

PROPIEDADES MECÁNICAS DE LAS CAPAS DE BASE Y SUBBASE CONSTRUIDAS CON MATERIALES GRANULARES EN LOS FIRMES DE CARRETERAS

Ignacio Pérez Pérez; perez@iccp.udc.es

Vicente Navarro Gámir; vnavarro@iccp.udc.es

Fernando Vázquez Santana; fvsantana@iccp.udc.es

Luis E. Medina Rodríguez; medina@iccp.udc.es

Universidade da Coruña. E. T. S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. A Coruña, España

Manuel G. Romana García; tr02@dumbo.caminos.upm.es

Universidad Politécnica de Madrid. Departamento de Ingeniería Civil: Transportes. E. T. S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid, España.

1. Introducción

En los firmes de carreteras los materiales granulares sueltos desempeñan un importante papel estructural. Esto es así porque, por un lado, durante la etapa de construcción del firme éstos soportan el tráfico de obra y proporcionan un cimiento sobre el cual las capas superiores puedan situarse y compactarse. Por otro lado, en un firme terminado actúan como amortiguadores de las cargas del tráfico.

El comportamiento de los materiales granulares bajo las cargas del tráfico es complicado. Un elemento de la estructura del firme está sujeto a pulsos de esfuerzos. Cada uno de estos pulsos consta de una componente vertical, una horizontal y una componente de corte. En las capas de materiales granulares sueltos los esfuerzos verticales y horizontales son positivos mientras que los esfuerzos de corte se invierten cuando pasa la carga, causando una rotación de los ejes principales de esfuerzos (figura nº1).

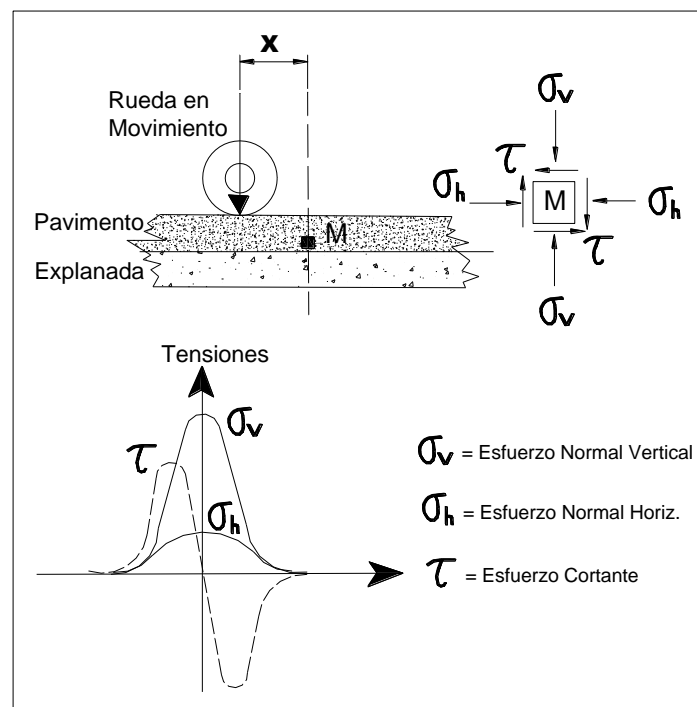


Figura nº1. Esfuerzos en el firme.

Cuando se ven sometidos a condiciones de esfuerzo que no alcanzan el fallo, cada aplicación de carga produce una deformación del material que sólo se recupera parcialmente cuando desaparece la misma. La deformación recuperable después de cada aplicación de carga se denomina deformación resiliente y llega a ser aproximadamente constante cuando aumenta el número de cargas ya que la deformación permanente disminuye con cada repetición de las cargas y el comportamiento se transforma en casi completamente resiliente. Consecuentemente, se asume que el estado de los esfuerzos que se desarrollan bajo la carga se gobierna por el comportamiento resiliente de los materiales (figura nº2).

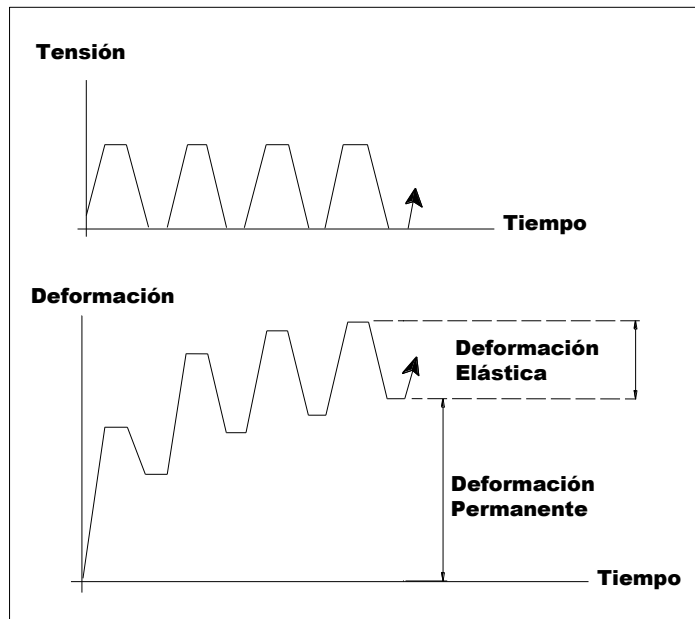


Figura n°2.. Deformación resiliente y permanente.

Por otra parte, como es sabido, los firmes de carreteras están expuestos a cargas del tráfico de diferente magnitud y número. A la hora de predecir el comportamiento del firme es de gran importancia conocer si, bajo la acción de un número determinado de dichas cargas, un firme experimentará una progresiva acumulación de la deformación permanente que conduzca a un estado de colapso o si por el contrario el incremento de dicha deformación cesará dando lugar a una respuesta estable y elástica.

Por ello, uno de los principales objetivos de la investigación del comportamiento de los firmes flexibles de carreteras consiste en establecer relaciones constitutivas que permitan dar predicciones exactas de la deformación permanente de los materiales granulares sueltos que conforman las capas de base. Durante años, diversos investigadores han intentado perfilar procedimientos que predigan la deformación permanente en estos materiales.

En esta comunicación se va a realizar una breve descripción de los modelos de predicción del comportamiento resiliente de los materiales granulares bajo las cargas del tráfico como de los diferentes modelos de comportamiento de la deformación permanente.

2. Modelos predictivos del comportamiento resiliente

Entre todos los factores que influyen en el comportamiento resiliente de los materiales granulares el parámetro esfuerzo es el más importante. En este sentido, es primordial que se exprese con una ley constitutiva adecuada la relación existente entre el esfuerzo y la deformación resiliente. Esta tarea es muy difícil de llevar a cabo y de una gran complejidad. Esto es así porque hay que combinar los principios teóricos de la mecánica de suelos con la sencillez que requieren los procedimientos rutinarios de análisis de respuesta de materiales.

