



UNIVERSIDADE DA CORUÑA

Facultad de Economía y Empresa

Trabajo de  
Fin de grado

Análisis de modelos de  
gestión y valoración de  
carteras

Brais Lage Sainz

Tutor: Pablo de Llano Monelos

**Grado en Ciencias Empresariales**

Año 2017

# Resumen

La finalidad de este trabajo es el estudio de la gestión del binomio rentabilidad-riesgo a partir de la teoría moderna de carteras y los diferentes modelos de valoración basados en dicha teoría: modelo de Markowitz, modelo diagonal de Sharpe, modelo de valoración de activos de capital (CAPM) y el modelo de valoración por arbitraje (APT). Para ello se explica el comportamiento y la eficiencia del mercado, junto con los diferentes tipos de inversor e inversión, justificando la importancia de la diversificación inteligente y la inversión a largo plazo. Posteriormente se realiza un estudio empírico de los diferentes modelos para valores del Ibex-35. Concluyendo este estudio con un razonamiento sobre la importancia de dichos modelos para la optimización del binomio rentabilidad-riesgo y de sus limitaciones, puesto que, el conocerlas permite realizar un análisis y una interpretación de los resultados más eficiente, tanto de los modelos como del Ibex-35.

*Palabras clave:* Teoría de cartera, rentabilidad, riesgo, diversificación, eficiencia del mercado.

*Número de palabras:* 14.156

# Abstract

The purpose of this work is the study of the profitability-risk binomial management from the modern portfolio theory and the different valuation models based on this theory: Markowitz's model, Sharpe's diagonal model, capital asset pricing model (CAPM), and arbitrage pricing theory (APT). For that, explains the market behaviour and efficiency, together with the different types of investor and investment, justifying the importance of smart diversification and long-term investment. Later do an empirical study for the different models for Ibex-35 values. Concluding this study with reasoning about the importance of these models for the optimization of the profitability-risk binomial and its limitations, since, to know them allows do a more efficient result analysis and interpretation.

*Keywords:* Portfolio theory, profitability, risk, diversification, Market efficiency

*Number of words:* 14.122

# Índice

<b>1. Inversión.....</b>	<b>10</b>
1.1 Concepto de inversión.....	10
1.2 Aversión al riesgo .....	11
1.3 Mercado financiero .....	13
<b>2. Teoría de la eficiencia del mercado .....</b>	<b>14</b>
2.1 Mercado eficiente .....	14
2.2 Realidad de la eficiencia del mercado.....	15
2.2 Análisis de inversión.....	17
2.2.1 Análisis técnico .....	17
2.2.2 Análisis fundamental .....	17
2.3 Gestión de carteras .....	18
2.3.1 Gestión activa .....	18
2.3.2 Gestión pasiva.....	18
<b>3. Teoría de carteras y valoración de activos .....</b>	<b>19</b>
3.1 Concepto y filosofía.....	19
3.2 Rendimiento y riesgo .....	21
3.3 Modelo de Markowitz .....	23
3.4 Modelo diagonal de Sharpe .....	26
3.5 Modelo de valoración de activos de capital (CAPM) .....	30

3.5.1	Teoría del mercado de capitales y cartera de mercado .....	30
3.5.2	Línea del mercado de capitales .....	32
3.5.3	Línea del mercado de títulos .....	34
3.5.4	SML como tasa de descuento .....	35
3.5.5	Limitaciones CAPM .....	36
3.6	Modelo de valoración por arbitraje (APT).....	38
<b>4.</b>	<b>Creación de carteras.....</b>	<b>40</b>
4.1	Muestra de cotizaciones .....	40
4.2	Aplicación de Markowitz .....	42
4.3	Aplicación de Sharpe .....	45
4.3.1	Estimaciones .....	45
4.3.2	Estudio del riesgo.....	47
4.3.3	Estudio del rendimiento .....	50
4.4	Aplicación de CAPM .....	52
4.4.1	Aplicación CML.....	52
4.4.2	Aplicación SML.....	54
4.4.3	Aplicación $k_e$ y estimación de precios.....	56
4.5	Aplicación de APT .....	57
	<b>Conclusiones .....</b>	<b>59</b>
	<b>Bibliografía.....</b>	<b>62</b>

# Índice de figuras

<b>Figura 1: Perfiles de riesgo .....</b>	<b>12</b>
<b>Figura 2: Respuestas del mercado a nueva información .....</b>	<b>17</b>
<b>Figura 3: Rendimientos del Dow Jones y S&amp;P 500 (4-1970 / 12-2016) .....</b>	<b>20</b>
<b>Figura 4: Rendimientos del Nikkei 225, S&amp;P 500 y Hang Seng (3-1999 / 12-2016).....</b>	<b>20</b>
<b>Figura 5: Comparación del Ibex-35 y el IbexTR .....</b>	<b>22</b>
<b>Figura 6: Frontera eficiente y curvas de utilidad.....</b>	<b>26</b>
<b>Figura 7: Riesgo sistemático y específico .....</b>	<b>29</b>
<b>Figura 8: CML.....</b>	<b>33</b>
<b>Figura 9: SML.....</b>	<b>35</b>
<b>Figura 10: Conjunto de carteras obtenido minimizando el riesgo.....</b>	<b>45</b>
<b>Figura 11: Dispersión de Viscofán.....</b>	<b>47</b>
<b>Figura 12: Dispersión de BBVA .....</b>	<b>47</b>
<b>Figura 13: Evolución del riesgo con la adición de activos .....</b>	<b>50</b>
<b>Figura 14: Comparación del ISH.....</b>	<b>54</b>
<b>Figura 15: SML y rendimientos promedio de Inditex y Santander .....</b>	<b>56</b>

# Índice de tablas

<b>Tabla 1: Capitalización del Ibex-35 .....</b>	<b>41</b>
<b>Tabla 2: Estadísticos de los activos .....</b>	<b>42</b>
<b>Tabla 3: Varianzas-Covarianzas .....</b>	<b>42</b>
<b>Tabla 4: Correlaciones.....</b>	<b>42</b>
<b>Tabla 5: Comportamiento de activos con rendimientos negativos en la cartera .....</b>	<b>43</b>
<b>Tabla 6: Cartera con el rendimiento de Viscofan (Markowitz) .....</b>	<b>44</b>
<b>Tabla 7: Datos de la regresión .....</b>	<b>46</b>
<b>Tabla 8: Riesgo desglosado .....</b>	<b>48</b>
<b>Tabla 9: Composición en función del número de activos .....</b>	<b>48</b>
<b>Tabla 10: Riesgo y rendimiento en función del número de activos.....</b>	<b>49</b>
<b>Tabla 11: Cartera indexada .....</b>	<b>51</b>
<b>Tabla 12: Rendimiento y riesgo de la cartera indexada.....</b>	<b>51</b>
<b>Tabla 13: Composición de la cartera con el rendimiento de Viscofan (Sharpe) .....</b>	<b>51</b>
<b>Tabla 14: Riesgo de la cartera con el rendimiento de Viscofan (Sharpe).....</b>	<b>51</b>
<b>Tabla 15: Rendimiento y riesgo del Bono Alemán a 10 años .....</b>	<b>52</b>
<b>Tabla 16: Rendimiento y riesgo en función del ISH.....</b>	<b>53</b>
<b>Tabla 17: Opciones de la cartera con máximo ISH .....</b>	<b>53</b>
<b>Tabla 18: Inditex y Santander en la SML .....</b>	<b>55</b>
<b>Tabla 19: Precio estimado y precio real .....</b>	<b>57</b>
<b>Tabla 20: Regresión para APT.....</b>	<b>58</b>
<b>Tabla 21: Comparación de regresiones .....</b>	<b>58</b>

# Introducción

La importancia de los mercados financieros es incuestionable, tanto para la búsqueda de financiación como para la búsqueda de oportunidades de obtener rentabilidades. Pero igual que para otro estilo de inversión, se necesita poder valorar los activos que se negocian en estos mercados.

El objetivo de estas valoraciones no es únicamente conocer los posibles rendimientos, sino también conocer sus riesgos, de forma que sea posible la gestión y optimización de este binomio rentabilidad-riesgo. De esta forma, poder adaptar la inversión en función de la aversión hacia este último factor y de las necesidades financieras de cada inversor, garantizando así, no una retribución fija, pero si una inversión más eficiente, bajo unos criterios que al menos harán más posible un buen resultado.

Con el fin de dar una solución a esta difícil gestión, Markowitz realiza una gran aportación al mundo de las finanzas con su teoría de carteras, basándose en la inversión a largo plazo y partiendo de la diversificación como principio básico para la selección de activos. Dicho economista dio pie a nuevas aportaciones posteriores



como el modelo diagonal de Sharpe, el modelo de valoración de activos de capital (CAPM) y el modelo de valoración por arbitraje (APT).

La finalidad de este trabajo es el estudio de los anteriores modelos. Para poner en contexto al lector y proceder al estudio de dichos modelos, se comenzará explicando en que consiste una inversión financiera y la descripción de los distintos perfiles de inversores en función de su capacidad para asumir riesgo. Entrando posteriormente más en detalle, de una forma crítica y con ejemplos claros, sobre la eficiencia del mercado de valores y el comportamiento de los activos a valorar, junto a los estilos de inversión posibles a seguir en función de dicha eficiencia, haciendo hincapié en la filosofía de inversión correspondiente a los modelos de estudio, la inversión a largo plazo y la diversificación.

Una vez expuesto lo anterior, se continúa con la presentación y planteamiento de los diferentes modelos, con sus respectivas aplicaciones prácticas, mostradas a través del estudio de determinados activos del Ibex-35, con el fin de explicar de forma objetiva la funcionalidad de cada uno de ellos.

Por lo tanto, el objetivo de profundizar en las anteriores cuestiones no es únicamente el de conocer las bases teóricas de estos modelos, sino también aprender y comprender:

- El comportamiento del mercado de valores y sus correspondientes precios a causa de los diferentes estilos de inversión y la conducta de los inversores.
- La aplicación práctica y las limitaciones de los modelos a estudiar para evaluar y gestionar carteras o activos individuales a partir del binomio rentabilidad-riesgo y la diversificación, con la finalidad de realizar un análisis objetivo y eficiente.

# 1. Inversión

## 1.1 Concepto de inversión

En la actualidad hay una gran variedad de inversiones, tanto para los grandes ahorradores como para los pequeños, pero para cualquier persona, una inversión supone renunciar al disfrute actual de los recursos que se tienen, a cambio de la posibilidad de obtener en el futuro un beneficio mayor, el cual puede ser incierto.

A grandes rasgos diferenciaremos entre dos tipos de inversión. La financiera, aquella que, como su nombre indica se basa en la negociación de los diferentes activos financieros existentes hoy en día y la inversión real, entendida como aquella basada en la negociación de activos productivos o tangibles.

Los factores a tener en cuenta a la hora de comparar dichos tipos de inversión son:

- **Divisibilidad.** Por lo general la inversión en activos reales no es tan fácil de dividir como la financiera, si bien difiere dependiendo del activo real. Un claro ejemplo, es la diferencia entre invertir en único inmueble o invertir en una Socimi.
- **Diversificación.** Resulta más fácil tener mayor variedad de activos financieros al no necesitar grandes cantidades para cada inversión.
- **Liquidez.** El mercado financiero es habitualmente más líquido al tener un volumen de negociación mayor, si bien difiere dependiendo del activo.

También se pueden tener en cuenta otros factores como la fiscalidad. Por ejemplo, al tener que pagar en el caso de invertir en un inmueble por el IBI o por las

rentas de alquiler, frente a las ventajas fiscales que tiene invertir en un fondo de inversión, donde no se tributa hasta el momento del reembolso o los planes de pensiones en los cuales, además, las aportaciones se pueden desgravar del IRPF. Por lo tanto, un inversor tendrá que definir bien sus necesidades financieras para poder escoger una inversión apropiada en función de los anteriores factores.

## 1.2 Aversión al riesgo

Lo que diferencia a un buen inversor, no es únicamente el hecho de encontrar una oportunidad que le pueda aportar una buena rentabilidad, sino encontrar una que se ajuste a sus necesidades financieras, asumiendo el menor riesgo posible. Este hecho es el que provoca que la mayor parte de los ahorradores desconfíen de las inversiones financieras al catalogarlas como un producto de alto riesgo y difícil de gestionar. Si bien hace unos años la mayoría de la gente prefería invertir sus ahorros en inmuebles al considerarlo un activo refugio, muchos se habrán encontrado con diferentes dificultades, no sólo por la caída de los precios, sino también por su falta de liquidez al estallar la burbuja inmobiliaria.

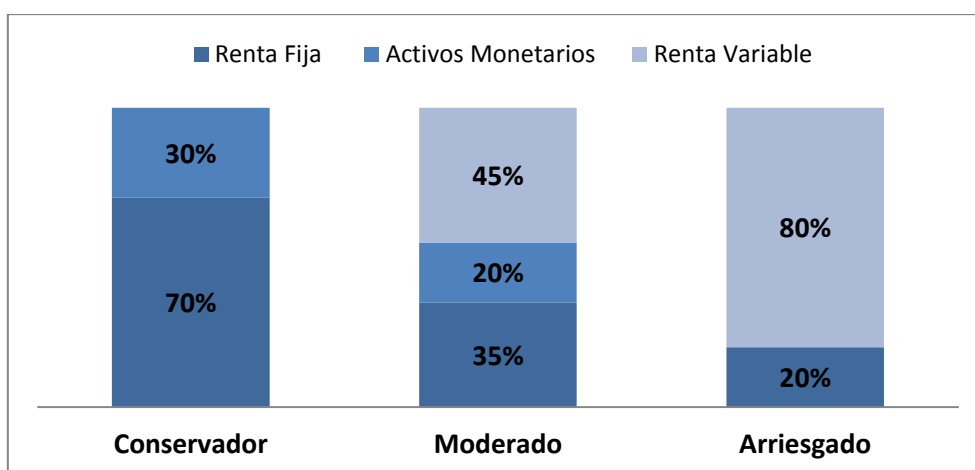
Este hecho de intentar evitar o asumir más riesgo se debe al nivel de aversión o tolerancia hacia este por parte de cada inversor.

En la actualidad, todas las entidades financieras cuentan con sus cuestionarios para conocer el perfil de cada inversor en función de diferentes factores como su edad, duración de la inversión, objetivo... y de esta forma asesorar sobre los productos financieros que mejor se adapten a ellos. Tal y como muestra la Figura 1, se puede definir de forma genérica los 3 siguientes perfiles de riesgo (CNMV, 2006):

- **Perfil de riesgo bajo o conservador:** La finalidad que buscan estos inversores es la de preservar el capital. Al tener poca tolerancia a las pérdidas, están dispuestos a obtener menores rentabilidades a cambio de asegurar la preservación de sus ahorros. Para este perfil son convenientes algunos tipos de fondos de renta fija o fondos monetarios (renta fija c/p).

- **Perfil de riesgo medio o moderado:** Este estilo de inversores tienen la capacidad de asumir ciertos niveles de pérdidas, a cambio de la posibilidad de obtener mayor rentabilidad que el perfil anterior. Los fondos mixtos (renta fija y variable) serían los más apropiados.
- **Perfil de riesgo alto o arriesgado:** Están dispuestos a tener grandes pérdidas con tal de poder obtener una rentabilidad elevada. Predominan para estos inversores los fondos de renta variable de determinados sectores o países (tecnológicos, mercados emergentes...), fondos de inversión libre, etc.

Figura 1: Perfiles de riesgo



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos de la CNMV

Sin embargo los fondos de inversión están obligados por la CNMV (2011), a clasificar en el documento de datos fundamentales para el inversor (DFI) el perfil de riesgo y remuneración de una forma más precisa, clasificando su riesgo con una escala del 1 al 7 teniendo en cuenta que la categoría 1 no significa que el inversor no asuma ningún riesgo. Para esta clasificación se tiene en cuenta no solo la volatilidad de los precios sino también los riesgos asociados a las divisas, riesgos de liquidez, etc.

