



Escola Politécnica Superior

Trabajo Fin de Grado
CURSO 2019

*Modelización y simulación de la reductora de propulsión
de un buque mediante técnicas de dinámica multicuerpo
con contacto y fricción*

Grado en Ingeniería Mecánica

ALUMNA/O

Juan Manuel Sixto Sánchez

TUTORAS/ES

Daniel Dopico Dopico

FECHA

17 FEBRERO 2020

MODELIZACIÓN Y SIMULACIÓN DE LA REDUCTORA DE PROPULSIÓN DE UN BUQUE MEDIANTE TÉCNICAS DE DINÁMICA MULTICUERPO CON CONTACTO Y FRICCIÓN

Resumen

Este proyecto trata sobre el estudio, análisis y simulación de la caja reductora de un buque mediante la dinámica de sistemas multicuerpo. La reductora de una etapa consiste en dos engranajes dobles helicoidales. Un sistema multicuerpo es un conjunto de sólidos rígidos o flexibles unidos por medio de pares cinemáticos.

Se han modelado los dos elementos que intervienen en el movimiento con la mejor precisión posible con ayuda de un software de cálculo de elementos de máquinas.

También, mediante simulación dinámica de sistemas multicuerpo se han reproducido las condiciones reales de funcionamiento para obtener los resultados pertinentes en el contacto con fricción

La dinámica de sistemas multicuerpo es una disciplina en la que se estudian métodos para plantear de forma sistemática las ecuaciones de la dinámica de máquinas y mecanismos y se emplean métodos computacionales eficientes para resolver estas ecuaciones. La complejidad de este trabajo radica en la complejidad que comporta la geometría de los engranajes helicoidales, que se traduce en una gran complejidad y coste computacional de la detección de contacto y el modelo de las fuerzas de contacto.

MODELIZACIÓN E SIMULACIÓN DA REDUCTORA DE PROPULSIÓN DUN BUQUE MEDIANTE TÉCNICAS DE DINÁMICA MULTICORPO CON CONTACTO E FRICCIÓN

Resumo

Este proxecto trata sobre o estudo, análise e simulación da caixa reductora dun buque mediante a dinámica de sistemas multicorpo. A reductora duna etapa consiste en dous engranaxes dobres helicoidales. Un sistema multicorpo é un conxunto de sólidos ríxidos ou flexibles unidos por medio de pares cinemáticos.

Modeláronse os dous elementos que interveñen no movemento coa mellor precisión posible con axuda dun software de cálculo de elementos de máquinas.

Tamén, mediante a simulación dinámica de sistemas multicorpo reproducíronse as condicións reais de funcionamento para obter os resultados pertinentes no contacto con fricción.

A dinámica de sistemas multicorpo é una disciplina na que se estudian métodos para plantexar de forma sistemática as ecuacións da dinámica de máquinas e mecanismos e se emplean métodos computacionáis eficientes para resolver estas ecuacións. A complexidade de este traballo radica na complexidade que comporta a xeometría dos engranaxes helicoidais, que se traduce nunha gran complexidade e coste computacional da detección de contacto e o modelo das forzas de contacto.

MODELING AND SIMULATION OF A REDUCTION OF PROPULSION OF A VESSEL WITH MULTIBODY TECHNIQUES WITH CONTACT AND FRICTION

Abstract

The present project covers the study, analysis and simulation of the gearbox of a ship using the dynamics of multibody systems. The gearbox has one step and consists of two herringbone helical gears. A multibody system is a set of rigid or flexible bodies related by kinematic joints.

Two gears are involved in the motion and they have been modeled as accurately as possible using a software for design of mechanical elements.

Also, through dynamic simulation of multibody systems, the actual operating conditions have been reproduced to obtain the relevant results in friction contact

The dynamics of multibody systems is a discipline which deals with the systematic formulation of the dynamics equations of machines and mechanisms and their efficient computational solution. The complexity of this work lies in the complexity involved in the geometry of the helical gears, which entails a great complexity and high computational cost of the contact detection and the model of contact forces model.

ÍNDICE

Lista de figuras.....	vii
Lista de tablas.....	ix
1 Introducción	1
1.1 Motivación	2
1.2 Antecedentes.....	3
1.3 Objetivos.....	3
2 Descripción del sistema	5
3 Simulación multicuerpo (MBS).....	8
3.1 Cinemática.....	8
3.2 Dinámica.....	9
3.3 Modelización.....	10
3.4 Modelo multicuerpo del sistema.....	14
3.4.1 Referencia	14
3.4.2 Piñón	14
3.4.3 Rueda.....	15
3.4.4 Variables adicionales	16
3.5 Condiciones de simulación	17
3.6 Modelo de fuerzas de contacto	20
3.6.1 Modelo de fuerza normal	20
3.6.2 Modelo de fuerza tangente	21
3.7 Software de simulación dinámica.....	23
4 Salida gráfica y detección de colisiones.....	26
4.1 Software empleado para la salida gráfica	26
4.2 Software empleado para detección de colisiones	31
5 Simulación y resultados	34
6 Conclusiones	39
7 Bibliografía.....	40

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1. Esquema del sistema de propulsión.....	2
Figura 2-1 Disposición de la reductora proporcionada por Navantia.	5
Figura 2-2 Renderizado del eje del piñón con sus elementos.	6
Figura 2-3 Renderizado del eje de la rueda con sus elementos 6	6
Figura 3-1. Parámetros básicos en KISSsoft.....	10
Figura 3-2. Parámetros de la geometría de los dientes en KISSsoft 10	10
Figura 3-3. Modelado del eje del piñón 12	12
Figura 3-4. Modelado de los dientes del piñón 12	12
Figura 3-5. Modelado del eje de la rueda 12	12
Figura 3-6. Modelado de los dientes de la rueda..... 13	13
Figura 3-7. Modelado del conjunto engranando 13	13
Figura 3-8. Coordenadas locales del piñón 15	15
Figura 3-9. Coordenadas locales de la rueda..... 16	16
Figura 3-10. Curva de par del motor W 8V31 (Catálogo Wärtsilä 31)..... 18	18
Figura 3-11. Dimensiones motor Wärtsilä (catálogo Wärtsilä 31) 19	19
Figura 3-12. Contacto normal entre esfera y plano: vista isométrica y frontal..... 20	20
Figura 3-13. Contacto tangencial entre esfera y plano 22	22
Figura 4-1. Zona de imprecisión del piñón 26	26
Figura 4-2. Zona de imprecisión de la rueda 26	26
Figura 4-3. Segmentos de contacto erróneos del sistema..... 27	27
Figura 4-4. Segmentos de contacto erróneos en la rueda 27	27
Figura 4-5. Malla de la rueda 28	28
Figura 4-6. Malla del piñón..... 28	28
Figura 4-7. Cuerpo del piñón..... 29	29
Figura 4-8. Cuerpo de la rueda 29	29
Figura 4-9. Segmentos de contacto correctos del sistema 30	30
Figura 4-10. Segmentos de contacto correctos en la rueda 30	30
Figura 4-11. Malla de sólidos arbitrarios..... 31	31
Figura 4-12. Pares de colisión y segmentos entre los cuerpos i y j 32	32
Figura 5-1. Conjunto piñón-rueda durante la simulación 34	34
Figura 5-2. Conjunto piñón-rueda durante la simulación (vista lateral) 35	35
Figura 5-3. Fuerzas normales durante la simulación 35	35
Figura 5-4. Fuerzas normales durante la simulación 36	36
Figura 5-5. Velocidades angulares de piñón y la rueda..... 36	36
Figura 5-6. Par motor en el eje del piñón 37	37
Figura 5-7. Potencias en el motor y disipada por fricción 37	37

Figura 5-8. Fuerzas normal y tangencial en el contacto38

LISTA DE TABLAS

Tabla 2-1 Parámetros básicos del piñón.....	7
Tabla 2-2 Parámetros básicos de la rueda.....	7
Tabla 3-1. Parámetros de los engranajes obtenidos con KISSsoft.....	11
Tabla 3-2. Tensor de inercia del piñón.....	14
Tabla 3-3. Tensor de inercia de la rueda.....	15
Tabla 3-5. Datos para la ecuación del motor.....	18
Tabla 3-6. Datos para la ecuación del freno.....	19

1 INTRODUCCIÓN

La simulación multicuerpo es una herramienta que permite simular el movimiento de un sistema complejo con distintos componentes. A través de la dinámica computacional, es posible resolver la dinámica directa de modelos complejos (también la cinemática y la dinámica inversa).

La ventaja de la simulación multicuerpo es que permite obtener resultados a través de pruebas de una máquina compleja sin recurrir a un prototipo y de una manera más sencilla. Con esto se consigue reducir costes y reducir tiempos en el diseño del producto.

Es por esto que resulta una herramienta muy útil y por eso está siendo desarrollada por el laboratorio de ingeniería mecánica de la UDC.

El sistema de propulsión es uno de los sistemas más importantes en un buque. La función de un sistema de propulsión es generar el empuje necesario para que la nave se mueva a la velocidad deseada. El sistema de propulsión consta de tres partes: la fuerza motriz, la transmisión y la propulsión.

La función principal de la fuerza motriz es transformar la energía química en energía mecánica. Esta energía se puede obtener de un motor diésel, de una turbina de gas o de una planta de turbina de vapor. El modo más ampliamente utilizado es el de un motor diésel, debido al ahorro de combustible.

Las misiones de la transmisión (formada por ejes, cajas de engranajes y rodamientos) son transferir la energía generada por la fuerza motriz al propulsor (normalmente la hélice) y transferir el empuje generado por el propulsor al casco del barco. Esta segunda misión se realiza a través del cojinete de empuje.

Se distinguen los siguientes tipos de transmisión:

- Mecánica:
 - o Directa: se acopla directamente mediante un eje el motor o turbina con el propulsor.
 - o Por engranajes: Se conectan a través de una caja de engranajes reductora y un eje. La función de la caja de cambios es reducir la velocidad de rotación del motor para que se iguale con la velocidad de rotación deseada en el propulsor. Consecuentemente, el par generado por la fuerza motriz es amplificada en la misma proporción con la que se reduce la velocidad angular. Esto permite que la fuerza motriz trabaje a mayor velocidad, lo que a su vez reduce su coste.
- No mecánica:
 - o Eléctrica: La fuerza motriz alimenta un generador y este se conecta mediante cables, centralitas y convertidores a un motor eléctrico.
 - o Otros: Otros tipos no mecánicos como accionamientos hidráulicos.

El propulsor convierte la energía de rotación en energía mecánica traslacional. El más común es la hélice, que es un elemento que transmite el empuje mediante la rotación de las aspas. Se distinguen dos tipos de hélices, la hélice fija y hélice de inclinación variable. Otros propulsores pueden ser propulsores de agua o propulsores Voith-Shneider.

Con la simulación multicuerpo de este sistema se tratará de simular el movimiento de un sistema compuesto por el motor diésel citado, una caja reductora y un modelo de carga que representa la resistencia de la hélice. El sistema se simula a unas condiciones de funcionamiento realistas y teniendo en cuenta el contacto entre los dientes, siendo capaces de obtener las fuerzas de contacto, la potencia consumida por fricción y en último término el rendimiento mecánico de la transmisión de engranajes, de la que depende el éxito de una propulsión adecuada.

El Laboratorio de Ingeniería Mecánica (LIM) se ha especializado en la dinámica de sistemas multicuerpo y en el desarrollo de simulaciones aplicadas a diversos campos como la automoción, la simulación de sistemas de anclas, la biomecánica, la simulación de redes de pesca o la simulación de maquinaria.

Más recientemente el laboratorio comenzó una línea de trabajo que se centra en aplicar la dinámica de sistemas multicuerpo a los elementos de máquinas más típicos y el primer elemento en el que se comenzó a trabajar son los trenes de engranajes, centrándose en el análisis del contacto entre dientes de engranajes rectos. En este caso el sistema considerado tiene la singularidad de tratarse de engranajes de gran tamaño y de la complejidad en la geometría que conllevan los engranajes helicoidales en comparación con los engranajes rectos que ya se habían considerado con anterioridad.

1.2 Antecedentes

El caso de estudio se trata de una reductora moderna. La eficiencia de la transmisión en buques de este tipo es alta, 96-99%. Un problema básico en el diseño de la reductora es conseguir una distribución uniforme de las fuerzas en la cara de los dientes. Si la fuerza se aplica sobre un área pequeña en el diente puede producir picadura en los dientes y cambios en la dirección de las fuerzas puede producir martilleo, lo que se traduce en vibraciones, ruido y desgaste. Otro aspecto importante es reducir desalineamientos. Una reductora con engranajes helicoidales reduce en gran medida estos problemas, pues al estar en contacto varios dientes a la vez, la fuerza está más repartida. Además, al estar los dientes en ángulo, se reduce el cambio en la dirección de las fuerzas, minimizando el martilleo.

Sin tener en cuenta los otros elementos de la transmisión, a reductora puede tener pérdidas de 1-2% en reductoras de una etapa y 3-5% en reductoras más complejas.

En lo que se refiere al estudio de rendimiento de los engranajes helicoidales, se puede hacer referencia a estudios como el análisis de la influencia del valor de corrección de los dientes de los engranajes (Diez Ibarbia, et al., 2014), la influencia de la modificación del addendum de dichos dientes (Baglioni, et al., 2011), el estudio de la rigidez del engrane en transmisiones de dientes rectos (Fernández del Rincón, et al., 2012), la influencia de la elección del dentado y la formulación del lubricante en las pérdidas de potencia durante el engrane (Magalhães, et al., 2009), o la influencia de la temperatura del aceite en fallas de engranajes (Höhn & Michaelis, 2003), además de otros proyectos de engranajes desarrollados por el Laboratorio de Ingeniería Mecánica.

Este trabajo pretende ser un punto de partida para el ensayo y simulación de sistemas de engranajes tipo helicoidal aportando un modelo paramétrico de las distintas variables que intervienen en el cálculo final del rendimiento del sistema.

1.3 Objetivos

El objetivo principal es modelar la reductora de buque a partir de los planos proporcionados por Navantia, calcular los parámetros generales y geometría de los engranajes y proporcionar una herramienta de simulación para la reductora. Este objetivo se desglosa en los siguientes apartados:

- Modelado y cálculo del sistema real de engranajes a partir de los planos proporcionados por la empresa. El modelado se ha llevado a cabo prestando especial atención a la geometría de los dientes que es fundamental para las simulaciones con contacto. Para esta tarea de diseño y cálculo del sistema se ha empleado el software elementos de máquinas KISSsoft, introduciendo los parámetros básicos proporcionados por Navantia. Cumplido este objetivo, se tendrán los archivos de CAD con la geometría 3D detallada de los engranajes que se van a emplear en la simulación, así como algunos parámetros fundamentales para la simulación como el coeficiente de fricción estimado entre los dientes en las condiciones de trabajo consideradas.
- Estudio y cálculo de las relaciones cinemáticas entre los componentes de la reductora comparándolas con las relaciones obtenidas mediante la simulación con contacto entre los dientes.
- Estudio y cálculo de las fuerzas de contacto normales y de fricción existentes en los dientes de la reductora.

2 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

Debido a las cláusulas de confidencialidad de Navantia, no se proporcionarán datos concretos acerca del modelo del buque y sistema de propulsión que se considera para este trabajo, pero se trata de un buque de guerra de grandes dimensiones, uno de tantos que se han estado fabricando en la empresa. Este apartado se centrará en la descripción del sistema de propulsión que es la parte que contiene los datos de interés para el presente proyecto y es en efecto, el objetivo del estudio.

Debido a que existe una reductora, y debido al orden de reducción que tiene ($i=0.1788$) la propulsión principal del buque se deduce que es un motor diésel de medias o altas revoluciones.

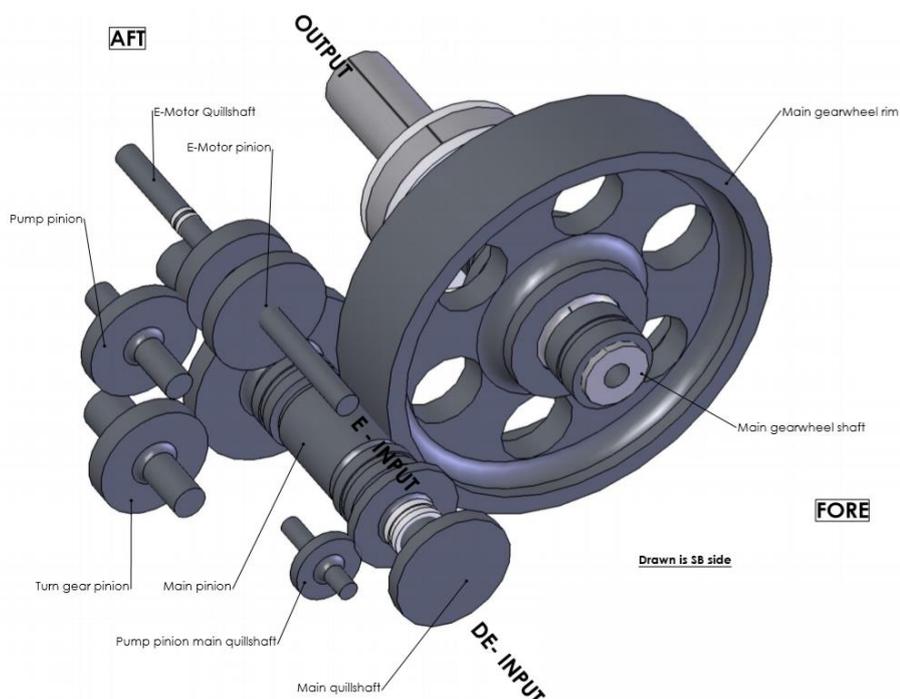


Figura 2-1 Disposición de la reductora proporcionada por Navantia.

