

# Control MPC basado en un modelo LTV para seguimiento de trayectoria con estabilidad garantizada

Sara Mata, Asier Zubizarreta, Ione Nieva, Itziar Cabanes, Charles Pinto  
sara.mata@ehu.eus, asier.zubizarreta@ehu.eus, ione.nieva@gmail.com, itziar.cabanes@ehu.eus, charles.pinto@ehu.eus  
Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática,  
Escuela Superior de Ingeniería de Bilbao, UPV/EHU

## Resumen

Este artículo presenta una aplicación de seguimiento de trayectoria para vehículos mediante Control Predictivo basado en Modelo (MPC) con un modelo Linealmente Variable en el Tiempo (LTV) con estabilidad garantizada. El sistema de control considera tanto el error lateral como el error de orientación respecto de la trayectoria de referencia para garantizar un correcto seguimiento de la trayectoria bajo ciertos criterios de confort. Además, también se consideran restricciones estrictas en la señal de control, en la variación de la señal de control y en el error lateral de seguimiento de la trayectoria, así como se tienen en cuenta consideraciones de estabilidad. Se exponen los resultados para diferentes tipos de trazados, concluyendo con un circuito y para un rango muy amplio de velocidades.

**Palabras clave:** MPC, LTV, dinámica lateral, seguimiento trayectoria, estabilidad

## 1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, los vehículos incluyen sofisticados sistemas de seguridad activa, que vienen motivados por el desarrollo de nuevas tecnologías de control y percepción durante las últimas décadas [9]. Estos sistemas de seguridad activa tratan de asistir al conductor para controlar el vehículo, especialmente en situaciones de emergencia donde el objetivo principal es evitar accidentes [2].

Los primeros de estos trabajos datan de la década de los 80 y estaban enfocados principalmente a la mejora del comportamiento longitudinal del vehículo. Ejemplos de estos sistemas son el Sistema Antibloqueo de Ruedas o Frenos Antibloqueo (ABS) que mejora la eficiencia de la frenada; o el Control de Tracción (TC) que mejora la estabilidad del vehículo.

Recientes progresos en la tecnología sensorica, como la visión por ordenador, la geolocalización y la reconstrucción de entornos 3D, han impulsado las posibilidades en los sistemas de seguridad activa y han promovido la base para el diseño de sistemas

de guiado avanzados para vehículos autónomos y semiautónomos [1], [18]. Estos sistemas aportan múltiples ventajas en la estabilidad, seguridad y ergonomía de los vehículos: Sistema de Mantenimiento en Carril, que ayudan al conductor a mantener su vehículo dentro del carril y evitar salidas de calzada [4]; Sistemas de Cambio de Carril, para ayudar al conductor a hacer un adelantamiento de forma segura [13]; o Sistemas Anticolisión, que detectan un obstáculo en la calzada y ayudan al conductor a evitarlo de forma segura [19]. De esta forma, el algoritmo de control de los sistemas de seguridad activa calculará una trayectoria objetivo que el controlador de seguimiento de trayectoria tratará de seguir cumpliendo con las restricciones impuestas por el sistema de seguridad.

En la literatura, se pueden encontrar una gran variedad de trabajos relacionados con el control de seguimiento de trayectoria: un controlador PI para la implementación del sistema del control en la dirección [20]; un controlador de lógica Fuzzy para la maniobra de adelantamiento [13] o de seguimiento de trayectoria [7]; una combinación de lógica Fuzzy y controlador PID [14]; o incluso Redes Neuronales [10].

Sin embargo, el esquema de control más extendido para el seguimiento de trayectoria en sistemas automovilísticos es la formulación del Control Predictivo basado en Modelos (MPC), ya que presenta múltiples ventajas para gestionar este tipo de problemas gracias a su capacidad para gestionar modelos no lineales variables en el tiempo y restricciones y operar cerca de los límites admisibles de las entradas y estados [2]. Las formulaciones MPC usan un modelo del sistema para calcular la acción de control óptima, por lo que la complejidad y precisión del modelo empleado para dicho fin es un factor clave. Aunque existen técnicas de control robusto basadas en controladores MPC que debido a su robustez ante imprevistos y su capacidad de rechazar perturbaciones tienen muy buenos resultados [6], éstas son técnicas complejas y por lo tanto computacionalmente exigentes. Por lo que numerosos trabajos están enfocados en la optimización de modelos para MPC, principalmente empleando modelos complejos y no lineales

[2], [5], [16].

En este trabajo se propone un novedoso control MPC con coste computacional eficiente basado en un modelo bicicleta Linealmente Variable en el Tiempo (LTV) para el control de desplazamiento lateral con estabilidad garantizada. En la propuesta se optimizan tanto el desplazamiento lateral como el ángulo de guiñada, aportando un seguimiento de trayectoria más preciso. Además, el uso de un modelo LTV dependiente de la velocidad longitudinal aporta un rango operacional más amplio que el de otros trabajos. A su vez, se implementan estándares de confort imponiendo restricciones en la variación del ángulo de giro de las ruedas.