Como es sabido, en la teoría elástica las propiedades elásticas del material se definen mediante el Módulo de Elasticidad (E) y el Coeficiente de Poisson (ν) del material. Un planteamiento similar ha sido ampliamente utilizado al tratar con los materiales granulares, pero reemplazando el Módulo de Elasticidad por el Módulo Resiliente (M_r) para indicar el comportamiento no lineal; es decir, que dicho comportamiento depende del nivel de esfuerzos. Por consiguiente, cuando se realizan ensayos triaxiales, después de un número de repeticiones de carga a lo largo de una trayectoria de tensiones, aunque el comportamiento de los materiales granulares llega a ser aproximadamente elástico, difiere del normalmente estudiado en que no es lineal. La rigidez aumenta cuando se incrementa la presión efectiva. En este apartado se explicarán diversos modelos que se ajustan a este comportamiento. Estos modelos son enteramente elásticos; es decir, todos los incrementos de deformación son recuperables. Mediante este planteamiento se trata al Módulo Resiliente (M_r) de una manera análoga al Módulo de Young (E) y se asume que el material es isótropo, lineal y elástico, una hipótesis que es falsa para los materiales granulares. A continuación se pasa revista a los principales modelos constitutivos.

2.1. Modelos en función del esfuerzo de confinamiento.

Una gran mayoría de los modelos obtenidos en la literatura científica están basados en procedimientos sencillos de ajuste de curvas obtenidas a partir de los datos de ensayos triaxiales con Presión de Confinamiento Constante (CCP). Dunlap (1963) y Monismith et al. (1967) indicaron que el Módulo Resiliente aumenta de valor

al incrementar la presión de confinamiento y que, con tal de que el esfuerzo desviador no cause una deformación plástica excesiva, no está sensiblemente afectado por la magnitud de este esfuerzo desviador. A menudo, en los estudios iniciales, no se medían las deformaciones radiales y, generalmente, se utilizaban valores constantes del Coeficiente de Poisson. Por consiguiente, estos investigadores propusieron la expresión siguiente basada solamente en el esfuerzo de confinamiento:

$$M_r = K_1 \cdot \sigma_{3r}^{k_2} \quad (1)$$

siendo:

- σ_{3p} = Esfuerzos de confinamiento resiliente.
- p_0 = Presión atmosférica (100 kPa).
- k_1 y k_2 = Constantes de regresión del material obtenidas a partir de ensayos triaxiales de carga repetida realizados sobre materiales granulares.

Otros investigadores (Pezo 1993; Garg y Thomson 1997) consideraron que en el análisis era necesario incluir el esfuerzo desviador. En este sentido, Tam y Brown (1988) dijeron que, en el diseño y en el análisis rutinario, el Módulo Resiliente se puede expresar como una sencilla función de la relación de esfuerzos. Johnson et al (1986), sin embargo, expusieron que el Módulo Resiliente depende del segundo invariante del tensor del esfuerzo desviador y de la tensión tangencial octaédrica.

2.2. Modelos $k-\theta$.

En otro planteamiento bastante extendido se expresa la influencia del nivel de esfuerzo sobre el Módulo Resiliente como una función de la suma de los esfuerzos principales. En este sentido, Seed et al (1967), Brown y Pell (1967) y Hicks (1970) sugirieron la sencilla relación hiperbólica comúnmente conocida por el modelo $k-\theta$. En este modelo se muestra el comportamiento elástico no lineal mediante la ecuación siguiente:

$$M_r = k_1 \cdot \theta^{k_2} \quad (2)$$

siendo:

- θ = Primer invariante de tensiones = $(\sigma_{1p} + \sigma_{2p} + \sigma_{3p})$.
- k_1 y k_2 = Constantes de regresión del material obtenidos a partir de ensayos triaxiales de carga repetida realizados en materiales granulares.

En este modelo siempre se parte de un esfuerzo desviador igual a cero. Las constantes del material k_1 y k_2 dependen de la densidad y del contenido de humedad del material de ensayo. Por otra parte, diversos estudios han demostrado que el Coeficiente de Poisson no es constante y cambia con el nivel de los esfuerzos aplicados. Por ejemplo, Sweere (1990) utilizó el modelo $k-\theta$ con un Coeficiente de Poisson constante y aunque publicó buenas predicciones de la deformación axial, las predicciones de las deformaciones radiales y volumétricas eran algo peores. Un inconveniente del modelo $k-\theta$ radica en que solamente se tiene en cuenta el efecto del esfuerzo sobre el Módulo Resiliente mediante la suma de los esfuerzos principales. Diversos estudios han demostrado que este planteamiento es insuficiente y que se requieren parámetros adicionales del esfuerzo. May y Witzak (1981) notaron que el Módulo Resiliente “*in situ*” de una capa granular no es solamente una función del esfuerzo volumétrico (θ), sino también de la magnitud de la deformación cortante inducida principalmente por el esfuerzo cortante o por el esfuerzo desviador. En este sentido, Uzan (1985) incluyó el esfuerzo desviador dentro del modelo $k-\theta$ y lo expresó de la manera siguiente:

$$M_r = k_1 \cdot p_o \cdot \left(\frac{\theta}{P_o} \right)^{k_2} \cdot \left(\frac{q}{P_o} \right)^{k_3} \quad (3)$$

siendo q el esfuerzo desviador.

En el modelo de Uzan también se mantiene constante el Coeficiente de Poisson y el esfuerzo desviador inicial de partida sigue siendo igual a cero.

Por otra parte, Elliot y Lourdesnathan (1989) estudiaron la aplicabilidad del modelo $k-\theta$ cuando existen esfuerzos desviadores repetidos por debajo y por encima de la condición de fallo estático. Para esfuerzos previos al fallo el modelo hacía buenas predicciones. Cuando los esfuerzos excedían el fallo estático las predicciones eran pobres, de tal manera que el Módulo Resiliente observado decrecía con el incremento del Esfuerzo volumétrico mientras que el modelo predecía lo contrario. Por ello, Elliot y Lourdesnathan (1989) sugirieron

modificar el modelo $k-\theta$ mediante la incorporación de un *término de fallo*. Este término o tiene poco o ningún impacto hasta que se alcanza la falla del material.

Kolisoja (1997) incluyó el efecto de la densidad del material en los modelos $k-\theta$ y de Uzan. Éste expresó la formulación modificada siguiente:

$$M_r = A \cdot (n_{\max.} - n) \cdot p_0 \cdot \left(\frac{\theta}{p_0} \right)^{0.5} \quad (4)$$

siendo:

$$\begin{aligned} n &= \text{Porosidad del material.} \\ n_{\max.} &= \text{Porosidad máxima del material.} \\ A, B &= \text{Parámetros del modelo.} \end{aligned}$$

Como se puede observar, en el modelo anterior se tiene en cuenta la densidad mediante la porosidad del árido. Según Kolisoja la aplicación práctica y fiable de este modelo requiere una serie de ensayos triaxiales de cargas repetidas, llevados a cabo a una densidad dada, que cubran un rango de esfuerzos suficientemente amplio. Una vez que se han estimado los sencillos parámetros del material las ecuaciones dan valores del Módulo Resiliente relacionados con cualquier combinación de estados de esfuerzos y densidades.

2.3. Modelos G-K.

Algunos investigadores han considerado conveniente separar el comportamiento de la capa de base granular en la parte volumétrica y en la desviadora. En este sentido, Brown y Hyde (1975) explicaron que para determinar las constantes elásticas no lineales de los materiales granulares, el comportamiento elástico de dichos materiales se describe mejor separando las componentes del esfuerzo. Por lo tanto, mediante este planteamiento la relación esfuerzo-deformación de los materiales granulares se caracteriza mediante la descomposición de los esfuerzos y las deformaciones en su componente desviadora y volumétrica. En definitiva se reemplaza el Módulo Resiliente y el Coeficiente de Poisson por el Módulo Volumétrico (K) y por el Módulo Transversal (G) respectivamente. Las deformaciones volumétricas y transversal de corte se pueden expresar en función del esfuerzo normal medio y desviador utilizando ecuaciones similares a la *Ley de Hooke* para materiales elásticos e isótropos.