En la figura 2-1 se muestran dos entradas, una diésel y otra eléctrica. Se deduce que la propulsión principal es la que utiliza el motor diésel. Además, existe un generador que permite abastecer de energía eléctrica a los sistemas de la nave y a un motor que se acopla al eje principal del piñón proporcionando una potencia extra. Es común que el sistema de propulsión sea un sistema híbrido (como puede ser el diésel-eléctrico) que permite un ahorro aún mayor en el gasto de combustible.

El eje principal, también tiene conexiones con distintos sistemas auxiliares del buque como diferentes tipos de bombas.

El estudio se centra solo en el método de propulsión mediante el motor diésel, concretamente en lo relativo a las fuerzas, velocidades y rendimiento del piñón principal diésel y la rueda de la hélice.

El mecanismo consiste en una reductora de una etapa, el motor diésel se conecta al eje del piñón principal mediante un embrague. Al tratarse de un sistema de grandes dimensiones y de una reductora de una etapa, estamos manejando un sistema relativamente grande, lo que conlleva grandes fuerzas y velocidades bajas.

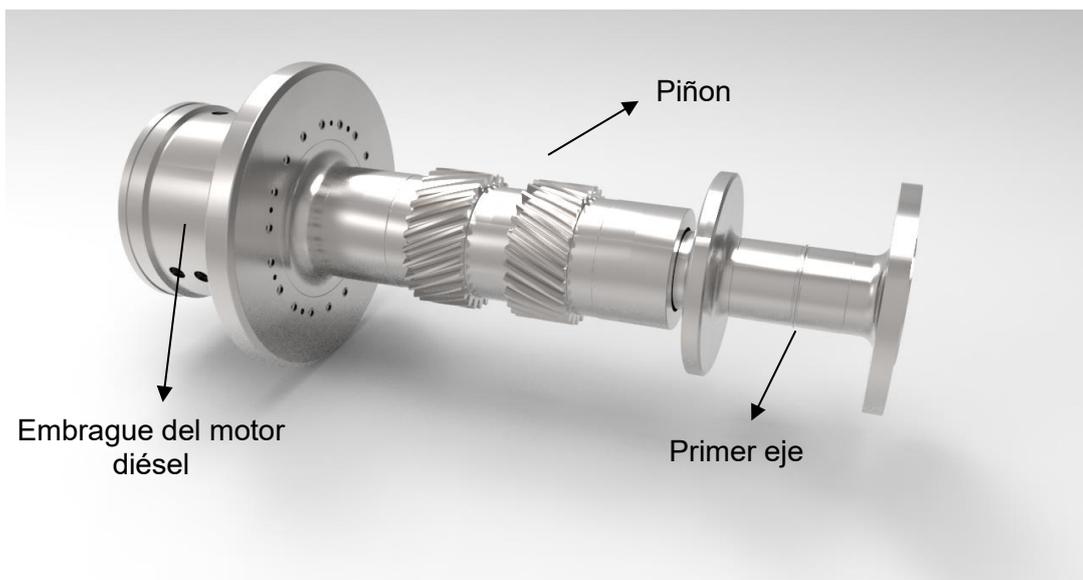


Figura 2-2 Renderizado del eje del piñon con sus elementos.

El piñón propiamente representado en la figura 2-2, consiste en un par de engranajes helicoidales dobles o de “espina de pescado”, en los que se combina una hélice a izquierdas y otra a derechas. Esta estructura permite eliminar o disminuir el empuje axial.

En el estudio no se tiene en cuenta la pérdida de potencia por los sistemas auxiliares debido a que no son objeto del presente estudio.

El segundo eje se comporta como la rueda de la transmisión, es el eje que lleva la potencia a la hélice del barco. Debido a su gran tamaño, el elemento cuenta con unos agujeros de aligeramiento para reducir su masa. En la figura 2-3, se muestra la ubicación de los dientes en el eje. Es la parte que engrana con el piñon del primer eje, por lo tanto, es el otro par de engranajes helicoidales dobles.

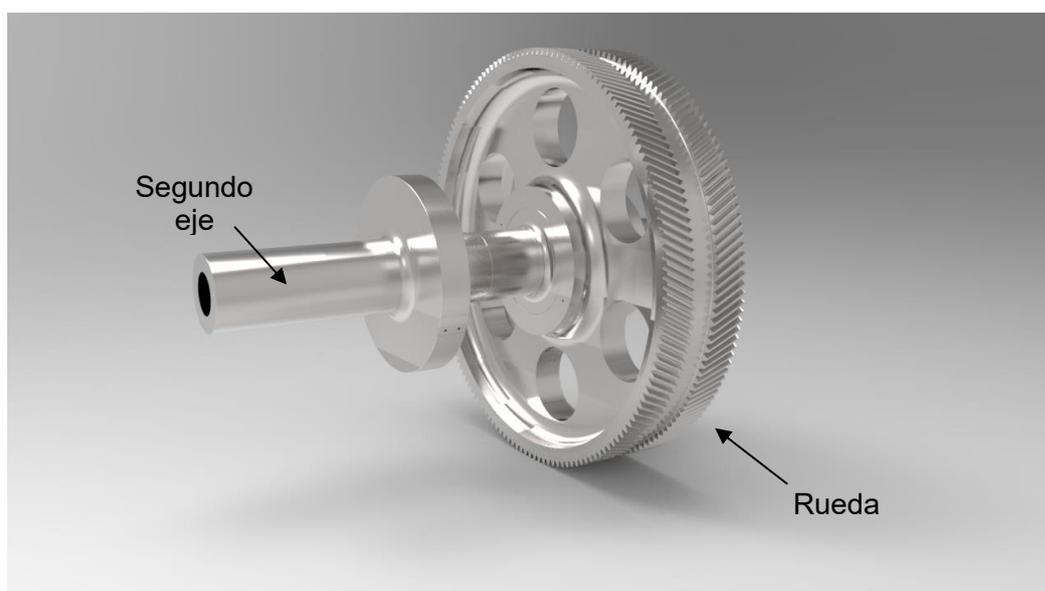


Figura 2-3 Renderizado del eje de la rueda con sus elementos

Algunos de los parámetros estructurales de los dientes de los dos engranajes, que se utilizarán en los siguientes apartados, se resumen en las siguientes tablas:

Tabla 2-1 Parámetros básicos del piñón.

Main pinion	
dientes	27
modulo	10 mm
altura de diente	24 mm
modificación efectiva add	2,58 mm
ángulo de presión	20 °
ángulo de hélice	27,12 °
ancho del diente	135 mm

Tabla 2-2 Parámetros básicos de la rueda.

Main gearwheel	
dientes	151
modulo	10 mm
altura de diente	24 mm
modificación efectiva add	-2,519 mm
ángulo de presión	20 °
ángulo de hélice	27,12 °
ancho del diente	135 mm

Con estos datos somos capaces de calcular las relaciones cinemáticas del sistema. La relación de velocidades teórica, viene dada por la relación entre el número de dientes:

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{z_1}{z_2} = 0.1788$$

3 SIMULACIÓN MULTICUERPO (MBS)

Para parametrizar un sistema multicuerpo es necesario elegir unas coordenadas dependientes adecuadas. Existen tres familias: coordenadas relativas, coordenadas de punto de referencia y las coordenadas naturales; cada una con sus respectivas ecuaciones de restricción.

En nuestro caso utilizaremos coordenadas mixtas, significa que escogemos coordenadas naturales y algunas coordenadas relativas, lo que simplifica el problema.

Necesitamos conocer dos partes fundamentales de la teoría multicuerpo el problema cinemático y el problema dinámico.

El problema cinemático consiste en conocer el movimiento del sistema independientemente de las fuerzas externas.

El problema dinámico directo es lo que se denomina simulación dinámica de un sistema mecánico. Es muy útil porque permite predecir el comportamiento del sistema sin necesidad de recurrir a un prototipo, es una herramienta especialmente útil porque se puede ver cómo se comporta el sistema ante un cambio en el diseño en un tiempo reducido.

3.1 Cinemática

En este apartado, tratamos de obtener la posición, velocidad y aceleración usando las ecuaciones de restricción.

Resolver el problema de posición consiste en obtener el valor de todas las coordenadas (q) que cumplan las ecuaciones de restricción:

$$\phi(q) = 0 \quad (3-1)$$

Donde ϕ Es el vector de restricciones del sistema. Normalmente se trata de un problema no lineal, por lo que se suele resolver utilizando el método de iteración de Newton-Raphson, que resuelve el problema linealizando la ecuación alrededor de un punto y obteniendo una solución, con esto conseguimos un resultado con pocas iteraciones y con un error muy pequeño:

$$\phi(q, t) \approx \phi(q_0, t) + \phi_q(q_0, t)(q - q_0) = 0 \quad (3-2)$$

Donde ϕ_q es la matriz Jacobiana de las restricciones respecto de las coordenadas. Reordenando términos obtenemos la siguiente ecuación iterativa:

$$\phi_q(q_i, t)(q_{i+1} - q_i) = -\phi(q_i, t) \quad (3-3)$$

Donde los valores correspondientes a los grados de libertad no se han modificado. Iterando hasta obtener una precisión adecuada.

El problema de velocidad consiste en obtener el vector de velocidades independientes (\dot{q}) que cumplan las restricciones de velocidad, conocidas la posición (q) y la velocidad de los grados de libertad (\dot{v}). Estas restricciones se pueden escribir como:

$$\dot{\Phi} = \Phi_q \dot{q} + \Phi_t = 0 \Rightarrow \Phi_q \dot{q} = -\Phi_t \quad (3-4)$$

Donde Φ_t es la derivada parcial de Φ con respecto al tiempo. El problema se resuelve rápidamente puesto que es lineal.

El problema de aceleración consiste en determinar las derivadas temporales segundas $\ddot{\phi}$ de todas las variables del mecanismo. A partir de los vectores de posición y velocidad (q y \dot{q}) que cumplan las restricciones de posición y velocidad respectivamente, y dada la aceleración de los grados de libertad (\ddot{z}), se obtiene el vector de aceleraciones independientes (\ddot{q}) que satisfaga las restricciones de aceleración. Las restricciones de aceleración se pueden escribir como:

$$\ddot{\phi} = \phi_q \dot{q} + \Phi_q \ddot{q} + \dot{\phi}_t \Rightarrow \Phi_q \ddot{q} = -\phi_q \dot{q} - \dot{\phi}_t \quad (3-5)$$

El problema de aceleración también es un problema lineal que se resuelve rápidamente.

3.2 Dinámica

Para definir el movimiento del sistema utilizamos las ecuaciones de Lagrange para coordenadas dependientes, que conducen al siguiente sistema de ecuaciones, que constituye un sistema de ecuaciones diferenciales-algebraicas (DAE):

$$M\ddot{q} + \Phi_q^t \lambda = Q \quad (3-6)$$

$$\phi = 0 \quad (3-7)$$

Donde M representa la matriz de masas, λ el vector de multiplicadores de Lagrange, Q el vector de fuerzas generalizadas y el término $-\Phi_q^t \lambda$ las fuerzas de reacción. Se desea convertir el sistema de ecuaciones en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODE) utilizando un método basado en una matriz de proyección, llamada matriz R .

En primer lugar, se considera una matriz constante de proyección (D). Las velocidades independientes \dot{z} , que se corresponden con los grados de libertad de nuestro sistema, vienen determinadas por la proyección de las velocidades dependientes \dot{q} sobre las columnas de esta matriz:

$$\dot{z} = B\dot{q} \quad (3-8)$$

Escribiendo conjuntamente las ecuaciones (3-4) y (3-8) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \phi_q \\ B \end{bmatrix} \dot{q} = \begin{bmatrix} -\phi_t \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

Las filas de la matriz D son linealmente independientes de las filas de la matriz Jacobiana de restricciones ϕ_q . Así, podemos invertir el lado izquierdo de la expresión:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \phi_q \\ B \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\phi_t \\ \dot{z} \end{bmatrix} = [S \quad R] \begin{bmatrix} -\phi_t \\ \dot{z} \end{bmatrix} = -S\phi_t + R\dot{z} \quad (3-10)$$

Donde el término $R\dot{z}$ representa las soluciones generales de la ecuación de velocidad homogénea, y el término $-S\phi_t$ representa la solución particular de la ecuación completa. Derivando la ecuación (3-9) respecto del tiempo y reordenando los términos:

$$\begin{bmatrix} \phi_q \\ B \end{bmatrix} \ddot{q} = \begin{bmatrix} -\dot{\phi}_t - \dot{\phi}_q \dot{q} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

Resolviendo para \ddot{q} e introduciendo los términos S y R definidos en la ecuación (3-10):

$$\ddot{q} = [\Phi]^{-1} \begin{bmatrix} -\dot{\phi}_t - \dot{\phi}_q \dot{q} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = S(-\dot{\phi}_t - \dot{\phi}_q \dot{q}) + R\dot{z} \quad (3-12)$$

Sustituyendo la ecuación (3-12) en la ecuación (3-6), multiplicando por la izquierda por R^T :

$$R^T \{ M [S(-\dot{\phi}_t - \dot{\phi}_q \dot{q}) + R\dot{z}] + \phi_q^t \lambda \} = R^T Q \quad (3-13)$$

Reordenando y teniendo en cuenta que la matriz R es el complemento ortogonal del Jacobiano de las restricciones $\dot{\phi}_q$, así que $\dot{\phi}_q R = 0$:

$$R^T M R \dot{z} = R^T M S (\dot{\phi}_t + \dot{\phi}_q \dot{q}) + R^T Q \quad (3-14)$$

Reordenando los términos, obtenemos el sistema de ecuaciones para la dinámica del sistema:

$$R^T M R \dot{z} = R^T [Q + M S (\dot{\phi}_t + \dot{\phi}_q \dot{q})] \quad (3-15)$$

Con la formulación dinámica mediante la matriz R, se llega a un sistema con un tamaño igual al número de grados de libertad del sistema, lo que hace que sea una ventaja con respecto a otros métodos. La desventaja que tiene este método es la necesidad de calcular la matriz R en cada instante.

3.3 Modelización

El sistema consiste en dos piezas de dimensión relativamente grandes, con el fin de reducir el tamaño de los archivos binarios que se utilizarán en la simulación, el modelado de cada pieza se realiza en dos partes. En la primera etapa se modela la parte de las piezas en la cual están tallados los engranajes, de una manera que permite definir completamente las superficies que van a estar en contacto, esta parte del modelado es la que más peso tendría en la simulación. En la segunda etapa se hace un modelo con menos precisión del eje, lo que permite que la parte del eje se muestre gráficamente pero no ocupe mucho en la simulación.

En la primera etapa, se usa el software de cálculo de elementos de máquinas KISSsoft 03/2018C que permite, mediante los parámetros de los engranajes, hacer un modelo CAD de un par de ruedas dentadas, en las que los dientes se corresponden con el sistema real.

The screenshot shows the 'Datos básicos' (Basic Data) tab in KISSsoft. It is divided into 'Geometría' (Geometry) and 'Materiales y lubricación' (Materials and Lubrication).

Geometría:

- Módulo normal m_n : 10.0000 mm
- Ángulo de presión normal α_n : 20.0000 °
- Rueda 1: hélice a izquierda
- Ángulo de hélice... círculo primitivo β : 27.1200 °
- Distancia entre centros a : 1000.0006 mm
- Número de dientes z : Rueda 1: 151, Rueda 2: 27
- Ancho del diente b : 135.0000 mm
- Coefficiente de desplazamiento de perfil x^* : Rueda 1: -0.2299, Rueda 2: 0.2360
- Calidad (ISO 1328:1995) Q : 6

Materiales y lubricación:

- Rueda 1: 18CrNiMo7-6, Acero de cementación, templado por cementación, ISO 6336-5 Imagen 9/10 (MQ), Dureza del núcleo $\geq 25\text{HRC}$ Jominy J=12mm <HRC28
- Rueda 2: 18CrNiMo7-6, Acero de cementación, templado por cementación, ISO 6336-5 Imagen 9/10 (MQ), Dureza del núcleo $\geq 25\text{HRC}$ Jominy J=12mm <HRC28
- Lubricación: Aceite: ISO-VG 220

Figura 3-1. Parámetros básicos en KISSsoft

The screenshot shows the 'Paso de fabricación Rueda 1' (Gear 1 Manufacturing Step) and 'Paso de fabricación Rueda 2' (Gear 2 Manufacturing Step) tabs. Both show 'Acabado (sin desbaste)' (Finish (no grinding)).

