https://doi.org/10.17979/spudc.9788497498081.0093

MÓDULO DIDÁCTICO PARA LA REALIZACIÓN DE EXPERIENCIAS DE CONTROL NO LINEAL

2016

Cristina Lampón, Ramon Costa-Castelló

Universitat Politècnica de Catalunya (UPC). Email: {cristina.lampon,ramon.costa}@upc.edu Sebastián Dormido

Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED). Email: sdormido@dia.uned.es

Resumen

En este trabajo se presenta un modelo analógico que puede ser utilizado para la realización de prácticas experimentales de control no lineal. El módulo permite incorporar no linealidades estáticas a sistemas ya existentes. El trabajo presenta la estructura, los componentes y un ejemplo de uso de este dispositivo.

Palabras clave: Prácticas de laboratorio, Sistemas no lineales

1. Introducción

En los estudios de ingeniería, las sesiones de laboratorio resultan claves para que el estudiante pueda experimentar y por tanto alcanzar una mayor comprensión y asimilación de los conceptos introducidos en las sesiones de teoría. De igual modo sucede en el caso particular de la ingeniería de control.

En ingeniería de control, la mayoría de prácticas de laboratorio están basadas en plantas sencillas que pueden describirse mediante modelos lineales o sistemas con un comportamiento no lineal que pueden describirse según un modelo no lineal continuo (p. ej., el péndulo invertido, Twin rotor o Sistemas tanques) [1].

Si bien estas plantas permiten estudiar comportamientos lineales, dejan de lado otro tipo de comportamientos que aparecen en - paradójicamente - numerosos sistemas de control reales, tales como la saturación, la zona muerta o la histéresis [2], i. e., no linealidades estáticas. Hasta donde los autores saben, no existen productos comerciales para este propósito. Paralelamente, aunque la teoría de sistemas no lineales más relevante es la teoría de Lyapunov [3], otras metodologías resultan de interés en muchos casos prácticos. Existen numerosos sistemas de lazo cerrado que pueden describirse según un modelo lineal más una no linealidad estática (sistemas tipo Lure), y analizarse mediante métodos como el plano de fase y la función descriptiva [4, 5]. Estos métodos, aunque sencillos, contribuyen a ampliar las herramientas



Figura 1: Foto del módulo y su interconexionado con el ordenador y el servomecanismo.

que el estudiante de ingeniería puede utilizar para analizar y diseñar sistemas de lazo cerrado.

Con el objetivo de disponer de una plataforma de experimentación para sistemas tipo Lure[4, 5], los autores han desarrollado un módulo para conectar a una planta didáctica, de forma que el sistema muestre comportamientos no lineales. El módulo diseñado no depende de la planta, de modo que puede conectarse a diferentes dispositivos, y permite introducir puntos de medición.

Este artículo describe los componentes del módulo así como algunos experimentos prácticos. Próximamente el módulo descrito se integrará en un laboratorio virtual/remoto [6], facilitando el uso remoto del mismo.

Este artículo se estructura de la siguiente manera: la sección 2 contiene una descripción del módulo desarrollado para introducir no linealidades; la sección 3 muestra el comportamiento de un sistema en lazo cerrado con una de las no linealidades a modo de ejemplo; la sección 4 describe el contexto docente en que se utiliza el equipamiento descrito y finalmente, la sección 5 detalla algunas conclusiones y trabajos futuros.



Figura 2: Esquema funcional del módulo descrito.

2. Descripción del módulo

Desde hace tiempo, el departamento de *ingeniería* de sistemas, automática e informática industrial (ESAII) de la UPC ha impartido docencia de diferentes aspectos del control automático, incluyendo el estudio de no linealidades. Con el fin de reforzar estos estudios, se han diseñado algunos experimentos prácticos, tales como el módulo para introducir no linealidades estáticas descrito en este trabajo. No es el objetivo de este módulo ser una planta experimental per se, sino que se ha diseñado con el fin de ampliar las posibilidades de un dispositivo va existente (FEEDBACK Mechanical Unit 33-100). Este dispositivo se puede usar en prácticas de laboratorio de cursos introductorios (p. ej., control de velocidad y control de posición). El sistema completo se conecta a un PC, equipado con una tarjeta AD/DA (Advantech PCI-1711). La tarjeta AD/DA sirve para visualizar la evolución de la mayoría de variables relevantes (i. e. velocidad, posición, acción de control) y para generar señales (i. e. referencias y señales de identificación). Un entorno basado en MATLAB/Simulink facilita el uso de la tarjeta AD/DA.