Tal es la importancia de conocer el riesgo de nuestras inversiones, que la CNMV se ha dedicado a realizar lo que se conoce como “cliente misterioso”, para saber si las entidades financieras cumplen con su obligación de informar a sus clientes sobre las

posibles consecuencias y costes de los productos financieros, tarea de la que no se han obtenido buenos resultados (Fernández, 2017).

### 1.3 Mercado financiero

Para poder apropiarnos de los diferentes activos financieros tendremos que acceder al mercado financiero, más concretamente al mercado de valores, donde se negocian los títulos con los que se crearán las diferentes carteras en los apartados siguientes.

El mercado de valores es aquel al que acuden instituciones y agentes financieros, tanto para financiarse como para realizar inversiones. Es decir, aquel en el que se produce el intercambio de instrumentos financieros. Se entiende como instrumento financiero “un contrato que da lugar a un activo financiero (efectivo, créditos, acciones, participaciones, depósitos de crédito...) en una empresa, y a un pasivo financiero (débitos, deudas, bonos, pagarés...) o a un instrumento de patrimonio (acciones ordinarias emitidas) en otra empresa” (ICAC, 2010). Sin embargo, los instrumentos que corresponden a este mercado de valores se clasificarían en valores de renta fija (títulos que otorgan una rentabilidad pactada) y valores de renta variable (la rentabilidad depende de diferentes factores como resultados, expectativas...).

A su vez, el mercado de valores lo podemos dividir en otros dos subgrupos:

- **Mercado primario o de emisión**, por lo que los títulos negociados en este mercado son de nueva creación dando lugar al único momento que el emisor recibe financiación gracias a estos activos.
- **Mercado secundario o de negociación**, aquel en los que los poseedores de títulos ya emitidos pueden negociar para obtener liquidez. El número de operaciones de este mercado es significativamente superior al primario, ya que a diferencia de este, en el secundario el número de negociaciones que se puede hacer con el mismo número de títulos es ilimitado.

## 2. Teoría de la eficiencia del mercado

### 2.1 Mercado eficiente

Un factor importante sobre el mercado de valores es su eficiencia. “Un mercado de valores es eficiente cuando la competencia entre distintos agentes (inversores) que intervienen en el mismo, guiados por el principio del máximo beneficio, conduce a una situación de equilibrio en la que en todo momento el precio de cualquier activo financiero constituye una buena estimación de su valor intrínseco” (Suárez, 2014, pág. 483). Esto significa que se descuenta toda la información disponible en los precios.

Para Brealey y Myers (2010, pág. 363) un mercado eficiente necesita de aquellos inversores inteligentes que intenten reunir información para obtener ganancia de ella como un mercado competitivo, debido a que si todos invirtieran de forma pasiva (a largo plazo), no habría quien descontara esta información, lo que tampoco provocaría fluctuaciones en los precios. Por lo que, a medida que se dispone de información adicional, el valor del título se modifica, surgiendo el problema, como mencionan Brum y Moreno (2008, pág. 12), de que dicha información es desconocida a priori y por lo tanto, a causa de información futura estos movimientos de los precios serán también impredecibles, independientes y aleatorios.

En una obra no publicada de H. V. Roberts (1967), citado por varios autores como Doldán (2003, pág. 102) o Suárez (2014, pág. 485) describe 3 niveles de eficiencia:

- **Fuerte:** toda la información relevante para la estimación del valor está descontada en los precios, incluso la privilegiada.

- **Semi-fuerte:** los precios reflejan toda la información pública, incluyendo la contenida en las series históricas, pero existen elementos de información privada la cual no está descontada.
- **Débil:** los precios descuentan la información contenida en las series históricas de precios y rendimientos, pero no toda la información. El inversor desconoce la información de la empresa, como la contable, proyectos, planes, estrategias, productos, etc.

Fama (1970) expone 3 condiciones suficientes pero no necesarias para que un mercado sea eficiente:

- No hay costes de transacción en la negociación de valores.
- Toda la información disponible es gratuita para todos los participantes en el mercado.
- Todos están de acuerdo en las consecuencias de la información sobre los precios de cada valor.

Con estas condiciones, el precio de un título reflejaría plenamente la información disponible, pero el hecho de que no se cumplan del todo no significa que el mercado sea ineficiente mientras se descuentan la información disponible y no existan inversores que pueden hacer consistentemente mejores evaluaciones de dicha información que las implícitas en los precios de mercado.

## 2.2 Realidad de la eficiencia del mercado

Doldán (2003, págs. 104-108) presenta varios estudios basados en la comprobación empírica de los tres niveles de eficiencia, dando lugar a diferentes conclusiones, por lo que se podría considerar que si bien el mercado no es ineficiente, tampoco es completamente eficiente.

Es difícil demostrar que el mercado es totalmente eficiente, ya que siempre habrá inversores con información privilegiada, inversores con suficiente influencia para mover el mercado con fines especulativos, inversores irracionales o simplemente inversores con diferentes conclusiones sobre la nueva información donde alguno puede salir habitualmente ganando. Un ejemplo lo podemos encontrar en las burbujas especulativas donde los inversores, bien fiándose de la forma de actuar de otros que creen más informados, bien actuando de forma irracional o equivocada, provocan una fuerte brecha entre precio y valor real hasta el momento de explosión de dicha burbuja seguido de un reajuste entre valor y precio.

Otro ejemplo donde podemos observar cierta ineficiencia del mercado a través de la influencia, es en los tweets de Trump, el cual provoca con cada referencia a una empresa la venta o compra de los respectivos valores sin que los inversores busquen siquiera algo de fundamento en esa acción más que ese tweet que ellos consideran relevante. Esta situación llegó a producir de media movimientos de 1.260 millones por mención (Yebra, 2017), dando lugar al desarrollo de un software para aprovechar estas fluctuaciones en bolsa, el «Trump and Dump», que vende a corto las acciones de las compañías basándose en las críticas del presidente (Bloomberg, 2017). Esta situación puede dar lugar a descuentos de información de forma “irracional” o descuentos de información antes de ser contrastada con fines únicamente especulativos, lejos del valor real.

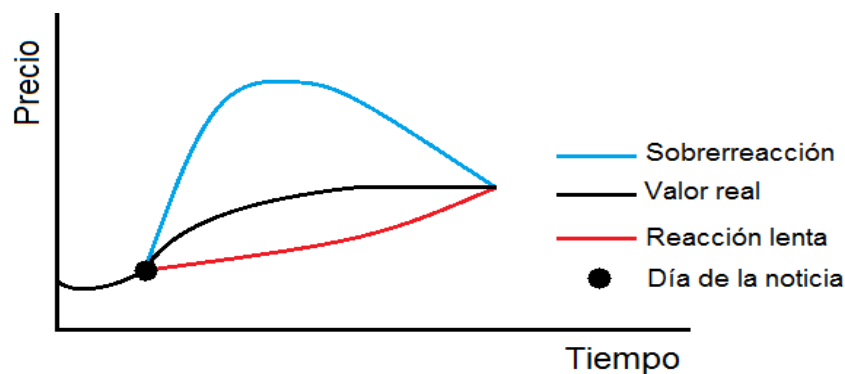
Si bien los precios en el mercado reaccionan rápidamente a nueva información relevante, se suelen dar valoraciones bastante remotas a las cotizaciones. Es el caso del Banco Popular, el cual publicó sus resultados el 2 de febrero, lo que dio lugar a que los inversores descontaran dicha información al día siguiente desde los 0,94€ hasta los 0,87€. A pesar de ello, pocos días después, varias firmas de inversión dieron diferentes expectativas sobre el valor del banco, variando desde 0,56€ de KBW, hasta el 1,1€ de Exane BNP Paribas, pasando por 0,8€ de JP Morgan o 0,95€ de Morgan Stanley (De la Quintana, 2017), por lo que se puede apreciar que no todos los inversores disponen de la misma información o no la interpretan de la misma forma.

Con esto podemos concluir que es difícil creer que el mercado de valores sea plenamente eficiente, o por lo menos sin un periodo de transición tal y como se puede



apreciar en la Figura 2, al asumir que la nueva información generalmente tiende a descontarse de manera excesiva, ya sea por motivos especulativos, por momentos de pánico o de euforia, o por el contrario una reacción tardía a la información disponible, dando lugar a que los inversores intenten aprovechar esta ineficiencia hasta que alcance el valor real.

Figura 2: Respuestas del mercado a nueva información



Fuente: Elaboración propia

## 2.2 Análisis de inversión

### 2.2.1 Análisis técnico

El análisis técnico o chartismo, se basa en el estudio de los gráficos de precios históricos buscando la repetición de movimientos en el mercado a corto plazo. Como dicen Piñeiro & De Llano (2011, pág. 199), este análisis explica la variación de los precios con las regularidades encontradas y por la “psicología” del mercado. Según la teoría de eficiencia, nos encontraríamos en un mercado de eficiencia débil al descontarse en los precios actuales únicamente la información pasada.

### 2.2.2 Análisis fundamental

Este análisis se basa en el valor intrínseco o teórico de los activos centrándose en el estudio de los estados contables, planes de expansión, datos sectoriales,

macroeconómicos, etc., realizando estimaciones, a medio o largo plazo, de dicho valor con el fin de compararlo con su cotización, para así tomar la decisión de comprar si el valor teórico supera al precio, o venderlo en caso contrario. Basándonos en este análisis, los inversores aprovecharían o intentarían aprovechar toda la información disponible, lo que corresponde con un mercado de eficiencia intermedia o fuerte.

## 2.3 Gestión de carteras

### 2.3.1 Gestión activa

Como se puede deducir por su nombre, este tipo de gestión busca activamente situaciones en el mercado de las cuales sacar beneficio, es decir, su cartera de inversión varía buscando nuevas oportunidades.

La intención de estos gestores es la de batir al mercado, y por lo tanto conseguir un mayor rendimiento que su índice de referencia a partir de las posibles ineficiencias que se puedan encontrar, algo que según lo explicado en el Punto 2.2 es posible, siendo el reto de superar al mercado más complicado a largo plazo.

### 2.3.2 Gestión pasiva

El gestor pasivo sigue las tendencias del mercado y, por lo tanto, su objetivo es igualar el rendimiento de un índice de referencia. Para ello, la cartera estará compuesta por valores del índice de forma diversificada y sin alteraciones a corto plazo, únicamente reajustes cuando sean necesarios, como reinversión de dividendos.

La creencia de estos gestores es que el mercado es eficiente o tiene un alto grado de eficiencia y por tanto, no es posible superar la rentabilidad del mercado a largo plazo y de forma continuada. Sin embargo, los movimientos en los precios se deben a la gestión activa de los inversores y a la competencia del mercado al conocerse nueva información, mientras los pasivos mantienen sus carteras casi intactas.

## 3. Teoría de carteras y valoración de activos

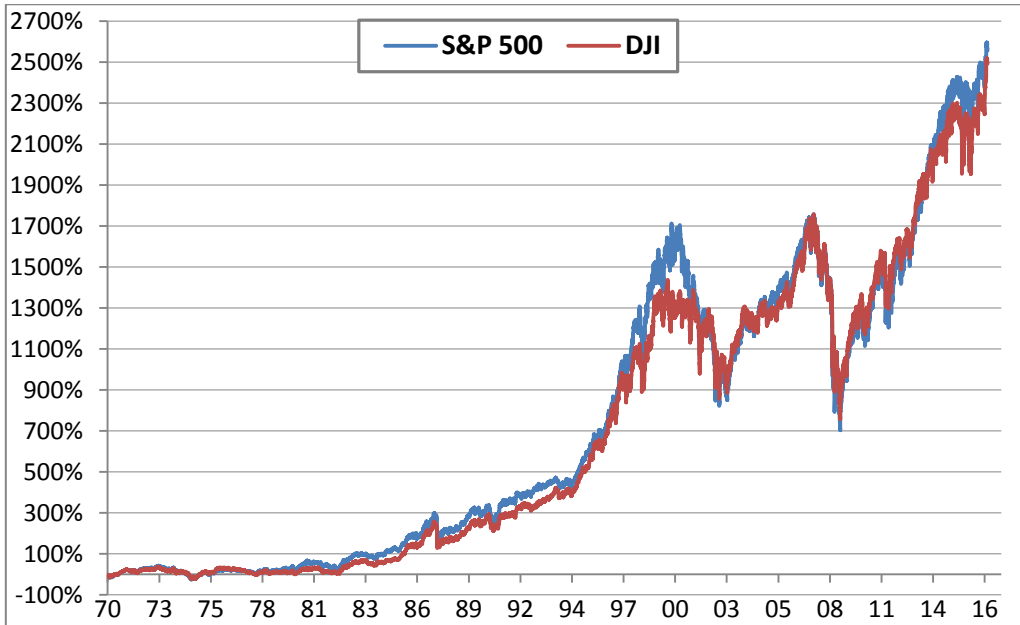
### 3.1 Concepto y filosofía

La teoría moderna de carteras nace da la mano del premio Nobel, Harry Markowitz (1952) con la finalidad de buscar una composición en la cartera de valores para los inversores que optimice el binomio rentabilidad-riesgo. “Por cartera de valores se entiende una determinada combinación de valores mobiliarios adquiridos por una persona física o jurídica, y que pasan, por tanto, a formar parte de su patrimonio. (...) Y cabe la posibilidad de que la cartera esté formada por un único activo financiero” (Suárez, 2014, pág. 505), si bien el principio básico de esta teoría es la diversificación, al basarse en la gestión pasiva (Punto 2.3.2) y por lo tanto, inversión a largo plazo.

Para justificar este estilo de inversión, se aprecia en la Figura 3 que si se hubiera invertido en un fondo indexado del DJI o S&P500 en 1977 (histórico disponible), se habrían obtenido rendimientos de más del 2000% en ambos. Unas rentabilidades difíciles de superar, incluso después de dos periodos claramente bajistas causados por la Burbuja puntocom y la crisis financiera. Hasta en el peor de los casos y de haber desinvertido en el peor momento (2009), se obtendrían ganancias superiores al 700%.

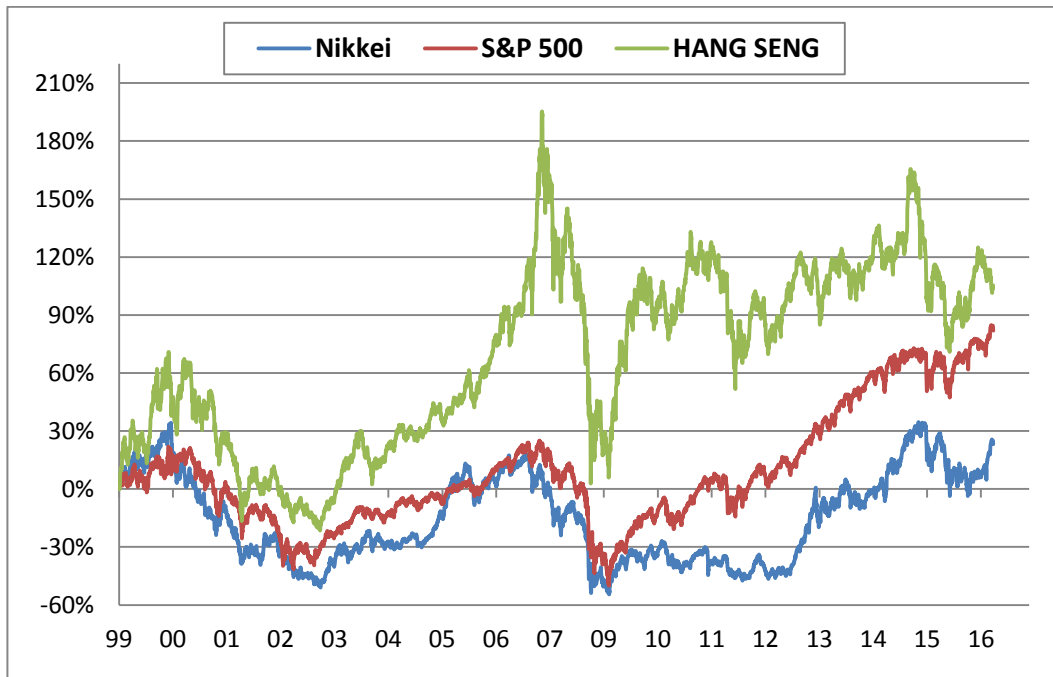
Si bien es lógico pensar que estas rentabilidades no se van a dar en todos los periodos de tiempo, la sostenibilidad y la recuperación del mercado es un hecho y no solo para la bolsa americana. En la Figura 4 (histórico disponible) se visualiza cómo el índice japonés supera al S&P 500 y, a pesar de que el Nikkei quede por debajo, obtiene una rentabilidad superior al 23% desde un año antes de estallar la burbuja puntocom.