Acabado Rueda 1:

- Selección de la herramienta: Evolvente construida
- Entrada: Longitudes
- Altura del pie h_f : 14.0000 mm
- Radio del pie ρ_f : 3.5000 mm
- Altura de cabeza h_a : 10.0000 mm
- Radio de la cabeza ρ_a : 0.0000 mm
- Altura de protuberancia h_{pr} : 0.0000 mm
- Ángulo de la protuberancia α_{pr} : 0.0000 °
- Altura del perfil de la cabeza h_{fs} : 0.0000 mm
- Ángulo de flanco de chafán α_k : 0.0000 °
- Modificación de ...de cabeza, rueda k_{m_n} : 0.0000 mm

Acabado Rueda 2:

- Selección de la herramienta: Evolvente construida
- Entrada: Factores
- Coefficiente de altura del pie h'_f : 1.4000
- Factor de radio del pie ρ'_f : 0.3500
- Coefficiente de altura de cabeza h'_a : 1.0000
- Factor de radio de la cabeza ρ'_a : 0.0000
- Coefficiente de a...de protuberancia h'_{pr} : 0.0000
- Ángulo de la protuberancia α_{pr} : 0.0000 °
- Factor de altura...rma de la cabeza h'_{fs} : 0.0000
- Ángulo de flanco de chafán α_k : 0.0000 °
- Modificación de ...de cabeza, rueda k_{m_n} : 0.0000 mm

Figura 3-2. Parámetros de la geometría de los dientes en KISSsoft

El cálculo de la geometría del diente se hace en base a la normativa y tolerancias recogidas en la base de datos del programa. Se hace un dimensionado previo mediante una serie de propuestas de pares de ruedas dentadas para fijar parámetros como el módulo, distancia entre ejes, anchura y número de dientes. Seguidamente, se procede al dimensionado fino, que consiste en determinar los parámetros como desplazamiento de perfiles, tolerancias de espesor de diente, etc.

En este caso en concreto, se eligen los parámetros principales como son el módulo, ángulo de presión, ángulo y sentido de hélice, número de dientes, ancho de cara y calidad. En el dimensionado fino, el programa proporciona varias opciones para el coeficiente de desplazamiento de perfil, se elige uno que nos permite fijar la distancia entre ejes en 1000 y que esté cerca del valor de la tabla 2-1 y 2-2.

Además se eligen las propiedades de materiales y lubricación, unas compatibles con el sistema (podrían elegirse otras que se correspondiesen más con el sistema real teniendo más datos). El material elegido es un acero de cementación templado (18CrNiMo7-6), la lubricación se realiza por barboteo de aceite y el aceite es un ISO-VG 220.

Algunas de las normas que utiliza este software para el cálculo son: DIN 3996, DIN 3975, DIN 3960, DIN 3974-1, DIN 3794-2 (1995), DIN 3996 (1998).

La siguiente tabla muestra los parámetros elegidos en el programa para definir el sistema:

Tabla 3-1. Parámetros de los engranajes obtenidos con KISSsoft

Datos principales	Abreviatura	rueda 1	rueda 2
Modulo	m_n	10	
Angulo de presion	a_n	20	
sentido de la hélice		según caso	
angulo de helice	β	27,12	
Numero de dientes	z	151	27
Ancho de cara	b	135	135
Coficiente de desplazamiento de perfil	x^*	-0,2299	0,236
calidad ISO 1328:1995	Q	6	6
Datos de perfil de referencia	Abreviatura	rueda 1	rueda 2
Paso de fabricación		Acabado (sin desbaste)	
Selección de la herramienta		Evolvente construida	
altura del pie	h_f	14	14
radio del pie	ρ_f	3,5	3,5
altura de cabeza	h_a	10	10

La segunda etapa consiste en obtener el archivo CAD de los ejes donde van tallados el piñón y la rueda. Para esto se utilizan los planos y archivos proporcionados por la empresa y el software SolidWorks 2017-2018. Obtenemos dos ejes con el correspondiente cambio de sección, pero sin los dientes tallados.

En este punto, se dispone de dos archivos por pieza, uno que servirá para el cálculo directo de las fuerzas en el contacto (figuras 3-4 y 3-6) y otro que serviría para mostrar gráficamente el eje (figuras 3-3 y 3-5).

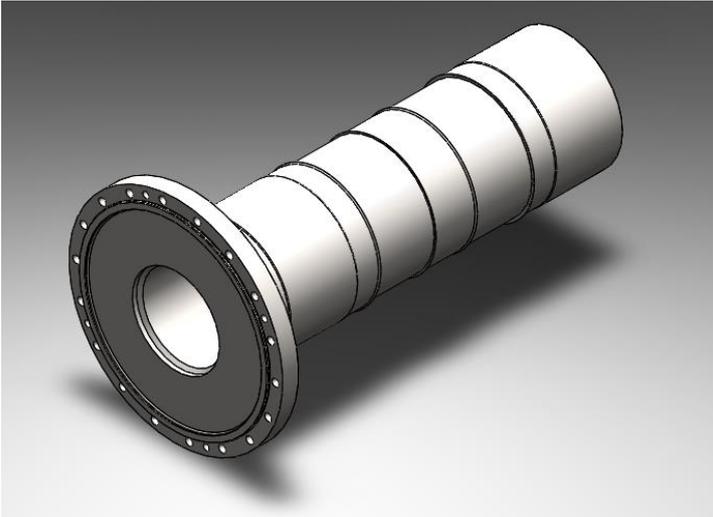


Figura 3-3. Modelado del eje del piñón

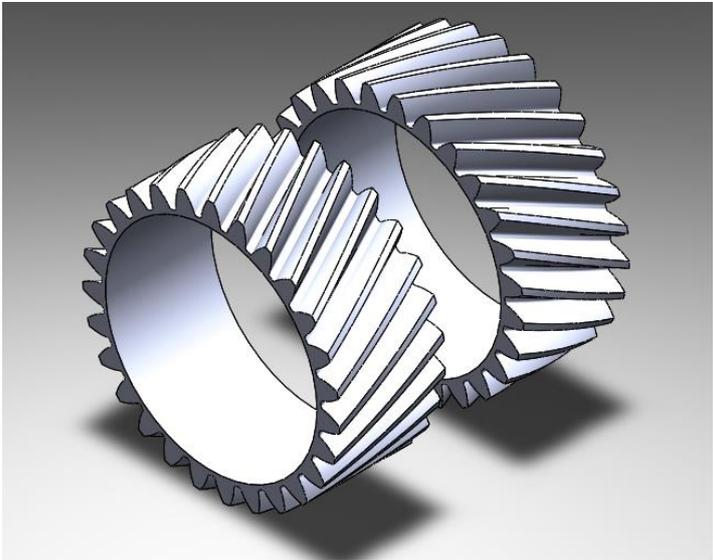


Figura 3-4. Modelado de los dientes del piñón

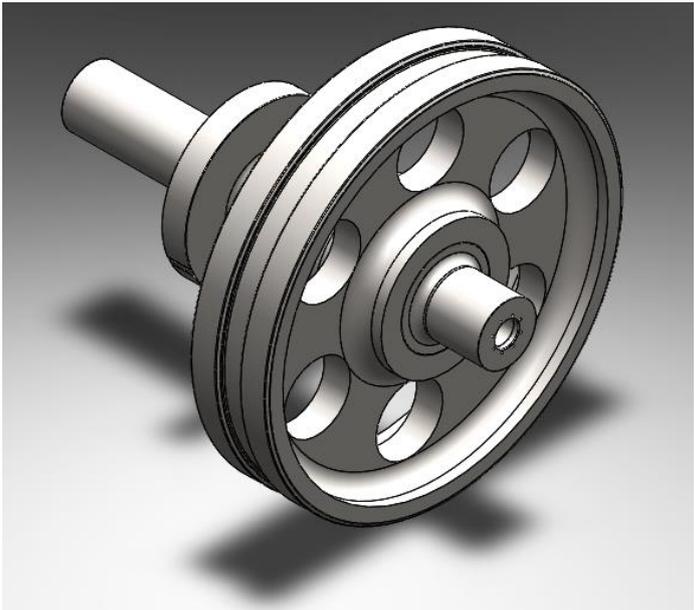


Figura 3-5. Modelado del eje de la rueda



Figura 3-6. Modelado de los dientes de la rueda

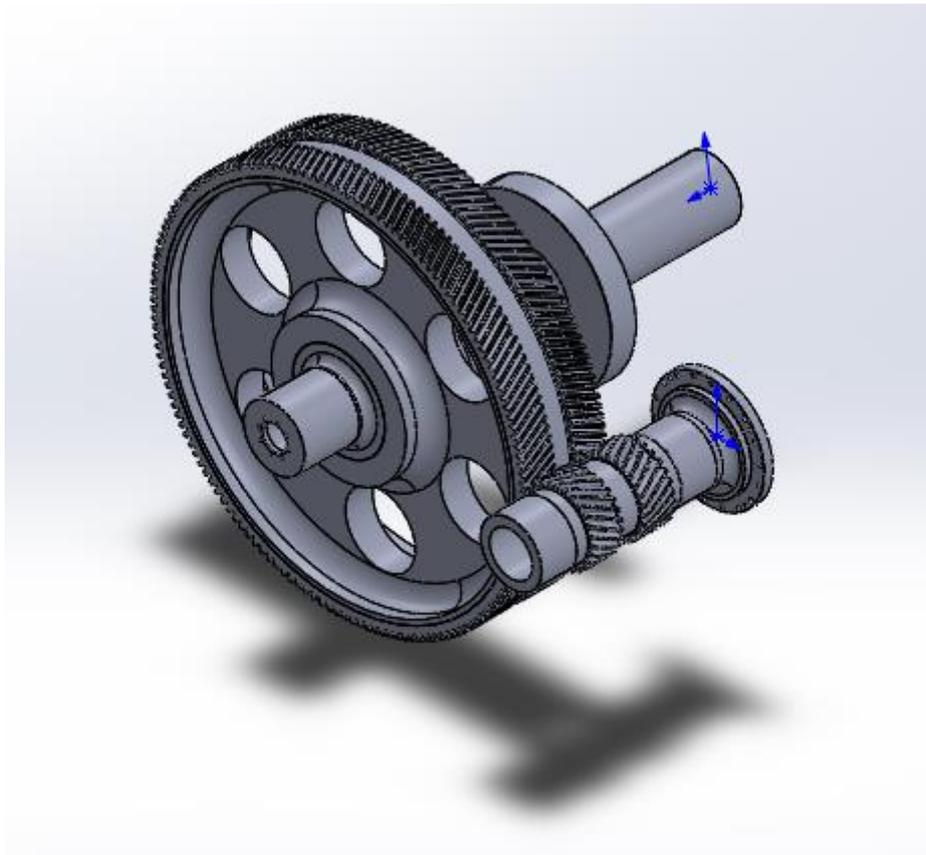


Figura 3-7. Modelado del conjunto engranando

Los archivos obtenidos tienen un formato de CAD, un formato de pieza en 3D. Para ser capaces de realizar el cálculo, es necesario generar un archivo de malla de la superficie, en la que la superficie externa del sólido 3D se discretiza en pequeños tetraedros. Este proceso se describirá en apartados posteriores.

3.4 Modelo multicuerpo del sistema

Obtenidos los archivos del apartado anterior, el siguiente paso es adaptar nuestro modelo al entorno de simulación. Existe la opción de usar un código comercial para obtener unos resultados de esta simulación (como ejemplo, se puede utilizar el software usado para obtener la forma de los dientes de los engranajes). En este proyecto se utilizará la biblioteca MBSLIM del Laboratorio de Ingeniería Mecánica.

La modelización está parametrizada con coordenadas mixtas, combinando coordenadas naturales que permiten situar cada elemento con independencia del otro y coordenadas relativas, que coinciden con el grado de libertad de cada rueda. Los dos elementos se deben definir con un número de puntos y vectores tal, que definan completamente su movimiento, por lo tanto dejando un grado de libertad por cada rueda. Los sólidos se modelan como cuerpos rígidos.

3.4.1 Referencia

Se definen cuatro elementos fijos: dos puntos P18 y P38 y dos vectores V11 y V13. Esto permite definir dos puntos fijos y obtener dos direcciones de referencia. Como son coordenadas globales no añaden incógnitas al sistema.

3.4.2 Piñón

Se define el piñón en coordenadas locales mediante un punto y tres vectores:

- Un punto fijo P18 ya definido en coordenadas globales en la referencia
- Un vector V13 en la dirección del eje del piñón definido en coordenadas globales en la referencia.
- Dos vectores nuevos V21 y V22 que forman un triedro.

La masa del piñón es de 563.92 kg.

El centro de masa es:
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.67142 \end{pmatrix}$$

Los elementos del tensor de inercia son:

Tabla 3-2. Tensor de inercia del piñón

Momentos de inercia		Productos de inercia	
Ixx	103.02	Pxy	0
Iyy	103.02	Pxz	0
Izz	26.38	Pyz	0

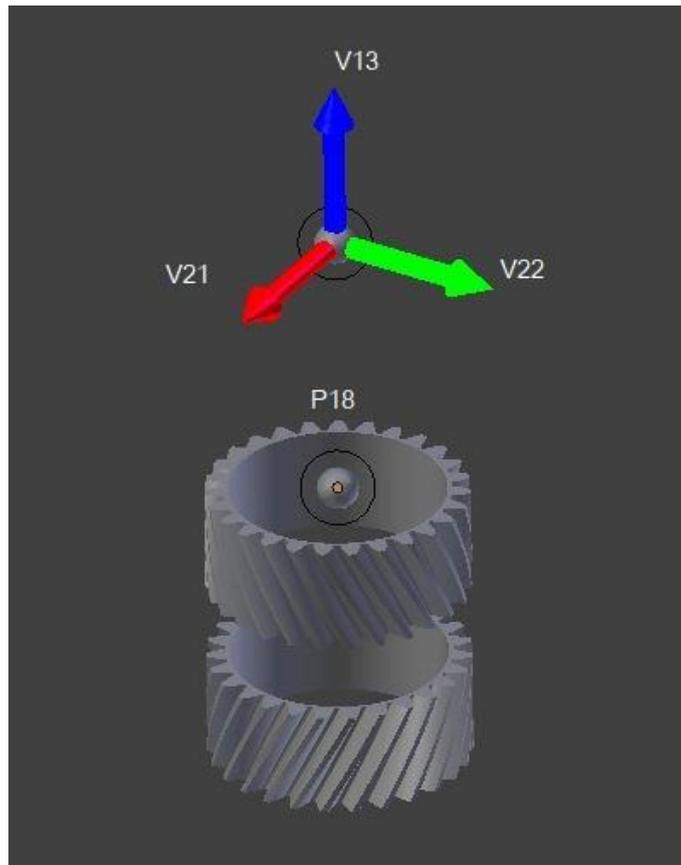


Figura 3-8. Coordenadas locales del piñón

3.4.3 Rueda

Se define el piñón en coordenadas locales mediante un punto y tres vectores:

- Un punto fijo P38 ya definido en la referencia.
- Un vector V13 en la dirección del eje del piñón definido en coordenadas globales en la referencia.
- Dos vectores nuevos V31 y V32 que forman un triedro.

La masa de la rueda es de 3998.37 kg.

El centro de masa es: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.34888 \\ 0 \\ -0.00001 \end{pmatrix}$

Los elementos del tensor de inercia son:

Tabla 3-3. Tensor de inercia de la rueda

Momentos de inercia		Productos de inercia	
lxx	1153.43	Pxy	0
lyy	1128.82	Pxz	0
lzz	1128.82	Pyz	0

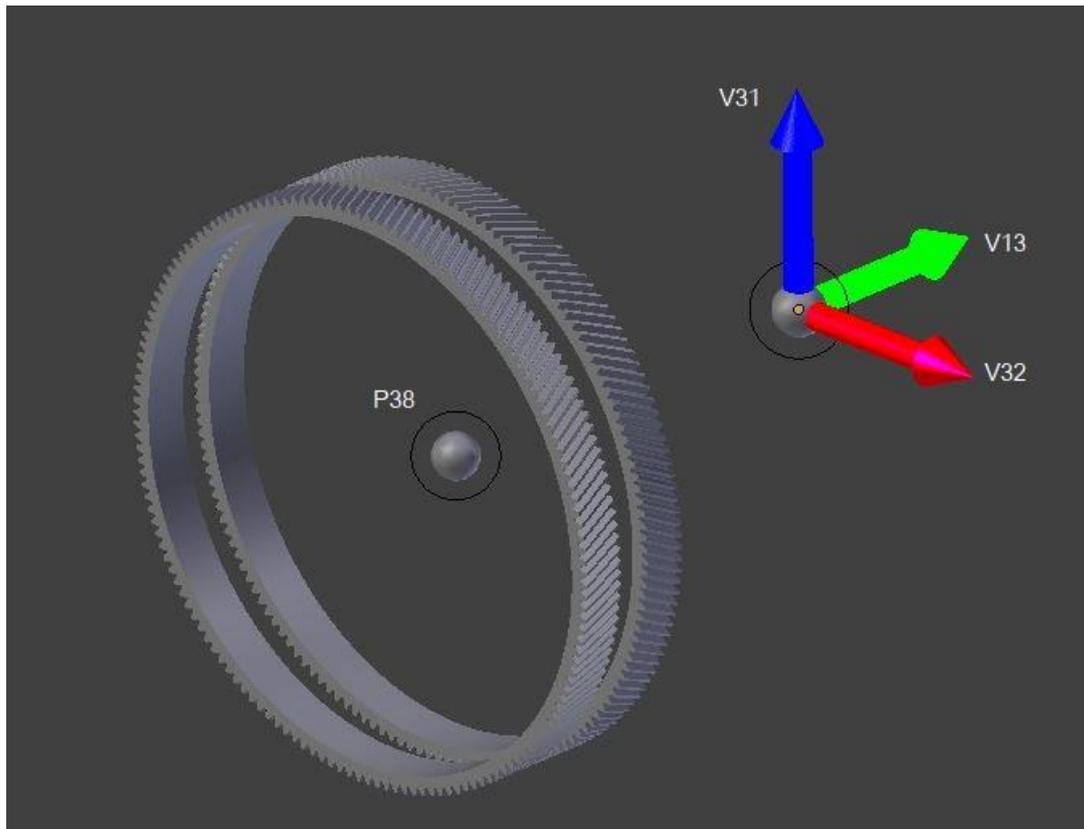


Figura 3-9. Coordenadas locales de la rueda

3.4.4 Variables adicionales

Además de las coordenadas anteriores (coordenadas naturales), se define una coordenada relativa por cada rueda, que definirá a su vez los grados de libertad del sistema.