La figura 1 muestra una fotografía del equipo en su versión actual del módulo de no linealidades. La alimentación se toma del dispositivo mecánico y el módulo está conectado directamente a la tarjeta AD/DA (sin necesidad de tarjeta de interconexión). Aunque el módulo se ha optimizado para el FEEDBACK Mechanical Unit 33-100, se puede utilizar fácilmente con otras plantas didácticas.

La figura 2 muestra un esquema funcional del módulo diseñado. Como se puede comprobar en el esquema, el módulo está compuesto por diferentes multiplexores gobernados por entradas digitales. Estos permiten configurar apropiadamente el módulo en función del experimento que se desea realizar o la no linealidad que se pretende usar (lineal, saturación, zona muerta e histéresis). Todos los elementos se han implementado utilizando electrónica analógica, cosa que garantiza que el sistema es completamente de tiempo continuo. La mayor complejidad corresponde a las no linealidades. A continuación se describen los circuitos utilizados para implementar las diferentes no linealidades. La subsección 2.1 describe la saturación, la subsección 2.2 describe la zona muerta y finalmente la subsección 2.3 describe la histéresis.



Figura 3: Circuito que implementa la saturación.



Figura 4: Relación entrada-salida de la saturación y sus parámetros.

2.1. Saturación

La figura 3 muestra el circuito con que se ha implementado la saturación. El circuito está compuesto de dos partes: la primera es un amplificador inversor con una ganancia variable gracias a un potenciómetro (P10); y la segunda parte es un limitador cuyos niveles se pueden modificar mediante dos potenciómetros (para los límites superior e inferior respectivamente) [7].

La figura 4 muestra la relación entrada-salida ideal [7] y la función de los diferentes componentes del circuito. Los potenciómetros P11 y P12 son los encargados de fijar los límites superior e inferior.

2.2. Zona muerta

La figura 5 muestra el circuito que genera la función de zona muerta. La implementación contiene cinco potenciómetros, tres de los cuales (P6, P8, P9) fijan la pendiente de la parte lineal, mientras que los otros dos (P5, P7) determinan el tamaño de la región cero.



Figura 5: Circuito que implementa la zona muerta.



Figura 6: Relación entrada-salida de la zona muerta y su relación con los parámetros del circuito.

La figura 6 muestra la relación entrada-salida ideal [7] y la función de los diferentes componentes del circuito. Los valores de las tensiones v_1 y v_2 pueden determinarse de la siguiente forma:

$$v_1 = \frac{\overline{P_5}}{R_{15} + \overline{P_5}} V_{cc}, \ v_2 = \frac{\overline{P_7}}{R_{18} + \overline{P_7}} V_{dd}.$$

2.3. Histéresis

La figura 7 muestra el esquema del circuito electrónico utilizado para obtener el relé con histéresis. Este está compuesto por comparador



Figura 7: Circuito que implementa la histéresis.



Figura 8: Relación entrada-salida de la histéresis y su relación con los parámetros del circuito.

en realimentación positiva (*schmitt trigger*) y una etapa reductora. El primero tiene como objetivo incorporar la comparación con banda mientras que la segunda adapta los niveles de tensión. La figura 8 muestra la relación entrada salida ideal y su relación con los parámetros del circuito. El comparador incorpora un potenciómetro, P14, que permite ajustar la banda de conmutación mientras que la etapa de adaptación incorpora otro potenciómetro, P15, que permite fijar los niveles de tensión de la salida.



Figura 9: Circuito que implementa controlador PI.

2.4. Controlador PI

Otro de los elementos que se han incorporado es un controlador PI. Se ha utilizado una implementación por acciones, una etapa amplificador (cuya ganancia puede ajustarse mediante un potenciómetro, P4) y una etapa integradora (cuya ganancia puede ajustarse mediante un potenciómetro, P3) conectadas en paralelo. La función de transferencia del controlador PI toma la forma siguiente:



Figura 10: Estructura del sistema planteado



Figura 11: Respuesta temporal de la planta (velocidad: medida de tacómetro, posición: medida del potenciómetro, ref: referencia generada por ordenador, control: referencia medida).

3. Caso práctico

En esta sección y a modo de ejemplo se presenta el estudio de un sistema sometido a saturación en su acción de control. La figura 10 muestra el diagrama de bloques del sistema de lazo cerrado bajo estudio. Como puede verse, se asume que el sistema se compone de un sistema lineal G(s) y una no linealidad NL, esquema que corresponde a la configuración convencional de los sistemas de Lure[5]. La parte lineal corresponde al motor DC mientras que la no linealidad corresponde a la saturación que se incorpora mediante del módulo desarrollado.