2.3.1. Modelo de Boyce

Con el fin de estudiar la relación entre el esfuerzo y la deformación Boyce (1980) desarrolló un modelo teórico elástico no lineal. Boyce planteó que, debido a que los materiales granulares no se comportan de forma lineal, tanto K como G deberían estar expresados en función del esfuerzo normal medio elevado a una potencia menor que la unidad. De acuerdo a esto, Boyce expresó el esfuerzo normal medio mediante las siguientes ecuaciones:

$$K = K_1 \cdot p^{1-n} \quad (5)$$

$$G = G_1 \cdot p^{1-n} \quad (6)$$

siendo:

$$\begin{aligned} p &= \text{Esfuerzo normal medio.} \\ N, K_1, G_1 &= \text{Constantes del material.} \end{aligned}$$

La similitud de estas ecuaciones con el modelo $k-\theta$ es obvia ya que en este caso en particular se tendría $\theta=3p$. A partir de consideraciones teóricas, Boyce especificó que tanto la deformación transversal como la volumétrica deben satisfacer el teorema de la reciprocidad de Maxwell. Al ser K y G solamente funciones de p las ecuaciones 5 y 6 no satisfacen el teorema de la reciprocidad y, por lo tanto, Boyce sugirió utilizar otro planteamiento un poco más complicado:

$$K = \frac{K_1 \cdot p^{1-n}}{\left(1 - \beta \cdot \frac{q^2}{p^2}\right)} \quad (7)$$

$$G = G_1 \cdot p^{1-n} \quad (8)$$

siendo:

$$\beta = (1 - n) \cdot \frac{K_1}{6 G_1} \quad (9)$$

Sustituyendo estos valores de las fórmulas 7, 8 y 9 en las ecuaciones generales 5 y 6 se obtienen, en función de la tensión normal media y el esfuerzo desviador, la deformación volumétrica y la deformación transversal. Obsérvese que en este modelo se asume que el material es isótropo lo cual permite expresar el módulo de respuesta en función de los esfuerzos invariantes:

$$\varepsilon_v = \frac{p^n}{K_1} \cdot \left[1 - \beta \cdot \frac{q^2}{p^2} \right] \quad (10)$$

$$\varepsilon_q = \frac{p^n \cdot q}{3 \cdot G_1 \cdot p} \quad (11)$$

Como se puede observar, en el modelo de Boyce al imponer una relación entre la deformación volumétrica y la deformación de corte el número de parámetros del material se limita a tres. Boyce verificó y demostró que el modelo da un buen ajuste de los resultados de los ensayos realizados con presión de cámara variable (**VCP**). Como se ha dicho anteriormente, este modelo es elástico no lineal.

Allaart (1992) mostró que dentro de la familia de soluciones posibles el modelo de Boyce era la solución más sencilla. Sin embargo, una desventaja importante del modelo de Boyce es la hipótesis de elasticidad. Esto es así porque el modelo tiene que tratar con la respuesta no elástica de los materiales granulares sueltos. Cuando un material granular es sometido a cargas repetidas, la rama de carga y descarga de la curva de esfuerzo-deformación no coinciden y, por consiguiente, se disipa la energía. Por consiguiente, al ser ésta, por definición, una respuesta no elástica, un modelo elástico como es el modelo de Boyce da predicciones inexactas. En este sentido, Sweere (1990) mostró predicciones insatisfactorias de las deformaciones obtenidas mediante el modelo de Boyce, habiendo grandes discrepancias entre los valores observados y los predichos. Sweere estableció que la solución a este problema era quitar la conexión del teorema de la reciprocidad; en otras palabras el requisito de que el modelo sea elástico. De esta manera la deformación volumétrica y transversal se relacionan independientemente con el esfuerzo. Sweere (1990) publicó predicciones bastante satisfactorias de las deformaciones utilizando básicamente las mismas ecuaciones utilizadas por Boyce pero manteniendo independientes las ecuaciones que relacionan el esfuerzo, por un lado, con la deformación volumétrica y, por otro, con la deformación transversal. En lugar de los tres parámetros del material vistos anteriormente en el modelo de Boyce, el modelo modificado contendría cuatro o cinco parámetros independientes.

2.3.2. Modelo de contorno

Pappin (1979) desarrolló un modelo no lineal basado en ensayos triaxiales de cargas repetidas que denominó "**Modelo de contorno**". Brown y Pappin (1985) también descompusieron la respuesta del estado de esfuerzo-deformación en sus componentes volumétrica y de corte. Este modelo es una relación no lineal capaz de tener en cuenta el esfuerzo medio efectivo, el esfuerzo desviador y la dependencia de la trayectoria de tensiones. En este modelo la deformación resiliente volumétrica y la deformación resiliente transversal se expresan como contornos en un espacio de esfuerzos **p-q**. La magnitud de la deformación se deriva del cambio en los valores de contorno desde el estado de esfuerzos inicial al estado de esfuerzo final. En este sentido, Pappin supone que la deformación sigue la regla de la superposición; es decir, que las deformaciones son conmutables en un espacio de tensiones **p-q**.

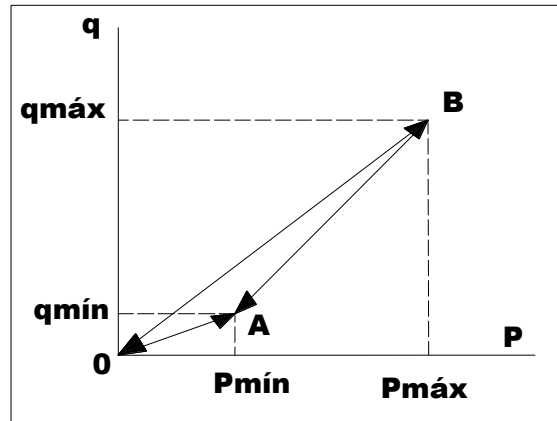


Figura n°3. Deformaciones conmutables en un espacio de tensiones p-q.

Sin embargo, el mismo autor comprobó que las deformaciones de corte no son conmutables en un espacio de tensiones lo cual en este caso invalida la regla de la superposición. Éstas deformaciones dependen de la longitud de la trayectoria de los esfuerzos. Es decir, la deformación transversal no solamente depende del punto final de la trayectoria de tensiones sino también de su longitud. Pappin (1980) dibujó los contornos de las deformaciones volumétricas y de las deformaciones de corte con el fin de expresar dichas deformaciones en función de la tensión (figura n°4). Pappin utilizó la misma expresión de Boyce (ecuación 10) para expresar la deformación resiliente volumétrica. La deformación de corte resiliente fue expresada en función de los esfuerzos más un factor constante que se expresa en función de la longitud de la trayectoria de tensiones. De esta manera, las deformaciones resilientes entre los puntos (p_1, q_1) y (p_2, q_2) al comienzo y al final de la trayectoria de tensiones respectivamente se calculan mediante las expresiones siguientes:

$$\varepsilon_q = C \left\{ \left[\frac{q_1}{p_1 + D} \right] - \left[\frac{q_2}{p_2 + D} \right] \right\} \left(\frac{l_r}{p_m} \right)^r \quad (12)$$

siendo:

- C, D, r** = Constantes del material.
- p_m** = Msfuerzo normal correspondiente a un ciclo de carga del ensayo triaxial.
- l_r** = Longitud de la trayectoria de tensiones correspondiente a un ciclo de carga.
- p_r** = Doble amplitud del esfuerzo normal correspondiente a un ciclo de carga del ensayo triaxial.
- q_r** = Doble amplitud del esfuerzo desviador correspondiente a un ciclo de carga del ensayo triaxial.