Se definen por tanto dos ángulos, θ_1 (el ángulo entre el vector V11 global y V21 local del piñón) y θ_2 (el ángulo entre el vector V11 global y V31 local de la rueda), la variación de estos ángulos son los giros del sistema.

Estos vectores y ángulos hacen un total de 14 incógnitas:

$$q = (V_{21x} \ V_{21y} \ V_{21z} \ V_{22x} \ V_{22y} \ V_{22z} \ V_{31x} \ V_{31y} \ V_{31z} \ V_{32x} \ V_{32y} \ V_{32z} \ \varphi_1 \ \varphi_2)^T \quad (3-16)$$

Para que existan dos grados de libertad tiene que haber 12 restricciones que son las siguientes:

$$V_{21}^T V_{21} - 1 \quad (3-17)$$

$$V_{22}^T V_{22} - 1 \quad (3-18)$$

$$V_{13}^T V_{21} \quad (3-19)$$

$$V_{13}^T V_{22} \quad (3-20)$$

$$V_{21}^T V_{22} \quad (3-21)$$

$$V_{31}^T V_{31} - 1 \quad (3-22)$$

$$V_{32}^T V_{32} - 1 \quad (3-23)$$

$$V_{13}^T V_{31} \quad (3-24)$$

$$V_{13}^T V_{32} \quad (3-25)$$

$$V_{31}^T V_{32} \quad (3-26)$$

$$V_{21}^T V_{11} - \cos\varphi_1 \quad (3-27)$$

$$V_{13}^T (V_{21} \wedge V_{11}) - \sin\varphi_1 \quad (3-28)$$

$$V_{31}^T V_{11} - \cos\varphi_2 \quad (3-29)$$

$$V_{13}^T (V_{31} \wedge V_{11}) - \sin\varphi_2 \quad (3-30)$$

Las cuatro últimas restricciones son redundantes y actúan de forma simultánea, pero es necesario hacer uso de ambas para evitar singularidades

3.5 Condiciones de simulación

El siguiente paso consiste en describir las condiciones a las que va a estar sometido el mecanismo en la simulación. El buque es un sistema muy complicado, teniendo en cuenta que el modelo solo comprende la reductora, se tratará de imponer un par motor y un par de freno en los engranajes que simulen las fuerzas del motor y de la resistencia de la hélice.

Para imponer el movimiento del motor, se busca un motor marino que pueda ser compatible con el navío en cuestión. El motor elegido se trata de un Wärtsilä 31, es un motor diésel de cuatro tiempos, no reversible, turboalimentado, con intercooler y con inyección directa de combustible. Tiene 5 configuraciones que van desde los 8 a los 16 cilindros, la configuración elegida es la de 8 cilindros. Se trata de un motor relativamente pequeño que es compatible con el modelo. Tiene las siguientes características:

Tabla 3-4. Características del motor Wärtsilä 31

W 8V31		
Dint	310	mm
Carrera	430	mm
N válvulas	2/2	entr./salida
Config. Cilindros	8	
angulo V	50	°
Velocidad	720, 750	rpm
Vel. del piston	10,32-10,75	m/s

El catálogo comercial nos proporciona la siguiente curva de par:

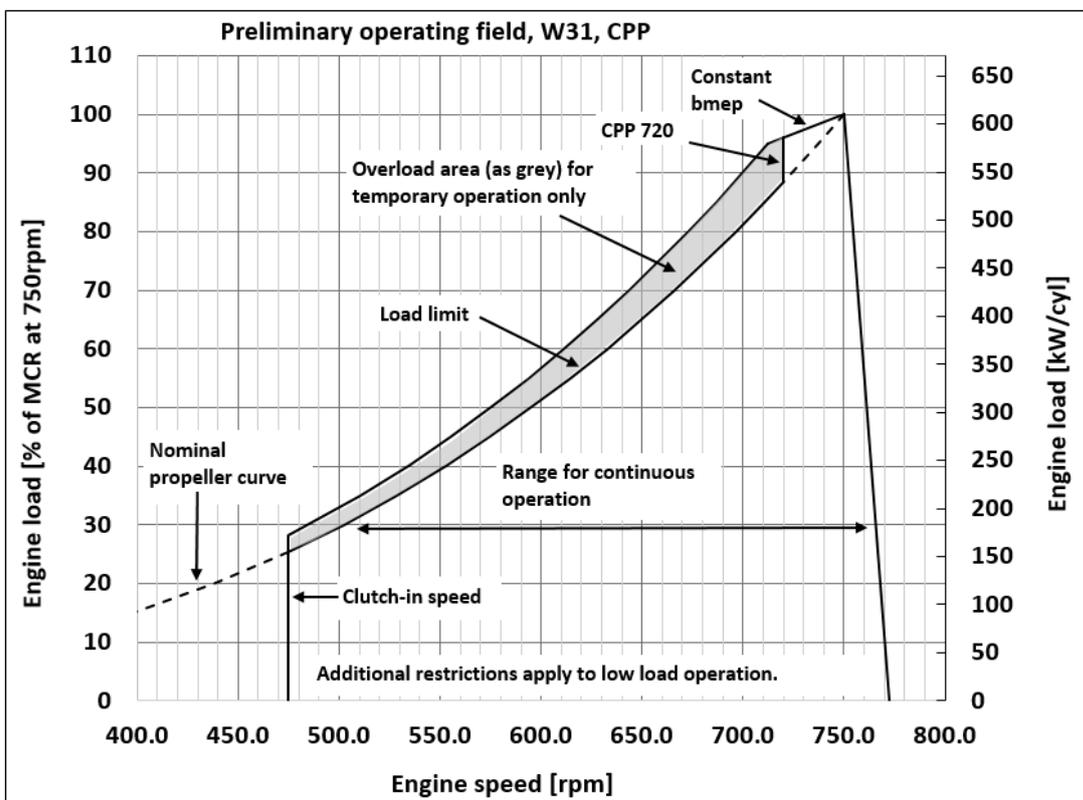


Figura 3-10. Curva de par del motor W 8V31 (Catálogo Wärtsilä 31)

Con los datos de esta gráfica, se obtiene la ecuación de la curva cuadrática par/velocidad:

$$T(n) = a_0 + a_1 n + a_2 n^2 \quad (3-31)$$

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & n_1 & n_1^2 \\ 1 & n_2 & n_2^2 \\ 1 & n_3 & n_3^2 \end{pmatrix} \quad (3-32)$$

Tabla 3-5. Datos para la ecuación del motor

P(kW)	n (rpm)	n (rad/s)	T(Nm)
1440	475	49,74188	28949,45
3000	640	67,02064	44762,33
4720	720	75,39822	62600,94

$$T(n) = 141490 + 4620.9 n + 47.4136 n^2 \quad (3-33)$$

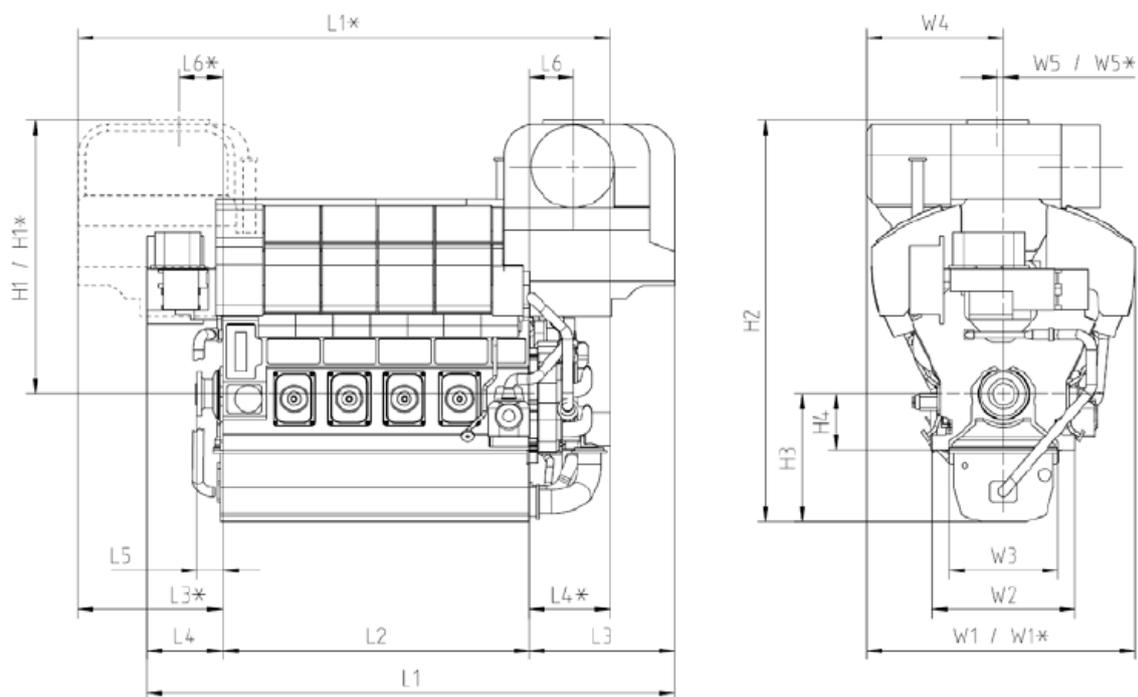


Figura 3-11. Dimensiones motor Wärtsilä (catálogo Wärtsilä 31)

Definir completamente la fuerza necesaria para vencer la resistencia de la hélice a una determinada velocidad es más complicado. Sería necesario analizar el tipo de hélice del buque (que no disponemos) y contar con un modelo hidrodinámico

La resistencia del buque consiste en tres componentes: resistencia viscosa, resistencia a la forma y la resistencia de las olas. La resistencia total del buque es aceptable asumir que es aproximadamente proporcional a la velocidad del buque al cuadrado en velocidades bajas (Hans Klein Woud, 2002).

Por esto, la solución adoptada para simular la carga es un par de freno definido como una curva cuadrática con la velocidad impuesta en la rueda en la dirección contraria al movimiento. De forma que la curva de par del motor se cruce con la del freno a la velocidad nominal del sistema (720 rpm del motor).

Del mismo modo que las ecuaciones 3-31 y 3-32, pero con los datos de la tabla 3-6, se obtiene la ecuación del freno:

Tabla 3-6. Datos para la ecuación del freno

P(kW)	n (rad/s)	T(Nm)
560	49,74188	11258,12
2250	67,02064	33571,75
4720	75,39822	62600,94

$$T(n) = 229950 - 8618.3 n + 84.8711 n^2 \quad (3-34)$$

3.6 Modelo de fuerzas de contacto

Las fuerzas de contacto empleadas en este trabajo comprenden dos modelos diferentes: el modelo de fuerzas normales y el modelo de fuerzas tangenciales. Ambos modelos se presentan por separado en los siguientes apartados.

El modelo de fuerzas normales es muy similar al presentado en (Dopico, et al., 2011) mientras que el modelo tangencial es idéntico al presentado en esta publicación. Por motivos de simplicidad, el modelo de contacto se explicará tomando como base las figuras de la colisión de un cuerpo esférico con un cuerpo plano, aunque el modelo es completamente general y válido para sólidos con una forma arbitraria.

3.6.1 Modelo de fuerza normal

El modelo de fuerza normal elegido para este proyecto es el descrito en (Hunt & Crossley, 1975). El modelo es adecuado para colisiones entre sólidos, en los cuales se acepta la suposición de contacto cuasi-estático, tal que se asume que la deformación se limita a una pequeña región entre los cuerpos colisionantes, mientras que el resto de los sólidos se asumen rígidos.

La expresión para la fuerza normal es la siguiente:

$$F_n = k_n \delta^e \left(1 + \frac{3(1-\epsilon)}{2} \frac{\dot{\delta}}{\delta_0}\right) \mathbf{n} \quad (3-35)$$

Donde k_n representa la rigidez equivalente del contacto, que depende de la forma y material de los sólidos colisionantes, e representa el exponente de Hertz, $\delta = R_{sph} - |p_{center} - p_{contact}|$ es la indentación, $\dot{\delta}$ su derivada temporal, δ_0 es la velocidad normal relativa entre los sólidos colisionantes cuando se detecta el contacto, ϵ es el coeficiente de restitución y \mathbf{n} representa la dirección de la fuerza (normal).

El valor de k_n se puede calcular como:

$$k_n = \frac{4}{3(\sigma_{sph} + \sigma_{pin})} \sqrt{R_{sph}} \quad (3-36)$$

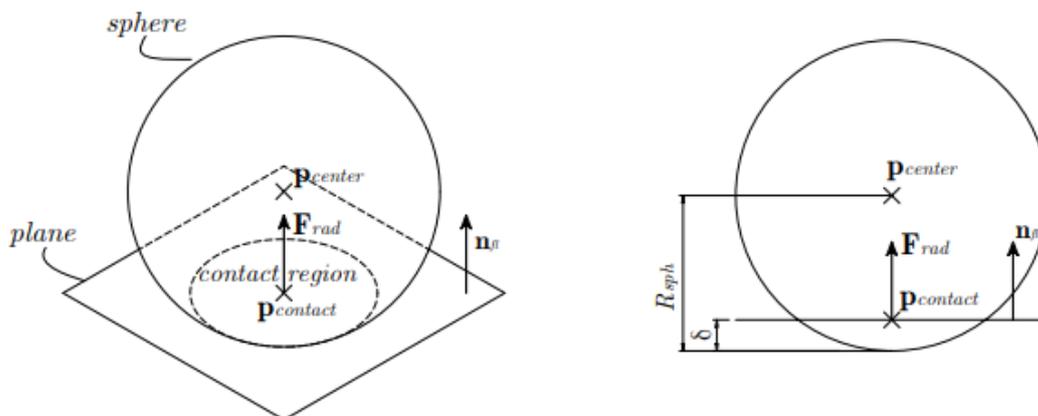


Figura 3-12. Contacto normal entre esfera y plano: vista isométrica y frontal

Donde R_{sph} es el radio de la esfera en contacto con el plano, y los parámetros referentes al material de la esfera y el plano, σ_{sph} y σ_{pin} , vienen definidos por:

$$\sigma_{sph} = \frac{1 - (\nu_{sph})^2}{E_{sph}} \quad (3-37)$$

$$\sigma_{pin} = \frac{1 - (\nu_{pin})^2}{E_{pin}} \quad (3-38)$$

Siendo ν equivalente al coeficiente de Poisson y E al módulo de Young para cada uno de los dos elementos, representados por la esfera y el plano.

Para el caso de este proyecto, la rigidez sufre un pequeño cambio en su expresión (ecuación 3-36), ya que los cuerpos colisionantes no tienen el mismo radio:

$$k_n = \frac{4}{3(\sigma_i + \sigma_j)} \left[\frac{R_i R_j}{R_i + R_j} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-39)$$

Donde R_i y R_j son los radios equivalentes de los dientes en contacto. El resultado de rigidez de los cuerpos considerados es $k_n = 4.56 \times 10^{10}$.

3.6.2 Modelo de fuerza tangente

El modelo de fuerzas tangentes fue desarrollado en profundidad en (Dopico, et al., 2011), y está basado en la ley de Coulomb del rozamiento seco, incluyendo *stiction* (adhesión por contacto) y un término de disipación viscosa.

La forma general de la fuerza tangencial es la siguiente:

$$\mathbf{F}_t = k \mathbf{F}_{stick} + (1 - k) \mathbf{F}_{slide} - \mu_{visc} \mathbf{V}_t \quad (3-40)$$

Donde los dos primeros términos representan el rozamiento seco, mientras que el tercero representa el rozamiento viscoso. Para llevar a cabo una transición suave entre las fases de adhesión (*sticking*) y deslizamiento (*slipping*), la fuerza de fricción se divide en dos componentes acoplados mediante una función suave, siguiendo las ideas propuestas en (Gonthier, et al., 2004).

