

# MODELOS MECÁNICOS DE LOS MATERIALES GRANULARES SUELTOS EMPLEADOS EN FIRMES DE CARRETERAS

Dr. Ignacio Pérez Pérez; [perez@iccp.udc.es](mailto:perez@iccp.udc.es)  
Dr. Luis E. Medina Rodríguez  
Universidade da Coruña

Dr. Manuel Romana García; [tr02@dumbo.camino.upm.es](mailto:tr02@dumbo.camino.upm.es)  
Universidad Politécnica de Madrid

## 1. INTRODUCCIÓN

En los firmes de carreteras los materiales granulares sueltos desempeñan un importante papel estructural. Esto es así porque por un lado, durante la etapa de construcción del firme soportan el tráfico de obra y proporcionan un cimiento sobre el cual las capas superiores puedan situarse y compactarse y, por otro lado, en un firme terminado actúan como amortiguadores de las cargas del tráfico.

El comportamiento de los materiales granulares bajo las cargas del tráfico es complicado. Un elemento de la estructura del firme está sujeto a pulsos de esfuerzos. Cada uno de estos pulsos consta de una componente vertical, una horizontal y una componente de corte. En las capas de materiales granulares sueltos los esfuerzos verticales y horizontales son positivos mientras que los esfuerzos de corte se invierten cuando pasa la carga, causando una rotación de los ejes principales de esfuerzos (Figura 1).

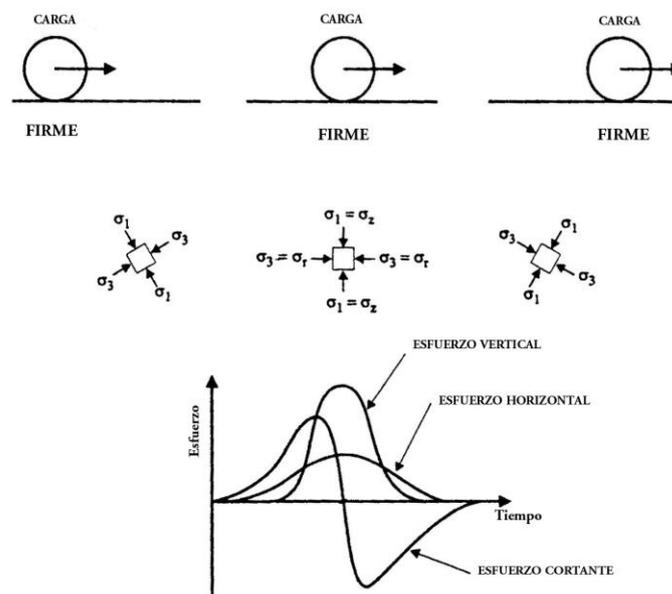


Figura 1. Esfuerzos debajo de la carga de la rueda de un vehículo.

Cuando se ven sometidos a condiciones de esfuerzo que no alcanzan el fallo, cada aplicación de carga produce una deformación del material que sólo se recupera parcialmente cuando desaparece la misma. La deformación recuperable después de cada aplicación de carga se denomina deformación resiliente y, en teoría, llega a ser aproximadamente constante cuando aumenta el número de cargas, ya que la deformación permanente disminuye con cada repetición de las cargas y el comportamiento se transforma en casi completamente resiliente. Consecuentemente, se asume que el estado de los esfuerzos que se desarrollan bajo la carga se gobierna por el comportamiento resiliente de los materiales.

En este artículo se va a realizar una breve descripción de algunos modelos de predicción del comportamiento resiliente de los materiales granulares bajo las cargas del tráfico.

## 2. MODELOS PREDICTIVOS DEL COMPORTAMIENTO RESILIENTE

Entre todos los factores que influyen en el comportamiento resiliente de los materiales granulares el parámetro esfuerzo es el más importante. En este sentido, es primordial que se exprese con una ley constitutiva adecuada la relación existente entre el esfuerzo y la deformación resiliente. Esta tarea es compleja y difícil de llevar a cabo. Esto es así porque hay que combinar los principios teóricos de la mecánica de suelos con la sencillez que requieren los procedimientos rutinarios de análisis de respuesta de materiales.