El resto del artículo se estructura de la siguiente forma: el modelo LTV usado para la predicción de la trayectoria se detalla en el Sección 2; las consideraciones de estabilidad que deben ser implementadas en el controlador MPC se describen en la Sección 3; el control MPC propuesto se presenta en la Sección 4; los resultados de la simulación se discuten en la Sección 5; y finalmente las conclusiones y futuros trabajos se detallan en la Sección 6.

## 2. MODELO DEL VEHÍCULO

### 2.1. Definición del modelo de vehículo

La dinámica vehicular se describe mediante el modelo bicicleta, un modelo simplificado de dos grados de libertad (posición lateral  $y$  y ángulo  $yaw$   $\psi$ ) y comúnmente empleado por su bajo coste computacional y buena precisión [15], [17]. Este modelo asume que el vehículo es simétrico, los neumáticos de un mismo eje tienen el mismo ángulo de deslizamiento, se desprecia la dinámica de los ángulos  $roll$  y  $pitch$  y se asume que los ángulos son pequeños (Figura 1).

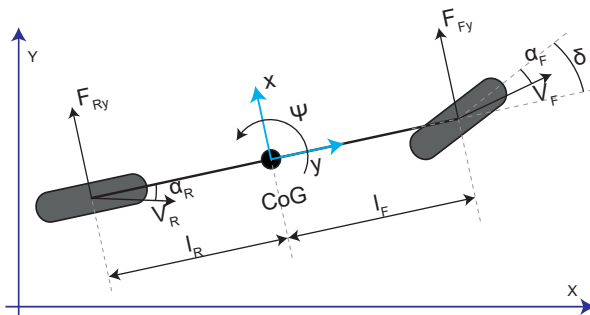


Figura 1: Diagrama del modelo bicicleta de dos grados de libertad

Así, la dinámica lateral se calcula mediante las siguientes ecuaciones diferenciales que describen el movimiento del vehículo,

$$\begin{aligned} m \ddot{y} &= -m \dot{x} \dot{\psi} + F_{F_y} + F_{R_y} \\ I_z \ddot{\psi} &= l_F F_{F_y} - l_R F_{R_y} \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $m$  es la masa del vehículo,  $\ddot{y}$  es la aceleración lateral,  $\dot{x}$  la velocidad longitudinal del vehículo,  $\dot{\psi}$  y  $\ddot{\psi}$  son la velocidad y aceleración  $yaw$  alrededor del eje  $z$  del vehículo en el Centro de Gravedad (CoG),  $F_{F_y}$  y  $F_{R_y}$  son las sumas de las fuerzas laterales en los neumáticos delanteros y traseros respectivamente,  $I_z$  es el momento inercial alrededor del eje  $z$  del vehículo y  $l_F$  y  $l_R$  son las distancias desde el CoG hasta los ejes delantero y trasero respectivamente (Figura 1).

Las fuerzas laterales del neumático son proporcional al ángulo de deslizamiento, para pequeños ángulos de deslizamiento, de modo que,

$$\begin{aligned} F_{F_y} &= 2 C_{\alpha_F} \alpha_F \\ F_{R_y} &= 2 C_{\alpha_R} \alpha_R \end{aligned} \quad (2)$$

donde  $F_{F_y}$  y  $F_{R_y}$  son la suma de las fuerzas asociadas a los neumáticos derecho e izquierdo en cada eje,  $C_{\alpha_F}$  y  $C_{\alpha_R}$  son la rigidez en curva para los neumáticos delanteros y traseros respectivamente y  $\alpha_F$  y  $\alpha_R$  son los ángulos de deslizamiento. El ángulo de deslizamiento se define como el ángulo entre la orientación del neumático y la orientación del vector velocidad de la rueda ( $\mathbf{V}_F$  y  $\mathbf{V}_R$  respectivamente). Por lo que, el ángulo de deslizamiento delantero  $\alpha_F$  depende del ángulo de giro de las ruedas ( $\delta$ ), mientras que el ángulo de deslizamiento trasero  $\alpha_R$  no.

$$\begin{aligned} \alpha_F &= \delta - \frac{\dot{y} + l_F \dot{\psi}}{\dot{x}} \\ \alpha_R &= -\frac{\dot{y} - l_R \dot{\psi}}{\dot{x}} \end{aligned} \quad (3)$$

Combinando las Ecuaciones (1) a (3), se puede definir el modelo lineal de la dinámica vehicular.

### 2.2. Modelo LTV para control

El modelo descrito en el apartado anterior se puede definir en el espacio de estados mediante la siguiente representación,

$$\dot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{A}_c(t) \mathbf{x}_c(t) + \mathbf{B}_c(t) u_c(t) \quad (4)$$

donde el vector de estados es  $\mathbf{x}_c(t) = [y(t) \dot{y}(t) \psi(t) \dot{\psi}(t)]^T$  y la variable de control se corresponde con el ángulo de giro de las ruedas  $u_c(t) = \delta(t)$ . Las matrices  $\mathbf{A}_c(t)$  y  $\mathbf{B}_c(t)$  describen el modelo del vehículo y están representadas por