Una de las diferencias principales con respecto al modelo de Boyce radica en que el modelo de contorno predice la deformación cortante teniendo en cuenta la longitud de la trayectoria de tensiones correspondiente al ciclo de carga. Además, los parámetros del material pertenecientes a la ecuación 12 son independientes. Esto conlleva a un mejor ajuste entre los valores predichos y observados de la deformación. Por otra parte, a diferencia del modelo de Boyce, éste no es elástico debido a que las constantes en ambas ecuaciones son independientes.

Un planteamiento de ajuste de curvas similar al del modelo de contorno fue realizado por Mayhew (1983). Éste también dibujó las deformaciones volumétricas y de corte en el espacio de esfuerzos **p-q**. Mayhew, además demostró que la longitud de la trayectoria de tensiones (**l_r**) incluida en el modelo de contorno no tenía un impacto significativo sobre la respuesta de la deformación de corte. Por lo tanto, los errores inducidos al obviar la longitud de la trayectoria de tensiones serían pequeños. Él razonó que las condiciones de servicio de las capas de bases formadas por materiales granulares solamente involucran trayectorias de esfuerzos que comienzan en condiciones de esfuerzos cercanas a cero. Mayhew (1983) manifestó que, en el análisis de firmes, en aras de una mayor facilidad en el manejo del procedimiento de cálculo, se puede ignorar el complicado factor de la longitud de la trayectoria de tensiones de la fórmula 26 y, por lo tanto, se puede adoptar el principio de superposición (figura n°4).

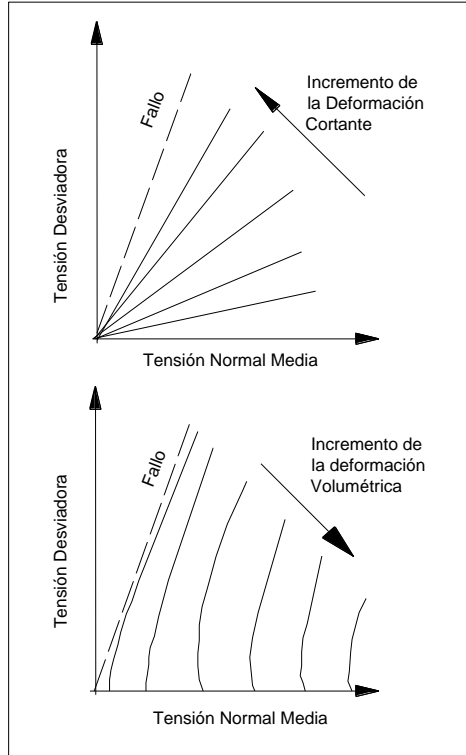


Figura n°4. Modelo de contorno

2.3.3. Modelo de Elhannani

Jouve y Elhannani (1994) introdujeron la anisotropía en el modelo original de Boyce. Dicho modelo supone que la ecuación 22 que implica la existencia de un potencial elástico no siempre se cumple y que el material puede ser isótropo o anisótropo. En este modelo, las expresiones de la deformación son las siguientes:

$$\varepsilon_v = (p_a)^{1-n} \cdot p^n \left[\frac{1}{k_a} - \frac{\beta}{k_a} \cdot \left(\frac{q}{p}\right)^2 - n \cdot \xi \cdot \left(\frac{q}{p}\right) \right] \quad (13)$$

$$\varepsilon_q = (p_a)^{1-n} p^n \left[\frac{1}{3G_a} \frac{q}{p} - \xi \right] \quad (14)$$

En este modelo, se reemplazan las constantes del modelo de Boyce K_1 y G_1 por las constantes K_a y G_a con el propósito de darles a las mismas dimensiones de esfuerzo:

$$K_a = K_1 \cdot p_o^{1-n} \quad (15)$$

$$G_a = G_1 \cdot p_o^{1-n} \quad (16)$$

siendo:

$$\begin{aligned} p_a &= \text{Presión arbitraria de 100 kPa.} \\ n, K_a, G_a, \beta \text{ y } \xi &= \text{Constantes del material.} \end{aligned}$$

De esta manera en el caso general de anisotropía, el comportamiento elástico de una material granular se caracteriza por las cinco constantes n , K_a , G_a , β y ξ . Cuando el material es isótropo se tiene que ξ es igual a cero.

3. Modelos del comportamiento permanente

A la hora de abordar el análisis de los modelos que representan el comportamiento permanente de los materiales granulares, es esencial tener en cuenta la acumulación gradual de las deformaciones plásticas con el número de ciclos de carga y, también, el importante papel jugado por los esfuerzos aplicados. En los siguientes

apartados se hará una revisión del estado del arte de los diversos modelos de la deformación permanente basado en la literatura científica disponible hasta el momento.

3.1. Correlación entre el comportamiento plástico y resiliente

Veverka (1979) publicó una sencilla correlación entre las propiedades de deformación resiliente y permanente de los materiales granulares:

$$\varepsilon_{1,p} = a \cdot \varepsilon_r \cdot N^b \quad (17)$$

donde:

- $\varepsilon_{1,p}$ = Deformación permanente acumulada después de N repeticiones de carga.
- ε_r = Deformación resiliente.
- a, b = Parámetros del material.

La ecuación anterior sugiere una relación lineal entre la deformación permanente y resiliente. En una investigación del comportamiento permanente, tanto de diferentes materiales sueltos empleados en capas de base como de arenas, realizada por Sweere (1990) no se pudo validar la ecuación anterior. Hasta el momento ningún investigador ha confirmado dicha ecuación.

3.2. Deformación permanente y número de ciclos de carga

Barksdale (1972) llevó a cabo ensayos triaxiales con cargas cíclicas con el fin de realizar un extenso estudio del comportamiento de una serie de materiales granulares de base. Después de haber sometido dichos materiales a 10^5 aplicaciones de carga con una presión de confinamiento constante y una onda de esfuerzos triangular, Barksdale verificó que la acumulación de la deformación axial permanente es proporcional al logaritmo natural del número de ciclos de carga. Esta consideración la expresó mediante la ecuación siguiente:

$$\varepsilon_{1,p} = a + b \cdot \log(N) \quad (18)$$

Los valores de a y b son diferentes para cada muestra dependiendo de la densidad y la presión de confinamiento.

