

Diseño LQ e implementación distribuida para la estimación de estado

A. R. del Nozal, L. Orihuela, P. Millán, C. Ierardi, A. Tapia
Universidad Loyola Andalucía, {arodriguez,dorihuela,pmillan,cierardi,atapia}@uloyola.es

Resumen

Este artículo trata el problema de la estimación distribuida del estado de una planta por dos agentes. El objetivo de cada uno de los agentes es reconstruir el estado completo a partir de sus propias medidas y la información intercambiada con el otro. Para ello, se introduce una novedosa estructura de observador en la cual se divide el espacio de estados en la parte observable por el agente en cuestión y la parte no observable por él. El diseño de las ganancias del observador se lleva a cabo mediante la resolución de un problema LQ en el que el usuario puede variar dos parámetros escalares para lograr una observación adecuada. Se introduce dicho algoritmo para una red con dos agentes siendo su generalización para un número indeterminado de agentes un posible futuro trabajo.

Palabras clave: Estimación distribuida. Sistemas multi-agente. Sistemas invariantes en tiempo. Programación LQ.

1. Introducción

Cuando se considera el problema de la estimación del estado de una planta de grandes dimensiones, como puedan ser grandes factorías o cadenas de producción, la complejidad del problema crece exponencialmente. El hecho de que la información de dichos sistemas sea recolectada por muchos agentes unido a la lejana situación geográfica de éstos complica enormemente el diseño de los observadores. Sin embargo ofrece infinidad de ventajas respecto a los antiguos sistemas centralizados como puede ser la robustez, la escalabilidad o la flexibilidad respecto a cambios en la topología de la red o del sistema a observar.

El problema de la estimación distribuida del estado de una planta ha sido abordado desde diferentes perspectivas desde hace años, aunque seguramente, el estimador más conocido sea el filtro de Kalman distribuido [5, 6]. El filtro de Kalman distribuido ha atraído la atención de muchos investigadores y no solo en el campo de la ingeniería

de control, sino también en otros campos como pueden ser el procesamiento de señales [4], la visión artificial [7] o el campo de la óptica [2] por nombrar algunos. La mayoría de filtros de Kalman distribuido aplicados en la práctica funcionan con dos fases principales: Primero alcanzan un consenso entre los agentes y posteriormente cada uno aplica un filtro que contribuye a la estabilización de la estimación conjunta del estado. Estrategias de consenso son también utilizadas en [8], [9] y [10], donde los autores proponen el diseño de filtros H_∞ .

El estudio de la descomposición del espacio de estados en las partes observable y no observable por el agente ya ha sido estudiado en previos trabajos de los autores, vease [3] y [1]. En el primero, el observador utilizado es propuesto para una red con dos agentes ofreciendo condiciones de estabilidad. El segundo de ellos trata la aplicación de un filtro de Kalman distribuido para este tipo de arquitectura en la que se llevan a cabo una serie de simplificaciones. Este artículo se centra en el diseño de las ganancias del observador.

Desde el punto de vista de la topología de comunicación la mayoría de los trabajos parte de la formulación en la que ningún agente es capaz de reconstruir el estado por sí mismo. Es decir, los agentes deben colaborar entre ellos. Aunque en nuestra red solo se considere una pareja de agentes, también se tiene esta consideración.

Este artículo constituye un trabajo preliminar considerando una red de únicamente dos agentes. La intención de los autores es mostrar el potencial de la estructura de observador presentada y la capacidad de diseño mediante un algoritmo LQ por el cual sea solo necesario ajustar el valor de dos escalares. De esta manera no es necesario tener profundos conocimientos de control para el ajuste del mismo.

El artículo esta organizado de la siguiente manera. La Sección 2 introduce la formulación del problema que se va a abordar así como algunas definiciones y simplificaciones llevadas a cabo. En la Sección 3 se muestra la estructura de observador considerada cuyo diseño se trata en la Sección 4.

Finalmente en las secciones 5 y 6 algunas simulaciones y las conclusiones son presentadas.