Como es sabido, en la teoría elástica tradicional las propiedades elásticas del material se definen mediante el *Módulo de Elasticidad (E)* y el *Coefficiente de Poisson (ν)* del material. Un planteamiento similar ha sido ampliamente utilizado al tratar con los materiales granulares, pero reemplazando el Módulo de Elasticidad por el *Módulo Resiliente (M<sub>r</sub>)* para indicar el comportamiento no lineal; es decir, que dicho comportamiento depende del nivel de esfuerzos. Por consiguiente, cuando se realizan ensayos triaxiales sobre probetas de materiales granulares, después de un número de repeticiones de carga a lo largo de una trayectoria de tensiones, aunque el comportamiento llega a ser aproximadamente elástico, difiere del normalmente estudiado en que no es lineal. La rigidez aumenta cuando se incrementa la presión efectiva.

En el estudio del comportamiento resiliente de los materiales granulares sueltos se consideran dos tipos de ensayos triaxiales:

- Modelos experimentales mostrando la influencia del esfuerzo sobre la rigidez obtenidos mediante ensayos triaxiales con presión de cámara constante (**CCP**).
- Modelos más racionales que utilizan datos de ensayos triaxiales con presión de cámara variable (**VCP**).

Tanto en los ensayos **CCP** como en los **VCP**, a la probeta de material granular se le aplica una trayectoria de tensiones cíclica como la que se observa en la figura 2. En esta figura puede observarse que en el eje de ordenadas se representa el esfuerzo desviador cíclico (**q<sub>r</sub>**) y en el eje de abscisas la presión esférica cíclica (**p<sub>r</sub>**).

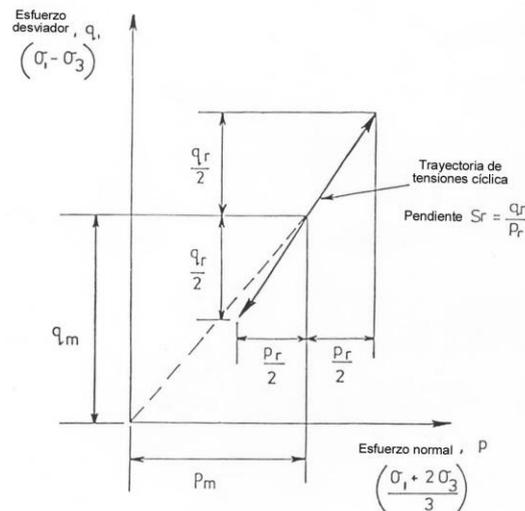


Figura 2. Componentes del esfuerzo en los ensayos triaxiales cíclicos.

Cuando se trabaja con un equipo **CCP** (equipo que únicamente trabaja con una presión de cámara constante), la pendiente de la trayectoria de tensiones (**s<sub>r</sub>**) que resulta de dividir el esfuerzo desviador cíclico (**q<sub>r</sub>**) entre la variación de presión esférica (**p<sub>r</sub>**), tiene que guardar obligatoriamente una relación igual a 3 (Figura 2). Con un equipo **VCP** se pueden aplicar trayectorias de tensiones de pendientes diferentes a 3.

Los ensayos realizados con un equipo **CCP** dan para cada nivel de esfuerzo el denominado Módulo Resiliente ( $M_r$ ) definido mediante la sencilla expresión:

$$M_r = \frac{q_r}{\varepsilon_{1r}} = \frac{\sigma_{1r} - \sigma_{3r}}{\varepsilon_{1r}} \quad (1)$$

donde:

- $q_r$  = Esfuerzo desviador cíclico.
- $\sigma_{1r}$  = Esfuerzo axial principal.
- $\sigma_{3r}$  = Presión de cámara.
- $\varepsilon_{1r}$  = Deformación axial resiliente.