Figura 3: Rendimientos del Dow Jones y S&P 500 (4-1970 / 12-2016)



Fuente: Elaboración propia a partir de datos de Google Finance

Figura 4: Rendimientos del Nikkei 225, S&P 500 y Hang Seng (3-1999 / 12-2016)



Fuente: Elaboración propia a partir de datos de Google Finance

Esta tendencia de las bolsas alcista es lógica, ya que a pesar de las diferentes crisis o ciclos económicos, las economías avanzadas son más complicadas que la quiebra de un país que la de una empresa. A pesar de que los rendimientos de la bolsa americana se suavizaran a partir de ahora, en la actualidad tenemos muchas opciones de inversión de este estilo que pueden ser muy rentables, siempre cuidando las necesidades financieras de cada inversor e invirtiendo y desinvirtiendo con precaución.

Otro punto importante a comentar es la diversificación con el fin de reducir el riesgo de la inversión. Dicha diversificación debe hacerse adecuadamente y no de forma ingenua, puesto que no es lo mismo añadir títulos a la cartera sin ningún criterio razonable, que repartirlo entre valores con baja o nula dependencia directa o relación entre ellos. Como ejemplo de la importancia de diversificar está el caso del Referéndum del Brexit, pues en un día (24/06/2016), si se hubiera invertido exclusivamente en el Banco Santander el resultado sería de -19,89%, en el caso del Ibex-35, un -12,35% y en un índice más diversificado como el MSCI Europe, las pérdidas se reducirían a casi la mitad -6,85% (Ansejo, 2016),

## 3.2 Rendimiento y riesgo

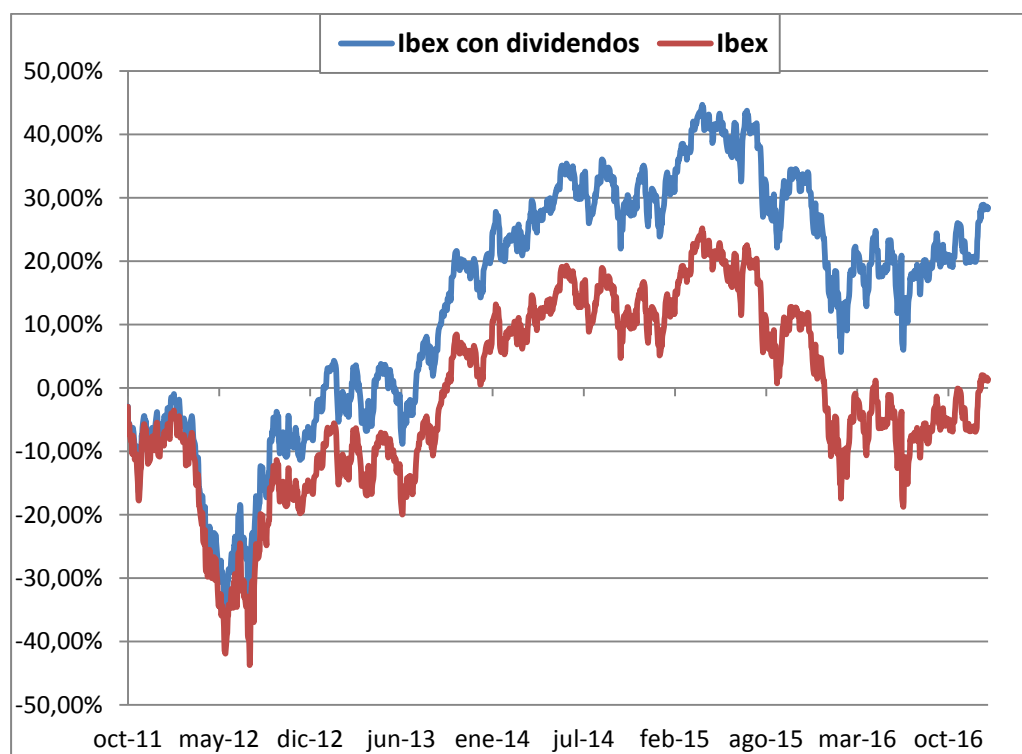
El Teorema Central del Límite permite asumir una distribución normal de los rendimientos y con ello, la simplificación de esta teoría a dos únicos parámetros relativos al binomio rentabilidad-riesgo, esperanza y varianza, siempre que utilicemos un número de muestras suficientemente grande.

El rendimiento de un activo procede, para la renta fija, de un cupón periódico ( $C_t$ ) y del monto final, a los que los inversores descuentan para conocer el precio, el tipo de interés más una prima de riesgo ( $i$ ) que ellos vean apropiada, siendo esta la tasa interna de retorno, es decir su rentabilidad.

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+i)^t} + \frac{N}{(1+i)^t} \quad (1)$$

En el caso de la renta variable, las ganancias proceden de los dividendos y de los cambios en los precios. Sin embargo, a diferencia de otros modelos, en la teoría de cartera no se tienen en cuenta los dividendos debido, además de por la simplificación matemática, por el hecho de que al asumir la teoría del mercado eficiente, la información sobre dichos dividendos debería reflejarse en los precios. A pesar de esta suposición, en la realidad los dividendos pueden aportar una rentabilidad significativa tal y como se puede ver en la Figura 5, donde encontramos una brecha considerable entre el Ibex-35 y el Ibex Total Return, siendo el segundo igual que el primero pero teniendo en cuenta los dividendos,

Figura 5: Comparación del Ibex-35 y el IbexTR



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos de Investing.com

A la hora de medir la rentabilidad de los activos para la creación de la cartera, se utilizará la rentabilidad logarítmica frente a la simple (real), por la simetría en los resultados de la primera, por ejemplo, si un día se pierde un tanto por ciento y al día siguiente se gana el mismo porcentaje, el rendimiento final es nulo. También por la

posibilidad de sumar estos rendimientos para obtener los de periodos mayores y la menor reacción de la media y la varianza ante valores extremos.

$$r_{jt} = \ln\left(\frac{P_{t+1}}{P_t}\right) \quad (2)$$

Una vez calculados los rendimientos diarios ( $r_{jt}$ ) en función de los precios ( $P_t$ ), el rendimiento esperado ( $\mu_j$ ) se utiliza su estimador insesgado, la media histórica:

$$\mu_j = \frac{\sum_{t=1}^n r_{jt}}{n} \quad (3)$$

Como ya se ha comentado, es de gran importancia conocer el riesgo de la inversión, medido a partir de las fluctuaciones o la volatilidad de un activo o cartera ( $\sigma^2$ ), por lo que, asumiendo su aleatoriedad se estima con la varianza poblacional o su estimador insesgado, la cuasivarianza en caso de muestras reducidas, (pudiendo utilizar también sus respectivas desviaciones típicas):

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (r_{jt} - \mu_j)^2}{n} \quad \text{o} \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (r_{jt} - \mu_j)^2}{n-1} \quad (4)$$

### 3.3 Modelo de Markowitz

Tal y como se comentó (Punto 3.1), Markowitz creó la teoría moderna de carteras con la intención de optimizar el binomio rentabilidad-riesgo. Al invertir, las expectativas deben ser las de conseguir una rentabilidad asumiendo el menor riesgo posible, por lo tanto entendemos que los inversores racionales, a pesar de poder tener diferentes preferencias, son adversos al riesgo, lo que da lugar a la siguiente función de utilidad:

$$U = F(\mu_c, \vartheta_c^2) \quad (5)$$

$$\frac{\delta U}{\delta \mu_c} > 0 \quad \text{y} \quad \frac{\delta U}{\delta \sigma_c} < 0$$

Basándonos en esta función de utilidad, se considera que una cartera es eficiente cuando para un rendimiento determinado se asume el menor riesgo posible, o para un riesgo dado se consigue el máximo rendimiento. Si bien ya conocemos la medida de riesgo para un activo, no se puede dejar de lado la importancia del principio de diversificación de la teoría de carteras para controlar dicho riesgo. En el caso concreto del modelo de Markowitz, no solo se tiene en cuenta la volatilidad de cada activo, sino también la relación existente entre las diferentes volatilidades expresada con las covarianzas. Quedaría entonces como expresión del riesgo:

$$\sigma_c^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \quad (6)$$

De esta manera, para determinar la composición de las carteras eficientes, es decir la participación de cada activo  $(x_i, x_j)$ , se necesita optimizar una función objetivo sujeto a determinadas restricciones, siendo el modelo de maximización del rendimiento el siguiente:

$$\mathbf{Max} \mu_c^* = \sum_{j=1}^N x_j \mu_j \quad (7)$$

Sujeta a:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} = \sigma_c^{2*} \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^N x_j = 1$$

$$\forall x_j \geq 0$$

El planteamiento alternativo, es decir, el modelo de minimización del riesgo sería:

$$\mathbf{Min} \sigma_c^{2*} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \quad (9)$$



Sujeta a:

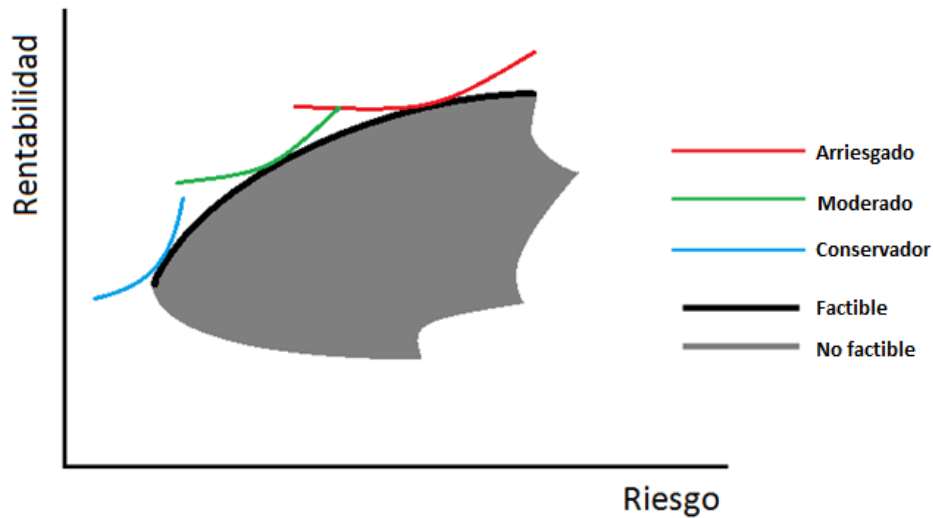
$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N x_j \mu_j &= \mu_c^* & (10) \\ \sum_{j=1}^N x_j &= 1 \\ \forall x_j &\geq 0 \end{aligned}$$

Tal y como se aprecia en las expresiones anteriores, este modelo tiene diferentes restricciones para delimitar las opciones. La primera, varía entre riesgo o rendimiento (modelo maximización o minimización), una presupuestaria asumiendo la inversión de todo el capital y una de no negatividad, evitando las desinversiones a corto plazo.

El conjunto de valores conseguido, para las rentabilidades o riesgos posibles, formaría la frontera de carteras eficientes, delimitando así las diferentes inversiones factibles, como muestra la Figura 6. La convexidad de dicha frontera se debe a que no hay una correlación perfecta entre los activos que la forman, tendiendo a la derecha (eje de ordenadas: rentabilidad; eje de abscisas: riesgo). Si dicha convexidad tendiera a la izquierda, el rendimiento crecería en todo momento más que el riesgo, pudiendo llegar a ser indiferente el riesgo para el inversor por su función de utilidad.

A partir de esta frontera de carteras eficientes, se puede conocer las combinaciones de valores factibles para cada inversor en función de su aversión al riesgo. Teniendo en cuenta los tres tipos de inversores mencionados en el Punto 1.2, se aprecia en la Figura 6 que a mayor disposición al riesgo menor será la pendiente de la curva de indiferencia, formada por las funciones de utilidad, al exigir menos rentabilidad por unidad de riesgo.

Figura 6: Frontera eficiente y curvas de utilidad



Fuente: Elaboración propia

### 3.4 Modelo diagonal de Sharpe

A pesar de haber supuesto un avance tanto a nivel práctico como teórico, el modelo de Markowitz, tal y como aclaran Piñeiro y De Llano (2011, pág. 242), cuenta con el inconveniente de la gran carga de cálculo (debido principalmente por la matriz varianzas-covarianzas) y de las alteraciones significativas en la composición de la cartera a medida que se añaden nuevos activos, además de la dificultad de tener en cuenta la coyuntura real del mercado en los pronósticos.

Con el objetivo de dar solución a estas limitaciones, si bien la carga de cálculo actualmente no es un gran inconveniente, Sharpe (1963) presenta un modelo alternativo, el modelo diagonal. Su principal característica es la suposición de que los rendimientos de varios valores están relacionados entre sí a través de un índice económico como puede ser el PIB, IPC, renta per cápita, índices bursátiles, etc. A pesar de existir diferentes índices económicos de referencia, el modelo diagonal se basa en un único factor, siendo este, un índice bursátil en el caso del estudio de Sharpe (1963).

