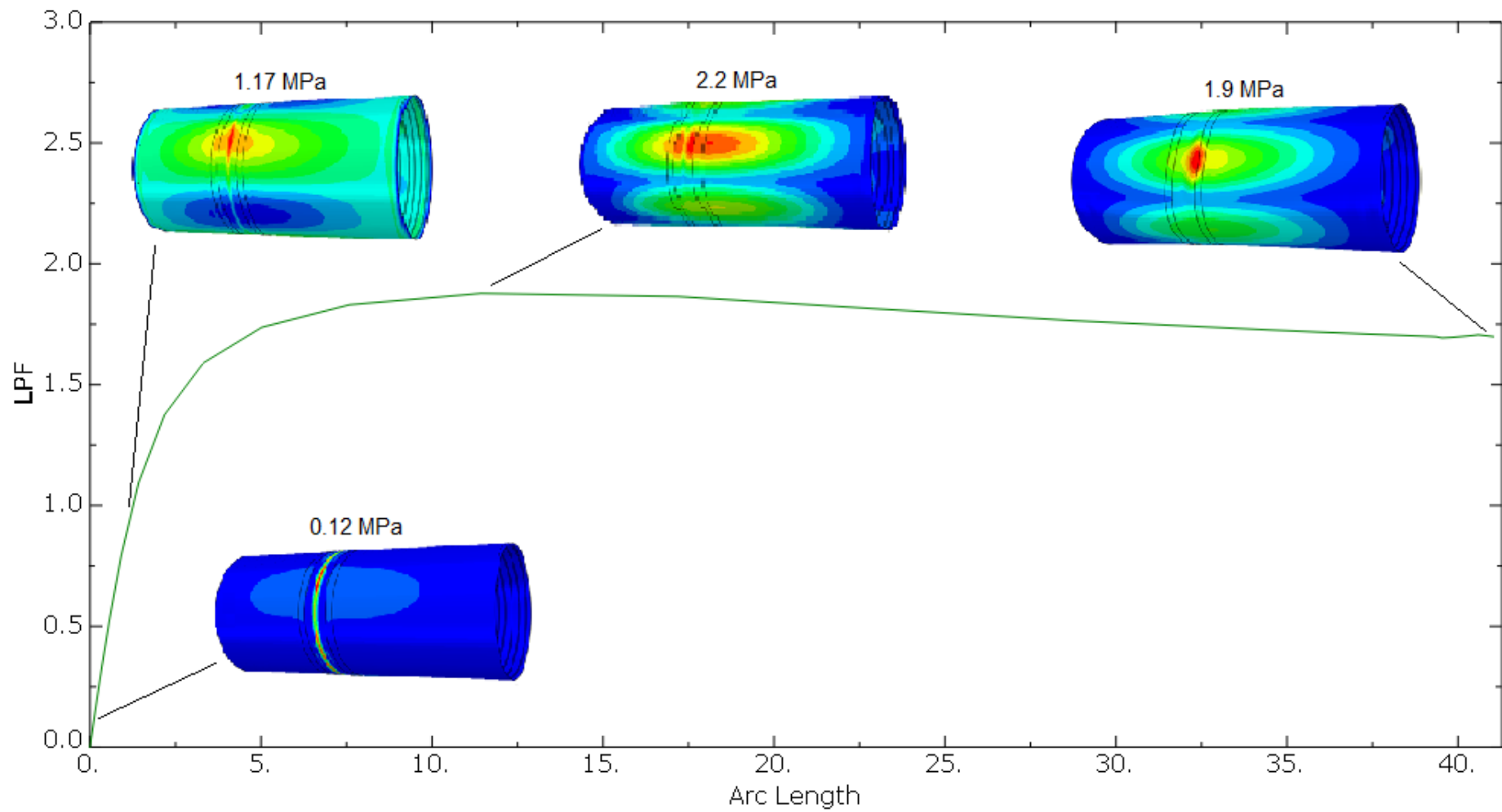


Gráfica 14 - Factor proporcional de carga del casco

En la gráfica se puede observar cómo, al tratarse de una estructura imperfecta, el pandeo de la misma no se produce de forma inmediata, sino progresiva. El valor del valor proporcional de carga (LPF) es de 1'88. Al multiplicar este factor por la carga ejercida durante el análisis se obtiene el valor de la carga máxima que resiste nuestra estructura.

$$1.88 \cdot 1.17 = 2.20 \text{ MPa}$$

Seguidamente se muestra la evolución de la deformación de la estructura a lo largo de la curva de carga. Pudiendo observar las deformaciones más inestables o características con su correspondiente carga. Donde el pandeo local se determinaría para una carga de 1'17 MPa y el pandeo global se produce a un máximo de carga de 2'2 MPa.