Sweere (1990) también investigó, mediante una serie de ensayos triaxiales con cargas repetidas, la respuesta permanente a largo plazo de los materiales granulares. Este investigador argumentó que se producía un buen ajuste entre los valores predichos por la ecuación 18 y los resultados de los ensayos triaxiales debido a que el número de ciclos empleado por Barksdale era solamente de 10^5 . En este sentido, Sweere manifestó que los requisitos actuales de proyecto hacen necesario que el período de servicio del firme incorpore al menos 10^6 aplicaciones de carga. Por este motivo Sweere realizó ensayos con 10^6 ciclos de carga observando que la ecuación 18 no se ajustaba a los resultados de los mismos. Esto era así porque a partir de ciclos de carga superiores a 10^5 dicha ecuación no era capaz de reflejar el marcado incremento de la acumulación de la deformación permanente. A raíz de estas consideraciones modificó la ecuación 18, calculando también el logaritmo de la deformación permanente, observando un buen ajuste para un gran número de repeticiones de carga. De esta manera la ecuación de la deformación permanente axial es la siguiente:

$$\log(\varepsilon_{1,p}) = a + b \cdot \log(N) \quad (19)$$

Posteriormente, Wolff (1992) midió la deformación permanente vertical en estructuras de firmes que incorporaban capas de base granulares. Estas mediciones las llevo a cabo realizando en una serie de ensayos a gran escala, con varios millones de aplicaciones de carga, mediante simulación de vehículos pesados (HVS). Él ajustó los datos obtenidos mediante el HVS a la ecuación 19 propuesta por Sweere. Los resultados alcanzados refutaron la aplicabilidad de esta ecuación. Este investigador observó que en la parte inicial del ensayo, la ecuación 19 daba un ajuste razonable pero que, para un gran número de aplicaciones de carga, finalmente tendía a divergir de los datos observados. Por último, Wolff propuso un modelo diferente de la deformación permanente derivada de la aplicación de un gran número de repeticiones de carga en las capas de base construidas con materiales granulares:

$$\varepsilon_{1,p} = (m \cdot N + a) \cdot (1 - e^{-bN}) \quad (20)$$

siendo a , b y m unas constantes de regresión. Según Wolff el crecimiento de la deformación permanente se divide en dos fases diferentes. En una primera fase se produce un rápido desarrollo de la deformación

permanente que tiene lugar con la repetición de las cargas. Durante esta fase el ritmo del incremento de la deformación permanente no es constante sino que disminuye continuamente. En la segunda fase el desarrollo de la deformación permanente es mucho menor y la velocidad de crecimiento se aproxima a un valor constante.

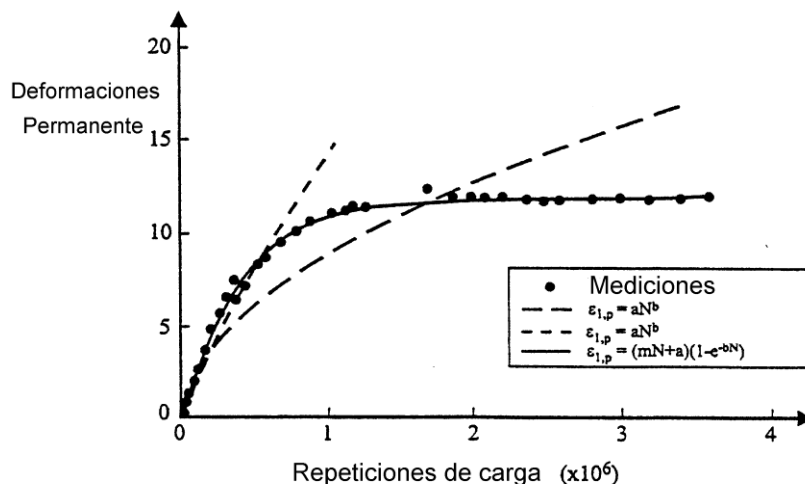


Figura n°5. Deformación permanente en función de las repeticiones de carga.

Como se puede observar, en las ecuaciones vistas anteriormente se asume que la acumulación de la deformación permanente con el número de ciclos es indefinida. Sin embargo, diversos investigadores han argumentado que, al menos a ciertos niveles de los esfuerzos aplicados, la deformación permanente converge hacia un límite de equilibrio. En este orden de ideas, Kherd (1985) ejecutó ensayos triaxiales con cargas repetidas con presión de confinamiento variable (VCP) con el fin de llevar a cabo una investigación donde estudió el desarrollo de la deformación permanente de una piedra caliza machacada. Estos ensayos se realizaron con varios niveles de esfuerzos así como con diferentes densidades y contenidos de humedades. En su investigación, Kherd concluyó que el ritmo de crecimiento de la deformación permanente acumulada decrece logaritmicamente con el número de repeticiones de carga:

$$\frac{\epsilon_{1p}}{N} = s_1 \cdot (R_0)^{s_2} \cdot (M_r)^{s_3} \cdot N^{-m} \quad (21)$$

siendo:

- A, m = Parámetro del modelo.
- s_1, s_2, s_3 = Constantes de regresión.
- R_0 = τ_0 / σ_0 = Relación entre la tensión octaédrica tangencial y la normal.

Como se observa, el modelo constitutivo propuesto por Kherd describe la deformación permanente de una capa de base de material granular en función del Módulo Resiliente. Dicho modelo refleja la resistencia del material, el estado de esfuerzos y el número de aplicaciones de cargas. Finalmente, a este respecto cabe añadir que, aunque en todos las muestras ensayados Kherd obtuvo coeficientes de correlación cercanos a la unidad, en la literatura científica no se ha encontrado ninguna verificación de este modelo.

Paute et al (1988) sugirieron que la deformación permanente aumenta gradualmente hacia un valor asintótico. Desde este punto de vista expresaron la relación entre la deformación axial permanente y el número de ciclos de la forma siguiente:

$$\epsilon_{1,p}^* = \frac{A\sqrt{N}}{\sqrt{N} + D} \quad (22)$$

siendo

- $\epsilon_{1,p}$ = Deformación axial permanente acumulada después de los 100 primeros ciclos.
- A, D = Parámetro de regresión del modelo.

En una investigación posterior Paute et al (1996) propusieron un modelo nuevo con el objeto de expresar la influencia del número de aplicaciones de carga en el desarrollo de la deformación permanente de los materiales granulares. Este nuevo modelo se basó en el análisis de la velocidad de crecimiento de la deformación permanente $\delta\epsilon_{1,p}/\delta N$. En este sentido, estos investigadores realizaron sobre una gran variedad de materiales

granulares ensayos triaxiales donde se mostraba que existe una relación lineal entre el logaritmo del ritmo de crecimiento $\ln(\delta\epsilon_{1,p}/\delta N)$ y el logaritmo del número de ciclos $\ln(N)$. De esta manera partiendo de dicha relación hallaron la expresión siguiente:

$$\epsilon_{1p}^*(N) = \epsilon_{1p}(N) - \epsilon_{1p}(100) = A \left[1 - \left(\frac{N}{100} \right)^{-B} \right] \quad (23)$$

siendo:

- $\delta^* \epsilon_{1,p}(N)$ = Deformación axial permanente acumulada restando los 100 primeros ciclos.
- $\delta \epsilon_{1,p}(N)$ = Deformación axial permanente acumulada después de N ciclos.
- $\delta \epsilon_{1,p}(100)$ = Deformación axial permanente acumulada en los 100 primeros ciclos.
- A, B = Parámetros de regresión del modelo.