La simplificación de Sharpe se basa en el siguiente modelo de regresión:

$$r_{jt} = \alpha_j + \beta_j r_{Mt} + \varepsilon_{jt} \quad (11)$$

Por lo que el rendimiento de un activo en determinado momento ( $r_{jt}$ ) depende de un rendimiento esperado ajeno del índice ( $\alpha_j$ ), de la sensibilidad o exposición del activo a los movimientos del índice en dicho periodo ( $\beta_j$ ), lo que conlleva también depender del rendimiento de dicho índice ( $r_{Mt}$ ). Por último, la perturbación aleatoria ( $\varepsilon_{jt}$ ), cuyas características estadísticas se corresponden con las del denominado ruido blanco (media nula, varianza finita e igual a  $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ , incorrelación y con distribución normal). Como dicha perturbación no es una variable observable y su esperanza matemática es nula, el rendimiento esperado del activo quedaría de la siguiente manera:

$$\mu_j = \alpha_j + \beta_j \mu_M \quad (12)$$

Utilizando las expresiones anteriores, Sharpe simplifica las varianzas y las covarianzas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \sigma_j^2 &= E[r_{jt} - \mu_j]^2 = E[\alpha_j + \beta_j r_{Mt} + \varepsilon_{jt} - (\alpha_j + \beta_j \mu_M)]^2 = E[\beta_j r_{Mt} + \varepsilon_{jt} - \beta_j \mu_M]^2 \quad (13) \\ &= \beta_j^2 E[r_{Mt} - \mu_M]^2 + E[\varepsilon_{jt}]^2 = \beta_j^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_j}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^2 &= E[r_{it} - \mu_j][r_{jt} - \mu_j] = \quad (14) \\ &= E[\alpha_i + \beta_i r_{Mt} + \varepsilon_{it} - \alpha_i - \beta_i \mu_M][\alpha_j + \beta_j r_{Mt} + \varepsilon_{jt} - \alpha_j - \beta_j \mu_M] \\ &= E[\beta_i (r_{Mt} - \mu_M) + \varepsilon_{it}][\beta_j (r_{Mt} - \mu_M) + \varepsilon_{jt}] = \beta_i^2 \beta_j^2 \sigma_M^2 \end{aligned}$$

En cuanto a la cartera, la expresión referente al rendimiento a partir de la Ecuación (12) y al riesgo, despejando las Ecuaciones(13) y (14) en la Ecuación(6) serían las siguientes:

$$\mu_c = \sum_{j=1}^N \alpha_j x_j + \mu_M \sum_{j=1}^N \beta_j x_j \quad (15)$$

$$\sigma_c^2 = \sigma_M^2 \left[ \sum_{j=1}^N \beta_j x_j \right]^2 + \sum_{j=1}^N \sigma_{\varepsilon_j}^2 x_j^2 \quad (16)$$

Por esta simplificación en el riesgo se le denomina modelo diagonal, debido a la naturaleza diagonal de la matriz de varianzas-covarianzas, siendo  $\sum_{j=1}^N \beta_j x_j = x_{n+1}$  :

$$\sigma_c^2 = (x_1 \quad \dots \quad x_n \quad x_{n+1}) \begin{pmatrix} \sigma_{\varepsilon_1}^2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\varepsilon_2}^2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{\varepsilon_n}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \sigma_M^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \\ x_{n+1} \end{pmatrix} \quad (17)$$

Igual que el modelo de Markowitz, se trata de optimizar la cartera a partir de un riesgo o rendimiento dado, siendo la siguiente expresión de minimización del riesgo, pudiendo intercambiar la función objetivo por la primera restricción para el modelo de maximización del rendimiento:

$$\mathbf{Min} \sigma_c^{2*} = \sum_{j=1}^N \sigma_{\varepsilon_j}^2 x_j^2 + \sigma_M^2 x_{n+1}^2 \quad (18)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^N \alpha_j x_j + \mu_M x_{n+1} = \mu_c^* \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^N \beta_j x_j - x_{n+1} = 0$$

$$\sum_{j=1}^N x_j = 1$$

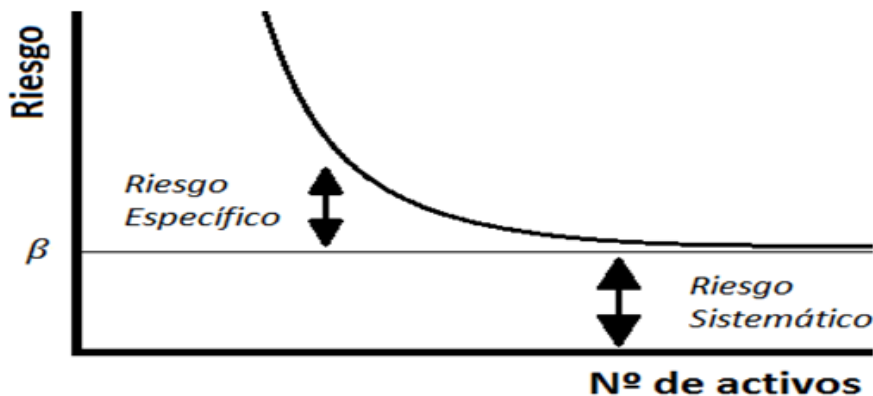
$$\forall x_j \geq 0$$

Entrando más en detalle en la composición del riesgo de la cartera ( $\sigma_c^2$ ):

- **Riesgo sistemático** ( $\beta_j^2 \sigma_M^2$ ): hace referencia a la relación existente entre los rendimientos de un título con los del índice de referencia, mostrando la exposición de dichos rendimientos a la volatilidad del mercado.
- **Riesgo específico** ( $\sigma_{\epsilon_j}^2$ ): se corresponde con las características individuales de cada activo, indiferente a las fluctuaciones del mercado, como puede ser la actividad de la empresa, solvencia, entre otros. Al depender de la perturbación y ser por lo tanto una variable no observable, su estimación se realiza a partir de la diferencia entre el rendimiento esperado y el rendimiento real.

Conociendo estos riesgos y cumpliendo con el principio de diversificación para conseguir una cartera eficiente, el único riesgo que se puede eliminar es el riesgo específico de cada activo, como muestra la Figura 7. Por el contrario, el riesgo sistemático aunque a nivel teórico sea posible, en la práctica la gran mayoría de activos son influenciados por el mercado por poco que sea. Además, una cartera con  $\beta=0$  carece de sentido en este modelo, ya que al diversificar para evitar el riesgo específico, estaríamos compensando la volatilidad de la cartera entre los diferentes activos y por lo tanto no habría rendimiento o sería prácticamente nulo. Incluso la intención de conseguir una cartera con  $\beta < 0$ , lo que significaría ir en sentido contrario al índice, no sería una inversión sostenible a largo plazo.

Figura 7: Riesgo sistemático y específico



Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta entonces estas aclaraciones sobre el coeficiente del riesgo sistemático ( $\beta$ ) podemos clasificar los activos o carteras en 3 tipos:

- **Poco volátiles o defensivos** ( $0 < \beta < 1$ ), con un riesgo menor que el índice y por lo tanto fluctuaciones más suaves.
- **Neutros** ( $\beta=1$ ), imitan completamente los movimientos del índice.
- **Muy volátiles o agresivos** ( $\beta > 1$ ), con mayor riesgo que el índice al ampliar la sensibilidad a las fluctuaciones.

## 3.5 Modelo de valoración de activos de capital (CAPM)

### 3.5.1 Teoría del mercado de capitales y cartera de mercado

Los modelos vistos hasta el momento se basaban en la optimización de una cartera formada únicamente por activos con riesgo. Sin embargo, otros autores han extendido el modelo de Markowitz, como Tobin (1958), quien plantea con el teorema de la separación que no es necesario realizar toda la inversión en activos con riesgo, de forma que se dé la posibilidad de incluir en la cartera, activos sin riesgo (deuda pública o imposiciones a plazo), endeudarse para aumentar la inversión (Borrowing Portfolios) o la opción de prestar parte de la liquidez de la cartera (Lending Portfolios) a un tipo de interés sin riesgo, consiguiendo de esta forma aumentar el número de posibles inversiones. Del planteamiento anterior y las aportaciones de Sharpe (1964), Treynor (1961), entre otras ampliaciones, como las de Mossin (1966), Lintner (1965), aparece el modelo denominado CAPM (Capital Asset Pricing Model)

Por lo tanto esta nueva cartera forma un nuevo conjunto de carteras eficientes formado por la inversión sin riesgo y lo que se denomina cartera de mercado. Piñeiro & De Llano (2011, pág. 252) definen la cartera de mercado como “la combinación óptima de activos con riesgo que elegirán los inversores (...) entendida como el agregado de todos los títulos con riesgo disponibles en la economía”. Sin embargo, la complejidad

de contar con todos los activos con riesgo existentes es clara y por ello se suele sustituir dicha cartera por un índice bursátil, pero esto conlleva no realizar una completa diversificación.

La hipótesis de la existencia de una única cartera óptima para todos los inversores se basa principalmente en la teoría del mercado de capitales, la cual busca explicar los precios del mercado a través de la relación existente entre el rendimiento esperado y el riesgo, en una situación de equilibrio. Dicha teoría se basa en una serie de hipótesis, definiéndolas Suarez (2014, pág. 557) de la siguiente forma:

- Todos los inversores diversifican de manera eficiente.
- Los inversores son indiferentes ante un incremento de los dividendos o intereses y un incremento equivalente en los precios.
- Los inversores tienen un horizonte temporal de un período y de igual duración.
- Las distribuciones de probabilidades futuras de los tipos de rendimiento son iguales para todos los inversores ( expectativas homogéneas)
- Todas las inversiones son infinitamente fraccionables.
- El mercado es perfectamente competitivo, y no existen costes de transacción ni impuestos.
- Se puede prestar y pedir prestado a un tipo de interés sin riesgo la cantidad de dinero que se necesite.
- Todos los inversores tienen las mismas oportunidades para invertir, aunque la cantidad de dinero que cada uno de ellos puede invertir sea diferente.

A mayores Doldán (2003, pág. 143) presenta las siguientes condiciones:

- **Libre concurrencia:** muchos oferentes y demandantes, incapaces individualmente para influir en las condiciones de equilibrio.

- **Perfección del mercado:** principio de unidad, tanto del precio como de la mercancía.
- **Transparencia:** información completa, disponible para todos y cada uno de los concurrentes.
- **No intervención:** carencia de regulación o intervención estatal.

Como en otras muchas hipótesis, la teoría es difícilmente aplicable a la práctica y en el caso de la teoría de mercado de capitales las restricciones también están lejos de la realidad, por lo que se considera más apropiada la hipótesis de mercado eficiente, comentado en el Punto 2.1, ya que, a pesar de la dificultad de su pleno cumplimiento, sus características son menos restrictivas (Doldán, 2003, pág. 144).

### 3.5.2 Línea del mercado de capitales

Teniendo en cuenta esta nueva cartera de mercado (M) y el activo sin riesgo (F) las funciones de rendimiento esperado y riesgo serían respectivamente:

$$\mu_c = \mu_f x_f + \mu_M x_M \quad (20)$$

$$\sigma_c^2 = \sigma_f^2 x_f^2 + \sigma_M^2 x_M^2 + 2 \sigma_{fM} x_f x_M = \sigma_M^2 x_M^2 \quad (21)$$

Siendo lógico que el riesgo de la cartera dependa únicamente de la varianza de la cartera de mercado, ya que el activo libre de riesgo no está expuesto a ningún tipo de volatilidad y su rendimiento no tiene tampoco ningún tipo de relación con cualquiera de los otros activos.

A partir de la relación de estas funciones podemos llegar a la expresión:

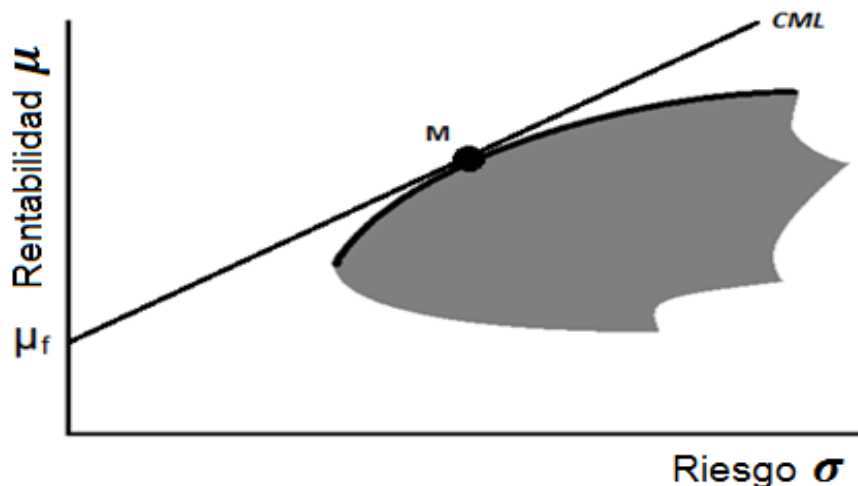
$$\mu_c = \mu_f + \frac{(\mu_M - \mu_f)}{\sigma_M} \sigma_c \quad (22)$$

Con esta nueva expresión el conjunto óptimo de activos pasa de ser la curva de la frontera eficiente de Markowitz, a ser una recta denominada Línea de mercado de capitales (CML por sus siglas en inglés), la cual se desplaza desde la inversión íntegra



en el activo sin riesgo hasta el punto de tangencia con la frontera eficiente, la cartera de mercado o punto M (Figura 8). En el caso de una inversión bajo endeudamiento (Borrowing Portfolios), se estaría en el tramo derecho de la recta, una vez sobrepasada la cartera de mercado. Entre el resto de opciones diferentes a la CML nos encontramos con las carteras ineficientes situadas por debajo de dicha línea y las carteras no factibles situadas por encima de ella.

Figura 8: CML



Fuente: Elaboración propia

En cuanto a la pendiente de la CML  $\left(\frac{\mu_M - \mu_f}{\sigma_M}\right)$ , se denomina como índice de Sharpe o ISH (Sharpe, 1994), utilizado como indicador del grado de eficiencia de la cartera (medida performance) al entenderse como la prima de riesgo, es decir, como la unidad de rendimiento que se “gana” por unidad de riesgo asumido. Tal y como se ha comentado anteriormente, el inversor es adverso al riesgo e invierte de forma racional buscando la mejor combinación rendimiento-riesgo, por lo que escogerá una cartera perteneciente a la recta con mayor ISH. Esta medida es de gran importancia por el hecho de sustituir la cartera de mercado por un índice y por lo tanto poder crear distintas CML.

### 3.5.3 Línea del mercado de títulos

Igual que los modelos vistos hasta ahora, la CML, al tratarse de un conjunto de combinaciones eficientes entre el activo sin riesgo y la cartera de mercado, no permite determinar el valor de un activo individual puesto que se situarían bajo la CML junto a las carteras que no tengan el riesgo específico bien diversificado. Debido a esto y a que en la realidad el número de activos en los que se invierte es limitado, a partir de la CML, se desarrolla la línea del mercado de títulos o SML. Esta es la expresión básica del modelo CAPM, donde al cumplir los supuestos del Punto 3.5.1, permite valorar activos individualmente a partir de una rentabilidad exigida en función del rendimiento proporcionado por el activo libre de riesgo y únicamente del riesgo sistemático de la cartera. Esto tiene su lógica ya que, invertir en un único activo del cual esperamos un rendimiento menor al que proporciona la cartera de mercado por cada unidad de riesgo sería una inversión irracional al contar con un riesgo específico del que no se debería buscar retribución con modelos de diversificación.

Teniendo en cuenta lo anterior y reajustando la expresión del riesgo de una cartera diversificada:

$$\sigma_c^2 = \sigma_M^2 \left[ \sum_{j=1}^N \beta_j x_j \right]^2 + \sum_{j=1}^N \sigma_{\varepsilon_j}^2 x_j^2 \quad (23)$$

De forma que:

$$\sigma_M^2 \left[ \sum_{j=1}^N \beta_j x_j \right]^2 = \sigma_M^2 \beta_c^2 \quad y \quad \sum_{j=1}^N \sigma_{\varepsilon_j}^2 x_j^2 = 0 \quad (24)$$

$$\sigma_c^2 = \sigma_M^2 \beta_c^2 \rightarrow \beta_c^2 = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_M^2}$$

Podríamos expresar la CML por lo tanto de la siguiente forma:

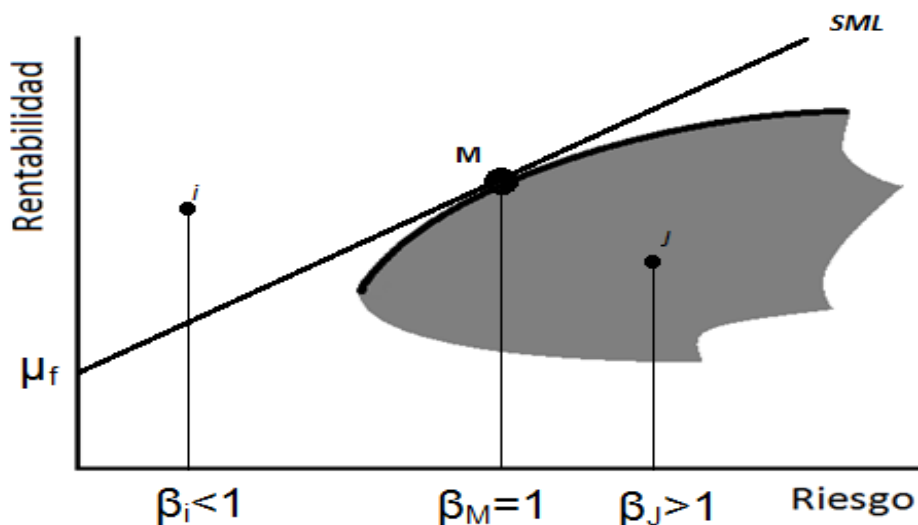
$$\mu_c = \mu_f + (\mu_M - \mu_f) \frac{\sigma_c}{\sigma_M} = \mu_f + (\mu_M - \mu_f) \beta_c \quad (25)$$

Demostrando así, que el único riesgo que se premia, es la volatilidad del mercado ( $\beta_c$ ), siendo esta igual a la unidad en la cartera de mercado (Figura 9) y quedando entonces para un activo concreto en función de su sensibilidad a dicha volatilidad ( $\beta_j$ ):

$$\mu_c = \mu_f + (\mu_M - \mu_f)\beta_j \quad (26)$$

Igual que la CML, la SML es el conjunto de opciones eficientes. En cuanto a los activos situados fuera de esta línea, como en la Figura 9, al asumir la teoría de la eficiencia, la valoración de los activos se acabaría ajustando al aumentar la demanda de los activos por encima de la SML y por lo tanto con mayor rendimiento que la cartera de mercado, al entenderse que están infravalorados, y al contrario con los activos situados por debajo de esta, de forma que todos los valores tiendan a la SML.