Por otra parte, como es sabido, el Coeficiente de Poisson Resiliente ( $\nu_r$ ) se define mediante la expresión siguiente:

$$\nu_r = \frac{\varepsilon_{3r}}{\varepsilon_{1r}} \quad (2)$$

donde:

- $\varepsilon_{1r}$  = Deformación axial resiliente.
- $\varepsilon_{3r}$  = Deformación horizontal resiliente.

En estas circunstancias, para que se cumpla la ecuación 1, el valor del Módulo Resiliente ( $M_r$ ) solamente coincide con el valor del Módulo de Young ( $E$ ) cuando se asume un valor del Coeficiente de Poisson Resiliente ( $\nu_r$ ) igual a 0.5.

Los ensayos **VCP** ofrecen más posibilidades en el estudio del comportamiento resiliente de los materiales granulares. En estos ensayos, con la condición expresa de que se tome como valor de  $\sigma_3$  el valor medio de los esfuerzos de confinamiento repetidos, los valores del Modulo Resilientes ( $M_r$ ) y el Coeficiente de Poisson ( $\nu_r$ ) se obtienen de las ecuaciones siguientes (Allen y Thomson, 1974; Brown y Hyde, 1975):

$$M_r = \frac{(\sigma_{1r} - \sigma_{3r}) (\sigma_{1r} + 2 \sigma_{3r})}{\varepsilon_{1r} (\sigma_{1r} + \sigma_{3r}) - 2 \sigma_{3r} \cdot \varepsilon_{3r}} \quad (3)$$

$$\nu_r = \frac{\sigma_{1r} \varepsilon_{3r} - \sigma_{3r} \varepsilon_{1r}}{2 \sigma_{3r} \cdot \varepsilon_{3r} - \varepsilon_{1r} (\sigma_{1r} + \sigma_{3r})} \quad (4)$$

Mediante este planteamiento se trata al Módulo Resiliente ( $M_r$ ) de una manera análoga al Módulo de Young ( $E$ ) y se asume que el material es isótropo, lineal y elástico, una hipótesis que es falsa para los materiales granulares. Por otra parte, los ensayos **VCP** dan valores del Coeficiente de Poisson mucho menores que los ensayos **CCP**.

A continuación se pasa revista a los principales modelos constitutivos.

## 2.1. Modelos en función del esfuerzo de confinamiento. Modelo de Monismith y Dunlap

Una gran mayoría de los modelos obtenidos en la literatura científica están basados en procedimientos sencillos de ajuste de curvas obtenidas a partir de los datos de ensayos triaxiales **CCP**. Es decir será necesario el uso de equipos triaxiales que puedan aplicar a la muestra tensiones axiales desviadoras de carácter cíclico. No será necesario que, al mismo tiempo, se someta a la muestra a tensiones radiales con presiones de cámara variables, lo que sería propio de un ensayo triaxial **VCP**.

**Dunlap** (1963) y **Monismith** et al. (1967) indicaron que el Módulo Resiliente aumenta de valor al incrementar la presión de confinamiento y que, con tal de que el esfuerzo desviador no cause una deformación plástica excesiva, no está sensiblemente afectado por la magnitud de este esfuerzo desviador. A menudo, en estos estudios iniciales, no se medían las deformaciones radiales y se utilizaban valores constantes del Coeficiente de Poisson. Por consiguiente, estos investigadores propusieron la expresión siguiente basada solamente en el esfuerzo de confinamiento:

$$M_r = K_1 \cdot \sigma_{3r}^{k_2} \quad (5)$$

donde:

- $\sigma_{3r}$  = Esfuerzos de confinamiento resiliente.
- $k_1$  y  $k_2$  = Constantes de regresión del material obtenidas a partir de ensayos

triaxiales de carga repetida realizados sobre materiales granulares.