Gráfica 15 - Evolución de la deformación a lo largo de la curva de carga

5.3.2 CÁLCULO ANALÍTICO

Como se ha observado en el apartado anterior los pandeos resultantes del estudio han sido el local y el global, por lo que se procederá a resolver las fórmulas analíticas para estos tipos de pandeo. Para ello se ha necesitado considerar los siguientes valores de nuestra estructura.

E	2,07E+11
I	10818281,3
R	7,5
L	8
h	0,035
v	0,3

Tabla 7 – Características de la estructura

Siendo el valor a expresado en las ecuaciones el radio de la estructura, h el espesor de la chapa, y v el ratio de Poisson. Todos ellos en sistema internacional.

La fórmula utilizada para el pandeo local ha sido la Ecuación 10 - Presión de pandeo local [8], y para el pandeo global ha sido Ecuación 21 - Carga crítica de pandeo en cilindro simplificada [16]. Dando como resultado:

- Pandeo lineal: 5'90 E+6 Pa
- Pandeo global: 2'16E+6 Pa

5.3.3 CÁLCULO NORMATIVO

Para el cálculo normativo, teniendo en cuenta los mismos valores para formulación que los presentados en la Tabla 7, se ha utilizado para el pandeo local la Ecuación 25 - Norma para presión pandeo local [17] y para el pandeo global la Ecuación 23 - Norma para presión de pandeo general con imperfecciones [17].

Dando un resultado de:

- Pandeo local: 1'8E+6 Pa
- Pandeo general: 2'03E+6 Pa.

5.3.4 COMPARATIVA

Una vez realizados todos los cálculos se pueden observar las variaciones de resultados dependiendo del método utilizado. En la siguiente tabla se muestra en pascuales la estimación de presión necesaria para causar un tipo de pandeo. Marcado en rojo los resultados erróneos y en verde los correctos.

	Analítico	Normativo	Computacional
Pandeo local	5,90E+6	1,8E+6	1,17E+6
Pandeo global	2,16E+06	2,03E+6	2,2E+06

Tabla 8 - Resultados obtenidos

Para el cálculo analítico, el pandeo local resultante se considera erróneo ya que el pandeo local no puede tener un límite de carga por encima del doble del pandeo global. Este desfase se le achaca a la utilización de fórmulas de diferentes autores

dentro del cálculo analítico. Además, el cálculo de pandeo local analítico no concuerda con los datos extraídos en los otros dos métodos. Esto puede ser debido a que la formulación utilizada es de 1929, por lo que la precisión en la estimación teórica del fenómeno se estima menos precisa, en comparación con los otros métodos más modernos.

En el cálculo normativo observamos como el pandeo local sí tiene una carga crítica inferior al pandeo global, de unos 0'23 MPa, equivalente a 23 metros de profundidad. Sin embargo, al compararlo con el método computacional vemos como no hay concordancia en el caso del pandeo local. Ya que el cálculo normativo es más conservador que el cálculo numérico, el cual se supone más preciso. Por lo que los valores del cálculo normativo deben ser inferiores a los del cálculo computacional, prediciendo así una resistencia de la estructura más limitada. Esta diferencia entre valores del pandeo local se debe a la poco precisa determinación del pandeo local computacional.

El pandeo local global es claramente determinado por la carga máxima soportada por el modelo. Sin embargo, el pandeo local se considera difícil de determinar su carga crítica, ya que el proceso de deformación local continúa hacia un pandeo global. Haciendo este análisis adecuado para determinar la carga crítica del pandeo global pero poco acertado para determinar la carga para el pandeo local.

