

Diseño de controladores PID



Francisco Zayas Gato
Héctor Quintián Pardo
Esteban Jove Pérez
José Luis Casteleiro Roca
José Luis Calvo Rolle

Diseño de controladores PID

Francisco Zayas Gato
Héctor Quintián Pardo
Esteban Jove Pérez
José Luis Casteleiro Roca
José Luis Calvo Rolle

A Coruña, 2020

Servizo de Publicacións
Universidade da Coruña

Diseño de controladores PID

ZAYAS GATO, Francisco  0000-0002-0994-1961

QUINTIÁN PARDO, Héctor  0000-0002-0268-7999

JOVE PÉREZ, Esteban  0000-0002-0625-359X

CASTELEIRO ROCA, José Luis  0000-0001-9740-6477

CALVO ROLLE, José Luis  0000-0002-2333-8405

A Coruña, 2020

Universidade da Coruña, Servizo de Publicacións

DOI: <https://doi.org/10.17979/spudc.9788497497855>

Núm. de páxinas: 106

Índice: 1-7

Depósito legal: C 777-2020

ISBN: 978-84-9749-785-5

CDU: 681.518

Thema: TJFM

EDICIÓN

Universidade da Coruña, Servizo de Publicacións <<https://www.udc.gal/publicacions>>

© de la edición, Universidade da Coruña

© de los textos, gráficos y figuras, los autores



Esta obra se publica bajo una licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional
(CC BY-NC-SA 4.0)

Contenido

El control PID	8
1. Control PID analógico	9
2. Análisis de los efectos de cada una de las acciones del controlador	11
2.1. Acción proporcional	12
2.2. Acción integral.....	15
2.3. Acción proporcional-integral.....	16
2.4. Acción derivativa	20
2.5. Acción proporcional-derivativa	22
3. Conclusiones.....	24
Ajuste empírico de reguladores PID.....	26
1. Introducción	27
2. Pasos a seguir para la obtención de los parámetros del controlador.....	27
3. Criterios de ajuste	27
4. Sintonía en cadena abierta.....	28
4.1. Medición de las características de respuesta del proceso.....	29
4.1.1. Medición A	29
4.1.2. Medición B	29
4.1.3. Medición C.....	30
4.1.4. Medición D	31
4.2. Criterios para rechazo de perturbaciones.....	31
4.3. Criterios para seguimiento de consigna.....	33
4.4. Obtención de parámetros mediante la aplicación de fórmulas.....	34
4.4.1. Fórmulas de Ziegler & Nichols.....	35
4.4.2. Fórmulas de Kaya & Scheib	37
4.4.2.1. Para sistemas con cambios en la carga	37
4.4.2.2. Para mejorar el seguimiento de consigna.....	38
4.4.3. Fórmulas de Chien, Hrones y Reswick.....	40
4.4.3.1. Para sistemas con cambios en la carga	40
4.4.3.2. Para mejorar el seguimiento de consigna.....	41
5. Sintonía en cadena cerrada.....	42
5.1. Medición de las características de respuesta del proceso.....	42
5.1.1. Método de oscilación sostenida.....	43
5.1.2. Método Relay-Feedback	44

5.1.3.	Medición de las características de la respuesta a partir de los diagramas de bode...	46
5.2.	Obtención de parámetros mediante la aplicación de fórmulas.....	47
5.2.1.	Fórmulas directas	48
5.2.1.1.	Fórmulas de Ziegler Nichols en cadena cerrada	48
5.2.1.2.	Fórmulas modificadas de Ziegler Nichols.....	50
5.2.1.3.	Fórmulas modificadas de Tyreus-Luyben.....	51
5.2.2.	Ajustes indicando especificaciones frecuenciales.....	52
5.2.2.1.	Ajustes por margen de fase (ϕ_m).....	52
5.2.2.2.	Ajustes por margen de ganancia	53
6.	Conclusiones.....	54
	Diseño de reguladores por el método del lugar de las raíces	55
1.	Introducción	56
2.	Análisis dinámico de sistemas realimentados.....	56
3.	Ecuaciones del lugar de las raíces	59
3.1.	Criterio de módulos.....	60
3.2.	Criterio de argumentos	60
4.	Trazado del lugar de las raíces	61
5.	Diseño de reguladores basado en el lugar de las raíces	62
5.1.	Diseño de reguladores basado en el lugar de las raíces	63
5.2.	Diseño de reguladores basado en el lugar de las raíces	64
5.3.	Tiempo de pico máximo	64
5.4.	Error en régimen permanente permitido	65
6.	El regulador PID.....	67
7.	Método de diseño de reguladores utilizando el lugar de las raíces.....	68
7.1.	Método genérico de diseño de reguladores utilizando el lugar de las raíces.....	68
7.2.	Regulador proporcional.....	68
7.3.	Regulador proporcional-derivativo	68
7.4.	Regulador proporcional-integral.....	69
7.5.	Regulador proporcional-integral-derivativo	71
8.	Conclusiones.....	71
	Diseño de reguladores con el uso del diagrama de Bode.....	72
1.	Introducción	73
2.	Construcción de los diagramas de Bode	73
3.	Especificaciones frecuenciales	79
3.1.	Margen de ganancia.....	79
3.2.	Margen de fase.....	79

3.3.	Frecuencia de resonancia.....	80
3.4.	Máximo de resonancia.....	80
3.5.	Ancho de banda	81
4.	Relación entre las especificaciones frecuenciales y las temporales	83
5.	Diseño de reguladores con los diagramas de Bode	85
5.1.	Regulador proporcional (P)	86
5.1.1.	$K > 1$	86
5.1.2.	$K < 1$	86
5.2.	Redes de adelanto de fase (PD Real).....	87
5.3.	Redes de retardo de fase (PI Real)	89
5.4.	Redes de retardo-adelanto de fase (PID Real)	91
5.5.	Reguladores PD	92
5.6.	Reguladores PI.....	94
5.7.	Reguladores PID	97
6.	Conclusiones.....	98
	Bibliografía	100

Listado de figuras

Figura 1 - Sistema de control básico	9
Figura 2 - Esquema en bloques de PID.....	10
Figura 3 - Lugar de las raíces de un sistema con dos polos complejos	11
Figura 4 - Parámetros que definen las especificaciones	12
Figura 5 - Representación normativa de un regulador proporcional	13
Figura 6 - Variación de parámetros para un aumento de ganancia.....	14
Figura 7 - Representación normativa de un regulador con acción integral.....	15
Figura 8 - Lugar de las raíces tras añadir un polo en el origen.....	17
Figura 9 - Lugar de las raíces tras añadir un cero en el origen.....	17
Figura 10 - Lugar de las raíces con un polo en el origen y un cero cercano.....	18
Figura 11 - Lugar de las raíces con un polo en el origen y un cero alejado	18
Figura 12 - LDR con un polo en el origen y un cero separados una distancia.....	19
Figura 13 - Variación de parámetros para un aumento de T_i	20
Figura 14 - Representación normativa de un regulador con acción derivativa	21
Figura 15 - Comparación de dos sistemas con tendencias diferentes.....	21
Figura 16 - Predicción del error con la derivada	22
Figura 17 - LDR con la adición de un cero a la izquierda de los polos del sistema	23
Figura 18 - Variación de parámetros para un aumento de T_d	24
Figura 19 - Comparación entre seguimiento de consigna y rechazo de perturbaciones.....	28
Figura 20 - Medición A	29
Figura 21 - Medición B	30
Figura 22 - Medición C	30
Figura 23 - Medición D.....	31
Figura 24 - Criterio de amortiguación $\frac{1}{4}$	32
Figura 25 - Respuesta del sistema sin realimentar	36
Figura 26 - Respuesta del sistema regulado con ZN	36
Figura 27 - Respuesta del sistema regulado con KS IAE.....	37
Figura 28 - Respuesta del sistema regulado con KS ISE	38
Figura 29 - Respuesta del sistema regulado con KS ITAE.....	38
Figura 30 - Respuesta del sistema regulado con KS IAE.....	39
Figura 31 - Respuesta del sistema regulado con KS ISE	39
Figura 32 - Respuesta del sistema regulado con KS ITAE.....	40
Figura 33 - Respuesta del sistema regulado con CHR 0%Mp.....	41
Figura 34 - Respuesta del sistema regulado con CHR 20%Mp.....	41
Figura 35 - Respuesta del sistema regulado con CHR 0%Mp.....	42
Figura 36 - Respuesta del sistema regulado con CHR 20%Mp.....	42
Figura 37 - Sistema regulado con un controlador proporcional	43
Figura 38 - Forma de la salida en el estado de oscilación sostenida	44
Figura 39 - Esquema para realización de Relay-Feedback	44
Figura 40 - Histéresis del relé empleado en el Relay-Feedback.....	45
Figura 41 - Salida del sistema con Relay-Feedback.....	45
Figura 42 - Ejemplo de simulación del Relay-Feedback	46
Figura 43 - Efecto en las curvas de Bode al aumentar la ganancia proporcional	47
Figura 44 - Regulación del sistema 1 con ZN.....	49
Figura 45 - Regulación del sistema 2 con ZN.....	49
Figura 46 - Simulación del sistema 2 para ZN con poca Mp	50

Figura 47 - Simulación del sistema 2 para ZN con poca Mp	51
Figura 48 - Simulación del sistema 2 para TL	52
Figura 49 - Simulación del sistema fijando margen de fase.....	53
Figura 50 - Simulación del sistema fijando margen de ganancia	53
Figura 51 - Sistema con realimentación	56
Figura 52 - Sistema con bloque de ganancia después de la realimentación	57
Figura 53 - Sistema ejemplo.....	57
Figura 54 - Lugar de las raíces del sistema ejemplo.....	58
Figura 55 - Parámetros de especificaciones en función de la posición de los polos	63
Figura 56 - Zona permitida para una Mp máxima.....	63
Figura 57 - Zona permitida para un Ts máximo	64
Figura 58 - Zona permitida para un tiempo de pico máximo.....	65
Figura 59 - Simplificación para el cálculo del error	66
Figura 60 - Organigrama de diseño de reguladores por el método de LDR.....	69
Figura 61 - Organigrama para el diseño de un PD por el método de LDR	69
Figura 62 - Organigrama para el diseño de un PI por el método de LDR.....	70
Figura 63 - Organigrama para el diseño de un PID por el método de LDR	70
Figura 64 - $G(j\omega) = k$	74
Figura 65 - $G(j\omega) = j\omega T + 1$	75
Figura 66 - $G(j\omega) = j\omega T - 1$	75
Figura 67 - $G(j\omega) = -j\omega T - 1$	75
Figura 68 - $G(j\omega) = -j\omega T + 1$	75
Figura 69 - $G(j\omega) = \frac{1}{j\omega T + 1}$	76
Figura 70 - $G(j\omega) = \frac{1}{j\omega T - 1}$	76
Figura 71 - $G(j\omega) = \frac{1}{-j\omega T - 1}$	76
Figura 72 - $G(j\omega) = \frac{1}{-j\omega T + 1}$	77
Figura 73 - $G(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$	77
Figura 74 - $G(j\omega) = j\omega$	77
Figura 75 - Diagrama de Bode ejemplo.....	78
Figura 76 - Explicación gráfica de MF y MG	80
Figura 77 - Explicación gráfica de B, ω_r y M_r	81
Figura 78 - Explicación gráfica de B, ω_r y M_r	81
Figura 79 - Sistema típico	82
Figura 80 - Organigrama de diseño de un regulador P	86
Figura 81 - Curva de módulos y argumentos de un regulador PD real	87
Figura 82 - Curva de módulos y argumentos de un regulador PI real.....	89
Figura 83 - Organigrama de diseño de un PID real	91
Figura 84 - Curva de módulos y argumentos de un regulador PD	92
Figura 85 - Organigrama de diseño de un PD.....	93
Figura 86 - Curva de módulos y argumentos de un regulador PI.....	94

Figura 87 - Organigrama de diseño de un PI.....	96
Figura 88 - Curva de módulos y argumentos de un regulador PID	97
Figura 89 - Organigrama de diseño de un PID.....	98

Listado de tablas

Tabla 1 - Relación entre términos de PID.....	10
Tabla 2 - Expresiones de las especificaciones temporales.....	12
Tabla 3 - Expresiones de ZN para medición D.....	35
Tabla 4 - Expresiones de ZN para medición A o B.....	35
Tabla 5 - Expresiones de Kaya-Sheib para cambios en la carga	37
Tabla 6 - Expresiones de Kaya-Sheib para seguimiento de consigna.....	39
Tabla 7 - Expresiones de CHR para cambios en la carga	40
Tabla 8 - Expresiones de CHR para seguimiento de consigna.....	41
Tabla 9 - Expresiones de ZN en cadena cerrada	48
Tabla 10 - Expresiones de ZN en cadena cerrada para poca Mp	50
Tabla 11 - Expresiones de ZN en cadena cerrada sin Mp.....	51
Tabla 12 - Expresiones de Tyreus-Luyben	51
Tabla 13 - Expresiones fijando Margen de Fase.....	52
Tabla 14 - Expresiones fijando Margen de Ganancia	53
Tabla 15 - Valores de las raíces para diferentes valores de K	58
Tabla 16 - Expresiones de los errores	66
Tabla 17 - Tabla de trazado del diagrama de Bode para ejemplo	77
Tabla 18 - Resumen de variación de especificaciones frecuenciales y temporales.....	85

El control PID

A pesar del creciente desarrollo de nuevos algoritmos de control, más del 90% de los reguladores sobre procesos continuos que se hallan en funcionamiento en el mercado continúan utilizando una ley de control básica del tipo PID. Su implementación dentro de un sistema de control se puede desarrollar de diversas formas:

- Como un controlador en solitario.
- Como parte de un control digital directo.
- Como parte de un control distribuido jerárquico.

En este capítulo se pretende exponer la estructura de un controlador PID, en su forma más sencilla, que es la que se emplea en el trabajo, explicando detalladamente de dónde procede cada uno de sus términos, así como la influencia de cada uno de ellos y cómo se han de modificar para procurar alcanzar una especificación deseada.

1. Control PID analógico

Desde el punto de vista matemático, y considerando un sistema SISO (simple input – simple output), para aproximar un sistema dinámico lineal mediante una ecuación diferencial ordinaria lineal, el controlador, situado en el lazo cerrado basado en la señal de error, debería regirse por una ley de control de la forma de la expresión Ecuación 1.

$$u(t) = C + P(t) + I(t) + D(t) = C + k \cdot e(t) + k_i \cdot \int_0^t e(t) dt + k_d \cdot \frac{d}{dt} e(t)$$

Ecuación 1

donde,

C = Offset. - Constante que se puede suponer siempre nula si se consideran condiciones iniciales nulas. Representa el nivel de energía inicial que se ha de suministrar al sistema para que este se mantenga estable en un valor definido.

$P(t)$ = Acción Proporcional. - Amplifica o atenúa el error de regulación a través de una ganancia de proporcionalidad, k .

$I(t)$ = Acción Integral. - Acumula a lo largo del tiempo el error de regulación, que pondera a través del parámetro k_i (ganancia integral).

$D(t)$ = Acción derivativa. - Considera de forma puntual el incremento del error de regulación, ponderado a través del término k_d (ganancia derivativa).

Puesto que el elemento de offset (C) siempre puede eliminarse mediante una traslación adecuada de las variables del problema, la ley de control en formato paralelo o no interactivo resultaría la mostrada en la Ecuación 2:

$$u(t) = P(t) + I(t) + D(t) = k \cdot e(t) + k_i \cdot \int_0^t e(t) dt + k_d \cdot \frac{d}{dt} e(t)$$

Ecuación 2

Siendo el diagrama de bloques del sistema de control básico en lazo cerrado, el que se presenta en la Figura 1.

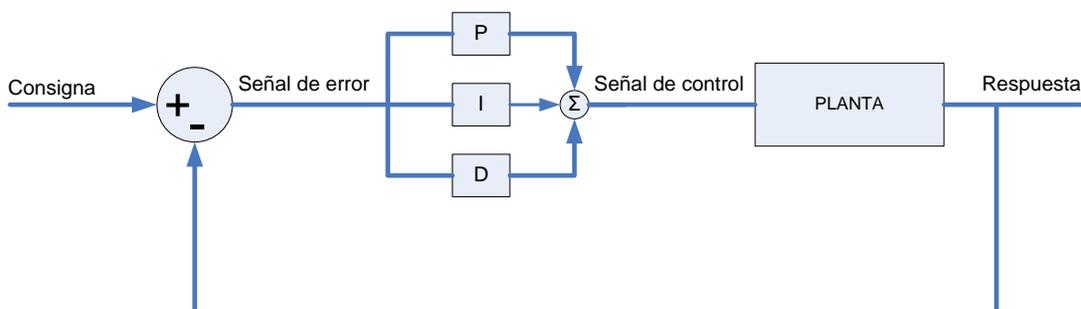


Figura 1 - Sistema de control básico

Aunque este formato es el más utilizado en el ámbito académico por su sencillez, en la práctica no tiene sentido crear, por ejemplo, un controlador sólo derivativo, considerando $k=0$, $k=0$ y $k_d \neq 0$. Por ese motivo, es importante que la acción proporcional aparezca siempre, ya que es una acción inmediata de control.

El formato estándar o formato ISA, también no interactivo, de definición de la ley de control PID es la de la Ecuación 3.

$$u(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int_0^t e(t) dt + T_d \cdot \frac{d}{dt} e(t) \right]$$

Ecuación 3

donde,

K = Ganancia proporcional. - No tiene unidades.

T_i = Tiempo integral. - Se expresa en tiempo por repetición.

T_d = Tiempo derivativo. - Se expresa en unidades de tiempo.

Se muestra de forma gráfica dicho controlador en el diagrama de bloques ilustrado en la Figura 2.

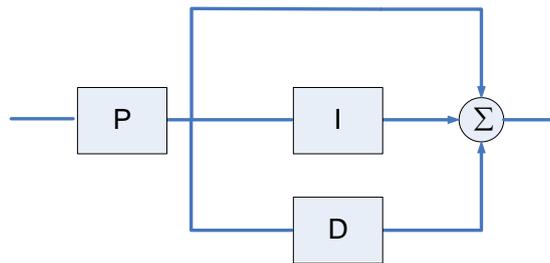


Figura 2 - Esquema en bloques de PID

Entre los dos formatos no interactivos descritos se cumplen las relaciones mostradas en la Tabla 1.

$k =$	K
$k_i =$	$\frac{K}{T_i}$
$k_d =$	$K \cdot T_d$

Tabla 1 - Relación entre términos de PID

Aunque no hay uniformidad en la nomenclatura de los diferentes formatos de PID, se toma como estándar la nomenclatura utilizada por Astrom, K.J. y Hagglud, T. en el libro PID Controllers: Theory, Design and Tuning, básicamente porque el libro ha sido editado por la Instrumentation, Systems, and Automation Society (ISA), y esta es la notación que se empleará en este trabajo.

Al algoritmo PID le corresponde una función de transferencia de la forma indicada en la Ecuación 4.

$$G_c(S) = \frac{U(S)}{E(S)} = K \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot S} + T_d \cdot S \right)$$

Ecuación 4

Se enuncia la Ecuación 4 de esta forma porque posteriormente se va a tratar en variable compleja la influencia de cada uno de los términos.

2. Análisis de los efectos de cada una de las acciones del controlador

Para justificar la acción de cada una de las partes que forman el regulador PID (proporcional, integral y derivativa) se va a suponer que se dispone de un sistema reducido a uno de segundo orden con dos polos complejos, que son los polos dominantes del sistema, y que definen el comportamiento del mismo. De este modo, el lugar de las raíces del sistema sin regular es el que se muestra en la Figura 3.

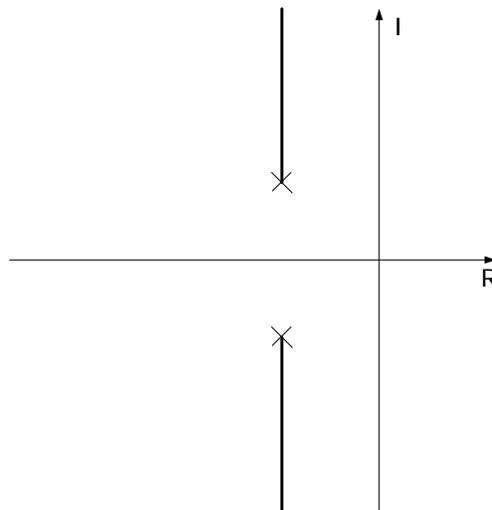


Figura 3 - Lugar de las raíces de un sistema con dos polos complejos

Es necesario recordar en este instante de qué parámetros proceden las especificaciones temporales de un sistema de segundo orden. Para ello en primer lugar, se muestran éstos gráficamente en la Figura 4, haciendo medidas con respecto a los polos dominantes. Los parámetros mostrados son los siguientes:

- W_n .- Es la frecuencia natural no amortiguada (rad/s).
- σ .- Constante de amortiguamiento (rad/s).
- W_d .- Frecuencia amortiguada (rad/s).
- θ .- Es la relación entre σ y W_n , cuyo coseno define el coeficiente de amortiguamiento ξ .

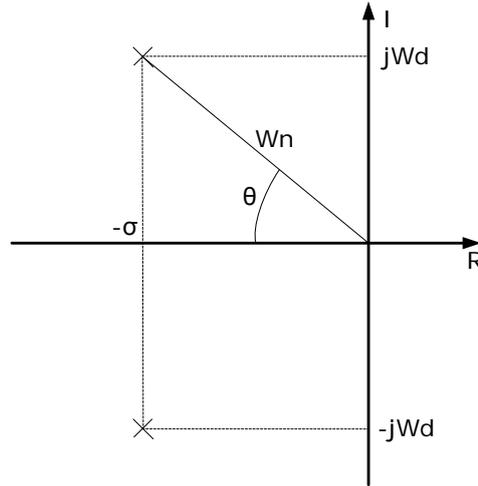


Figura 4 - Parámetros que definen las especificaciones

En la Tabla 2, se tienen las expresiones matemáticas de las especificaciones temporales, las cuales dependen, como se puede observar, de los parámetros ilustrados previamente.

Tiempo de pico	$t_p = \frac{\pi}{W_d}$
Sobreoscilación	$M_p = e^{-\frac{\pi}{\text{tg}\theta}} \cdot 100$
Tiempo de establecimiento	$t_s = \frac{\pi}{\sigma} ; t_s = -\frac{\pi - \ln\sqrt{1 - \xi^2}}{\sigma}$
Tiempo de respuesta	$t_r = \frac{\pi - \theta}{W_d}$

Tabla 2 - Expresiones de las especificaciones temporales

Teniendo en cuenta todo esto ya se puede pasar a estudiar cómo incide en la respuesta del sistema un controlador de tipo proporcional (P), proporcional-integral (PI), o uno proporcional-derivativo (PD). Las acciones integral y derivativa no se separan de la proporcional, por no tener sentido un control único de este tipo, y además para que tenga objeto ver el lugar de las raíces. La variación de las acciones que incorpora el controlador proporcional-integral-derivativo (PID), pueden verse como el resultado de haber fusionado un control PI y uno PD. Seguidamente se van a ver por separado estos casos.

2.1. Acción proporcional

La ley de regulación de un controlador proporcional está definida por la Ecuación 5.

$$u(t) = C + k \cdot e(t)$$

Ecuación 5

donde C es el sesgo, que se relaciona con el offset considerado en la ley de control de la Ecuación 1, y generalmente toma un valor cero. De este modo en variable compleja con condiciones iniciales nulas, la función de transferencia del controlador proporcional es la de la Ecuación 6.

$$G_C(S) = \frac{U(S)}{E(S)} = K$$

Ecuación 6

La ganancia proporcional puede ser negativa o positiva. Si $K > 0$ se dice que el regulador es de acción directa, en este caso un incremento de la variable controlada implica que el regulador proporcione a su salida un valor negativo para contrarrestarlo, ya que la realimentación del sistema es negativa. Si $K < 0$ se dice que el controlador es de acción inversa, y de este modo si se produce un aumento de la variable controlada, el regulador proporciona a la salida un valor positivo.

La representación normativa de este controlador, dentro de un diagrama de procesos se muestra en la Figura 5.

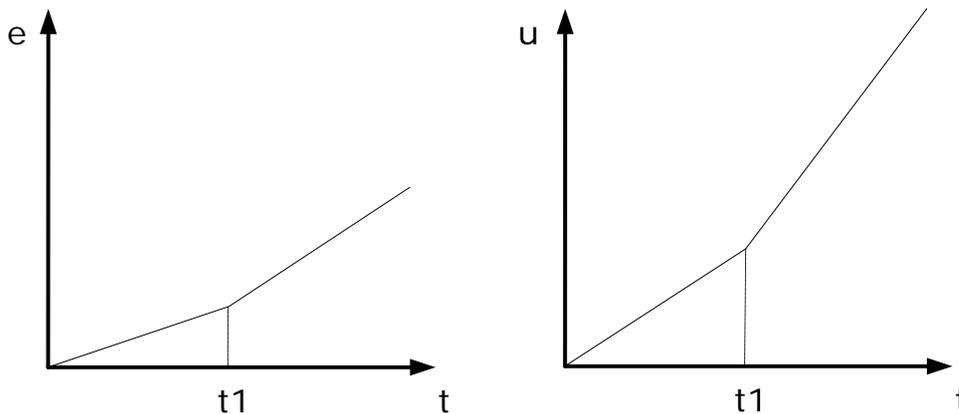


Figura 5 - Representación normativa de un regulador proporcional

En general para cualquier sistema, un aumento de la ganancia proporcional K implica las siguientes consecuencias:

- Se reduce el tiempo de respuesta si el proceso es lineal con ganancia positiva, ya que un aumento de la K provoca un aumento de la señal a la salida del controlador, que es la que se introduce a la planta y, por tanto, la salida de ésta reaccionará del mismo modo.
- Se reduce el error en régimen permanente. Esto se puede ver de varias formas. En primer lugar, si se tiene en cuenta el razonamiento anterior un aumento de ganancia provoca un aumento de la salida de la planta, que obviamente estará más cerca del valor de consigna y, por tanto, el error será menor. Por otra parte, fijándose en la Ecuación 6, un mismo valor de salida de controlador $U(S)$, se puede ver de dos modos, bien aumentar K , o bien disminuir el error, realizando

lo primero se observa que es necesario un menor error para una misma salida del controlador.

- Sobre un proceso sin integradores puros, nunca se va a eliminar por completo el error en régimen permanente. Como el control proporcional no introduce ningún polo en el origen entonces no eliminará el error al completo.

Volviendo al sistema de segundo orden, cuyo lugar de las raíces es el de la Figura 3 mostrado previamente, el aumento de la ganancia K del controlador proporcional no va a provocar otro efecto que el principio del lugar de las raíces, en el que las ramas parten de los polos y se dirigen hacia los ceros, o al infinito según unas asíntotas (en caso de que no posea ceros el sistema en su función de transferencia). Teniendo en cuenta esto, se supone una condición inicial, en donde el controlador proporcional toma un valor de $K1$ y posteriormente se incrementa hasta alcanzar un valor $K2$. Se representan a continuación gráficamente (Figura 6) la variación de los parámetros que influyen en las especificaciones temporales del sistema.

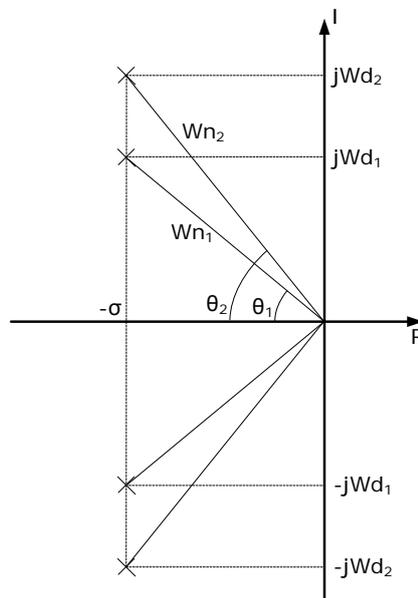


Figura 6 - Variación de parámetros para un aumento de ganancia

En la figura se han identificado los parámetros pertenecientes al controlador de ganancia $K1$ y $K2$ con el subíndice correspondiente. Se pueden extraer en consecuencia las siguientes conclusiones, resultantes de haber aumentado el valor de la constante del regulador proporcional desde un valor de $K1$ hasta $K2$:

- Aumento de la sobresocilación M_p .
- Disminución del tiempo de pico t_p .
- Aumento del tiempo de establecimiento t_s , pudiendo llevar el sistema a la inestabilidad en algunos casos.

Es necesario tener una entrada al controlador nula para obtener una señal de control que introduzca a la planta un valor de cero. O, dicho de otro modo, para mantener la actuación sobre el proceso es preciso que exista un nivel determinado de error, distinto de cero.

2.2. Acción integral

Para el caso de la acción integral, la ley de la regulación se rige por la Ecuación 7, en la que se puede observar que la acción de control integral genera una señal de control proporcional a la integral de la señal de error.

$$u(t) = I(t) = k_i \cdot \int_0^t e(t) dt = \frac{k}{T_i} \cdot \int_0^t e(t) dt$$

Ecuación 7

Si la ecuación anterior se formula en términos de variable compleja, se obtiene la función de transferencia para el controlador mostrada a continuación (Ecuación 8).

$$G_c(S) = \frac{U(S)}{E(S)} = \frac{K_i}{S} = \frac{K}{T_i \cdot S}$$

Ecuación 8

La representación gráfica normativa de este controlador, dentro de un diagrama de procesos es la de la Figura 7.

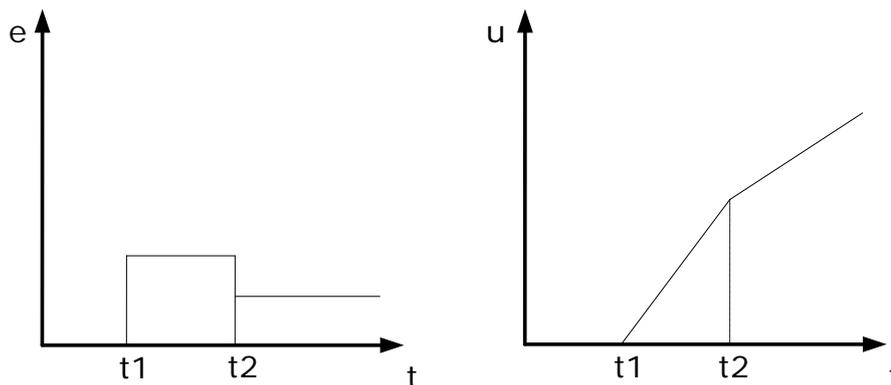


Figura 7 - Representación normativa de un regulador con acción integral

La acción integral da lugar fundamentalmente a dos consecuencias que se comentan a continuación:

- Esta primera, es una consecuencia muy deseable, y por la cual se hace indispensable la introducción de este control en muchos casos, que es la eliminación del error en régimen permanente, cuando la constante de tiempo integral T_i de las expresiones 7 y 8, posee valores finitos.
- El segundo efecto no es tan deseado, pero es una consecuencia también inmediata de la constante de tiempo T_i . Este consiste en que, a medida que disminuye T_i (mayor acción integral) la respuesta es cada vez más oscilatoria, pudiendo llegar a alcanzar la inestabilidad del sistema.

Como se puede ver en la Figura 7, el hecho de que exista un error (gráfica izquierda), la acción integral lo que produce es una consecuencia de acumulación (historia de la señal). Esto se observa claramente, cuando a partir del instante t_2 , el nivel de error es menor, pero

a la salida del controlador (gráfica derecha) lo que se produce es un cambio en el crecimiento, el cual posee una menor pendiente. En ese mismo momento se observa, además, que el valor de la salida del controlador parte del nivel que había alcanzado durante el tiempo transcurrido entre t_1 y t_2 .

Puesto que la acción integral es función de la historia de la señal de error, permite obtener una señal de control no nula, aunque la señal de error en un determinado instante sea cero.

Si la entrada al regulador es un escalón, su salida es una rampa, creciendo ésta indefinidamente hasta que cesa el escalón o se alcanza un valor de saturación, permaneciendo después constante en ambos casos. Su acción de control (se dice que es de "pasado") aumenta teniendo en cuenta los valores anteriores de la señal de error, permaneciendo constante aun cuando esta se anula, hecho por el cual no se suele utilizar nunca solo.

2.3. Acción proporcional-integral

La topología más simple que incluye la acción integral es la de un regulador de tipo proporcional-integral (PI), cuya señal de control proporcionada es la de la Ecuación 9.

$$u(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int_0^t e(t) dt \right)$$

Ecuación 9

Si se formula en variable compleja, se puede extraer la función de transferencia del regulador PI, mostrada seguidamente (Ecuación 10).

$$G_c(S) = \frac{U(S)}{E(S)} = K \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot S} \right)$$

Ecuación 10

Se destaca en esta expresión, que, si T_i tuviese el valor de infinito, el término integral se anularía, y quedaría tan solo un regulador proporcional.

Al igual que para el caso de la acción proporcional se supone que el sistema a controlar es de segundo orden o uno reducido a uno de este tipo. Se desarrolla la función de transferencia del controlador de la Ecuación 10, para ver la ubicación del polo y del cero. La constante proporcional K funciona del mismo modo que para el caso en que se explicaba la acción proporcional, por ese motivo no va a aparecer en el desarrollo de la Ecuación 11.

$$1 + \frac{1}{T_i \cdot S} = \frac{T_i \cdot S + 1}{T_i \cdot S} = \frac{S + \frac{1}{T_i}}{S}$$

Ecuación 11

Como se puede ver en la expresión 11, al introducir un regulador de tipo proporcional-integral, lo que se está haciendo en realidad es ubicar un polo en el origen, y un cero en -

$1/T_i$. Se intenta mostrar seguidamente cómo influye cada uno de ellos (Figura 8). Hay que tener en cuenta que se parte de un sistema cuyo lugar de las raíces es el mostrado en la Figura 3.