La variable μ_{visc} representa al coeficiente de rozamiento viscoso, F_{stick} y F_{slide} son las componentes de adhesión y deslizamiento, k es una función suave de velocidad tangencial en el punto de contacto (V_t), que está definida en función del punto central de la región de contacto, $\rho_{contact}$ y el vector normal al contacto, \mathbf{n} , tal que:

$$\mathbf{v}_t = \dot{\rho}_{contact} - (\mathbf{n}^T \dot{\rho}_{contact}) \mathbf{n} \quad (3-41)$$

La citada función k tiene que cumplir las siguientes condiciones:

$$k = \begin{cases} \mathbf{0}; & |\mathbf{v}_t| \gg \mathbf{v}_{stick} \\ \mathbf{1}; & |\mathbf{v}_t| = \mathbf{0} \end{cases} \quad (3-42)$$

Donde v_{stick} es un parámetro del modelo que tiene en cuenta la velocidad de transición entre adhesión y deslizamiento. Una buena elección para la función de transición la proporcionó (Gonthier, et al., 2004) y tiene la siguiente expresión:

$$k = e^{-(v_t^T v_t)/v_{stick}^2} \quad (3-43)$$

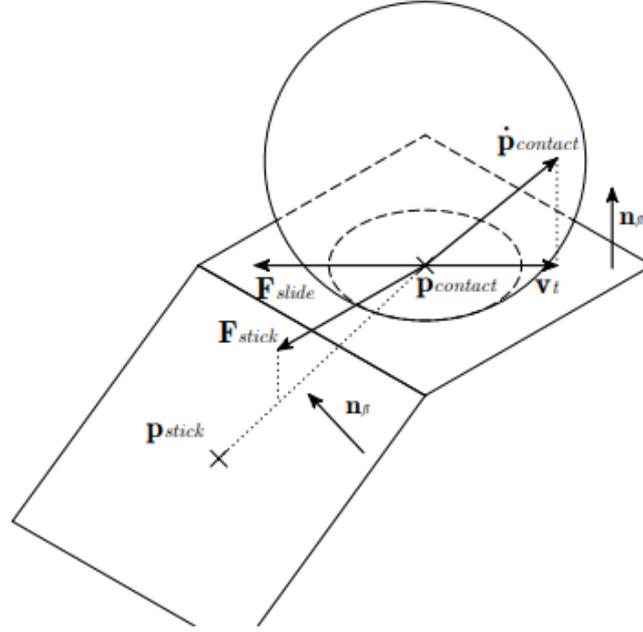


Figura 3-13. Contacto tangencial entre esfera y plano

La ecuación (3-40) muestra que la fuerza tangencial total está compuesta de tres componentes: la fuerza de rozamiento seco de deslizamiento cuando las velocidades son significativas, la fuerza de rozamiento seco adhesivo a bajas velocidades y la fuerza de rozamiento viscoso. La fuerza de rozamiento seco de deslizamiento viene dada por la expresión clásica de Coulomb, mientras que la fuerza de rozamiento seco adhesivo viene dada por las expresiones de los *bristles*, que son elementos viscoelásticos en forma de pelos o cerdas actuando entre los cuerpos en colisión. Las expresiones de las fuerzas de deslizamiento y adhesión vienen dadas por las siguientes ecuaciones:

$$F_{slide} = \begin{cases} \mathbf{0}; & |v_t| = 0 \\ -\mu_{din}|F_n| \frac{v_t}{|v_t|} & |v_t| > 0 \end{cases} \quad (3-44)$$

$$F_{stick} = \begin{cases} \mathbf{0}; & s = 0 \\ \frac{f_{stick}^m}{s} (I_3 - nn^T)(p_{contact} - p_{stick}); & s > 0 \end{cases} \quad (3-45)$$

Siendo μ_{din} el coeficiente de fricción dinámico, $s = |p_{contact} - p_{stick}|$, la deformación de los *bristles*, p_{stick} el punto de adhesión, que inicialmente coincide con el centroide de la región de colisión en el instante en el que el contacto comenzó, I_3 es la matriz identidad de orden 3 y f_{stick}^m es la función que representa el comportamiento de los *bristles*:

$$f_{stick}^m = -k_{stick}s - c_{stick}\dot{s} \quad (3-46)$$

Siendo k_{stick} y c_{stick} los coeficientes de rigidez y amortiguamiento del modelo de adhesión. Sin embargo, hay un valor límite para la fuerza de adhesión:

$$|\mathbf{F}_{stick}| \leq \mu_{st} |\mathbf{F}_n| \quad (3-47)$$

Donde μ_{st} representa el coeficiente de fricción estático, con un valor generalmente mayor que el dinámico. Si se excede este límite se producen dos consecuencias: la ecuación (3-43) ya no es válida para representar el comportamiento de los *bristles* y el punto adhesión debe ser actualizado. Ambos efectos se pueden representar como:

$$\mathbf{f}_{stick}^m = \frac{-\mu_{st} |\mathbf{F}_n| \mathbf{s}}{|(\mathbf{I}_3 - \mathbf{nn}^T)(\mathbf{p}_{contact} - \mathbf{p}_{stick})|} \quad (3-48)$$

$$\mathbf{p}_{stick} = \mathbf{p}_{contact} - \left(\frac{\eta_{stick} \mu_{st} |\mathbf{F}_n|}{k_{stick}} \right) \frac{\mathbf{v}_t}{|\mathbf{v}_t|} \quad (3-49)$$

El coeficiente η_{stick} controla la deformación de los bristles cuando se alcanza la fuerza máxima. El valor más razonable es $\eta_{stick} = 1$, pero se puede mejorar el comportamiento numérico del modelo con variaciones pequeñas de $\eta_{stick} < 1$.

3.7 Software de simulación dinámica

El software empleado para la simulación dinámica es el MBSLIM. MBSLIM es una biblioteca para la simulación dinámica de sistemas multicuerpo genéricos, desarrollada desde el año 2007 en el Laboratorio de Ingeniería Mecánica de la Universidad de A Coruña.

Además de su principal utilidad, que es la simulación dinámica, la MBSLIM cuenta con algunas capacidades extra como son la simulación cinemática o la resolución del equilibrio estático de mecanismos, aunque se centra especialmente en la dinámica ya que es un problema mucho más complicado de resolver. Adicionalmente la biblioteca cuenta con algunas capacidades singulares como el análisis de sensibilidad cinemático y dinámico, la optimización y control óptimo de sistemas multicuerpo y la estimación de estados mediante filtros EKF (Extended Kalman Filter).

Para llevar a cabo las tareas de simulación, la biblioteca plantea y resuelve las ecuaciones del movimiento de mecanismos o máquinas definidos por el usuario, con ayuda de las funciones incluidas en la misma. La novedad de MBSLIM respecto de otros paquetes de software, es que incluye formulaciones de las ecuaciones del movimiento muy avanzadas, en fase de investigación, que no están disponibles en otros códigos y que permiten resolver problemas muy específicos en los que otros métodos fallan.

El software ha sido desarrollado en Fortran 2003 como una colección de módulos y ha sido verificado en varias plataformas, compiladores y sistemas operativos distintos. La MBSLIM es completamente general y puede simular todo tipo de sistemas multicuerpo tridimensionales. La biblioteca cuenta también con un módulo que permite interactuar con Matlab, enviando datos, lanzando cálculos y recuperando resultados si fuera necesario.

Para las simulaciones más complejas, como la que nos ocupa en el presente proyecto, la biblioteca puede hacer uso de la MBSmodel, que es otra biblioteca desarrollada también en el LIM en lenguaje C++ y que permite renderizado 3D y detección de colisiones entre sólidos con geometrías complejas dadas por ficheros de CAD 3D.

Tradicionalmente la MBSLIM empleaba fundamentalmente coordenadas naturales para la definición de los mecanismos a simular, aunque se permitía añadir coordenadas relativas de ángulo y distancia (a partir de las coordenadas naturales) para facilitar ciertas tareas de definición de mecanismos, escritura de fuerzas o restricciones de usuario y obtención de resultados. Recientemente se implementaron también en MBSLIM las formulaciones

recursivas que emplean únicamente coordenadas relativas (joint coordinates) para las ecuaciones del movimiento finales.

Las formulaciones dinámicas soportadas actualmente en la MBSLIM son las siguientes:

- Formulación ALI3-P: index-3 Augmented Lagrangian con proyecciones de velocidades y aceleraciones.
- Formulación de Matriz R, que es la empleada en las simulaciones llevadas a cabo en este proyecto.
- Formulación de penalizadores.
- Formulación Hamiltoniana aumentada (Augmented Hamiltonian).
- Formulación ALI3-P semirrecursiva, RTdyn0 con el centro de masas de cada sólido como referencia o RTdyn1 con el origen de cada sólido como referencia.

Por motivos de robustez de los algoritmos y debido al habitual carácter "stiff" de las ecuaciones del movimiento, la mayoría de los integradores implementados, salvo el último que a continuación se cita, son implícitos. Para la resolución de los sistemas no lineales existe la opción de emplear o bien iteración de punto fijo (más sencilla pero menos robusta) o métodos tipo Newton con matrices tangentes aproximadas y exactas, basadas en expresiones analíticas para las derivadas parciales de las ecuaciones del movimiento. No todas las formulaciones permiten resolución en punto fijo, en concreto ALI3-P no lo permite. Los esquemas soportados actualmente incluyen:

- Regla trapezoidal implícita de paso simple.
- Newmark disipativo.
- HHT (Hiber, Hughes and Taylor).
- Alfa generalizado.
- Runge Kutta clásico de 4º orden (explícito).

La biblioteca incluye un completo módulo de restricciones y además el usuario tiene la posibilidad de escribir sus propias restricciones en subrutinas de usuario y proporcionárselas a la MBSLIM como punteros que el software llamará durante la simulación. Las restricciones de biblioteca incluyen:

- Restricciones geométricas: permiten simular los pares cinemáticos más habituales en máquinas así como restricciones primitivas típicas entre entidades geométricas.
- Restricciones reónomas: permiten simular restricciones dependientes del tiempo. Muy útiles para implementar actuadores con un movimiento conocido.
- Restricciones no holónomas: la biblioteca incluye restricciones no holónomas de rodadura tridimensional.

El software incluye también un completo módulo de fuerzas y asimismo el usuario tiene la posibilidad de definir sus propias fuerzas y proporcionárselas a la MBSLIM. El módulo de fuerzas incluye, entre otros, los siguientes fenómenos:

- Fuerzas de muelles y amortiguadores tanto lineales como de torsión con diferentes fenómenos como saturación, topes, etc.
- Fuerzas de contacto normal: permiten simular fuerzas de impacto o contacto permanente entre sólidos mediante varios modelos distintos de tipo Kelvin-Voigt o Hertziano con disipación.
- Fuerzas de fricción: están disponibles distintos modelos de fricción con posibilidad de fricción seca, viscosa, Stribeck y stiction.
- Fuerzas de neumático: el código soporta varios modelos de neumático distintos como Pacejka, TMeasy, Dugoff o un modelo básico linealizado con elipse de saturación.

- Fuerzas de freno: existe un modelo de fuerza de frenado con bloqueo especialmente útil para aplicaciones de automoción o máquinas con frenos.

Para la evaluación de fuerzas de contacto, la MBSLIM puede funcionar conjuntamente con la MBSmodel, que realiza las tareas de detección de colisiones entre sólidos 3D y cálculo de todas las magnitudes geométricas necesarias para alimentar los modelos de contacto de la MBSLIM.

4 SALIDA GRÁFICA Y DETECCIÓN DE COLISIONES

Este apartado trata la visualización y control del modelo del sistema y cómo se comporta durante la simulación.

Como se expuso en el apartado 3.3, es necesario convertir los archivos del modelado 3D en un formato que permita en cálculo. Estos formatos que permiten el cálculo son archivos que definen la geometría de la pieza mediante las coordenadas de un número grande de vértices de triángulos.

El software empleado para representar los elementos y la detección de colisiones entre los sólidos es la biblioteca MBSmodel creada por el Laboratorio de Ingeniería Mecánica de la Universidade da Coruña. Esta biblioteca se ayuda del software de código libre OpenSceneGraph que es un kit de herramientas de gráficos 3D ampliamente utilizado en aplicaciones como la simulación visual, juegos, realidad virtual, visualización científica y modelado.

4.1 Software empleado para la salida gráfica

Partiendo de los archivos de modelado, se obtienen los archivos de malla que tienen formato .stl o .obj. Para ello existe la opción de exportar directamente el .stl desde un programa de CAD 3D, o bien de utilizar un software de mallado de elementos finitos, como puede ser GMSH, que genera una malla de triángulos en la superficie del sólido. En ambos casos se puede elegir el tamaño de los triángulos y variarlo según la geometría para definir lo máximo posible la pieza. La ventaja de usar GMSH, es que los triángulos obtenidos son aproximadamente equiláteros y cuanto más equiláteros sean los triángulos mejor condicionados estarán los cálculos de la simulación. Por otro lado, la ventaja de exportar directamente los archivos de malla desde el propio programa de CAD, es que respetan mejor la geometría real de los sólidos, aunque a costa de unos triángulos de salida que pueden ser degenerados, es decir, con alguno de sus ángulos excesivamente pequeños, dando lugar a cálculos de peor calidad.

En nuestro caso, el problema de los archivos obtenidos mediante el mallador GMSH de elementos finitos, fue que había zonas del sólido que perdían bastante precisión por utilizar triángulos equiláteros, esto hacía que el resultado de la simulación no fuera el correcto, pues esas zonas entraron en contacto con los dientes y aparecían singularidades. En concreto, la zona de fondo entra en contacto con la cara de los dientes:

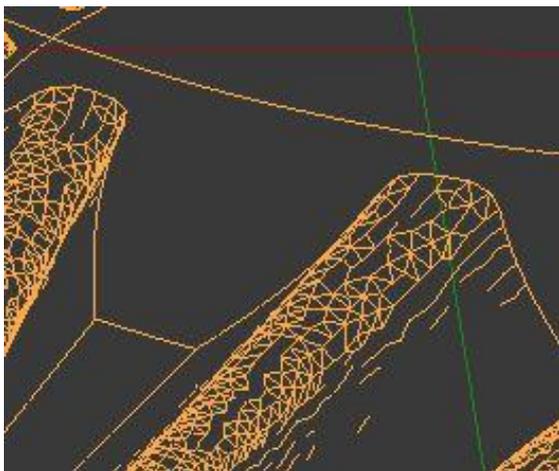


Figura 4-1. Zona de imprecisión del piñón

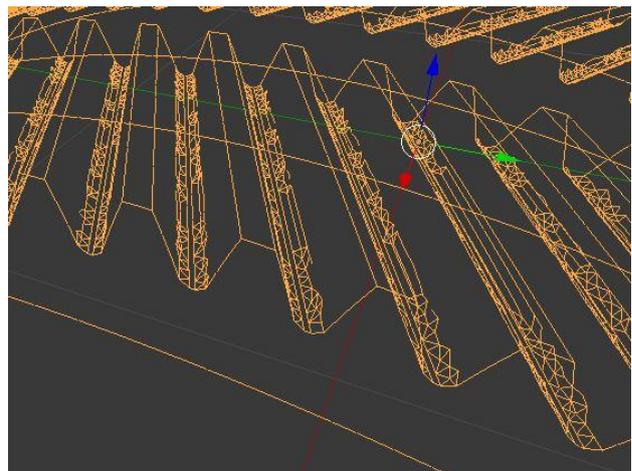


Figura 4-2. Zona de imprecisión de la rueda



Figura 4-3. Segmentos de contacto erróneos del sistema

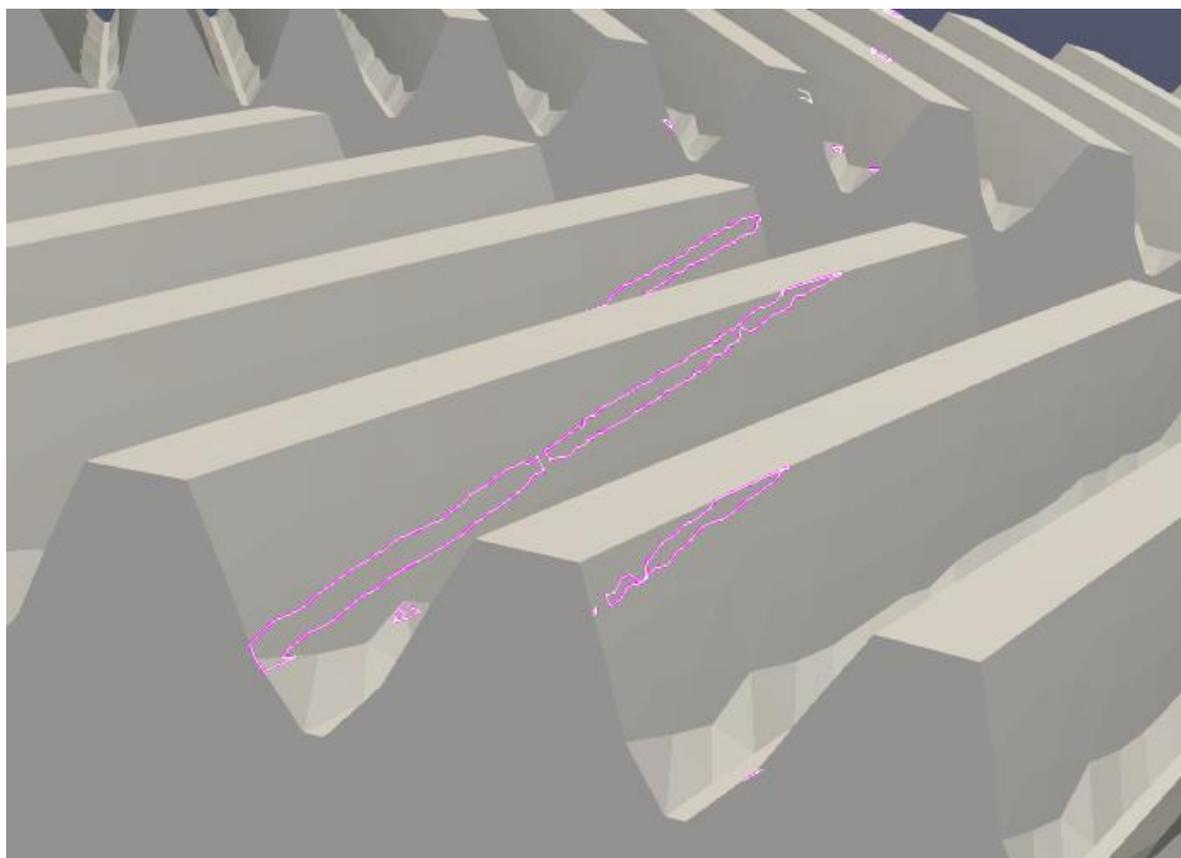


Figura 4-4. Segmentos de contacto erróneos en la rueda

Estas pequeñas zonas de la figura 4-3, hacen que el sistema no se comporte bien en la simulación. Por eso se toma la decisión de utilizar directamente la herramienta de exportar los sólidos en .stl desde el software SolidWorks y de Siemens NX.