Seguidamente se analiza el comportamiento del sistema de lazo cerrado siguiendo los mismos pasos seguidos en las sesiones de prácticas. En primer lugar, se caracteriza el comportamiento de la parte lineal, para lo cual abrimos el sistema en



Figura 12: Señal de entrada (e) y salida u a la no linealidad.



Figura 13: Relación entrada (e)/salida u experimental de la no linealidad.

lazo cerrado, aplicando al sistema una señal de escalón en la entrada de la planta, u. La figura 11 muestra la evolución de la velocidad y la posición del motor cuando se aplica una señal cuadrada a la entrada del sistema. Como puede verse, la velocidad se comporta como un sistema de primer orden, mientras que la salida de la posición corresponde a una integral escalada de la velocidad (la discontinuidad que aparece cuando la posición pasa por π o $-\pi$ rad es debida a que la posición se mide utilizando un potenciómetro de una vuelta).

Teniendo en cuenta este experimento, el modelo para el motor DC con la velocidad como modelo de salida se puede expresar como:

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{k}{\tau s + 1} \tag{1}$$

Mientras que en el caso de usar la posición como



Figura 14: Análisis armónico: ganancia de la componente fundamental.



Figura 15: Análisis armónico: amplitud de la componente constante.

salida:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{u(s)} = \frac{k}{s(\tau s + 1) \cdot N}$$
(2)

Los valores de k y τ se pueden obtener directamente de los experimentos, mientras que N = 32 se obtiene de la estructura de la planta. La figura 11 muestra la comparación entre el comportamiento experimental y el comportamiento obtenido con el modelo con la velocidad para k = 0.93216 y $\tau = 0.1228$ s.

Posteriormente se caracteriza la no linealidad. Para ello, se aplica una señal sinusoidal a la entrada de la no linealidad (e) y se analiza la salida, u. Aunque el rango de distribución homogéneo de una señal triangular sería una mejor opción, la señal sinusoidal es más sencilla en MATLAB/Simulink. La baja frecuencia de la



2016

Figura 16: Respuesta temporal del sistema de lazo cerrado lineal.



Figura 17: Respuesta temporal del sistema de lazo cerrado incluyendo la no linealidad.

señal asegura el barrido casi homogéneo de todo el rango. La figura 12 muestra la entrada y salida obtenidas al realizar este experimento. Finalmente, la figura 13 muestra la relación entrada/salida obtenida. Como se puede ver existen diferencias cuantitativas con la relación ideal mostrada en la figura 4.

Un método para analizar el comportamiento del sistema de la lazo cerrado es el basado en el análisis armónico o basado en la función descriptiva[4, 5]. La figura 14 muestra la ganancia de la componente fundamental¹ y la figura 15 muestra la ganancia de la componente continua, ambas en función de la amplitud. Dado que la componente de continua es muy pequeña, puede despreciarse, co-

 $^{^{1}}$ Aunque no se muestra en este trabajo, el desfase de la componente fundamental es prácticamente nulo para toda amplitud.



Figura 18: Plano de fase del sistema lineal de lazo cerrado.



Figura 19: Plano de fase del sistema no lineal de lazo cerrado.

sa que permite aplicar un análisis de función descriptiva directamente [5, 4]. Dado que la función descriptiva es real y, en el caso de salida posición G(s), de segundo orden, no hay intersección entre la función descriptiva y $G(j\omega)$ en el plano polar. Por lo tanto, el sistema de lazo cerrado será estable y no presentará ciclos límite [4]. Dado que la función descriptiva solo aporta información sobre el comportamiento de régimen permanente. En este caso y dado el orden del sistema, un análisis en el plano de fase [4, 5] nos permitirá caracterizar el transitorio.

La figura 16 muestra la respuesta temporal del sistema de lazo cerrado sin incluir la no linealidad. Como se puede ver, esta presenta la respuesta temporal propia de un sistema lineal de segundo orden de tipo 1 con polos reales². La figura 17 muestra el mismo experimento pero incluyendo la no linealidad, como se puede observar un comportamiento parecido, pues el régimen permanente es el mismo aunque el transitorio es diferente debido a que a la acción de control no puede tomar los mismos valores que en el caso lineal, pues está sometida al efecto de una saturación. Estas diferencias de comportamiento se pueden observar mejor en el plano de fase pues elimina la dependencia temporal, cosa que permite enfatizar la relación entre las diferentes variables del sistema. La figura 18 muestra el plano de fase del sistema lineal mientras que la figura 19 muestra el plano de fase del sistema con la no linealidad. Cabe mencionarse que la referencia del sistema va cambiando entre los dos niveles observados en las figuras 16 y 17. Como se puede observar, los puntos de equilibrio (correspondientes a los comportamientos de estacionario) son los mismos pero las transiciones entre ellos son bastante diferentes, en particular en el caso no lineal la velocidad toma valores inferiores a los del caso lineal cosa que deforma el comportamiento.