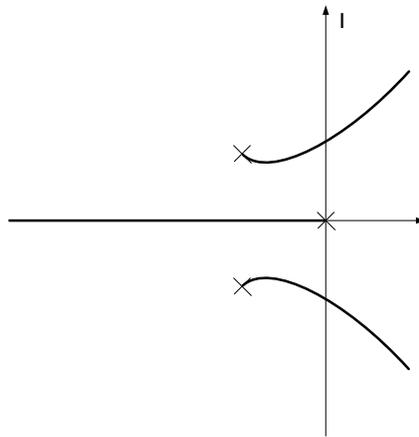


Figura 8 - Lugar de las raíces tras añadir un polo en el origen

Como se puede ver en esta figura, la adición del polo en el origen provoca un efecto de "atracción" de las ramas del lugar de las raíces, hasta llevarlas al corte con el eje imaginario y, dando lugar a una zona de inestabilidad a partir de un determinado valor de la constante proporcional.

Con la adición del cero el efecto que produce sobre el lugar de las raíces mostrado en la Figura 9, es justamente el contrario al de la introducción de un polo, dando lugar en este caso a una "separación o alejamiento" de las ramas del lugar de las raíces (se ha exagerado la curvatura considerablemente), llevándolas al lado opuesto que para el caso anterior.

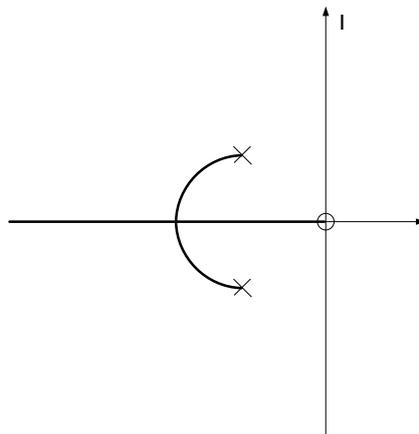


Figura 9 - Lugar de las raíces tras añadir un cero en el origen

En el desarrollo mostrado en la Ecuación 11, se observa que un regulador PI posee un polo en el origen y un cero en $-1/ T_i$. Con la introducción de un controlador de este tipo al sistema, existen diferentes lugares de las raíces, dependiendo la forma de estos de donde se ubique el cero (del valor de T_i). En un primer paso se introduce el polo en el origen, y un cero muy próximo a él en el semiplano izquierdo ($1/ T_i$ muy pequeño o lo que es lo

mismo T_i muy grande), dando como resultado un lugar de las raíces como el mostrado en la Figura 10.

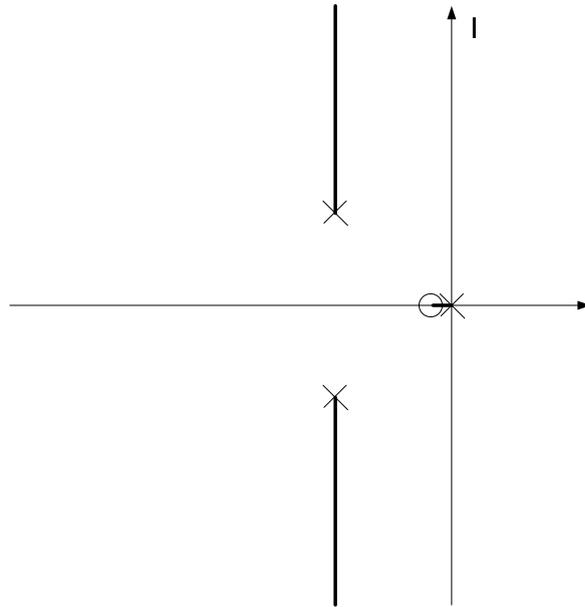


Figura 10 - Lugar de las raíces con un polo en el origen y un cero cercano

Las ramas de los polos complejos del sistema de partida se mantienen prácticamente iguales, lo que ocurre ahora es que aparece un polo real muy dominante.

Se realiza ahora otro supuesto, en el que el cero se aleja considerablemente del polo del origen ($1/T_i$ muy grande), incluso más a la izquierda de los polos dominantes. El lugar de las raíces resultante es el que se muestra en la Figura 11.

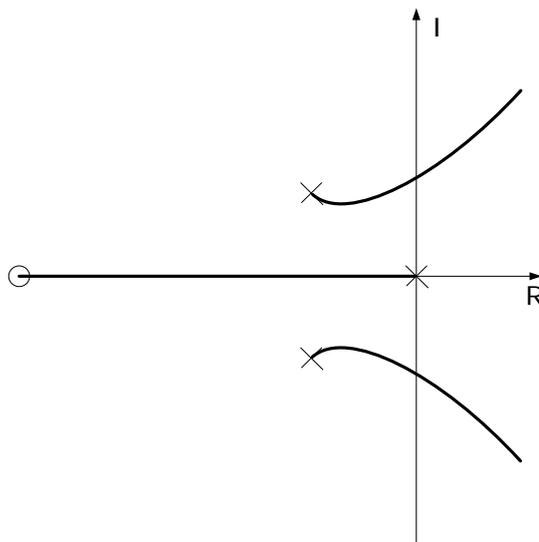


Figura 11 - Lugar de las raíces con un polo en el origen y un cero alejado

Alejar el cero demasiado tiene la consecuencia visualizada en la Figura 11, debido a varias razones. La primera de ellas es que el polo del origen en estas circunstancias influye sobre las ramas del lugar de las raíces ejerciendo el efecto de "atracción" comentado previamente.

Por otra parte, el cero, al estar alejado considerablemente, ejerce menor acción sobre las ramas del lugar de las raíces que si estuviese más cercano, pero además el efecto que produce, a pesar de ser menos apreciable, es de "alejamiento" de las ramas comentado también previamente, con lo cual acentúa las consecuencias del polo en el origen. En este caso el polo real se hace menos dominante, pero el sistema se vuelve más inestable.

Por último, se sitúa el cero en una posición intermedia, sin acercarlo demasiado al polo en el origen ni alejarlo excesivamente, que son los dos casos comentados previamente. De este modo se tiene un lugar de las raíces como el mostrado en la Figura 12.

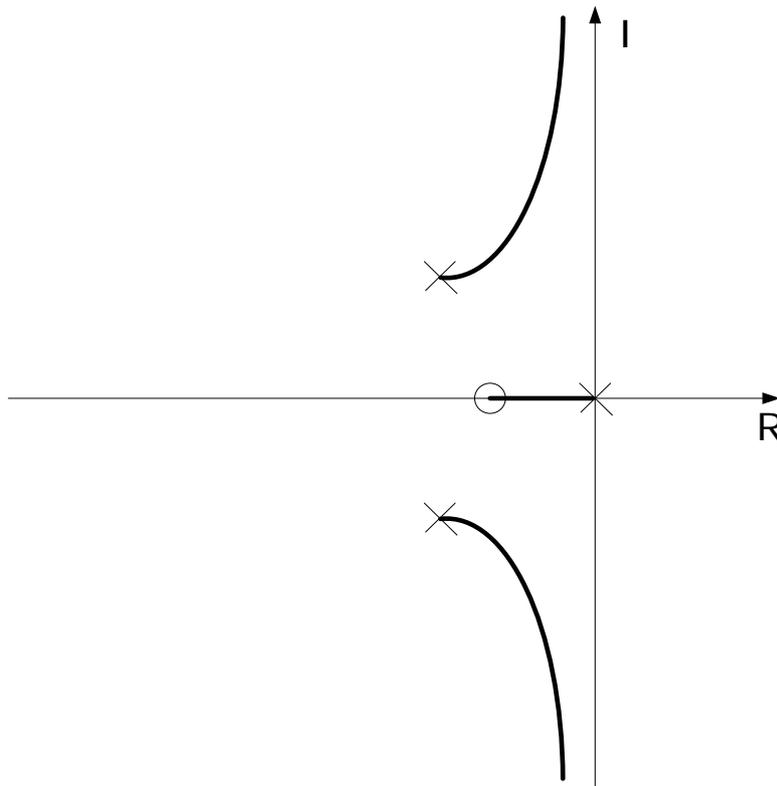


Figura 12 - LDR con un polo en el origen y un cero separados una distancia

Se combinan de este modo el efecto de "atracción" del polo real en el origen y el de "alejamiento" del cero en $-1/T_i$, consiguiendo que los polos complejos se hagan más dominantes en el sistema, pero sin llevar éste a la inestabilidad.

Para concluir en lo referente a la actuación del polo y del cero añadidos en el caso de un control PI, se muestra en primer lugar un gráfico (Figura 13) que pretende aclarar cómo quedan los polos dominantes en caso de la disminución del valor $1/T_i$ (aumento de T_i), de una posición I1 (más alejada del origen) a una posición I2 (más cercana al origen). Es necesario indicar que de un punto a otro se ha mantenido constante el valor de la K del regulador añadido, en caso contrario los parámetros serían diferentes, variando estos de acuerdo con cómo se ha visto en el apartado de la acción proporcional, y en consecuencia influyendo en las especificaciones del sistema también de la misma forma que para ese caso. Las dimensiones en las gráficas se han exagerado para mostrar mejor el efecto de la variación.

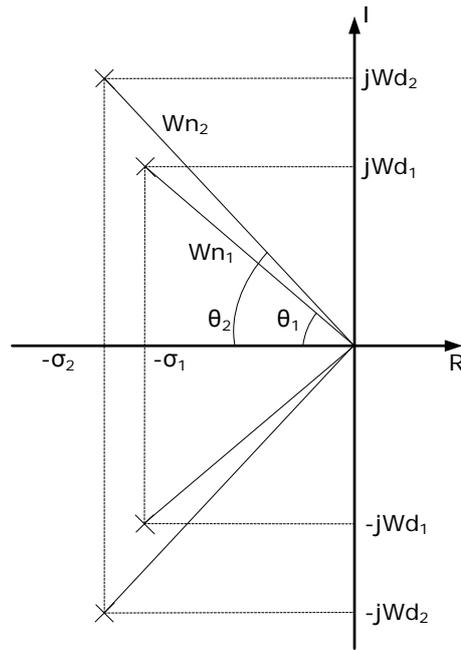


Figura 13 - Variación de parámetros para un aumento de T_i

Se pueden extraer las siguientes conclusiones, resultantes de haber disminuido el valor de $1/T_i$ del regulador (aumentar T_i), para mover el cero desde una posición de I_1 (más alejada del origen) hasta I_2 (más próxima al origen).

- Aumento de la sobreoscilación M_p .
- Disminución del tiempo de pico t_p .
- Aumento del tiempo de establecimiento t_s , pudiendo llevar el sistema a la inestabilidad en ocasiones, si las ramas del lugar de las raíces cortan al eje imaginario.

En este caso, para mantener la actuación sobre el proceso no es preciso que exista un nivel determinado de error, ya que la acción integral permite obtener una señal de control distinta de cero al haber aumentado el tipo del sistema, aunque la señal de error sea nula. Una de las consecuencias más destacables de esto es la eliminación del error en régimen permanente.

2.4. Acción derivativa

Para el caso de la acción derivativa, la ley de la regulación se rige por la Ecuación 12, en la que se puede observar que la acción de control derivativa genera una señal de control proporcional a la derivada de la señal de error.

$$u(t) = D(t) = k_d \cdot \frac{d}{dt} e(t) = k \cdot T_d \cdot \frac{d}{dt} e(t)$$

Ecuación 12

En términos de variable compleja, se tiene la función de transferencia para el controlador mostrada en la Ecuación 13.

$$G_c(S) = \frac{U(S)}{E(S)} = K_d \cdot S = K \cdot T_d \cdot S$$

Ecuación 13

La representación gráfica normativa de este controlador, dentro de un diagrama de procesos es la que se ilustra en la Figura 14,

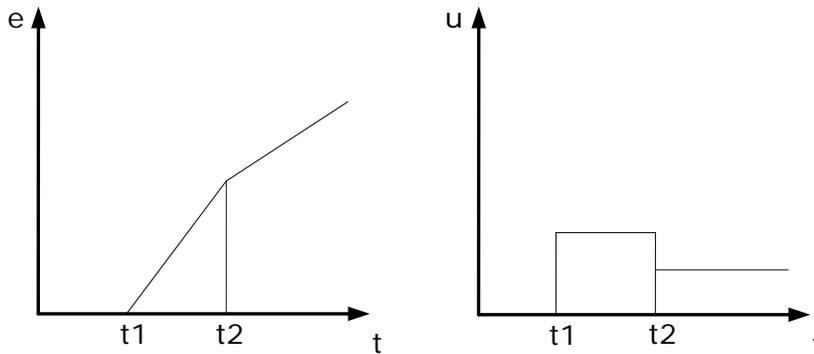


Figura 14 - Representación normativa de un regulador con acción derivativa

en la cual se observa, que si en la entrada (gráfica de la izquierda) se da un cambio de nivel como el mostrado entre t1 y t2, o como el de t2 en adelante, por ejemplo, lo que produce a la salida del controlador es un nivel proporcional a la pendiente de cambio. A la vista de la gráfica se observa que, puesto que la pendiente en el intervalo de t1 - t2 es mayor que la que hay para t > t2, la señal de control es mayor para el primer intervalo que para el segundo. Una consecuencia de todo esto es que es necesario que exista un cambio en la entrada para que se manifieste un valor en la salida, pues si se mantiene constante su derivada es nula.

La acción derivativa da lugar esencialmente a un incremento de la estabilidad relativa del sistema al reducir la sobreoscilación y mejorar la respuesta transitoria, pero en cambio no actúa en régimen permanente ya que si se tiene un error constante su derivada es cero.

Al comentar la acción integral se la consideraba como una acción de control de "pasado", y que no intenta predecir lo que ocurrirá con dicha señal de control en el futuro inmediato. Este problema se muestra en la Figura 15:

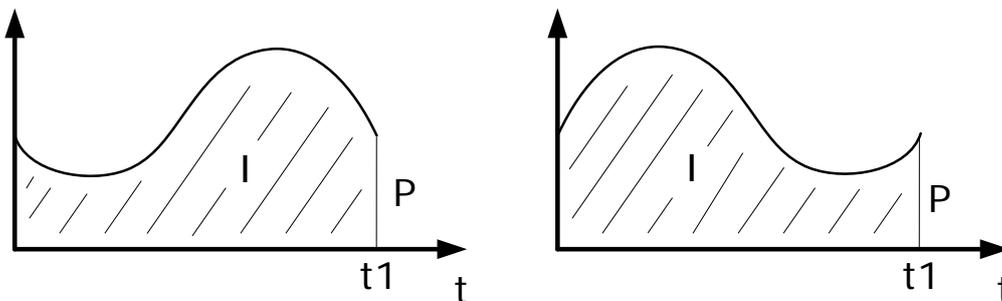


Figura 15 - Comparación de dos sistemas con tendencias diferentes

Las dos curvas de dicha figura poseen en el instante t_1 la misma acción proporcional cuyo valor es P , y la misma acción integral pues existe un área igual para las superficies que delimitan las dos señales de error. Pero también se observa en dicha figura que, en la gráfica de la izquierda, la señal de error posee una tendencia descendente muy rápida, mientras que en la gráfica de la derecha la tendencia es ascendente y muy rápida también. El controlador debería en ambos casos tener en cuenta esta tendencia de la señal para evitar una acción brusca.

La acción derivativa lleva a cabo justamente esta compensación que se puede denominar de "futuro", pues prevé el error teniendo en cuenta la tendencia de crecimiento, decrecimiento, o cuando el error es constante. La predicción se hace por la extrapolación del error de control en la dirección de la tangente a su curva respectiva, como se muestra en la Figura 16.

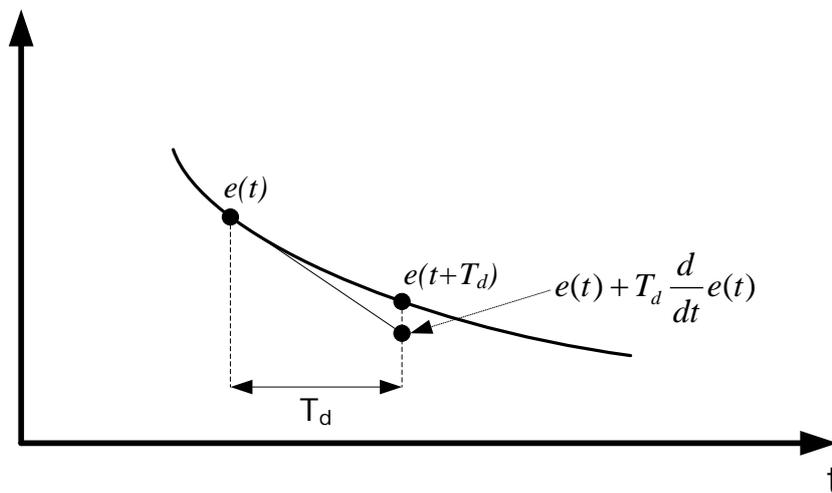


Figura 16 - Predicción del error con la derivada

2.5. Acción proporcional-derivativa

Es importante destacar en este momento, que la acción derivativa pura introduce grandes ganancias como se observa en su respuesta frecuencial, produciendo en consecuencia fuertes inestabilidades en el sistema. Por esta razón al igual que la acción integral no suele utilizarse de forma aislada, sino combinada con otra regulación.

Esto quiere decir que la señal de control se basa en un error predicho, definido por la Ecuación 14.

$$e_p(t + T_d) \cong e(t) + T_d \cdot \frac{d}{dt} e(t)$$

Ecuación 14

Esta ecuación da lugar a la ley de control de la Ecuación 15, que es la topología más simple que incluye acción derivativa, tratándose de un regulador de tipo proporcional-derivativo (PD).

$$u(t) = k \left(e(t) + T_d \cdot \frac{d}{dt} e(t) \right)$$

Ecuación 15

Si se expresa en variable compleja se extrae la función de transferencia de un regulador tipo PD, mostrada en la Ecuación 16:

$$G_c(S) = \frac{U(S)}{E(S)} = K \cdot (1 + T_d \cdot S)$$

Ecuación 16

Como en los dos casos anteriores, se supone que se dispone de un sistema de segundo orden o uno reducido a uno de este tipo. Se desarrolla la función de transferencia del controlador de la Ecuación 16, para ver la ubicación del cero, obteniendo la Ecuación 17, en la cual se puede ver que queda una constante multiplicativa que no se va a tener en cuenta en la posición del cero.

$$K \cdot (1 + T_d \cdot S) = K \cdot T_d \left(\frac{1}{T_d} + S \right) = K_c \cdot \left(\frac{1}{T_d} + S \right)$$

Ecuación 17

Como se puede ver en la Ecuación 17, al introducir un regulador de tipo proporcional-derivativo, lo que se está haciendo en realidad es ubicar un cero en $-1/T_d$. Hay que tener en cuenta en primer lugar que se parte de un sistema cuyo lugar de las raíces es el mostrado en la Figura 3 (sistema de segundo orden o reducido a él). Lógicamente dependiendo de dónde haya situado el cero, el lugar de las raíces va a tener una determinada forma. Si se acerca al origen las ramas del lugar de las raíces se cerrarán antes. Si se aleja demasiado, el sistema sería muy similar a una función de transferencia que no contenga el cero (Figura 3), pues apenas se aprecian los efectos del cero en los polos dominantes, y además las ramas se cerrarían en el infinito. Y si se tiene en una posición intermedia sería algo similar a lo de la Figura 17 cuyas ramas cerrarían en el eje real para valores altos de K_c .

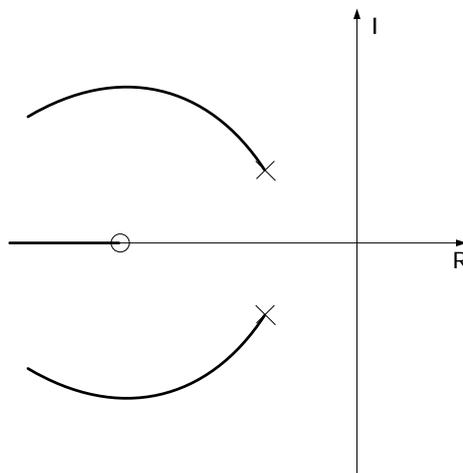


Figura 17 - LDR con la adición de un cero a la izquierda de los polos del sistema

Para aclarar el efecto del cero se muestra la Figura 18, en la cual se consideran una primera posición del cero en D1 (alejado del origen una distancia $1/T_d$ grande, o lo que es lo mismo que T_d pequeño), y a continuación una D2 (más cercano al origen con una distancia $1/T_d$ pequeña o lo que es lo mismo que T_d grande), manteniendo en todo momento el mismo valor de K_c . Se han sobredimensionado las formas en la figura para tener una idea más clara del efecto del cero.

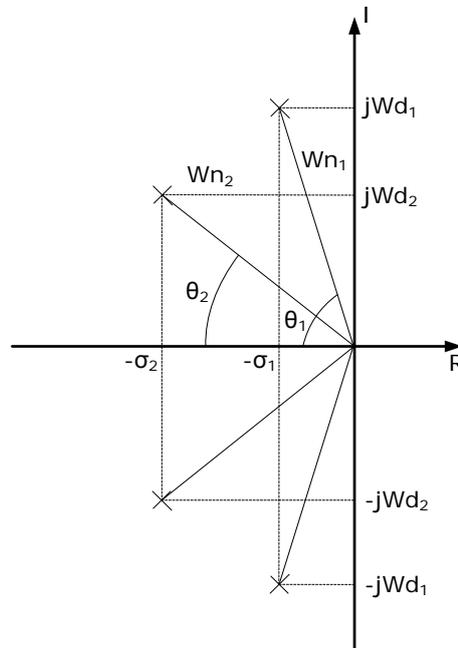


Figura 18 - Variación de parámetros para un aumento de T_d

Se pueden extraer las siguientes conclusiones, resultantes de haber movido el cero desde una posición de D1 hasta D2:

- Disminución de la sobreoscilación M_p .
- Disminución del tiempo de establecimiento t_s .
- Aumento del tiempo de pico t_p .

Se aclara también en este punto, que se ha mantenido constante el valor de la K del regulador añadido, en caso contrario los parámetros serían diferentes, dando lugar a unas especificaciones de acuerdo con la posición de los polos dominantes del sistema.

En la acción derivativa es indispensable seleccionar bien el valor del tiempo derivativo, siendo especialmente necesario por ejemplo en los procesos de gran inercia, como los de control de temperatura, en los que la acción de calentamiento se ha de parar a tiempo para no sobrepasar la consigna en exceso durante un largo periodo. Está pues especialmente indicada en sistema que posean un cierto retardo, pero que este no sea excesivo, en cuyo caso es necesario recurrir a otras técnicas de control.

3. Conclusiones

Se ha mostrado a lo largo de todo el capítulo una explicación detallada del regulador PID en formato estándar por ISA, para un formato no interactivo. El hecho de que sea no

interactivo quiere decir que se puede actuar sobre las constantes integral y derivativa de forma independiente, sin que afecten la una a la otra.

Es de destacar el hecho de que las acciones derivativa e integral no tienen sentido por sí solas, hecho que se comprueba en la explicación de los reguladores PI y PD por el método del lugar de las raíces.

Se ha observado también de forma gráfica cómo influye en la señal de control que actuará sobre la planta, cada una de las acciones ante un determinado error a la entrada del controlador.

Mediante la representación del lugar de las raíces para un sistema tipo determinado, se comprueba además cómo influye la variación de los parámetros del controlador en las especificaciones del sistema controlado. Este hecho se ha llevado a cabo por separado para cada acción, para obtener una mayor claridad de la influencia de las acciones.

Ajuste empírico de reguladores PID

Bien es cierto que hoy en día existen varias metodologías analíticas para la obtención de parámetros de un regulador PID, con el fin de conseguir mejorar una o varias especificaciones. Pero en realidad desde un punto de vista cronológico, han nacido antes los procedimientos de obtención de parámetros de forma empírica, y en la actualidad siguen siendo muy utilizados por varios motivos como pueden ser: son técnicas muy simples y sencillas, se consiguen resultados buenos en muchos casos, suele existir siempre alguna regla para el caso que se esté intentando controlar, etc. Debido entre otras cosas a estos factores y a que siguen siendo prácticas muy utilizadas, este capítulo se dedica a este tipo de ajuste.

1. Introducción

En el entorno industrial son múltiples los lazos de control que están regulados, y en muchos de los casos, no están ajustados de forma óptima, lo que ocasiona malos funcionamientos parciales o de la planta en su conjunto. Muchos de ellos si han sido tarados, su sintonizado se ha realizado por el método de prueba error, hasta que entra en un rango de funcionamiento aceptable.

En este capítulo se muestran métodos empíricos o experimentales de ajuste de parámetros de un controlador PID, aplicable sobre todo en entornos en los que es difícil la obtención de una descripción detallada del proceso, y que en función de la respuesta en determinadas condiciones se puede extraer una aproximación del modelo.

Es importante resaltar, que los métodos existentes para la obtención de los parámetros del regulador normalmente son un punto de partida en el ajuste, siendo necesario posteriormente recurrir a un ajuste fino de prueba error, para situar la planta en una zona de funcionamiento óptima.

2. Pasos a seguir para la obtención de los parámetros del controlador

Las técnicas empíricas se basan en los pasos siguientes:

1. Determinación experimental de ciertas características de la respuesta del proceso, que se podrán realizar con la planta en cadena abierta o en cadena cerrada.
2. Aplicar unas fórmulas en función de los datos obtenidos previamente, para la obtención de los parámetros del regulador, con la finalidad de que el funcionamiento de la planta con el controlador esté dentro de unas determinadas especificaciones deseadas.

3. Criterios de ajuste

En el segundo paso se hace hincapié en situar al proceso dentro de unas especificaciones deseadas. Desde el punto de vista de ajuste empírico tiene sentido hablar de dos tipos de especificaciones principales del sistema en cadena cerrada, que son las que se enuncian a continuación:

- Seguimiento de la consigna. - Esta especificación indica la capacidad del sistema regulado para alcanzar cambios efectuados en la consigna.
- Rechazo de perturbaciones. - Más conocido quizá por la traducción del inglés como la especificación "Cambio en la carga", que consiste en la capacidad del sistema de atenuar posibles ruidos o perturbaciones para mantener la carga a un valor constante de la consigna deseada.

En la Figura 19 se observan dos ejemplos de un sistema regulado por dos controladores PID, ajustados para optimizar sendas especificaciones anteriormente comentadas. A los sistemas regulados se les introduce un escalón unitario, y transcurrido un determinado tiempo se provoca una perturbación. Como se puede ver, la curva identificada con la

leyenda 'A,' corresponde a un regulador ajustado para mejorar el rechazo de perturbaciones y, claramente la perturbación incide en menor grado que para el otro caso. En cuanto a la curva 'B', se ha intentado regular el sistema para mejorar el seguimiento de consigna, y lo hace de un modo más eficiente, pues en el caso del escalón inicial la respuesta transitoria es mejor que para la curva 'A', en cambio resaltar que en la perturbación la sensibilidad es mayor para la curva 'B'.

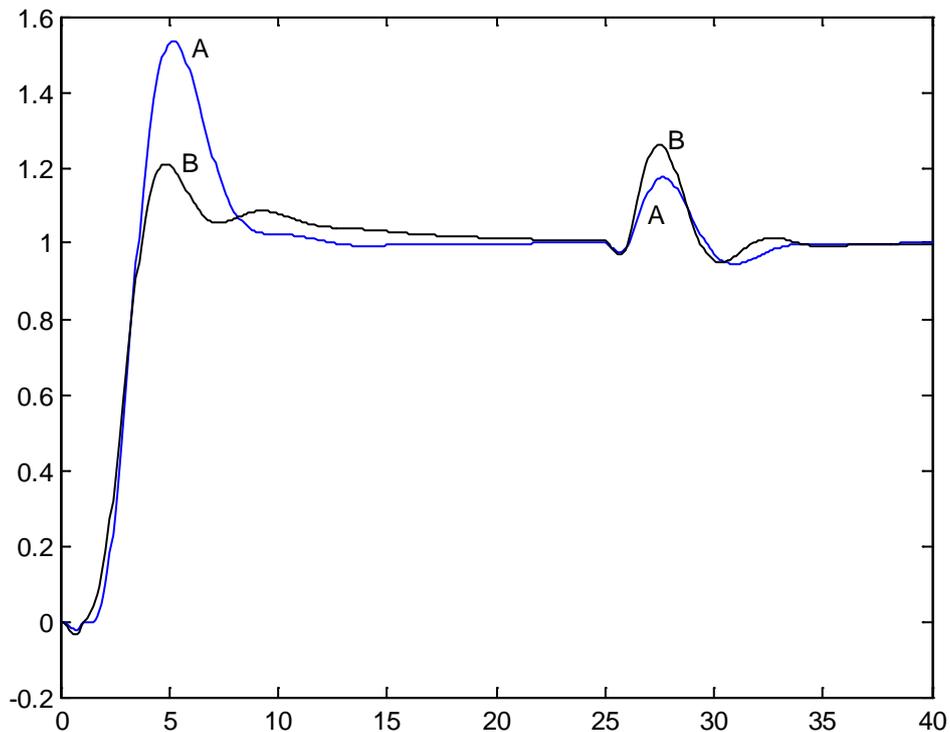


Figura 19 - Comparación entre seguimiento de consigna y rechazo de perturbaciones

Si se emplean varias fórmulas de sintonía, se escogerá aquella que tenga una respuesta más prudente dentro de la especificación que se pretende alcanzar, y después de ello, aumentar o disminuir la influencia de los parámetros del controlador hasta llegar a la respuesta requerida, consiguiendo de este modo no llevar a la planta a una zona de funcionamiento no deseada.

Seguidamente se comentan diferentes criterios de sintonía más usuales, realizando una clasificación atendiendo a si la determinación experimental de las características de la respuesta del sistema es llevada a cabo en cadena abierta, o si se hace en cadena cerrada.

4. Sintonía en cadena abierta

Se comenta en este punto en primer lugar algunas aproximaciones para la medición de las características de respuesta del proceso, siguiendo con la obtención de parámetros del controlador atendiendo a los dos criterios de ajuste comentados en el punto 3.

4.1. Medición de las características de respuesta del proceso

Dentro de los pasos a seguir enunciados previamente, para la obtención de los parámetros del regulador PID, en el primero de ellos, en el cual se pretende medir las características de las respuestas del proceso, se puede realizar de varias formas, obteniendo resultados diferentes en algunos casos y, muy similares en otros. Algunas de las más usuales se enuncian a continuación, haciendo referencia a ellas posteriormente. De las dos primeras se emplea normalmente la segunda por obtenerse resultados mucho mejores con ella.

4.1.1. Medición A

El primero de ellos parte de la respuesta de un sistema ante entrada escalón similar a la que se muestra en la Figura 20.

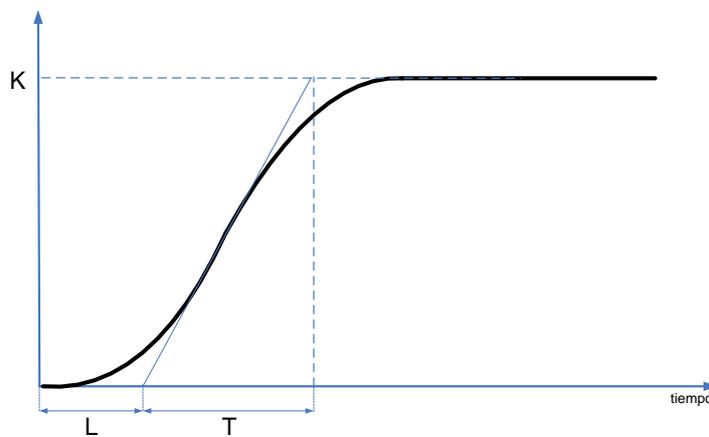


Figura 20 - Medición A

Esta es la respuesta típica de procesos industriales ante una entrada de tipo escalón, y que se suele denominar curva de reacción. Se aproxima a la respuesta de un modelo de primer orden con retardo cuya función de transferencia es la mostrada en la Ecuación 18.

$$G(S) = \frac{K}{1 + T \cdot S} e^{-S \cdot L}$$

Ecuación 18

Los parámetros L y T resultan de dibujar la recta en el punto de máxima pendiente de la curva. L se halla en donde dicha recta corta al eje de las X, y T resulta de prolongar la recta hasta el corte con la horizontal correspondiente a la ganancia K del sistema (valor en régimen permanente ante entrada de escalón unitario), punto de corte en el cual se localizará la suma de L y T en su coordenada x.

4.1.2. Medición B

Esta segunda posibilidad se rige por la Ecuación 18 idéntica a la empleada en el caso de la medición A. La diferencia está en que se tiene en cuenta el tiempo T , cuando la salida del sistema alcanza un valor correspondiente al 63.2% de la ganancia K del sistema (valor en

régimen permanente ante entrada de escalón unitario), en lugar de hacerlo en el 100% como en el caso anterior, tal y como se puede ver en la Figura 21.

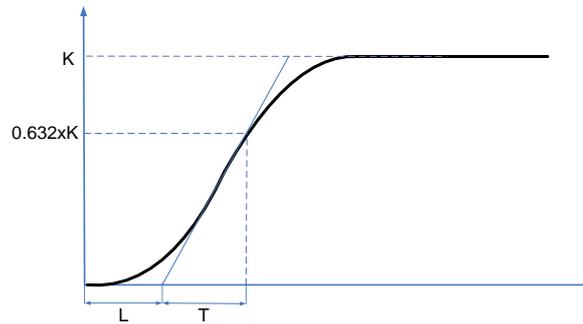


Figura 21 - Medición B

4.1.3. Medición C

También en este caso el modelo se rige por la Ecuación 18. Lo que se hace es obtener los instantes de tiempo t_1 cuando la salida alcanza el 28.3% del valor en régimen permanente y t_2 cuando alcanza el 63.2%. Se ilustra gráficamente la ubicación de los tiempos en la Figura 22. Tras haber obtenido dichos valores se aplican las siguientes fórmulas para la obtención de L (Ecuación 19) y T (Ecuación 20).

$$L = t_2 - T$$

Ecuación 19

$$T = 1.5(t_2 - t_1)$$

Ecuación 20

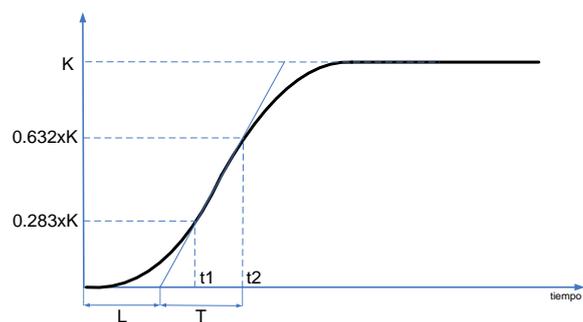


Figura 22 - Medición C

Este es uno de los métodos más empleados debido a que, desde el punto de vista práctico, es fácil obtener los puntos indicados, ya que se trata de valores concretos que toma la salida en un momento dado, y en ningún instante es necesario trazar rectas ni hallar puntos de corte. Además, los resultados difieren muy poco de los alcanzados con el método anterior.