Los exportadores de los programas de CAD hacen que los archivos .stl tengan triángulos no equiláteros, por lo tanto se pierde precisión en el cálculo, sin embargo, es la mejor solución para este caso puesto que esos archivos definen mucho mejor la pieza, o lo que es lo mismo, ganan precisión en la geometría.

Los archivos .stl obtenidos son editados con el programa de código libre Blender. Esto nos permite trasladar con facilidad los sólidos con respecto al origen del sistema de coordenadas, escalarlos y comprobar la geometría de los tetraedros. A continuación se muestran las mallas obtenidas de esta manera:

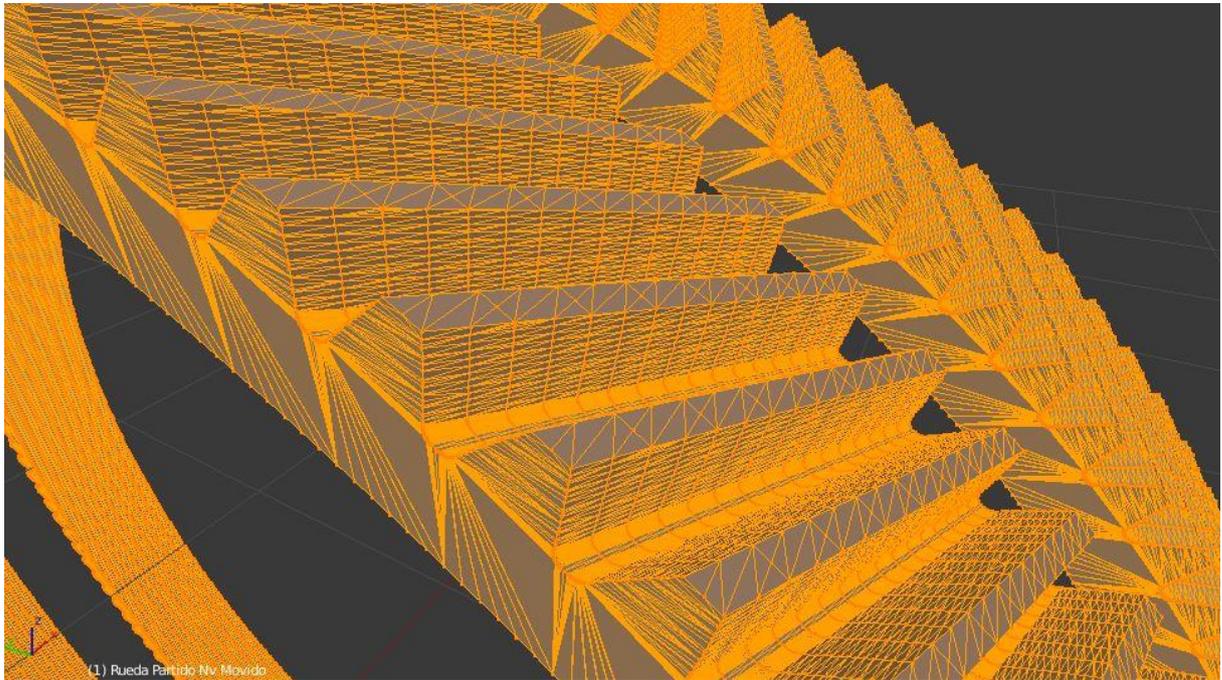


Figura 4-5. Malla de la rueda

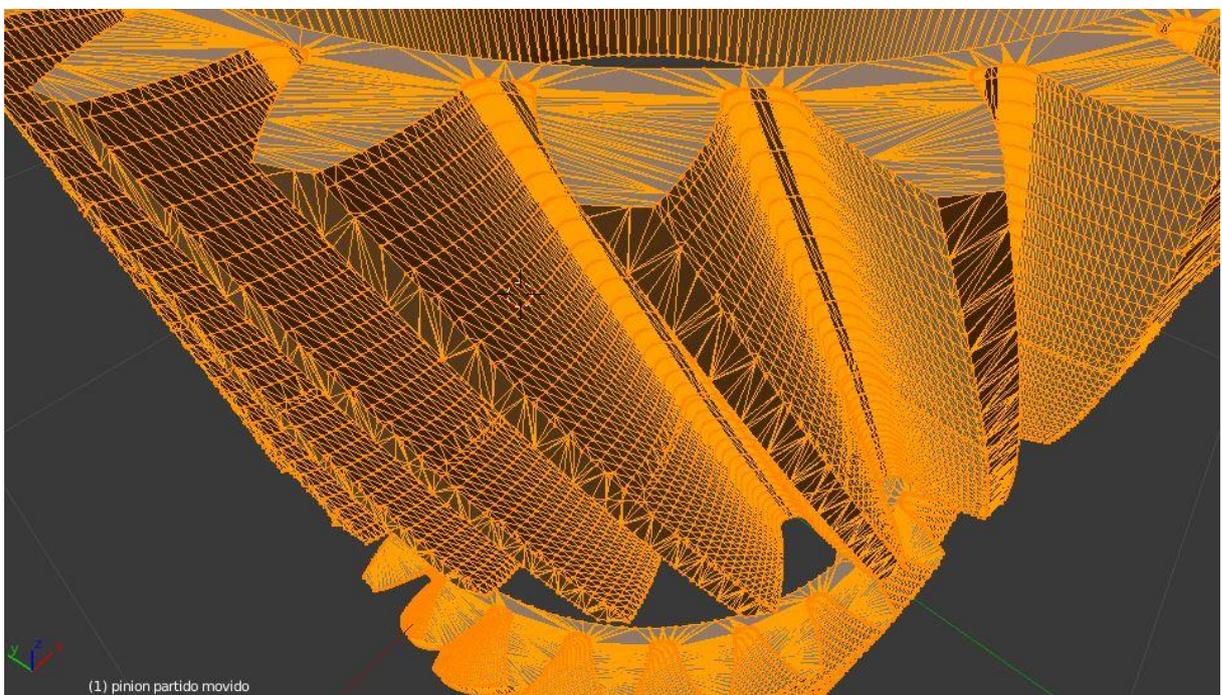


Figura 4-6. Malla del piñón

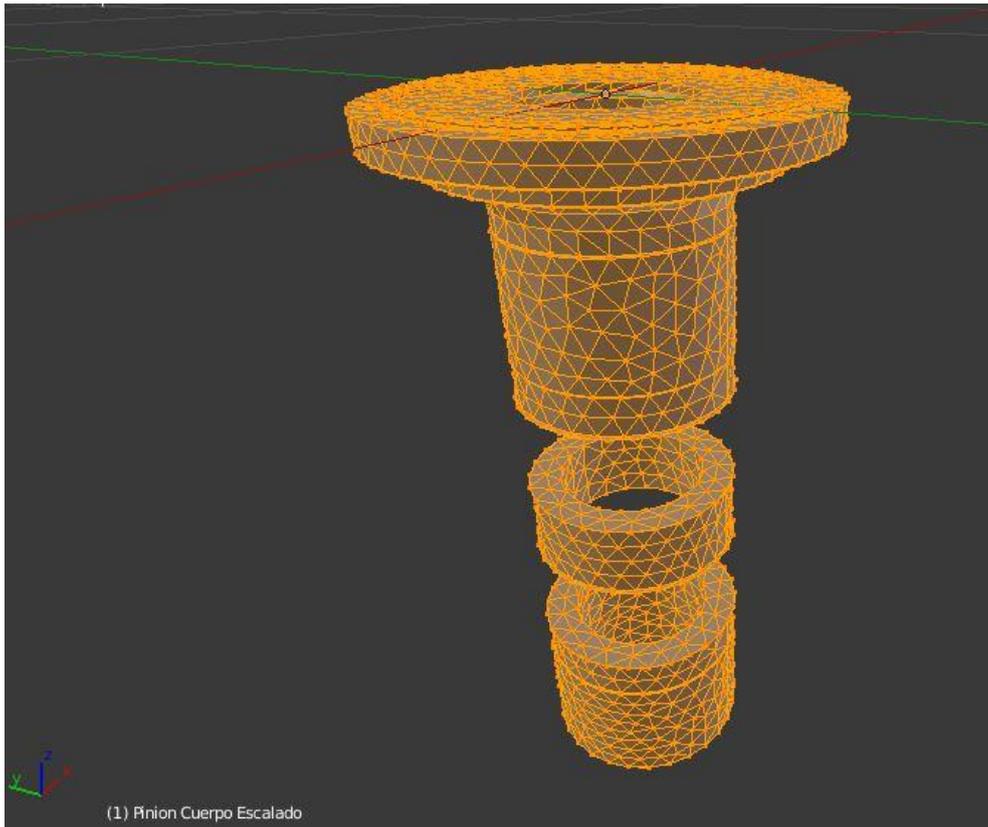


Figura 4-7. Cuerpo del piñón

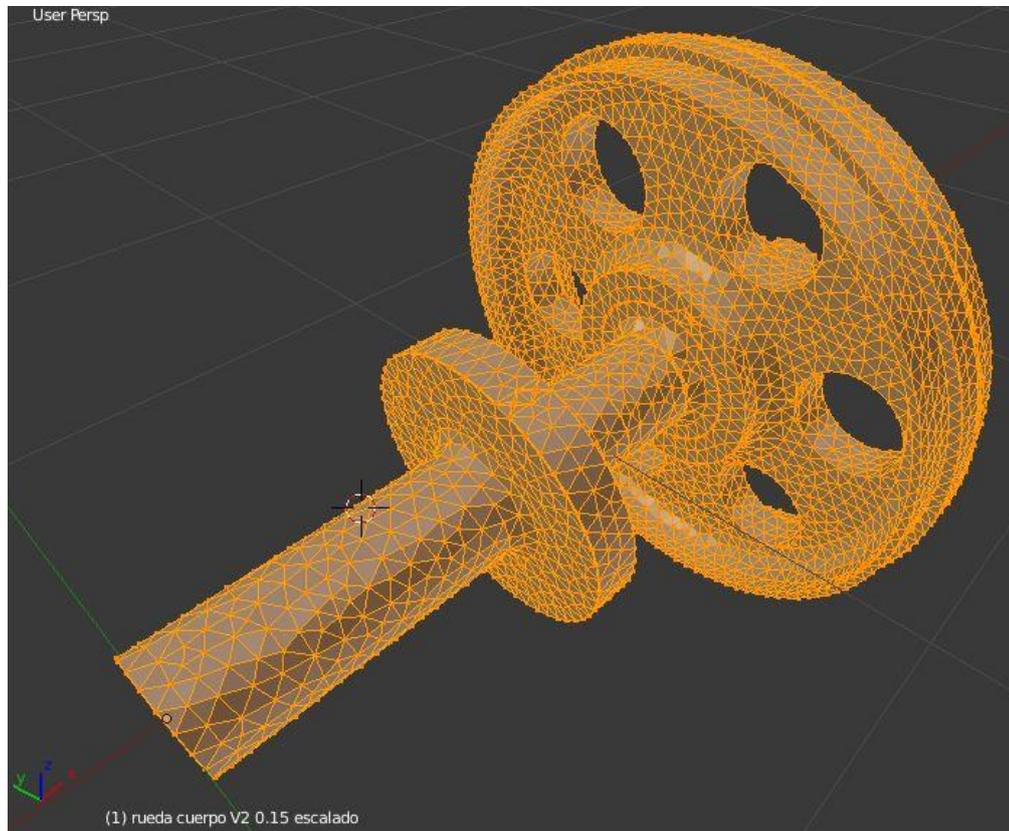


Figura 4-8. Cuerpo de la rueda

Debido a los problemas con la geometría, fue necesario utilizar las características de depuración avanzada de detección de contacto de MBSmodel, que exporta todas las zonas de contacto detectadas. Mediante el software ParaView 5.8.0 se pueden visualizar y analizar dichas zonas de contacto para detectar posibles problemas. Las figuras 4-3 y 4-8 fueron obtenidas con los archivos de malla finales empleados en las simulaciones, donde se aprecia que existen 4 dientes en contacto simultáneo en cada lado del engranaje helicoidal y ya no aparecen esas zonas divididas, ni esos contactos indeseados en las bases de los dientes.

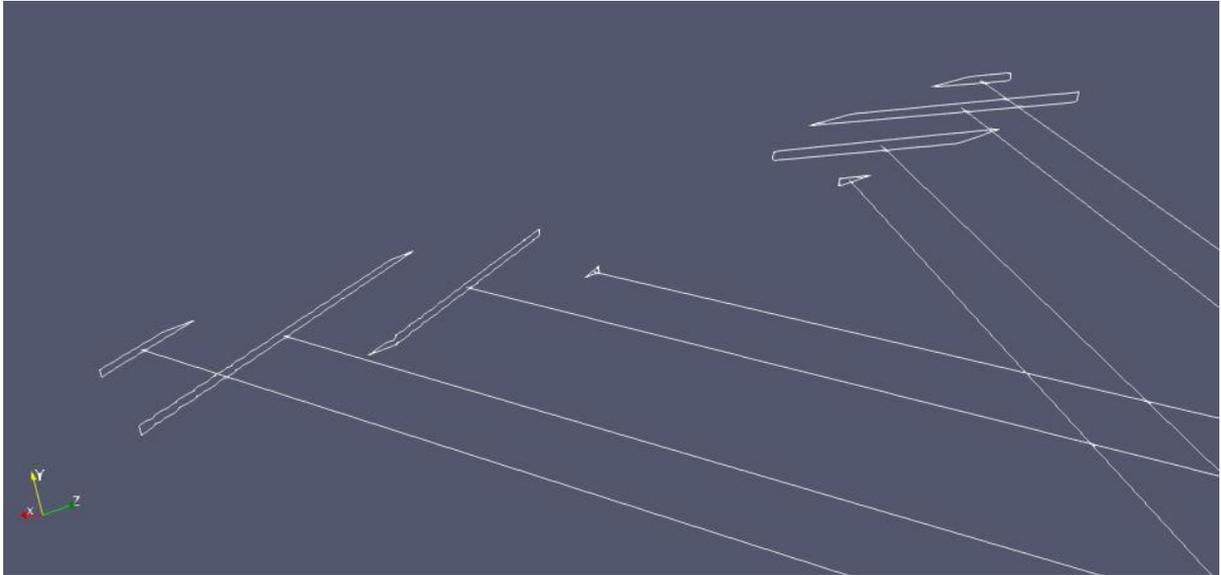


Figura 4-9. Segmentos de contacto correctos del sistema

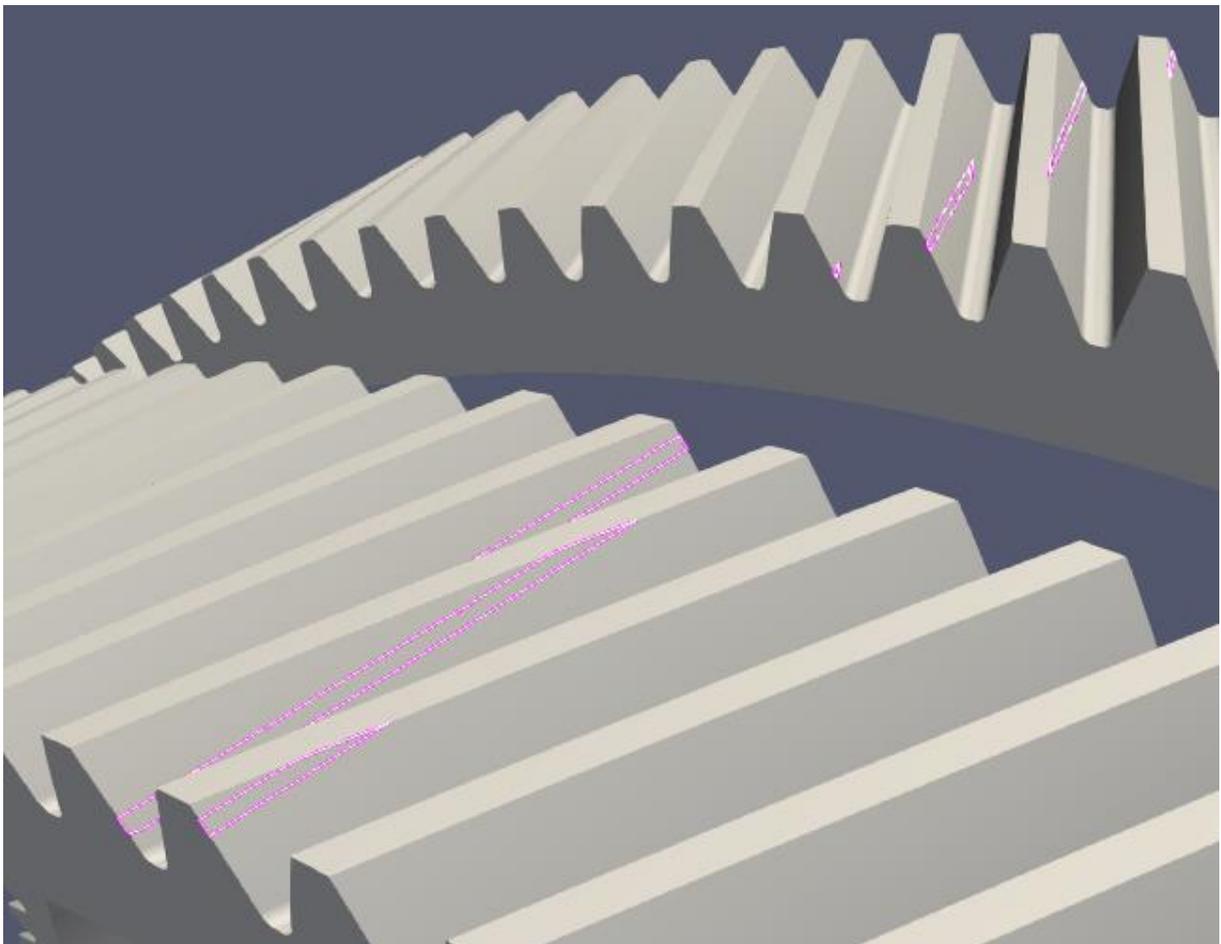


Figura 4-10. Segmentos de contacto correctos en la rueda

Para acortar los tiempos en los que la simulación carga los objetos 3D (los archivos de formato .stl de los dientes son bastante pesados), se usa el conversor de archivos de OSG (OpenSceneGraph) para convertirlos en el formato .ive, un archivo binario que almacena el modelo de objetos 3D. Es un formato que ofrece un alto rendimiento de edición y renderizado desarrollado y utilizado por OSG.