Los estudios han demostrado que los parámetros de la ecuación anterior son siempre positivos. Este resultado es importante porque cuando $B > 0$, $\epsilon_{1p}^*(N)$ tiende hacia un límite finito igual a A para N infinito. Por consiguiente, el parámetro A es considerado como el valor límite de la deformación axial permanente total cuando el número de aplicaciones de carga tiende a infinito. Por otra parte, dichos investigadores realizaron ensayos con diferentes trayectorias de tensiones en los cuales se demostraba que la variación de A con el nivel de esfuerzo se podría expresar mediante la ecuación siguiente:

$$A = \frac{q}{(p + p^*)} \quad (24)$$

$$a - b \cdot \frac{q}{(p + p^*)}$$

siendo:

- A = Valor límite para la deformación permanente máxima.
- q = Esfuerzo desviador máximo.
- p^* = Parámetro de esfuerzo definido mediante la intersección de la línea de fallo estático y el eje de p en el espacio de tensiones p - q .
- a, b = Parámetros de regresión.

En la ecuación anterior se tiene que si la línea de falla es igual a $q_f = m \cdot p + s$ entonces el valor de p^* es igual a s/m (figura n°6). Esta relación hiperbólica es parecida a la propuesta por Lenz y Baladi (1981) que será analizada en el próximo apartado. Esta ecuación indica, por un lado, que A incrementa cuando la relación q/p aumenta y, por otro, que A es infinita cuando hay se alcanza un valor límite para la relación $q/(p+p^*)$ igual a $m = a/b$. Este planteamiento sugiere que la línea de fallo estática definida mediante los parámetros m y p^* podría estimarse utilizando los resultados de ensayos VCP.

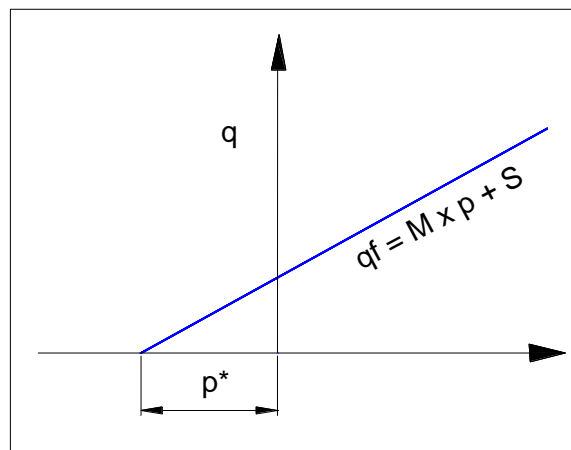


Figura n°6. Línea de falla en el modelo de Paulte.

3.3. Correlación entre ensayos de cargas estática y dinámica

Algunos investigadores han correlacionado la información procedente de los ensayos triaxiales con cargas repetidas con los resultados obtenidos en los ensayos con cargas estáticas. Este planteamiento ha provocado reacciones de diversas índole ya que, como se sabe, el comportamiento de los materiales granulares es muy complejo y la respuesta estructural inducida por las cargas cíclicas y por las estáticas no son esencialmente iguales.

En un principio, Lentz y Baladi (1981) partieron de la ecuación 18 propuesta por Barksdale que relacionaba la deformación permanente con el número de ciclos de carga. En esta ecuación, según dichos investigadores, la constante **a** representa la deformación permanente que ocurre durante el primer ciclo de carga y la constante **b** es el ritmo de crecimiento de la deformación permanente con el incremento del número de cargas. Estas constantes difieren en cada muestra dependiendo de la densidad, la presión de confinamiento y el esfuerzo desviador. Se planteó obtener una relación constitutiva que predijera la deformación permanente bajo cualquier número de cargas y a cualquier nivel de esfuerzo. Esta relación debería tener en cuenta las variables de la muestra (densidad, contenido de humedad), la presión de confinamiento, los esfuerzos desviadores cíclicos y el número de aplicaciones de carga. Dado que la ecuación 18 expresa la deformación permanente acumulada en función del número de repeticiones de carga y que los parámetros **a** y **b** representan las características del comportamiento de la muestra bajo condiciones particulares de ensayo, se consideró conveniente desarrollar un modelo constitutivo partiendo de dicha expresión.

Más adelante, Lentz y Baladi (1981) emplearon la curva estática de esfuerzo-deformación de una arena para predecir la deformación permanente acumulada en una muestra idéntica pero ensayada bajo las condiciones de cargas cíclicas. En este planteamiento, las modificaciones de las características del material y de las condiciones del ensayo se reflejan a través de la variación en el comportamiento estático de la curva esfuerzo-deformación y de los cambios sufridos por los parámetros **a** y **b**. De esta manera, la normalización de los esfuerzos y deformaciones cíclicas con respecto al esfuerzo y deformación estática eliminará o reducirá los efectos de estas variables. Los datos de la curva de deformación-esfuerzo estática se obtienen de una muestra idéntica a la utilizada en el ensayo cíclico. Esto requiere un ensayo triaxial estático por cada combinación de densidad, contenido de humedad y presión de confinamiento utilizada en el programa de ensayos dinámicos.

En este sentido, Lenz y Baladi normalizaron los valores de los esfuerzos desviadores dividiendo éstos entre la resistencia estática máxima (**S**) obtenida del correspondiente ensayo triaxial estático. Seguidamente, normalizaron los valores del parámetro **a** dividiéndolos entre la deformación estática que corresponde a un esfuerzo igual al 95% de la resistencia estática máxima (**S**):

$$\varepsilon_{1,p} = \varepsilon_{0,95S} \cdot \ln\left(1 - \frac{q}{S}\right)^{-0.15} + \left\{ \frac{n \cdot \left(\frac{q}{S}\right)}{\left[1 - m \cdot \left(\frac{q}{S}\right)\right]} \right\} \cdot \ln(N) \quad (25)$$

siendo:

- $\varepsilon_{0,95S}$ = Deformación estática al 95% de la resistencia estática.
- S** = Resistencia estática.
- n, m** = Parámetros de regresión que varían de acuerdo a la presión de confinamiento.

En su investigación Lentz y Baladi obtuvieron una buena correlación entre los valores medidos y los calculados. Sin embargo, ellos puntualizaron que la ecuación estaba basada en los resultados de un material empleado en subrasantes de arena y, por lo tanto, se necesitaba más investigación.

Según otros investigadores los ensayos triaxiales con cargas repetidas realizados sobre los materiales granulares de capa de base han demostrado que la magnitud de la deformación axial permanente, después de diferentes números de ciclo de cargas, está gobernada por el nivel de esfuerzo cortante y que la falla del material se produce por encima de un nivel crítico del esfuerzo cortante. Gerrard et al (1975) formalizaron este planteamiento relacionando los contornos de la deformación del material con la envolvente de falla estática de Mohr-Coulomb. En esta representación de la envolvente de falla estática, la situación de los niveles de esfuerzos se dibuja sobre un diagrama de Mohr-Coulomb. El nivel de esfuerzos aplicado en cada ensayo triaxial cíclico se relaciona dividiendo el esfuerzo cortante cíclico crítico con la correspondiente resistencia cortante estática. La envolvente de falla estática constituye un límite natural para las deformaciones permanentes principales y los contornos de la deformación.