Figura 9: SML



Fuente: Elaboración propia

### 3.5.4 SML como tasa de descuento

A partir del modelo de CAPM podemos estimar entonces los precios esperados a un periodo para cada activo en condiciones de equilibrio de mercado, o también a partir del precio pronosticado saber si el activo está sobrevalorado o infravalorado.

Relacionando el rendimiento esperado de la SML con la variación de los precios:

$$\mu_c = \mu_f + (\mu_M - \mu_f)\beta_j = \frac{E(P_1) - P_0}{P_0} \quad (27)$$

Despejando la ecuación:

$$P_0 = \frac{E(P_1)}{1 + \mu_f + (\mu_M - \mu_f)\beta_j} \quad (28)$$

Como se aprecia en la expresión anterior, el rendimiento esperado determinado a partir del CAPM es utilizado como una tasa de descuento, al interpretarse como la rentabilidad mínima exigida por los accionistas, o coste de capital propio ( $k_e$ ).

Este coste junto al de la deuda de una empresa nos permite conocer el coste medio ponderado de capital (CMPC) en función de la estructura financiera de la entidad. Debido a que el coste depende de lo endeudada que esté la empresa y por lo tanto que también exista un riesgo financiero, es apropiado conocer tanto la beta apalancada ( $\beta_e$ ) como la beta desapalancada ( $\beta_u$ ) a partir de la siguiente expresión:

$$\beta_e = \beta_u \left( 1 + \frac{L(1-t)}{C} \right) \quad (29)$$

Por lo que la beta apalancada depende del pasivo exigible ( $L$ ), de la tasa impositiva ( $t$ ) por la desgravación fiscal, de los fondos propios ( $C$ ) y de la beta desapalancada, por lo que un endeudamiento excesivo provocaría un aumento en la prima de riesgo y en el coste de capital propio ( $k_e$ ).

Esta expresión hace también aplicable el modelo a empresas no cotizadas al asumir la beta desapalancada ( $\beta_u$ ) como la beta del sector o de una empresa similar.

### 3.5.5 Limitaciones CAPM

Si bien CAPM es una herramienta muy utilizada en el área financiera, también es uno de los modelos financieros más contrastado debido a sus limitaciones.

En primer lugar nos encontramos con la idea de que los inversores tienen expectativas homogéneas y por lo tanto el mismo nivel de información además de las mismas estimaciones sobre dicha información, lo que significaría asumir la teoría de la eficiencia en su forma más fuerte, algo que como hemos visto en el Punto 2.2 es difícil de reconocer. Sin embargo para (Lintner, 1969), el interpretar los rendimientos y las varianzas como los valores promedios de las estimaciones de los inversores permite mantener la validez de CAPM.

Otra crítica importante en la que incidió (Roll, 1977), es la dificultad de conocer la cartera de mercado, al tener que contar con todos los activos existentes en el mercado para conseguir así una inversión plenamente eficiente. Este desconocimiento de la cartera de mercado dificulta a su vez la contrastación empírica de CAPM.

Resulta dudosa también la existencia de un activo completamente libre de riesgo o la posibilidad de prestar o tomar prestado sin límites y a la misma tasa de interés, ya que los tipos de interés son variables y habría que tener en cuenta el riesgo de crédito. A pesar de esto, Black (1972) demostró la sostenibilidad de la SML al reemplazar este activo sin riesgo por un valor completamente incorrelado con la cartera de mercado, es decir con  $\beta=0$ , aunque tenga riesgo específico.

También está el problema de utilizar datos históricos por su inestabilidad al variar en gran medida, dependiendo de la muestra y del índice sustitutivo de la cartera de mercado. Además de que una rentabilidad pasada no asegura una rentabilidad futura. Este hecho y la dificultad de asumir un mercado en pleno equilibrio, limita el uso de  $k_e$  para estimar los precios, puesto que además, dicha tasa varía con cada nueva información en el mercado.

Por último está la capacidad de las betas para explicar el rendimiento de los activos al tener únicamente en cuenta la relación con la cartera de mercado o índice y por lo tanto dejando al margen los activos menos expuestos a sus movimientos, al asumir que los posibles rendimientos de estos, por muy altos que puedan ser, se deben al riesgo específico y por lo tanto, a aquel que se pretende anular mediante la diversificación. Estudios como el de Fama y French (1992) muestran estas limitaciones causadas por la simplicidad del modelo.

### 3.6 Modelo de valoración por arbitraje (APT)

Como principal alternativa al modelo CAPM por su limitada capacidad explicativa del rendimiento en función de la Beta, aparece el modelo multifactorial, Arbitraje Pricing Theory o APT (Ross, 1976). Si bien, también se asumen ciertas hipótesis para este modelo como exponen Piñeiro & De Llano (2011, pág. 268), son menos restrictivas que las del CAPM:

- Mercado no intervenido, con costes y tributos irrelevantes
- Mercado fuertemente competitivo
- Inversores racionales adversos al riesgo
- Información y su respectiva interpretación homogénea en relación a los factores que determinan los rendimientos
- Mercado en equilibrio
- Existencia de una tasa de interés sin riesgo
- Relación lineal entre el rendimiento de los activos y sus diferentes factores de influencia

Una gran diferencia entre ambos métodos de valoración es la hipótesis de partida, al no ser necesaria la asunción de la teoría de eficiencia para el APT, pero si el hecho de que no sea posible obtener ganancias mediante el arbitraje, algo no tan lejos de la realidad. Entendiendo el arbitraje “como cálculo del mejor modo por el cual puede adquirirse ventaja de las diferencias en el valor del dinero, acciones, etc., en diferentes lugares al mismo tiempo” (Doldán, 2003, pág. 179). Bajo estas hipótesis entonces, el proceso de arbitraje no aporta un rendimiento adicional a la cartera.

Según este modelo el rendimiento puede expresarse como una función lineal de una serie de factores de influencia, dando lugar a otra importante diferencia con el

CAPM al descartar la cartera de mercado como único elemento explicativo del rendimiento del título:

$$r_{jt} = \mu_j + b_{j1}F_{1t} + b_{j2}F_{2t} + \dots + b_{jk}F_{kt} + \varepsilon_{jt} \quad (30)$$

Vemos que el rendimiento de un activo en un momento dado ( $r_{jt}$ ) depende de su rendimiento esperado ( $\mu_j$ ), de la sensibilidad ( $b_{jk}$ ) de ese activo respecto a los factores de influencia ( $F_{kt}$ ) y la perturbación aleatoria ( $\varepsilon_{jt}$ ) interpretada como el conjunto de factores con menor influencia. Entendiendo que el rendimiento esperado depende de una tasa de interés sin riesgo ( $\lambda_0$ ) y de las diferentes primas de riesgo que le aporta cada factor de influencia ( $\lambda_k$ ), tendríamos la siguiente regresión a resolver:

$$\mu_j = \lambda_0 + \lambda_1 b_{j1} + \lambda_2 b_{j2} + \dots + \lambda_k b_{jk} \quad (31)$$

Sin embargo este aumento de factores del APT trae consigo otro inconveniente, el de determinar cuáles son dichos factores. Se han realizado diversos estudios sobre diferentes variables macroeconómicas y financieras, de los que se puede destacar la aportación de Burmeister, Roll, & Ross (1994), donde relacionan el rendimiento de un activo con diferentes cambios no esperados en cuatro factores: riesgo de confianza, de horizonte temporal, de inflación y del ciclo económico. Pero sigue habiendo multitud de posibilidades y combinaciones que pueden variar en su representatividad en función del tipo de activo, por ejemplo, si bien es lógico en el caso de una empresa energética se verá más afectada por los cambios en el precio del petróleo que un banco, afectando al segundo en mayor medida los cambios en los tipos de interés.

Teniendo esta limitación y contando con que los factores que se buscan deben estar lo menos correlacionados posibles entre ellos, debemos ver si las elecciones tomadas son realmente representativas del rendimiento calculando o si debemos descartarlas, por ejemplo con el coeficiente de determinación. A pesar de todo, la obtención de dichos factores sigue siendo compleja al variar mucho dependiendo de cómo se agrupen los activos para su obtención y el hecho de que el número de factores representativos aumenta al aumentar también el número de activos a valorar.

## 4. Creación de carteras

### 4.1 Muestra de cotizaciones

Una de las primeras cuestiones de debate es el horizonte temporal a escoger, teniendo en cuenta también, que horizonte se es capaz de conseguir. Para conocer las cotizaciones históricas de los activos se pueden recurrir a diferentes fuentes, si bien esto no garantiza que todas tengan el mismo periodo de tiempo o se puedan descargar con la misma facilidad.

En el caso de este trabajo, se utilizará una muestra de Google Finance para los principales títulos del Ibex-35, es decir, los de mayor capitalización: Santander (SAN), Inditex (ITX), Telefónica (TEF), Banco Bilbao Vizcaya Argentaria (BBVA), Iberdrola (IBE). Además se incluirá un título con una capitalización reducida, Viscofan (VIS), para conocer su influencia y peso en los diferentes modelos, ya que tal y como explica la sociedad operadora de los mercados de valores españoles, BME (2017), el Ibex-35 es un índice de capitalización ponderada, dando por lo tanto más peso a las empresas con mayor capitalización. Esto puede suponer una falta de diversificación si se encuentra una gran diferencia en el tamaño de las empresas que lo componen y la capitalización del índice se concentra en pocos valores. Por los datos que muestra en su informe anual BME (2016), este puede ser el caso del Ibex-35, al representar únicamente las 5 mayores empresas (que se van a utilizar en el presente trabajo) el 53,54% de la ponderación y viendo la gran diferencia que tienen estos con Viscofan, como se aprecia en la Tabla 1.



Tabla 1: Capitalización del Ibex-35

<b>Valor</b>	<b>Capitalización</b>	<b>Ponderación</b>	<b>Acumulada</b>
<b>Ibex-35</b>	484.059.226.742,74 €		
<b>SAN</b>	72.313.827.536,26 €	14,94%	14,94%
<b>ITX</b>	60.643.814.616,00 €	12,53%	27,47%
<b>TEF</b>	44.433.440.011,80 €	9,18%	36,65%
<b>BBVA</b>	42.118.270.162,19 €	8,70%	45,35%
<b>IBE</b>	39.661.200.486,00 €	8,19%	53,54%
<b>VIS</b>	2.183.382.501,70 €	0,45%	53,99%

Fuente: Elaboración propia

En cuanto al periodo utilizado, al disponer en el caso de Iberdrola datos desde su Split (En Google Finance), los datos utilizados corresponden a partir de ese momento, del 10/08/2007 hasta el 30/12/2016, con el fin de al menos tener en cuenta un periodo tan reciente y relevante como fue la crisis financiera. Al basarse esta teoría en la inversión a largo plazo, lo ideal sería descontar todas las situaciones posibles que puedan repetirse o suceder de forma similar en el futuro, sin embargo, el disponer del histórico completo tampoco nos permitiría hacer una estimación del todo correcta ya que, lo sucedido en el pasado no garantiza que se repita en el futuro.

En los modelos donde se necesita un activo sin riesgo, se utilizará el valor a 30/12/2016 del bono alemán a 10 años, ya que es la base para el cálculo de la prima de riesgo en la eurozona obteniendo la máxima puntuación según las agencias de rating Standard & Poor's, Moody's y Fitch. Obteniendo esta información de Datosmacro, por su fácil acceso a multitud de datos, por la dificultad de encontrar dichos datos en fuentes primarias y por recoger estos datos de instituciones de referencia como el INE, BCE, Banco Mundial, IMF, entre otras.

Por último se utilizarán los precios del petróleo en Europa para el modelo APT, teniendo que recurrir a la página de U.S. Energy Information Administration (2017).

## 4.2 Aplicación de Markowitz

En primer lugar, se necesita calcular el rendimiento diario para cada activo y a continuación, los siguientes datos estadísticos referentes a dichos rendimientos:

Tabla 2: Estadísticos de los activos

	<b>IBEX-35</b>	<b>SAN</b>	<b>ITX</b>	<b>TEF</b>	<b>BBVA</b>	<b>IBE</b>	<b>VIS</b>
<b>Media</b>	-0,0002	-0,00044	0,00051	-0,00033	-0,00042	-0,00022	0,00043
<b>Varianza</b>	0,00028	0,00062	0,00036	0,0003	0,00058	0,0004	0,00025
<b>Des. Típ.</b>	0,01676	0,02492	0,01889	0,01736	0,02406	0,02	0,01591
<b>Cuasivar</b>	0,00028	0,00062	0,00036	0,0003	0,00058	0,0004	0,00025

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3: Varianzas-Covarianzas

	<b>IBEX-35</b>	<b>SAN</b>	<b>ITX</b>	<b>TEF</b>	<b>BBVA</b>	<b>IBE</b>	<b>VIS</b>
<b>IBEX-35</b>	0,00028						
<b>SAN</b>	0,00039	0,00062					
<b>ITX</b>	0,00021	0,00027	0,00036				
<b>TEF</b>	0,00025	0,00033	0,00017	0,0003			
<b>BBVA</b>	0,00038	0,00055	0,00025	0,00032	0,00058		
<b>IBE</b>	0,00027	0,00035	0,00019	0,00025	0,00035	0,0004	
<b>VIS</b>	0,00009	0,0001	0,00009	0,00008	0,0001	0,00009	0,00025

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4: Correlaciones

	<b>IBEX-35</b>	<b>SAN</b>	<b>ITX</b>	<b>TEF</b>	<b>BBVA</b>	<b>IBE</b>	<b>VIS</b>
<b>IBEX-35</b>	1						
<b>SAN</b>	0,92417	1					
<b>ITX</b>	0,6543	0,57433	1				
<b>TEF</b>	0,87461	0,76198	0,52898	1			
<b>BBVA</b>	0,93065	0,91313	0,54271	0,76855	1		
<b>IBE</b>	0,81879	0,70252	0,50354	0,71081	0,72085	1	
<b>VIS</b>	0,32598	0,24492	0,28603	0,28595	0,24901	0,2894	1

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar, únicamente Inditex y Viscofan tienen rendimientos esperados positivos. Incluso el índice tiene una rentabilidad esperada negativa, algo que se entiende que no es sostenible en el tiempo, por lo que se puede interpretar como causa de utilizar una muestra que incluye un periodo bajista como es la crisis del 2008. Sin embargo este hecho no es incompatible con la idea de Markowitz mientras se pueda obtener algún rendimiento, al ser la prioridad de este modelo la diversificación y minoración del riesgo del conjunto de títulos y no del índice.

Siendo la función del riesgo de la cartera la Ecuación (6), hay que fijarse en la Tabla 3 de Varianzas-Covarianzas, donde destacan las acciones de Viscofan. Precisamente la empresa con menos peso en el Ibex-35 de las 6 a tener en cuenta, obteniendo también las correlaciones más bajas. Se aprecia el gran riesgo que tienen las acciones de las dos empresas financieras, alcanzando las mayores varianzas, covarianzas y correlaciones, siendo lógico este resultado al incluir las cotizaciones de uno de los peores periodos para la banca.

Una vez calculadas las variables necesarias se procede a resolver el modelo de Markowitz mediante la herramienta del programa Excel, Solver (igual que para las próximas optimizaciones), con la que podemos optimizar las funciones de rendimiento o riesgo, sujetas a las restricciones correspondientes aclaradas en el Punto 3.3.