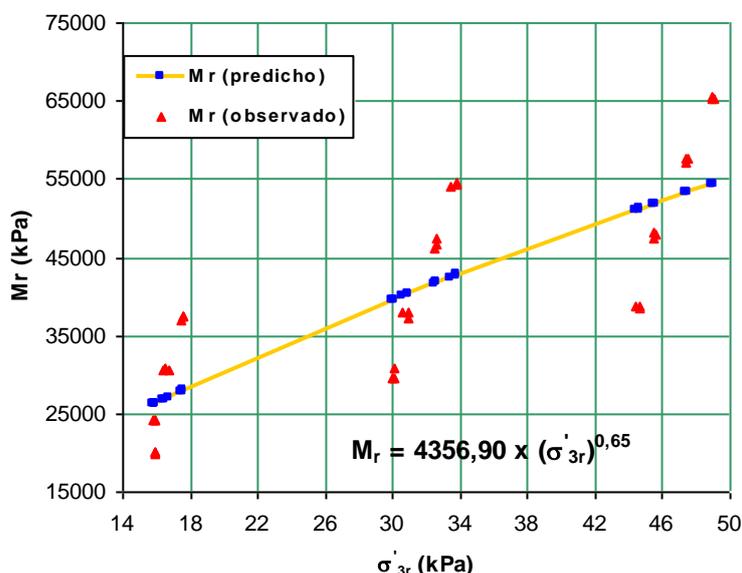


Figura 3. Ajuste del modelo de Monismith-Dunlap.

El ajuste de este modelo suele arrojar coeficientes de correlación bajos. Por ejemplo, en la figura 3 se puede observar el ajuste y calibración de este modelo, realizado en la *Escuela de Caminos de A Coruña*, para una zahorra artificial **ZA25** (Pérez et al, 2002). Se observa una fuerte dispersión entre los valores predichos por el modelo y los valores observados. El coeficiente  $k_1$  es 4356,9 y  $k_2$  es igual a 0,65. El coeficiente de determinación vale 0,65.

## 2.2. Modelos K- $\theta$ . Modelo de Hicks y Uzan

En otro planteamiento bastante extendido expresa la influencia del nivel de esfuerzo sobre el Módulo Resiliente como una función de la suma de los esfuerzos principales. En este sentido, Hicks (1970) sugirió la sencilla relación hiperbólica comúnmente conocida por el modelo **k- $\theta$** . En este modelo se muestra el comportamiento elástico no lineal mediante la ecuación siguiente:

$$M_r = k_1 \cdot \theta^{k_2} \quad (6)$$

donde:

- $\theta$  = Primer invariante de tensiones =  $(\sigma_{1r} + \sigma_{2r} + \sigma_{3r})$ .
- $k_1$  y  $k_2$  = Constantes de regresión del material obtenidos a partir de ensayos triaxiales de carga repetida realizados en materiales granulares.

En este modelo siempre se parte de un esfuerzo desviador igual a cero. Las constantes del material  $k_1$  y  $k_2$  dependen de la densidad y del contenido de humedad del material de ensayo.

Pérez et al (2002) también ajustaron y calibraron este modelo para la misma zahorra artificial **ZA25**, obteniendo un coeficiente de determinación igual a 0,93 y unas constantes  $k_1=931$  y  $k_2=0,76$ . En la Figura 4 se puede observar un mejor ajuste de la predicción de los puntos observados en el ensayo.

El modelo **k- $\theta$**  tiene el inconveniente de no considerar el efecto del esfuerzo desviador sobre las propiedades resilientes y, además, de asumir un Coeficiente de Poisson ( $\nu_r$ ) constante que mediante la ecuación 2 permite calcular la deformación radial. En este sentido, en este tipo de ensayos se han encontrado valores de  $\nu_r$  superiores a 0.5 lo cual sugiere que existe anisotropía. Por otra parte, diversos estudios han demostrado que en los materiales granulares el Coeficiente de Poisson no es constante y cambia con el nivel de los esfuerzos aplicados (Sweere, 1990).

