COMPORTAMIENTO RESILIENTE EN LAS CAPAS DE BASE DE MATERIALES GRANULARES

Ignacio Pérez Pérez; perez@iccp.udc.es
Vicente Navarro Gamir; vnavarro@iccp.udc.es
Universidad de La Coruña
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
Campus de Elviña, s/n.
15192 A Coruña
Fax: 981.167.170

Manuel Romana García; tr02@dumbo.caminos.upm.es
Universidad Politécnica de Madrid
E. T. S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Departamento de Ingeniería Civil. Transportes
Ciudad Universitaria, s/n
28040 Madrid

1. INTRODUCCIÓN

En los firmes de carreteras los materiales granulares sueltos desempeñan un importante papel estructural. Esto es así porque, por un lado, durante la etapa de construcción del firme éstos soportan el tráfico de obra y proporcionan un cimiento sobre el cual las capas superiores puedan situarse y compactarse. Por otro lado, en un firme terminado actúan como amortiguadores de las cargas del tráfico.

El comportamiento de los materiales granulares bajo las cargas del tráfico es complicado. Un elemento de la estructura del firme está sujeto a pulsos de esfuerzos. Cada uno de estos pulsos consta de una componente vertical, una horizontal y una componente de corte. En las capas de materiales granulares sueltos los esfuerzos verticales y horizontales son positivos mientras que los esfuerzos de corte se invierten cuando pasa la carga, causando una rotación de los ejes principales de esfuerzos.

Cuando se ven sometidos a condiciones de esfuerzo que no alcanzan el fallo, cada aplicación de carga produce una deformación del material que sólo se recupera parcialmente cuando desaparece la misma. La deformación recuperable después de cada aplicación de carga se denomina deformación resiliente y llega a ser aproximadamente constante cuando aumenta el número de cargas ya que la deformación permanente disminuye con cada repetición de las cargas y el comportamiento se transforma en casi completamente resiliente. Consecuentemente, se asume que el estado de los esfuerzos que se desarrollan bajo la carga se gobierna por el comportamiento resiliente de los materiales.

En esta comunicación se va a realizar una breve descripción de los modelos de predicción del comportamiento resiliente de los materiales granulares bajo las cargas del tráfico.

2. MODELOS PREDICTIVOS DEL COMPORTAMIENTO RESILIENTE

Entre todos los factores que influyen en el comportamiento resiliente de los materiales granulares el parámetro esfuerzo es el más importante. En este sentido, es primordial que se exprese con una ley constitutiva adecuada la relación existente entre el esfuerzo y la deformación resiliente. Esta tarea es muy difícil de llevar a cabo y de una gran complejidad. Esto es así porque hay que combinar los principios teóricos de la mecánica de suelos con la sencillez que requieren los procedimientos rutinarios de análisis de respuesta de materiales.

Como es sabido, en la teoría elástica tradicional las propiedades elásticas del material se definen mediante el Módulo de Elasticidad (**E**) y el Coeficiente de Poisson (υ) del material. Un planteamiento similar ha sido ampliamente utilizado al tratar con los materiales granulares, pero reemplazando el Módulo de Elasticidad por el Módulo Resiliente ($\mathbf{M_r}$) para indicar el comportamiento no lineal; es decir, que dicho comportamiento depende del nivel de esfuerzos. Por consiguiente, cuando se realizan ensayos triaxiales, después de un número de repeticiones de carga a lo largo de una trayectoria de tensiones, aunque el comportamiento de los materiales granulares llega a ser aproximadamente elástico, difiere del normalmente estudiado en que no es lineal. La rigidez aumenta cuando se incrementa la presión efectiva. En este apartado se explicarán diversos modelos que se ajustan a este comportamiento. Estos modelos son enteramente elásticos; es decir, todos los incrementos de deformación son recuperables.

En el estudio del comportamiento resiliente de los materiales granulares sueltos se consideran dos etapas.

- Modelos experimentales mostrando la influencia del esfuerzo sobre la rigidez obtenidos mediante ensayos triaxiales con presión de cámara constante (**CCP**).
- Modelos más racionales que utilizan datos de ensayos triaxiales con presión de cámara variable (**VCP**).

Los ensayos realizados **CCP** dan para cada nivel de esfuerzo el Módulo Resiliente ($\mathbf{M_r}$) definido mediante la sencilla expresión:

$$\mathbf{M_r = \frac{q}{\varepsilon_{1r}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\varepsilon_{1r}}} \qquad \textbf{(1)}$$

donde:

$\mathbf{q}$ = Esfuerzo desviador cíclico.
σ_{1r} = Esfuerzo axial principal.
σ_{3r} = Presión de cámara.
ε_{1r} = Deformación axial resiliente.