2. Formulación del problema

Considere un sistema discreto, lineal, autónomo e invariante en el tiempo y dos agentes (1 y 2) tomando medidas del sistema con la siguiente representación en el espacio de estados:

$$x^+ = Ax + w, \quad (1)$$

$$y_1 = C_1x + n_1, \quad (2)$$

$$y_2 = C_2x + n_2, \quad (3)$$

donde $y_1 \in \mathbb{R}^{m_1}$ y $y_2 \in \mathbb{R}^{m_2}$ son vectores que representan la salida del sistema para el agente 1 y 2 respectivamente; $C_1 \in \mathbb{R}^{m_1 \times n}$ y $C_2 \in \mathbb{R}^{m_2 \times n}$ son las matrices de salida de ambos agentes y $w \in \mathbb{R}^n$, $n_1 \in \mathbb{R}^{m_1}$ y $n_2 \in \mathbb{R}^{m_2}$ son perturbaciones y ruidos mutuamente independientes.

La estructura del observador propuesta en la siguiente sección esta basada en la consideración de una transformación del sistema a la forma observable escalonada. Por la cual, es posible obtener una matriz de transformación lineal $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ de tal forma que ante el cambio de variable $\xi \triangleq Tx$ es posible transformar la representación en espacio de estados del sistema en la siguiente:

$$\xi_i^+ = T_i A T_i^T \xi_i = \begin{bmatrix} A_i^{\bar{o}} & \tilde{A}_i \\ 0 & A_i^o \end{bmatrix} \xi_i, \quad (4)$$

$$y_i = C_i T_i^T \xi = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{C}_i \end{bmatrix} \xi_i, \quad (5)$$

donde el estado transformado ξ puede ser dividido:

$$\xi_i = \begin{bmatrix} \xi_i^{\bar{o}} \\ \xi_i^o \end{bmatrix}$$

siendo $\xi_i^{\bar{o}} \in \mathbb{R}^{n^{\bar{o}}}$ y $\xi_i^o \in \mathbb{R}^{n^o}$ respectivamente la parte no observable y observable del sistema (1) por un agente genérico i cuando el sistema no se encuentra afectado por ruido. Tenga en cuenta que la parte observable se encuentra completamente desacoplada de la no observable (A_i^o, \tilde{C}_i), gracias a la estructura con forma de cascada.

Además, la matriz de transformación lineal T_i puede ser descompuesta a su vez $T_i = [\bar{V}_i \ V_i]^T$, donde $\bar{V}_i \in \mathbb{R}^{n \times n^{\bar{o}}}$ esta compuesto por $n^{\bar{o}}$ vectores columnas en \mathbb{R}^n formando una base ortonormal del subespacio no observable del sistema (1)-(2). A su vez, $V_i \in \mathbb{R}^{n \times n^o}$ es una base ortonormal de la parte observable. Ambas bases son mutuamente ortogonales y juntas, forman el espacio completo \mathbb{R}^n . Ya que T_i es una matriz ortogonal se cumplen las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} \bar{V}_i^T \bar{V}_i &= I_{n^{\bar{o}}}, & V_i^T V_i &= I_{n^o}, \\ \bar{V}_i^T V_i &= 0_{n^{\bar{o}} \times n^o}, & V_i^T \bar{V}_i &= 0_{n^o \times n^{\bar{o}}}. \end{aligned}$$

Definición 1. El error de estimación cometido por un agente i es definido como:

$$e_i = x - \hat{x}_i.$$

Definición 2. El error de estimación cometido por un agente i en la base escalonada observable se define como:

$$\varepsilon_i = \xi - \hat{\xi}_i.$$

Al igual que pasaba con el estado, el error puede ser dividido en su parte observable y no observable:

$$\varepsilon_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_i^{\bar{o}} \\ \varepsilon_i^o \end{bmatrix}.$$

Suposición 1. Suponemos que existe observabilidad colectiva del sistema. Esto es, el conjunto de agentes considerado es capaz de observar todas las componentes del estado. Es decir, la pareja $(A, [C_1^T C_2^T]^T)$ es observable.

Del mismo modo la observabilidad local del sistema no es considerada, es decir, ningún agente es capaz de reconstruir el estado completo basado en sus propias medidas.