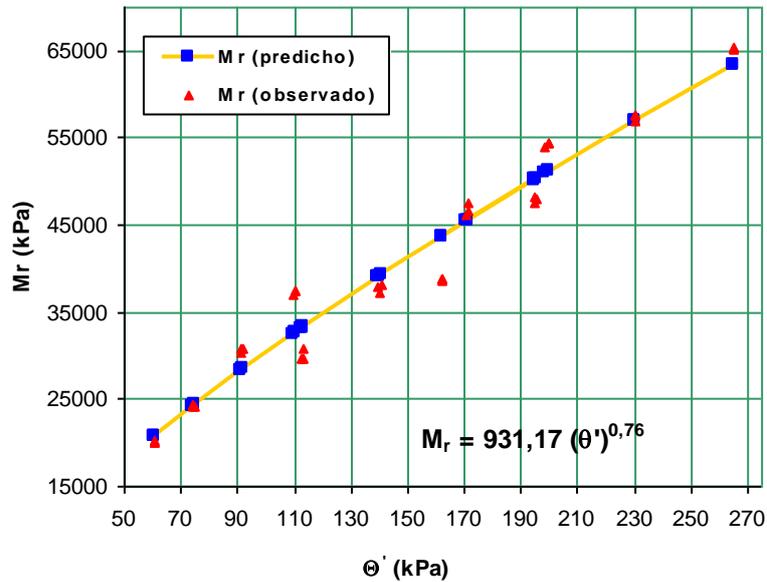


Figura 4. Ajuste del modelo  $k-\theta$ .

Otro inconveniente del modelo  $k-\theta$  radica en que solamente se tiene en cuenta el efecto del esfuerzo sobre el Módulo Resiliente mediante la suma de los esfuerzos principales. Diversos estudios han demostrado que este planteamiento es insuficiente y que se requieren parámetros adicionales del esfuerzo (Uzan, 1985). En este sentido, Uzan especificó que el Módulo Resiliente de una capa granular no es solamente una función del esfuerzo volumétrico ( $\theta$ ), sino también de la magnitud de la deformación cortante inducida principalmente por el esfuerzo cortante o por el esfuerzo desviador (Uzan, 1985). Un planteamiento llevado a cabo, más tarde, por Uzan para el análisis en tres dimensiones (**3-D**) consiste en sustituir el esfuerzo desviador efectivo por la tensión efectiva tangencial octaédrica (Uzan, 1992):

$$M_r = k_1 \cdot p_o \cdot \left( \frac{\theta}{p_o} \right)^{k_2} \cdot \left( \frac{\sigma_{oct}}{p_o} \right)^{k_3} \quad (7)$$

En este caso, empleó un esfuerzo de referencia  $p_o$  de 100 kPa, igual a la presión atmosférica. En el modelo de Uzan se mantiene constante el Coeficiente de Poisson y el esfuerzo desviador inicial de partida sigue siendo igual a cero.

Aplicando el modelo en **3-D** de Uzan a los mismos resultados experimentales de los modelos de las figuras 3 y 4 Pérez et al (2002) obtuvieron un buen ajuste del modelo, con un coeficiente de determinación de 0,98. Los valores de los parámetros fueron  $k_1=438,60$ ;  $k_2=0,52$  y  $k_3=0,19$  (Figura 5).