Por otra parte, como es sabido, el Coeficiente de Poisson Resiliente (υ_r) se define mediante la expresión siguiente:

$$\upsilon = \frac{\varepsilon_{3r}}{\varepsilon_{1r}} \qquad (2)$$

donde:

ε_{1r} = Deformación axial resiliente.
ε_{3r} = Deformación horizontal resiliente.

En estas circunstancias, para que se cumpla la ecuación 1, el valor del Módulo Resiliente (**M_r**) solamente coincide con el valor del Módulo de Young (**E**) cuando se asume un valor del Coeficiente de Poisson Resiliente (υ_r) igual a 0.5.

Los ensayos **VCP** ofrecen más posibilidades en el estudio del comportamiento resiliente de los materiales granulares. Los resultados se analizaron empleando las ecuaciones de la forma generalizada de la ***Ley de Hooke***. Con la condición expresa de que se tome como valor de σ_3 el valor medio de los esfuerzos de confinamiento repetidos, los valores del Modulo Resilientes (**M_r**) y el Coeficiente de Poisson (υ_r) se obtienen de las ecuaciones siguientes (Allen y Thomson, 1974; Brown y Hyde, 1975):

$$M_r = \frac{(\sigma_{1r} - \sigma_{3r})\ (\sigma_{1r} + 2\ \sigma_{3r})}{\varepsilon_{1r}(\sigma_{1r} + \sigma_{3r}) - 2\ \sigma_{3r} \cdot \varepsilon_{3r}} \qquad (3)$$

$$\nu_r = \frac{\sigma_{1r}\varepsilon_{3r} - \sigma_{3r}\varepsilon_{1r}}{2\ \sigma_{3r} \cdot \varepsilon_{3r} - \varepsilon_{1r}(\sigma_{1r} + \sigma_{3r})} \qquad (4)$$

Mediante este planteamiento se trata al Módulo Resiliente (**M_r**) de una manera análoga al Módulo de Young (**E**) y se asume que el material es isótropo, lineal y elástico, una hipótesis que es falsa para los materiales granulares. Por otra parte, los ensayos **VCP** dan valores del Coeficiente de Poisson mucho menores que los ensayos **CCP**.

A continuación se pasa revista a los principales modelos constitutivos.

2.1. Modelos en función del esfuerzo de confinamiento.

Una gran mayoría de los modelos obtenidos en la literatura científica están basados en procedimientos sencillos de ajuste de curvas obtenidas a partir de los datos de ensayos triaxiales **CCP**. Dunlap (1963) y Monismith et al. (1967) indicaron que el Módulo Resiliente aumenta de valor al incrementar la presión de confinamiento y que, con tal de que el esfuerzo desviador no cause una deformación plástica excesiva, no está sensiblemente afectado por la magnitud de este esfuerzo desviador. A menudo, en los estudios iniciales, no se medían las deformaciones radiales y, generalmente, se utilizaban valores constantes del Coeficiente de Poisson. Por consiguiente, estos investigadores propusieron la expresión siguiente basada solamente en el esfuerzo de confinamiento:

$$\mathbf{M_r = K_1 \cdot \sigma_{3r}{}^{k_2}} \qquad \textbf{(5)}$$

o también la expresión equivalente:

$$\mathbf{M_r = K_1 \cdot \left(\frac{\sigma_{3r}{}^{k_2}}{p_0} \right)} \qquad \textbf{(6)}$$

donde:

$\boldsymbol{\sigma_{3r}}$	=	Esfuerzos de confinamiento resiliente.
$\mathbf{p_0}$	=	Presión atmosférica (100 kPa).
$\mathbf{k_1}$ **y** $\mathbf{k_2}$	=	Constantes de regresión del material obtenidas a partir de ensayos triaxiales de carga repetida realizados sobre materiales granulares.

Otros investigadores (Pezo 1993; Garg y Thomson 1997) consideraron que en el análisis era necesario incluir el esfuerzo desviador. En este sentido, Tam y Brown (1988) dijeron que, en el diseño y en el análisis rutinario, el Módulo Resiliente se puede expresar como una sencilla función de la relación de esfuerzos. Johson et al (1986), sin embargo, expusieron que el Módulo Resiliente depende del segundo invariante del tensor del esfuerzo desviador y de la tensión tangencial octaédrica.

2.2. Modelos k-θ.

En otro planteamiento bastante extendido se expresa la influencia del nivel de esfuerzo sobre el Módulo Resiliente como una función de la suma de los esfuerzos principales. En este sentido, Seed et al (1967), Brown y Pell (1967) y Hicks (1970) sugirieron la sencilla relación hiperbólica comúnmente conocida por el modelo **k-θ**. En este modelo se muestra el comportamiento elástico no lineal mediante la ecuación siguiente:

$$M_r = k_1 \cdot \theta^{k_2} \tag{7}$$

o también mediante la expresión equivalente:

$$M_r = k_1 \cdot \left(\frac{\theta}{p_o} \right)^{k_2} \tag{8}$$

donde:

θ = Primer invariante de tensiones = $(\sigma_{1r} + \sigma_{2r} + \sigma_{3r})$.
k_1 y k_2 = Constantes de regresión del material obtenidos a partir de ensayos triaxiales de carga repetida realizados en materiales granulares.