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{c1} & 0 & a_{c2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{c3} & 0 & a_{c4} \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde,

$$\begin{aligned} a_{c1} &= -\frac{2C_{\alpha F} + 2C_{\alpha R}}{2l_F C_{\alpha F}^m \dot{x} - 2l_R C_{\alpha R}} - \dot{x} \\ a_{c2} &= -\frac{2l_F C_{\alpha F}^m \dot{x} - 2l_R C_{\alpha R}}{2l_F C_{\alpha F} - 2l_R C_{\alpha R}} \\ a_{c3} &= -\frac{I_z \dot{x}}{2l_F^2 C_{\alpha F} + 2l_R^2 C_{\alpha R}} \\ a_{c4} &= -\frac{2l_F^2 C_{\alpha F} + 2l_R^2 C_{\alpha R}}{I_z \dot{x}} \end{aligned}$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2C_{\alpha F}}{m} \\ 0 \\ \frac{2l_F C_{\alpha F}}{I_z} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Nótese que para mejorar la precisión de la predicción de la trayectoria, el modelo de predicción se formula como un modelo Linealmente Variable en el Tiempo (LTV). La velocidad longitudinal  $\dot{x}$  medida en cada instante se asume constante durante el horizonte de predicción, por términos de eficiencia computacional. Así, las matrices  $\mathbf{A}_c(t)$  y  $\mathbf{B}_c(t)$  varían de una predicción a otra pero son constantes durante una predicción.

A su vez, los controladores MPC se basan en tiempo discreto, por lo que el modelo detallado en la Ecuación (4) se discretiza con el método de Retenedor de Orden Cero y un periodo de discretización  $T_s$ . La nueva representación viene dada por,

$$\mathbf{x}_d(k+1) = \mathbf{A}_d(k) \mathbf{x}_d(k) + \mathbf{B}_d(k) u_d(k) \quad (7)$$

donde  $\mathbf{x}_d(k)$  es el estado,  $u_d(k)$  la señal de control y  $\mathbf{A}_d(k)$  y  $\mathbf{B}_d(k)$  son las matrices discretizadas de las Ecuaciones (5) y (6) respectivamente. Este modelo se puede usar para estimar la futura evolución del estado  $\hat{\mathbf{x}}$ .

Por último, y con el fin de incluir un término integrativo en el controlador, la señal óptima que se debe calcular se define como la variación de la acción de control  $\Delta u_d(k)$  en lugar de la propia acción de control  $u_d(k)$ . Esto exige definir un nuevo sistema extendido, donde el vector de estados es  $\mathbf{x}_e = [\mathbf{x}_d \ u_d]^T$  y la señal de control  $u_e = \Delta u_d$ . De esta forma, la Ecuación (7) se reescribe como,

$$\mathbf{x}_e(k+1) = \mathbf{A}_e(k) \mathbf{x}_e(k) + \mathbf{B}_e(k) u_e(k) \quad (8)$$

donde  $\mathbf{A}_d(k)$  y  $\mathbf{B}_d(k)$  se reorganizan para definir las matrices  $\mathbf{A}_e(k)$  y  $\mathbf{B}_e(k)$ .

$$\mathbf{A}_e(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d(k) & \mathbf{B}_d(k) \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{B}_e(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d(k) \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (10)$$

### 3. CONSIDERACIONES DE ESTABILIDAD

A pesar de lo que intuitivamente pueda parecer, la optimalidad de un controlador predictivo no implica que éste sea estable ni que se alcance el punto de operación tal y como se desea. Este problema deriva directamente del propio funcionamiento del control predictivo y de la utilización de un horizonte finito y deslizante.

Para solventar este inconveniente y garantizar la estabilidad de los controladores predictivos, se han desarrollado una serie de formulaciones basadas en la teoría de estabilidad de Lyapunov. Estas formulaciones tienen una serie de elementos comunes para garantizar la estabilidad de un MPC [12]:

- La inclusión de una región terminal invariante  $\Omega$  en el problema de optimización. El control predictivo ha de ser capaz de llevar el sistema a una región del espacio de estados que es un conjunto positivo invariante del sistema. Esto es, si el control predictivo logra llevar el sistema a esta región, existe un controlador local que estabiliza el sistema en esta región.
- La inclusión de un coste terminal  $\gamma$  en la función de coste. Se incluye un término adicional en la función de coste para evaluar el estado final. Así, el estado final del sistema en el horizonte de predicción será lo más cercano posible al de la referencia. Este coste terminal se define como una función de Lyapunov que garantiza que el sistema sea estable en bucle cerrado y con restricciones.

$$\gamma = (\hat{\mathbf{x}}_{H_p} - \mathbf{x}_s)^T \mathbf{P} (\hat{\mathbf{x}}_{H_p} - \mathbf{x}_s) \quad (11)$$

Estas dos consideración se introducen en el controlador MPC para garantizar la estabilidad. Esto se consigue con un controlador de modo dual, donde el MPC gestiona los instantes finitos del horizonte de predicción y un controlador local con realimentación gestiona el resto de los instantes. El controlador de modo dual es el equivalente a resolver un problema de optimización con horizonte de predicción infinito [12].