3.4. La deformación permanente y su relación con el esfuerzo

Como es sabido, el nivel de esfuerzo tiene una influencia significativa en el desarrollo de la deformación permanente en la estructura del firme. Diversos investigadores que han realizado ensayos triaxiales con cargas repetidas en materiales granulares sueltos han confirmado que el comportamiento de la deformación permanente

está regido principalmente por alguna forma de relación de esfuerzos. En este sentido, Lashine et al (1971) realizaron ensayos triaxiales con cargas repetidas sobre una piedra machacada y encontraron que después de 20,000 aplicaciones de carga la deformación axial permanente se estabilizaba en un valor constante vinculado con la relación de esfuerzo aplicada:

$$\varepsilon_{1,p} = 0.9 \cdot \left(\frac{q_{\max.}}{\sigma_3} \right) \quad (26)$$

siendo:

$$\begin{aligned} \sigma_3 &= \text{Esfuerzo de confinamiento.} \\ q_{\max.} &= \text{Esfuerzo desviador máximo.} \end{aligned}$$

Brown y Hyde (1975) han publicado resultados similares al estudiar la respuesta de una piedra machacada bajo una condición de carga triaxial cíclica con presión de confinamiento constante.

Barksdale (1972) hizo ensayos triaxiales con 10^5 aplicaciones de carga con la finalidad de vincular la deformación axial permanente con la relación entre el esfuerzo desviador repetido y la presión de confinamiento. Él empleó la expresión hiperbólica general dada por Duncan y Chang (1970) para ensayos triaxiales estáticos y encontró que las curvas de esfuerzo-deformación plástica provenientes de los ensayos dinámicos daban un buen ajuste. Barksdale (1972) planteó que para un número dado de aplicaciones de carga la dependencia de la deformación axial permanente de los esfuerzos se expresa como:

$$\varepsilon_{1,p} = \frac{\frac{q}{K \cdot \sigma_3^n}}{1 - \left[\frac{(R_f \cdot q)}{2(C \cdot \cos \phi + \sigma_3 \cdot \text{sen} \phi)} \right] (1 - \text{sen} \phi)} \quad (27)$$

siendo:

$$\begin{aligned} C &= \text{Cohesión aparente.} \\ \phi &= \text{Angulo de fricción interna.} \\ R_f &= \text{Constante relacionando la resistencia a la compresión a una diferencia de} \\ &\quad \text{esfuerzos asintótica.} \\ K \cdot \sigma_3^n &= \text{Relación definida mediante el módulo tangencial inicial como una función de} \\ &\quad \text{la presión de confinamiento } \sigma_3 \text{ (K y n son constantes).} \end{aligned}$$

Pappin (1979) realizó ensayos **VCP** sobre muestras de caliza machacada con una granulometría continua. Él reportó que la deformación cortante permanente se puede expresar como una función de la longitud de la trayectoria de tensiones en el espacio **p-q** y de la relación de esfuerzos aplicados. Él también calculó un factor de forma para la variación de la deformación permanente con el número de ciclos y expresó la deformación permanente total cortante como:

$$\varepsilon_{s,p} = (fnN) \cdot I_r \cdot \left(\frac{q_{mo}}{p_{mo}} \right)_{\max.}^{2.8} \quad (28)$$

siendo:

$$\begin{aligned} fnN &= \text{Factor de forma función del número de ciclos.} \\ q_{mo} &= \text{Esfuerzo desviador modificado } \sqrt{2/3 \cdot q}. \\ p_{mo} &= \text{Esfuerzo normal medio modificado } = \sqrt{3 \cdot p}. \end{aligned}$$

Aunque Pappin dijo que en el material se originan grandes deformaciones permanentes cuando está trabajando cerca del límite del fallo estático, la expresión matemática anterior no es asintótica hacia el fallo y predice deformaciones permanentes finitas que van más allá del esfuerzo de fallo estático.

3.5. Módulo de deformación permanente

En un trabajo realizado por Jouve et al (1987) se hizo el planteamiento de separar el crecimiento de la deformación plástica en los materiales granulares mediante la descomposición del esfuerzo y la deformación en sus componentes volumétrica y de corte. Así, de forma similar a la teoría elástica, se puede definir un módulo de

deformación plástica. En este sentido, Jouve et al definieron los siguientes Módulos de Deformación Permanente:

$$K_p(N) = \frac{p}{\varepsilon_{v,p}(N)} \quad (29)$$

$$G_p(N) = \frac{q}{3 \varepsilon_{s,p}(N)} \quad (30)$$

siendo:

- $K_p(N)$ = Módulo volumétrico con respecto a la deformación permanente.
- $G_p(N)$ = Módulo transversal con respecto a la deformación permanente.
- $\varepsilon_{v,p}(N)$ = Deformación volumétrica permanente para $N > 100$.
- $\varepsilon_{s,p}(N)$ = Deformación transversal permanente para $N > 100$.

A continuación, propusieron dos expresiones, similares a la ecuación 22 vista anteriormente, que verificaban los resultados experimentales y que permitían expresar el Módulo de Deformación Permanente en función del número de aplicaciones de carga:

$$G_p = \frac{A_2 \sqrt{N}}{\sqrt{N} + D_2} \quad (31)$$

$$\frac{G_p}{K_p} = \frac{A_3 \sqrt{N}}{\sqrt{N} + D_3} \quad (32)$$

siendo:

- $K_p(N)$ = Módulo volumétrico con respecto a la deformación permanente.
- $G_p(N)$ = Módulo transversal con respecto a la deformación permanente.

En la expresión anterior los parámetros A_2 , A_3 , D_2 y D_3 son constantes que dependen de la relación de esfuerzos q/p . El parámetro A_2 es dependiente de la relación de esfuerzos mediante una expresión del tipo $(q/p)^n$ mientras que los parámetros A_3 , D_2 y D_3 están conectados linealmente con esta relación.

4. Conclusión

A la hora de realizar modelos del comportamiento resiliente de las capas de base de materiales granulares existen dos planteamientos diferentes. En el primer planteamiento, la relación deformación-esfuerzo se caracteriza mediante un Módulo Resiliente dependiente del esfuerzo y un Coeficiente de Poisson constante. Este planteamiento ha sido muy utilizado y durante años se han sugerido diversos modelos matemáticos que emplean diferentes componentes del esfuerzo. La mayoría de estos modelos se confeccionan ajustando curvas empleando el análisis de regresión de los datos obtenidos en ensayos triaxiales de cargas repetidas con presión de cámara constante. El segundo planteamiento se caracteriza por la descomposición del esfuerzo y la deformación en sus componentes volumétrica y de corte. En vez del Módulo Resiliente y del Coeficiente de Poisson la respuesta elástica del material se define mediante el Módulo volumétrico y el Módulo Transversal. Según algunos investigadores, en el análisis de la respuesta no lineal de los materiales granulares, desde un punto de vista teórico, resulta beneficiosa la aplicación de este planteamiento. Además, en un estado de esfuerzos en tres dimensiones el Módulo Volumétrico y el Módulo Transversal tienen un significado físico más realista que el Módulo Resiliente y el Coeficiente de Poisson. No obstante, usualmente los modelos de este tipo son de naturaleza más compleja y, por lo tanto, los valores de los parámetros son más difíciles de obtener a partir de los datos registrados en ensayo triaxiales de cargas repetidas con presión de cámara variable.

La realización de modelos es un requerimiento importante para estudiar el comportamiento resiliente de los materiales granulares. Muchos investigadores han perfilado diferentes procedimientos para predecir la respuesta resiliente de los materiales granulares. Sin embargo, el gran número de modelos disponibles es una evidencia de las complejidades que oscurecen esta área de investigación. Aun cuando los investigadores presenten formulaciones matemáticas que se ajusten a sus datos en particular, se necesita un mayor esfuerzo en el desarrollo de modelos y procedimientos que tengan una base teórica sólida y una aplicación útil y general.