En este modelo siempre se parte de un esfuerzo desviador igual a cero. Las constantes del material **k_1** y **k_2** dependen de la densidad y del contenido de humedad del material de ensayo. El modelo **k-θ** tiene el inconveniente de no considerar el efecto del esfuerzo desviador sobre las propiedades resilientes y, además, de asumir un Coeficiente de Poisson (υ_r) constante que mediante la ecuación 2 permite calcular la deformación radial. En este sentido, en este tipo de ensayos se han encontrado valores de υ_r superiores a 0.5 lo cual sugiere que existe anisotropía. Por otra parte, diversos estudios han demostrado que el Coeficiente de Poisson no es constante y cambia con el nivel de los esfuerzos aplicados. Por ejemplo, Sweere (1990) utilizó el modelo **k-θ** con un Coeficiente de Poisson constante y aunque publicó buenas predicciones de la deformación axial, las predicciones de las deformaciones radiales y volumétricas eran algo peores. Otro inconveniente del modelo **k-θ** radica en que solamente se tiene en cuenta el efecto del esfuerzo sobre el Módulo Resiliente mediante la suma de los esfuerzos principales. Diversos estudios han demostrado que este planteamiento es insuficiente y que se requieren parámetros adicionales del esfuerzo. May y Witzak (1981) notaron que el Módulo Resiliente "*in situ*" de una capa granular no es solamente una función del esfuerzo volumétrico (θ), sino también de la magnitud de la deformación cortante inducida principalmente por el esfuerzo cortante o por el esfuerzo desviador. En este sentido, Uzan (1985) incluyó el esfuerzo desviador dentro del modelo **k-θ** y lo expresó de la manera siguiente:

$$M_r = k_1 \cdot p_o \cdot \left(\frac{\theta}{P_o} \right)^{k_2} \cdot \left(\frac{q}{P_o} \right)^{K_3} \tag{9}$$

o también mediante la expresión equivalente que reemplaza el esfuerzo desviador por la tensión tangencial octaédrica:

$$M_r = k_1 \cdot \ p_o \cdot \left(\frac{\theta}{P_o} \right)^{k_2} \cdot \left(\frac{\sigma_{oct}}{P_o} \right)^{k_3} \qquad \textbf{(10)}$$

En el modelo de Uzan también se mantiene constante el Coeficiente de Poisson y el esfuerzo desviador inicial de partida sigue siendo igual a cero.

Por otra parte, Elliot y Lourdesnathan (1989) estudiaron la aplicabilidad del modelo **k-θ** cuando existen esfuerzos desviadores repetidos por debajo y por encima de la condición de fallo estático. Para esfuerzos previos al fallo el modelo hacía buenas predicciones. Cuando los esfuerzos excedían el fallo estático las predicciones eran pobres, de tal manera que el Módulo Resiliente observado decrecía con el incremento del Esfuerzo volumétrico mientras que el modelo predecía lo contrario. Por ello, Elliot y Lurdesnathan (1989) sugirieron modificar el modelo **k-θ** mediante la incorporación de un *término de fallo*. Este término o tiene poco o ningún impacto hasta que se alcanza la falla del material.

Kolisoja (1997) incluyó el efecto de la densidad del material en los modelos **k-θ** y de Uzan. Éste expresó la formulación modificada siguiente:

$$M_r = A \cdot (n_{max.} - n) \cdot \ p_0 \cdot \left(\frac{\theta}{p_0} \right)^{0.5} \qquad \textbf{(11)}$$

o también:

$$M_r = B \ \cdot \ (n_{max.} - n) \cdot \ p_0 \cdot \left(\frac{\theta}{p_0} \right)^{0.7} \left(\frac{q}{p_0} \right)^{-0.2} \qquad \textbf{(12)}$$

donde:

n	**=**	Porosidad del material.
$\mathbf{n_{max.}}$	=	Porosidad máxima del material.
A, B	=	Parámetros del modelo.

Como se puede observar, en los dos modelos anteriores se tiene en cuenta la densidad mediante la porosidad del árido. Según Kolisoja la aplicación práctica y fiable de estos dos modelos requiere una serie de ensayos triaxiales de cargas repetidas, llevados a cabo a una densidad dada, que cubran un rango de esfuerzos suficientemente amplio. Una vez que se han estimado los sencillos parámetros del material las ecuaciones dan valores del Módulo Resiliente relacionados con cualquier combinación de estados de esfuerzos y densidades.