Para determinar la carga del pandeo local con mayor precisión se tendría que preparar un análisis donde las condiciones evitaran un desarrollo del pandeo local al global. Un ejemplo de esas condiciones sería la realización de un modelo de menor eslora.

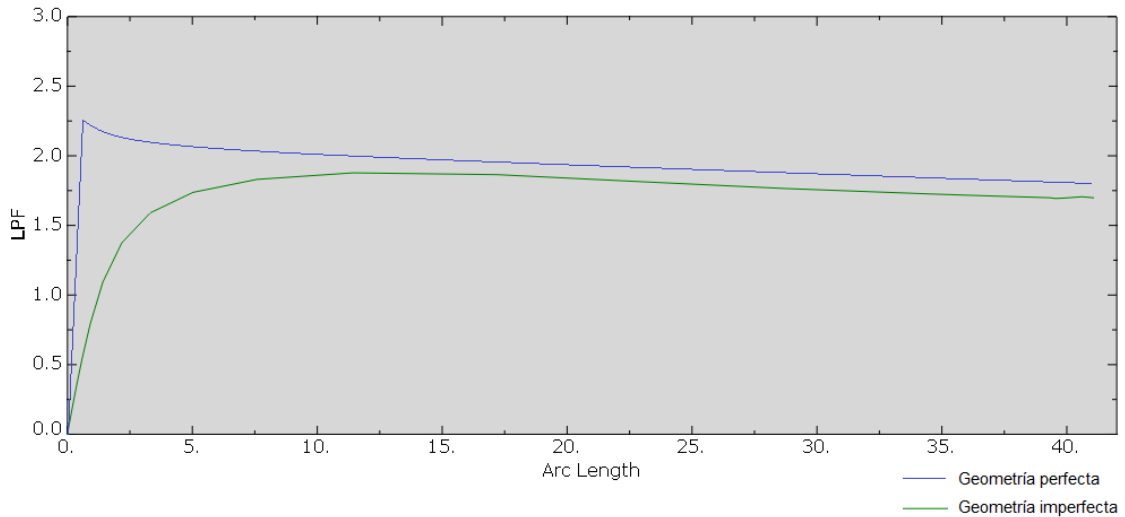
En la siguiente tabla se muestran los errores ($100 \cdot P_{\text{normativa}} / P_{\text{computacional}}$) cuantificados, pudiendo ver la gran variación entre uno de ellos. Esto es puede ser debido a, como se ha comentado anteriormente, la poca idoneidad del análisis computacional para determinar la carga del pandeo local. La diferencia entre el cálculo analítico-normativo y numérico no deberían sobrepasar el 5% o 10% de su valor, margen que cumpliría la comparativa de pandeo global con una diferencia del 8%.

	Error
Pandeo local	54%
Pandeo global	8%

Tabla 9 - Comparativa de errores

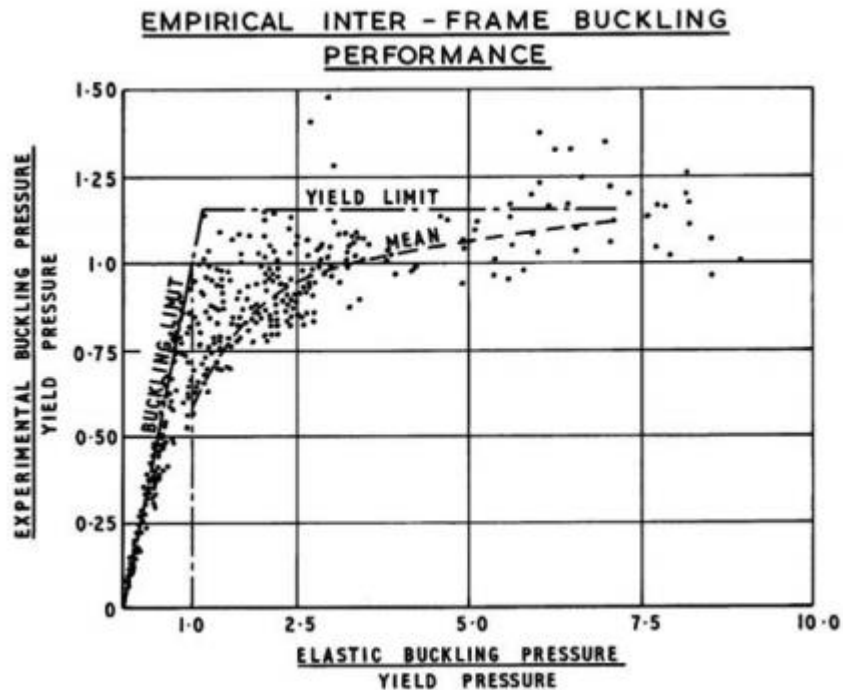
En la siguiente gráfica de curva de carga, podemos ver comparadas la estructura de estudio y la aproximada curva teórica de carga en caso de geometría perfecta. Viendo, tal como se describía en la Gráfica 1 - Comparativa de pandeo perfecto e imperfecto [2], la variación de la curva de carga de una estructura perfecta a una imperfecta. Para ello se dibuja una línea que simule aproximadamente el comportamiento de una estructura perfecta de mismas dimensiones.