4.1.4. Medición D

En este caso, se tiene la misma respuesta de los sistemas anteriores, lo que ocurre es que se realiza la medida para una aproximación diferente. La gráfica en la que se realiza la medición se muestra en la Figura 22.

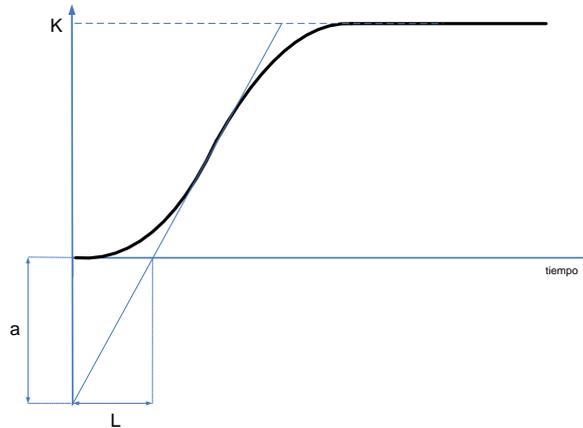


Figura 23 - Medición D

Como se puede observar, lo que se hace en este caso, es prolongar la recta de mayor pendiente hasta su corte con el eje Y, cota que se define como 'a'. En este caso se obtiene un modelo con dos parámetros, con una función de transferencia representada por un integrador con retardo puro. Esta es la base para el procedimiento de sintonía de Ziegler-Nichols que se describe más adelante. En este caso se aproxima el sistema a la función de transferencia según la Ecuación 21.

$$G(S) = \frac{a}{S \cdot L} e^{-S \cdot L}$$

Ecuación 21

Si se compara la medición A con la C, por homología de triángulos se tiene la relación de la Ecuación 22.

$$a = \frac{KL}{T}$$

Ecuación 22

4.2. Criterios para rechazo de perturbaciones

Las perturbaciones son entradas no deseadas al proceso cuyo origen puede ser variado, y que desvían al proceso del valor deseado. Por tanto, la atenuación de estas es algo muy importante. Típicamente se debiera de dar este hecho en sistemas que se encuentran funcionando con una referencia constante durante un largo periodo de tiempo.

Es algo muy frecuente que cuando se sintoniza un lazo de regulación, se lleve a cabo para optimizar la respuesta de la planta ante cambios de consigna, y por ello tras el ajuste desarrollará adecuadamente su funcionamiento, pero sin embargo ante perturbaciones su

funcionamiento es posible que no sea bueno. Dándose normalmente la circunstancia de que un proceso se encuentre funcionando en un punto determinado de consigna durante periodos prolongados, y que esta no se cambie a no ser que varíe el proceso, en consecuencia, lo más importante en esos casos es atenuar las perturbaciones, y se ha de ajustar el regulador para que las atenúe adecuadamente.

Teniendo en cuenta todo esto, se establecen varios criterios atendiendo al aspecto concreto que se desee optimizar. Se comentan seguidamente algunos de los más relevantes asociados al rechazo de perturbaciones.

- a. Criterio de la razón de amortiguamiento $\frac{1}{4}$. - Es un criterio que permite obtener los parámetros para un regulador, con el cual se puede tener una amortiguación de $\frac{1}{4}$ del primer ciclo (P1) en el segundo (P2) de la sobreoscilación (Figura 24). Tiene las siguientes características:
- Es fácil de medir, ya que está basado en dos puntos, los dos primeros máximos del sistema en lazo cerrado.
 - Es bueno también para cambios de consigna, por la relación que tiene entre el tiempo de respuesta (T_r) y el de establecimiento (T_s).
 - No da lugar a grandes desviaciones de la consigna cuando es sometido a perturbaciones.

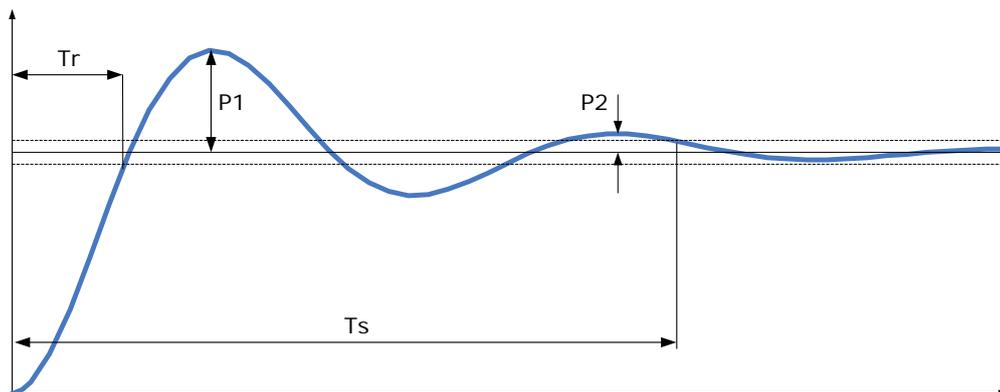


Figura 24 - Criterio de amortiguación $\frac{1}{4}$

- b. Criterio de la integral del error en valor absoluto (IAE). - Es un criterio de ajuste, en el que se intenta minimizar la integral del error en valor absoluto mostrada en la Ecuación 23.

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$$

Ecuación 23

La comprobación en este caso no es tan inmediata como en el caso del criterio de la amortiguación de $\frac{1}{4}$. En este es necesaria una simulación muy larga ya que

la integral está definida hasta un tiempo infinito. Los resultados obtenidos son similares a los del criterio de razón de amortiguamiento $\frac{1}{4}$.

- c. Criterio de la integral del error (IE). - Es un criterio que intenta minimizar la integral del error mostrada en la Ecuación 24.

$$IE = \int_0^{\infty} e(t) dt$$

Ecuación 24

Esto se consigue con la máxima ganancia integral, tratando de llevar el funcionamiento a la situación de oscilación mantenida en donde la integral del error posee un error nulo. Debido a ello se debe emplear con otro criterio que asegure la estabilidad del sistema.

- d. Criterio de la integral del error cuadrático (ISE). - Con este criterio se pretende minimizar la integral del cuadrado del error que se muestra en la Ecuación 25.

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$$

Ecuación 25

Tiene la desventaja de dar mucho peso a errores grandes, independientemente de cuando se den. Favorece respuestas oscilatorias rápidas y poco amortiguadas.

4.3. Criterios para seguimiento de consigna

Son criterios en los que se pretende que el proceso ante un cambio en el punto de consigna responda con rapidez, y alcance el régimen permanente en el mínimo tiempo posible. Las exigencias sobre el seguimiento de consigna para cambios del tipo escalón en la entrada, suelen incluir sobre todo requerimientos de especificaciones temporales del sistema como son el tiempo de respuesta, sobreoscilación, tiempo de establecimiento y razón de amortiguamiento.

También en este caso se pueden emplear los criterios comentados en el punto anterior para conseguir un buen rechazo a perturbaciones, pero los cambios de tipo escalón en la entrada del sistema dan lugar a un gran error inicial. Por tanto, va a ser importante tener criterios con los cuales, en un tiempo inicial, no se tenga en cuenta excesivamente el error, y que en régimen permanente fijen el valor indicado en la consigna robustamente.

Asociado a la especificación de seguimiento de consigna se van a tener los siguientes criterios de ajuste:

- a. Se tiene en primer lugar el criterio de la razón de amortiguamiento $\frac{1}{4}$, utilizado de igual modo que en el caso de criterios para el rechazo a perturbaciones.

- b. Criterio de la integral del error en valor absoluto multiplicado por el tiempo (ITAE).
- Con este criterio se pretende minimizar la integral del valor absoluto del error multiplicado por el tiempo cuya fórmula se muestra en la Ecuación 26.

$$ITAE = \int_0^{\infty} t \cdot |e(t)| dt$$

Ecuación 26

- c. Criterio de la integral del error multiplicado por el tiempo (ITE). - Con este criterio se intenta minimizar la integral del error mostrada en la Ecuación 27.

$$ITE = \int_0^{\infty} t \cdot e(t) dt$$

Ecuación 27

- d. Criterio de la integral del error cuadrático multiplicado por el tiempo (ITSE). - En este criterio se intenta minimizar la Ecuación 28 de la integral del error cuadrático multiplicado por el tiempo.

$$ITSE = \int_0^{\infty} t \cdot e^2(t) dt$$

Ecuación 28

- e. Criterio de la integral del error cuadrático multiplicado por el cuadrado del tiempo ISTE. - En este criterio se intenta minimizar la Ecuación 29 de la integral del error cuadrático multiplicado por el cuadrado del tiempo.

$$ISTE = \int_0^{\infty} t^2 \cdot e^2(t) dt$$

Ecuación 29

Uno de los criterios más empleados es el ITAE, que da lugar a respuestas con un tiempo de establecimiento bajo.

4.4. Obtención de parámetros mediante la aplicación de fórmulas

Una vez que se han medido las características de la respuesta del proceso y se conoce que especificación se desea optimizar, lo siguiente es aplicar fórmulas desarrolladas para cumplir la descripción buscada, teniendo en cuenta los rangos de aplicación para los cuales fueron obtenidas.

Diferentes autores proponen expresiones, en función de las características de la respuesta transitoria medidas, para la obtención de los parámetros del regulador. Cabe destacar que son múltiples las expresiones aportadas, que funcionan de manera adecuada en determinados casos para los que fueron desarrolladas. Es frecuente además que los fabricantes de controladores desarrollen sus propias expresiones, que funcionan satisfactoriamente sobre todo con los productos que ellos fabrican, y en especial para aquellas aplicaciones a las que están destinados. Resaltar, por tanto, que no existen ecuaciones genéricas que funcionen bien siempre, por ese motivo será necesario seleccionar las expresiones que más se adecuen en cada caso específico al control que se pretenda realizar.

En este texto se han recopilado aquellas más conocidas y usuales que se emplean en la obtención de los parámetros de los reguladores PID.

4.4.1. Fórmulas de Ziegler & Nichols

Son las fórmulas pioneras de obtención de parámetros de reguladores, y que son buenas ante cambios en la carga. En concreto, la especificación que se pretende es obtener una relación de caída de sobreoscilación de un cuarto, es decir, que ante la entrada de una perturbación los sucesivos rebases de la referencia, sean cuatro veces inferior al anterior (razón de amortiguamiento de $\frac{1}{4}$). Al igual que la inmensa mayoría de las expresiones poseen un rango de aplicación que es el de la Ecuación 30.

$$0.1 \leq \frac{L}{T} \leq 1$$

Ecuación 30

Si se realiza una lectura de los parámetros de la respuesta de acuerdo con la medición D explicada previamente, las fórmulas que es necesario emplear son las de la Tabla 3.

Kp	Ti	Td
$\frac{1.2}{a}$	2L	0.5L

Tabla 3 - Expresiones de ZN para medición D

Si los datos se toman de las mediciones A o B, las fórmulas a emplear son las de la Tabla 4:

Kp	Ti	Td
$1.2 \frac{T}{K \cdot L}$	2L	0.5L

Tabla 4 - Expresiones de ZN para medición A o B

Si se posee un sistema con la función de transferencia de la Ecuación 31:

$$G(S) = \frac{2}{1+10S} e^{-1.5S}$$

Ecuación 31

y se le introduce una entrada tipo escalón unitario, la respuesta es la de la Figura 25.

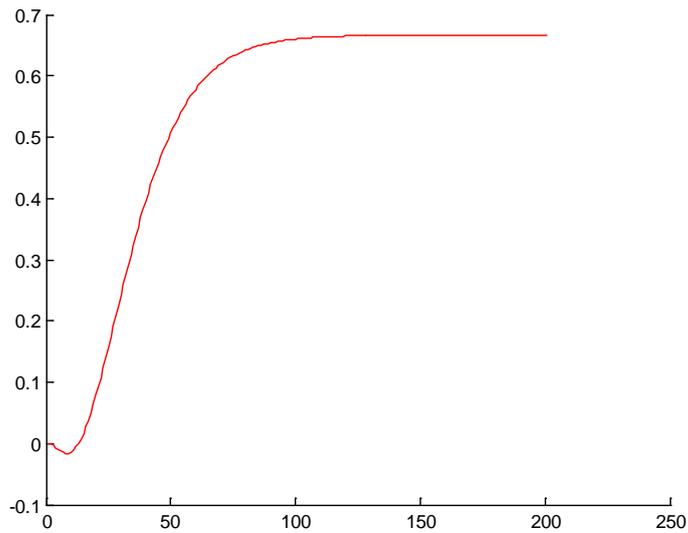


Figura 25 - Respuesta del sistema sin realimentar

Realizando los cálculos de los parámetros del regulador a introducir, de acuerdo con las ecuaciones mencionadas previamente, en función de la respuesta obtenida, la salida del sistema regulado se muestra en la Figura 26, en donde se representa además la del sistema sin regular para contrastar la variación entre uno y otro.

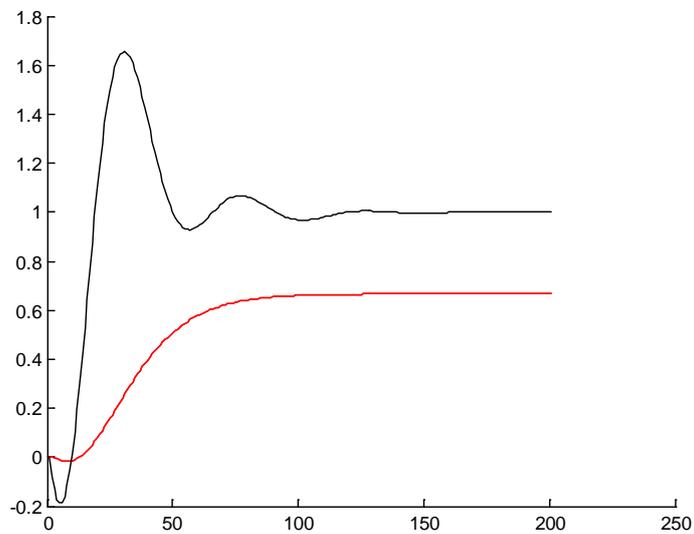


Figura 26 - Respuesta del sistema regulado con ZN

Como se puede observar las especificaciones del sistema regulado han mejorado sustancialmente, sobre todo en que se corrige el error de posición y que el tiempo de respuesta es menor. Es necesario indicar que en este caso la introducción del controlador ha provocado la existencia de una sobreoscilación de magnitud considerable.

4.4.2. Fórmulas de Kaya & Scheib

4.4.2.1. Para sistemas con cambios en la carga

Las fórmulas enunciadas en este apartado son empleadas para sistemas que poseen cambios en la carga. El rango de aplicación para este caso es el de la Ecuación 32.

$$0 < \frac{L}{T} \leq 1$$

Ecuación 32

El método de medición de parámetros empleado en este caso es el A o el B. Los autores que han desarrollado estas fórmulas lo han hecho para un criterio de diseño IAE, ISE y ITAE. Las fórmulas a las que han llegado son las mostradas en la Tabla 5.

	Kp	Ti	Td
IAE	$\frac{0.98089}{K} \left(\frac{T}{L}\right)^{0.76167}$	$\frac{T}{0.91032} \left(\frac{T}{L}\right)^{1.05221}$	$0.59974T \left(\frac{L}{T}\right)^{0.89819}$
ISE	$\frac{1.11907}{K} \left(\frac{T}{L}\right)^{0.89711}$	$\frac{T}{0.7987} \left(\frac{T}{L}\right)^{0.9548}$	$0.54766T \left(\frac{L}{T}\right)^{0.87798}$
ITAE	$\frac{0.77902}{K} \left(\frac{T}{L}\right)^{1.06401}$	$\frac{T}{1.14311} \left(\frac{T}{L}\right)^{0.70949}$	$0.57137T \left(\frac{L}{T}\right)^{1.03826}$

Tabla 5 - Expresiones de Kaya-Sheib para cambios en la carga

Para un sistema cuya respuesta del sistema sin regular se mostraba en la Figura 25, al que se le introduce un regulador cuyos parámetros se calculan de acuerdo a las expresiones para optimizar IAE de la Tabla 5, el resultado es el que se muestra en la Figura 27.

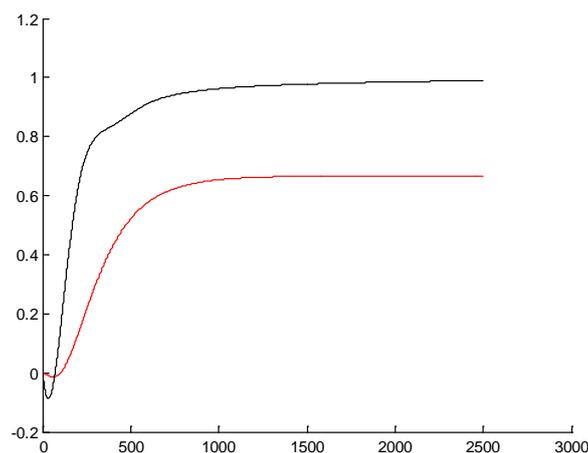


Figura 27 - Respuesta del sistema regulado con KS IAE

Si ahora se aplican las fórmulas para la obtención de los parámetros del regulador de acuerdo con las expresiones para optimizar ISE de la Tabla 5, el resultado es el que se muestra en la Figura 28.

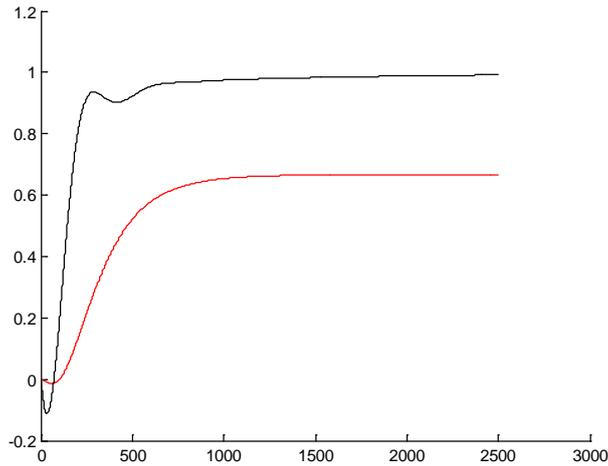


Figura 28 - Respuesta del sistema regulado con KS ISE

Se aplican ahora las fórmulas para optimizar ITAE de la Tabla 5, obteniendo el resultado que se muestra en la Figura 29.

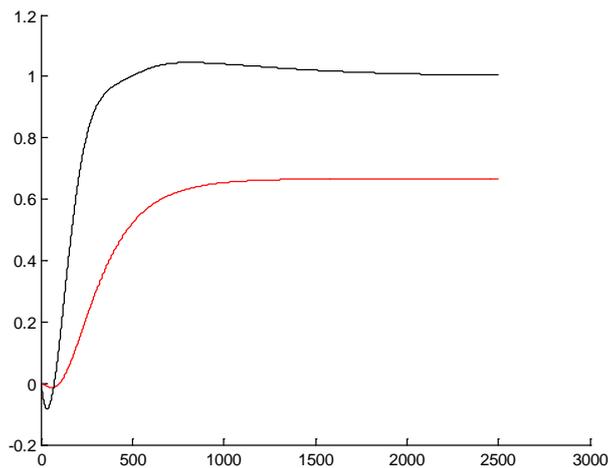


Figura 29 - Respuesta del sistema regulado con KS ITAE

4.4.2.2. Para mejorar el seguimiento de consigna

Las fórmulas enunciadas en este apartado son empleadas para sistemas en los que se pretende hacer un buen seguimiento de la consigna. El rango de aplicación para este caso, al igual que en el anterior es el de la Ecuación 32.

También es este caso el método de medición de parámetros empleado es el A o el B. También ahora las fórmulas van dirigidas a un criterio de diseño IAE, ISE y ITAE. Las fórmulas a las que han llegado son las mostradas en la Tabla 6.

Para el sistema cuya respuesta ante entrada escalón sin regular se mostraba en la Figura 25, al que se le introduce un controlador cuyos parámetros se calculan de acuerdo a las expresiones para optimizar IAE de la Tabla 6, el resultado es el que se muestra en la Figura 30.

	K_p	T_i	T_d
IAE	$\frac{0.65}{K} \left(\frac{T}{L}\right)^{1.04432}$	$\frac{T}{0.9895 + 0.09539 \left(\frac{L}{T}\right)}$	$0.50814T \left(\frac{L}{T}\right)^{1.08433}$
ISE	$\frac{0.71959}{K} \left(\frac{T}{L}\right)^{1.03092}$	$\frac{T}{1.12666 + 0.18145 \left(\frac{L}{T}\right)}$	$0.54568T \left(\frac{L}{T}\right)^{0.86411}$
ITAE	$\frac{1.12762}{K} \left(\frac{T}{L}\right)^{0.80368}$	$\frac{T}{0.99783 + 0.02860 \left(\frac{L}{T}\right)}$	$0.42844T \left(\frac{L}{T}\right)^{1.0081}$

Tabla 6 - Expresiones de Kaya-Sheib para seguimiento de consigna

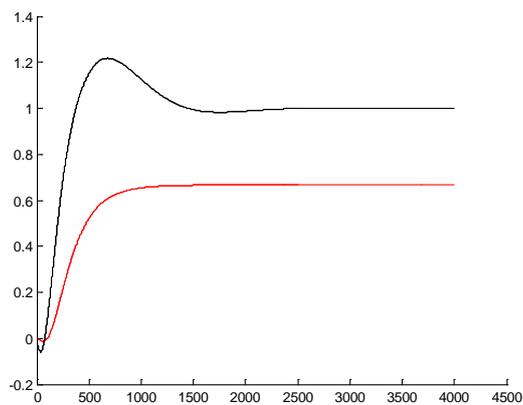


Figura 30 - Respuesta del sistema regulado con KS IAE

Si ahora se aplican las fórmulas para la obtención de los parámetros del regulador de acuerdo con las expresiones para optimizar ISE de la Tabla 6, el resultado es el que se muestra en la Figura 31.

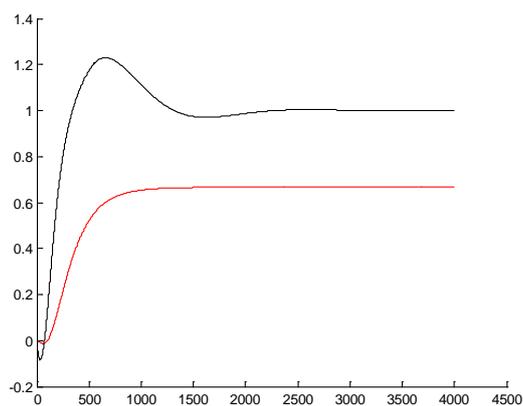


Figura 31 - Respuesta del sistema regulado con KS ISE

Se aplican ahora las fórmulas para optimizar ITAE de la Tabla 6, obteniendo el resultado que se muestra en la Figura 32.

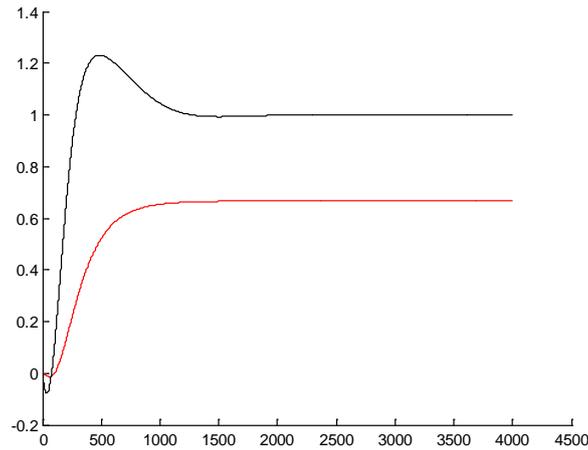


Figura 32 - Respuesta del sistema regulado con KS ITAE

4.4.3. Fórmulas de Chien, Hrones y Reswick

4.4.3.1. Para sistemas con cambios en la carga

Las fórmulas enunciadas en este apartado son empleadas para sistemas que poseen cambios en la carga. El rango de aplicación para este caso es el de la Ecuación 33.

$$0.11 < \frac{L}{T} < 1$$

Ecuación 33

El método de medición de parámetros empleado en este caso es la D. En este caso los autores que han desarrollado estas fórmulas lo han hecho para un criterio de diseño de un 0% y para un 20% de sobreoscilación. Las fórmulas a las que han llegado son las mostradas en la Tabla 7.

0% de sobreoscilación			20% de sobreoscilación		
Kp	Ti	Td	Kp	Ti	Td
$\frac{0.95}{a}$	$2.4L$	$0.42L$	$\frac{1.2}{a}$	$2L$	$0.42L$

Tabla 7 - Expresiones de CHR para cambios en la carga

Para un sistema con una respuesta sin regular como la mostrada en la Figura 25, al que se le introduce un regulador cuyos parámetros se calculan de acuerdo a la Tabla 7 para una sobreoscilación del 0%, el resultado es el que se muestra en la Figura 33.

Si ahora se aplican las fórmulas para la obtención de los parámetros del regulador correspondientes a una sobreoscilación de un 20%, el resultado para el mismo sistema es el de la Figura 34.

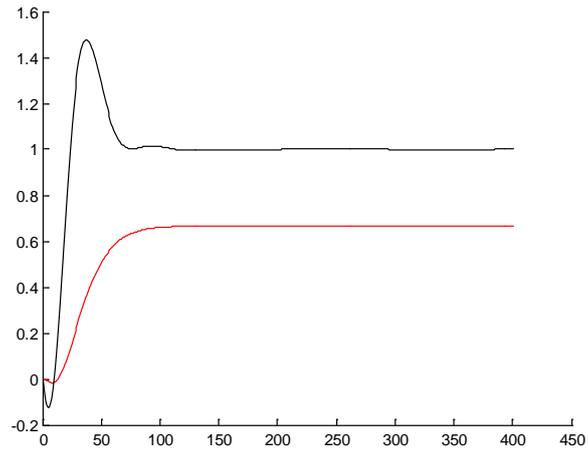


Figura 33 - Respuesta del sistema regulado con CHR 0%Mp

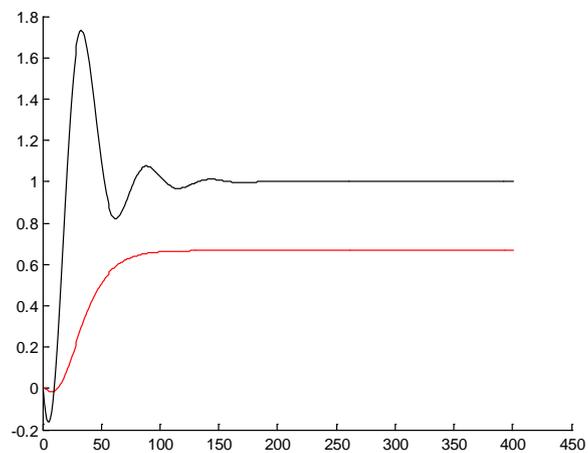


Figura 34 - Respuesta del sistema regulado con CHR 20%Mp

4.4.3.2. Para mejorar el seguimiento de consigna

Las fórmulas enunciadas en este apartado son empleadas para sistemas en los que se pretende hacer un buen seguimiento de la consigna. El rango de aplicación para este caso, al igual que en el anterior es el de la Ecuación 33.

Es necesario utilizar varios métodos de medición de parámetros (A, B o C y D) para utilizar en las expresiones o aplicar la equivalencia existente entre los parámetros medidos, debido a que estas incluyen parámetros de una y otra medición. También los autores han desarrollado estas fórmulas para un criterio de diseño de un 0% y para un 20% de sobreoscilación. Las fórmulas a las que han llegado son las mostradas en la Tabla 8.

0% de sobreoscilación			20% de sobreoscilación		
Kp	Ti	Td	Kp	Ti	Td
$\frac{0.6}{a}$	T	$0.5L$	$\frac{0.95}{a}$	$1.4T$	$0.47L$

Tabla 8 - Expresiones de CHR para seguimiento de consigna

Para el sistema que se viene empleando cuya respuesta sin regular es la de la Figura 25, al que se le introduce un regulador cuyos parámetros se calculan de acuerdo a la Tabla 8 para una sobreoscilación del 0%, el resultado es el que se muestra en la Figura 35.

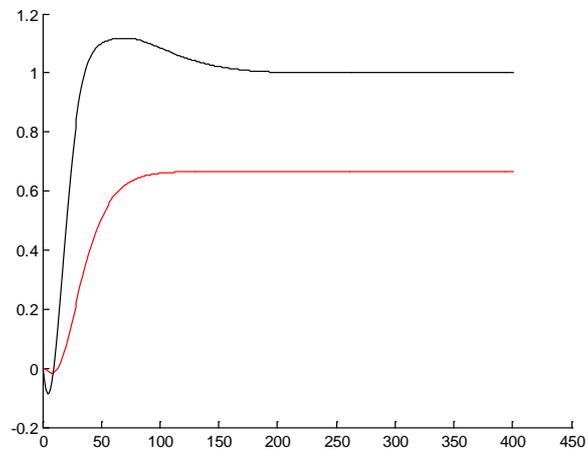


Figura 35 - Respuesta del sistema regulado con CHR 0%Mp

Si se utilizan las fórmulas para la obtención de los parámetros del regulador correspondientes a una sobreoscilación de un 20%, el resultado para el mismo sistema es el de la Figura 36.

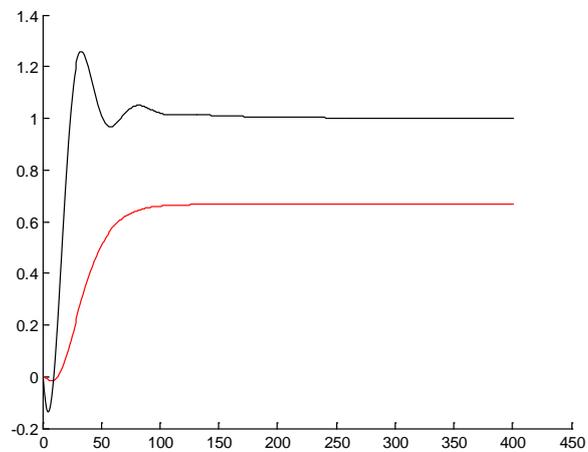


Figura 36 - Respuesta del sistema regulado con CHR 20%Mp

5. Sintonía en cadena cerrada

Se comentan en este punto aquellos métodos más conocidos para la obtención de las características del proceso que se han de medir, así como las reglas para la obtención de parámetros del regulador PID más usuales.

5.1. Medición de las características de respuesta del proceso

Para el caso de sintonía en cadena cerrada, se tiene también un primer paso en donde se realiza la medición de magnitudes de la respuesta de la planta en condiciones

determinadas, continuando en cada caso con la realización de las operaciones necesarias hasta conseguir las variables que se introducirán en las expresiones desarrolladas por los diferentes autores, para la obtención de los parámetros característicos del controlador PID que se desea ajustar siempre con la finalidad de optimizar una especificación concreta. Como se comprobará seguidamente, los métodos aquí expuestos se basan fundamentalmente en la respuesta en frecuencia del proceso.

5.1.1. Método de oscilación sostenida

Un método fundamental en la sintonía de reguladores PID, es un método en lazo cerrado propuesto por Ziegler y Nichols en el año 1942, cuyo nombre más conocido es el método de la oscilación sostenida. Es un algoritmo basado en la respuesta en frecuencia del proceso. Las características a determinar son:

- Ganancia proporcional crítica (K_G).- Es la ganancia de un controlador solo proporcional, que provoca que el sistema sea oscilatorio (críticamente estable).
- Período de oscilación sostenida (T_G).- Es el periodo de oscilación que se consigue con la ganancia crítica.

El procedimiento a seguir para la obtención de estos datos es el que se describe a continuación:

1. Se sitúa el sistema en cadena cerrada con un regulador que sea sólo proporcional (Figura 37).

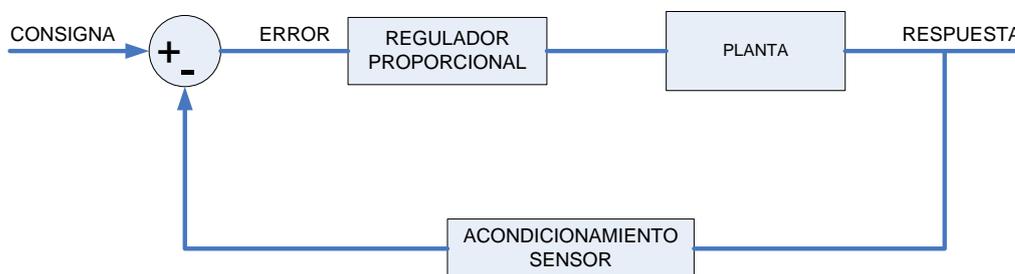


Figura 37 - Sistema regulado con un controlador proporcional

2. Fijar un valor cualquiera de la ganancia proporcional del regulador, y provocar cambios bruscos de la consigna, observando a continuación como es la respuesta del sistema.
3. Aumentar o disminuir la ganancia proporcional del regulador según sea necesario (si la respuesta del sistema se estabiliza en un valor aumentarla, y si la salida toma valores aleatorios sin periodicidad disminuirla), hasta conseguir que el sistema oscile con una amplitud y frecuencia constante como la de la Figura 38. En ese instante anotar el valor de la ganancia aplicada al regulador proporcional para alcanzar ese estado, ese valor corresponde a la ganancia crítica del sistema K_G y además medir el período de oscilación de la salida en esas condiciones, que es el período de oscilación sostenida del sistema T_G .