2.3. Modelos G-K.

Algunos investigadores han considerado conveniente separar el comportamiento de la capa de base granular en la parte volumétrica y en la desviadora. En este sentido, Brown y Hyde (1975) explicaron que para determinar las constantes elásticas no lineales de los materiales granulares, el comportamiento elástico de dichos materiales se describe mejor separando las componentes del esfuerzo. Por lo tanto, mediante este planteamiento la relación esfuerzo-deformación de los materiales granulares se caracteriza mediante la descomposición de los esfuerzos y las deformaciones en su componente desviadora y volumétrica. En definitiva se reemplaza el Módulo Resiliente y el Coeficiente de Poisson por el Módulo Volumétrico (**K**) y por el Módulo Transversal (**G**) respectivamente.

Por otro lado, dada la simetría cilíndrica de los ensayos triaxiales se tiene que $\sigma_{2r}=\sigma_{3r}$ y $\varepsilon_{2r}=\varepsilon_{3r}$. De ahí que se utilicen tensiones de Cambridge:

Esfuerzo normal medio: $\mathbf{p} = \dfrac{(\sigma_{1r} + 2\sigma_{3r})}{3}$

Esfuerzo desviador: $\mathbf{q} = \sigma_{1r} - \sigma_{3r}$

y las invariantes deformacionales:

Deformación volumétrica: $\varepsilon_{vr} = \varepsilon_{1r} + 2\varepsilon_{3r}$

Deformación de corte: $\varepsilon_{qr} = \dfrac{2(\varepsilon_{1r} - \varepsilon_{3r})}{3}$

Las deformaciones volumétricas y transversal de corte se pueden expresar en función del esfuerzo normal medio y desviador utilizando ecuaciones similares a la ***Ley de Hooke*** para materiales elásticos e isótropos:

$$\varepsilon_v = \frac{1}{K} \cdot p \qquad (13)$$

$$\varepsilon_q = \frac{1}{3G} \cdot q \qquad (14)$$

donde:

K = Módulo volumétrico.
G = Módulo transversal.

Según Brown y Hyde (1975), las principales ventajas que resultan de utilizar **G** y **K** son las siguientes:

- No existen hipótesis sobre el comportamiento lineal elástico de los materiales.
- La componente volumétrica y la componente de corte se tratan separadamente.
- En un estado de esfuerzos en tres dimensiones, estos parámetros tienen un significado físico más realista que el Coeficiente de Poisson y el Módulo de Young.

En este caso, las relaciones existentes entre el Módulo de Young y el Coeficiente de Poisson con el modelo **K-G** son las siguientes:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{9 \cdot G}}{\mathbf{3 + G / K}} \qquad \mathbf{(15)}$$

$$\nu = \frac{\mathbf{3K - 2G}}{\mathbf{6K + 2G}} \qquad \mathbf{(16)}$$

A continuación se explican los modelos principales que separan las componentes volumétrica y de corte.

2.3.1. Modelo de Boyce

Con el fin de estudiar la relación entre el esfuerzo y la deformación Boyce (1980) desarrolló un modelo teórico elástico no lineal. Boyce planteó que, debido a que los materiales granulares no se comportan de forma lineal, tanto **K** como **G** deberían estar expresados en función del esfuerzo normal medio elevado a una potencia menor que la unidad. De acuerdo a esto, Boyce expresó el esfuerzo normal medio mediante las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{K = K_1 \cdot p^{1-n}} \qquad \mathbf{(17)}$$

$$\mathbf{G = G_1 \cdot p^{1-n}} \qquad \mathbf{(18)}$$

donde:

n = Constante del material.
$\mathbf{K_1}$ = Constante del material.
$\mathbf{G_1}$ = Constante del material.

La similitud de estas ecuaciones con el modelo **k–θ** es obvia ya que en este caso en particular se tendría **θ=3p**. A partir de consideraciones teóricas, Boyce especificó que tanto la deformación transversal como la volumétrica deben satisfacer el teorema de la reciprocidad de Maxwell, o lo que es lo mismo, de acuerdo al principio de la conservación de la energía, el modelo debe cumplir la condición siguiente:

$$\frac{\delta \varepsilon_v}{\delta_q} = \frac{\delta \varepsilon_q}{\delta_p} \qquad (19)$$

Al ser **K** y **G** solamente funciones de **p** las ecuaciones 17 y 18 no satisfacen el teorema de la reciprocidad y, por lo tanto, Boyce sugirió utilizar otro planteamiento un poco más complicado:

$$K = \frac{K_1 \cdot p^{1-n}}{(1-\beta \cdot \frac{q^2}{p^2})} \qquad (20)$$

$$G = G_1 \cdot p^{1-n} \qquad (21)$$

donde:

$$\beta = (1-n) \cdot \frac{K_1}{6\ G_1} \qquad (22)$$

Las ecuaciones 20, 21 y 22 satisfacen el teorema de la reciprocidad de Maxwell.