En base a la mención (en el tercer apartado de este trabajo) de la reducción de más de un 30% de la resistencia de un casco por una deformación de una pulgada. Se estima que la estructura estudiada (deformada 10 mm) tendrá una curva de carga un 15%-20% inferior a la curva de carga de un casco de geometría perfecta. Por lo que se dibuja la línea azul con su máximo un 20% por encima del 1'88 de LPF de nuestro casco.



Gráfica 16 - Comparativa: Pandeo perfecto / Pandeo obtenido

Para calcular el error auténtico debería hacerse una comparativa entre predicciones, ya sean de tipo normativo o computacional, y pandeo real experimental. Para ello sería necesario ensayos de cilindros estancos con refuerzos sometidos a presión hidrodinámica o lateral, ya que en la mayoría de los ensayos a presión encontrados esta es en dirección axial. Un ejemplo de estos estudios son los ensayos empíricos de Kendrick. Pudiendo corroborar el comportamiento del pandeo elástico y compararlo con sus estimaciones teóricas.

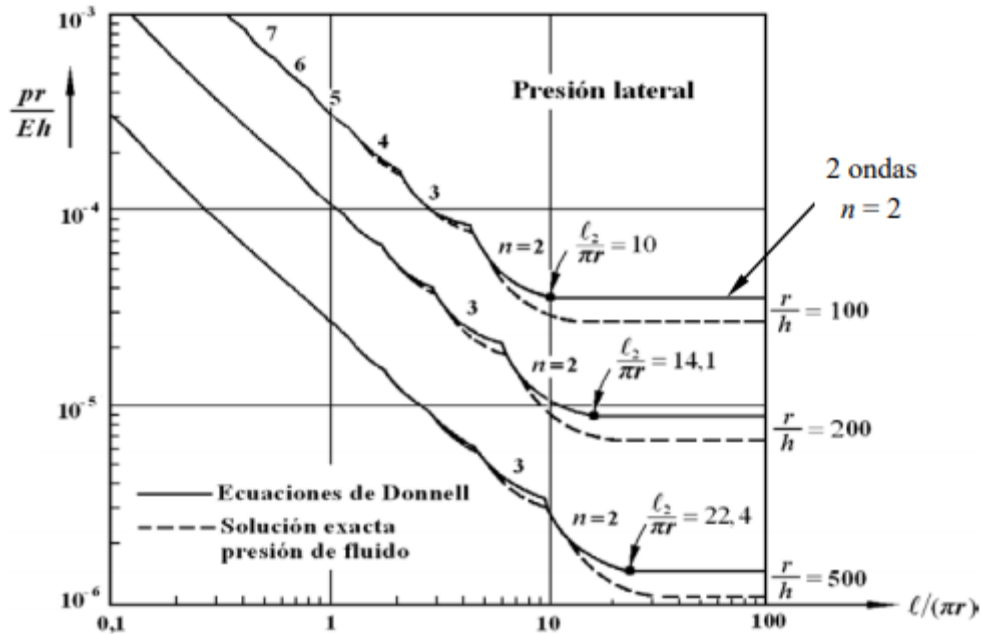


Gráfica 17 - Ensayos experimentales de Kendrick de pandeo interframe [22]