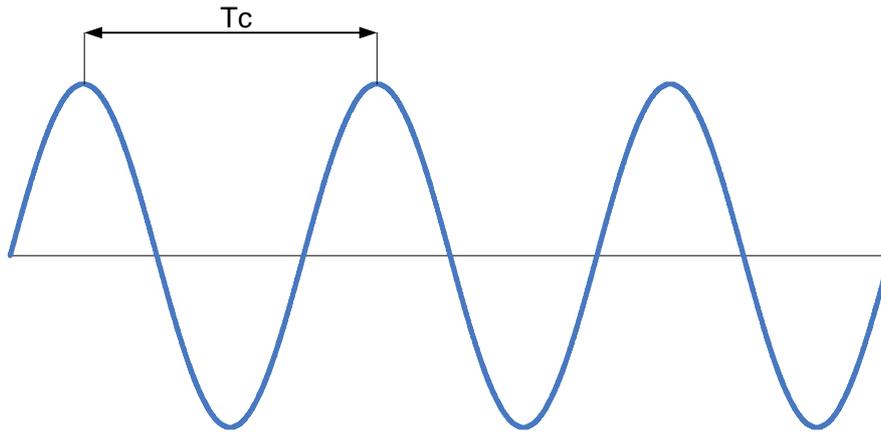


Figura 38 - Forma de la salida en el estado de oscilación sostenida

5.1.2. Método Relay-Feedback

El método anterior de obtención de los parámetros en cadena cerrada de un regulador es un método que a menudo no se puede emplear, ya que lo que se está haciendo en realidad mediante el aumento de la ganancia proporcional es llevar el sistema a una zona limítrofe de estabilidad (oscilación), y que es posible pasar a la zona inestable con relativa facilidad. En ocasiones sin llevar el sistema a la inestabilidad, y tan solo posicionándolo en una zona de oscilación sostenida, sería una zona prohibida, en la que no se podría operar por lo que pudiese ocurrir en la planta que se pretendiese controlar. Por tanto, la aplicación de esa técnica solo es válida en ciertos casos concretos en los que se pueda pasar a la oscilación o la inestabilidad sin mayores consecuencias.

Un camino alternativo para la localización empírica de la ganancia crítica (K_c) y del periodo de oscilación sostenida (T_c) del sistema, es el uso del método de Relé (Relay Feedback) desarrollado por Aström y Hägglud, que consiste en llevar al sistema al estado de oscilación con la incorporación de un relé como se ve en la Figura 39.

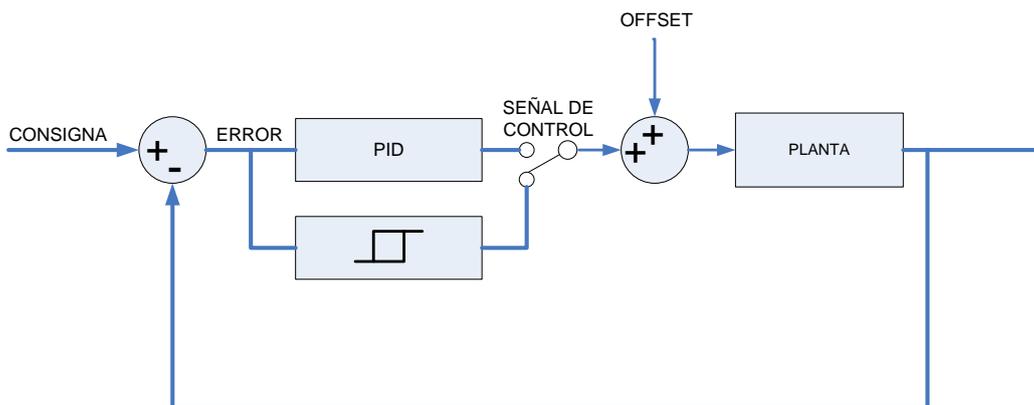


Figura 39 - Esquema para realización de Relay-Feedback

Esta oscilación conseguida del sistema tiene como período aproximadamente el mismo valor que el período de oscilación sostenida T_c . En el experimento es conveniente emplear

un relé con histéresis cuyas características son las mostradas en Figura 40, una amplitud d y un ancho de la ventana de histéresis h .

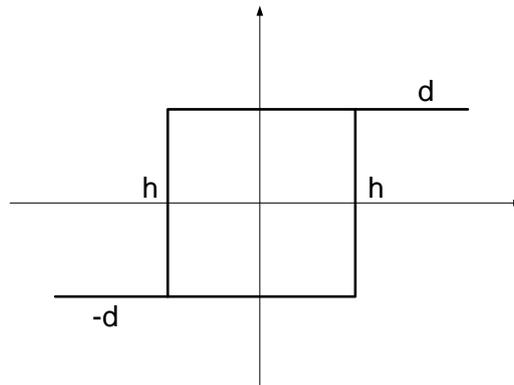


Figura 40 - Histéresis del relé empleado en el Relay-Feedback

Una vez realizado el montaje se procederá como sigue para obtener los parámetros mencionados:

1. Llevar al proceso a un modo de régimen permanente, con el sistema regulado con el controlador PID, con unos parámetros cualesquiera que permitan alcanzar el citado estado. Se tomará nota de los valores de la señal de control (salida del regulador) y de la salida del proceso en las mencionadas condiciones.
2. Seguidamente se cierra el control con el relé en lugar del regulador PID. Como consigna se da el valor leído en la salida del proceso en el paso anterior. Se introduce en la entrada indicada en la Figura 39 como Offset, el valor de la señal de control tomado en el apartado anterior necesario para situar el proceso en régimen permanente.
3. Se pone el proceso en funcionamiento con las indicaciones realizadas del apartado anterior, y se espera a que la salida se vuelva periódica (en la práctica se puede considerar que se ha alcanzado este estado cuando el valor máximo de la salida repite el mismo valor en por lo menos dos períodos seguidos).
4. Se anotarán los dos parámetros que se indican en la Figura 41, donde T_c es el período de oscilación sostenida.

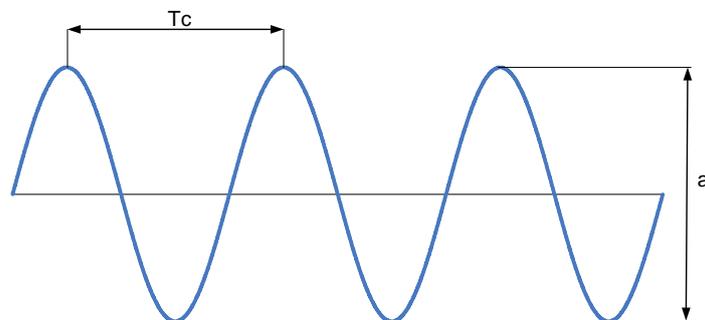


Figura 41 - Salida del sistema con Relay-Feedback

5. Se determina la ganancia crítica del proceso por medio de la Ecuación 34.

$$K_c = \frac{4d}{\pi\sqrt{a^2 - h^2}}$$

Ecuación 34

El Relay Feedback tiene la ventaja de que el ajuste se puede realizar sobre el punto de consigna y se puede llevar a cabo en cualquier momento. Sin embargo, tiene el inconveniente que, para realizar la sintonización, el proceso debe superar en varias ocasiones la consigna y puede haber casos en los que esto sea desaconsejable por los daños que pueden provocar en el proceso.

Si se tuviese una función de transferencia como la que se muestra a continuación:

$$G(S) = \frac{1}{S^3 + 3S^2 + 3S + 2}$$

Ecuación 35

Se realiza el montaje comentado previamente, en donde la entrada de consigna tiene un valor de uno, obtenido como se ha indicado previamente. Los valores de la histéresis son $d=1$ y $h=0.1$.

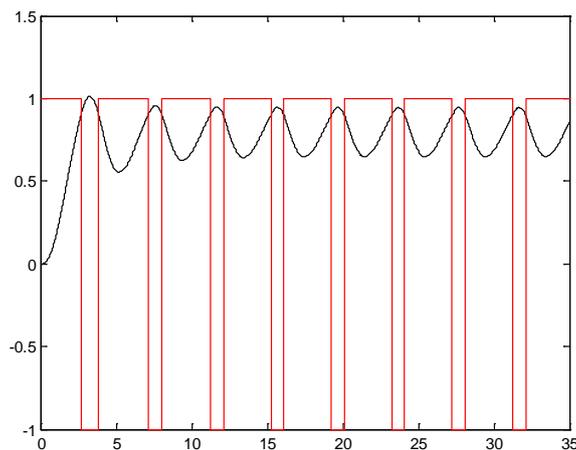


Figura 42 - Ejemplo de simulación del Relay-Feedback

Con estas condiciones se obtiene a la salida del relé y de la planta las gráficas de la Figura 42 de donde se puede extraer que $T_c=4$ y $a=0.297$ dando lugar a una $K_c=4.56$.

5.1.3. Medición de las características de la respuesta a partir de los diagramas de bode

Como se ha indicado previamente, el método de ajuste en cadena cerrada se aplica a todos aquellos sistemas cuyo lugar de las raíces se corte con el eje imaginario. Dicho de otra forma, se da cuando al aumentar una ganancia proporcional, que se ubica después de la realimentación del sistema, se puede llevar el sistema a un estado de oscilación y posterior inestabilidad.

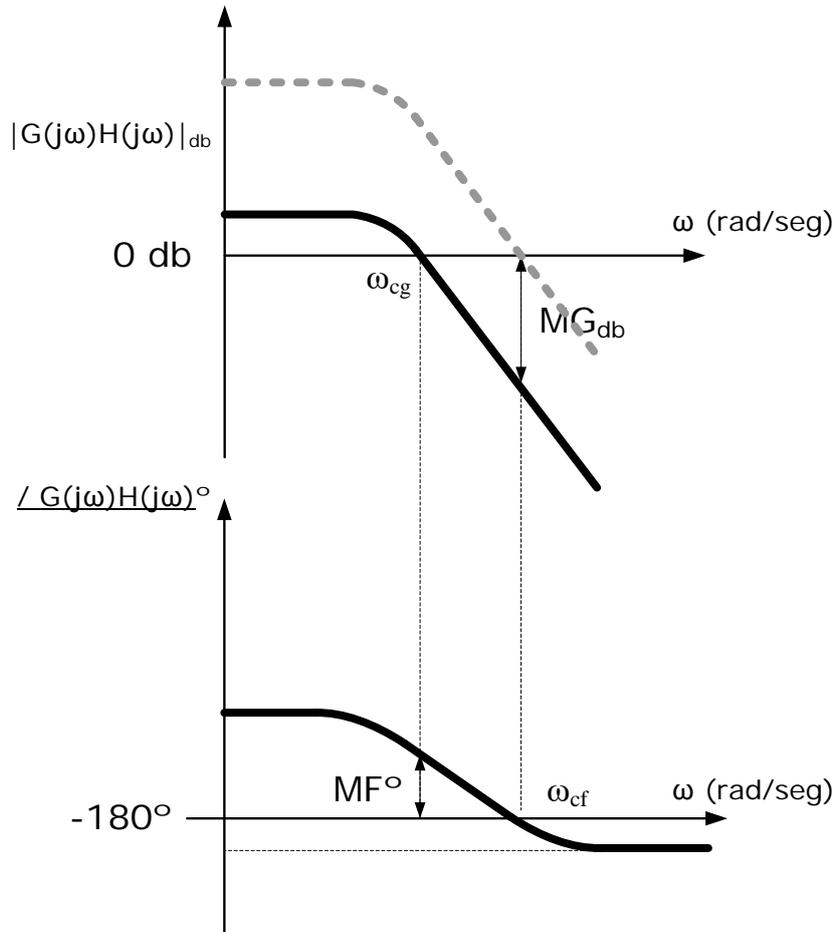


Figura 43 - Efecto en las curvas de Bode al aumentar la ganancia proporcional

Esto tiene una traducción inmediata en el ámbito frecuencial sobre las curvas de Bode (Figura 43), y consiste en el incremento de la ganancia comentada, provocando un ascenso de la curva de módulos hasta hacer coincidir la frecuencia de cruce de ganancia con la frecuencia de cruce de fase, estado en el que el sistema es oscilante (oscila a la frecuencia de cruce de ganancia o fase con periodo T_d). El valor de la ganancia que es necesario introducir para alcanzar este estado es el margen de ganancia expresado en unidades (ganancia crítica K_c).

Este método se aplica en sistemas a los que se le pueda practicar un análisis frecuencial, y sobre los resultados obtenidos se observan los parámetros para introducir en las expresiones de los términos que posee el controlador.

5.2. Obtención de parámetros mediante la aplicación de fórmulas

En este apartado se explican algunos de los métodos de estimación de parámetros de un regulador PID, a partir de las mediciones realizadas de las características de respuesta del apartado anterior. Se distinguen dos tipos de estimaciones, el primero de ellos directo en el que aplicando unas fórmulas se obtienen los parámetros, y el segundo en el que, además

de la introducción de las características medidas, se van a indicar otras deseadas, como puede ser el margen de fase.

También se verá que para la obtención de los parámetros del controlador en cadena cerrada se establecerán criterios de ajuste como los comentados para cadena abierta, en los que se intenta mejorar alguna de las especificaciones, en consecuencia, las expresiones aportadas por los diferentes autores van siempre dirigidas a optimizar una especificación determinada.

5.2.1. Fórmulas directas

En esta primera parte se comentan fórmulas empleadas en la obtención de parámetros del regulador PID de aplicación directa sobre las características de la respuesta obtenidas. Tienen su origen en las fórmulas propuestas por Ziegler y Nichols en 1942. El resto de expresiones existentes hasta el momento se emplean del mismo modo que estas. En los siguientes subapartados se comentan diferentes fórmulas aportadas.

5.2.1.1. Fórmulas de Ziegler Nichols en cadena cerrada

En este apartado se muestran las formulas propuestas por Ziegler y Nichols en la Tabla 9, y son función de la Ganancia proporcional crítica (K_c) y del período de oscilación sostenida (T_c) del sistema en cuestión:

K	= 0.6 x K_c
T_i	= 0.5 x T_c
T_d	= 0.125 x T_c

Tabla 9 - Expresiones de ZN en cadena cerrada

Este método es lógicamente aplicable cuando el lugar de las raíces del sistema de partida corta al eje imaginario en algún lugar. El rango de aplicación es empírico, con unos valores que se indican en la Ecuación 36, propuestos por Åstrom en el libro Adaptive Control, en donde k es la ganancia del proceso y K_c la ganancia crítica.

$$2 < k \cdot K_c < 20$$

Ecuación 36

Seguidamente se muestran una serie de sistemas de diferente tipo que cumplen esta condición.

A. SISTEMA 1

El primer sistema posee la siguiente función de transferencia:

$$G(S) = \frac{1}{S^3 + 3S^2 + 3S + 2}$$

Ecuación 37

Aplicando el método y obteniendo el punto de corte del lugar de las raíces con el eje imaginario, el resultado es el de la Figura 44:

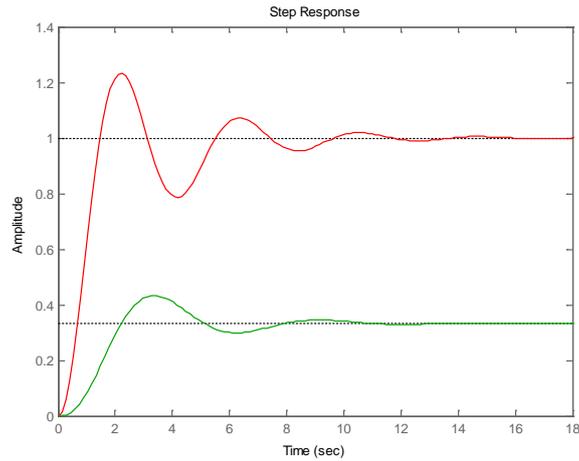


Figura 44 - Regulación del sistema 1 con ZN

La respuesta en este caso mejora bastante, ya que las especificaciones de tiempo de pico, tiempo de respuesta, tiempo de establecimiento se ven mejoradas, eliminando además el error de posición que el sistema posee en régimen permanente.

B. SISTEMA 2

Para el segundo sistema se ha seleccionado la siguiente función de transferencia:

$$G(S) = \frac{1}{0.5S^3 + 6S^2 + 8S}$$

Ecuación 38

El resultado que se obtiene para este caso es el de la Figura 45:

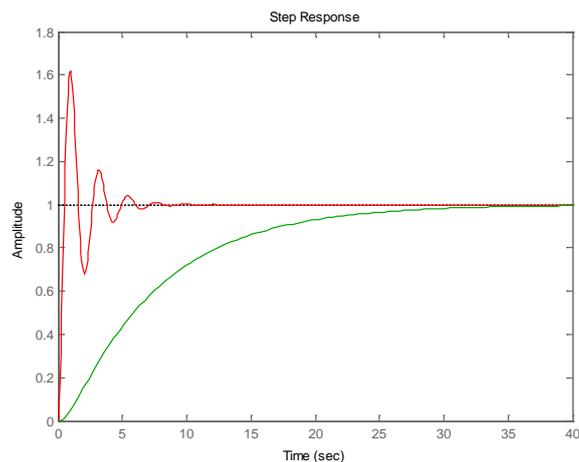


Figura 45 - Regulación del sistema 2 con ZN

Con la salvedad del error de posición en régimen permanente que poseía el caso anterior, las especificaciones que mejoran son las mismas. En este caso, el sistema regulado muestra una sobreoscilación considerable.

5.2.1.2. Fórmulas modificadas de Ziegler Nichols

Las fórmulas obtenidas por Ziegler y Nichols son un buen punto de partida en muchos casos, pero da lugar a unos parámetros del controlador mejorables en ciertos aspectos. Debido a ello algunos autores han propuesto expresiones para mejorar determinadas especificaciones que son los dos casos que se comentan a continuación. Poseen el mismo rango de aplicación que Ziegler-Nichols normal indicado en la expresión 18.

- A. Poca sobreoscilación (SOME OVERSHOOT). - Esta primera modificación que se va a comentar, al igual que la siguiente lo que procura es reducir la sobreoscilación que se obtiene con el criterio de Ziegler-Nichols. Las expresiones para la obtención de los parámetros son las de la Tabla 10.

K	= 0.33 x Kc
Ti	= Tc / 2
Td	= Tc / 3

Tabla 10 - Expresiones de ZN en cadena cerrada para poca Mp

Para ver la diferencia existente entre la aplicación de estas expresiones y las de Ziegler-Nichols se comparan los resultados obtenidos con los de las relaciones originales correspondiente al Sistema 2 del apartado anterior cuya función de transferencia a controlar es la siguiente:

$$G(S) = \frac{1}{0.5S^3 + 6S^2 + 8S}$$

Ecuación 39

La salida del sistema controlado contrastada con la del sistema sin regular es la que se muestra en la Figura 46.

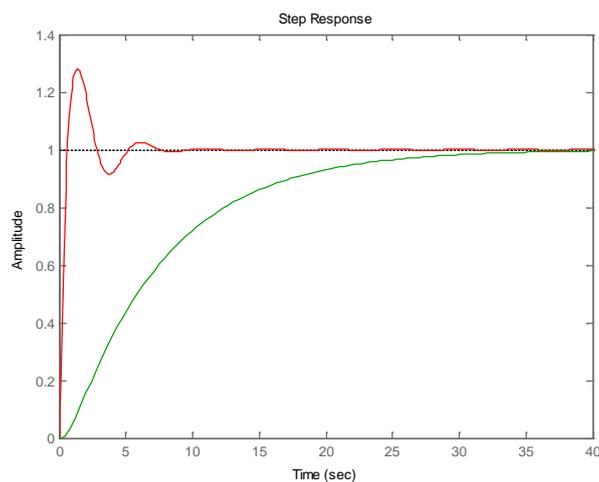


Figura 46 - Simulación del sistema 2 para ZN con poca Mp

Como se puede observar la sobreoscilación ha disminuido apreciablemente con relación a la obtenida con las expresiones de Ziegler-Nichols.

- B. Sin sobreoscilación (NO OVERSHOOT). -Esta segunda modificación mejora la sobreoscilación que se obtiene con el criterio de Ziegler-Nichols más aún que para el primer caso comentado. Las expresiones para la obtención de los parámetros son las de la Tabla 11.

K	$= 0.2 \times K_c$
Ti	$= T_c$
Td	$= T_c / 3$

Tabla 11 - Expresiones de ZN en cadena cerrada sin Mp

- C. Se utiliza el mismo ejemplo que para el caso anterior para comparar los resultados obtenidos con las diferentes expresiones. El resultado que se obtiene es el de la Figura 47.

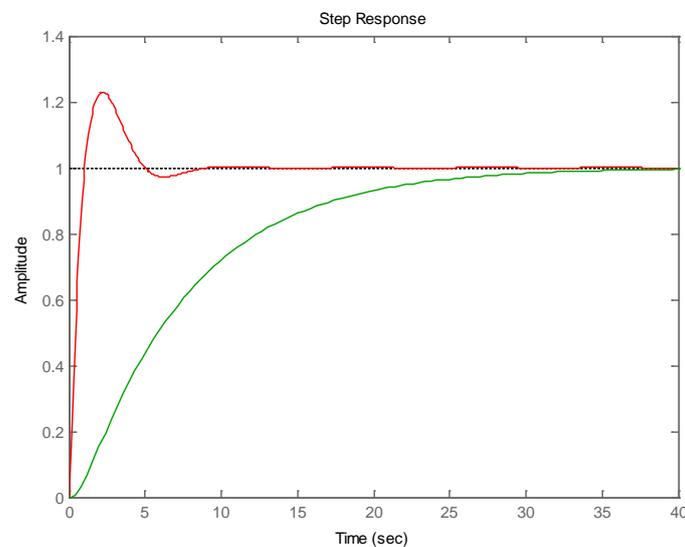


Figura 47 - Simulación del sistema 2 para ZN con poca Mp

La sobreoscilación en este caso ha disminuido más aún que para el caso anterior, a pesar de que no la ha eliminado por completo como indica el nombre dado a las expresiones.

5.2.1.3. Fórmulas modificadas de Tyreus-Luyben

En este apartado los parámetros se calculan también a partir de la ganancia proporcional crítica (K_c) y el periodo de oscilación sostenida (T_c) con un rango de aplicación como el de Ziegler Nichols mostrado en la Ecuación 36. Las expresiones que se tienen son las mostradas en la Tabla 12.

K	$= 0.45 \times K_c$
Ti	$= 2.2 \times T_c$
Td	$= T_c / 6.3$

Tabla 12 - Expresiones de Tyreus-Luyben

El resultado obtenido para el sistema 2 regulado con este criterio es el mostrado en la Figura 48.

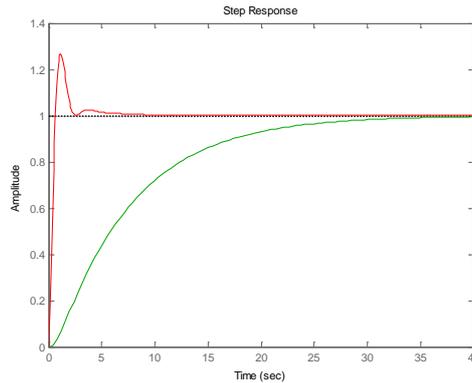


Figura 48 - Simulación del sistema 2 para TL

En este caso la sobreoscilación con relación al criterio de Ziegler-Nichols disminuye sustancialmente, y también el tiempo de establecimiento ha mejorado notablemente.

5.2.2. Ajustes indicando especificaciones frecuenciales

Las fórmulas vistas en los apartados anteriores se pueden interpretar en el dominio de la frecuencia. Sin embargo, existen unas fórmulas pioneras propuestas por Aström y Hägglund en el año 1998 en las que se contempla el ajuste de reguladores PID. En ellas se parte de la misma información que se viene utilizando en los apartados anteriores (ganancia proporcional crítica (K_c) y el periodo de oscilación sostenida (T_d)), y además se indica otra especificación deseable en el contexto del análisis frecuencial de sistemas. Atendiendo a esto, se tienen los dos siguientes subapartados.

En ocasiones se obtienen los parámetros del regulador para una determinada frecuencia de control del sistema, que sería un parámetro más a introducir, y que daría por tanto más precisión en la regulación

5.2.2.1. Ajustes por margen de fase (ϕ_m)

Los autores en este caso parten de la información mencionada (K_c y T_d), y además introducen el margen de fase (ϕ_m) deseado para el sistema controlado. En este caso se tienen las expresiones de la Tabla 13. El valor de α se escoge teniendo en cuenta que el valor de T_i se encuentra entre 2 y 8 veces el de T_d .

K	$= K_c \cos \phi_m$
Ti	$= \frac{T_c}{4\pi\alpha} \left(\tan \phi_m + \sqrt{4\alpha + \tan^2 \phi_m} \right)$
Td	$= \alpha \cdot T_i$

Tabla 13 - Expresiones fijando Margen de Fase

Si se tiene una función de transferencia como la que se muestra seguidamente:

$$G(S) = \frac{1}{5S + 0.5} \cdot e^{-1.6S}$$

Ecuación 40

y se obtienen los parámetros para un margen de fase de 23° , el resultado contrastado con el sistema sin regular es el de la Figura 49

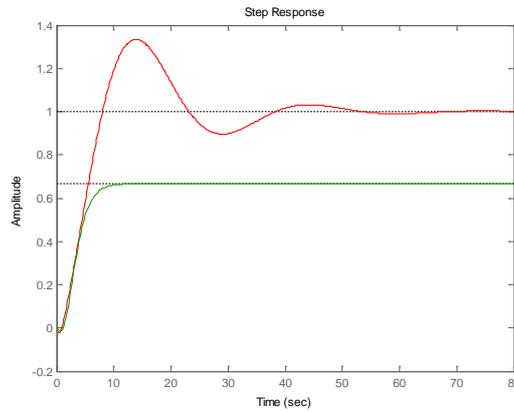


Figura 49 - Simulación del sistema fijando margen de fase

5.2.2.2. Ajustes por margen de ganancia

Al igual que para el caso anterior se parte de K_c y T_c , y en este caso además se introduce el margen de ganancia (A_m) deseado para el sistema controlado. Se tienen las expresiones de la Tabla 14. El valor de α se escoge teniendo en cuenta que el valor de T_i se encuentra entre 2 y 8 veces el de T_d .

K	$= \frac{K_c}{A_m}$
T_i	$= \frac{T_c}{2\pi\sqrt{\alpha}}$
T_d	$= \alpha \cdot T_i$

Tabla 14 - Expresiones fijando Margen de Ganancia

Calculando los parámetros para un margen de ganancia de 3.2, el resultado contrastado con el sistema sin regular es el de la Figura 50.

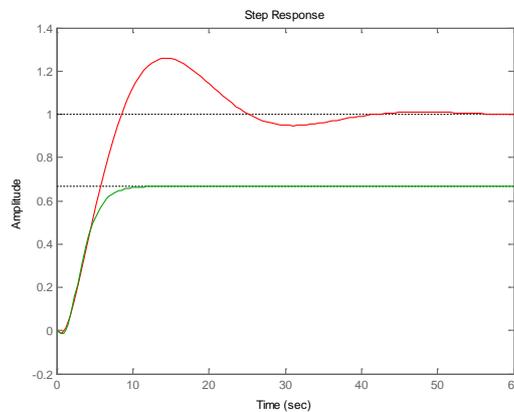


Figura 50 - Simulación del sistema fijando margen de ganancia

6. Conclusiones

Son múltiples las expresiones que existen además de las mostradas en este documento, a la hora de obtener los parámetros de un regulador. Todas ellas dan lugar a resultados satisfactorios en el rango de aplicación que poseen. Se han mostrado en este documento las más conocidas, procurando resaltar que no tienen por qué ser las mejores en el caso que se pretenda regular, si no que cualquier otra, aunque su difusión haya sido menor, puede dar lugar a mejores resultados que los aquí comentados. Incluso puede ser factible el obtener expresiones propias como es el caso de los fabricantes de controladores.

Es importante indicar que en una planta real los parámetros que se obtienen mediante las fórmulas suelen ser un punto de partida, pero que se ha de recurrir a un ajuste fino manual, en el que es indispensable saber cómo influyen cada uno de los parámetros del regulador en la respuesta del sistema.

El gran interés que reportan los procedimientos de ajuste empírico de reguladores, es que no es necesario disponer de una descripción detallada de la planta, tan solo observar la respuesta de la planta en unas determinadas condiciones.

Diseño de reguladores por el método del lugar de las raíces

En este capítulo se pretende abordar la metodología empleada en el diseño de reguladores PID mediante el empleo del lugar de las raíces, técnica muy utilizada sobre todo en el ámbito académico por tener una resolución relativamente sencilla en sistemas no complejos, y que permite obtener unas especificaciones determinadas.

1. Introducción

Entre 1948 y 1950 Walter Evans obtuvo el método de diseño basado en el lugar de las raíces con el cual es posible diseñar sistemas con unos requerimientos específicos. En palabras del propio autor "el lugar de las raíces determina todas las raíces de la ecuación diferencial de un sistema de control por medio de una representación gráfica, la cual permite una síntesis rápida de la respuesta transitoria o frecuencial deseada". El método de Evans cuenta con la limitación de no poder abordar el análisis de sistemas con retraso puro y la difícil estimación de la respuesta temporal de sistemas con distribuciones dispersas de polos y ceros. A su favor, aporta un método gráfico de estimar la influencia de variaciones en los parámetros del sistema, o del regulador sobre la estabilidad y el comportamiento dinámico de los sistemas.

El diseño se basa en suponer que la función de transferencia del sistema realimentado se puede reducir, a una que tan solo incluya sus polos dominantes. Si se supone que esto es posible, se imponen las especificaciones dinámicas de diseño de dichos polos dominantes, lo que da lugar a una región del plano complejo en donde es posible ubicar dichos polos. Las especificaciones dinámicas se comentan en apartados posteriores.

Se comienza en primer lugar por hacer un breve repaso, acerca de cómo se construye el lugar de las raíces de un sistema determinado, continuando con la citación de las especificaciones dinámicas de diseño, finalizando con un método práctico de diseño del regulador PID mediante un ejemplo.

2. Análisis dinámico de sistemas realimentados

Al trabajar con sistemas con realimentación como el de la Figura 51, para comprobar su comportamiento dinámico se ha de obtener su función de transferencia total, y hallar las raíces del polinomio resultante.

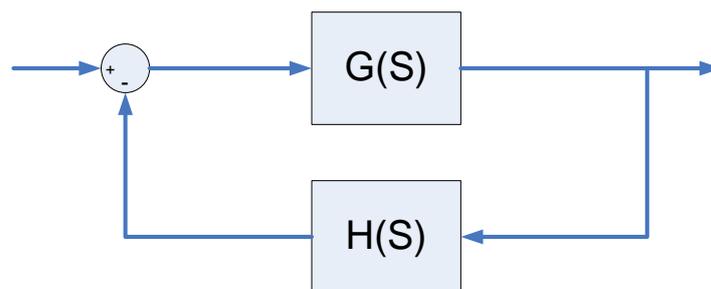


Figura 51 - Sistema con realimentación

La función de transferencia total es la que se muestra en la Ecuación 41:

$$M(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Ecuación 41

La dinámica del sistema se obtiene igualando a cero el denominador de la Ecuación 41 como se muestra en la Ecuación 42,

$$1 + G(s)H(s) = 0$$

Ecuación 42

y en función de la ubicación de las raíces de dicho polinomio se precisa el comportamiento del sistema.

Se dispone en la cadena directa un bloque que permita introducir una ganancia variable K en serie con el bloque G(s) tal y como se muestra en la Figura 52:

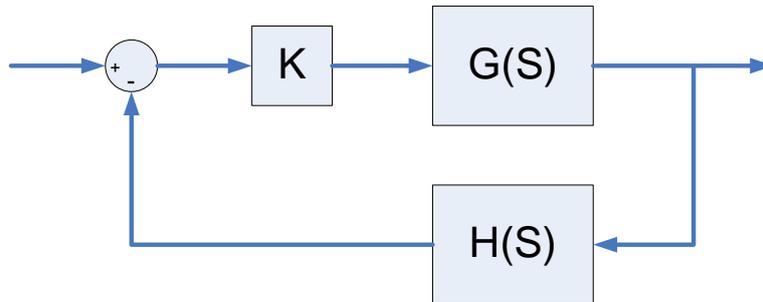


Figura 52 - Sistema con bloque de ganancia después de la realimentación

La función de transferencia del sistema en este caso es la que se muestra en la Ecuación 43.

$$M(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)}$$

Ecuación 43

Variando K entre cero e infinito se observa la evolución de las raíces del polinomio característico (Ecuación 44).

$$1 + KG(s)H(s) = 0$$

Ecuación 44

Se comenta un ejemplo para aclararlo; para ello se dispone de un sistema cuyo diagrama de bloques es el mostrado en la Figura 53.

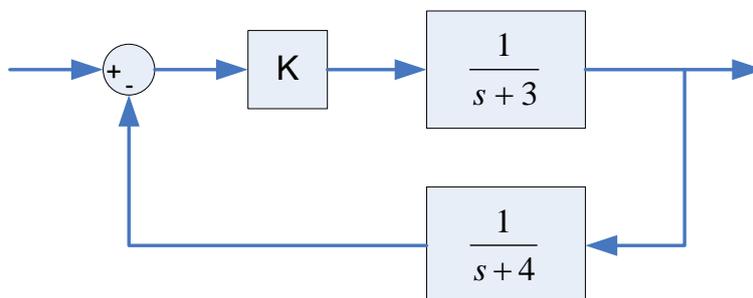


Figura 53 - Sistema ejemplo

Si se obtiene la función de transferencia resultante del sistema (Ecuación 45),

$$M(s) = \frac{K \frac{1}{(s+3)}}{1 + K \frac{1}{(s+3)} \frac{1}{(s+4)}} = \frac{K(s+4)}{(s+3)(s+4) + K} = \frac{K(s+4)}{s^2 + 7s + (K+12)}$$

Ecuación 45

se observa que la misma está en función de K, y las raíces lógicamente lo estarán también (Ecuación 46).

$$\frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4(K+12)}}{2} = -3.5 \pm \sqrt{0.25 - K}$$

Ecuación 46

Si se le dan valores ahora a K se puede observar la progresión de las raíces, teniendo:

K=0	s = -3 s = -4
K=0.25	s = -3.5 doble
0 < K < 0.25	Raíces reales
K > 0.25	Raíces complejas conjugadas

Tabla 15 - Valores de las raíces para diferentes valores de K

Si se representasen las raíces para infinitos valores de K entre cero e infinito, en este ejemplo se tendría una gráfica como la de la Figura 54:

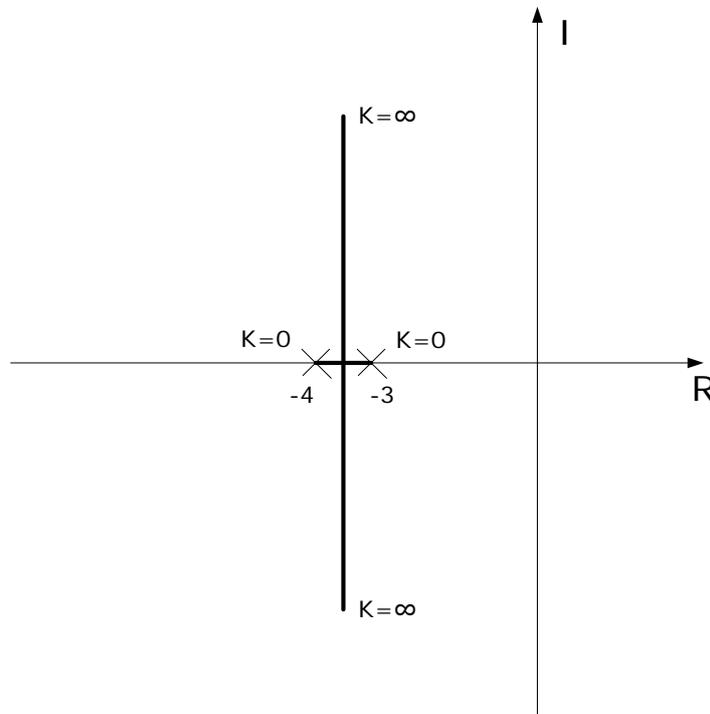


Figura 54 - Lugar de las raíces del sistema ejemplo

Esta figura sería en definitiva el lugar de las raíces para el sistema mostrado en la Figura 53. Con él, es muy sencillo situarse en qué zona el sistema va a tener una determinada respuesta dinámica, en función del valor de la ganancia K que se le haya programado.