Sustituyendo estos valores de las fórmulas 20, 21 y 22 en las ecuaciones generales 17 y 18 se obtienen, en función de la tensión normal media y el esfuerzo desviador, la deformación volumétrica y la deformación transversal. Obsérvese que en este modelo se asume que el material es isótropo lo cual permite expresar el módulo de respuesta en función de los esfuerzos invariantes:

$$\varepsilon_v = \frac{p^n}{K_1} \cdot \left[1 - \beta \cdot \frac{q^2}{p^2}\right] \qquad (23)$$

$$\varepsilon_q = \frac{p^n \cdot q}{3 \cdot G_1 \cdot p} \qquad (24)$$

Como se puede observar, en el modelo de Boyce al imponer una relación entre la deformación volumétrica y la deformación de corte el número de parámetros del material se limita a tres. Boyce verificó y demostró que el modelo da un buen ajuste de los resultados de los ensayos realizados con presión de cámara variable. El modelo de Boyce asume que:

- El módulo de deformación volumétrico depende principalmente del esfuerzo normal medio **p**, y en menor medida de la relación **q/p** (porque β es mucho menor que 1). Al aumentar la relación de esfuerzos **q/p** disminuye la deformación volumétrica ε_v; es decir, el material exhibe dilatación. La dilatación se observa frecuentemente en ensayos triaxiales de carga repetida.
- El Módulo de Corte (**G**) depende solamente del esfuerzo normal medio.

Como se ha dicho anteriormente, este modelo es elástico no lineal.

Allaart (1992) mostró que dentro de la familia de soluciones posibles el modelo de Boyce era la solución más sencilla. Sin embargo, una desventaja importante del modelo de Boyce es la hipótesis de elasticidad. Esto es así porque el modelo tiene que tratar con la respuesta no elástica de los materiales granulares sueltos. Cuando un material granular es sometido a cargas repetidas, la rama de carga y descarga de la curva de esfuerzo-deformación no coinciden y, por consiguiente, se disipa la energía. Por consiguiente, al ser ésta, por definición, una respuesta no elástica, un modelo elástico como es el modelo de Boyce da predicciones inexactas. En este sentido, Sweere (1990) mostró predicciones insatisfactorias de las deformaciones obtenidas mediante el modelo de Boyce, habiendo grandes discrepancias entre los valores observados y los predichos. Sweere estableció que la solución a este problema era quitar la conexión del teorema de la reciprocidad; en otras palabras el requisito de que el modelo sea elástico. De esta manera la deformación volumétrica y transversal se relacionan independientemente con el esfuerzo. Sweere (1990) publicó predicciones bastante satisfactorias de las deformaciones utilizando básicamente las mismas ecuaciones utilizadas por Boyce pero manteniendo independientes las ecuaciones que relacionan el esfuerzo, por un lado, con la deformación volumétrica y, por otro, con la deformación transversal. En lugar de los tres parámetros del material vistos anteriormente en el modelo de Boyce, el modelo modificado contendría cuatro o cinco parámetros independientes.

2.3.2. Modelo de contorno

Pappin (1979) desarrolló un modelo no lineal basado en ensayos triaxiales de cargas repetidas que denominó "***Modelo de contorno***". Brown y Pappin (1985) también descompusieron la respuesta del estado de esfuerzo-deformación en sus componentes volumétrica y de corte. Este modelo es una relación no lineal capaz de tener en cuenta el esfuerzo medio efectivo, el esfuerzo desviador y la dependencia de la trayectoria de tensiones. En este modelo la deformación resiliente volumétrica y la deformación resiliente transversal se expresan como contornos en un espacio de esfuerzos **p-q**. La magnitud de la deformación se deriva del cambio en los valores de contorno desde el estado de esfuerzos inicial al estado de esfuerzo final. En este sentido, Pappin supone que la deformación sigue la regla de la superposición; es decir, que las deformaciones son conmutables en un espacio de tensiones **p-q**.

Sin embargo, el mismo autor comprobó que las deformaciones de corte no son conmutables en un espacio de tensiones lo cual en este caso invalida la regla de la superposición. Éstas deformaciones dependen de la longitud de la trayectoria de los esfuerzos. Es decir, la deformación transversal no solamente depende del punto final de la trayectoria de tensiones sino también de su longitud. Pappin (1980) dibujó los contornos de las deformaciones volumétricas y de las deformaciones de corte con el fin de expresar dichas deformaciones en función de la tensión. Pappin utilizó la misma expresión de Boyce (ecuación 23) para expresar la deformación resiliente volumétrica:

$$\varepsilon_v = \left(\frac{p'}{A}\right)^m \left[1 - B \cdot \left(\frac{q}{p}\right)^n\right] \qquad (25)$$

donde:

A, B, m, n	=	Constantes del material.
p', q	=	Coordenadas del punto de esfuerzo.