El controlador de modo dual que se emplea es un Linear Quadratic Regulator (LQR), un regulador óptimo con horizonte infinito. De forma que la matriz de ponderación  $\mathbf{P}$  que se incluye en el coste terminal en la función de coste se sintoniza mediante la ecuación de Riccati asociada al controlador LQR. Por otro lado, la restricción terminal  $\Omega$  está relacionada con la ganancia  $\mathbf{K}$  del controlador LQR. El conjunto invariante  $\Omega$  asegura que una vez que el estado está dentro de este conjunto, el controlador LQR garantiza la convergencia hacia el origen, esto es

$$x(k) \in \Omega \Rightarrow x(k+1) = A_a x(k) \in \Omega, \forall x(k) \in \Omega \quad (12)$$

donde  $x(k+1) = A_a x(k)$  es el estado autónomo de la ecuación asociada al sistema controlado por el controlador LQR y donde  $A_a = [A + BK]$ .

Así, si el sistema es lineal y el punto de equilibrio  $\mathbf{x}_s$  es conocido, la restricción terminal queda definida como,

$$\mathbf{x}_e(\mathbf{H}_p) \in \Omega_s = \Omega \oplus \mathbf{x}_s \quad (13)$$

donde  $\mathbf{x}_e(\mathbf{H}_p)$  es el estado asociado al instante final en el horizonte de predicción y  $\Omega_s$  es el conjunto invariante entorno al punto de equilibrio.

Nótese que el modelo empleado es dependiente del tiempo y dado que el conjunto invariante  $\Omega$  depende de dicho modelo, éste también será variable en el tiempo. Para solventarlo, se propone una simple consideración. El rango de velocidades longitudinales efectivas se divide en varios intervalos. Los límites de estos intervalos se calcularán dependiendo de la capacidad de aceleración y frenado del vehículo, de esta forma, en cada intervalo se cubrirían todas las posibles velocidades que pudiera alcanzar el vehículo en el horizonte de predicción.

De esta forma, se puede calcular un único conjunto invariante  $\Omega_i$  para cada intervalo de velocidad. Estos conjuntos invariantes se calculan como la intersección entre el conjunto invariante para el sistema de los límites superior e inferior. Todos estos conjuntos invariantes se calcularían offline, y para cada instante de muestreo, se comprobaría la velocidad del vehículo y se seleccionaría el intervalo correspondiente. Esta consideración se detallará mejor en la posterior Sección 5.

#### 4. LEY DE CONTROL

Se propone un sistema de seguimiento de trayectoria basado en un control MPC para el guiado lateral del vehículo. El controlador propuesto es una mejora de la formulación clásica [3]. Esta nueva formulación penaliza las desviaciones respecto

de la trayectoria de referencia deseada y la desviación del ángulo de guiñada deseado. Además, la función de coste se aumenta con la inclusión del término de coste terminal  $\gamma$  para asegurar que el estado final del sistema predicho  $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{H}_p}$  es lo más próximo posible al de referencia  $\mathbf{x}_s$ , tal y como se detalla en la Sección 3.

$$J(H_p, H_c) = (\hat{\mathbf{x}}_e - \mathbf{w})^T \mathbf{Q} (\hat{\mathbf{x}}_e - \mathbf{w}) + \mathbf{u}_e^T \mathbf{R} \mathbf{u}_e + (\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{H}_p} - \mathbf{x}_s)^T \mathbf{P} (\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{H}_p} - \mathbf{x}_s) \quad (14)$$

donde  $\mathbf{Q} = \text{diag}(\mathbf{q})$ ,  $\mathbf{R} = \text{diag}(\mathbf{r})$  y  $\mathbf{P} = \text{diag}(\mathbf{p})$  son las correspondientes matrices de ponderación para el error de seguimiento de la trayectoria, la señal de control y el coste terminal,  $\hat{\mathbf{x}}_e$  es el estado de predicción,  $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{H}_p} = \hat{\mathbf{x}}_e(H_p)$  es el estado final de predicción para el instante  $(t + H_p)$ ,  $\mathbf{u}_e$  es la señal de control que debe ser calculada (la variación del ángulo de giro de las ruedas),  $\mathbf{w}$  es la referencia futura del sistema para el estado extendido y  $\mathbf{x}_s = \mathbf{w}(H_p)$  es el punto de estabilidad que debe ser alcanzado.

La referencia futura del sistema para el estado extendido  $\mathbf{w}$  se debe calcular para cada instante de predicción del horizonte. Las referencias para la posición lateral  $y$  y para el ángulo  $yaw$   $\psi$  se calculan como la diferencia entre el estado actual y la trayectoria real. Las referencias para la velocidad lateral  $\dot{y}$ , la velocidad  $yaw$   $\dot{\psi}$  y la acción de control correspondiente al ángulo de las ruedas  $u_d = \delta$ , son nulas para minimizar la variación de estas señales.

La ley de control del MPC se deriva de la optimización de la función de coste de Ecuación (14), que incluye el modelo de predicción. Así, es necesario minimizar la función de coste  $J$  para obtener los valores óptimos de las señales de control incrementales  $\mathbf{u}_e^*(k) = \Delta \mathbf{u}^*$  que permiten al vehículo minimizar el error de seguimiento de trayectoria,

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_e^*(k) &= \min J(\hat{\mathbf{x}}_e - \mathbf{w}, \mathbf{u}_e, \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{H}_p} - \mathbf{x}_s) \\ &s.t. \\ &\mathbf{u}_e(k) \in U_e \\ &\mathbf{x}_e(k) \in X_e \\ &\mathbf{x}_e(k + H_p) \in \Omega_{si} \end{aligned} \quad (15)$$

Nótese que se consideran restricciones para estado extendido  $\mathbf{x}_e(k)$ , la acción de control extendida  $\mathbf{u}_e(k)$  y para el estado terminal  $\mathbf{x}_e(k + H_p) \in \Omega_s$ , para garantizar la convergencia del controlador.