3. Ecuaciones del lugar de las raíces

Las dos ecuaciones básicas del lugar de las raíces subyacen del desarrollo que se va a realizar a continuación, en donde se supone un sistema como el mostrado previamente en la Figura 51. Como se indicó, la función de transferencia del sistema realimentado es la de la Ecuación 41. Si se toman las relaciones indicadas en la Ecuación 47

$$G(s) = \frac{n_g(s)}{d_g(s)} \quad \text{y} \quad H(s) = \frac{n_h(s)}{d_h(s)}$$

Ecuación 47

se tiene que el producto G(s)H(s) queda de la siguiente forma (Ecuación 48)

$$G(s)H(s) = \frac{n_g(s)}{d_g(s)} \frac{n_h(s)}{d_h(s)} = \frac{\prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)}$$

Ecuación 48

y en consecuencia la función de transferencia del sistema se puede representar como se indica en la Ecuación 49.

$$M(s) = \frac{\frac{n_g(s)}{d_g(s)}}{1 + \frac{n_g(s)}{d_g(s)} \frac{n_h(s)}{d_h(s)}} = \frac{n_g(s)d_h(s)}{d_g(s)d_h(s) + n_g(s)n_h(s)}$$

Ecuación 49

Como se puede observar en esta expresión el sistema posee como ceros, los ceros de G(s) y los polos de H(s) y, como polos las raíces del polinomio característico, que si se introduce la K al sistema, el polinomio característico queda del siguiente modo (Ecuación 50).

$$p(s) = \prod_{i=1}^n (s - p_i) + K \prod_{i=1}^m (s - z_i)$$

Ecuación 50

Las raíces de dicho polinomio verifican que p(s)=0, y por tanto cualquier punto del lugar de las raíces verificará lo siguiente (Ecuación 51).

$$-K = \frac{\prod_{i=1}^n (s - p_i)}{\prod_{i=1}^m (s - z_i)}$$

Ecuación 51

3.1. Criterio de módulos

Si se toma en módulos la Ecuación 51, se podría escribir de la siguiente forma (Ecuación 52).

$$|K| = \frac{\prod_{i=1}^n |s - p_i|}{\prod_{i=1}^m |s - z_i|}$$

Ecuación 52

Tanto $|s - p_i|$ como $|s - z_i|$ son distancias del punto s al polo p_i o al cero z_i y por tanto se tiene que la ecuación anterior se puede escribir como se muestra en la Ecuación 53.

$$|K| = \frac{\prod_{i=1}^n dp_i}{\prod_{i=1}^m dz_i}$$

Ecuación 53

donde dp_i son las distancias a todos los polos y, dz_i son las distancias a todos los ceros.

3.2. Criterio de argumentos

Si ahora se toman los argumentos de la Ecuación 51 se tiene la relación mostrada seguidamente:

$$\angle -K = \sum_{i=1}^n \angle \frac{s - p_i}{|s - p_i|} - \sum_{i=1}^m \angle \frac{s - z_i}{|s - z_i|}$$

Ecuación 54

$\angle \frac{s - p_i}{|s - p_i|}$ y $\angle \frac{s - z_i}{|s - z_i|}$ son ángulos que forman el punto s con el polo p_i y el cero z_i respectivamente, y por tanto se llega a la siguiente expresión

$$\angle -K = \sum_{i=1}^n \theta_{p_i} - \sum_{i=1}^m \theta_{z_i}$$

Ecuación 55

donde $\sum \theta_{p_i}$ es la suma de ángulos con todos los polos y, $\sum \theta_{z_i}$ es la suma de ángulos con todos los ceros. Se tiene la siguiente expresión:

$$\sum_{i=1}^n \theta_{p_i} - \sum_{i=1}^m \theta_{z_i} = (2q + 1)\pi \rightarrow \forall q \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

Ecuación 56

$q = 0$ corresponde con el ángulo más pequeño. Aunque q supone un número infinito de valores, a medida que aumenta, el ángulo se repite a sí mismo, y la cantidad de ángulos diferentes es $n - m$ (número de polos – número de ceros).

4. Trazado del lugar de las raíces

Hasta ahora se ha visto que se puede realizar la representación del lugar de las raíces dándole valores a K , pero esto es algo que no es nada práctico ni fácil, además la dificultad se hace mayor a medida que aumenta el orden del sistema. Como se verá seguidamente, existen una serie de reglas que permiten obtener el lugar de las raíces de una forma sencilla.

1. Representar en el plano complejo la ubicación de los polos y los ceros en cadena abierta.
2. Deducción del número de ramas. - El número de ramas existente es el máximo seleccionado entre el número de polos y de ceros en cadena abierta.
3. Puntos de comienzo y de finalización de las ramas. - Las ramas comienzan en los polos (dónde $K=0$) y termina en los ceros (donde $K=\infty$). En caso de que no existan ceros suficientes para finalizar los polos, las ramas se llevan al infinito.
4. Partes del eje real perteneciente al lugar de las raíces. - Son aquellas que dejan a su derecha un número de polos y ceros impar.
5. Simetría del lugar de las raíces. - El lugar de las raíces es simétrico respecto al eje real.
6. Asíntotas. - Las ramas que finalizan en el infinito son asíntóticas con rectas que forman un ángulo con el eje real dado por la Ecuación 57. El número de asíntotas que existen es igual a $|n^\circ \text{ de polos} - n^\circ \text{ de ceros}|$ de $G(s)H(s)$.

$$\theta_a = \frac{(2q+1)\pi}{n-m} \rightarrow \forall q \in \{0,1,2,\dots\}$$

Ecuación 57

siendo n el grado del denominador y m el del numerador.

7. Ubicación del centroide. - El centroide se trata del punto de intersección de las asíntotas, que se produce en un punto del eje real dado por la Ecuación 58

$$\sigma_a = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{|n-m|}$$

Ecuación 58

que es la suma de polos menos la suma de ceros entre la diferencia del orden del denominador menos el del numerador.

8. Ángulos de salida y de llegada de las ramas. - El ángulo con el que una rama sale de un polo es el de la Ecuación 59 y el de llegada a un cero es el de la Ecuación 50.

$$(\theta_1 + \theta_2 + \dots) - (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \varphi_p) = (2q+1)\pi \rightarrow \forall q \in \{0,1,2,\dots\}$$

Ecuación 59

$$(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \varphi_z) - (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \dots) = (2q + 1)\pi \rightarrow \forall q \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

Ecuación 60

donde θ son ángulos de los ceros y α de los polos.

9. Puntos de dispersión y de confluencia. - Los puntos de dispersión son aquellos en los que el parámetro K tiene el valor máximo real, antes de que las raíces comiencen a ser complejas conjugadas. Los puntos de confluencia son aquellos, en los que el parámetro K tiene el valor mínimo real antes de que las raíces del lugar dejan de ser complejas conjugadas (pasan a ser reales). Esto se da cuando se cumple la Ecuación 61.

$$\frac{dK}{ds} = 0$$

Ecuación 61

Lo que da lugar a que se cumpla la siguiente expresión

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{s + p_i} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{s + z_i}$$

Ecuación 62

10. Intersección con el eje imaginario. - Son los valores de K para los cuales el sistema realimentado se encuentra en el límite de estabilidad (es oscilante). Dichos puntos se obtienen aplicando el criterio de Routh, gracias al cual se ven los límites de estabilidad, así como se pueden extraer los puntos de corte con el eje imaginario si existen. El valor de K que haga una fila de ceros aplicando Routh es el valor en el que el sistema es oscilante, y construyendo el polinomio de la fila anterior para el valor de K, da lugar a el corte del lugar de las raíces con el eje imaginario.

5. Diseño de reguladores basado en el lugar de las raíces

El lugar de las raíces se emplea para el diseño de reguladores con unas especificaciones determinadas, estableciéndose para ello que el sistema que se pretende regular se puede reducir a uno que tan solo disponga de los polos dominantes. Admitiendo esto se establecen unas especificaciones para ellos, y se deduce una zona en donde se pueden ubicar los polos dominantes, para lo cual será necesario la inserción de nuevos elementos al lugar de las raíces. Las especificaciones dinámicas que se imponen son las que se comentan en los sucesivos subapartados, además de una de ellas en régimen permanente.

Es importante recordar en primer lugar, como dependen las especificaciones de la posición de los polos dominantes, para ello se muestra la Figura 55 a la que se hará referencia en lo sucesivo.

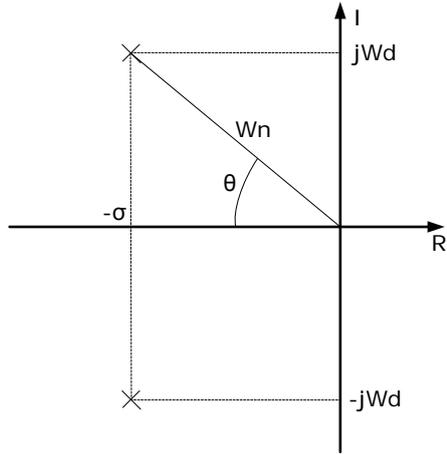


Figura 55 - Parámetros de especificaciones en función de la posición de los polos

5.1. Diseño de reguladores basado en el lugar de las raíces

Una de las especificaciones que se impone como una restricción a la hora de diseñar reguladores, para que el comportamiento de un sistema cumpla con unas determinadas características de respuesta, es su valor máximo de sobreoscilación permitido. De las expresiones existentes para hallar el valor de esta medida, se hace hincapié en la mostrada en la Ecuación 63.

$$M_p = e^{\frac{\pi}{\tan \theta}} \cdot 100$$

Ecuación 63

A medida que aumenta θ lo hace también la sobreoscilación, y por tanto va a ser necesario no sobrepasar un valor máximo de este ángulo. Para aclarar esto se muestra la Figura 56.

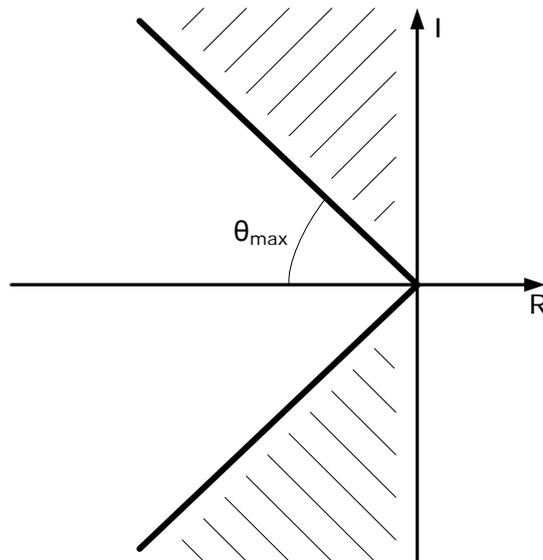


Figura 56 - Zona permitida para una Mp máxima

En ella se aprecia una zona rayada en la cual es necesario no ubicar los polos dominantes puesto que si no se sobrepasaría la sobreoscilación máxima permitida. Y si se deseara ese valor concreto sería necesario ubicar los polos sobre las rectas que delimitan las zonas.

5.2. Diseño de reguladores basado en el lugar de las raíces

La siguiente especificación que se impone como condición en el diseño del regulador es la de no sobrepasar un tiempo de establecimiento máximo. Para este caso se tiene en cuenta la Ecuación 64 del tiempo de establecimiento, que es la más simple.

$$t_s = \frac{\pi}{\sigma}$$

Ecuación 64

Como se observa en la expresión el tiempo de establecimiento es inversamente proporcional a la distancia entre la parte real de las raíces y el eje imaginario, por tanto, cuanto menor sea la distancia a él, mayor será el tiempo de establecimiento. Para aclarar la ubicación de los polos dominantes ante un valor máximo de tiempo de establecimiento se muestra la Figura 57.

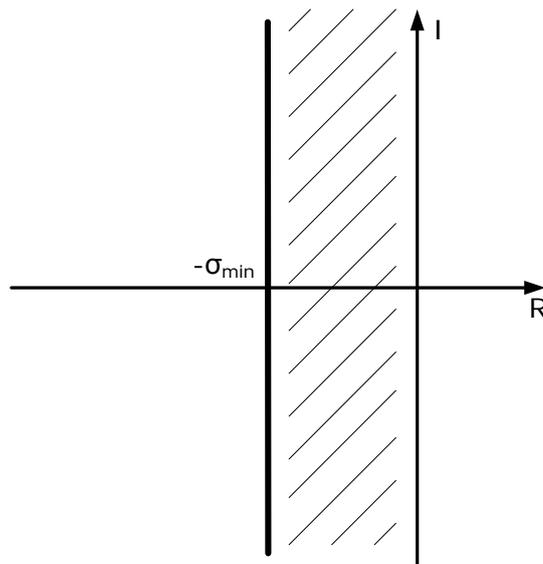


Figura 57 - Zona permitida para un T_s máximo

Para el tiempo de establecimiento dado, será necesario calcular la σ mínima aplicando la fórmula y, de esta manera, para cumplir la restricción es necesario no situar los polos dominantes en la zona rayada, consiguiendo que el tiempo de establecimiento sea menor del indicado. Si se impusiese un valor concreto para este tiempo lo que sería necesario hacer es ubicar los polos dominantes en la línea gruesa que delimita las zonas representada en la Figura 57.

5.3. Tiempo de pico máximo

Otra de las especificaciones que se suele imponer en el diseño de controladores es la de no sobrepasar un tiempo de pico máximo, cuyo valor se halla mediante la Ecuación 65 en

donde sus parámetros dependen de la posición de los polos dominantes al igual que en los casos anteriores.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

Ecuación 65

Como se puede ver en esta fórmula, el tiempo de pico es inversamente proporcional a ω_d (frecuencia amortiguada) que es la parte imaginaria de las coordenadas de los polos dominantes, y por tanto, si aumenta ω_d disminuirá el tiempo de pico. También en este caso se aclara de forma gráfica (Figura 58) en donde se han de situar los polos dominantes para no sobrepasar un tiempo de pico máximo.

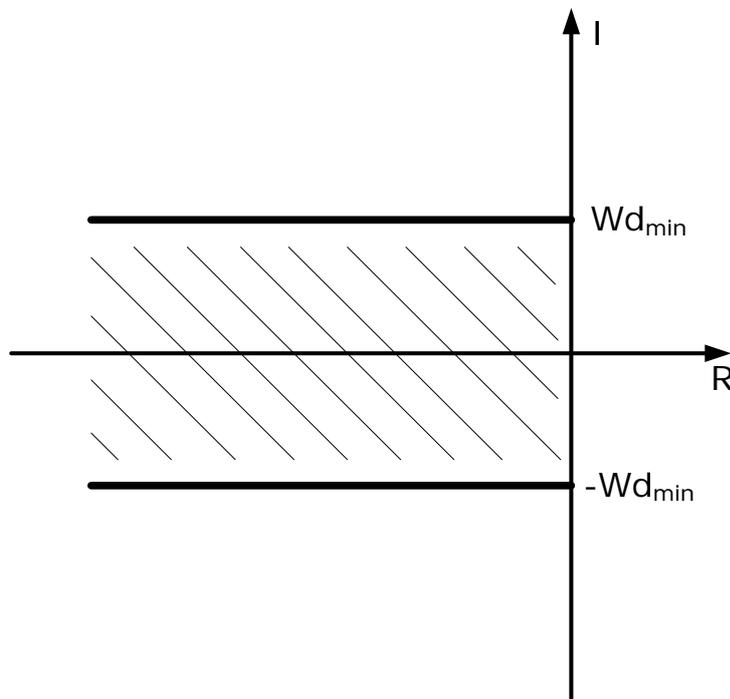


Figura 58 - Zona permitida para un tiempo de pico máximo

Para no sobrepasar un tiempo de pico máximo indicado mediante la expresión 24 se obtiene un valor de ω_d mínimo que no se ha de bajar, de este modo no se ubicarán los polos dominantes dentro de la zona rayada indicada en la figura. Y si fuese el caso en que es necesario obtener un tiempo de pico determinado, se han de ubicar los polos dominantes, sobre la línea horizontal con trazo grueso.

5.4. Error en régimen permanente permitido

El error en régimen permanente es una indicación más que se suele dar, pero que no depende directamente de la ubicación de los polos (y por tanto de la dinámica), y en caso de que no se cumpla será necesario subsanarla, para lo cual se aumentará el tipo del sistema consiguiendo de este modo que no exista error de posición en régimen

permanente. Se dan las fórmulas de los errores para un escalón (de altura R), rampa (Rt) o parábola (Rt2) en la tabla 2.

		Tipo		
		0	1	2
Entrada	Escalón	$\frac{R}{1+K_p}$	0	0
	Rampa	∞	$\frac{R}{K_v}$	0
	Parábola	∞	∞	$\frac{2R}{K_a}$

Tabla 16 - Expresiones de los errores

Estos errores son válidos para una realimentación unitaria o constante con un valor denominado h. Seguidamente se indican las expresiones de las constantes de error estáticas K_p , K_v y K_a :

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} h \cdot G(s)$$

Ecuación 66

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} h \cdot s \cdot G(s)$$

Ecuación 67

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} h \cdot s^2 \cdot G(s)$$

Ecuación 68

donde a su vez h es la realimentación del sistema en caso de que sea una constante diferente de la unidad.

En caso de que se tenga en la realimentación un bloque funcional denominado H(s) se ha de hacer una transformación como la indicada en la Figura 59.

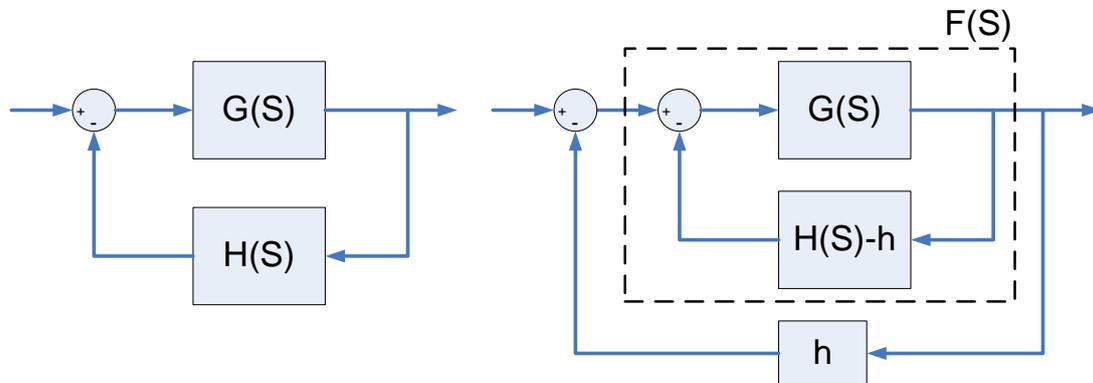


Figura 59 - Simplificación para el cálculo del error

Siendo la función de transferencia $F(s)$, el valor de h y los de las constantes, los que se indican en las expresiones siguientes:

$$F(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)[H(s) - h]}$$

Ecuación 69

$$h = \lim_{s \rightarrow 0} H(s)$$

Ecuación 70

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} h \cdot F(s)$$

Ecuación 71

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} h \cdot s \cdot F(s)$$

Ecuación 72

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} h \cdot s^2 \cdot F(s)$$

Ecuación 73

6. El regulador PID

Teniendo en cuenta que se viene empleando el formato del regulador en su expresión del tipo denominado estándar, esta se puede poner de la forma mostrada en la Ecuación 74, en la que además se ha hecho el desarrollo para ver que se llega el formato estándar.

$$R(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) (1 + T_d s) = K \left[\left(\frac{T_d}{T_i} + 1 \right) + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right] = K \frac{(1 + T_i s)(1 + T_d s)}{T_i s}$$

Ecuación 74

Si se hacen operaciones en la primera parte de la expresión anterior, se obtiene una como la que sigue (Ecuación 75), en la cual está en forma de de polos y ceros únicamente:

$$R(s) = KT_d \frac{\left(s + \frac{1}{T_i}\right) \left(s + \frac{1}{T_d}\right)}{s} = K_R \frac{\left(s + \frac{1}{T_i}\right) \left(s + \frac{1}{T_d}\right)}{s}$$

Ecuación 75

La parte derivativa se obtiene para la ubicación de los polos dominantes que van a definir las especificaciones dinámicas, y la integral necesaria para la eliminación del error de posición. Para la introducción de la parte derivativa se va a introducir un cero con la parte proporcional necesaria, y para la parte integral se introduce un par polo cero cercanos, con el objetivo de aumentar el tipo del sistema, y así eliminar el error de posición.

Es necesario indicar que la Ecuación 74 típica de un regulador PID, en el diseño con el lugar de las raíces en ocasiones no se emplea, y se utiliza en su lugar una un poco más "real", añadiendo un par polo-cero en cada parte del regulador (parte integral y parte derivativa) consiguiendo de ese modo entre otras cosas que el grado del denominador mantenga su diferencia con respecto al del numerador, y no llegar por ejemplo a la posibilidad en que el grado del numerador sea mayor que el del denominador convirtiendo de este modo la función de transferencia en impropia.

7. Método de diseño de reguladores utilizando el lugar de las raíces

Se explica en este apartado el método a seguir para diseño de reguladores PID utilizando el lugar de las raíces. Para ello es necesario explicar la obtención de los reguladores P, PD y PI por este método, ya que el regulador PID se obtiene mediante la integración de un PI y un PD, subsanando de este modo las especificaciones dinámicas y las de régimen permanente. Se comenta en primer lugar una metodología genérica de diseño de reguladores por el lugar de las raíces.

7.1. Método genérico de diseño de reguladores utilizando el lugar de las raíces

El método a seguir para alcanzar unas especificaciones de partida de funcionamiento de la planta que se desee controlar se describe de forma gráfica en la Figura 60.

7.2. Regulador proporcional

En este tipo de regulador sólo es necesario aumentar o disminuir la ganancia, en función de las especificaciones deseadas. Únicamente consta de un parámetro, la ganancia (k), que se determinará por medio del criterio de módulos.

7.3. Regulador proporcional-derivativo

El regulador PD se utilizará para hacer pasar el LDR por los polos dominantes y que proporcionen las especificaciones deseadas. En la figura 11 se explica, mediante un flujograma, la determinación de los parámetros de dicho regulador: T_d y K .

Para calcular el ángulo que aporta el cero del PD al sistema sin compensar para que el LDR pase por los polos dominantes, se utilizará el criterio de argumentos. El valor de T_d (cero del PD) se obtendrá aplicando la Ecuación 76.

$$\frac{1}{T_d} = \sigma + \frac{\omega_d}{\operatorname{tg}(\theta_z)}$$

Ecuación 76

donde θ_z es el ángulo que aporta el cero del PD. Obtenido el valor de T_d , sólo queda determinar el valor K , lo cual se hará aplicando el criterio de módulos.

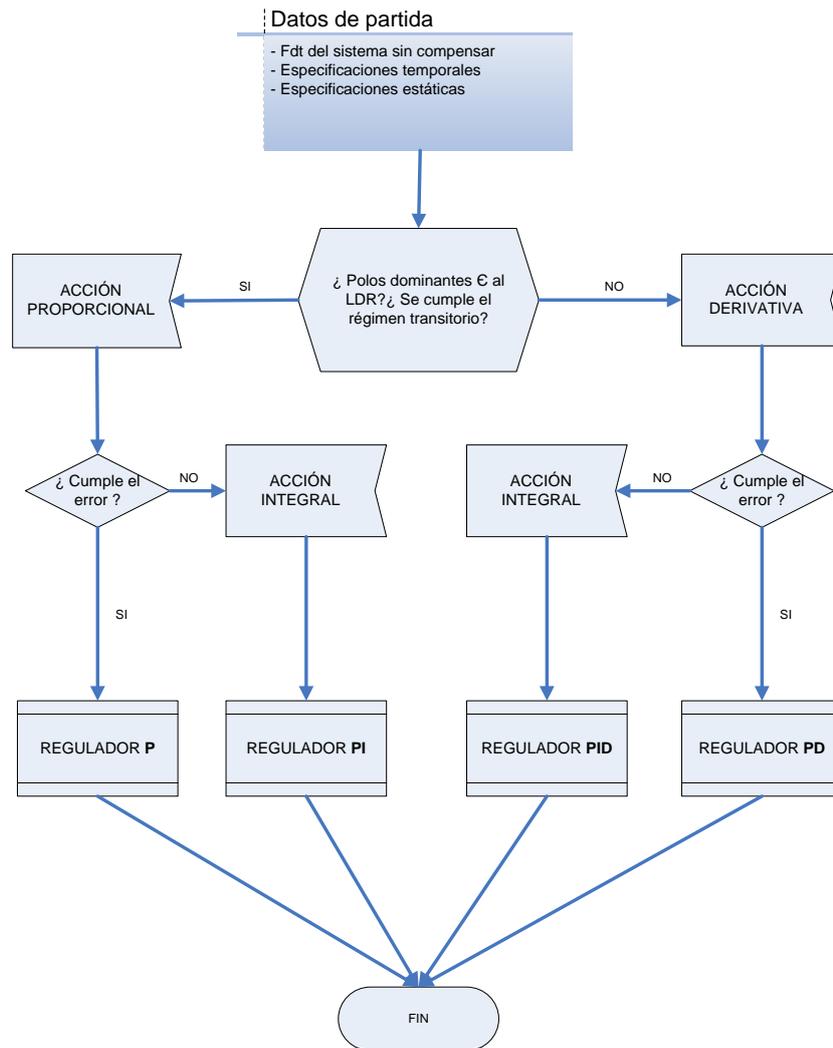


Figura 60 - Organigrama de diseño de reguladores por el método de LDR

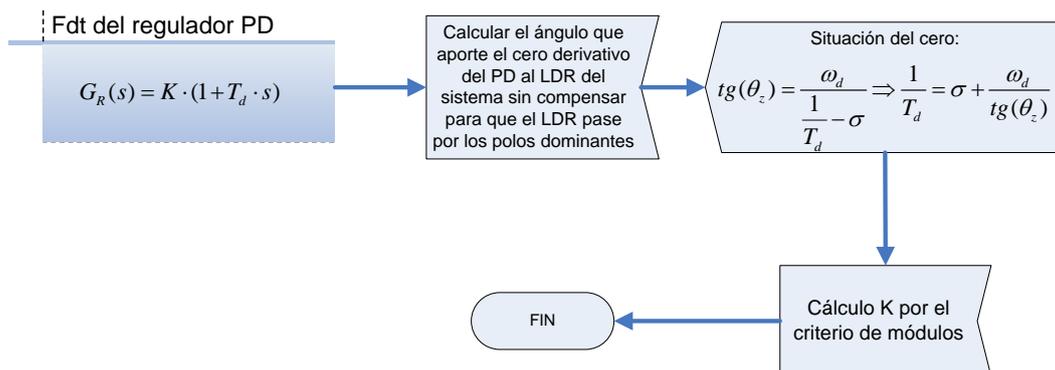


Figura 61 - Organigrama para el diseño de un PD por el método de LDR

7.4. Regulador proporcional-integral

Este tipo de regulador se utilizará para corregir el error en régimen permanente, ya que aumenta el tipo de sistema y, por tanto, si el error es distinto de infinito, lo anulará. En el flujograma de la Figura 62 se explica la obtención de los parámetros característicos de este regulador: T_i y K . El valor de T_i se obtiene de la Ecuación 77:

$$\frac{1}{T_i} = \frac{1}{6} \cdot \sigma$$

Ecuación 77

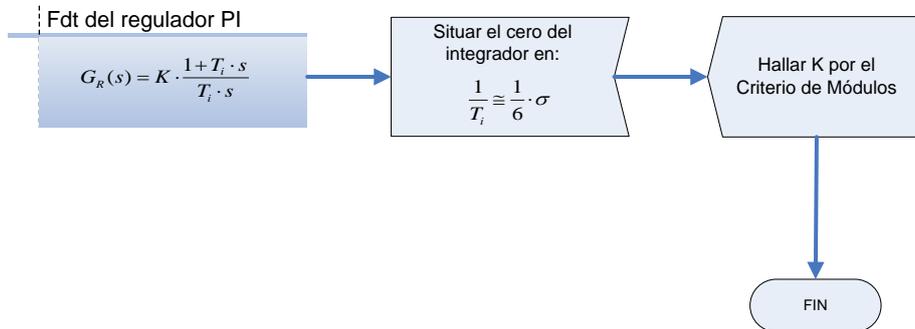


Figura 62 - Organigrama para el diseño de un PI por el método de LDR

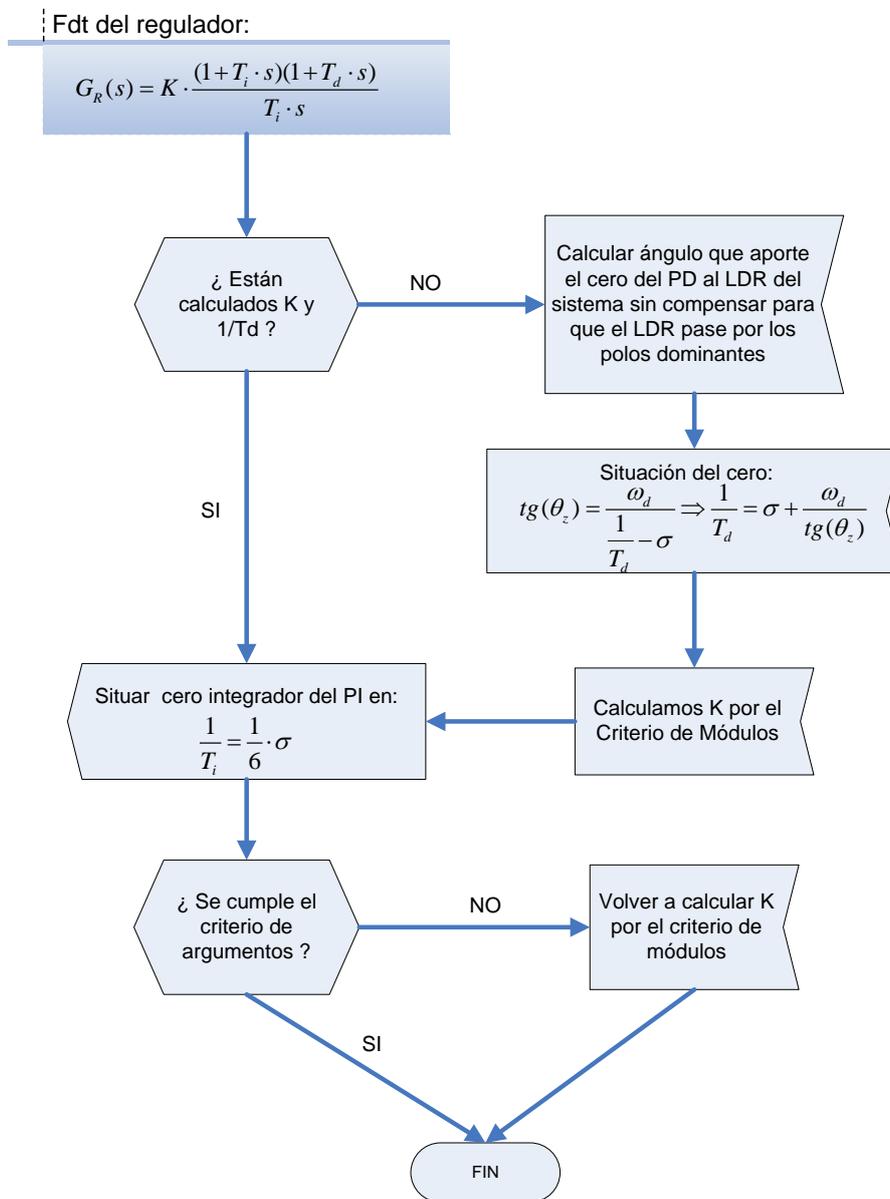


Figura 63 - Organigrama para el diseño de un PID por el método de LDR

7.5. Regulador proporcional-integral-derivativo

Este tipo de regulador, integra en un solo regulador las características de los dos reguladores anteriores, el PI y el PD, ya que hace pasar el LDR por los polos dominantes y a su vez también corrige la especificación del error en régimen permanente. La Figura 63 explica la obtención de sus parámetros característicos K , T_i y T_d , por medio de un flujograma.

Como se puede observar en dicho flujograma, el regulador PID es una síntesis entre un regulador PD y un regulador PI.

8. Conclusiones

Como se ha podido observar a lo largo de este capítulo el método de diseño de reguladores a partir del lugar de las raíces es un método de una gran potencia en cuanto a la obtención de un regulador para unas especificaciones deseadas determinadas, a pesar de que la introducción de la parte integral aleja un poco las especificaciones de las deseadas. Posee dos inconvenientes fundamentales: el primero de ellos es debido a la imposibilidad de representar en el lugar de las raíces sistemas con retardo puro, que son muy frecuentes en la práctica, el segundo es que si se dispone de distribuciones de polos y ceros dispersos (en general si posee un número alto de singularidades), la obtención del regulador para unas especificaciones determinadas es casi imposible.