Suposición 2. Para el caso objeto de estudio se considera que no existe acople entre espacios observables de los agentes. Es decir, consideraremos que el espacio no observable por el agente i coincide con el observable por el agente j y viceversa:

$$V_i^T V_j = 0, \quad \bar{V}_i^T V_j = I$$

3. Estructura de observador propuesta

Considérese la siguiente estructura de observador para el agente 1:

$$\hat{x}_1^+ = \underbrace{A \hat{x}_1}_A + \underbrace{V_1 L_1 (y_1 - \hat{y}_1)}_B + \underbrace{\bar{V}_1 N_{1,2} \bar{V}_1^T (\hat{x}_2 - \hat{x}_1)}_C \quad (6)$$

dónde L_1 y $N_{1,2}$ son, respectivamente, una ganancia local para la estimación del agente 1 en su espacio observable y una ganancia aplicada al término de consenso. Cada uno de los componentes del observador es detallado a continuación:

- A** Término de predicción basado en modelo.
- B** Corrección local de medidas: La diferencia entre la salida del sistema y la estimada por el agente 1 es multiplicada por la ganancia L_1 . El resultado se utilizan como pesos para llevar a cabo una transformación lineal de V_1 .

C Término en consenso: Utilizando la estimación del estado realizada por el agente 2, 1 es capaz de corregir la estimación de sus estados no observables. La diferencia entre las estimaciones de ambos agentes es proyectada sobre el espacio no observable del agente 1 y ponderada por la matriz $N_{1,2}$. Así, la información provista por el agente 2 es usada para corregir los estados no observables de 1 y viceversa.

4. Diseño basado en LQ

En anteriores secciones se ha introducido el problema que se pretende resolver así como la estructura de observador propuesta. En esta sección se pretende introducir un algoritmo de diseño de las ganancias del observador basado en programación LQ.

4.1. Algoritmo de consenso basado en LQ

Considere la estructura de observador introducida en (6). Entonces, es posible construir la siguiente función de coste para el agente 1:

$$J_1(k) = \sum_{t=k}^{\infty} \kappa_1 |r(\varepsilon_1, u_1|_L, u_1|_N, t), \quad (7)$$

dónde

$$\begin{aligned} \kappa_1(\varepsilon_1, u_1|_L, u_1|_N, t) &= \varepsilon_1(t)^T U_1 \varepsilon_1(t) \\ &+ u_1|_L^T(t) S_1 u_1|_L(t) + u_1|_N^T(t) T_1 u_1|_N(t), \end{aligned}$$

con

$$\begin{aligned} u_1|_L(k) &= -L_1 \tilde{C}_1 \varepsilon_1^o(k), \\ u_1|_N(k) &= -N_{1,2}(k) \varepsilon_1^{\bar{o}}(k) \end{aligned}$$

El significado de $u_1|_L$ and $u_1|_N$ puede ser algo confuso. El primero, es el error de estimación cometido por la parte observable del agente multiplicado por la ganancia de Luenberger L_1 . Por otro lado, $u_1|_N$ es la transformación lineal de la proyección del error de estimación en el espacio no observable por 1. Las matrices de pesos $U_1 \in \mathbb{R}^{n_{o1} \times n_{o1}}$, $S_1 \in \mathbb{R}^{n_{o1} \times n_{o1}}$ y $T_1 \in \mathbb{R}^{n_{\bar{o}1} \times n_{\bar{o}1}}$ son matrices diagonales definidas positivas.

La función de coste definida en (7) puede ser reescrita como:

$$\begin{aligned} J_1(k) &= \kappa_1(\varepsilon_1, u_1|_L, u_1|_N, k) \\ &+ \sum_{t=k+1}^{\infty} \kappa_1(\varepsilon_1, u_1|_L, u_1|_N, t) \\ &= \kappa_1(\varepsilon_1, u_1|_L, u_1|_N, k) + J_1(k+1). \end{aligned} \quad (8)$$

Supongamos entonces que el coste óptimo de esta

función objetivo viene dado por la siguiente expresión:

$$J_1^*(k) = \varepsilon_1^o(k)^T P_1|_L \varepsilon_1^o(k) + \varepsilon_1^{\bar{o}}(k)^T P_1|_N \varepsilon_1^{\bar{o}}(k),$$

dónde $J_1^*(k)$ es el coste óptimo de (7) en el instante k y dónde las matrices $P_1|_L \in \mathbb{R}^{n_{o1} \times n_{o1}}$ y $P_1|_N \in \mathbb{R}^{n_{\bar{o}1} \times n_{\bar{o}1}}$ son definidas positivas. Note el carácter cuadrático respecto al error de estimación.