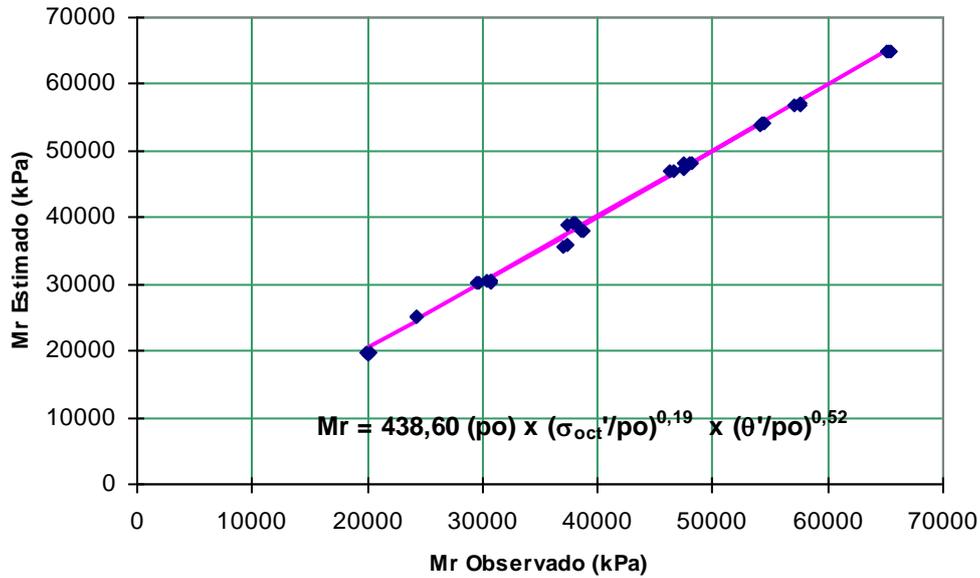


Figura 5. Ajuste del modelo de Uzan en 3D.

Kolisoja (1997) incluyó el efecto de la densidad del material en los modelos  $k-\theta$  y de Uzan. Éste expresó la formulación modificada siguiente:

$$M_r = A \cdot (n_{\max.} - n) \cdot p_0 \cdot \left( \frac{\theta}{p_0} \right)^{0.5} \quad (8)$$

donde:

- $n$  = Porosidad del material.
- $n_{\max.}$  = Porosidad máxima del material.
- $A$  = Parámetro del modelo.

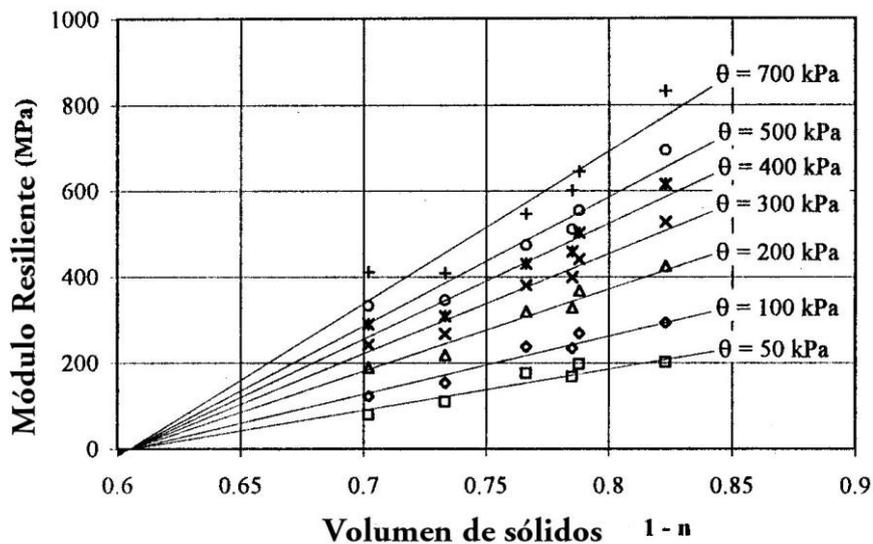


Figura 6. Ajuste del modelo de Kolisoja.

Como se puede observar, en el modelo de la ecuación 8 se tiene en cuenta la densidad mediante la porosidad del árido. Según Kolisoja la aplicación práctica y fiable de este modelo requiere una serie de ensayos triaxiales de cargas repetidas, llevados a cabo a una densidad dada, que cubran un rango de esfuerzos suficientemente amplio. Una vez que se han estimado los sencillos parámetros del

material, las ecuaciones dan valores del Módulo Resiliente relacionados con cualquier combinación de estados de esfuerzos y densidades.

En este sentido, Kolisoja realizó una serie de ensayos triaxiales sobre un material granular machacado y obtuvo, mediante análisis de regresión, los valores de los parámetros de la ecuación anterior:  $A= 13572$  y  $n_{max}= 0,3960$ . En la figura 6 se puede observar un ajuste muy bueno, con coeficientes de determinación cercanos a la unidad, para siete ensayos con valores diferentes del primer invariante de tensiones. Obsérvese, por un lado, la marcada influencia del aumento del primer variante de tensiones en el incremento del módulo resiliente y, por otro, el aumento del módulo resiliente a medida que se incrementa el volumen de sólidos.