La deformación de corte resiliente fue expresada en función de los esfuerzos más un factor constante que se expresa en función de la longitud de la trayectoria de tensiones. De esta manera, las deformaciones resilientes entre los puntos (p_1', q_1) y (p_2', q_2) al comienzo y al final de la trayectoria de tensiones respectivamente se calculan mediante las expresiones siguientes:

$$\varepsilon_q = C \left\{ \left[\frac{q_1}{p_1' + D}\right] - \left[\frac{q_2}{p_2' + D}\right] \right\} \left(\frac{l_r}{p'_m}\right)^r \qquad (26)$$

donde:

C, D, r	=	Constantes del material.
p'_m	=	Media del esfuerzo normal efectivo correspondiente a un ciclo de carga del ensayo triaxial = $\frac{(p_{max.} + p_{min.})}{2}$.
l_r	=	= $\sqrt{p'^2_r + q^2_r}$ = Longitud de la trayectoria de tensiones correspondiente a un ciclo de carga.
p'_r	=	Doble amplitud del esfuerzo normal efectivo correspondiente a un ciclo de carga del ensayo triaxial = $(p'_{max.} - p'_{min.})$.
q'_r	=	Doble amplitud del esfuerzo desviador correspondiente a un ciclo

de carga del ensayo triaxial = $\left(q'_{max.} - q'_{min.}\right)$.

Una de las diferencias principales con respecto al modelo de Boyce radica en que el modelo de contorno predice la deformación cortante teniendo en cuenta la longitud de la trayectoria de tensiones correspondiente al ciclo de carga. Además, los parámetros del material, en las dos partes del modelo de contorno, pertenecientes a las ecuaciones 25 y 26 son independientes. Esto conlleva a un mejor ajuste entre los valores predichos y observados de la deformación. Por otra parte, a diferencia del modelo de Boyce, éste no es elástico debido a que las constantes en ambas ecuaciones son independientes.

Un planteamiento de ajuste de curvas similar al del modelo de contorno fue realizado por Mayhew (1983). Éste también dibujó las deformaciones volumétricas y de corte en el espacio de esfuerzos **p-q.** Mayhew, además demostró que la longitud de la trayectoria de tensiones (l_r) incluida en el modelo de contorno no tenía un impacto significativo sobre la respuesta de la deformación de corte. Por lo tanto, los errores inducidos al obviar la longitud de la trayectoria de tensiones serían pequeños. Él razonó que las condiciones de servicio de las capas de bases formadas por materiales granulares solamente involucran trayectorias de esfuerzos que comienzan en condiciones de esfuerzos cercanas a cero. Mayhew concluyó que, en el análisis de firmes, en aras de una mayor facilidad en el manejo del procedimiento de cálculo, se puede ignorar el complicado factor de la longitud de la trayectoria de tensiones de la fórmula 26 y, por lo tanto, se puede adoptar el principio de superposición.

Por otro lado, obsérvese que en las ecuaciones 20 y 21 la variación de **K** (Módulo de deformación volumétrico) y **G** (Módulo de corte) con respecto a **p** se expresa de la misma manera; es decir, mediante la constante del material **n**. Sin embargo, Mayhew encontró que la influencia del esfuerzo normal medio sobre **K** (Módulo de deformación volumétrica) es un poco diferente a la influencia que tiene dicho esfuerzo sobre la deformación de corte **G**. Por consiguiente, con el fin de relacionar **G** con **p** introdujo una constante nueva **m**. Así, el modelo resultante que describe el comportamiento resiliente de los materiales granulares queda expresado mediante los cinco parámetros siguientes: K_1, G_1, **n**, **m** y β. Por lo tanto, las ecuaciones del modelo de contorno se transforman en una versión no elástica modificada del modelo de Boyce sugerido por Sweere:

$$\varepsilon_v = \frac{p^n}{K_1}\left[1 - \beta\,\frac{q^2}{p^2}\right] \quad (27)$$

$$\varepsilon_q = \frac{p^n}{3\,G_1} \cdot p^{m-1} \cdot q \quad (28)$$

2.3.3. Modelo de Elhannani

Jouve y Elhannani (1994) introdujeron la anisotropía en el modelo original de Boyce. Dicho modelo supone que la ecuación 22 que implica la existencia de un potencial elástico no siempre se cumple y que el material puede ser isótropo o anisótropo. En este modelo, las expresiones generales del módulo volumétrico y del módulo de corte son las siguientes:

$$K = \frac{\left(\frac{p}{p_o}\right)^{1-n}}{\left[\frac{1}{K_a} - \frac{\beta}{K_a} \cdot \left(\frac{q}{p}\right)^2 - n \cdot \zeta \cdot \left(\frac{q}{p}\right)\right]} \tag{29}$$

$$G = \frac{\left(\frac{p}{p_o}\right)^{1-n} \cdot \frac{q}{p}}{\left[\frac{1}{G_a} \cdot \frac{q}{p} - 3 \cdot \zeta\right]} \tag{30}$$