Siguiendo la lógica de que los inversores afrontan el riesgo de una forma racional, comenzaremos calculando la cartera para el inversor más adverso al riesgo, es decir la cartera de mínimo riesgo, exigiendo únicamente el reparto del 100% y un rendimiento positivo, siendo su función a optimizar la Ecuación (9). Dando lugar a la composición y resultados de la cartera A de la Tabla 5.

Tabla 5: Comportamiento de activos con rendimientos negativos en la cartera

	<b>SAN</b>	<b>ITX</b>	<b>TEF</b>	<b>BBVA</b>	<b>IBE</b>	<b>VIS</b>	<b><math>\sigma</math></b>	<b><math>\sigma^2</math></b>	<b><math>\mu</math></b>
<b>A</b>	0,00%	19,03%	28,22%	0,00%	3,79%	48,96%	0,01289	0,00017	0,00021
<b>B</b>	0,00%	31,76%		8,84%		59,40%	0,01364	0,00019	0,00038
<b>C</b>	6,29%	33,30%				60,41%	0,0137	0,00019	0,0004

Fuente: Elaboración propia

Puede carecer de sentido invertir en Telefónica o en Iberdrola por sus rentabilidades negativas. Sin embargo, que las covarianzas de ambos activos sean reducidas y por lo tanto tengan baja variación conjunta con el resto de activos, siendo la de Viscofan y Telefónica la más baja, provoca que los inversores prefieran perder parte de su rentabilidad al reducir el riesgo mediante la diversificación. Esto es hasta tal punto que, a pesar de que las entidades financieras quedan fuera de la cartera, al tener tanto los peores rendimientos, como los mayores riesgos, si se descartan los otros activos con rendimientos negativos, estos se tendrían en cuenta para minimizar el riesgo hasta contar solo con Inditex y Viscofan (carteras B y C de la Tabla 5).

Otro ejemplo para mostrar la importancia de la diversificación e incluir para su cálculo todo tipo de activos, a pesar de su rendimiento, es el de la búsqueda de un rendimiento igual al esperado para Viscofan. De forma que, al minimizar el riesgo nos encontramos con que Viscofan no llega al 60% de la composición e incluye de nuevo un activo con rendimientos negativos (Telefónica), como muestra la Tabla 6.

Tabla 6: Cartera con el rendimiento de Viscofan (Markowitz)

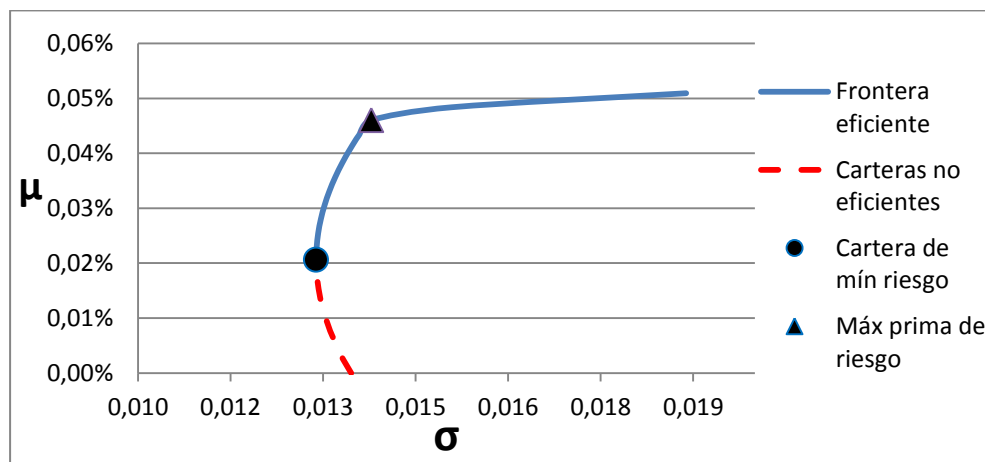
SAN	ITX	TEF	BBVA	IBE	VIS	$\sigma$	$\sigma^2$	$\mu$
0,00%	37,32%	3,88%	0,00%	0,00%	58,80%	0,01357	0,00018	0,00043
0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	0,01591	0,00025	0,00043

Fuente: Elaboración propia

Si se construye la frontera eficiente creando diferentes carteras y minimizando el riesgo para determinados rendimientos, estando estos entre el rango de 0% hasta el 0,051%, correspondiente al rendimiento máximo posible de la cartera (rendimiento de Inditex), el resultado sería el de la Figura 10. Conociendo el conjunto de carteras correspondiente a esta frontera como se explicó en el Punto 3.3, se entiende que el principio de este conjunto de inversiones lo marca la cartera de mínimo riesgo. Se aprecia también, en la Figura 10, un punto a partir del cual el aumento del riesgo destaca sobre el del rendimiento, coincidiendo este tramo con carteras compuestas exclusivamente por Inditex y Viscofan, pesando cada vez más las acciones de Inditex al ofrecer mayor rentabilidad hasta llegar a ocupar toda la cartera, asumiendo para ello, como es lógico, el mayor riesgo. Se entiende que este tramo comienza a partir de

la cartera con más retorno por unidad de riesgo, calculada maximizando dicha prima  $\left(\frac{\mu}{\sigma^2}\right)$ , comenzando también a caer la pendiente de la frontera, por lo que el inversor debería considerar con mayor atención la búsqueda de una mayor rentabilidad.

Figura 10: Conjunto de carteras obtenido minimizando el riesgo



Fuente: Elaboración propia

## 4.3 Aplicación de Sharpe

### 4.3.1 Estimaciones

Para resolver el modelo de Sharpe, explicado en el Punto 3.4, necesitaríamos la cartera de mercado, sin embargo el incluir todos los activos existentes para su cálculo es inviable, por lo que se utilizará el índice del Ibex-35 como estimación de dicha cartera. El hecho de tener una muestra bajista del índice no perjudica al modelo, ya que no nos impide calcular los datos necesarios.

A partir de los estadísticos del Punto 4.2, incluyendo esta vez los datos del índice, se necesita realizar una estimación lineal con el fin de conseguir el rendimiento independiente del índice ( $\alpha$ ), la exposición al índice ( $\beta$ ) y el coeficiente de

determinación ( $R^2$ ), entendido como la medida de explicación de los retornos del índice para el rendimiento real de un valor, es decir, la calidad de la estimación.

En la Tabla 7 destacan las  $\beta$  de Santander y de BBVA considerándose activos volátiles o agresivos al superar la unidad y con ello, los movimientos del Ibex-35, siendo también las que mayor coeficiente de determinación tienen, posiblemente motivado por la influencia del sector bancario sobre el Ibex-35. En el lado totalmente opuesto nos encontramos con Viscofan, como el activo más defensivo de la cartera de estudio y como era de esperar, la estimación a partir del índice no es significativa a la hora de explicar los rendimientos de las acciones de dicha empresa, debido como ya se ha comentado a su poco peso en el Ibex-35. El hecho de que Inditex a pesar de ser el segundo en capitalización tenga una  $\beta$  más reducida que el resto (sin contar Viscofan) puede deberse a su menor estancia en la bolsa que las otras empresas de la muestra (BME, 2017) y su menor capitalización histórica. En cuanto a las  $\alpha$  a destacar son las de Inditex y Viscofan, algo lógico al ser las únicas que han conseguido obtener un rendimiento medio positivo mientras el Ibex-35 descendía, siendo ese rendimiento independiente del índice.

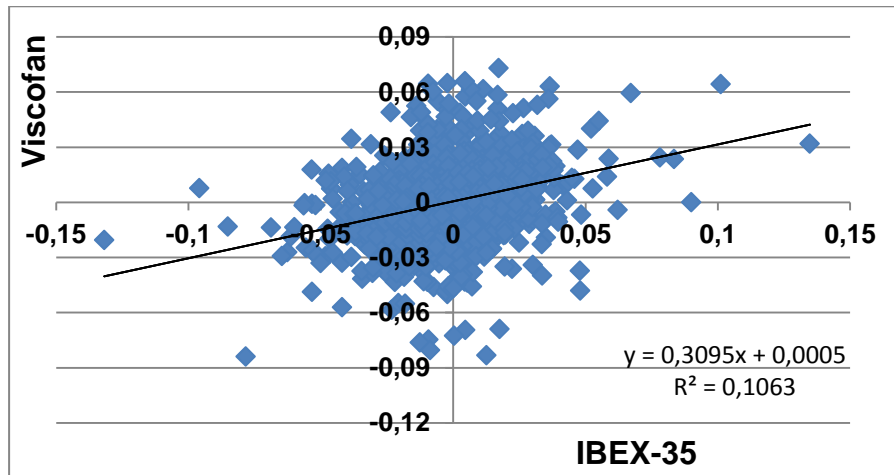
Tabla 7: Datos de la regresión

	$\beta$	$\alpha$	$R^2$
<b>SAN</b>	1,37414	-0,00017	0,85409
<b>ITX</b>	0,73742	0,00065	0,42811
<b>TEF</b>	0,9062	-0,00015	0,76494
<b>BBVA</b>	1,3364	-0,00016	0,86612
<b>IBE</b>	0,97726	-0,00003	0,67042
<b>VIS</b>	0,30955	0,00049	0,10626

Fuente: Elaboración propia

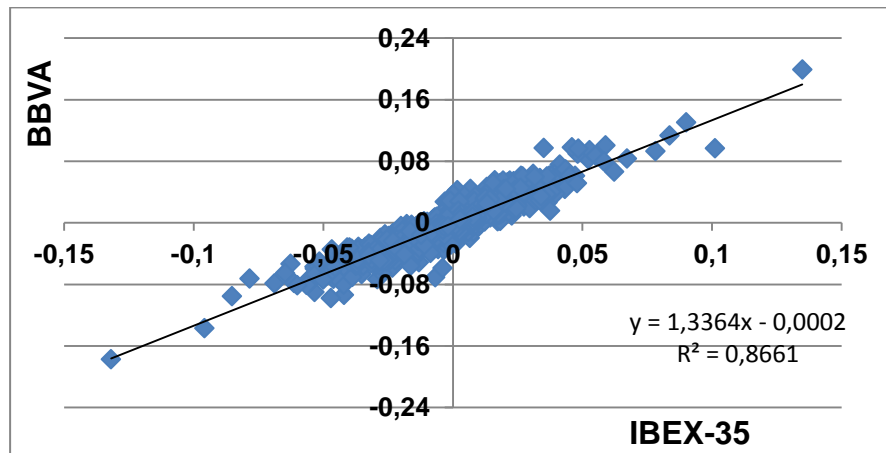
Para apreciar de forma más visual la importancia del coeficiente de determinación llega con observar la Figura 11 y la Figura 12 donde los rendimientos de BBVA se aproxima claramente mejor a su línea de tendencia que los rendimientos de Viscofan, los cuales se dispersan considerablemente, por lo que tiene también mayor margen de error.

Figura 11: Dispersión de Viscofan



Fuente: Elaboración propia

Figura 12: Dispersión de BBVA



Fuente: Elaboración propia

### 4.3.2 Estudio del riesgo

Si se estudian los tipos de riesgo, los datos que muestra la Tabla 8 concuerdan con los anteriores, sobresaliendo las entidades financieras en el riesgo sistemático al tener las mayores  $\beta$ , e Inditex junto a Viscofan con las más bajas. Pero estas últimas destacan en el riesgo específico, es decir, en el propio de ambas empresas acorde con sus mayores rendimientos ajenos al mercado.

Tabla 8: Riesgo desglosado

	<b>Riesgo sistemático</b>	<b>Riesgo específico</b>
<b>SAN</b>	0,00053	0,00009
<b>ITX</b>	0,00015	0,0002
<b>TEF</b>	0,00023	0,00007
<b>BBVA</b>	0,0005	0,00008
<b>IBE</b>	0,00027	0,00003
<b>VIS</b>	0,00003	0,00023

Fuente: Elaboración propia

Una vez calculados estos datos y siguiendo la filosofía de diversificación, comentada en el Punto 3.1, se estudia cómo se comporta el riesgo de la cartera al ir aumentando el número de activos, creando así 6 carteras (Tabla 9). Para ello se minimiza el riesgo asumiendo un rendimiento no negativo sin darle importancia a la exposición al índice. Los resultados se muestran en la Tabla 10, donde se ve nuevamente, que la cartera de mínimo riesgo (cartera 6) sigue dejando al margen a Santander y BBVA, igual que en el modelo de Markowitz.

Rápidamente se aprecia que la cartera 1, la cual tiene en cuenta únicamente los títulos de Santander, es inviable, ya que se estaría asumiendo una rentabilidad negativa (-0,00044). BBVA vuelve a ser descartada en todo momento por la acción de diversificación, por ello las carteras 4 y 5 son iguales.

Tabla 9: Composición en función del número de activos

<b>Cartera</b>	<b>SAN</b>	<b>ITX</b>	<b>TEF</b>	<b>BBVA</b>	<b>IBE</b>	<b>VIS</b>
<b>1</b>	0,00%					
<b>2</b>	17,66%	82,34%				
<b>3</b>	0,00%	40,24%	59,76%			
<b>4</b>	0,00%	40,24%	59,76%	0,00%		
<b>5</b>	0,00%	35,78%	36,34%	0,00%	27,89%	
<b>6</b>	0,00%	20,70%	20,66%	0,00%	9,09%	49,56%

Fuente: Elaboración propia



Tabla 10: Riesgo y rendimiento en función del número de activos

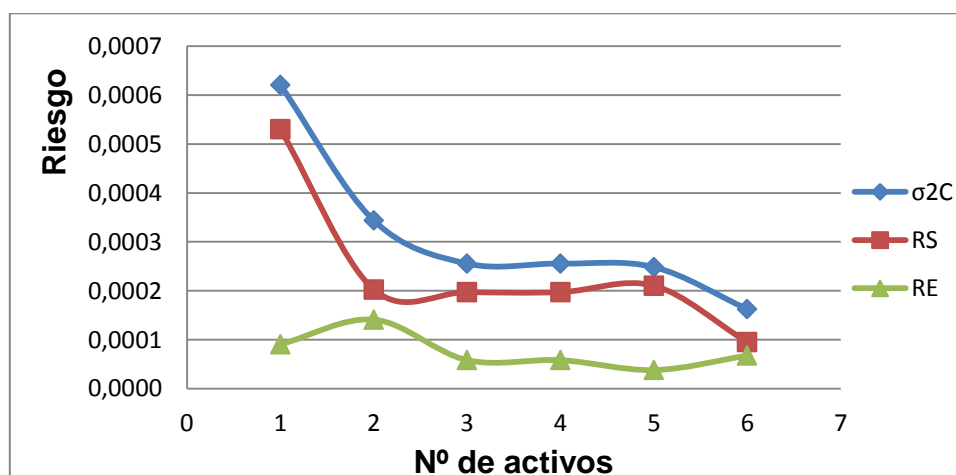
<b>Cartera</b>	<b>RS</b>	<b>RE</b>	<b><math>\sigma^2_c</math></b>	<b><math>\mu_c</math></b>	<b><math>x_{n+1} = \beta_c</math></b>	<b><math>\sigma_c</math></b>
<b>1</b>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>2</b>	0,0002	0,00014	0,00034	0,00034	0,84989	0,01855
<b>3</b>	0,0002	0,00006	0,00026	0,00001	0,83829	0,01599
<b>4</b>	0,0002	0,00006	0,00026	0,00001	0,83829	0,01599
<b>5</b>	0,00021	0,00004	0,00025	0	0,86563	0,01576
<b>6</b>	0,0001	0,00007	0,00016	0,00023	0,58203	0,01276

Fuente: Elaboración propia

Al estudiar más a fondo el riesgo, como es lógico, disminuye al añadir activos, sin embargo no lo hace de la forma adecuada. En las carteras en las que se incluyen por primera vez los títulos con rendimiento positivo (carteras 2 y 6), se aprecia que el riesgo específico aumenta en vez de disminuir, es decir, si el riesgo de la cartera se reduce es a costa del riesgo sistemático. Esto no debería ser así, ya que es este riesgo el que debe premiarse mientras el específico se reduce al incluir más activos.