En la siguiente gráfica se muestra la tendencia de resistencia hidrostática que tendría la geometría estudiada en este trabajo. Es decir, la resistencia a una presión externa constante, tanto por los laterales del cilindro (como lo simulado en el análisis realizado) como por los extremos del cilindro en dirección axial. Componentes en las

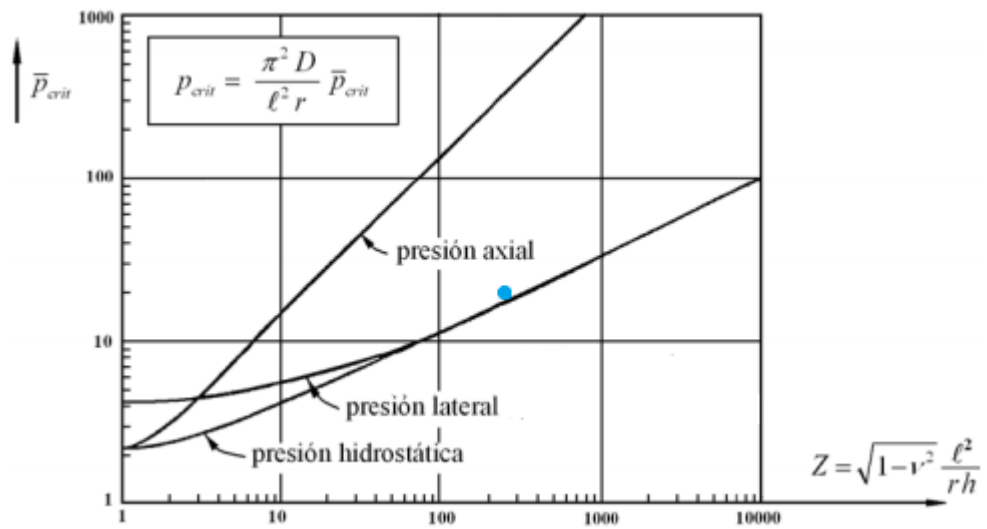
que se podría simplificar la presión que sufriría esa estructura (sin presión interior) submergida.

En la siguiente gráfica podemos ver la comparativa entre dos teorías para cilindros con carga uniforme (en dirección radial). La de Donnell contra la teoría de cáscaras, las cuales coinciden para los casos de cilindros cortos, como es el caso de nuestra geometría. Pudiendo observar la tendencia que tendría para el modelo estudiado con un $l_2/\pi r$ de 14. Siguiendo los valores marcados por la línea central.



Gráfica 18 - Presión lateral crítica según las ecuaciones de Donnell [2]

En la siguiente gráfica se muestra la presión crítica adimensional en función del parámetro de Batdorf para cada tipo de presión en un cilindro, siendo la presión hidrostática entendida como presión perpendicular a la superficie, constante y uniforme por todo el cilindro, es decir, una combinación de presión axial y lateral. En caso de presión hidrostática podemos observar como para cilindros cortos (un Z bajo) predomina la presión en dirección axial, mientras que para cilindros largos (un Z alto) predomina la presión en dirección lateral. Para nuestra geometría de estudio (situada con un punto azul en la gráfica, con un $Z=232$) vemos como para una presión ejercida de entre 2'2 MPa y 7MPa, estudiar la presión recibida como lateral es acertado ya que predomina claramente con el comportamiento de la presión hidrostática.



Gráfica 19 - Carga crítica adimensional según tipo de presión (editado) [2]

6 CONCLUSIONES

6.1 CONCLUSIONES ALCANZADAS

Este trabajo tiene como objetivos el estudio de las diferentes metodologías de cálculo estructural y el análisis de los modos de fallo que la estructura propuesta pueda sufrir. Suponiendo inicialmente una mejor precisión del método computacional respecto al resto y, en cuanto a los modos de fallo, una carga de pandeo superior para el pandeo global que para otros tipos de pandeo.

En primer lugar, de entre las metodologías de cálculo, el resultado más alto obtenido ha sido el computacional. Determinando que la estructura soportaría una presión de 2'2 MPa, una resistencia de hasta 220 metros de profundidad. De entre los resultados obtenidos por los tres métodos, este resultado es el más próximo a 300 metros de profundidad. Profundidad que se estima que soporta un submarino con casco similar a los del modelo estudiado. Por lo que se considera al análisis computacional como el más preciso de los tres. Confirmando como correcta la primera suposición inicial.