En otro término es necesario mencionar que se necesita un conocimiento muy detallado del sistema para poder realizar el diseño del regulador, por tanto, es necesario una identificación concienzuda de la planta a regular, hecho que no siempre es posible. Pero en funciones de transferencia en las que no se de algunos de estos dos casos se puede emplear este método de diseño con resultados muy satisfactorios. Al ser un procedimiento posee una aplicación inmediata mediante ingeniería de conocimiento.

Es necesario indicar también que la aplicación de este método no es posible en todos los casos pese a que se haya realizado una buena identificación. Los conocimientos de ingeniería de control requeridos en este caso son mucho mayores que los necesarios en ajuste empírico.

Diseño de reguladores con el uso del diagrama de Bode

En este capítulo se pretende abordar la metodología empleada en el diseño de reguladores PID mediante el empleo del diagrama de Bode, técnica muy utilizada en todos los ámbitos por tener una resolución sencilla en todo tipo de sistemas, y que permite obtener unas especificaciones determinadas. Es una de las técnicas más usuales, pues puede ser utilizada en cualquier tipo de sistemas, y se lleva a cabo con pruebas de sencilla aplicación.

1. Introducción

La respuesta en frecuencia se puede definir como la respuesta en régimen permanente a una entrada senoidal. La salida del sistema tendrá una amplitud y un desfase determinados, en función de la frecuencia de la señal de entrada en ese instante. El análisis en frecuencia de un sistema es un medio muy importante para su estudio y control. La relevancia de las técnicas en frecuencia subyace por razones de diversa índole; la primera de ellas es la gran disponibilidad de señales de prueba senoidales en amplios rangos de frecuencias y amplitudes. Asimismo, es muy sencillo realizar medidas de amplitudes y frecuencias en una salida de un sistema acondicionada debidamente, ante un barrido de frecuencias en la entrada. Tras haber obtenido la respuesta en frecuencia del sistema, existen técnicas para obtener su función de transferencia a partir de ella. Otra ventaja es que el diseño y ajuste de parámetros de la función de transferencia de un sistema, para que cumpla unas determinadas especificaciones es sencillo de obtener en el dominio de la frecuencia. Con esta técnica se pueden averiguar los efectos del ruido y las variaciones de parámetros. Si fuese necesario obtener la respuesta transitoria de un sistema, esta se puede obtener a partir de la respuesta en frecuencia, hecho que es bastante complejo a medida que aumenta el orden del sistema, recurriendo por tanto a la aproximación a uno de segundo orden.

Este método frente al del lugar de las raíces, decir que en sistemas de alto orden el último resulta muy difícil su utilización ya que es necesaria la determinación de las raíces de la ecuación característica. Existen metodologías en frecuencia que permiten obtener información de la estabilidad del sistema sin calcular las raíces, así como posibilidad de la implementación de reguladores de una forma sencilla.

En múltiples casos los métodos de ajuste basados en el dominio de la frecuencia son muy interesantes. Una de las ventajas es que necesitan menor información de la dinámica del proceso que los basados en otros métodos. Cabe destacar que trabajando de esta forma no va a ser necesario normalmente un conocimiento exhaustivo del sistema, sino que se va a tratar de mejorar la respuesta frecuencial en aquellas zonas que le interese al diseñador del controlador para cumplir unas determinadas especificaciones.

Se va a tratar en este capítulo la obtención de reguladores PID a partir de la respuesta en frecuencia de sistemas, que como se verá se consigue a partir de otros reguladores como el PI y el PD, que será necesario comentar por ese motivo. El diseño de los controladores se va a llevar a cabo a partir de los diagramas de Bode. H.W. Bode usó las gráficas de respuesta frecuencial de magnitud y fase e investigó la estabilidad en lazo cerrado usando las nociones de margen de ganancia y fase. En 1945 aparecen los detalles completos del trabajo de Bode en su libro "Network Analysis and Feedback Amplifier Design". Se va a repasar inicialmente de forma resumida la construcción de las curvas de Bode.

2. Construcción de los diagramas de Bode

En este apartado se indican de forma resumida y práctica, los pasos a seguir para la construcción de los diagramas de Bode de un sistema en su aproximación asintótica (se

realiza con el sistema en cadena abierta). Van a ser necesarios para poder diseñar las redes de adelanto-retraso (PID real).

En primer lugar es necesario dejar los términos de las funciones de transferencia de la forma que se indica en la Ecuación 78.

$$(\pm j\omega T \pm 1)$$

Ecuación 78

De esta forma si se dispone por ejemplo de una función de transferencia como la de la Ecuación 79.

$$G(j\omega) = K \frac{(j\omega + T_1)}{(j\omega + T_2)(j\omega + T_3)}$$

Ecuación 79

es necesario hacer la simplificación indicada en la Ecuación 80 para poder dibujar el diagrama de Bode.

$$G(j\omega) = K \left(\frac{T_1}{T_2 T_3} \right) \frac{\left(\frac{j\omega}{T_1} + 1 \right)}{\left(\frac{j\omega}{T_2} + 1 \right) \left(\frac{j\omega}{T_3} + 1 \right)}$$

Ecuación 80

Se muestran en primer lugar como son los diagramas de Bode de diferentes términos por separado:

A. $G(j\omega) = k$

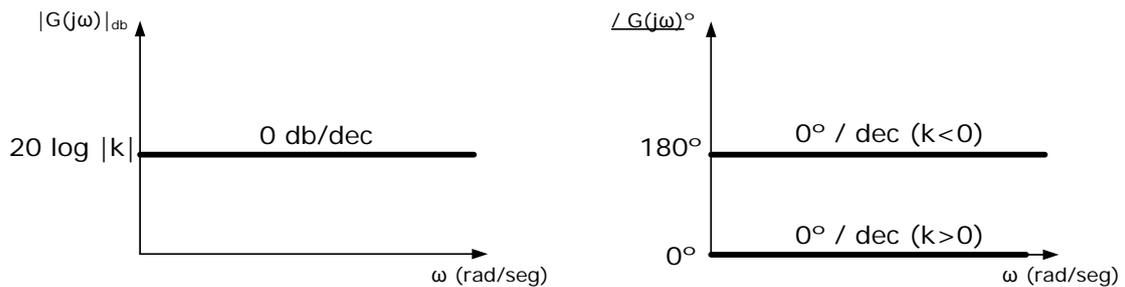


Figura 64 - $G(j\omega) = k$

B. $G(j\omega) = j\omega T + 1$

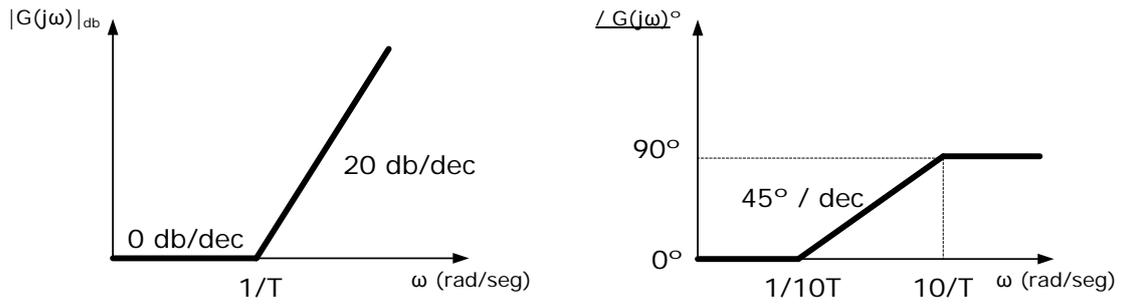


Figura 65 - $G(j\omega) = j\omega T + 1$

C. $G(j\omega) = j\omega T - 1$

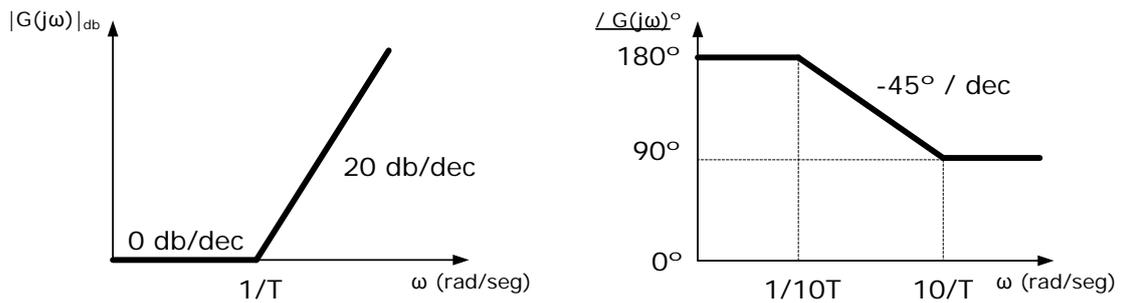


Figura 66 - $G(j\omega) = j\omega T - 1$

D. $G(j\omega) = -j\omega T - 1$

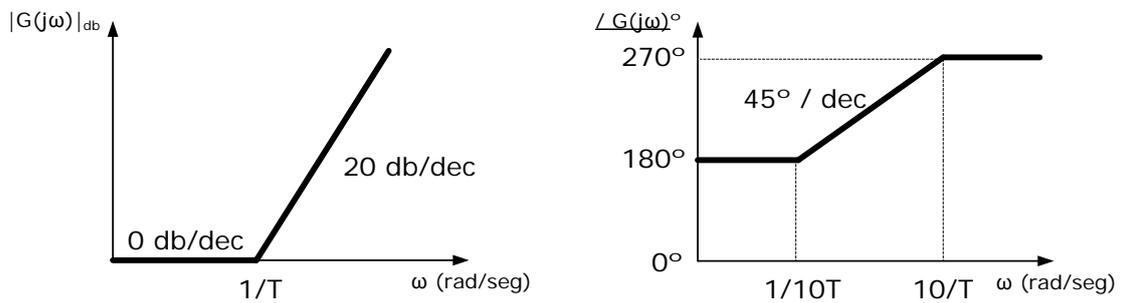


Figura 67 - $G(j\omega) = -j\omega T - 1$

E. $G(j\omega) = -j\omega T + 1$

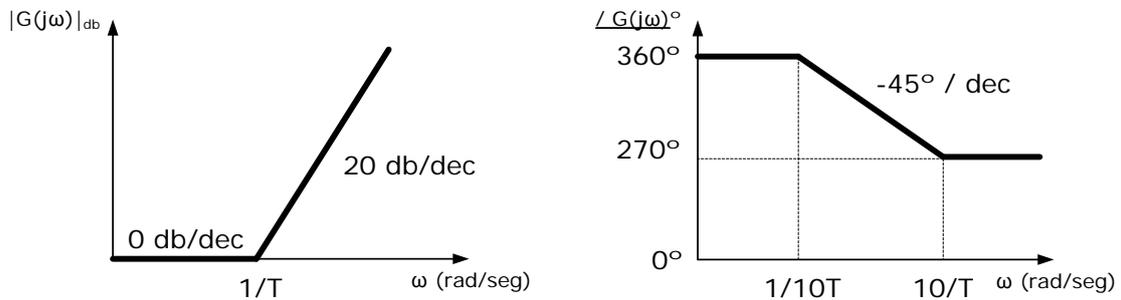


Figura 68 - $G(j\omega) = -j\omega T + 1$

F.
$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega T + 1}$$

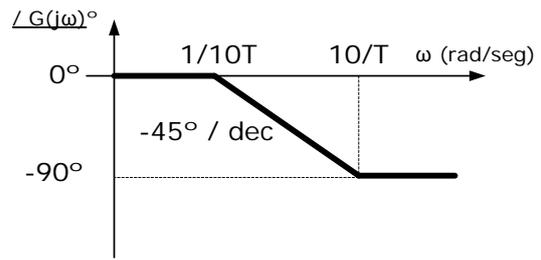
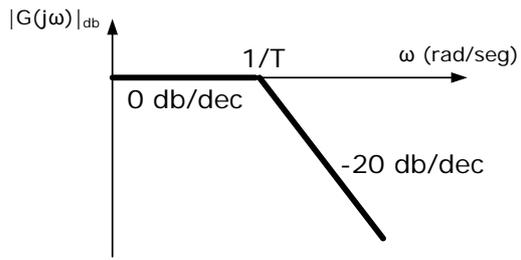


Figura 69 -

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega T + 1}$$

G.

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega T - 1}$$

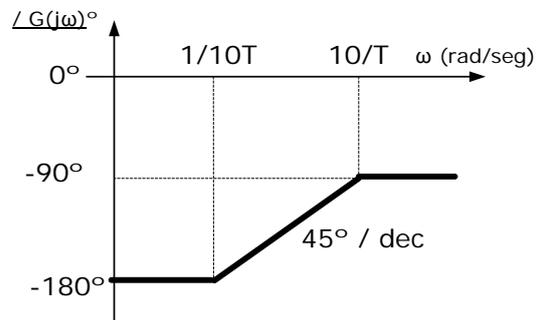
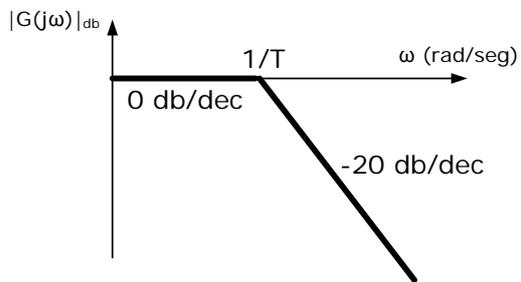


Figura 70 -

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega T - 1}$$

H.

$$G(j\omega) = \frac{1}{-j\omega T - 1}$$

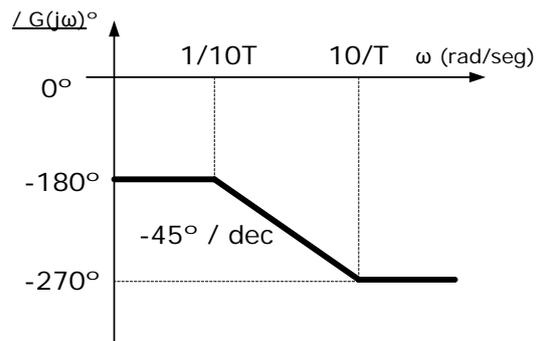
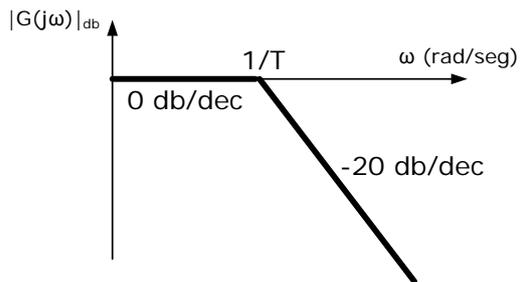
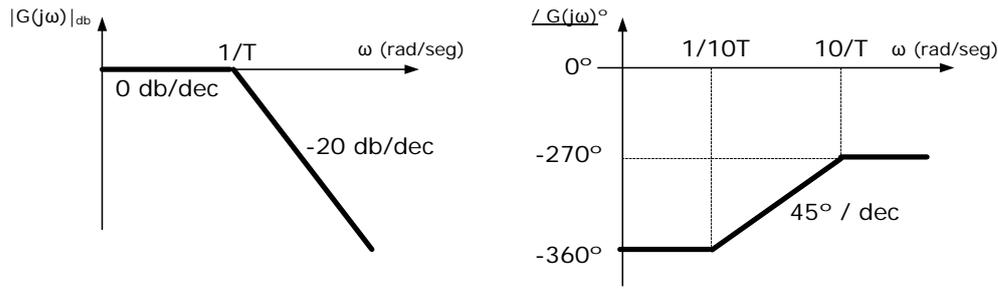


Figura 71 -

$$G(j\omega) = \frac{1}{-j\omega T - 1}$$

I.

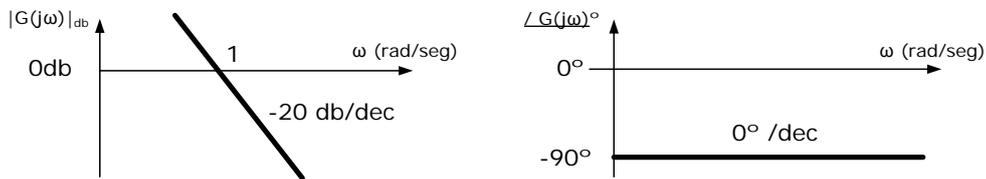
$$G(j\omega) = \frac{1}{-j\omega T + 1}$$



$$G(j\omega) = \frac{1}{-j\omega T + 1}$$

Figura 72 -

J. $G(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$



$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$$

Figura 73 -

K. $G(j\omega) = j\omega$

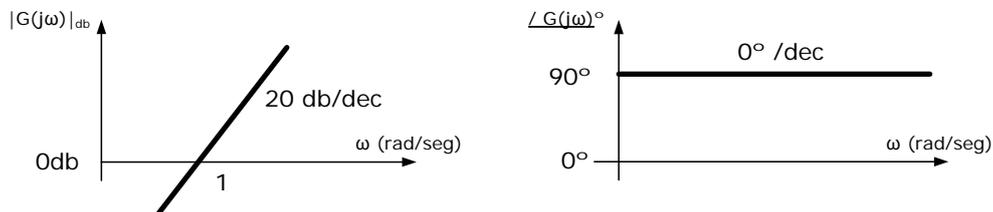


Figura 74 - $G(j\omega) = j\omega$

Estos van a ser utilizados posteriormente en el trazado de los diagramas de funciones de transferencia.

Manteniendo el ejemplo que se estaba mostrando previamente, al cual se le habían realizado algunas modificaciones hasta obtener la Ecuación 80, se procede a la elaboración de la Tabla 17 de módulos y de argumentos que va a servir en el trazado gráfico del diagrama de Bode (se supone que $T_3 > T_2$ y $T_2 > T_1$).

Tabla de módulos					Tabla de argumentos									
	T1	T2	T3		T1/10	T2/10	T3/10	10T1	10T2	10T3	de	a		
A	0	0	0	0	A	0	0	0	0	0	0	0	0°	0°
B	0	1	1	1	B	0	1	1	1	0	0	0	0°	90°
C	0	0	-1	-1	C	0	0	-1	-1	-1	0	0	0°	-90°
D	0	0	0	-1	D	0	0	0	-1	-1	-1	0	0°	-90°
Σ	0	1	0	-1	Σ	0	1	0	-1	-2	-1	0	0°	-90°

Tabla 17 - Tabla de trazado del diagrama de Bode para ejemplo

El comienzo de la gráfica se realiza en una frecuencia de tal forma que se pueda representar en su totalidad. Para obtener el punto de arranque de la curva de módulos se realizará el siguiente cálculo $20 \log$ (ganancia), que en este caso después de las simplificaciones necesarias sería lo que se muestra en la Ecuación 81

$$20 \cdot \log \left[K \left(\frac{T_1}{T_2 T_3} \right) \right]$$

Ecuación 81

En el ejemplo no existen polos en el origen y, por tanto la pendiente de la curva de módulos en el arranque es nula, pero en el supuesto de que a la hora de confeccionar el diagrama de una función de transferencia esta posea un polo en el origen, la pendiente de arranque de la curva de módulos no va a ser cero, y en dicho caso va a ser necesario restarle al arranque calculado previamente $20 \log$ (frecuencia de comienzo). Si en lugar de un polo tiene dos lo que se ha de restar es $40 \log$ (frecuencia de comienzo), y así sucesivamente en función del número de polos en el origen a razón de $20 \times$ (nº polos). De forma genérica quedaría una expresión como la que se indica a continuación cuando existan polos en el origen.

$$20 \cdot \log[Ganancia] - 20 \cdot (n^\circ \text{ polos en origen}) \log[frecuencia_comienzo]$$

Ecuación 82

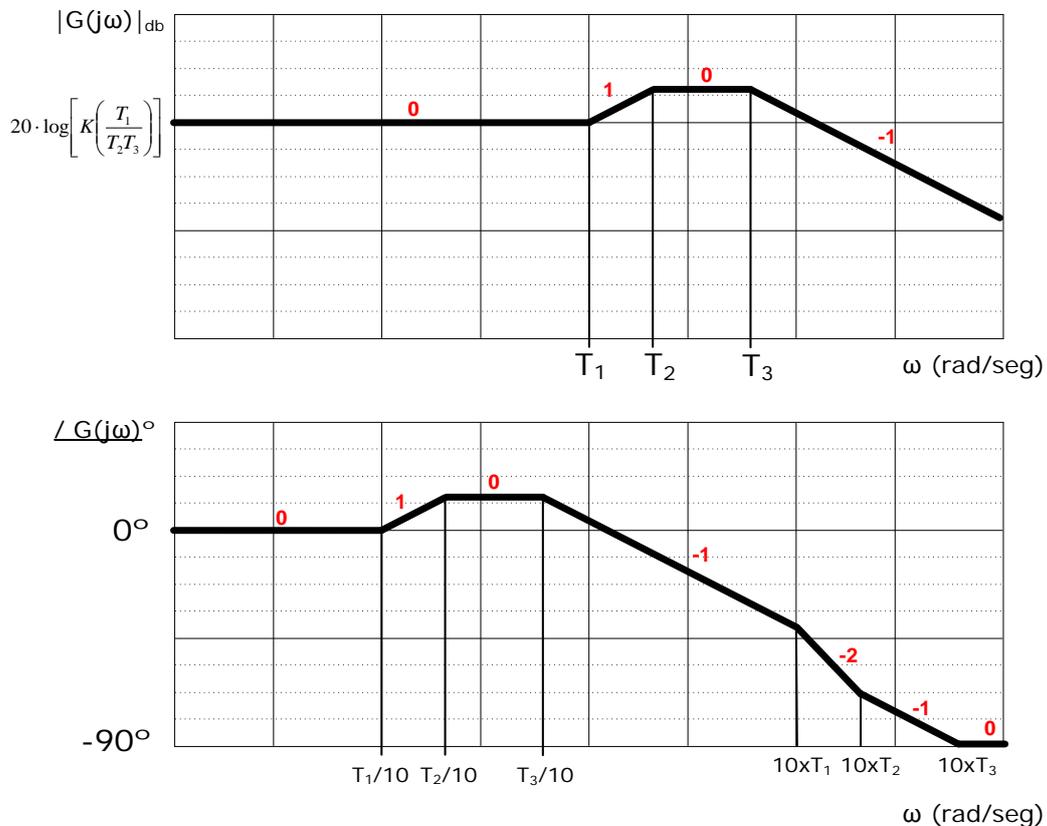


Figura 75 - Diagrama de Bode ejemplo

Si se representa la curva de módulos y de argumentos del diagrama de Bode correspondiente al ejemplo que se viene utilizando, el resultado es el mostrado en la Figura 75.

Fijándose en la confección de las gráficas se puede observar, que se sigue la Tabla 17 elaborada previamente. En la gráfica se ha indicado además la pendiente de las rectas en cada tramo, así como el punto de arranque en la curva de módulos y los ángulos de partida y de llegada en la curva de argumentos.

3. Especificaciones frecuenciales

Existen básicamente cinco especificaciones de la respuesta en frecuencia de un sistema, de las cuales dos de ellas se obtienen con el sistema en lazo abierto y las otras tres con el lazo cerrado. Las primeras cuya definición se enuncia seguidamente, se extraen de las curvas de módulos y de argumentos comentadas previamente:

3.1. Margen de ganancia

El margen de ganancia es el valor de la ganancia expresada en decibelios, que puede añadirse al lazo abierto antes de que el sistema en lazo cerrado se vuelva inestable.

3.2. Margen de fase

Es el ángulo en grados que se puede disminuir al sistema en lazo abierto antes de convertirlo en oscilante o críticamente estable

Para obtener ambas especificaciones es indispensable hacerlo desde las curvas de módulos y de argumentos conjuntamente para una misma escala de frecuencias en el eje de abscisas. Para comprender bien como se extraen esos datos es conveniente fijarse en la figura 13. En primer lugar, se obtiene el punto de corte de la curva de módulos con cero decibelios, en donde se extrae la frecuencia de cruce de ganancia (ω_{cg}). En segundo lugar, se obtiene la frecuencia a la que la curva de argumentos corta los -180° , en donde se tiene la frecuencia de cruce de fase (ω_{cf}). Con estos datos ya se pueden obtener los márgenes de ganancia y fase del sistema como se detalla a continuación:

- Margen de Ganancia (MGdb). - Es la distancia que existe entre la curva de módulos y la recta de cero decibelios a la frecuencia de cruce de fase. Este es positivo, siempre y cuando la medida quede por debajo de la recta horizontal de cero decibelios.
- Margen de fase (MF $^\circ$). - Es la distancia que existe entre la curva de argumentos y la recta de -180° a la frecuencia de cruce de ganancia. Es positivo, siempre que la medida quede por encima de la recta horizontal de -180° .

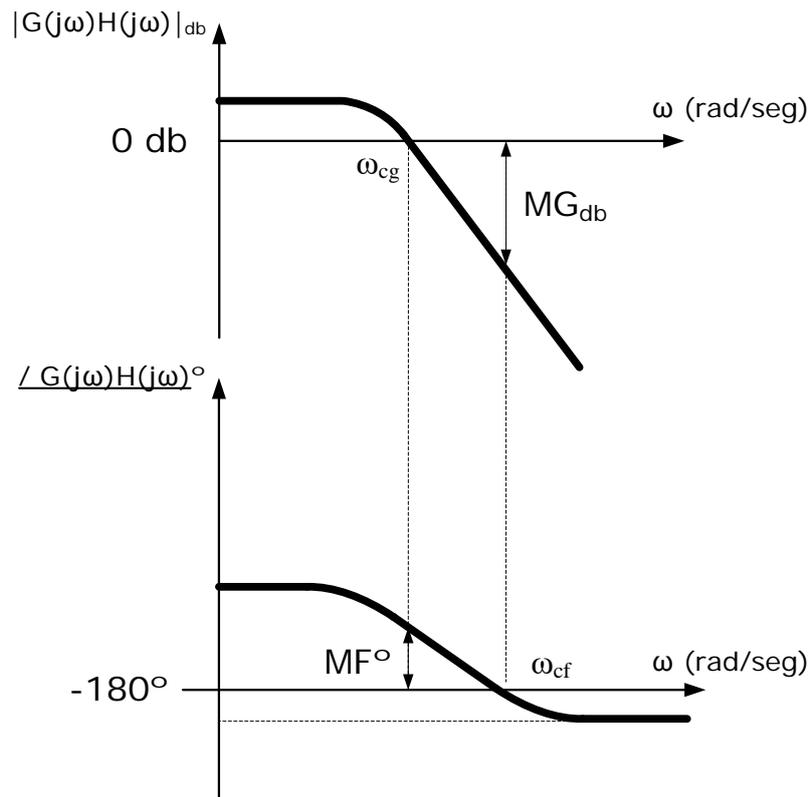


Figura 76 - Explicación gráfica de MF y MG

Tal y como está representados en la figura 13 los márgenes de ganancia y fase en este caso son positivos ambos. Es importante indicar que es indispensable que ambos valores sean positivos para que el sistema sea estable, el hecho de que sean negativos indica inestabilidad. Se precisan las siguientes consideraciones prácticas enunciadas por Katsuhiko Ogata:

- Los dos valores delimitan el comportamiento del sistema en lazo cerrado cerca de la frecuencia de resonancia (esta especificación se comenta seguidamente).
- Para obtener un rendimiento satisfactorio el margen de fase ha de estar entre 30° y 60° , así como el margen de ganancia ha de ser mayor de 6 db. De esta forma un sistema posee una estabilidad garantizada.
- En los casos prácticos, para la estabilidad es conveniente una pendiente de -20db/dec en la frecuencia de cruce de ganancia. Si es -40db/dec puede ser estable o inestable, y si es de -60db/dec, el sistema es muy probable que sea inestable.

3.3. Frecuencia de resonancia

Es la frecuencia a la cual la función de transferencia en cadena cerrada del sistema posee un máximo.

3.4. Máximo de resonancia

Es el valor máximo de la curva de módulos en cadena cerrada del sistema.

3.5. Ancho de banda

Es el valor de la frecuencia para la cual la amplitud de la salida es de $1/\sqrt{2}$ de la amplitud de entrada. O dicho de otro modo es la frecuencia para la cual la salida cae 3 decibelios respecto a la entrada.

Como se ha comentado al comienzo de este apartado, la obtención de estas tres especificaciones definidas previamente tiene lugar con el sistema en cadena cerrada. Para aclarar mejor sus definiciones se muestra la Figura 77:

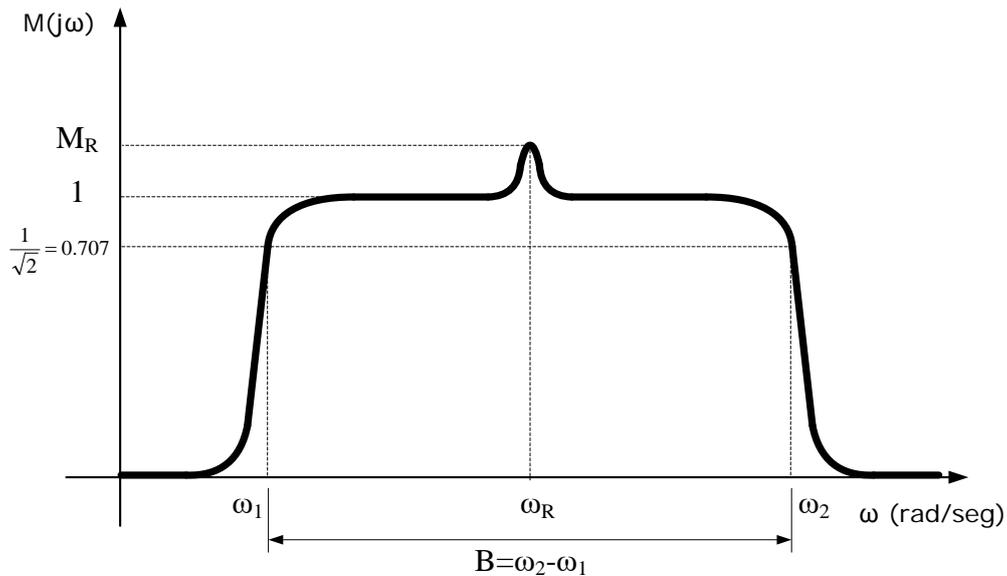


Figura 77 - Explicación gráfica de B , ω_r y M_r

Esta sería la forma más genérica de representación, pero existe otra muy frecuente en sistemas lineales, que se muestra en la Figura 78.

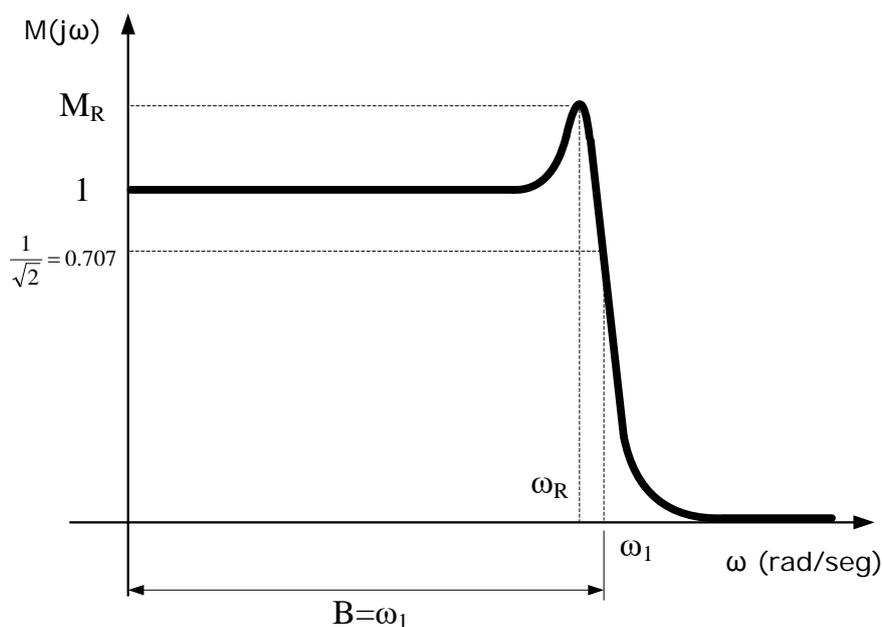


Figura 78 - Explicación gráfica de B , ω_r y M_r

La Figura 78 es una particularización de la 77, en donde se identifican las especificaciones de igual modo. En este caso la obtención de las especificaciones se realizará como se indica a continuación:

- Ancho de banda B (rad/seg).- La forma más sencilla de obtener este valor es gráficamente, dibujando la curva de módulos en cadena cerrada, y en el momento que descienda 3 decibelios se localiza la frecuencia o frecuencias de corte, y se obtendrá el ancho de banda como se ha indicado en las Figura 76 y Figura 77.
- Frecuencia de resonancia ω_R (rad/seg).- Para esta especificación y la siguiente se establece en primer lugar que la función de transferencia en cadena cerrada es la que se muestra en la Ecuación 83.

$$M(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)H(j\omega)}$$

Ecuación 83

En donde $G(j\omega)$ es la función de transferencia en cadena directa y $H(j\omega)$ es la función de transferencia en cadena inversa de un sistema como el de la Figura 79.