### 2.3. Modelos G-K. Modelo de Boyce

Algunos investigadores han considerado conveniente separar el comportamiento de la capa de base granular en la parte volumétrica y en la desviadora. En este sentido, Brown y Hyde (1975) explicaron que para determinar las constantes elásticas no lineales de los materiales granulares, el comportamiento elástico de dichos materiales se describe mejor separando las componentes del esfuerzo. Por lo tanto, mediante este planteamiento la relación esfuerzo-deformación de los materiales granulares se caracteriza mediante la descomposición de los esfuerzos y las deformaciones en su componente desviadora y volumétrica. En definitiva se reemplaza el Módulo Resiliente y el Coeficiente de Poisson por el Módulo Volumétrico ( $K$ ) y por el Módulo Transversal ( $G$ ) respectivamente.

Por otro lado, dada la simetría cilíndrica de los ensayos triaxiales se tiene que  $\sigma_2=\sigma_3r$  y  $\varepsilon_2r=\varepsilon_3r$ . De ahí que se utilicen tensiones de Cambridge:

$$\begin{aligned} \text{Esfuerzo normal medio:} & \quad \mathbf{p} = (\sigma_{1r} + 2\sigma_{3r})/3 \\ \text{Esfuerzo desviador:} & \quad \mathbf{q} = \sigma_{1r} - \sigma_{3r} \end{aligned}$$

y las invariantes deformacionales:

$$\begin{aligned} \text{Deformación volumétrica:} & \quad \varepsilon_{vr} = \varepsilon_{1r} + 2\varepsilon_{3r} \\ \text{Deformación de corte:} & \quad \varepsilon_{sr} = 2(\varepsilon_{1r} - \varepsilon_{3r})/3 \end{aligned}$$

Las deformaciones volumétricas y transversal de corte se pueden expresar en función del esfuerzo normal medio y desviador utilizando ecuaciones similares a la **Ley de Hooke** para materiales elásticos e isótropos:

$$\varepsilon_{vr} = \frac{1}{K} \cdot \mathbf{p} \quad (9)$$

$$\varepsilon_{sr} = \frac{1}{3G} \cdot \mathbf{q} \quad (10)$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \text{Módulo volumétrico.} \\ \mathbf{G} &= \text{Módulo transversal.} \end{aligned}$$

Según Brown y Hyde (1975), las principales ventajas que resultan de utilizar  $G$  y  $K$  son las siguientes:

- No existen hipótesis sobre el comportamiento lineal elástico de los materiales.
- La componente volumétrica y la componente de corte se tratan separadamente.
- En un estado de esfuerzos en tres dimensiones, estos parámetros tienen un significado físico más realista que el Coeficiente de Poisson y el Módulo de Young.

En este caso, las relaciones existentes entre el Módulo de Young y el Coeficiente de Poisson con el modelo  $K-G$  son las siguientes:

$$E = \frac{9 \cdot G}{3 + G/K} \quad (11)$$

$$\nu = \frac{3K - 2G}{6K + 2G} \quad (12)$$

Con el fin de estudiar la relación entre el esfuerzo y la deformación Boyce (1980) desarrolló un modelo teórico elástico no lineal. Boyce planteó que, debido a que los materiales granulares no se comportan de forma lineal, tanto  $\mathbf{K}$  como  $\mathbf{G}$  deberían estar expresados en función del esfuerzo normal medio elevado a una potencia menor que la unidad. De acuerdo a esto, expresó el esfuerzo normal medio mediante las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{p}^{1-n} \quad (13)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{p}^{1-n} \quad (14)$$

donde  $\mathbf{K}_1$ ,  $\mathbf{G}_1$  y  $n$  son constantes del material. La similitud de estas ecuaciones con el modelo  $\mathbf{k}-\theta$  es obvia ya que en este caso en particular se tendría  $\theta=3\mathbf{p}$ .