El resultado del cálculo computacional se encuentra en un rango de profundidades habituales para submergibles, pero insuficientemente cercano a los 300 metros usuales para cascos de las características del modelo. Para poder simular con más precisión la resistencia del casco resistente, pudiendo obtener un resultado más cercano a los orientativos 300 metros, se debería realizar un mayor número de análisis para una geometría del casco completa, con domo de proa y cono de popa. Una vez alcanzado un resultado próximo a lo esperado en cuanto al pandeo global, se debería realizar análisis específicos para otros de pandeo, especialmente el pandeo local. Ya que se encuentra entre los más probables.

Por otra parte, los métodos utilizados han permitido prever los posibles fallos estructurales de la estructura. Estos fallos, aunque limitados por la deformación inicial creada y el tamaño del modelo, enfocando la geometría a que produjese un pandeo *interframe* y posterior colapso global, deja preveer la deformación real que tendría la estructura. Además de confirmar el segundo de los supuestos (los métodos estudiados con formulación del mismo autor), que pandeo global requiere de una mayor carga para ser encontrado que el pandeo local.

Este estudio confirma como la imperfección en un casco resistente produce una curva de carga progresiva y poco bifurcativa. Se observa como la imperfección del modelo amplía el tiempo durante el que se produce el pandeo, respecto a una geometría perfecta (cuyo pandeo sería inmediato), haciendolo más progresivo y portanto más previsible durante la navegación. Como se puede observar en la Gráfica 16 - Comparativa: Pandeo perfecto / Pandeo obtenido.

Cuanto mayor sea la imperfección del casco mayor será la pendiente de caída de carga necesaria para deformar la estructura. Este estudio muestra que se debe mejorar todo lo posible la perfección de la geometría. Desde perfeccionar los actuales sistemas de medición y fabricación de cascos resistentes, como promover en los casos que sea posible el diseño de vehiculos submarinos mediante impresión 3D. Siguiendo el modelo de los submarinos ya impresos, como el construído en Estados Unidos en 2017, de nueve metros de eslora. Esta solución aporta otras ventajas como una reducción en el tiempo y los costes de fabricación y la eliminación de imperfecciones y reducción de tensiones residuales en el casco, ya que no se necesita aporte de soldadura.

6.2 FUTURAS LÍNEAS DE ANÁLISIS

En primer lugar, sería provechoso ampliar el presente trabajo estudiando otras estructuras, ya modelizadas, como cilindros con variación de refuerzos y estudio de una estructura completa de un casco resistente de un submarino. Este último tendría un casco (con penetraciones incluidas) de 50 metros de eslora y 7'5 metros de radio con 77 refuerzos transversales a lo largo de la eslora.

Además, sería recomendable estudiar el mismo tramo de casco pero:

1. Variando del número de refuerzos
2. Variando el espacio entre refuerzos
3. Variando la rigidez de los refuerzos
4. Variando la orientación de los refuerzos
5. Variando la eslora del tramo de casco a analizar
6. Variando el tipo y la gravedad de las imperfecciones

Otro de los objetivos podría ser simular las tensiones residuales (a consecuencia de cold vinding, welding...) si se conocen datos de ensayos experimentales de como reacciona la estructura con tensiones internas. En caso contrario, la opción menos recomendada sería aplicar una carga térmica, la cual induciría deformación.

Una vez acabado los estudios estructurales mencionados es necesario, si se requiere de un estudio completo estructural de un submarino estudiar sus vibraciones y ruido por su maquinaria de propulsión y la resistencia del submarino a explosiones submarinas.