Lo anterior se puede apreciar más fácilmente en la Figura 13, donde, con cada movimiento del riesgo sistemático se produce un movimiento contrario del riesgo específico. Si bien ambos acaban reduciéndose, destaca la caída del primer tipo de riesgo sobre el segundo, suavizándose el descenso del riesgo total junto con la del riesgo sistemático. Teniendo en cuenta esta situación se pueden identificar estas carteras como poco diversificadas, no solo por no poder eliminar el riesgo específico, sino también por conseguir mayores rendimientos esperados a costa de aumentar dicho riesgo, por lo que sería conveniente incluir más activos que permitan reducir dicho riesgo.

Figura 13: Evolución del riesgo con la adición de activos



Fuente: Elaboración propia

### 4.3.3 Estudio del rendimiento

Para conocer esta situación se maximizará la Ecuación (15) de la rentabilidad de una cartera, tal y como se explicó en el Punto 3.4, de forma que imite los movimientos del mercado, es decir, cuya  $\beta$  sea igual a 1, denominándose esta, como cartera indexada. Lo deseable y correcto es que al buscar dicha cartera, su rendimiento sea mayor que el de las carteras con menor  $\beta$ . Sin embargo la maximización del rendimiento, sujeta a esta volatilidad, nos da como resultado una cartera compuesta únicamente por títulos de Inditex y Santander (Tabla 11 y Tabla 12). A pesar de las pérdidas de este último título, el hecho de tener una  $\beta$  tan alta es lo que causa que forme parte de la cartera para lograr la restricción de  $\beta=1$  y este mismo hecho, provoca que Viscofan, con la  $\beta$  más reducida, no tenga ningún peso aunque tenga rendimientos más altos.

Por lo tanto, esta cartera resultante de  $\beta=1$ , no puede ser considerada eficiente al tener un menor rendimiento que la cartera con mínimo riesgo (cartera 6 de la Tabla 9 y Tabla 10), donde  $\beta=0,58$ . Por lo que se llega a la misma conclusión que al estudiar el riesgo, se necesita buscar activos que ayuden a que la cartera sea premiada por su exposición al mercado y no por otros factores ajenos al índice, para cumplir con el principio de diversificación inteligente.

Tabla 11: Cartera indexada

<b>SAN</b>	<b>ITX</b>	<b>TEF</b>	<b>BBVA</b>	<b>IBE</b>	<b>VIS</b>
41,24%	58,76%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 12: Rendimiento y riesgo de la cartera indexada

<b>RS</b>	<b>RE</b>	<b><math>\sigma^2_c</math></b>	<b><math>\mu_c</math></b>	<b><math>x_{n+1} = \beta_c</math></b>	<b><math>\sigma_c</math></b>
0,00028	0,00009	0,00037	0,00012	1	0,01915

Fuente: Elaboración propia

Igual que para el modelo de Markowitz, carece de sentido maximizar el rendimiento sin límites de riesgo, ya que nos dará como resultado invertir exclusivamente en Inditex. Pero si podemos ver la composición de la cartera al minimizar su riesgo para el rendimiento de Viscofan, consiguiendo la cartera de la Tabla 13, cuya rentabilidad es la misma que la de Viscofan, con un riesgo menor que resultaría si se invirtiese únicamente en ese activo (Tabla 14). De hecho las proporciones son casi iguales a las del anterior modelo debido a la coincidencia de las empresas con bajas covarianzas con las que obtuvieron bajas betas y por lo poco que se premia el riesgo sistemático.

Al analizar la descomposición del riesgo que nos permite el modelo de Sharpe, se ve, a pesar de ser una mejor opción que invertir únicamente en Viscofán, que sigue la línea del resto de carteras calculadas en este apartado manteniendo el riesgo específico elevado al tener prácticamente todo el peso Inditex y Viscofan, por lo que esta diversificación es mejorable.

Tabla 13: Composición de la cartera con el rendimiento de Viscofan (Sharpe)

<b>SAN</b>	<b>ITX</b>	<b>TEF</b>	<b>BBVA</b>	<b>IBE</b>	<b>VIS</b>
0,00%	37,82%	3,93%	0,00%	0,00%	58,25%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 14: Riesgo de la cartera con el rendimiento de Viscofan (Sharpe)

<b>RS</b>	<b>RE</b>	<b><math>\sigma^2_c</math></b>	<b><math>\mu_c</math></b>	<b><math>x_{n+1} = \beta_c</math></b>	<b><math>\sigma_c</math></b>
0,00007	0,00011	0,00018	0,00043	0,49	0,01322

Fuente: Elaboración propia

## 4.4 Aplicación de CAPM

### 4.4.1 Aplicación CML

Con este modelo gana protagonismo el activo sin riesgo expuesto en el Punto 3.5, utilizando como tal el bono alemán a 10 años. Sin embargo la rentabilidad que se muestra para dicho activo es la rentabilidad anual, por lo que hay que calcular su tasa equivalente diaria, obteniendo entonces a 30/12/2016 las cifras de la Tabla 15.

Tabla 15: Rendimiento y riesgo del Bono Alemán a 10 años

<b>Rentabilidad Anual</b>	<b>Rentabilidad Diaria</b>	<b>Riesgo</b>
0,0019	0,000005	0

Fuente: Elaboración propia

Al incluir dicho título libre de riesgo no tiene sentido únicamente minimizar el riesgo de la Ecuación (22), puesto que dicha cartera estaría formada al 100% por este activo. Por lo que se comenzará por calcular la CML (Punto 3.5.2), encontrando el problema de que utilizar como cartera de mercado el índice, para esta situación, no es coherente al tener una rentabilidad negativa. Si bien para los anteriores modelos únicamente necesitábamos conocer la relación entre los diferentes títulos y el índice, ahora no se puede utilizar el Ibex-35 como sustituto de la cartera de mercado ya que la CML tendría pendiente negativa y no sería lógico invertir en una opción diferente al activo sin riesgo.

Como solución a esta situación se podría aumentar la muestra para incluir un periodo alcista del Ibex-35, ya que, como se comentó en el Punto 3.1, igual que el porqué de esta muestra (Punto 4.1), una situación continua de caídas no es sostenible en el tiempo para ninguna economía. Sin embargo, para el estudio de la pendiente de la CML, el ISH, es más ilustrativo utilizar la frontera eficiente, por lo que la opción anterior se dejará para más adelante.

En cuanto al ISH o pendiente de la Ecuación (22), al considerarse la prima de riesgo para el inversor cuando se refiere a la CML y entendiendo la cartera de

mercado como una cartera diversificada y escogida por todos los inversores, lo más lógico es que se escoja la cartera que tenga la mayor prima de riesgo.

Para estudiar dicha prima se maximiza el ISH de los activos disponibles en este trabajo, o lo que es lo mismo, se busca la pendiente de la recta tangente a la frontera eficiente de Markowitz desde el activo sin riesgo, siendo este punto de tangencia la hipotética cartera de mercado. Para comparar diferentes ISH se calcula también el de la cartera de mínimo riesgo y la de máximo rendimiento, ambas de la frontera eficiente. Dando lugar a los resultados de la Tabla 16.

Tabla 16: Rendimiento y riesgo en función del ISH

	Máx. ISH	ISH mín. $\sigma^2$	ISH máx. $\mu$
$\sigma^2$	0,00019	0,00017	0,00036
$\sigma$	0,01385	0,01289	0,01889
$\mu$	0,00047	0,00021	0,00051
<b>ISH</b>	0,03329	0,01556	0,02669

Fuente: Elaboración propia

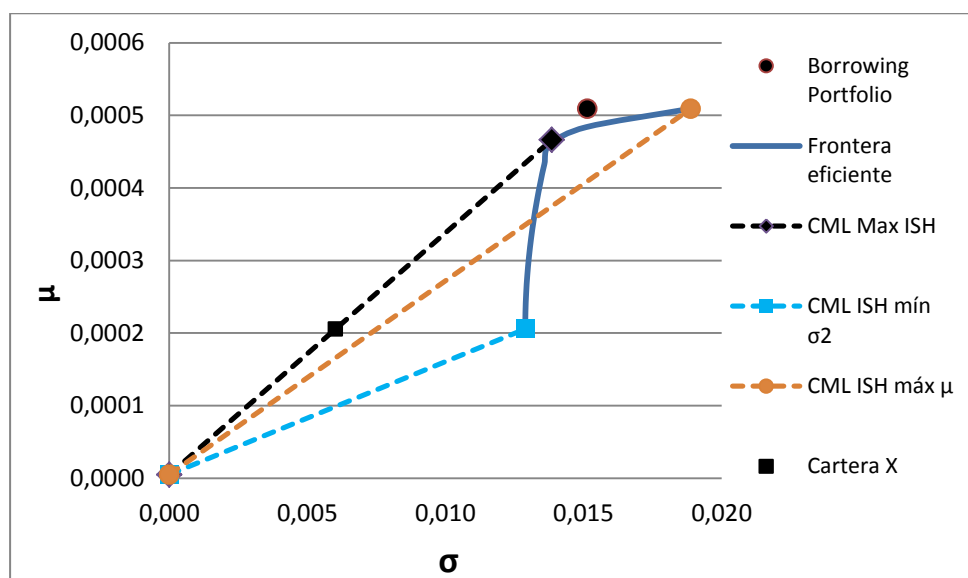
Comprobamos así que no es eficiente escoger como cartera de mercado, una diferente a la tangente de la frontera eficiente al tener un ISH menor. Por ejemplo, con un préstamo a la tasa libre de riesgo se puede realizar una inversión mayor en la cartera de mayor pendiente (Borrowing Portfolio), consiguiendo una mayor rentabilidad y asumiendo menos riesgo. Lo mismo sucede con la cartera de mínimo riesgo, combinando la cartera tangente con el activo sin riesgo (Cartera X). Ambos casos se pueden apreciar en la Figura 14, siendo las cifras de estas carteras las que se muestran en la Tabla 17.

Tabla 17: Opciones de la cartera con máximo ISH

	$\mu$	$\sigma$	Cartera M	Activo sin riesgo
<b>Borrowing Portfolio</b>	0,00051	0,01514	109,31%	-9,31%
<b>Cartera X</b>	0,00021	0,00602	43,48%	56,52%

Fuente: Elaboración propia

Figura 14: Comparación del ISH



Fuente: Elaboración propia

Conociendo tanto el comportamiento como la importancia del ISH y por el hecho de que la cartera de mercado se suele sustituir por un índice (puesto que en la realidad las inversiones se realizan en una cantidad limitada de activos y no se puede calcular por lo tanto dicha cartera de mercado), se deberá escoger aquel índice o aquella cartera que nos aporte la mayor prima de riesgo, sin evitar que esta situación nos permita realizar una inversión lo más eficiente posible.

#### 4.4.2 Aplicación SML

Otro punto a estudiar sobre CAPM es la SML (Punto 3.5.3), la cual sirve para valorar un activo individualmente en función exclusivamente de la exposición al mercado, asumiendo una total diversificación del riesgo específico, o simplemente que este último no debe ser retribuido. La necesidad de utilizar la rentabilidad del mercado, en este caso el Ibex-35, para realizar la valoración a partir de la Ecuación (26), hace inviable el utilizar rendimientos negativos puesto que estaríamos asumiendo perspectivas continuadas de caídas, algo insostenible a largo plazo como se ha repetido a lo largo del trabajo. Además la opción de utilizar el rendimiento esperado o promedio para despejar otros valores en la Ecuación (26) tampoco es una opción, ya

que este incluye no sólo el proporcionado por el mercado, sino también el ajeno a este, el cual no tiene en cuenta la SML. Por ello y para este caso, sí que se utiliza una mayor muestra del índice, buscando alguno de los activos utilizados del cual se pueda extraer la misma muestra, en este caso Inditex y Santander (de los cuales hasta se puede extraer una muestra mayor que el índice en Google Finance).

De estas nuevas muestras, que van desde el 22/04/2002 hasta el 30/12/2016, se consiguen nuevas cifras en cuanto a sus estadísticos (Tabla 18), con lo que se muestra también la variabilidad de estos modelos en función del horizonte temporal utilizado. Se aprecia un aumento en las rentabilidades, provocado por tener en cuenta un periodo alcista, disminuyendo también el riesgo. Por ello es conveniente utilizar muestras lo más grandes posibles para poder tener en cuenta las reacciones que ha tenido el mercado y evitar que se vea altamente influenciada por reacciones a corto plazo.

Tabla 18: Inditex y Santander en la SML

	$\mu$	$\sigma^2$	$\beta$	$\alpha$	$\mu_j = \mu_f + (\mu_M - \mu_f) \beta_j$	$R^2$
<b>Ibex-35</b>	0,00003	0,00023	1			
<b>ITX</b>	0,00053	0,00034	0,71879	0,00051	0,00003	0,3489
<b>SAN</b>	-0,0002	0,00052	1,38451	-0,00024	0,00004	0,84773

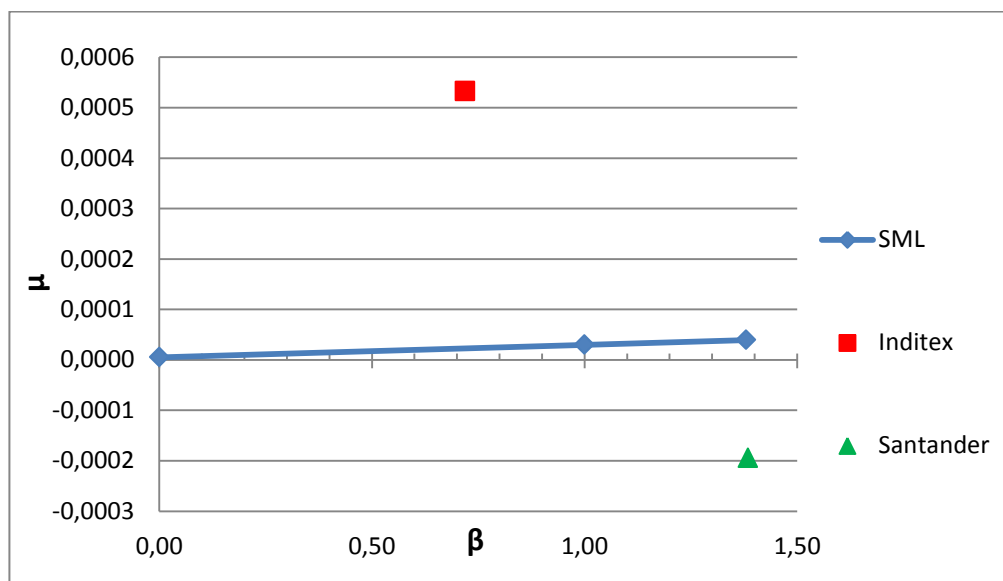
Fuente: Elaboración propia

Una vez obtenidos los datos anteriores se puede construir a partir del rendimiento del activo sin riesgo y el rendimiento del índice, la SML, siendo el riesgo del índice también igual a su  $\beta$ , es decir, igual a 1 (Figura 9). Observando la Figura 15 se aprecia lo mucho que difieren los rendimientos promedio de los rendimientos que deberían obtener estos títulos por su exposición al Ibex-35, a causa de sus rendimientos independientes del índice.

Esta situación significa, para el caso de Inditex que sus títulos están infravalorados y por ello la alta demanda de estos, le permiten mantener rentabilidades más altas hasta que esta demanda ajuste el precio para que su retribución se iguale a la de la SML. En el caso contrario está Santander, cuyos títulos están sobrevalorados

por lo que su demanda es más reducida, provocando la caída de los precios hasta que puedan aportar la rentabilidad de la SML para su nivel de riesgo.