Entonces, desarrollando la expresión (8) obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} J_1(k) &= \varepsilon_1(k)^T U_1 \varepsilon_1(k) + u_1|_L^T(k) S_1 u_1|_L(k) \\ &+ u_1|_N^T(k) T_1 u_1|_N(k) \\ &+ \varepsilon_1^o(k+1)^T P_1|_L \varepsilon_1^o(k+1) \\ &+ \varepsilon_1^{\bar{o}}(k+1)^T P_1|_N \varepsilon_1^{\bar{o}}(k+1). \end{aligned} \quad (9)$$

Para continuar con el desarrollo es necesario obtener la dinámica del error transformado tanto de la parte no observable como de la observable del estado. Para ello, partimos de un sistema como el expuesto en (1) pero libre de ruido y una estructura de observador como la expuesta en (6). Entonces el error de estimación viene dado por la siguiente expresión:

$$e_1^+ = (A - V_1 L_1 C_1) e_1 - \bar{V}_1 N_{1,2} \bar{V}_1^T (e_1 - e_2).$$

Si a la expresión anterior le aplicamos la transformación a forma escalonada observable definida por $\xi_1 = T_1 x$ obtenemos:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1^{\bar{o}} \\ \varepsilon_1^o \end{bmatrix}^+ = \begin{bmatrix} A_1^{\bar{o}} & \tilde{A}_1 \\ 0 & A_1^o - L_1 \tilde{C}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1^{\bar{o}} \\ \varepsilon_1^o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_{1,2} \bar{V}_1^T (e_1 - e_2) \\ 0 \end{bmatrix}.$$

De esta expresión, es deducible que la dinámica del error de estimación observable se encuentra completamente desacoplada de la no observable y viene dada por:

$$\varepsilon_1^{o+} = (A_1^o - L_1 \tilde{C}_1) \varepsilon_1^o. \quad (10)$$

Del mismo modo, consideramos ahora la dinámica del error no observable:

$$\varepsilon_1^{\bar{o}+} = A_1^{\bar{o}} \varepsilon_1^{\bar{o}} + \tilde{A}_1 \varepsilon_1^o - N_{1,2} \bar{V}_1 (e_1 - e_2).$$

Por un lado, gracias a la estructura en forma de cascada del sistema tras la transformación, podemos considerar que la ganancia L_1 esta diseñada de tal manera que el error de estimación en régimen permanente de la parte observable tiene a cero con $[A_i^o - L_i \tilde{C}_i]$ Schur estable. Por otro lado, es posible reescribir la expresión $\bar{V}_1^T (e_1 - e_2)$

haciendo uso de la transformación a forma escalonada observable:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1^T(e_1 - e_2) &= \bar{V}_1^T(V_1\varepsilon_1^o + \bar{V}_1\varepsilon_1^{\bar{o}} - V_2\varepsilon_2^o - \bar{V}_2\varepsilon_2^{\bar{o}}) \\ &= \varepsilon_1^{\bar{o}} - \varepsilon_2^o.\end{aligned}$$

Así la expresión finalmente queda:

$$\varepsilon_1^{\bar{o}+} = (A_1^{\bar{o}} - N_{1,2})\varepsilon_1^{\bar{o}} + F, \quad (11)$$

siendo F un término que tiende asintóticamente a cero cuando la parte observable se ha diseñado de tal forma que $\begin{bmatrix} A_i^o - L_i\tilde{C}_i \end{bmatrix}$ es Schur estable.

Téngase en cuenta que gracias a la estructura en forma de cascada introducida por la transformación a la forma escalonada observable, es posible diseñar la ganancia local del observador de una forma completamente independiente a la que se utilizaría en el término de consenso. Cuando se considera también la parte no observable del agente, es posible obtener una expresión de la dinámica del error para esta parte que únicamente depende de sí misma y de los errores de estimación obtenidas en las partes observables de los agentes. Entonces, si el diseño de la ganancia local del agente se realiza de tal manera que la dinámica del error de estimación observable sea más rápida que la del no observable, ambos errores tenderán a cero de forma asintótica.