Una vez calculada la secuencia de control óptima  $\Delta \mathbf{u}^*$ , sólo se aplica la primera, que se corresponde con el instante actual,

$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1) \quad (16)$$

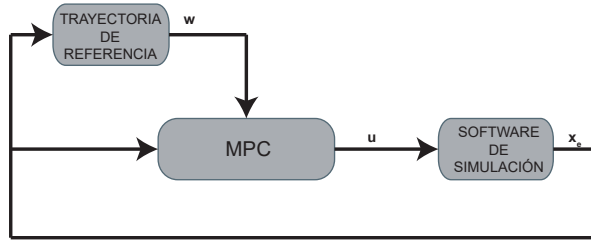


Figura 2: Diagrama del control MPC propuesto

Tabla 1: Parámetros del vehículo IPG Carmaker

Parameter	Value
$m$ : masa del vehículo	1412 kg
$l_F$ : distancia CoG - eje delantero	1.016 m
$l_R$ : distancia CoG - eje trasero	1.564 m
$I_z$ : inercia del ángulo de guiñada	1536.7 kg m <sup>2</sup>
$c_{\alpha F}$ : rigidez en curva eje delantero	956.08 N/rad
$c_{\alpha R}$ : rigidez en curva eje trasero	956.08 N/rad

## 5. RESULTADOS

### 5.1. Configuración de la simulación

El objetivo de esta sección es validar el control MPC con estabilidad garantizada propuesto. El controlador trata de conducir el vehículo para que siga una referencia determinada a lo largo del tiempo de la forma más precisa posible. Dicha referencia es conocida y calculada para cada horizonte de predicción por el módulo correspondiente. Por último, la señal óptima calculada es empleada por el software de simulación para calcular la nueva posición y orientación del vehículo en su CoG (Figura 2).

Las simulaciones se han llevado a cabo mediante el software MATLAB/Simulink [11] y la dinámica del vehículo se ha simulado mediante el software de simulación Carmaker, de IPG Automotive [8]. El vehículo seleccionado es un utilitario y los parámetros principales del vehículo se recogen en la Tabla 1. Además, el software de simulación incluye un conductor virtual que conduce el vehículo considerando la trayectoria. Este conductor virtual se ha configurado para que alcance una aceleración longitudinal y lateral máxima de  $0,3 g$  ( $\approx 2,94 m/s^2$ ), que es el límite de una conducción confortable.

Las simulaciones se han llevado a cabo para un rango amplio de velocidades, desde los  $30 km/h$  hasta los  $120 km/h$ . Se ha empleado un periodo de muestreo de  $T_s = 1,5 s$ , que para una velocidad de travesía de  $30 km/h$  cubre  $12,5 m$  y para una de  $120 km/h$   $50 m$ , y donde el horizonte de predicción es  $H_p = 20$  y el horizonte de control  $H_c = 10$ . Las matrices de ponderación sintoniza-

das experimentalmente son  $\mathbf{Q} = \mathbf{I}_4$  y  $R = 100$ .

Además, se han incluido restricciones físicas al controlador para garantizar el correcto funcionamiento del control lateral. En el vector de estados se consideran dos variables: el desplazamiento lateral y el ángulo de las ruedas o acción de control. El resto de variables del vector de estados no se han restringido. Las restricciones en el desplazamiento lateral vienen definidas por el error lateral máximo, que debe ser sintonizado para que el vehículo no se salga del carril. Así, considerando una carretera estándar de  $3,5 m$  de ancho y un vehículo de  $2 m$  de ancho, se establece un valor máximo de  $0,6 m$ .

$$-0,6 m \leq y(k) \leq 0,6 m \quad (17)$$

Por otro lado, el ángulo de giro de las ruedas se restringe por las limitaciones físicas del sistema de la dirección del vehículo,

$$-0,72 rad \leq u(k) \leq 0,72 rad \quad (18)$$

La restricción de la señal de la acción de control extendida se corresponde a la variación del ángulo de las ruedas y se ha sintonizado para garantizar el confort de los pasajeros,

$$-0,08 rad/T_s \leq \Delta u(k) \leq 0,08 rad/T_s \quad (19)$$

### 5.2. Conjuntos invariantes y estabilidad

En relación con la estabilidad del sistema y tal y como se detalla en la Sección 3, se calculan offline un grupo de conjuntos invariantes para varios rangos de velocidades, ya que el modelo LTV se define en función de esta variable.

El rango de velocidades que se quiere cubrir varía desde los  $30 km/h$  hasta los  $120 km/h$ . Para cubrir todo este rango se definen 6 intervalos y cada intervalo considera un rango de  $20 km/h$  habiendo un solape de  $5 km/h$  entre dos intervalos consecutivos. Este solape se define para garantizar la estabilidad al cambiar de un intervalo a otro y el valor de  $5 km/h$  se ha seleccionado ya que cubre la máxima variación de la velocidad permitida durante un periodo de muestreo  $T_s$ .