7 BIBLIOGRAFÍA

- [1] «Pandeo - Teorías y formulación de la inestabilidad elástica». .
- [2] E. C. Para y C. Delgados, «PANDEO DE CILINDROS ECUACIONES PARA CILINDROS DELGADOS», vol. 12, n.º 2, 2015, pp. 125-142.
- [3] N. Gómez, «PANDEO EN EL CAMPO PLASTICO», n.º 1, pp. 1-29, [En línea]. Disponible en: <http://cmetalicas.tripod.com/sitebuildercontent/T2.pdf>.
- [4] «(3) Diagrama Esfuerzo - Deformación para acero dúctil - YouTube». <https://www.youtube.com/watch?v=eFQeVogeHMM> (accedido jun. 22, 2021).
- [5] Nonlinearity from Abaqus Documentation Collection, «Causas de NO linealidad en simulaciones mecánicas estructurales». <https://www.4realsim.com/es/causas-de-no-linealidad-en-simulaciones-mecanicas-estructurales/> (accedido ago. 22, 2021).
- [6] A. D. Smith, «The effects of radial support characteristics on submarine hull instability pressures», *Mech. Eng.*, p. 162, 1994.
- [7] «Spring Back Compensation - Wikipedia». https://en.wikipedia.org/wiki/Spring_Back_Compensation (accedido jun. 24, 2021).
- [8] S. Cho, T. Muttaqie, Q. Thang, S. Kim, y S. Min, «Experimental investigations on the failure modes of ring-stiffened cylinders under external hydrostatic pressure», vol. 10, 2018, doi: 10.1016/j.ijnaoe.2017.12.002.
- [9] J. R. Mackay, F. Van Keulen, y M. J. Smith, «Thin-Walled Structures Quantifying the accuracy of numerical collapse predictions for the design of submarine pressure hulls», *Thin Walled Struct.*, vol. 49, n.º 1, pp. 145-156, 2011, doi: 10.1016/j.tws.2010.08.015.
- [10] «Efecto Bauschinger - Teoría de tensión-deformación». https://es.wikipedia.org/wiki/Efecto_Bauschinger (accedido jun. 22, 2021).
- [11] I. Sanchez, «Pandeo Lateral De Estructuras Metálicas En Arco», p. 399, 2009.
- [12] «Estimación del ensayo de compresión con deformación plana tipo FORD utilizando el método de elementos finitos y utilizando curvas de comportamiento obtenidas en un ensayo de tracción». http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-40652014000200008 (accedido jun. 22, 2021).
- [13] Desconocidos, «Estabilidad II. Pandeo», pp. 1-21, 2006.
- [14] A. Bagchi, «Linear and Nonlinear Buckling of Thin Shells of Revolution», *Trends Appl. Sci. Res.*, vol. 7, n.º 3, pp. 196-209, mar. 2012, doi: 10.3923/tasr.2012.196.209.
- [15] D. Oh y B. Koo, «Empirical Initial Scantling Equations on Optimal Structural Design of Submarine Pressure Hull», vol. 4, n.º 1, pp. 7-15, 2018.
- [16] S. P. Timoshenko y J. M. Gere, «Theory of Elastic Stability». <https://www.perlego.com/book/110832/theory-of-elastic-stability-pdf> (accedido jun. 20, 2021).
- [17] Bureau Veritas, «Rules for the Classification of Naval Submarines PART A PART B PART C PART D PART E - Classification and Surveys - Main Design Principles and Stability - Pressure Hull and Structures - Systems - Fire Safety and Human Occupancy - Additional Class Notations», vol. 33, n.º September, 2016.
- [18] «Nominal and Non-linear Stresses». <https://www.nafems.org/publications/knowledge->

base/nominal-and-non-linear-stresses-part-1/ (accedido jun. 26, 2021).

- [19] «Tabla de unidades consistentes en ABAQUS». <https://studylib.es/doc/5532410/tabla-de-unidades-consistentes-en-abaqus> (accedido jun. 27, 2021).
- [20] Universidad de Granada, «Resolución de Ecuaciones No Lineales», pp. 1-19, 2013, [En línea]. Disponible en: http://www.ugr.es/~mpasadas/ftp/Tema2_apuntes.pdf.
- [21] T. J. Holmquist, «Strength and Fracture Characteristics of HY-80, HY-100, and HY- 130 Steels Subjected to Various Strains, Strain Rates, Temperatures, and Pressures», pp. 1-65, 1987.
- [22] S. Kendrick, «Externally Pressurized Vessels. In The Stress Analysis of Pressure Vessels and Pressure Vessel Components», Pergamon Press, 1970, p. 592.