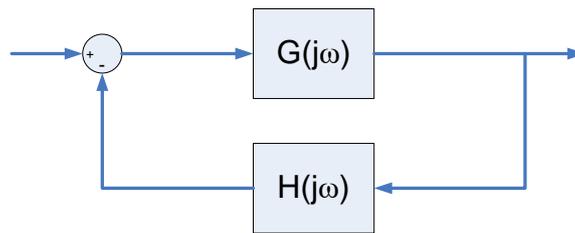


Figura 79 - Sistema típico

Como se puede ver en las Figura 77 y Figura 78 la frecuencia de resonancia se da en un máximo de la función, y en consecuencia la pendiente en ese punto será nula, por tanto se obtendrá su valor como se indica en la Ecuación 84.

$$\omega_R \rightarrow \frac{d|M(j\omega)|}{d\omega} = 0$$

Ecuación 84

- Máximo de resonancia M_R .- Este es el valor máximo de la curva de módulos y además se da a la frecuencia de resonancia, y por tanto se obtendrá como se indica en la Ecuación 85.

$$M_R = |M(j\omega_R)| \Rightarrow M_R (db) = 20 \log M_R$$

Ecuación 85

El máximo de resonancia proporciona una idea de la estabilidad relativa del sistema. Si posee un valor alto indica que el sistema posee un par de polos dominantes en cadena cerrada próximos al eje imaginario, provocando una respuesta en régimen permanente con

mucha oscilación. Sin embargo, si el máximo de resonancia es pequeño quiere decir que la respuesta transitoria del sistema tiene poca oscilación si la tiene. Dado que las magnitudes de la frecuencia de resonancia y el máximo de resonancia son magnitudes fáciles de medir sirven sobre todo para comprobar los resultados teóricos con los prácticos. Es importante resaltar que es más frecuente para problemas prácticos de diseño especificar el margen de fase y el margen de ganancia.

En cuanto al ancho de banda da una idea de cómo un sistema sigue en su salida una senoide dispuesta a la entrada. El ancho de banda disminuye con el incremento del coeficiente de amortiguamiento, en consecuencia, se puede afirmar que el tiempo de respuesta es inversamente proporcional al ancho de banda. La especificación del ancho de banda es determinada por los siguientes factores:

- La capacidad de reproducir la señal de la entrada (un ancho de banda grande tiene como consecuencia tiempos de subida pequeños).
- Las características de filtrado necesarias para el ruido de alta frecuencia.

En referencia al ruido, el ancho de banda no ha de ser demasiado grande. Por ese motivo existe conflicto en cuanto a la elección del ancho de banda y es necesario alcanzar un equilibrio de diseño.

Como se ha enunciado en estas últimas anotaciones, las especificaciones frecuenciales están en muchos casos íntimamente ligadas a las especificaciones temporales. En este término en el siguiente apartado se comenta la relación existente entre ambas.

4. Relación entre las especificaciones frecuenciales y las temporales

Es necesario para realizar esta comparación hacer el supuesto de que se está frente a un sistema de 2º orden cuya función de transferencia en cadena cerrada es la de la Ecuación 86.

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Ecuación 86

La respuesta ante una entrada escalón unitario es la típica de un sistema de 2º orden subamortiguado, y la respuesta en frecuencia es similar a la mostrada anteriormente en la Figura 77. Se hace seguidamente una recopilación de las expresiones en función de los términos de la función de transferencia, así se tiene en primer lugar que la sobreoscilación posee una expresión como la de la Ecuación 87.

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \arctg \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \\ M_p &= e^{-\frac{\pi}{\operatorname{tg}\theta}} \end{aligned} \right\} M_p = e^{-\frac{\pi}{\operatorname{tg}\theta}} = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

Ecuación 87

Se sabe en otro término que la frecuencia natural amortiguada del sistema es la que se muestra en la Ecuación 88.

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

Ecuación 88

De este modo se puede obtener la expresión del tiempo de pico como se indica en la Ecuación 89.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}}$$

Ecuación 89

Con la expresión de θ mostrada en el desarrollo de la Ecuación 87 y con el de ω_d de la Ecuación 88 se obtiene también el tiempo de respuesta que se muestra en la Ecuación 90, en donde se muestra además el valor del tiempo de establecimiento para una banda del 5%.

$$t_r = \frac{\pi - \theta}{\omega_d} = \frac{\pi - \arctg \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}}, \quad t_s = \frac{3}{\xi \omega_n}$$

Ecuación 90

En cuanto a las especificaciones frecuenciales que se obtienen de la función de transferencia en cadena cerrada expresadas con los términos que intervienen en la Ecuación 85, por un lado, se tiene la frecuencia de resonancia que viene expresada como se indica en la Ecuación 91.

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

Ecuación 91

En cuanto al Máximo de resonancia MR es el que se muestra en la Ecuación 92.

$$M_R = \frac{1}{2\xi \sqrt{1 - \xi^2}}$$

Ecuación 92

Se tiene por último en cuanto a especificaciones en cadena cerrada que el ancho de banda es el que se indica en la Ecuación 93.

$$B = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2 + \sqrt{2 - 4\xi^2 + 4\xi^4}}$$

Ecuación 93

Se muestran seguidamente las especificaciones frecuenciales de un sistema en lazo abierto en función de los parámetros que intervienen en la función de transferencia de la Ecuación 85. Se tiene en primer lugar la Ecuación 94 de la frecuencia de cruce de ganancia (ω_{cg}).

$$\omega_{cg} = \omega_n \sqrt{-2\xi^2 + \sqrt{4\xi^4 + 1}}$$

Ecuación 94

Se muestra en la Ecuación 95 el margen de fase.

$$MF = \arctan \frac{2\xi}{\sqrt{-2\xi^2 + \sqrt{4\xi^4 + 1}}}$$

Ecuación 95

Esta ecuación a veces se aproxima de la siguiente forma (Ecuación 96)

$$MF \cong 100 \cdot \xi$$

Ecuación 96

Teniendo en cuenta las diferentes expresiones enunciadas, en las que intervienen los mismos parámetros, es fácil predecir por ejemplo como va a influir un aumento del ancho de banda en las especificaciones temporales, o viceversa si se modifica un parámetro para cambiar una especificación temporal, predecir cómo va a influir en las frecuenciales.

Esta correlación entre especificaciones se cumple para sistemas de 2º orden con un par de polos dominantes, o para sistemas de orden superior que se comporten del mismo modo. Teniendo en cuenta esto, es necesario una vez compensado un sistema en el dominio de la frecuencia observar su respuesta en el dominio del tiempo, para comprobar si se cumplen las especificaciones deseadas. En la mayoría de los casos la aproximación da buenos resultados, pero existen casos con desviaciones considerables.

Partiendo de la base de que se dispone de un sistema de este tipo se puede obtener una tabla resumen (Tabla 18) simplemente dando valores, en la que se ve la progresión de las especificaciones ante un aumento del coeficiente de amortiguamiento ξ , y de esta forma se puede ver como varían las especificaciones frecuenciales frente a las temporales y viceversa.

ξ	M_p	W_d	t_p	t_r	ω_r	M_r	B	ω_{cg}	MF
↑	↓	↓	↑	↑	↓	↓	↓	↓	↑

Tabla 18 - Resumen de variación de especificaciones frecuenciales y temporales

5. Diseño de reguladores con los diagramas de Bode

En los puntos desarrollados previamente se ha mostrado como obtener las especificaciones frecuenciales que posee un sistema, haciendo hincapié en que definen su estabilidad, reafirmando esto último mediante la comparación con especificaciones temporales que son en cierta medida más entendibles.

En este punto se aborda el diseño de reguladores PID para modificar las especificaciones de acuerdo con unos requerimientos determinados. Para ello en primer lugar se explican las redes de adelanto de fase, las de retardo, las de retardo adelanto. Seguidamente se comentan los controladores PD, PI y PID como casos especiales de las anteriores.

5.1. Regulador proporcional (P)

Este tipo de regulador sólo posee un parámetro, la ganancia (k), por lo tanto, también vamos a poder modificar el punto de arranque de la curva de módulos del sistema.

Teniendo en cuenta la ecuación del punto de arranque de la curva de módulos ($20 \log k$) y haciendo un estudio más a fondo, tenemos 2 posibilidades.

5.1.1. $K > 1$

En este caso estamos reduciendo el margen de ganancia al sistema, aumentando la frecuencia de cruce de ganancia y, por consiguiente, modificando también el margen de fase del sistema.

Sin embargo, no podemos aumentar descontroladamente la ganancia k . Tenemos el límite de igualar la frecuencia de cruce de ganancia con la frecuencia de cruce de fase ya que, sino, el sistema se volvería inestable.

5.1.2. $K < 1$

En este caso estamos aumentando el margen de ganancia del sistema y reduciendo la frecuencia de cruce de ganancia y, por consiguiente, modificando también el margen de fase del sistema.

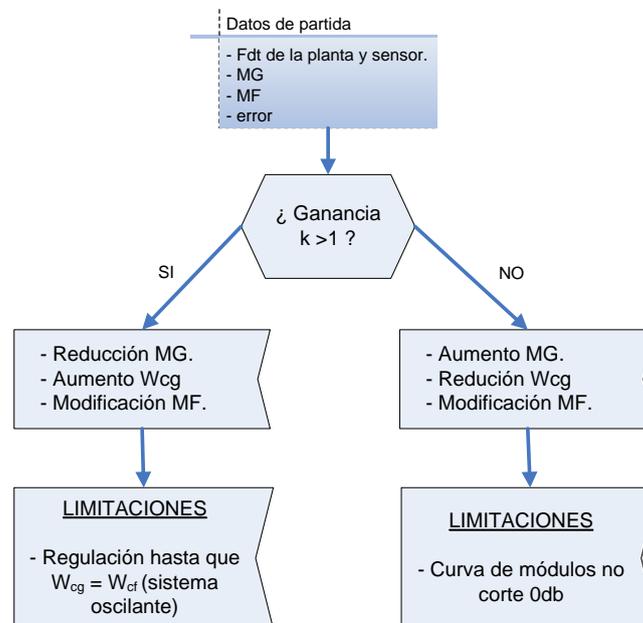


Figura 80 - Organigrama de diseño de un regulador P

Al igual que el caso anterior, debemos tener cuidado porque podemos hacer que el sistema se quede sin frecuencia de cruce de ganancia y, por lo tanto, hacer que su margen de fase sea infinito. Se muestra detalladamente en la Figura 80.

5.2. Redes de adelanto de fase (PD Real)

Un compensador de adelanto de fase posee la siguiente función de transferencia expresada de varios modos:

$$G_c(s) = K_c \alpha \cdot \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad \text{con } (0 < \alpha < 1)$$

Ecuación 97

Debido a la restricción de α en que ha de estar comprendido entre 0 y 1, el cero estará situado a la derecha del polo en el plano complejo.

Si se trazase el diagrama de Bode de la red sería algo similar al de la Figura 81:

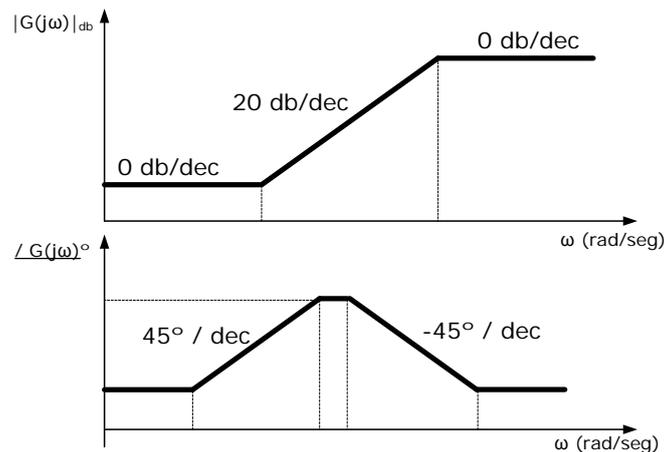


Figura 81 - Curva de módulos y argumentos de un regulador PD real

El procedimiento para el diseño de una red de adelanto de fase es el que se indica seguidamente:

1. Si se pone en serie el regulador con la función de transferencia como se indica en la Ecuación 98,

$$G_c(s)G(S) = K_c \alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} G(S) = \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} G_e(S) \quad \text{siendo } G_e(S) = K_c \alpha G(s)$$

Ecuación 98

lo primero que hay que hacer es calcular la ganancia K que es equivalente a $Kc\alpha$ para que el sistema satisfaga la constante del error especificada.

2. Empleando el valor de K calculado en el paso anterior, trazar el diagrama de Bode del sistema sin regular, y calcular el margen de fase del sistema.
3. Calcular el adelanto de fase máximo requerido empleando la Ecuación 99.

$$\phi_m = \phi_e - \phi_{nc} + \varepsilon$$

Ecuación 99

donde ϕ_m es el adelanto de fase requerido, ϕ_e es el especificado, ϕ_{nc} es el del sistema no compensado y ε es un margen de fase de seguridad para tener en cuenta que la frecuencia de cruce aumenta con la regulación del sistema. Este parámetro ε va a poseer unos valores de 5° para aquellos sistemas en que el sistema no compensado posea unas pendientes de hasta -40db/dec , y valores de entre 15° y 20° para pendientes más elevadas.

- Una vez calculado el adelanto de fase necesario para el sistema compensado se procede al cálculo del parámetro α de la red mediante la Ecuación 100.

$$\alpha = \frac{1 - \sin \phi_m}{1 + \sin \phi_m}$$

Ecuación 100

Si el ángulo de fase requerido ϕ_m fuese mayor de 60° , es conveniente emplear dos redes idénticas en la que cada una contribuya con $\phi_m/2$

- Con el parámetro α se determina la frecuencia en donde la magnitud del sistema no compensado posee el valor mostrado en la Ecuación 101. Esta frecuencia se toma como la nueva frecuencia de cruce de ganancia.

$$\text{Nueva_frecuencia_de_cruce_de_ganancia} \rightarrow -20 \log \left[\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right]$$

Ecuación 101

Esta frecuencia se corresponde además con la Ecuación 102.

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$$

Ecuación 102

de donde se obtiene que T vale lo indicado en la Ecuación 103.

$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}}$$

Ecuación 103

- Se determinan a continuación las frecuencias de esquina del regulador de adelanto como se indica en las siguientes expresiones, bien en función de la nueva frecuencia de cruce de ganancia ω_m o bien en función de T.

$$\omega_1 = \frac{1}{T} = \omega_m \sqrt{\alpha}$$

Ecuación 104

$$\omega_2 = \frac{1}{\alpha T} = \frac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}}$$

Ecuación 105

7. A la hora de dibujar el diagrama de Bode del sistema sin compensar, se puede haber juntado una ganancia propia del sistema, con la ganancia que ha sido calculada en el apartado 1 para satisfacer el error especificado. Es necesario separarlos para obtener la función de transferencia del regulador.
8. Se dibuja seguidamente el Bode del sistema compensado y se determina el nuevo margen de fase. Si no resultase ser el especificado es necesario incrementar el valor de ϵ del apartado 3, y repetir el proceso de nuevo.
9. Una vez que el margen de fase es el deseado, se comprueban otras especificaciones adicionales del comportamiento del sistema.

5.3. Redes de retardo de fase (PI Real)

Un compensador de retardo de fase posee una función de transferencia de varios modos como la de la Ecuación 106.

$$G(s) = K_c \beta \cdot \frac{Ts+1}{\beta Ts+1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} \quad \text{con } (\beta > 1)$$

Ecuación 106

Debido a la restricción de β en que ha de ser mayor de 1, el polo estará situado a la derecha del cero en el plano complejo.

Si se trazase el diagrama de Bode de la red sería algo similar al de la Figura 82:

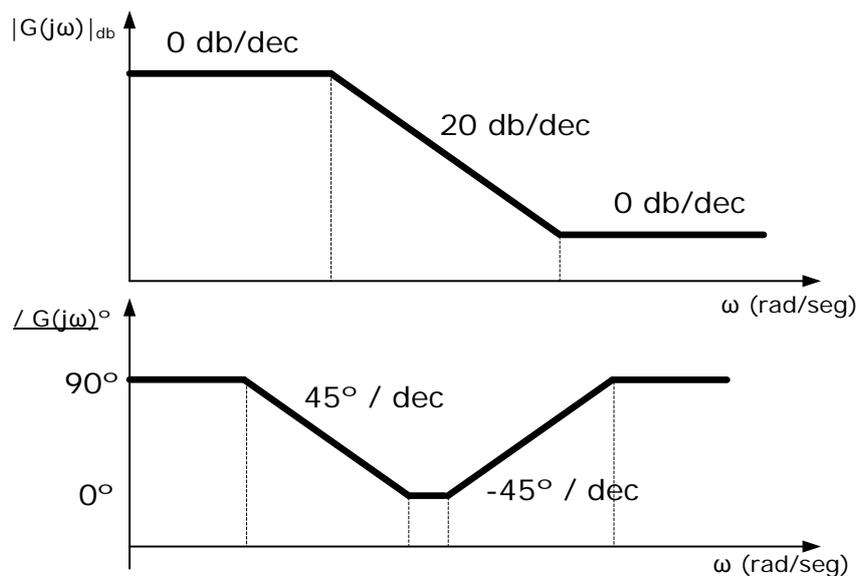


Figura 82 - Curva de módulos y argumentos de un regulador PI real

El procedimiento para el diseño de una red de retardo de fase es el que se indica seguidamente:

1. Si se pone en serie el regulador con la función de transferencia como se indica en la Ecuación 107,

$$G_c(s)G(S) = K \frac{Ts+1}{\beta Ts+1} G(S) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1} G_e(S) \quad \text{siendo } G_e(S) = KG(s)$$

Ecuación 107

lo primero que hay que hacer es calcular la ganancia K para que el sistema satisfaga la constante del error especificada.

2. Empleando el valor de K calculado en el paso anterior, trazar el diagrama de Bode del sistema sin regular, y calcular el margen de fase del sistema.
3. Se busca en el diagrama la frecuencia a la cual el sistema sin regular posee el margen de fase indicado en las especificaciones de partida (ω_e). Seguidamente se aplica la Ecuación 108,

$$\phi = \phi_e + \varepsilon$$

Ecuación 108

donde ϕ es la contribución al margen fase requerido, ϕ_e es el especificado y ε es un ángulo de seguridad para compensar el desfase que introduce la red de retardo. Este parámetro ε va a poseer unos valores de entre 5° y 15° .

4. Se mide el valor de la curva de módulos a la frecuencia ω_e que se denomina A, y se iguala con el valor de la atenuación necesaria de la red como se indica en la Ecuación 109, obteniendo de este modo el valor de β .

$$A = 20 \log \beta$$

Ecuación 109

5. Se escoge ahora la frecuencia de codo superior $\omega_2=1/T$ una década por debajo de la frecuencia a la que se obtiene el margen de fase especificado ω_e . Escogiéndose este valor como se indica en la Ecuación 110.

$$\omega_2 = \frac{1}{T} \quad \text{siendo este valor igual a alguno entre } \frac{\omega_e}{2} \text{ y } \frac{\omega_e}{10}$$

Ecuación 110

En redes analógicas no se puede aumentar más el denominador. De esta expresión se extrae el valor de T necesario en la confección del regulador.

6. Una vez obtenido el valor de T y de β la red de retardo de fase queda totalmente definida. Con lo cual se procede al trazado del diagrama de Bode del sistema ya compensado y a la comprobación del margen de fase obtenido.
7. En caso de que no se cumpliera alguna especificación sería necesario tomar un nuevo valor de ε del apartado 3, o probar con un nuevo valor de $1/T$ del apartado 5, hasta concluir con las especificaciones deseadas.

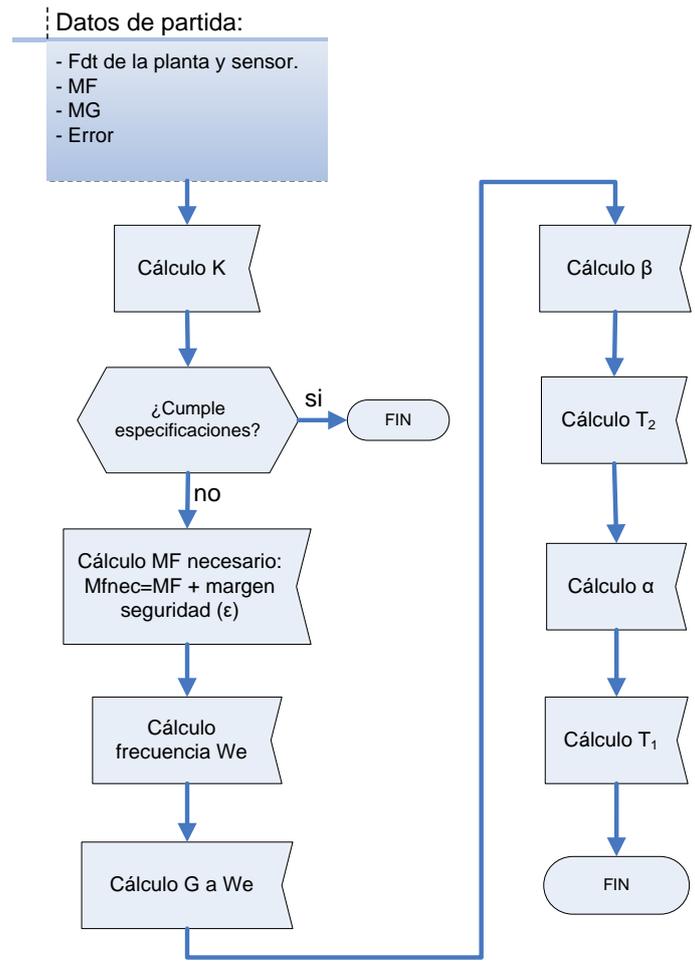


Figura 83 - Organigrama de diseño de un PID real

5.4. Redes de retardo-adelanto de fase (PID Real)

El diseño de un regulador de retardo-adelanto por el método de Bode se basa en las técnicas mostradas por separado previamente. Se muestra en la Figura 85 el método a seguir en un diagrama.

Para realizar estos reguladores se establece una relación entre los parámetros α y β de los dos compensadores explicados. Dicha relación dice que el parámetro α de la red de adelanto debe ser igual a la inversa del valor de β de la red de retardo como se observa en la Ecuación 111

$$\alpha = \frac{1}{\beta}$$

Ecuación 111

La parte correspondiente a la red de adelanto altera la curva de respuesta en frecuencia añadiendo un ángulo de adelanto de fase e incrementando el margen de fase en la frecuencia de cruce. En cuanto a la sección de retardo produce atenuación cerca y por encima de la frecuencia de cruce, y permite el incremento de la ganancia en el rango de bajas frecuencias para mejorar el comportamiento en régimen permanente.

La función de transferencia de la red de retardo-adelanto es la que se muestra en la Ecuación 112:

$$G_c(s) = K_c \frac{(T_1s + 1)}{\left(\frac{T_1}{\beta}s + 1\right)} \frac{(T_2s + 1)}{(\beta T_2s + 1)}$$

Ecuación 112

5.5. Reguladores PD

La función de transferencia del regulador PD es la que se muestra en la Ecuación 113:

$$G_c(s) = K(1 + Ts)$$

Ecuación 113

En este caso se trata de un caso especial de una red de adelanto, a la que no se le ha incluido el polo que lleva esta, si se realizase la representación del diagrama de Bode de esta función de transferencia se tiene la Figura 84.

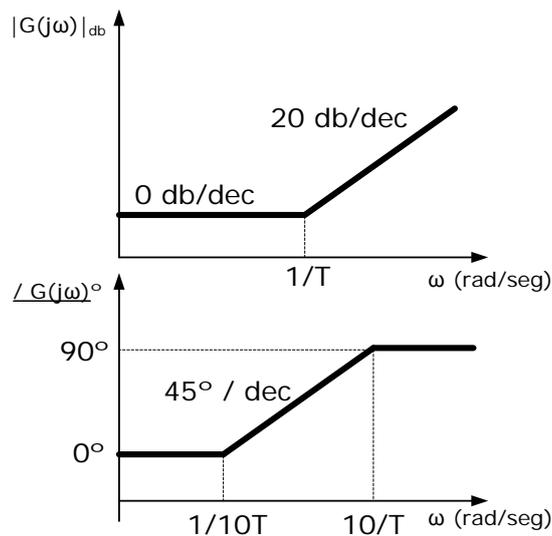


Figura 84 - Curva de módulos y argumentos de un regulador PD

El método de diseño se ilustra en el diagrama de la Figura 85.

Se observa en esta figura que la introducción de un controlador de este tipo añade fase al sistema, por lo que se puede provocar en consecuencia un gran incremento del margen de fase del sistema que se pretende regular. Asimismo, se puede ver que se añaden 20 db por década a la curva de módulos a partir de las frecuencias que estén por encima de la posición del cero del regulador.

El procedimiento de diseño para un determinado margen de fase en las especificaciones que se pretenden alcanzar es el mismo que para un compensador de adelanto de fase, con la salvedad de que en este caso no se le va a introducir un polo al sistema, es decir que tan solo se tendrá en cuenta el cero que se le ha dispuesto a la mencionada red.

Al aumentar el margen de fase del sistema se contribuye a la mejora de la estabilidad relativa de este. Teniendo en cuenta esto el diseño del controlador se ha de llevar a cabo de tal modo que se realice la mayor aportación de margen de fase, pero esto dependerá de la ubicación del cero, pues se puede incrementar la frecuencia de cruce de ganancia en la curva de módulos, y es necesario optimizar la ubicación para el cometido comentado. La mejor forma de conseguirlo es probando hasta acotar aproximadamente la zona en la que se produce el mayor margen de fase.

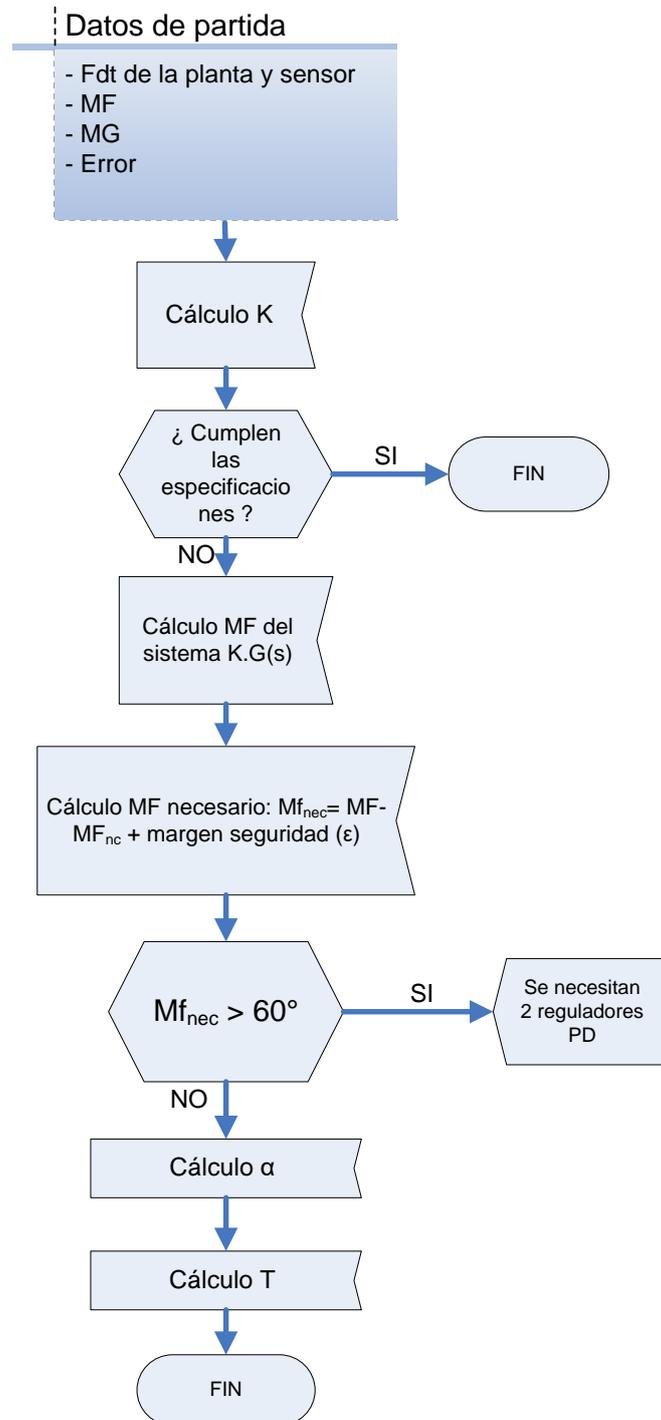


Figura 85 - Organigrama de diseño de un PD

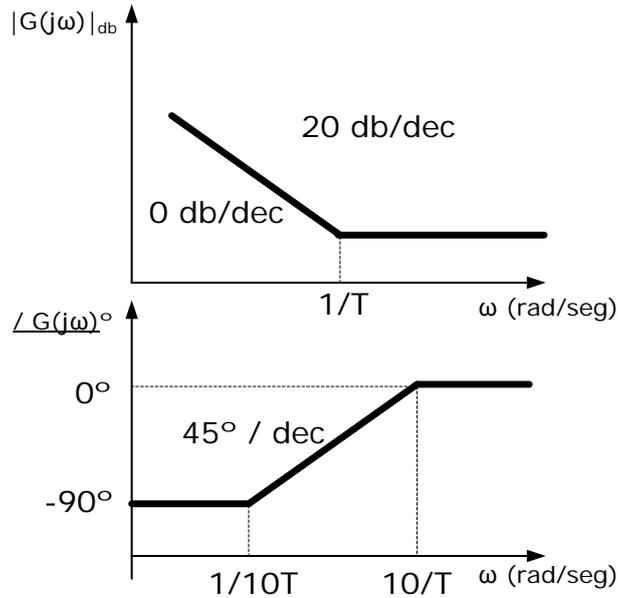


Figura 86 - Curva de módulos y argumentos de un regulador PI

5.6. Reguladores PI

En cuanto al regulador PI, su función de transferencia es la que se muestra en la Ecuación 114:

$$G_c(s) = K \frac{(1+Ts)}{s}$$

Ecuación 114

En este caso también nos encontramos ante un caso especial de una de las redes explicadas anteriormente, en concreto la de retardo. Pero es necesario tener en cuenta una serie de aspectos no desarrollados anteriormente, y por ese motivo se va a desarrollar el diseño de este tipo de regulador en detalle.

Realizando el trazado del diagrama de Bode de esta función de transferencia se tiene la Figura 86.

El regulador PI se caracteriza por la disminución de fase que se realiza a bajas frecuencias. El polo del origen da lugar a una sustracción en el ángulo de 90° , pero el cero del controlador contrarresta el efecto introduciendo fase al sistema, ocasionando que el regulador a altas frecuencias no ejerce influencia sobre el sistema que se pretende regular.

El propósito de la introducción del regulador es el de mejorar el margen de fase del sistema, hecho que aparentemente no es lo que se puede conseguir dadas las consecuencias que provoca. Debido a esto es importante que el cero del regulador este por debajo de la frecuencia de cruce de ganancia del sistema, y de esa forma el cero resta una cantidad pequeña de ángulo al nuevo margen de fase del sistema compensado.

Para aumentar el margen de fase del sistema compensado se tiene en cuenta lo siguiente:

- La mayoría de los sistemas posee una curva de argumentos decreciente, debido a que el grado del denominador es mayor que el del numerador.
- El regulador PI atenúa la curva de módulos en aquellas frecuencias superiores al cero.

Debido a todo esto es importante situar el cero por debajo de la nueva frecuencia de cruce de ganancia, a una distancia tal que no tenga efecto en la curva de argumentos en dicha frecuencia. La curva de módulos tras la introducción del regulador se ve atenuada y, la frecuencia de cruce de ganancia se producirá a un valor menor que la del sistema sin regular, lo que provoca que el margen de fase sea mayor, ya que la curva de argumentos es decreciente.

El regulador PI produce por tanto en primer lugar una reducción de la frecuencia de transición, lo que provoca que el sistema sea más lento en la respuesta temporal, y en segundo lugar se incrementa el margen de fase, lo que mejora la estabilidad relativa y el sistema poseerá menor sobreoscilación.

Para aclarar el proceso de diseño del regulador PI se va a emplear la siguiente función de transferencia:

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} = K_I \frac{\left(1 + \frac{K_p}{K_I} s\right)}{s} = K \frac{(1 + as)}{s}$$

Ecuación 115

El procedimiento del diseño de un regulador PI se detalla a continuación:

1. Si se tiene especificación de algún error es necesario ajustar la ganancia necesaria para corregirlo.
2. Empleando el valor de K calculado en el paso anterior, trazar el diagrama de Bode del sistema sin regular, y calcular el margen de fase del sistema.
3. Se busca en el diagrama la frecuencia a la cual el sistema representado en el punto anterior posee el margen de fase indicado en las especificaciones de partida, aplicando para ello la Ecuación 116,

$$\phi = -180 + \phi_e + \varepsilon$$

Ecuación 116

donde ϕ es el ángulo de la curva de argumentos en donde se ha de localizar la frecuencia a la cual se da el margen de fase especificado, ϕ_e es el margen de fase especificado y ε es un ángulo de seguridad para compensar el desfase que introduce la red de retardo. Este parámetro ε va a poseer unos valores de entre 5° y 15° . De este punto se obtiene la frecuencia ω_e a la cual se da el margen deseado.

4. Se mide el valor de la curva de módulos a la frecuencia ω_e que se denomina A, y teniendo en cuenta la Figura 86 se iguala con el valor de la atenuación como se indica en la Ecuación 117, teniendo en cuenta que la ubicación del cero está en $1/a$ y que el controlador tendrá un valor de K determinado. Esto es debido a que, la suma a la frecuencia ω_e del módulo de la función de transferencia sin compensar y

del módulo del controlador, debe ser cero, pues es la nueva frecuencia de cruce de ganancia.

$$A = 20\log K - 20\log \frac{1}{a} = 20 \left[\log K - \log \frac{1}{a} \right] = 20\log \left[\frac{K}{\frac{1}{a}} \right] = 20\log K \cdot a = 20\log K_p$$

Ecuación 117

Nota: $K=K_I$ y $a=K_P/K_I$ (Ecuación 115)

Como a la frecuencia ω_c la suma del módulo del regulador más el módulo del sistema sin compensar ha de ser cero, de la expresión 117 se obtiene por tanto el valor de K_p .