De esta forma, en cada iteración se analiza la velocidad del vehículo para ver a qué número de intervalo pertenece y se aplica el conjunto invariante correspondiente. En el caso de que la velocidad coincida con una zona de solape, se comprueba la aceleración longitudinal del vehículo. Si la aceleración es positiva, se escoge el intervalo superior, ya que se supone que la velocidad aumenta, y viceversa. Los intervalos se muestran en la Figura 3

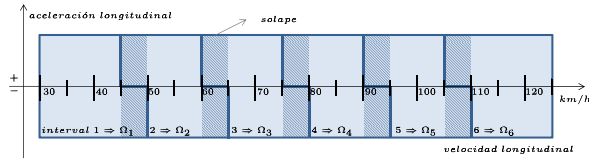
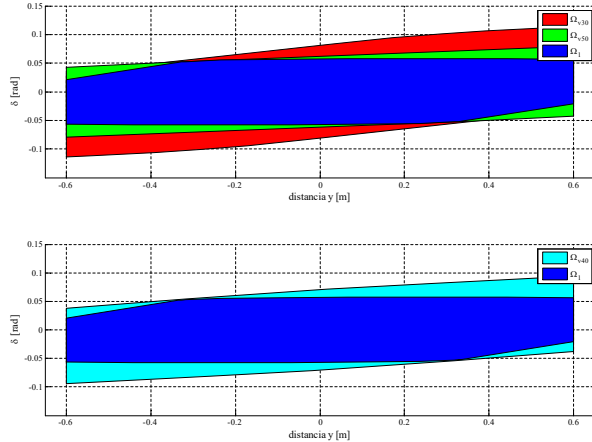


Figura 3: Intervalos seleccionados


 Figura 4: Conjunto invariante resultante para el primer intervalo  $\Omega_1$  (arriba) y conjunto invariante resultante contenido dentro de un conjunto invariante intermedio  $\Omega_{v40}$  (abajo)

Una vez definidos los intervalos, se calculan los conjuntos invariantes correspondientes a cada uno. Para cada intervalo, el correspondiente conjunto invariante se calcula como la intersección entre el conjunto invariante para el sistema con los valores límite del intervalo. Por ejemplo, tal y como se muestra en la Figura 4, el conjunto invariante para el primer intervalo  $\Omega_1$  se define como la intersección entre el conjunto invariante para el sistema con una velocidad de  $30 \text{ km/h}$ ,  $\Omega_{v30}$ , y el sistema con una velocidad de  $50 \text{ km/h}$ ,  $\Omega_{v50}$ ,

$$\Omega_1 = \Omega_{v30} \cap \Omega_{v50} \quad (20)$$

Además, este conjunto invariante resultante está contenido en cualquier conjunto invariante para un sistema con una velocidad perteneciente al intervalo considerado. Por ejemplo, el conjunto invariante para el primer intervalo está contenido dentro del conjunto invariante calculado para el sistema con una velocidad de  $40 \text{ km/h}$ ,  $\Omega_{v40}$  (Figura 4).

$$\Omega_1 \subset \Omega_{v40} \quad (21)$$

De esta forma, se garantiza la estabilidad del MPC propuesto tal y como se detalla en la Sección 3

### 5.3. Resultados de Simulación

Con el fin de validar el MPC propuesto se han planteado tres casos de estudio. El primer caso de estudio considera que el vehículo circula por unas curvas abiertas a altas velocidades sin exceder la aceleración lateral máxima de  $0,3 \text{ g}$ . Los resultados se muestran en la Figura 5 para diferentes velocidades. Como se puede observar, la trayectoria se sigue de forma correcta para todo el rango de velocidades con un error lateral máximo entre la trayectoria de referencia y la trayectoria seguida de  $-0,04 \text{ m}$ , lo cual es despreciable.

El segundo caso de estudio es similar al primero, pero en este caso se consideran unas curvas más cerradas. En la Figura 6 se puede observar cómo para poder hacer un correcto seguimiento de la trayectoria, la velocidad longitudinal del vehículo se reduce hasta  $51,3 \text{ km/h}$ . En este caso, el error lateral es ligeramente superior, dado que se trata de un trazado más exigente, pero se sigue manteniendo en un valor despreciable de  $-0,05 \text{ m}$ .

Por último, el controlador MPC se ha validado en un circuito con diferentes tipos de curvas, desde curvas cerradas o zig-zags hasta largas rectas. Los resultados se muestran en las Figuras 7 y 8 para una vuelta. En la Figura 7 se muestra el circuito, donde el punto representa el lugar de inicio de la vuelta y la flecha la dirección, junto con las tres variables restringidas: la acción de control, esto es, el ángulo de giro de las ruedas; la variación de la acción de control; y el error lateral. Las líneas de puntos negras representan los límites de cada variable. Como se puede observar, debido a las restricciones impuestas en la variación de la acción de control y en las matrices de ponderación seleccionadas, la acción de control varía de forma suave sin generar grandes giros. Además, el error lateral varía a lo largo del circuito manteniendo valores despreciables. Se ha resaltado el punto más crítico del circuito, que se corresponde al instante  $t = 35 \text{ s}$ , donde el vehículo circula por la curva más cerrada. En este punto, la variación de la acción de control alcanza los límites impuestos para tomar la curva, pero el error se mantiene dentro de los límites y la estabilidad del sistema está garantizada.