Entonces, volviendo a la función de coste del algoritmo basado en LQ, si sustituimos las expresiones (10) y (11) en (9) obtenemos:

$$\begin{aligned}J_1(k) &= \varepsilon_1(k)^T U_1 \varepsilon_1(k) + u_1|_L^T(k) S_1 u_1|_L(k) \quad (12) \\ &+ u_1|_N^T(k) T_1 u_1|_N(k) \\ &+ (A_1^o \varepsilon_1^o(k) + u_1|_L(k))^T P_1|_L \\ &\times (A_1^o \varepsilon_1^o(k) + u_1|_L(k)) \\ &+ (A_1^{\bar{o}} \varepsilon_1^{\bar{o}}(k) + u_1|_N(k))^T P_i|_N \\ &\times (A_1^{\bar{o}} \varepsilon_1^{\bar{o}}(k) + u_i|_N(k)).\end{aligned}$$

Dado que la función de coste presenta una forma convexa, es posible calcular el mínimo de dicha función respecto a $u_i|_L$ y $u_i|_N$ igualando las derivadas parciales a cero:

$$\begin{aligned}\frac{\partial J_1(k)}{\partial u_1|_L(k)} &= 2S_1 u_1|_L(k) \\ &+ 2P_1|_L (A_1^o \varepsilon_1^o(k) + u_1|_L(k)) = 0, \\ \frac{\partial J_1(k)}{\partial u_1|_N(k)} &= 2T_1 u_1|_N(k) \\ &+ 2P_i|_N (A_1^{\bar{o}} \varepsilon_i^{\bar{o}}(k) + u_1|_N(k)) = 0,\end{aligned}$$

lo que implica:

$$u_1|_L^*(k) = -(S_1 + P_1|_L)^{-1} P_1|_L A_1^o \varepsilon_1^o(k), \quad (13)$$

$$u_1|_N^*(k) = -(T_1 + P_1|_N)^{-1} P_i|_N A_1^{\bar{o}} \varepsilon_i^{\bar{o}}(k), \quad (14)$$

siendo $u_1|_L^*(k)$ y $u_1|_N^*(k)$ los valores de $u_1|_L(k)$ y $u_1|_N(k)$ que minimizan el valor de la función objetivo en el instante k .

Sustituyendo (13)-(14) en (12) es posible obtener las siguientes ecuaciones de Riccati para el cálculo de $P_1|_L$ y $P_1|_N$:

$$\begin{aligned}A_1^{oT} P_1|_L A_1^o - P_1|_L + V_1^T U_1 V_1 \\ &= A_1^{oT} P_1|_L (S_1 + P_1|_L)^{-1} P_1|_L A_1^o. \\ A_1^{\bar{o}T} P_1|_N A_1^{\bar{o}} - P_1|_N + \bar{V}_1^T U_1 \bar{V}_1 \\ &= A_1^{\bar{o}T} P_1|_N (T_1 + P_1|_N)^{-1} P_i|_N A_1^{\bar{o}}.\end{aligned}$$

Finalmente, una vez conocidas las matrices $P_1|_L$ y $P_1|_N$, resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones, los valores de L_1 y $N_{1,2}$ son obtenidos:

$$\begin{aligned}(S_1 + P_1|_L)^{-1} P_1|_L A_1^o &= L_1 \tilde{C}_1, \\ (T_1 + P_1|_N)^{-1} P_i|_N A_1^{\bar{o}} &= N_{1,2}.\end{aligned}$$

Sea consciente que la matriz U_1 pondera el conocimiento de la dinámica del sistema mientras que S_1 y T_1 ponderan la información provista por las medidas directas de la planta así como la información provista por el agente 2.

4.2. Diseño de las ganancias propuesto

En esta sección, un método general para diseñar las ganancias del observador es presentado. Para ello se utilizará el algoritmo basado en LQ presentado en la sección previa.

Consideremos que la incertidumbre que afecta tanto a nuestro sistema (w) como a las medidas tomadas por los diferentes agentes (n_1, n_2) pueden ser cuantificadas a través de las matrices Q y R_1 respectivamente. Es decir, por ejemplo, considere un ruido blanco de media cero y desviación típica dada por dichas matrices o considere un ruido acotado cuya cota venga almacenada en las mismas.