Al sustituir las expresiones anteriores en las fórmulas generales 13 y 14 se obtienen las expresiones de la deformación:

$$\varepsilon_v = (p_a)^{1-n} \cdot p^n \left[\frac{1}{k_a} - \frac{\beta}{k_a} \cdot \left(\frac{q}{p}\right)^2 - n \cdot \xi \cdot \left(\frac{q}{p}\right)\right] \tag{31}$$

$$\varepsilon_q = (p_a)^{1-n} p^n \left[\frac{1}{3G_a} \frac{q}{p} - \xi\right] \tag{32}$$

En este modelo, se reemplazan las constantes del modelo de Boyce **K_1** y **G_1** por las constantes **Ka** y **Ga** con el propósito de darles a las mismas dimensiones de esfuerzo:

$$K_a = K_1 \cdot p_o^{1-n} \tag{33}$$

$$G_a = G_1 \cdot p_o^{1-n} \tag{34}$$

donde:

p_a	=	Presión arbitraria de 100 kPa.
n, K_a, G_a, β y ξ	=	Constantes del material.

De esta manera en el caso general de anisotropía, el comportamiento elástico de una material granular se caracteriza por las cinco constantes **n**, $\mathbf{K_a}$, $\mathbf{G_a}$, β y ξ. Cuando el material es isótropo se tiene que ξ es igual a cero.

Finalmente, con respecto al comportamiento resiliente se pueden realizar cuatro hipótesis:

- H1. El material es isótropo, puramente elástico, y caracterizado por una ley de Boyce con potencial elástico, con tres parámetros: **n**, $\mathbf{K_a}$, $\mathbf{G_a}$.
- H2. El material es isótropo y caracterizado por una ley de Boyce, sin potencial elástico, con cuatro parámetros **n**, $\mathbf{K_a}$, $\mathbf{G_a}$, $\boldsymbol{\beta}$ (no se cumple la relación 22).
- H3. El material es anisótropo, puramente elástico, y caracterizado por una ley de Boyce con potencial con cuatro parámetros: **n**, $\mathbf{K_a}$, $\mathbf{G_a}$, y ξ.
- H4. El material es anisótropo y caracterizado por una ley de Boyce sin potencial con cinco parámetros: **n**, $\mathbf{K_a}$, $\mathbf{G_a}$, β y ξ.

Jouve y Elhannani (1994) analizaron la validez de las cuatro hipótesis sobre la base de los resultados de ensayos y consideraciones teóricas. En este sentido, han concluido que las hipótesis **H1** y **H2** normalmente mejoran significativamente las predicciones dadas por el modelo y el comportamiento del material se mantiene relativamente simple. Las hipótesis **H3** y **H4** parecen ser menos interesantes porque en caso de comportamiento no lineal no resulta sencillo explicar el significado físico del parámetro ξ.

3. CONCLUSIONES

A la hora de realizar modelos del comportamiento resiliente de las capas de base de materiales granulares existen dos planteamientos diferentes. En el primer planteamiento, la relación deformación-esfuerzo se caracteriza mediante un Módulo Resiliente dependiente del esfuerzo y un Coeficiente de Poisson constante. Este planteamiento ha sido muy utilizado y durante años se han sugerido diversos modelos matemáticos que emplean diferentes componentes del esfuerzo. La mayoría de estos modelos se confeccionan ajustando curvas empleando el análisis de regresión de los datos obtenidos en ensayos triaxiales de cargas repetidas con presión de cámara constante. El segundo planteamiento se caracteriza por la descomposición del esfuerzo y la deformación en sus componentes volumétrica y de corte. En vez del Módulo Resiliente y del Coeficiente de Poisson la respuesta elástica del material se define mediante el Módulo volumétrico y el Módulo Transversal. Según algunos investigadores, en el análisis de la respuesta no lineal de los materiales granulares, desde un punto de vista teórico, resulta beneficiosa la aplicación de este planteamiento. Además, en un estado de esfuerzos en tres dimensiones el Módulo Volumétrico y el Módulo Transversal tienen un significado físico más realista que el Módulo

Resiliente y el Coeficiente de Poisson. No obstante, usualmente los modelos de este tipo son de naturaleza más compleja y, por lo tanto, los valores de los parámetros son más difíciles de obtener a partir de los datos registrados en ensayo triaxiales de cargas repetidas con presión de cámara variable.