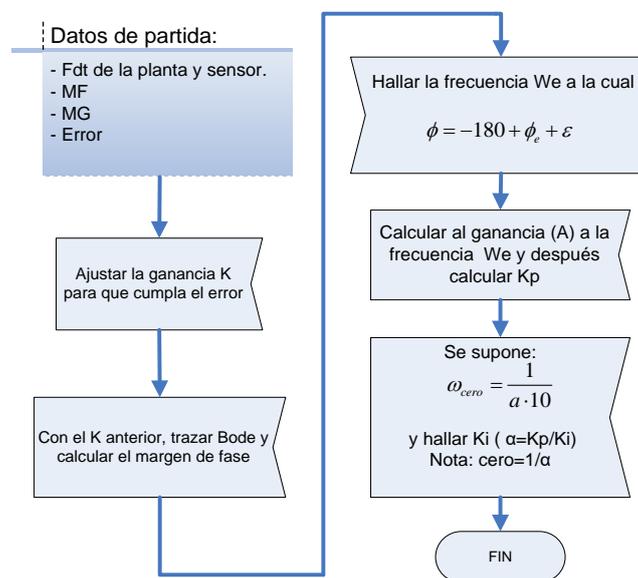


Figura 87 - Organigrama de diseño de un PI

- Como criterio de diseño se escoge ahora la frecuencia del cero $\omega_{cero}=1/a$ una década por debajo de la frecuencia a la que se obtiene el margen de fase especificado ω_c . Escogiéndose este valor como se indica en la Ecuación 118.

$$\omega_{cero} = \frac{1}{a \cdot 10}$$

Ecuación 118

Como en el apartado anterior he obtenido K_p , y además sé que el valor de a , que es conocido por saber la frecuencia del cero, es el de K_p/K_I , ya se dispone de los parámetros que intervienen en el regulador PI y se puede dar valores a las constantes de la Ecuación 115.

Se muestra seguidamente en el diagrama de la Figura 87 de forma resumida el método explicado.

5.7. Reguladores PID

En el caso del regulador PID, la función de transferencia es la que se muestra en la Ecuación 119.

$$G_c(s) = K_p + K_d s + \frac{K_I}{s}$$

Ecuación 119

Desde el punto de vista del diseño de un regulador PID en el dominio frecuencial es mucho más práctico presentar la función de transferencia como la suma de un regulador PD y la de un PI como se indica en la Ecuación 120.

$$G_c(s) = (1 + K_d s) \left(K_{p2} + \frac{K_{I2}}{s} \right)$$

Ecuación 120

El diagrama de Bode de esta función de transferencia tiene una forma aproximada a la mostrada en la Figura 88.

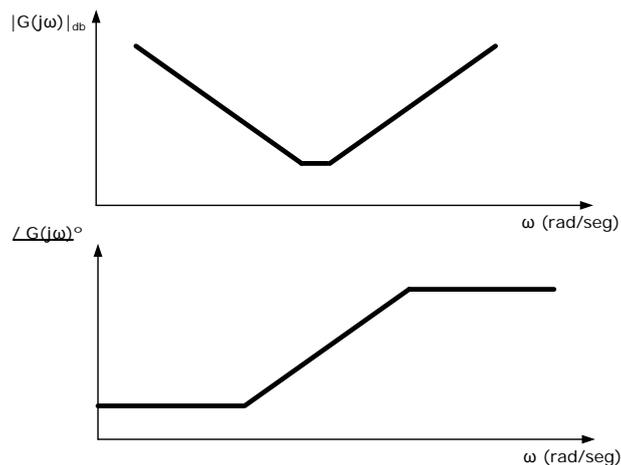


Figura 88 - Curva de módulos y argumentos de un regulador PID

Así pues, para diseñar un regulador PID en el dominio frecuencial se realiza una implementación en cascada de un regulador PD junto con un PI, teniendo que considerar las características de los dos condensadores en el diseño.

El regulador PI aumenta el margen de fase y reduce la frecuencia de cruce de ganancia del sistema, el controlador PD en cambio aumenta la frecuencia de cruce de ganancia del sistema, y aumenta también al igual que el anterior el margen de fase. Por tanto, con un PID va a ser posible obtener un margen de fase mucho mayor que el obtenido individualmente con alguno de los otros por separado. Teniendo en cuenta esto un sistema regulado con un PID ha de tener un mayor margen de fase que el sistema sin regular, además de mantener o mejorar la velocidad del sistema original.

Un criterio de diseño es obtener alguna de las dos constantes K_i o K_d , y seguidamente aplicar la siguiente relación entre ambas (Ecuación 121), propuesta por Åström y Hägglund

(1984) en su trabajo de referencia "Automatic tuning of simple regulators with specifications of phase and amplitude margins"

$$T_i = K_i T_d \rightarrow 2 \leq K_i \leq 8$$

Ecuación 121

donde $T_i = K_p / K_I$ y $T_d = K_d / K_p$.

La otra posibilidad es realizar un PD para el sistema sin compensar que aporte el mayor margen de fase posible, y a continuación dimensionar un PI para la planta con el PD ya incorporado, en el que se le fijan especificaciones determinadas, saliendo de este modo la parte correspondiente al PI mucho más relajada. Se muestra un diagrama de la metodología a seguir en la Figura 89.

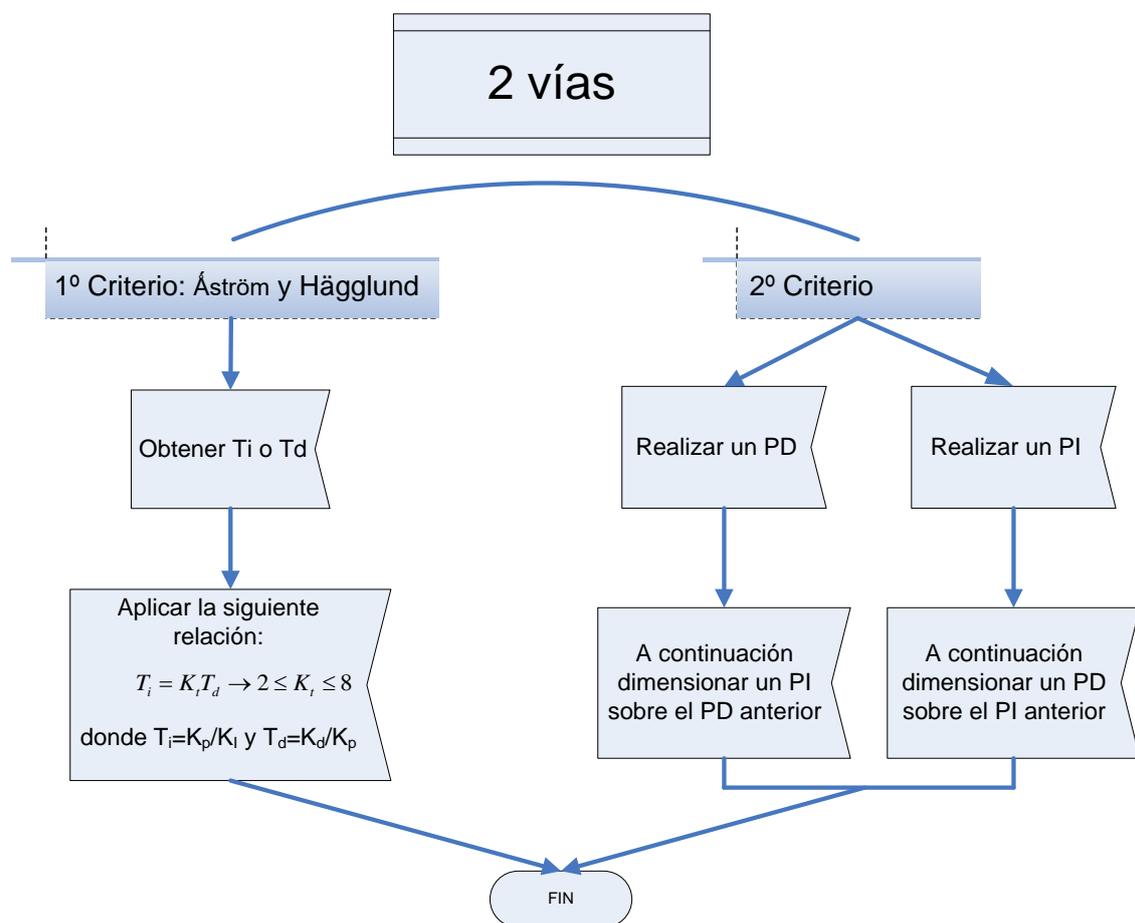


Figura 89 - Organigrama de diseño de un PID

6. Conclusiones

Como se ha podido comprobar en el capítulo de diseño de controladores a partir de la función de transferencia mediante la técnica del lugar de las raíces permite obtener especificaciones muy precisas que se pretenden alcanzar, pero en el supuesto de que no fuese posible obtener la función de transferencia del sistema, este método lógicamente no sería aplicable. En cuanto a estos tipos de sistemas en los que no es posible disponer de una función de transferencia del mismo, una alternativa de diseño consiste en obtener

información de la planta mediante la respuesta frecuencial de la misma, que se puede hacer de forma experimental. Como se ha visto a lo largo de este capítulo las especificaciones temporales y las frecuenciales están ligadas, y mantienen una relación de variación. Por tanto, es correcto decir que se puede realizar el diseño de reguladores mediante técnicas de diseño basadas en la respuesta frecuencial del sistema a regular. Obviamente este método se puede aplicar también con muy buenos resultados a sistemas cuya función de transferencia sea conocida. De hecho, en el caso en que se dispone de polos y ceros dispersos, lo que es un inconveniente para utilizar el diseño por el lugar de las raíces, mediante esta técnica sí se podría obtener el regulador.

Una gran ventaja que se incorpora con el diseño mediante la respuesta frecuencial de sistemas, además de la ya comentada para los sistemas en los que no se puede obtener la función de transferencia, es que este método se puede aplicar con buenos resultados a algunos sistemas no lineales.

En este caso el método, al igual que para el del lugar de las raíces existe un procedimiento, por tanto, aplicar ingeniería de conocimiento tiene sentido y es factible. Su aplicación es mucho más amplia que para el lugar de las raíces, incluso se puede realizar ajuste de sistemas que posean retardo puro, algo que era imposible.

Bibliografía

- [1]. Aguado Behar, Alberto, Martínez Iranzo, Miguel. *"Identificación y Control Adaptativo"*. Prentice Hall. (2003)
- [2]. Aláiz-Moretón, H., Castejón-Limas, M., Casteleiro-Roca, J. L., Jove, E., Fernández Robles, L., & Calvo-Rolle, J. L. (2019). A fault detection system for a geothermal heat exchanger sensor based on intelligent techniques. *Sensors*, 19(12), 2740.
- [3]. Alonso Betanzos, A.; Guijarro Berdiñas, B.; Lozano Tello, A; Palma Mendez, J.T.; Tabeada Iglesias, M.J. *"Ingeniería de Conocimiento, Aspectos Metodológicos"* Pearson Education, 2004
- [4]. Alvarez, H., Correa, R.E., Lamanna, R. *"Una Propuesta Taxonomica para los Sistemas de Control"*. Departamento de Procesos y Sistemas, Univ. Simon Bolivar. (2002)
- [5]. Améstegui Moreno, M. *"Apuntes de control PID"*. Universidad Mayor de San Andrés. La Paz – Bolivia (2001).
- [6]. Angulo Bahón, Cecilio y Raya Giner, Cristóbal *"Tecnología de sistemas de control"*, de, Ediciones de la Universitat Politècnica de Catalunya, 2004.
- [7]. Armda, L. V. R.; Luders, R.; Amaral, W. C.; Gomide, F. A. C. *"A Knowledge-Based Environment for Intelligent Design and Supervision of Control Systems"*. Proceedings of the 26th Southeastern Symposium on System Theory (Cat. No.94TH0599-1), 1994, p 276-80
- [8]. Arzen, K.-E. *"Knowledge-based control systems"* Proceedings of the 1990 American Control Conference (IEEE Cat. No.90CH2896-9), 1990, 1986-91 vol.2 Control Council, Green Valley, AZ, USA
- [9]. Astrom, K.J.; Hagglund, T. *"Advanced PID Control"* ISA Research Triangle Park. (2006)
- [10]. Astrom, K.J.; Hagglund, T. *"PID controllers: Theory, Design and Tuning"* ISA 2^a ed. Research Triangle Park. (1995)
- [11]. Astrom, K.J.; Hagglund, T., *"Benchmark Systems for PID Control"* Preprints FAC Workshop on Digital Control. Past, present and future of PID Control Tarrasa 2000. Pag 181-182
- [12]. Astrom, K.J. y Wittenmark, B. , *"Adaptive Control"* Addison Wesley (1989)
- [13]. Astrom, K.J.; Hagglund, T, *"Revisiting the Ziegler–Nichols tuning rules for PID control"*, Asian Journal of Control 4 (4) 364–380. 2002
- [14]. Astrom, K.J.; Hagglund, T. *"Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins"* Automatica Vol20, pp 645-651 1984
- [15]. Astrom, K.J., Hang, C.C., Persson, P. y Ho W.K. *"Towards Intelligent PID Control"* Automática Vol 28 No1 pp 1-9. (1992)
- [16]. Astrom, K.J.; Hagglund, T., *"The Future of PID Control"* Preprints FAC Workshop on Digital Control. Past, present and future of PID Control Tarrasa 2000. Pag 19-30
- [17]. Astrom, K.J. y Steingrimsson, H. *"Implementation of a PID Controller on a DSP"*. Digital Control Applications with the TMS320 Family. Selected Applications Notes. Texas Instruments. Pag. 205-238 (1995)
- [18]. Atkinson, P. and Davey, R.L., *"A theoretical approach to the tuning of pneumatic three-term controllers"*. Control, 238-242. March 1968
- [19]. Barnes, S. *"Sistemas de Gestión del Conocimiento. Teoría y Práctica"*. Thomson, Colección Negocios (2002).
- [20]. Barrientos, Antonio *"Control de Sistemas Continuos"*, Mc Graw Hill 1996.
- [21]. Belanger, P.W. and Luyben, W.L., *"Design of low-frequency compensators for improvement of plantwide regulatory performances"*. Industrial Engineering Chemistry Research, 5339-5347. 1997
- [22]. Bennett, S. *"Nicolas Minorsky and the automatic Steering of Ships"*, Control System Magazine:10-15, 1984

- [23]. Blickley, G.J., "Modern control started with Ziegler-Nichols tuning". Control Engineering, 11-17. October (1990)
- [24]. Calvo-Rolle, J.L.; Alonso-Álvarez, A.; Ferreiro-García, R.; García-Rodríguez, I.; "Ajuste empírico de reguladores PID en cadena cerrada con Matlab" Revista Técnica Industrial, 261, Febrero 2006.
- [25]. Calvo-Rolle, J.L.; "Implementación de un controlador PID para regular temperatura con microcontrolador" Revista Española de la Electrónica, abril 2006.
- [26]. Calvo-Rolle, J.L.; Alonso-Álvarez, A.; Ferreiro-García, R.; Pérez-Castelo, F.J.; "Influencia real frente a la teórica, de la variación de los parámetros de un regulador PID sobre las especificaciones temporales" XXVII Jornadas de Automática, Almería 2006.
- [27]. Calvo-Rolle, J.L.; Alonso-Álvarez, A.; Ferreiro-García, R.; Graña-López, M.A.; "Obtención de los parámetros de in PID para determinadas especificaciones frecuenciales" XIV Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas, Gijón 2006.
- [28]. Calvo-Rolle, J.L.; Alonso-Álvarez, A.; Ferreiro-García, R.; Pérez-Castelo, F.J.; "Programación del algoritmo de IFT con Matlab para la obtención de los parámetros de un regulador PID" XXVII Jornadas de Automática, Almería 2006.
- [29]. Calvo-Rolle, J.L.; "Regulador PID para control de temperatura con entrega de potencia lineal" Revista Todo Electrónica Nº44 Año XI, septiembre 2006.
- [30]. Calvo-Rolle, J.L.; Alonso-Álvarez, A.; Ferreiro-García, R.; Villar-Flecha, J.R.; "Métodos de ajuste para reguladores PID en cadena abierta" Revista Ingeniería Química, Nº 442 Año XXXVIII, diciembre 2006.
- [31]. Calvo-Rolle, J.L.; Alonso-Álvarez, A.; Ferreiro-García, R. "Sobre Técnicas de Auto-ajuste de Pilotos Automáticos en Buques" Revista Ingeniería de Mantenimiento Marítimo, Aceptado para publicación en año 2007.
- [32]. Calvo-Rolle, J.L.; Alonso-Álvarez, A.; Ferreiro-García, R. "Los inicios del regulador PID" Revista Técnica Industrial, Aceptado para publicación en año 2007.
- [33]. Calvo-Rolle, J.L.; Piñón-Pazos, A. "Actuador de reguladores para cargas monofásicas resistivas de baja potencia" Revista Mundo Electrónico Nº382, enero 2007.
- [34]. Casteleiro-Roca, J. L., Gómez-González, J. F., Calvo-Rolle, J. L., Jove, E., Quintián, H., Gonzalez Diaz, B., & Mendez Perez, J. A. (2019). Short-term energy demand forecast in hotels using hybrid intelligent modeling. *Sensors*, 19(11), 2485.
- [35]. Casteleiro-Roca, J. L., Barragán, A. J., Segura, F., Calvo-Rolle, J. L., & Andújar, J. M. (2019). Fuel cell output current prediction with a hybrid intelligent system. *Complexity*, 2019.
- [36]. Chen, C.-L., Huang, H.-P. and Hsieh, C.-T. "Tuning of PI/PID controllers based on specification of maximum closed-loop amplitude ratio", *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 32, 6, 783-788. (1999)
- [37]. Cheung, C.F.; Chan, Y.L.; Kwok, S.K.; Lee, W.B.; Wang, W.M. "A knowledge-based service automation system for service logistics" *Journal of Manufacturing Technology Management*, v 17, n 6, 2006, 750-71
- [38]. Chien, K.-L.; Hrones, J.A.; Reswick, J.B. "On the automatic control of generalised passive systems" *Transactions of the ASME*, 175-185, 1952.
- [39]. Cluett, W.R. and Wang, L., "New tuning rules for PID control". *Pulp and Paper Canada*, 52-55. (1997)
- [40]. Cohen, G.H.; Coon, G.A. "Theoretical considerations of retarded control" *Transactions of the ASME*, 827-834, 1953.
- [41]. Coon G.A. "How to set three-term controller" *Control Engineering*, 3. Pag 71-76 (1956)
- [42]. Corripio A.B. "Tuning of Industrial Control Systems 2nd Edition" ISA-The Instrumentation, Systems and Automation Society. Pag.145-157 (2001)
- [43]. Cuenca, J. "Inteligencia Artificial: Sistemas Expertos." Alianza Informática, 1986.
- [44]. Davydov, N.I., Idzon, O.M. and Simonova, O.V., "Determining the parameters of PID-controller settings using the transient response of the controlled plant". *Thermal Engineering*, 801-807. (1995)

- [45]. Dorsey, John "Sistemas de control continuos y discretos" Mc Graw Hill Interamericana 2005
- [46]. Dosung Kim; Myoung-Ho Lee "A knowledge base construction for control application" Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers, v 39, n 7, July 1990, 720-8 South Korea
- [47]. Ehrich, L.; Levine, W.S. "Using Matlab to Analyze and Design Control Systems" Second Edition. Addison-Wesley Publishing Company 1995
- [48]. Epshtein, V.L. "Hypertext knowledge base for the control theory" Automation and Remote Control, v 61, n 11, pt.2, Nov. 2000, 1928-33
- [49]. Favilla, J.R.; Carlos, M.E. "Industrial automation through knowledge-based systems" 'New Generation' Knowledge Engineering. IAKE '92. Proceedings Third Annual Symposium of the International Association of Knowledge Engineers, 1992, 270-4 Gaithersburg, MD, USA
- [50]. Finocchio, Robert J; Blauch, Andrew J.; Lorincz, Terry S.; Meth, Reuven; Butz, Brian P. "Implementing a Real-Time Knowledge-Based Controller in a Velocity Controlled, Servo Motor Control System". Proceedings. 5th IEEE International Symposium on Intelligent Control 1990, p 811-15 vol.2.
- [51]. Foltin, M.; Murgas, J.; Sekaj, I. "A new adaptive PID control approach based on closed-loop response recognition" WSEAS Transactions on Systems, v 5, n 7, July 2006.
- [52]. Fraile Mora, Jesús "Curso de ingeniería de control", Servicio de Publicaciones E.T.S. Ingenieros de Caminos Canales y Puertos 1987.
- [53]. Gomáriz, S.; Biel, D.; Matas, J.; Reyes, M. "Teoría de control, Diseño electrónico" Ediciones UPC 1998
- [54]. Gómez Campomanes, José "Automática. Análisis y diseño de los sistemas automáticos de control. Tomos 1 y 2", Jucar. Madrid 1986.
- [55]. Gómez, A.; Juristo, N.; Montes, C.; Pazos, C. "Ingeniería del Conocimiento". Ed. Ceura, 1997.
- [56]. Gómez Pérez, A.; Fernández-López, M.; Corcho, O. "Ontological Engineering". Springer-Verlag. 2003.
- [57]. Gorecki, H., Fuska, S., Grabowski, P. and Korytowski, A., "Analysis and synthesis of time delay systems", John Wiley and Sons, New York, 1989
- [58]. Haalman, A. "Adjusting controllers for a dead time process" Control Engineering, July 1965. Pag 71-73 (1965)
- [59]. Hang, C.C., Astrom, K.J., Ho, W.K., "Refinements of the Ziegler-Nichols tuning formula" IEE Proceedings, Part D, 138(2), 111-118. (1991)
- [60]. Hang, C. C.; Astrom, K. J.; Wang Q. G. "Relay feedback autotuning of process controllers – a tutorial review", Journal of Process Control 12 143-162 (2002)
- [61]. Hang, C.C. and Astrom, K.J., "Practical aspects of PID auto-tuners based on relay feedback". Proceedings of the IFAC Adaptive control of Chemical Processes Conference, Copenhagen, Denmark, 153-158. (1988)
- [62]. Hang, C.C., Tan, C.H. and Chan, W.P., "A performance study of control systems with dead time". IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation, IEIC-27(3), 234-241. (1980)
- [63]. Haugen, Finn "Dinamic Systems modelling, analysis and simulation" Tapir Academia Press, Trondheim 2004
- [64]. Haugen, Finn "PID control" Tapir Academia Press, Trondheim 2004
- [65]. Hazebroek, P. and Van der Waerden, B.L., "The optimum adjustment of regulators". Transactions of the ASME, , April, 317-322. (1950)
- [66]. Ho, W.K., Hang, C.C. y Cao, L.S. "Tuning of PID Controllers Based on Gain and Phase Margin Specifications" Automática Vol 31 No3 pag 497-502 (1995)
- [67]. Hwang, S.-H., "Closed-loop automatic tuning of single-input-single-output systems". Industrial Engineering Chemistry Research, 2406-2417. (1995)

- [68]. Isaksson, A.J. and Graebe, S.F., "*Analytical PID parameter expressions for higher order systems*", *Automatica*, 1121-1130. (1999)
- [69]. Jhonson, Michael A.; Moradi, Mohamad H. "*PID Control*". Springer Editors. (2005)
- [70]. Casteleiro-Roca, José-Luis; Barragán, Antonio Javier; Calvo-Rolle, José Luis; Andújar, José Manuel. 2019. Hybrid intelligent system to predict the output voltage of a hydrogen fuel cell. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 16, 492-501. <https://doi.org/10.4995/riai.2019.10986>.
- [71]. Jove, Esteban, et al. "PID-ITS: an intelligent tutoring system for PID tuning learning process." *International Joint Conference SOCO'17-CISIS'17-ICEUTE'17 León, Spain, September 6–8, 2017, Proceeding*. Springer, Cham, 2017.
- [72]. Jove, E., Casteleiro-Roca, J. L., Quintián, H., Méndez-Pérez, J. A., & Calvo-Rolle, J. L. (2019). A fault detection system based on unsupervised techniques for industrial control loops. *Expert Systems*, 36(4), e12395.
- [73]. Katsuhiko Ogata, "*Ingeniería de Control Moderna*". Ed. Prentice Hall Pearson Education. 2002.
- [74]. Kaya, A.; Scheib, T.J. "*Tuning of PID controllers of different structures*", *Control Engineering*, 7, pp. 62-65, 1988.
- [75]. Koivo, H.N. and Tanttu, J.T., "*Tuning of PID Controllers: Survey of SISO and MIMO techniques*". *Proceedings of the IFAC Intelligent Tuning and Adaptive Control Symposium, Singapore, 1991*, 75-80.
- [76]. Kookos, I.K., Lygeros, A.I. and Arvanitis, K.G., "*On-line PI controller tuning for integrator/dead time processes*". *European Journal of Control*, 19-31. (1999)
- [77]. Kuo, B.C.; Hanselman D.C. "*Matlab Tools for Control System Análisis and Design*" The Matlab Currículo series, Prentice Hall 1994
- [78]. Lelić, M. y Gajić, Z. "*A Reference Guide to PID Controllers in the Nineties*" Preprints IFAC Workshop on Digital Control. Past, present and future -of PID Control Tarrasa 2000 Pag 73-82
- [79]. Leva, A., "*PID autotuning algorithm based on relay feedback*". *IEE Proceedings*, 140(5), 328-338. (1993)
- [80]. Luyben, W. L.; Luyben M. L. "*Essentials of Process Control*", McGraw Hill, 1997
- [81]. Luyben, W.L., "*Tuning proportional-integral-derivative controllers for integrator/deadtime processes*". *Industrial Engineering Chemistry Research*, 3480-3483. 1996
- [82]. Maldonado, J. y Lázaro, I. "*Análisis de sistemas lineales de control usando Matlab*". Universidad de Michoacana (San Nicolás de Hidalgo). 1998
- [83]. Machuca Gómez, Oscar, "*Servomecanismo de posicionamiento angular de una carga*". Departamento de Ingeniería de control de la Universidad de Sevilla. 2001
- [84]. Mazaeda, R., De Prada, C. "*Ajuste Automático de controladores PID*". Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática. Univ. de Valladolid. (2003)
- [85]. Marichal Plasencia, G. Nicolás, "*Control de posicionamiento de cámaras*". Universidad de La Laguna. 2002
- [86]. McAvoy, T.J. and Johnson, E.F. "*Quality of control problem for dead-time plants*", *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, 6, 4, 440-446. (1967)
- [87]. McGhee, J.; Grimble, M.J.; Mowforth, P. "*Knowledge-Based Systems for Industrial Control*" IEE Control Engineering Series 1990
- [88]. McMillan, G.K., "*Tuning and control loop performance - a practitioner's guide*". Instrument Society of America, Research Triangle Park, North Carolina, 1994.
- [89]. Miluse, V., Vitecek, A. and Smutny, L. "*Controller tuning for controlled plants with time delay*", Preprints IFAC Workshop on Digital Control. Past, present and future of PID Control Tarrasa. 283-288. (2000)

- [90]. Mindell, David A. *"Between human and machine: Feedback, Control, and Computing before Cybernetics"* Johns Hopkins Paperbacks edition, 2004.
- [91]. Moradi, M. *"New Techniques for PID Controller Design"*. IEEE (2003)
- [92]. Morari, M. y Zafiriou, E. *"Robust Process Control"* Prentice Hall Pag 39-56, 113-125. (1989)
- [93]. Moreno, Luis, Garrido, Santiago, Balaguer, Carlos. *"Ingeniería de Control. Modelado y control de sistemas dinámicos"*. Ariel Ciencia. (2003)
- [94]. Ngai, M.W.; Hung, Y.S.; Pang, G.K.H. *"Knowledge-based learning system for H infinity control system design"* Proceedings of the IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design, 1996, p 14-19
- [95]. Ogata, K. *"Modern Control Engineering"*. Prentice Hall. (1980)
- [96]. Ollis R. *"The Design of Automatic Control Systems"* Artech House. (1986)
- [97]. Oliver Charlton, Francisco Carlos *"Teoría abreviada y problemas resueltos de sistemas lineales de control"*, Copi Belén, 1999.
- [98]. Pang, G.K.H.; Bacakoglu, H.; Ho, M.F.; Hwu, Y.; Robertson, B.J.; Shahrrava, B. *"Knowledge-based system for control system design using MEDAL"* Proceedings of the IEEE/IFAC Joint Symposium on Computer-Aided, 1994, p 187-196 Tucson, AZ, USA
- [99]. Pang, G.K.H. *"Implementation of a knowledge-based controller for hybrid systems"* Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.93CH3307-6), 1993, pt. 3, 2315-16 vol.3 New York, NY, USA
- [100]. Pang, Grantham K. H. *"An Expert Adaptive Control Écheme in an Intelligent Process Control System"*, Proceedings of the IEEE International Symposium on the intelligent Control Arlington Virginia, Agosto 1991.
- [101]. Lewis, Paul H. and Yang, Chang, *"Sistemas de control en ingeniería"*, Prentice Hall, Inc., Madrid 1999.
- [102]. Pérez Cisneros, Marco Antonio and Laubwald, Elke, *"Sistema de depósitos acoplados"*. Universidad de Guadalajara (México).
- [103]. Pérez Cisneros, Marco Antonio; Readman, Mark y Wellstead, Peter, *"Sistema de pelota y aro"*. Universidad de Guadalajara (México).
- [104]. Pessen, D.W., *"A new look at PID-controller tuning"*. Transactions of the ASME. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 553-557. (1994)
- [105]. Philips, Charles L. *"Digital Control System Análisis and Design"* Second Edition. Prentice Hall Internacional, Inc., United States 1990.
- [106]. Rich, E.; Knight, K. *"Inteligencia artificial"* Segunda edición. McGraw-Hill, 1994.
- [107]. Ridao Carlini, Miguel Angel, *"Sistema para el posicionamiento de una antena parabólica"*. Departamento de Ingeniería de control de la Universidad de Sevilla. 2002
- [108]. Rovira, A.A., Murrill, P.W. and Smith, C.L., *"Tuning controllers for setpoint changes"*. Instruments and Control Systems, 42, 1969.
- [109]. Sain, S.G. and Ozgen, C., *"Identification and tuning of processes with large deadtime"*. Control and Computers, 20(3), 73-78.(1992)
- [110]. Schneider, D.M., *"Control of processes with time delay"*. IEEE Transactions on Industry Applications, 24, 186-191. 1988
- [111]. Shafiei, Z. y Shenton, A. T., *"Frequency Domain Design of PID Controllers for Stable and Unstable Systems with Time Delay"*. Automatica. Pag 2223-2232 (1997)
- [112]. Shaian B.; Hassul, M. *"Control System Design using Matlab"* Prentice Hall 1993
- [113]. Shinskey, F.G.. *"PID-deadtime control of distributed processes"*, Preprints IFAC Workshop on Digital Control. Past, present and future of PID Control Tarrasa. 14- 18. (2000)
- [114]. Shinskey, F.G., Hordeski, M.F. y Lipták, B.G. *"Feedback and Feedforward Control"*. Instrument Engineer Handbook. Process Control. Butterworth Heinemann. Pag. 55-69 (1995)

- [115]. Shinsky, F.G., *"Feedback controllers for the process industries"*. McGraw-Hill Inc., New York, 1994.
- [116]. Silva, G.J.; Datta A.; Bhattacharyya, S.P. *"PID controllers for Time-Delay Systems"* Control Engineering 2005
- [117]. Skogestad, S. *"Probably the Best Simple PID Tunings Rules in the World"*. AIChE Annual meeting, Paper 276h, Session on Advances in Process Control, Reno, Nevada, Noviembre, 2001.
- [118]. Slaven, K. *"Adaptive predictive expert control: methodology & application"* UKACC Control 2006 Mini Symposia, Glasgow, UK Aug. 2006.
- [119]. Semino D.; Scali C. *"Multiloop Autotuning using relay feedback: limits and extensions"*, Elsevier Science Ltd, 1996
- [120]. Smith, C.A. y Corripio, A.B., *"Principles and Practice of Automatic Process Control"*. John Wiley & Sons, Inc. (1994)
- [121]. Smith, C.L., Corripio, A.B. and Martin, J. *"Controller tuning from simple process models"*, Instrumentation Technology, December, 39-44. (1975)
- [122]. Tacconi, E., Mantz, R., Solsona, J., Puleston, P... *"Controladores Basados en Estrategias PID"*. LEICI, Facultad de Ingeniería, UNLP. (2005)
- [123]. Taguchi, H. and Araki, M., *"Two-degree-of-freedom PID controllers – their functions and optimal tuning"*, Preprints IFAC Workshop on Digital Control. Past, present and future of PID Control Tarrasa.. 95-100. (2000)
- [124]. Tyreus, B.D.; Luyben, W.L., *"Tuning PI controllers for integrator/dead time processes"* Industrial Engineering Chemistry Research, 1992, 31(11), 2625-2628.
- [125]. Vargas, Manuel, Berenguer, Manuel.. *"Introducción a Matlab y su Aplicación al Análisis y Control de Sistemas"*. Escuela Superior de ingenieros. Univ. de Sevilla. (2004)
- [126]. Visioli A. *"Practical PID control"* Advances in Industrial Control. Springer 2006
- [127]. Wang, F.-S., Juang, W.-S. and Chan, C.-T., *"Optimal tuning of PID controllers for single and cascade control loops"*. Chemical Engineering Communications, 132, 15-34. (1995)
- [128]. Wang, L., Barnes T.J.D. y Cluett W.R. *"New Frequency Domain Design Method for PID Controllers"* IEE Proceedings-Control Theory and Applications 142, pags 265-271. (1995)
- [129]. Wang, L. y Cluett W.R. *"From Plant Data to Process Control. Ideas for process identification and PID design"*. Taylor&Francis. Pag 5-8,142-148 (2000)
- [130]. Wang, L. and Cluett, W.R., *"Tuning PID controllers for integrating processes"*. IEE Proceedings – Control Theory and Applications, 144(5), 385-392. (1997)
- [131]. Wilkie, J, Johnson, M., Katebi, R. *"Control Engineering. An Introductory Course"*. Palgrave Publishers Ltd.. Pag. 545-552 (2001).
- [132]. Wilson, D.I. *"Towards intelligence in embedded PID controllers"* Proceedings of the Eight IASTED International Conference on Intelligent Systems and Control, Cambridge, MA, USA, 31 Oct. - Nov. 2005.
- [133]. Wolfe, W.A., *"Controller settings for optimum control"*. Transactions of the ASME, May, 413-418. (1951)
- [134]. Yu, Cheng Ching *"Autotuning of PID controllers: a relay feedback approach"*, Berlin: Springer, 1999
- [135]. Zhang, G., Shao, C. and Chai, T., *"A new method for independently tuning PID parameters"*. Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control, Kobe, Japan, 2527-2532. 1996
- [136]. Zhuang, M.; Atherton, D. *"Tuning PID controllers with integral performance criteria"*, in: Control'91, Heriot-Watt University, Edinburgh, UK, 1991.
- [137]. Ziegler, J; Nichols, N. *"Optimum settings for automatic controllers"*, Transactions of ASME, 759-768, 1942