En la Figura 8 se muestran los perfiles de velocidad y aceleración y el intervalo aplicado. En cada instante, el sistema comprueba la velocidad longitudinal y la aceleración del vehículo para seleccionar el intervalo correspondiente. A continuación, se aplica el conjunto invariante calculado offline para dicho intervalo. Así, según crece la velocidad también lo hace el número del intervalo seleccionado y vice versa. Por ejemplo, cuando la velocidad longitudinal es de  $113 \text{ km/h}$  se aplica el conjun-

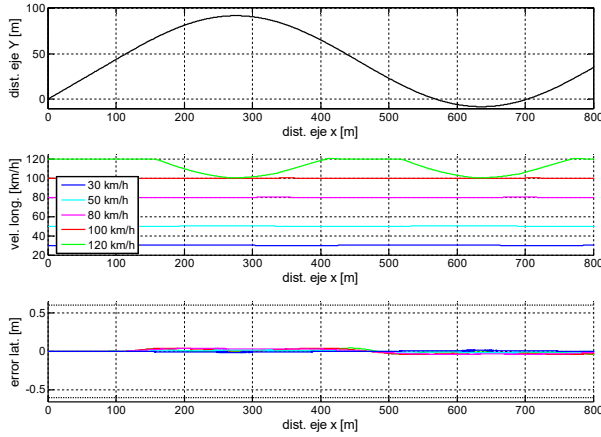


Figura 5: Simulación para dos curvas abiertas

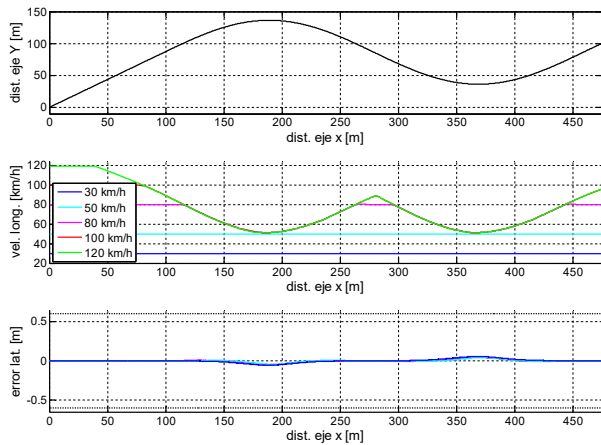


Figura 6: Simulación para dos curvas cerradas

to invariante correspondiente al intervalo 6,  $\Omega_6$ , que está definido para un rango de velocidades de 105 – 125  $km/h$ .

Así, el MPC desarrollado es capaz de predecir la trayectoria a seguir por el vehículo y de restringir su movimiento lateral, con el fin de que el vehículo se mantenga en su carril cumpliendo las restricciones impuestas y condiciones de estabilidad. Estos resultados demuestran la efectividad de la propuesta.

## 6. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se propone un controlador de seguimiento de trayectoria mediante un MPC con un modelo de predicción LTV y estabilidad garantizada. El sistema propuesto optimiza tanto el desplazamiento lateral como el ángulo  $yaw$ , obteniendo así un mejor seguimiento de trayectoria. El modelo de predicción LTV de dos grados de libertad y dependiente de la velocidad longitudinal del vehículo aporta un mayor rango operacional que otras propuestas. A su vez, se implementan