El objetivo principal del método es diseñar las matrices de pesos para el algoritmo LQ (U_1, S_1 y T_1) teniendo en cuenta las siguientes tres características:

1. El error en las medidas del sistema viene dado por los valores almacenados en R_1 . Este valor afecta directamente a las matrices de pesos S_1 y T_1 .
2. La distancia entre el agente 1 y el agente que constituye la fuente de información para reconstruir su espacio no observable. En nuestro caso, al solo considerar dos agentes podemos suponer que existen dos vías de comunicación con velocidades de transferencia

diferentes. Este hecho afectara a la matriz de peso T_1 .

3. La incertidumbre introducida en la evolución del estado ya sea por ruidos o por no linealidades no consideradas son definidas por la matriz Q . Este factor actúa directamente sobre la matriz U_1 .

Este artículo propone los siguientes valores para las matrices de pesos:

$$U_1 = \rho_1 Q, \quad (15)$$

$$S_1 = \lambda_1 V_1^T C_1^T R_1 C_1 V_1, \quad (16)$$

$$T_1 = \lambda_1 (\bar{V}_1^T C_1^T R_1 C_1 \bar{V}_1 + D_1), \quad (17)$$

dónde $\rho_1 \in \mathbb{R}$ y $\lambda_1 \in \mathbb{R}$ son dos escalares que permiten fijar la relación entre las matrices de pesos y D_1 es una matriz en cuya diagonal se recoge la distancia entre el nodo 1 y el nodo que realiza la medida del estado correspondiente (2). Así, el diseño del observador se reduce a un problema en el cual solo es necesario fijar el valor de dos escalares para variar la calidad de estimación de la planta por los diferentes agentes.

El diseño de dichos escalares se ha fijado de tal manera que si son fijados con valor unidad, el diseño se lleva a cabo de una forma directamente proporcional a los parámetros de ruido y distancia al agente que realiza la medida del estado concerniente. Los parámetros permiten al usuario modificar esta proporcionalidad según su propia experiencia acerca del proceso.

5. Ejemplos de simulación

Con el fin de mostrar la robustez del algoritmo para el diseño del observador introducido se llevarán a cabo varias simulaciones. Para ello considere el siguiente sistema y matrices de salida:

$$A = \begin{bmatrix} 1,005 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9954 & -0,08757 \\ 0 & 0,1248 & 0,9945 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = [1 \ 0 \ 0], \quad C_2 = [0 \ 1 \ 0].$$

Los ruidos considerados son $Q = I_n \otimes 0,2$, $R_1 = 0,1$, $R_2 = 0,1$.

El sistema considerado cuenta con tres estados. El primero de ellos, x_1 es un estado con una dinámica inestable que se considera completamente desacoplado de los otros dos. Por otro lado, el segundo y tercer estados (x_2 y x_3) son una pareja de polos conjugados con una dinámica críticamente estable. El primer estado es observado por el primer agente mientras que el segundo observa el segundo y el tercero a través de las medidas de x_2 .

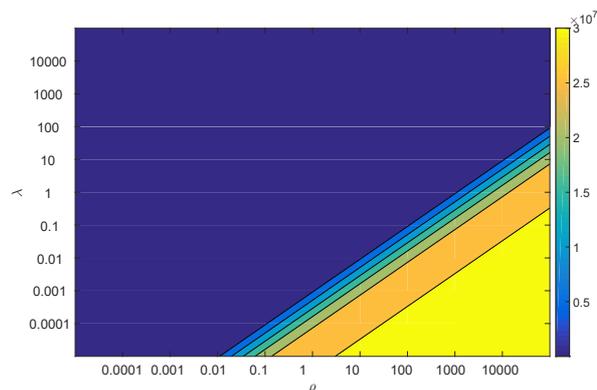


Figura 1: Efecto de los parámetros ρ y λ en el error de estimación.

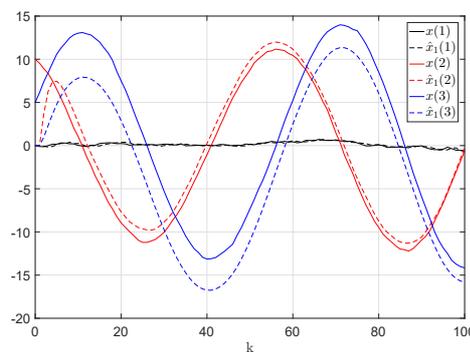


Figura 2: Evolución del estado y las estimaciones del agente 1 (en lineal discontinuas).