La realización de modelos es un requerimiento importante para estudiar el comportamiento resiliente de los materiales granulares. Muchos investigadores han perfilado diferentes procedimientos para predecir la respuesta resiliente de los materiales granulares. Sin embargo, el gran número de modelos disponibles es una evidencia de las complejidades que oscurecen esta área de investigación. Aun cuando los investigadores presenten formulaciones matemáticas que se ajusten a sus datos en particular, se necesita un mayor esfuerzo en el desarrollo de modelos y procedimientos que tengan una base teórica sólida y una aplicación útil y general.

4. BIBLIOGRAFÍA

- Allaart, A. P (1992). “Design principles for flexible pavements, a computational model for granular basis”. Proesfschrit, Technische Universiteit Delft, Delft, The Netherlands.
- Allen, J. J., y Thomson, M. R. (1974). “Resiliente response of granular materials subjected to time dependent lateral stresses”. Transportation Research Record 510. Transportation Research Board. Washinngton, D. C., 1-13.
- Boyce, H. R., (1980). “A non linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading”. Proceedings of the International Symposium on Soils under Cyclic and Trasient Loading , Swansea, 285-294.
- Brown, S. F., y Hyde, A. F. L. (1975). “Significance of cyclic confinning stress in repeated –load triaxial testing of granular materials”. Transportation Research Record 537. Transportation Research Board. Washinngton, D. C., 49-58.
- Brown, S. F., y Pappin, J. W. (1985). “Modeling of granular materials in pavements”. Transportation Research Record 1022. Transportation Research Board. Washinngton, D. C., 45-51.
- Brown, S. F., y Pell, P. S. (1967). “An experimental investigation of the stresses, strains and deflections in a layered pavement structure subjected to dynamic loads”. Proceedings of the Second International Conference on the Structural Desing of Asphalt Pavement, 487-504.
- Dunlap, W. A. (1963). “ A report on a mathematical model describing the deformation characteristics of granular materials”. Technical Report nº 1, Project 2-8-62-27, Texas Transportation Institute, Texas A&M University, College Station, Texas.
- Elliot, R. P., y Lourdesnathan (1989). “Improved characterization model for granular bases”. Transportation Research Record 1227. Transportation Research Board. Washinngton, D. C., 128-133.
- Garg, N., y Thompson, (1997). “Triaxial characterization of Minnesotta road research project granular materials”. Transportation Research Record 1577. Transportation Research Board. Washinngton, D. C., 27-33.
- Hicks, R. G. (1970). “Factors influencing the resilient properties of granular materials”. PhD thesis, University of California. Berkeley. California.
- Johson, T. C., Berg, R. L., y Dimillio, A. (1986). “Frost action predictive techiniques: An overview of research results”. Transportation Research Record 1089. Transportation Research Board. Washinngton, D. C., 147-161.
- Jouve, P., y Elhannani, M. (1994). “Application des modéles non-linéaries au calcul des chaussées souples”. Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chausséss nº 190. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées. Paris.

- Kolisoja, P (1997). “Resilient deformation characteristics of granular materials”. PhD thesis, Tampere Univesity of Technology, Publication nº 223, Tampere, Finland.
- May, R. W., y Witzak, M. W. (1981).”Effective granular modulus to model pavement responses”. Transportation Research Record 810. Transportation Research Board. Washinngton, D. C., 1-9.
- Mayhew, H. C. (1983). “Resilient properties of unbound road base under repeated triaxial loading”. TRRL Laboratory Report 1088. Crowthorne. U. K.
- Monismith, C. L., Seed, H. B., Mitry, F. G., y Chan, C. K. (1967). “Prediction of pavement deflections from laboratory tests”. Proceedings of the Second International Conference on the Structural Desing of Asphalt Pavement, 109-140.
- Pappin, J. W. (1979). “Characteristics of granular material for pavement analysis”. PhD thesis. Department of Civil Engineering. University of Nottingham. Nottingham. England.
- Pezo, R. F. (1993). “A general method of reporting resilient modulus test of soils-A pavement´s point of view”. 72nd Annual Meeting of the TRB.
- Seed, H. B., Mitry, F. G., Monismith, C. L., y Chan, C. K. (1967). “Prediction of flexible pavement deflections from laboratory repeated load test”. NCHRP Report nº 35, National Cooperative Highway Research Program.
- Sweere, G. T. H. (1990). “Unbound granular basis for roads”. PhD thesis. University of Delft. The Netherlands.
- Tam, W. A., y Brown, S. F. (1988). “Use of the falling weight deflectometer for in situ evaluation of granular materials in pavements”. Proceedings of 14th ARRB Conference. Vol. 14, Part 5, 155-163.
- Uzan, J (1985). “Characterization of granular material”. Transportation Research Record 1022. Transportation Research Board. Washinngton, D. C., 52-59.