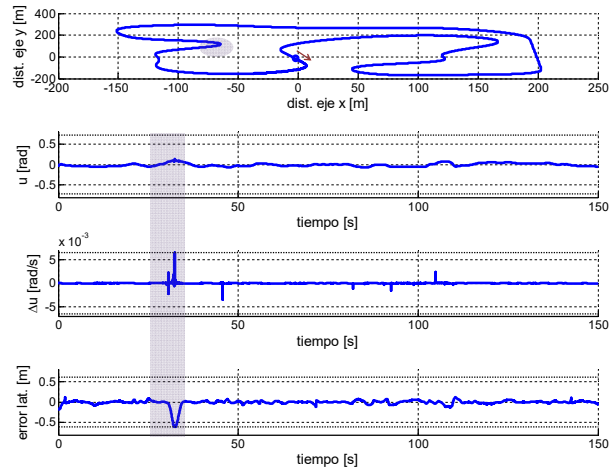


Figura 7: Simulación para una vuelta del circuito

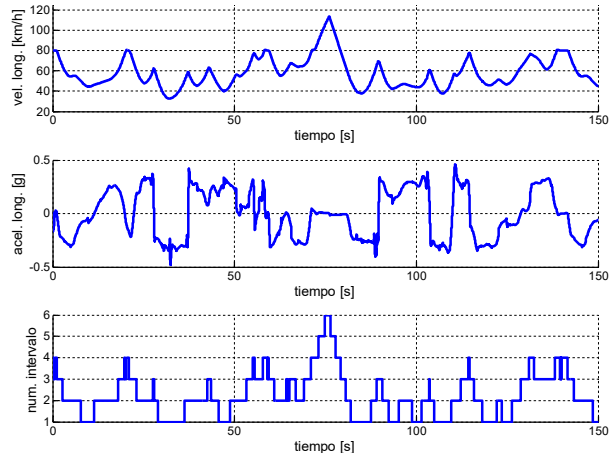


Figura 8: Variación del intervalo para una vuelta del circuito

requerimientos de confort al imponer restricciones en el ángulo de giro de las ruedas, así como en su variación, y al considerar la orientación en el MPC. Además, también se consideran restricciones en el error lateral para garantizar un correcto seguimiento de la trayectoria sin salirse de la calzada. Todo ello garantizando la estabilidad del sistema al aplicar un coste terminal y un conjunto invariante para la región terminal.

El control propuesto ha sido validado para un amplio rango de velocidades mediante tres casos de estudio. Los dos primeros casos de estudio validan el controlador mediante unas curvas abiertas a elevadas velocidades y unas más cerradas a menores velocidades. El MPC es capaz de dirigir el vehículo apropiadamente cumpliendo las restricciones limitantes y con un error despreciable. El tercer y último caso de estudio consiste en un circuito con diferentes tipos de trazado. El vehículo circula por el circuito a una velocidad variable desde los 33  $km/h$  hasta los 113  $km/h$ , con un error

lateral máximo de 0,6 m y cumpliendo las consideraciones de estabilidad.

Como futuro trabajo se plantea la incorporación de consideraciones de robustez a la aplicación, para la compensación de perturbaciones.

### Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Programa Predoctoral de Formación de Personal Investigador No Doctor BFI- 2012- 223 del Gobierno Vasco, el proyecto IT914-16 del Gobierno Vasco y PPG17/56 de la UPV/EHU

### Referencias

- [1] M. Bertozzi, A. Broggi, and A. Fascioli. Vision-based intelligent vehicles: State of the art and perspectives. *Robotics and Autonomous Systems*, 32(1):1 – 16, 2000.
- [2] F. Borrelli, P. Falcone, T. Keviczky, J. Asgari, and D. Hrovat. MPC-based approach to active steering for autonomous vehicle systems. *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*, 3(2-4):265–291, 2005.
- [3] E. F. Camacho and C. Bordons. *Model predictive control in the process industry*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [4] B.-C. Chen, B.-C. Luan, and K. Lee. Design of lane keeping system using adaptive model predictive control. *IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*, pages 922–926, 2014.
- [5] X. Du and K. K. Tan. Autonomous vehicle velocity and steering control through nonlinear model predictive control scheme. *IEEE Transportation Electrification Conference*, 2016.
- [6] R. Gonzalez, M. Fiacchini, T. Alamo, J. Guzman, and F. Rodriguez. Online robust tube-based mpc for time-varying systems: a practical approach. *International Journal of Control*, 84(6):1157–1170, June 2011.
- [7] A. E. Hajjaji and S. Bentalba. Fuzzy path tracking control for automatic steering of vehicles. *Robotics and Autonomous Systems*, 2003.
- [8] IPG Automotive. CarMaker. <http://ipg.de/>, June 2017.
- [9] G. Leen and D. Heffernan. Expanding automotive electronic systems. *Computer*, 35(1):88–93, 2002.
- [10] C. MacAdam, Z. Bareket, P. Fancher, and R. Ervin. Using neural networks to identify driving style and headway control behavior of drivers. *Vehicle System Dynamics*, 29(S1):143–160, 1998.
- [11] MathWorks. Matlab/Simulink. <http://es.mathworks.com/>, June 2017.
- [12] D. Mayne, J. Rawlings, C. Rao, and P. Scoekaert. Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica*, 36(6):789 – 814, 2000.
- [13] J. Naranjo, C. González, R. García, and T. D. Pedro. Lane-change fuzzy control in autonomous vehicles for the overtaking maneuver. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 9(3):438–450, Sept 2008.
- [14] J. E. Naranjo, C. Gonzalez, R. Garcia, T. de Pedro, and R. E. Haber. Power-steering control architecture for automatic driving. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 6(4):406–415, Dec 2005.
- [15] H. Pacejka. *Tire and Vehicle Dynamics*. Butterworth-Heinemann, 2012.
- [16] G. V. Raffo, G. K. Gomes, J. E. Normey-Rico, C. R. Kelber, and L. B. Becker. A predictive controller for autonomous vehicle path tracking. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 10(1):92–102, 2009.
- [17] R. Rajamani. *Vehicle Dynamics and Control*. Springer, 2012.
- [18] Z. Sun, G. Bebis, and R. Miller. On-road vehicle detection: A review. *IEEE Transactions on Patter*, 28(5):694–711, May 2006.
- [19] V. Turri, A. Carvalho, H. E. Tseng, K. H. Johansson, and F. Borrelli. Linear model predictive control for lane keeping and obstacle avoidance on low curvature roads. *16th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, pages 378–383, 2013.
- [20] P. Zhao, J. Chen, T. Mei, and H. Liang. Dynamic motion planning for autonomous vehicle in unknown environments. *IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, pages 284–289, 2011.