4.2 Software empleado para detección de colisiones

Como adelantamos antes, el software empleado para la detección de colisiones es la biblioteca MBSMODEL. Se puede dividir la detección de colisiones en dos etapas: la detección de colisiones propiamente dicha, efectuada por la MBSMODEL y la evaluación del modelo de fuerzas que efectúa la MBSLIM.

El modelo de detección de colisiones está descrito con todo detalle en (Dopico 2019).

Los algoritmos descritos en esta sección llevan a cabo la detección de los contactos existentes entre pares de cuerpos cuyas formas sean arbitrarias. Además, para cada contacto detectado, realizan los cálculos necesarios para alimentar el modelo de fuerzas de contacto descrito en la sección 3.6. Los cuerpos en colisión se caracterizan por tener geometrías complejas tridimensionales, dadas por modelos de CAD en formato de malla de triángulos (.ive o .stl). Dado que la geometría no se conoce de antemano, el algoritmo de detección es completamente general. La representación matemática de la malla triangular del sólido i , con n_v vértices y n_f caras triangulares, expresada en los ejes locales del sólido, es la siguiente:

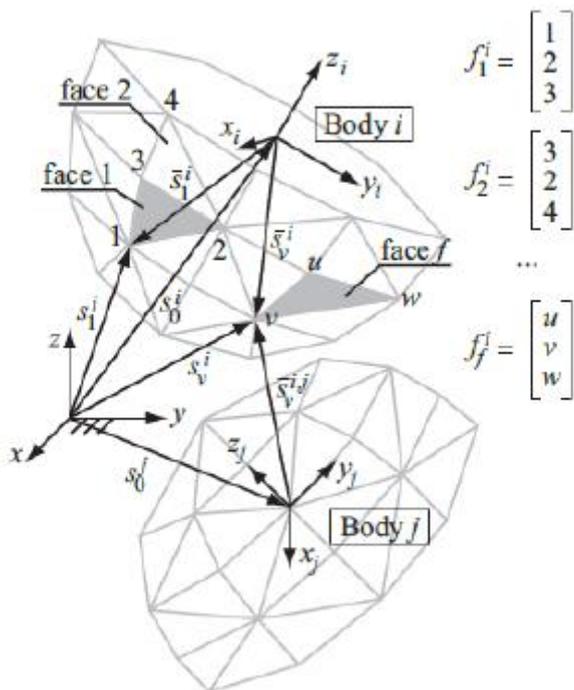


Figura 4-11. Malla de sólidos arbitrarios

$$s_v^{-i}; 1 \leq v \leq n_v; n_v \geq 3 \text{ (lista de vértices)} \quad (4-1)$$

$$f_j^i = \begin{bmatrix} f_{f1}^i \\ f_{f2}^i \\ f_{f3}^i \end{bmatrix}; 1 < f \leq n_f; n_f \geq 1 \text{ (lista de triángulos)} \quad (4-2)$$

Así pues, los vértices que componen la cara f del cuerpo se obtienen reemplazando cada uno de los índices (4-2) en (4-2): $s_{s_{f_1}^i}^{-i}, s_{s_{f_2}^i}^{-i}, s_{s_{f_3}^i}^{-i}$.

La lista de vértices de la malla en coordenadas globales se obtiene por medio de la matriz de transformación del sólido A^i , usando coordenadas homogéneas.

$$s_v^{*i} = A^i \hat{s}_v^{-*i} \Rightarrow \begin{bmatrix} s_v^i \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^i & s_0^i \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_v^{-i} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

Para algunos de los algoritmos que se describen aquí, es necesario expresar los vértices de un sólido en los ejes locales de otro sólido en posible contacto con él. De esta manera, los vértices del sólido i en los ejes locales del sólido j pueden expresarse:

$$s_v^{*i,j} = (A^j)^{-1} A^i \hat{s}_v^{-*i} = A^{i,j} s_v^{-*i} \quad (4-4)$$

Donde:

$$(A^j)^{-1} = \begin{bmatrix} (R^j)^T & -(R^j)^T s_0^j \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

$$A^{i,j} = \begin{bmatrix} (R^j)^T R^i & -(R^j)^T (s_0^i - s_0^j) \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (4-6)$$

Sustituyendo la ecuación (4-6) en (4-4):

$$s_v^{-i,j} = (R^j)^T (s_0^i - s_0^j) + (R^j)^T R^i s_v^{-*i} \quad (4-7)$$

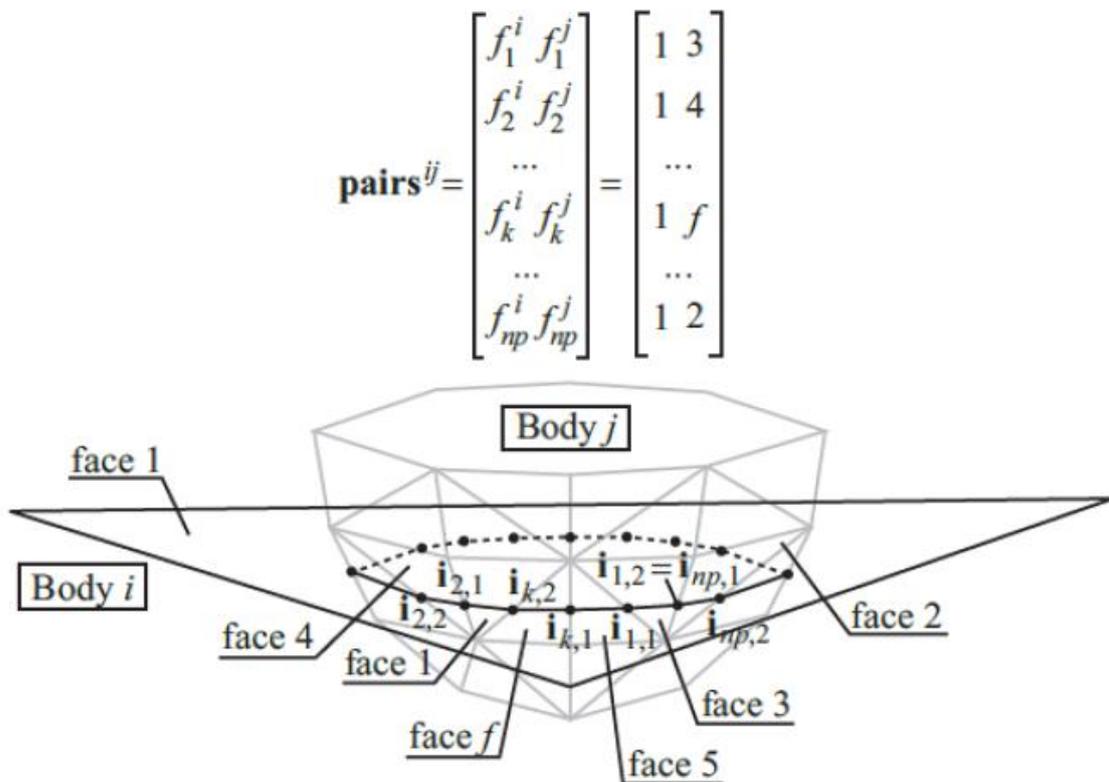


Figura 4-12. Pares de colisión y segmentos entre los cuerpos i y j

A partir de esta descripción del problema de colisión malla-malla, los algoritmos descritos en detalle en (Dopico, 2019) calculan todos los parámetros necesarios para los modelos de contacto de la sección 3.6.

5 SIMULACIÓN Y RESULTADOS

En este apartado se describirán los resultados obtenidos en la simulación de la maniobra de arranque, partiendo de la velocidad 0 y simulando un tiempo de 8 segundos. El paso de tiempo es variable, siendo el paso mínimo de 10^{-5} segundos, lo que es un paso de tiempo muy pequeño pero que puede ser necesario debido a la complejidad que tiene la simulación con contactos entre dientes.

Además de las gráficas, el modelo permite obtener la cantidad de datos que se requieran. El modelo también permitiría cambiar datos del entorno de la simulación, como puede ser la curva de par, para adaptar los resultados a otras condiciones.

A continuación se muestran algunas figuras que muestran el sistema y el cálculo dentro de la simulación (todas las unidades están en el sistema internacional):



Figura 5-1. Conjunto piñón-rueda durante la simulación

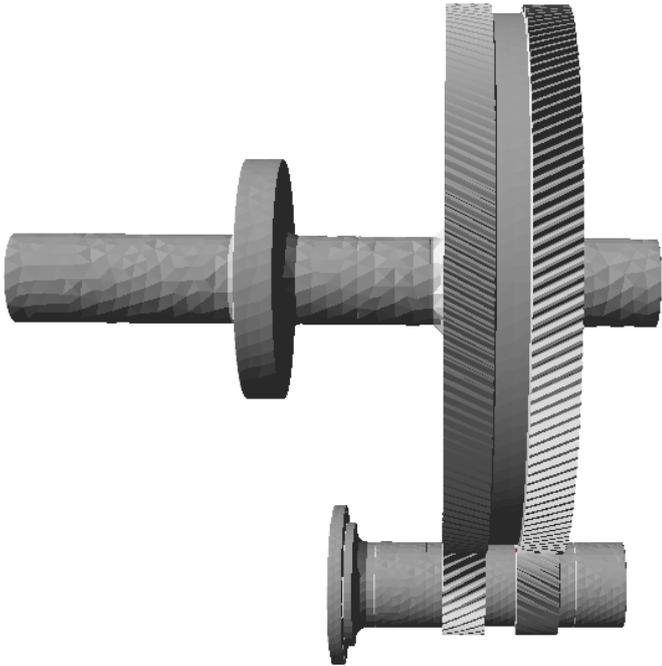


Figura 5-2. Conjunto piñón-rueda durante la simulación (vista lateral)

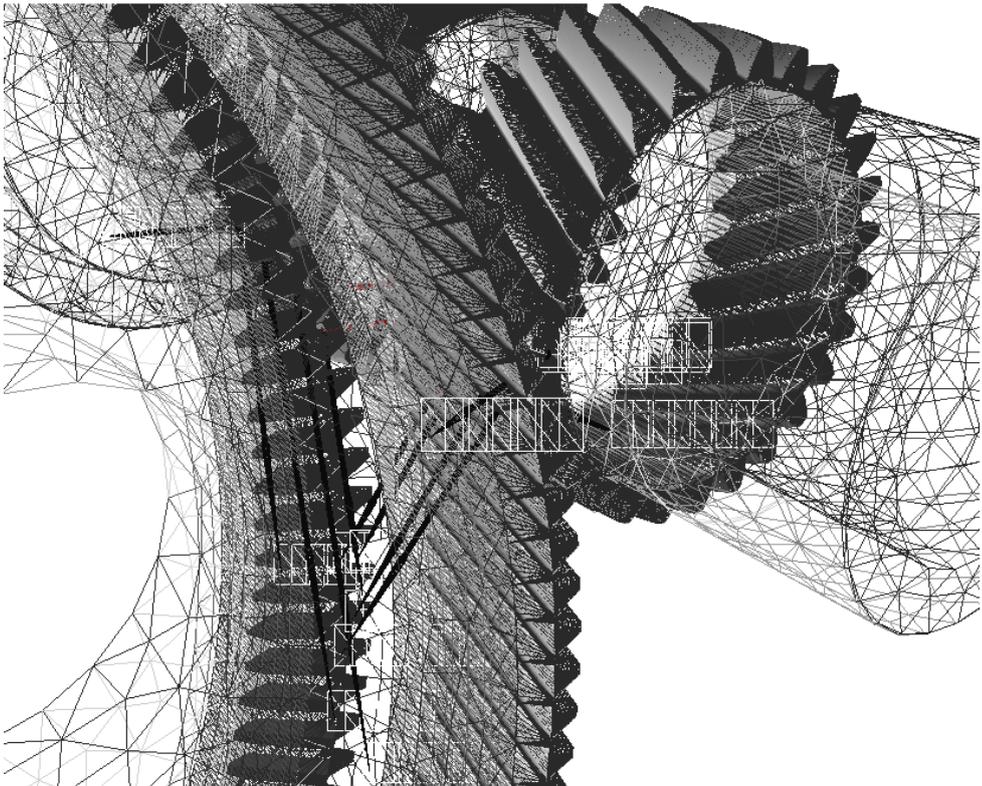


Figura 5-3. Fuerzas normales durante la simulación

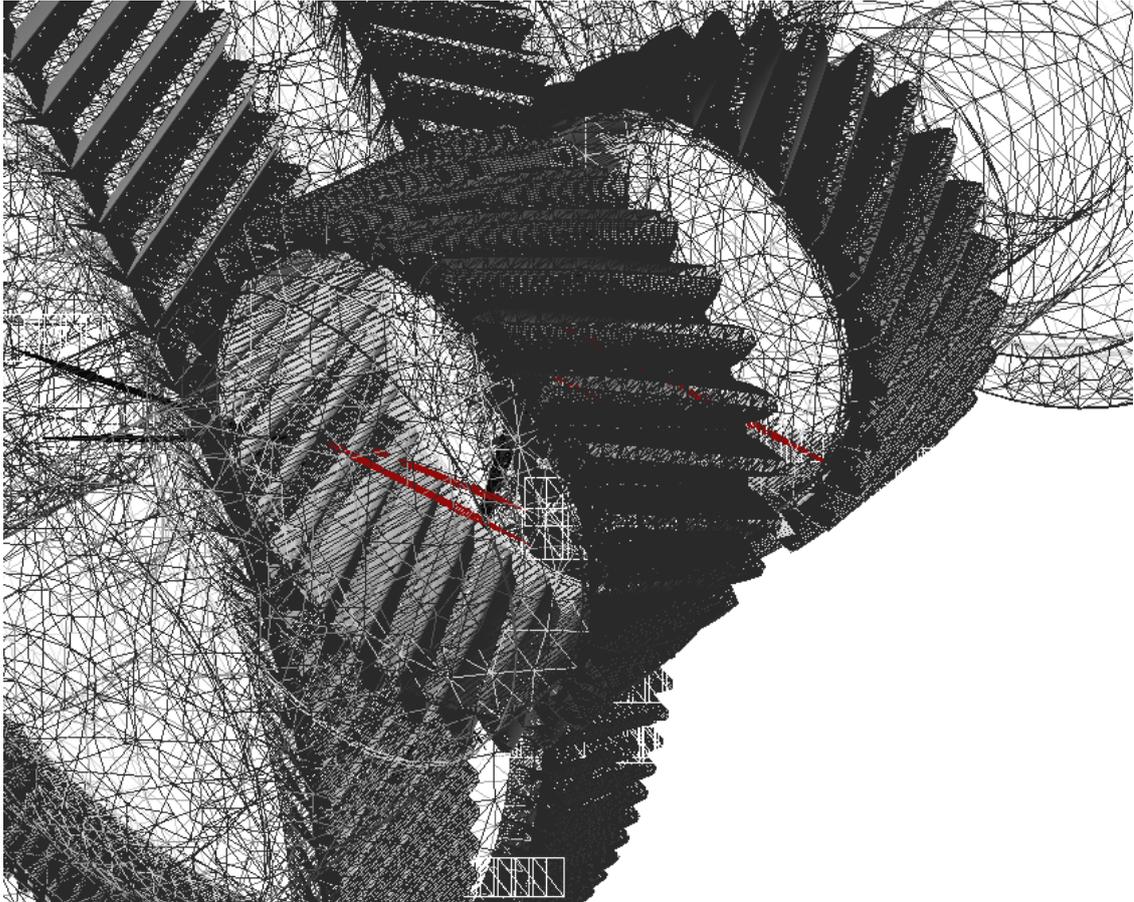


Figura 5-4. Fuerzas normales durante la simulación

Se han obtenido datos de cada rueda como son las velocidades angulares de los dos ejes, la potencia del motor, la potencia disipada por fricción, o el par motor:

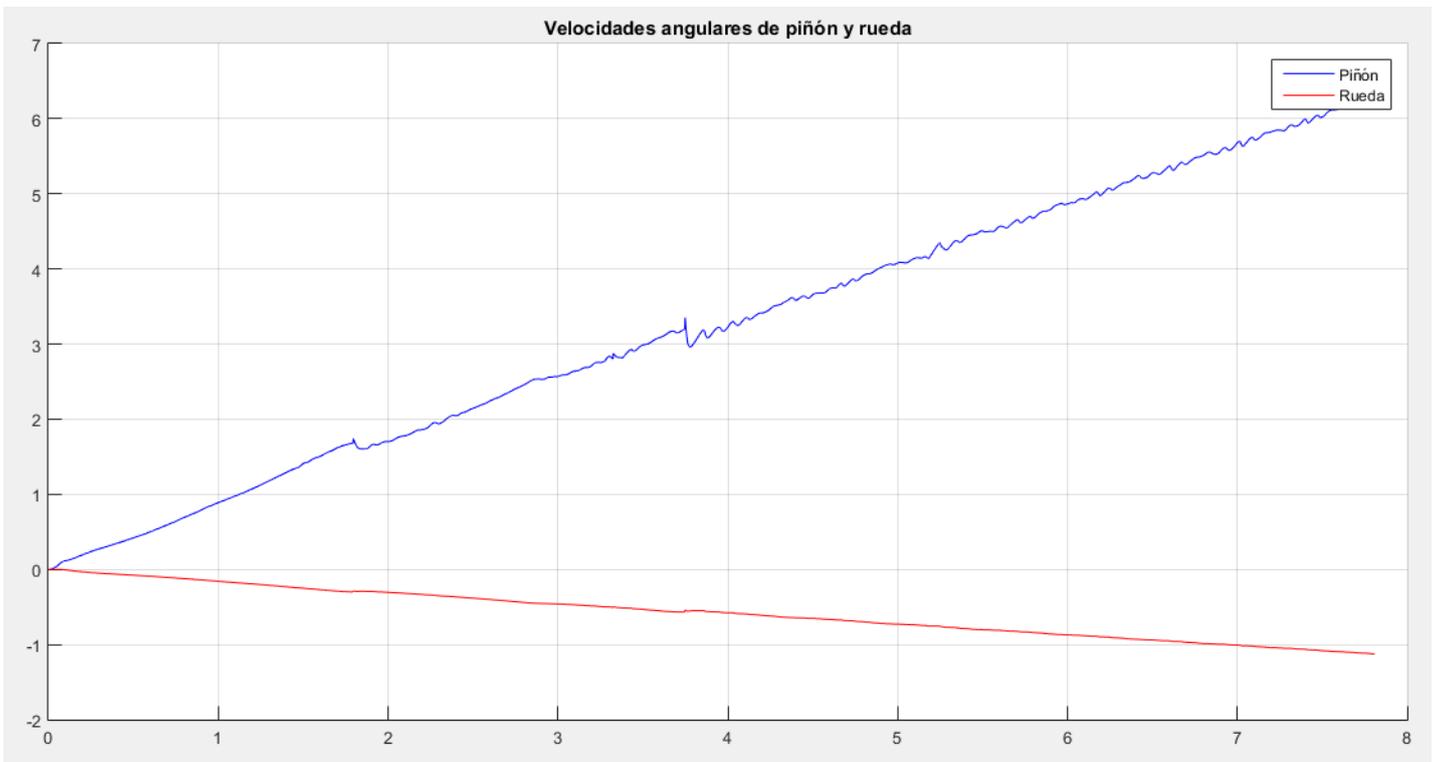


Figura 5-5. Velocidades angulares de piñón y la rueda.

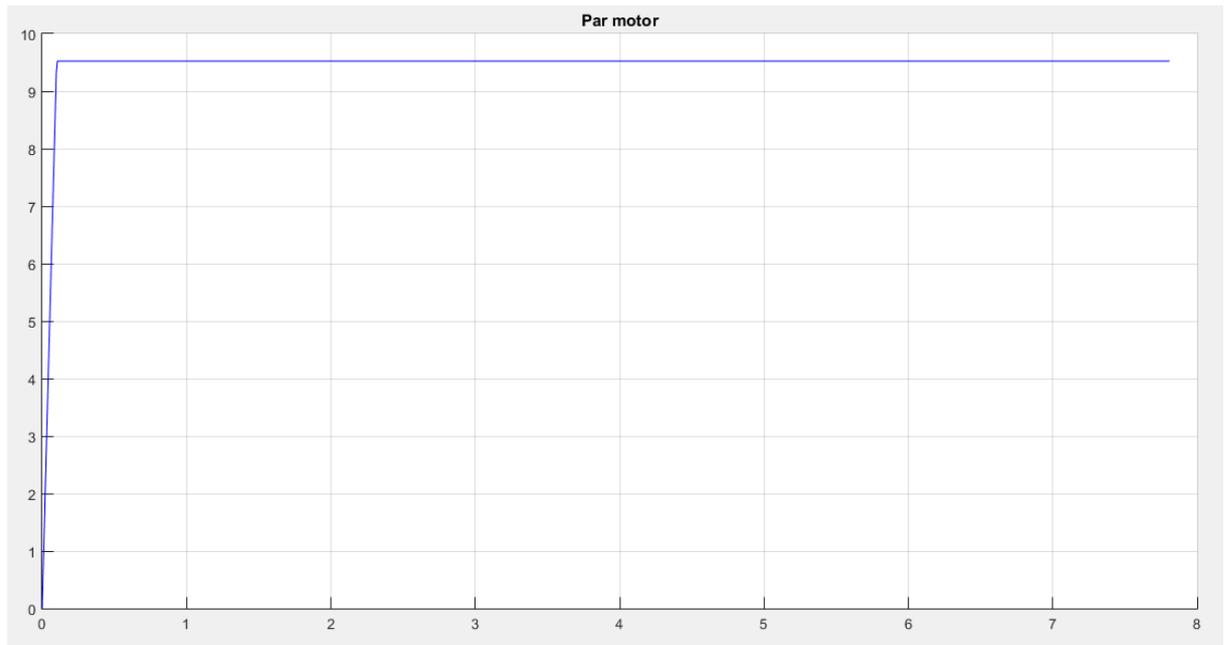


Figura 5-6. Par motor en el eje del piñón

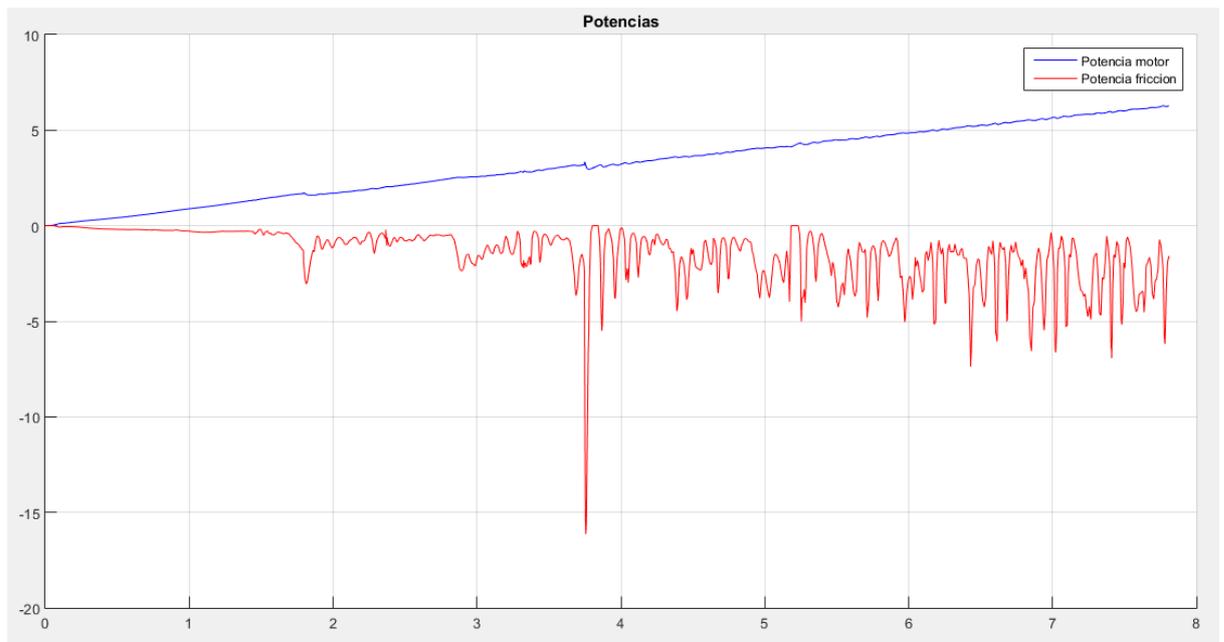


Figura 5-7. Potencias en el motor y disipada por fricción

Y también otros datos sacados del cálculo en el contacto con el modelo de fuerzas como son el módulo de las fuerzas normales y de fricción:

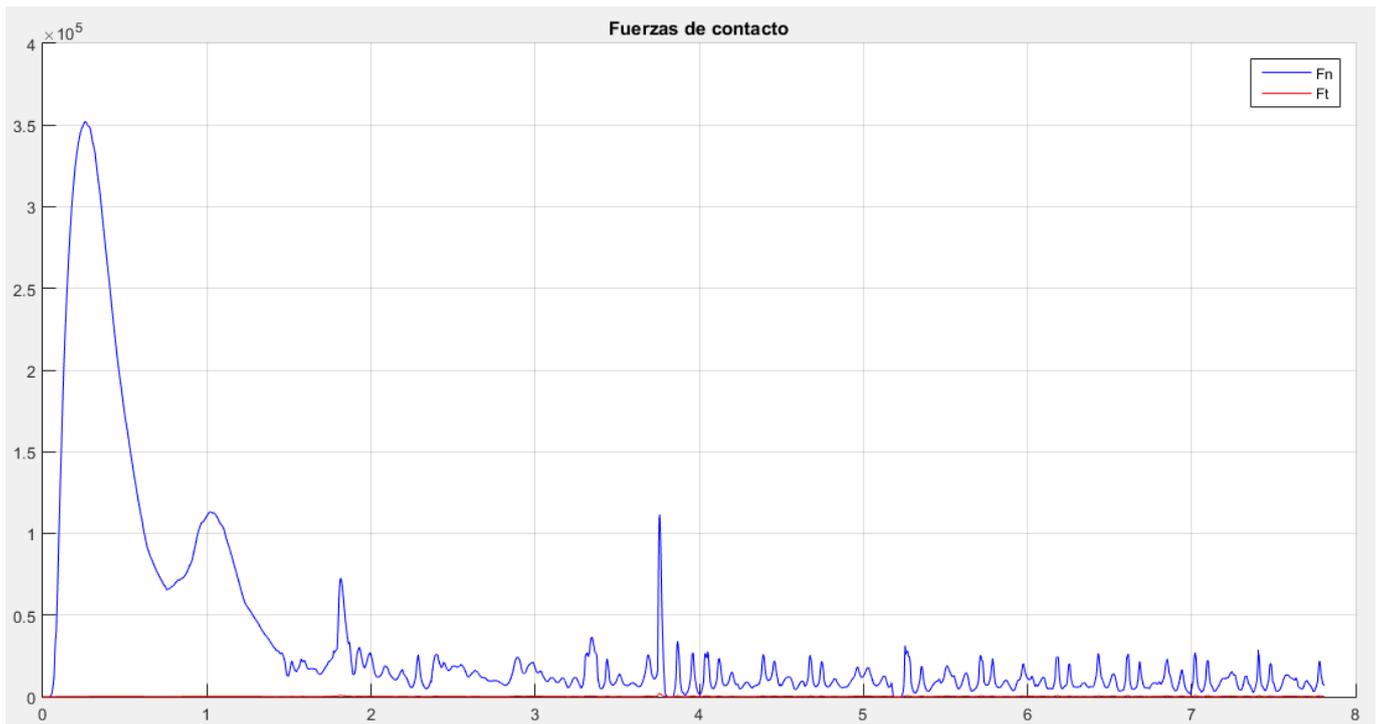


Figura 5-8. Fuerzas normal y tangencial en el contacto

Se introduce un par motor que va entrando progresivamente y se observa como el sistema parte del reposo y se va acelerando. La relación de transmisión teórica se cumple de forma bastante aproximada. En todas las simulaciones con contacto basado en la discretización de las superficies, se observa un pequeño rizado en la salida que se debe a la aproximación inherente a dicha discretización. A medida que las superficies se van aproximando mejor empleando más triángulos, ese rizado va siendo cada vez menor. Es normal también que haya transitorios en el arranque de la simulación hasta que los contactos se estabilizan.

6 CONCLUSIONES

Una vez llevado a cabo este proyecto, teniendo en cuenta los objetivos propuestos en el apartado 1.3, se puede afirmar que se han cumplido todos los objetivos de forma satisfactoria.

Con la ayuda de los planos y de los datos proporcionados por Navantia se ha obtenido un modelo en 3D de los ejes del piñón y de la rueda. También se obtuvo un perfil correcto de los dientes mediante un programa de cálculo de elementos de máquinas. Además se editaron los archivos para que los binarios fueran adecuados para la simulación.

Gracias a esto, se ha creado un modelo multicuerpo de la reductora de engranajes helicoidales, para el cual se han utilizado las bibliotecas MBSLIM y MBSmodel del Laboratorio de Ingeniería Mecánica. Este modelo incluye la dinámica directa, renderizado 3D y detección de colisiones entre los engranajes helicoidales dobles de la reductora.

A mayores de la simulación (el objetivo principal del proyecto), se ha demostrado que el programa KISSsoft es una herramienta eficaz para crear un modelo 3D del perfil de dientes de un sistema de engranajes helicoidales. Además esta herramienta permitiría crear otros perfiles similares con otro tipo de engranajes y parámetros de partida.

También se han obtenido las relaciones cinemáticas en la simulación, las cuales concuerdan con los calculados obtenidos con la teoría. Las fuerzas normales y de fricción en el contacto obtenidas en función del tiempo, coinciden con los resultados esperados.

Gracias a esta información, se puede detectar el comportamiento de los dientes a niveles que otros modelos convencionales no son capaces de llegar y considerar transitorios y efectos en otros elementos en el diseño y cálculo de este tipo de transmisiones.

7 BIBLIOGRAFÍA

- Baglioni, S., Cianetti, F. & Landi, L., 2011. *Influence of the addendum modification on spur gear efficiency*.
- Diez Ibarbia, A. y otros, 2014. *Análisis de la eficiencia en transmisiones de engranajes rectos corregidos*.
- Dopico, D., 2004. *Formulaciones semi-recursivas y de penalización para la dinámica en tiempo real de sistemas multicuerpo*. Universidade da Coruña.
- Dopico, D. & Luaces, A., 2016. *Software para el análisis computacional del diseño de sistemas de fondeo en buques de gran tamaño*. Universidade da Coruña.
- Dopico, D., Luaces, A., González, M. & Cuadrado, J., 2011. *Dealing with multiple contacts in a human-in-the-loop*.
- Luaces, A., 2013. *Contact and HiL Interaction in Multibody Based Machinery Simulators*. Universidade da Coruña.
- Fernández del Rincón, A. y otros, 2012. *A model for the study of meshing stiffness in spur gear transmissions*.
- García de Jalón, J. & Bayo, E., 1994. *Kynematic and dynamic simulation of multibody systems: the real challenge*.
- Gonthier, Y., McPhee, J., Lange, C. & Piedboeuf, J.-C., 2004. *A regularized contact model with asymmetric damping and dwell-time dependent friction*. *Multibody System Dynamics*, nº 11 pp. 209-233.
- Henriot, G., 1972. *Traité Théorique et Pratique des Engrenages*, Vol. 1 and 2.
- Höhn, B. & Michaelis, K., 2003. *Influence of oil temperatura on gear failures*.
- Hunt, K. & Crossley, E., 1975. *Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact*.
- Lafont Morgado, P., 1991. *Cálculo de engranajes paralelos*. Madrid, UPM.
- Lafont Morgado, P., Díaz Lantada, A. & Echávarri Otero, J., 2009. *Diseño y cálculo de transmisiones por engranajes*. Madrid, UPM.
- Magalhães, L., Martins, R., Locateli, C. & Seabra, J., 2009. *Influence of tooth profile and oil formulation on gear power loss*.
- Martins, R. y otros, 2005. *Friction coefficient in FZG gears lubricated with industrial gear oils: Biodegradable ester vs. mineral oil*.
- Klein Woud, H., Stapersma, D., 2002. *Design of propulsión and electric power generation systems*.
- Watson, D., 1998. *Practical ship design*. Vol. 1.
- Flores, P., Ambrósio, J., Pimienta Claro, J.C., Lankarani, H.M. 2008. *Kinematics and dynamics of multibody systems with imperfect joints*.
- Dopico, D., Luaces, A., Saura, M., Cuadrado, J., Vilela, D., 2019. *Simulating the anchor lifting maneuver of ships using contact detection techniques and continuous contact force models*.
- Laboratorio de Ingeniería Mecánica Universidad da Coruña, <http://lim.ii.udc.es/>