Figura 15: SML y rendimientos promedio de Inditex y Santander



Fuente: Elaboración propia

#### 4.4.3 Aplicación $k_e$ y estimación de precios

Tal y como se describe en el Punto 3.5.4, el rendimiento calculado a partir de la SML para un activo se puede interpretar como la tasa de descuento o rentabilidad mínima exigida para el inversor,  $k_e$ . Si bien, dicha tasa puede utilizarse para estimar los precios, o a partir de una estimación conocer el precio que debería tener actualmente, solo permite realizar dicha estimación para un periodo por la falta de equilibrio en el mercado y porque en el periodo siguiente la tasa sería diferente. Si el cálculo es para fines cortoplacistas, sería conveniente utilizar una muestra más ajustada a la situación actual. Por ejemplo, si se estima el precio para las acciones de Inditex a un día, despejando la Ecuación (28), la estimación obtenida (

Tabla 19) se queda corta por el hecho de haber utilizado una muestra demasiado grande en la que destacaron ciclos bajistas, con el fin de explicar la inversión a largo plazo.



Tabla 19: Precio estimado y precio real

ITX	Precios real	Precio estimado	Rentabilidad real	Rentabilidad estimada
<b>30/12/2016</b>	32,43			
<b>02/01/2017</b>	32,6	32,43074	0,00523	0,00002

Fuente: Elaboración propia

Además el hecho de que los rendimientos que se están dando para el respectivo activo difieran de los correspondientes a la SML, como es el caso de Inditex y Santander, puede no ser adecuado utilizar  $k_e$  como una tasa de descuento hasta que se ajusten los precios, pero si podría utilizarse para evaluar que activos interesaría en mayor medida incluir o evitar en la cartera por su posición infravalorada o sobrevalorada.

## 4.5 Aplicación de APT

El modelo APT, como se explica en el Punto 3.6, es una posible solución a la limitada explicación de los rendimientos de un título a partir del CAPM. Como también se comentaba, la principal dificultad radica en saber que otros factores pueden servirnos para realizar las estimaciones. En este caso, no se buscará el cálculo del rendimiento de un título, sino que se tratará de ver la importancia y la dificultad de añadir factores explicativos. Para ello se analizan las acciones de Iberdrola, entendiendo que al pertenecer al sector energético un factor de influencia puede ser la rentabilidad procedente de los precios diarios del petróleo, una muestra relativamente fácil de conseguir en comparación a otras.

En primer lugar se descartará del modelo la proporción de los datos sobre el petróleo que explique el rendimiento del Ibex-35, a pesar de no considerar especialmente alta su correlación. Una vez obtenida los datos de la regresión que se muestran en la Tabla 20, se confirma la baja representatividad que tiene el petróleo sobre el índice.

Tabla 20: Regresión para APT

$\beta$	$\alpha$	$R^2$	$\rho_{IP}$
0,26468	-0,00016	0,12627	35,53%

Fuente: Elaboración propia

El siguiente paso es estimar los rendimientos del índice a partir de la Ecuación (11) y de los datos anteriores, para luego calcular la diferencia entre los rendimientos reales y los estimados, es decir el error, para utilizarlo como 2º factor de influencia. Una vez conseguidos ambos factores de influencia se vuelve a realizar una estimación lineal, siendo en este caso múltiple. De esta regresión se consiguen los datos de la Tabla 21, los cuales si se comparan con las cifras obtenidas utilizando el índice como único factor de influencia, se observa un aumento del coeficiente de determinación muy reducido. Si bien el incluir factores a la regresión nunca reduce el coeficiente  $R^2$ , hay que estudiar si realmente compensa o si tiene un impacto significativo al realizar la estimación, algo que en este caso no sucede (sin tener que recurrir al  $R^2$  ajustado).

Tabla 21: Comparación de regresiones

$\beta_{Ibex}$	$\beta_{Brent}$	$\alpha$	$R^2$
0,97726		-0,00003	0,67042
0,89574	0,0933	-0,00005	0,67109

Fuente: Elaboración propia

Este bajo impacto en los rendimientos de Iberdrola por parte de los rendimientos del petróleo, puede deberse a que sus métodos de generación no tienen tampoco una gran dependencia de esta materia prima, al basarse más en energías renovables, nuclear, carbón, entre otras, destacando sobre todo las primeras al abarcar más del 43% de su producción neta como se expone en el informe de resultados del primer trimestre de Iberdrola (2017).

Entonces, si ya es difícil encontrar muestras de factores explicativos del mismo tamaño que las de los títulos, más complicado es conseguir muestras relevantes para realizar el modelo. Además de que añadir factores sin criterio alguno, solo complicaría el cálculo del modelo, haciendo más laboriosa la tarea de eliminar la multicolinealidad de los factores, es decir deshacerse de la correlación entre estos, pudiendo no aportar información determinante.

# Conclusiones

El exponer los conceptos básicos sobre la inversión financiera, junto al comportamiento de los inversores y del mercado de valores, ha servido como precedente para facilitar la comprensión de los modelos de valoración, permitiendo por lo tanto cumplir los objetivos principales de este trabajo.

- Comportamiento del mercado e inversores

El hecho de no asumir una completa eficiencia del mercado, debido a la necesidad de una transición hasta que el precio se ajuste al valor, por el hecho de extremar los descuentos de información o tardar en realizar dicho descuento, no impide que el trabajo se enfoque en la gestión pasiva, al asumir la aleatoriedad de la nueva información a descontar. Claramente este estilo de inversión no tiene por qué ser ni mejor, ni peor que otros. Como se ha repetido, todo depende de las necesidades financieras de cada inversor, pudiendo aplicar este estilo, un inversor que busque crear, por ejemplo, un plan de pensiones por la dificultad de que los mercados mantengan pérdidas sostenibles a lo largo del tiempo. En un caso contrario podría encontrarse una empresa que quiere sacarle algún beneficio a su exceso de efectivo, por lo que tendrá que buscar un estilo de inversión a corto plazo. Teniendo en cuenta también que, a pesar de la dificultad de superar al mercado a largo plazo, si no hubiera inversores buscando oportunidades en estas ineficiencias, el mercado no se movería.

- Limitaciones de los modelos

En primer lugar, la dificultad de obtener datos y el hecho de tratar con muestras históricas que no garantizan que se repitan en el futuro. Aunque se haya podido conseguir una muestra relativamente extensa, se ha dado una situación donde los resultados se vieron demasiado marcados por la crisis financiera. Siendo difícil creer

que, 4 de los 5 valores más destacadas del Ibex-35 sigan manteniendo a largo plazo rendimientos negativos. Por ello hay que intentar descontar todas las situaciones del mercado, evitando las influencias a corto plazo. Teniendo en cuenta también que una variación en la muestra puede provocar cambios significativos, como sucedió al aumentar la muestra del Ibex-35 modificando sus rendimientos de negativos a positivos.

Por otro lado está el uso de un índice como sustituto de la cartera de mercado por la dificultad de calcularla con todos los activos de riesgo existentes. Pudiendo esto dar lugar a carteras poco diversificadas como sucedió con el Ibex-35, para el cual, imitarlo conllevaba tener la mayor parte de la inversión colocada en pocos activos. Este hecho puede provocar también que queden fuera de la cartera o tengan un peso reducido activos con buenos rendimientos como sucedió con el caso de Viscofan, o que al minimizar el riesgo se incluyan este tipo de activos precisamente por su reducido peso en el índice, premiando el riesgo incorrecto según los modelos, el riesgo específico.

Lo anterior muestra también lo limitado que puede ser el uso exclusivo de un índice bursátil para explicar los rendimientos de un activo, dando pie a otra complicación, la de encontrar los factores adecuados para las estimaciones.

En cuanto al activo sin riesgo, a pesar de no poder asumir que un activo este totalmente libre de riesgo, el hecho de utilizar deuda de alta calificación y mantenerla hasta el vencimiento, puede entenderse como asumir un riesgo prácticamente nulo.

Por último está la dificultad de utilizar la tasa de descuento para realizar estimaciones precisas, tanto por no poder asumir el equilibrio en el mercado como por el uso de datos históricos, pudiendo alejarse la estimación de dicha tasa de las rentabilidades esperadas.

- Aplicaciones de los modelos

A pesar de estas dificultades y sus hipótesis restrictivas, no se les puede restar importancia a estos modelos, tanto por su aportación teórica, como práctica. Entre las contribuciones de estos modelos al ámbito financiero están: la posibilidad de optimizar

el binomio rentabilidad-riesgo a partir de la diversificación; la posibilidad de explicar parte de los rendimientos de los activos en función de diferentes factores y su riesgo; realizar estimaciones para saber si un título está sobrevalorado o infravalorado; comparar inversiones de forma que se pueda escoger la que más premie el riesgo; o la posibilidad de imitar un índice. Por lo que en general se permite al inversor escoger el riesgo a asumir en función del rendimiento que busque o viceversa, si bien, dichos modelos hay que aplicarlos con sumo cuidado y profundo análisis (algo que no difiere de otros métodos). Otras pruebas de su importancia es el uso de los rendimientos estimados a partir de la SML o  $k_e$ , para el descuento de flujos a la hora de valorar una empresa, o la existencia de fondos indexados que buscan replicar determinados índices con perspectivas a largo plazo y a partir de una cartera diversificada.

Por lo tanto, para estos modelos e igual que para cualquier otro método de inversión, no importa sólo conocer lo que pueden aportar y sus beneficios, sino también sus limitaciones y los riesgos de su aplicación para así tomar decisiones lo más eficientes posibles, teniendo en cuenta que en el mundo de la inversión no hay ningún método infalible, algo de lo que si se es realmente consciente, se puede sacar igualmente mucho provecho.

## Bibliografía

- Ansejo, U. (29 de Junio de 2016). El Brexit y la importancia de la diversificación [Mensaje en un blog]. *Blog de Indexa Capital*. Recuperado de: <https://blog.indexacapital.com/2016/06/29/el-brex-it-y-la-importancia-de-la-diversificacion/>
- Bloomberg. (30 de enero de 2017). Trump & Dump: el robot de bolsa que opera en corto en las compañías mencionadas por Trump en Twitter. *El Economista*. Recuperado de: <http://www.eleconomista.es/mercados-cotizaciones/noticias/8118304/01/17/Trump-Dump-el-robot-de-bolsa-que-opera-en-corto-en-las-companias-mencionadas-por-Trump-en-Twitter.html>
- Bolsas y Mercados Españoles. (2016). *Informe Anual*. Recuperado de : <http://www.bolsamadrid.es/docs/SBolsas/InformesSB/anual.pdf>
- Bolsas y Mercados Españoles. (2017). *Composición histórica*. Recuperado de: <http://www.bolsamadrid.es/docs/SBolsas/InformesSB/compolBEX.pdf>
- Bolsas y Mercados Españoles. (Mayo de 2017). *Normas técnicas para la composición y cálculo de los índices de BME*. Recuperado de: [http://www.bolsamadrid.es/docs/SBolsas/docsSubidos/NormasIndices/Normas\\_Indices\\_lbex\\_esp.pdf](http://www.bolsamadrid.es/docs/SBolsas/docsSubidos/NormasIndices/Normas_Indices_lbex_esp.pdf)

- Brealey, R., & Myers, S. (2010). *Principios de finanzas corporativas* (9ª ed.). Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España.
- Brun, X., & Moreno, M. (2008). *Análisis y selección de inversiones en mercados financieros : eficiencia de los mercados, teoría de carteras, asignación de activos y definición de políticas de inversión*. Barcelona: Profit.
- Burmeister, E., Roll, R., & Ross, S. (1994). A practitioner's guide to arbitrage pricing theory. *The CFA Institute Research Foundation*. doi 10.2470/rf.v1994.n4.4445.1
- CNMV. (16 de Noviembre de 2011). *Circular 4/2011, de 16 de noviembre, de la Comisión Nacional del Mercado de Valores, por la que se modifica parcialmente la Circular 4/2008, de 11 de septiembre, sobre el contenido de los informes trimestrales, semestral y anual de instituciones de inversión colectiva y del estado de posición*. Recuperado de:  
<http://www.boe.es/boe/dias/2011/12/06/pdfs/BOE-A-2011-19174.pdf>
- CNMV. (2006). *Los fondos de inversión y la inversión colectiva*. Recuperado de:  
[https://www.cnmv.es/DocPortal/Publicaciones/Guias/guia\\_FI.pdf](https://www.cnmv.es/DocPortal/Publicaciones/Guias/guia_FI.pdf)
- Datosmacro. <http://www.datosmacro.com/>
- De la Quintana, L. (7 de febrero de 2017). Los analistas ya descuentan la cuarta ampliación de Popular en cinco años. *El Economista*. Recuperado de:  
<http://www.eleconomista.es/mercados-cotizaciones/noticias/8136707/02/17/Los-analistas-ya-descuentan-la-cuarta-ampliacion-de-Popular-en-cinco-anos.html>
- Doldán, F. R. (2003). *Dirección financiera de la empresa*. Santiago: Tórculo.
- Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, 25(2), 28-30. doi: 10.2307/2325486

Fama, E., & French, K. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, 47(2), 427–465. doi:10.1111/j.1540-6261.1992.tb04398.x

Fernández, D. (22 de Febrero de 2017). Los ‘espías’ de la CNMV hallan muchas deficiencias en la venta de productos financieros. *El País*. Recuperado de: [http://economia.elpais.com/economia/2017/02/22/actualidad/1487776580\\_367097.html](http://economia.elpais.com/economia/2017/02/22/actualidad/1487776580_367097.html)

Google Finance. <https://www.google.com/finance>

Iberdrola. (2017). *Informe de Resultados Primer trimestre 2017*. Recuperado de: [https://www.iberdrola.com/wcorp/gc/prod/es\\_ES/inversores/docs/Resultados\\_2017\\_1T.pdf](https://www.iberdrola.com/wcorp/gc/prod/es_ES/inversores/docs/Resultados_2017_1T.pdf)

ICAC. (17 de Septiembre de 2010). *Plan General de Contabilidad*. Recuperado de: <http://www.icac.meh.es/Documentos/CONTABILIDAD/PGC%202010%20-%20modificaciones%20NOFCAC.pdf>

Investing. <https://www.investing.com/>

Jensen, M., Black, F., & Scholes, M. (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. En Jensen, M. (ed.): *Studies in the Theory of Capital Markets*. Nueva York: Praeger. Recuperado de: <https://ssrn.com/abstract=908569>

Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13-37. doi: 10.2307/1924119

Lintner, J. (1969). The Aggregation of Investor's Diverse Judgments and Preferences in Purely Competitive Security Markets. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 4(4), 347-400. doi: 10.2307/2330056



- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91. doi: 10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, 34(4), 768-783. doi: 10.2307/1910098
- Piñeiro, C., & De Llano, P. (2011). *Finanzas empresariales : teoría y modelos con hoja de cálculo*. Santiago de Compostela: Andavira.
- Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*, 4(2), 129-176. doi: 10.1016/0304-405X(77)90009-5
- Ross, S. A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, 13(3), 341-360. doi: 10.1016/0022-0531(76)90046-6
- Sharpe, W. F. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 9(2), 277-293. doi: 10.1287/mnsc.9.2.277
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under. *Journal of Finance*, 19(3), 425-442. doi: 10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x
- Sharpe, W. F. (1994). The sharpe ratio. *The journal of portfolio management*, 21(1), 49-58. doi: 10.3905/jpm.1994.409501
- Suárez Suárez, A. S. (2014). *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa* (22ª ed. ed.). Madrid: Pirámide.
- Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior toward risk. *The Review of Economic Studies*, 25(2), 65-86. doi: 10.2307/2296205

Treynor, J. L. (1961). Market Value, Time, and Risk. Recuperado de:

<https://ssrn.com/abstract=2600356>

U.S. Energy Information Administration-EIA. (28 de 6 de 2017). *Petroleum & other liquids*. Recuperado de: [https://www.eia.gov/dnav/pet/pet\\_pri\\_spt\\_s1\\_d.htm](https://www.eia.gov/dnav/pet/pet_pri_spt_s1_d.htm)

Yebra, D. (3 de febrero de 2017). Trump mueve 1.260 millones cada vez que cita a una empresa en Twitter. *El Economista*. Recuperado de:

<http://www.eleconomista.es/mercados-cotizaciones/noticias/8125473/02/17/Trump-mueve-1260-millones-de-media-cada-vez-que-cita-a-una-compania-en-Twitter.html>