4. Contexto docente

Las experiencias prácticas que el módulo desarrollado permite realizar se enmarcan en los métodos clásicos de control no lineal, en particular el análisis del plano de fase y el análisis mediante balance armónico (función descriptiva). Actualmente el departamento de ESAII en la ETSEIB (Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona) imparte estos contenidos en dos asignaturas: una optativa del máster universitario en ingeniería industrial (MUEI), Control no lineal, óptimo y predictivo (240IAU21), y otra obligatoria en el máster universitario en automática y robótica (MUAR), Nonlinear Control Systems (240AR021). En ambos casos los trabajos prácticos se organizan en dos sesiones experimentales de dos y un análisis conceptual y mediante simulación. En la primera sesión experimental el estudiante debe obtener un modelo del sistema (caracterizando la parte lineal y la no lineal) a partir de diferentes experimentos. Posteriormente, utilizando los datos obtenidos en el laboratorio y aplicando los conceptos de plano de fase y función descriptiva vistos en las sesiones de teoría. Finalmente los estudiantes retornan al laboratorio para comprobar si los resultados de su análisis concuerdan con los resultados fruto de su estudio y en su caso observar con qué precisión han sido capaces de predecir el comportamiento.

Cabe destacar que la versatilidad (es posible trabajar con las diferentes no linealidades e incluir o no el controlador PI) de la placa hace que no todos los estudiantes analicen el mismo sistema.

debido a problemas de calibración del módulo.

²Se puede observar un pequeño error estacionario

5. Conclusiones

Pese al auge y la toma de relevancia de la simulación numérica como herramienta didáctica, creemos que continúa siendo de vital importancia en la formación de un ingeniero la realización de trabajos prácticos con elementos reales, ya que ello permite visualizar y establece contacto con comportamientos y fenómenos que no pueden ser fácilmente reproducibles en una simulación. En este contexto se ha desarrollado un módulo didáctico que permite incorporar no linealidades estáticas en un equipo didáctico preexistente. Este módulo es totalmente configurable para la realización de los experimentos necesarios para caracterizar el comportamiento de los diferentes elementos.

Una de las principales limitaciones del módulo es que su parametrización requiere manipular físicamente el dispositivo, por ello se está empezando a trabajar en un prototipo que permita la parametrización remota de todos los componentes, lo que facilitará la integración del módulo en laboratorios remotos/virtuales.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por los proyectos DPI2012-31303 y DPI2015-69286-C3-2-R (MINECO/FEDER) a y el proyecto 2014 SGR 267 de la AGAUR (agencia de la Generalitat de Catalunya).

Referencias

[1] M.K. Bayrakceken and A. Arisoy. An educational setup for nonlinear control systems: Enhancing the motivation and learning in a targeted curriculum by experimental practices [focus on education]. *Control Systems, IEEE*, 33(2):64–81, April 2013.

- [2] M.G. Ortega, J. Aracil, F. Gordillo, and F.R. Rubio. Bifurcation analysis of a feedback system with dead zone and saturation. *Control Systems*, *IEEE*, 20(4):91–101, Aug 2000.
- [3] Francisco Gordillo. Estabilidad de sistemas no lineales basada en la teoría de liapunov. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (RIAI), 6(2):5 – 16, 2009.
- [4] Jean-Jacques E. Slotine and Weiping Li. Applied Nonlinear Control. Prentice-Hall Inc., 1991. ISBN 0-13-040890-5.
- [5] H. K. Khalil. Nonlinear Systems. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 3. edition edition, 2002.
- [6] R. Costa-Castelló, M. Vallés, L.M. Jiménez, L. Diaz-Guerra, A. Valera, and R. Puerto. Integración de dispositivos físicos en un laboratorio remoto de control mediante diferentes plataformas: Labview, matlab y c/c++. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (RIAI), 7(1):23 – 34, 2010.
- [7] John V. Wait, Lawrence P. Huelsman, and Granino A. Korn. Introduction to operational amplifier theory and applications. McGraw-Hill Inc. US, 1975. ISBN : 0070677654.