En la Figura 1 se muestra el efecto que tiene el ajuste de los parámetros δ y λ en el error de estimación de ambos agentes. Para ello, se han llevado a cabo varias simulaciones considerando el mismo vector de ruidos y variando los valores de estos escalares. En la figura se representa la suma del error de estimación cuadrático de cada agente para un horizonte temporal de 100 instantes:

$$e_{ac} = \sum_{k=1}^{100} \sum_{i=1}^2 \|e_i(k)\|^2.$$

Observe que para un valor constante de λ al aumentar el valor de δ el error crece bruscamente. Es decir, cuando se penaliza en gran medida la exactitud del modelo respecto a las medidas tomadas la calidad de la estimación empeora en gran medida. Sin embargo, para los parámetros de diseño considerados ($\delta = 1$ y $\lambda = 1$) el error de estimación es bajo.

Por último, con el fin de mostrar la robustez del estimador en la Figura 2 se muestra la evolución del sistema y del estimador implementado en el agente 1 (en líneas discontinuas).

En la figura se puede observar que el error de estimación en el primer estado decrece rápidamente mientras que el segundo estado tiene una dinámica algo más lenta. Por último el tercer estado es el último en converger ya que el agente no toma medidas directamente de él, sino que obtiene información acerca de éste a través de las lecturas de x_2 .

6. Conclusiones

Este artículo muestra una novedosa forma de analizar el problema de la estimación distribuida de una planta por una red de agentes. Gracias a la descomposición del estado por cada uno de los agentes en los subespacios observable y no observable, cada uno de ellos es capaz de diseñar una ganancia independiente para la parte del estado de la cual obtiene información por sus propias medidas y la parte que obtiene a través de consenso con el otro agente.

La principal novedad introducida en el artículo es el diseño de las ganancias del estimador a través de un algoritmo basado en programación lineal cuadrática. Para la elección de las matrices de pesos referentes al algoritmo basado en LQ se propone un diseño proporcional a las perturbaciones del sistema multiplicado por dos parámetros escalares. Dichos parámetros pueden ser ajustados por el usuario en función de su experiencia con el proceso, no siendo necesario conocimientos de control para ello.

Agradecimientos

Trabajo parcialmente financiado por AEI / FEDER (DPI-75294-CS-2-R, TEC2016-80242-P) y por el MCyT (DPI2013-44135-R).

Referencias

- [1] P. Millán A.R. del Nozal, L. Orihuela. Distributed consensus-based kalman filtering considering subspace decomposition. In *20th IFAC World Congress*, Toulouse, France, July 2017.
- [2] Gilles L. et al. Distributed kalman filtering compared to fourier domain preconditioned conjugate gradient for laser guide star tomography on extremely large telescopes. *Journal of the Optical Society of America*, 30(5):898–909, 2013.
- [3] P. Millán et al. Distributed implementation and design for state estimation. In *20th IFAC World Congress*, Toulouse, France, July 2017.
- [4] Hanly S.V. Ng B.L., Evans J.S. and Aktas D. Distributed dowlink beamforming with

cooperative base stations. *IEEE Transactions on Information Theory*, 54(12):5491–5499, 2008.

- [5] R. Olfati-Saber. Distributed Kalman filtering for sensor networks. In *46th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 5492–5498, New Orleans, LA, USA, December 2007.
- [6] R. Olfati-Saber. Kalman-consensus filter: Optimality, stability, and performance. In *48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, pages 7036–7042, Shanghai, P.R. China, December 2009.
- [7] Chen S.Y. Kalman filter for robot vision: a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59(11):4409–4420, 2012.
- [8] V. Ugrinovskii. Distributed robust filtering with H_∞ consensus of estimates. *Automatica*, 47(1):1–13, 2011.
- [9] V. Ugrinovskii. Distributed robust estimation over randomly switching networks using H_∞ consensus. *Automatica*, 49(1):160–168, 2013.
- [10] Ugrinovskii V. Allgöwer F. Wu J., Li L. Distributed filter design for cooperative h-infinity-type estimation. *IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, pages 1373–1378, 2015.