Los modelos predictivos de la deformación permanente de las capas de base de materiales granulares sueltos generalmente están basados en el efecto del número de aplicaciones de carga y también en los esfuerzos aplicados. La acumulación gradual de deformación permanente normalmente se define como una función del número de repeticiones de carga. La deformación permanente acumulada después de un número determinado de ciclos también se define en función de los componentes del esfuerzo. Estos modelos son ecuaciones obtenidas mediante el ajuste estadístico de curvas cuyos datos proceden de ensayos triaxiales con cargas repetidas o de mediciones "in situ". Algunos de los modelos predictivos asumen que la acumulación de la deformación

permanente es indefinida. Por el contrario, otros modelos predictivos asumen que a ciertos niveles de los esfuerzos la deformación permanente converge hacia un valor límite.

Aunque el desarrollo de modelos es un requerimiento importante para entender el comportamiento de los materiales granulares, el trabajo realizado sobre este tema es bastante limitado por lo que se necesita un mayor esfuerzo en desarrollar modelos que predigan la deformación permanente de los materiales granulares sueltos.

5. Referencias

- Allaart, A. P. (1992). "Design principles for flexible pavements, a computational model for granular basis". Proefschrift, Technische Universiteit Delft, Delft, The Netherlands.
- Allen, J. J., y Thomson, M. R. (1974). "Resilient response of granular materials subjected to time dependent lateral stresses". Transportation Research Record 510. Transportation Research Board. Washington, D. C., 1-13.
- Barksdale, R. D. (1972). "Laboratory evaluation of rutting in basecourse materials". Proceedings of the 3rd International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavement, 161-174.
- Boyce, H. R., (1980). "A non linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading". Proceedings of the International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading, Swansea, 285-294.
- Brown, S. F., y Hyde, A. F. L. (1975). "Significance of cyclic confining stress in repeated -load triaxial testing of granular materials". Transportation Research Record 537. Transportation Research Board. Washington, D. C., 49-58.
- Brown, S. F., y Pappin, J. W. (1985). "Modeling of granular materials in pavements". Transportation Research Record 1022. Transportation Research Board. Washington, D. C., 45-51.
- Brown, S. F., y Pell, P. S. (1967). "An experimental investigation of the stresses, strains and deflections in a layered pavement structure subjected to dynamic loads". Proceedings of the Second International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavement, 487-504.
- Duncan, J. M., y Chang, C. Y. (1970). "Non linear analysis of stress and strain in soils". Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. ASCE, 96(5), 1629-1653.
- Dunlap, W. A. (1963). "A report on a mathematical model describing the deformation characteristics of granular materials". Technical Report n° 1, Project 2-8-62-27, Texas Transportation Institute, Texas A&M University, College Station, Texas.
- Elliot, R. P., y Lourdesnathan (1989). "Improved characterization model for granular bases". Transportation Research Record 1227. Transportation Research Board. Washington, D. C., 128-133.
- Gerrard, C. M., Morgan, J. R., y Richards, B. G. (1975). "An approach to the design of flexible pavements for Australian conditions". ARRB Proceedings, 5(8).
- Garg, N., y Thompson, (1997). "Triaxial characterization of Minnesota road research project granular materials". Transportation Research Record 1577. Transportation Research Board. Washington, D. C., 27-33.
- Hicks, R. G. (1970). "Factors influencing the resilient properties of granular materials". PhD thesis, University of California. Berkeley. California.
- Johson, T. C., Berg, R. L., y Dimillio, A. (1986). "Frost action predictive techniques: An overview of research results". Transportation Research Record 1089. Transportation Research Board. Washington, D. C., 147-161.
- Jouve, P., y Elhannani, M. (1994). "Application des modèles non-linéaires au calcul des chaussées souples". Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées n° 190. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées. Paris.
- Jouve, P., Martínez, J., Paute, J. L. y Ragneau, E. (1987). "Rational model for the flexible pavements deformation". Proceedings of the 6th International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavement, Vol. 1, 50-64.
- Khedr, S. (1985). "Deformation characteristics of granular base course in flexible pavement". Transportation Research Record 1043. Transportation Research Board. Washington, D. C., 131-138.
- Kolisoja, P. (1997). "Resilient deformation characteristics of granular materials". PhD thesis, Tampere University of Technology, Publication n° 223, Tampere, Finland.
- Lashine, A. K. F. (1971). "Some aspects of the behaviour of Keuper Marl under repeated loading". PhD thesis, University of Nottingham, U. K.
- Lentz, R. W., y Baladi, G. Y. (1981). "Constitutive equation for permanent strain of sand subjected to cyclic loading". Transportation Research Record 1043. Transportation Research Board. Washington, D. C., 50-54.
- May, R. W., y Witzak, M. W. (1981). "Effective granular modulus to model pavement responses". Transportation Research Record 810. Transportation Research Board. Washington, D. C., 1-9.
- Mayhew, H. C. (1983). "Resilient properties of unbound road base under repeated triaxial loading". TRRL Laboratory Report 1088. Crowthorne. U. K.
- Monismith, C. L., Seed, H. B., Mitry, F. G., y Chan, C. K. (1967). "Prediction of pavement deflections from laboratory tests". Proceedings of the Second International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavement, 109-140.
- Pappin, J. W. (1979). "Characteristics of granular material for pavement analysis". PhD thesis. Department of Civil Engineering. University of Nottingham. Nottingham. England.
- Paute, J. L., Jouve, P., Martínez, J., y Ragneau, E. (1988). "Modele de calcul pour le dimensionnement des chaussées souples". Bulletin de liaison des laboratoires des Ponts et Chaussées, 156, 21-36.
- Paute, J. L., Homych, P., y Benaben, J. P. (1996). "Repeated load triaxial testing of granular materials in the French network of Laboratories des Ponts et Chaussées". Flexible Pavements, Proceedings of the European Symposium Euroflex 1993. Lisboa, Portugal, 20-22 Septiembre.
- Pezo, R. F. (1993). "A general method of reporting resilient modulus test of soils-A pavement's point of view". 72nd Annual Meeting of the TRB.
- Seed, H. B., Mitry, F. G., Monismith, C. L., y Chan, C. K. (1967). "Prediction of flexible pavement deflections from laboratory repeated load test". NCHRP Report n° 35, National Cooperative Highway Research Program.

- Shenton, H. J. (1974). "Deformation of railway ballast under repeated loading (triaxial test)". Report 5, British Railways Research Department.
- Sweere, G. T. H. (1990). "Unbound granular basis for roads". PhD thesis. University of Delft. The Netherlands.
- Tam, W. A., y Brown, S. F. (1988). "Use of the falling weight deflectometer for in situ evaluation of granular materials in pavements". Proceedings of 14th ARRB Conference. Vol. 14, Part 5, 155-163.
- Uzan, J (1985). "Characterization of granular material". Transportation Research Record 1022. Transportation Research Board. Washington, D. C., 52-59.
- Veverka, V. (1979) "Raming van de spoordiepte bij wegen met een bitumineuze verharding", De Wegentechniek, 24 (3), 25-45.
- Wolff, H. (1992). "The elasto-plastic behaviour of granular pavement layers in South Africa". PhD thesis, Department of Civil Engineering, University of Pretoria, South Africa.