A partir de consideraciones teóricas, Boyce especificó que tanto la deformación transversal como la volumétrica deben satisfacer el *Teorema de la reciprocidad de Maxwell*, o lo que es lo mismo, de acuerdo al principio de la conservación de la energía, el modelo debe cumplir la condición siguiente:

$$\frac{\delta \varepsilon_{vr}}{\delta q} = \frac{\delta \varepsilon_{sr}}{\delta p} \quad (15)$$

Al ser  $\mathbf{K}$  y  $\mathbf{G}$  solamente funciones de  $\mathbf{p}$  las ecuaciones 13 y 14 no satisfacen el teorema de la reciprocidad y, por lo tanto, Boyce sugirió el planteamiento siguiente:

$$\mathbf{K} = \frac{\mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{p}^{1-n}}{\left(1 - \beta \cdot \frac{q^2}{p^2}\right)} \quad (16)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{p}^{1-n} \quad (17)$$

donde:

$$\beta = (1-n) \cdot \frac{\mathbf{K}_1}{6 \mathbf{G}_1} \quad (18)$$

Como se puede observar, las ecuaciones 16, 17 y 18 satisfacen el teorema de la reciprocidad de Maxwell. Sustituyendo estos valores de las fórmulas 16, 17 y 18 en las ecuaciones generales 13 y 14 se obtienen, en función de la tensión normal media y el esfuerzo desviador, la deformación volumétrica y la deformación transversal. Obsérvese que en este modelo se asume que el material es isótropo lo cual permite expresar el módulo de respuesta en función de los esfuerzos invariantes:

$$\varepsilon_v = \frac{p^n}{\mathbf{K}_1} \cdot \left[ 1 - \beta \cdot \frac{q^2}{p^2} \right] \quad (19)$$

$$\varepsilon_{sr} = \frac{p^n \cdot q}{3 \cdot \mathbf{G}_1 \cdot p} \quad (20)$$

Como se ha dicho anteriormente, este modelo es elástico no lineal. El parámetro  $n$  varía entre 0 y 1; no obstante, en el caso de que éste sea igual a 1 se obtendría el caso elástico lineal ( $\beta=0$ ;  $\varepsilon_v = p/\mathbf{K}_1$  y  $\varepsilon_q = q/3\mathbf{G}_1$ ). El modelo de Boyce asume que:

- El módulo de deformación volumétrico depende principalmente del esfuerzo normal medio  $\mathbf{p}$ , y en menor medida de la relación  $q/p$  (porque  $\beta$  es mucho menor que 1). Al aumentar la relación de esfuerzos  $q/p$  disminuye la deformación volumétrica  $\varepsilon_v$ ; es decir, el material exhibe dilatación. La dilatación se observa frecuentemente en ensayos triaxiales de carga repetida.
- El Módulo de Corte ( $\mathbf{G}$ ) depende solamente del esfuerzo normal medio.

Una desventaja importante del modelo de Boyce es precisamente la hipótesis de elasticidad. Esto es así porque el modelo tiene que tratar con la respuesta no elástica de los materiales granulares

suelos. Cuando un material granular es sometido a cargas repetidas, la rama de carga y descarga de la curva de esfuerzo-deformación no coinciden y, por consiguiente, se disipa la energía. Por consiguiente, al ser ésta, por definición, una respuesta no elástica, un modelo elástico como es el modelo de Boyce da predicciones inexactas.

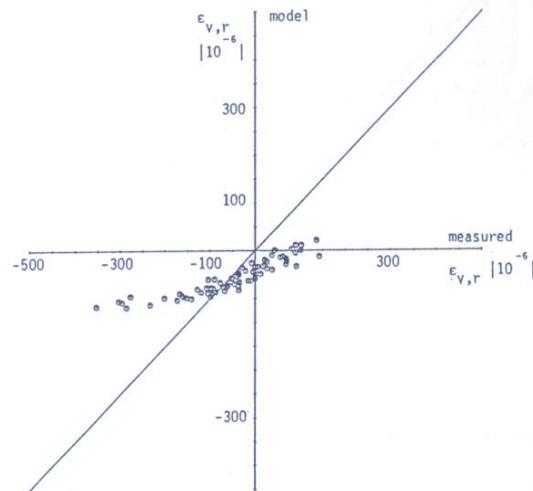


Figura 7. Ajuste de las deformaciones volumétricas usando el modelo elástico G-K de Boyce.

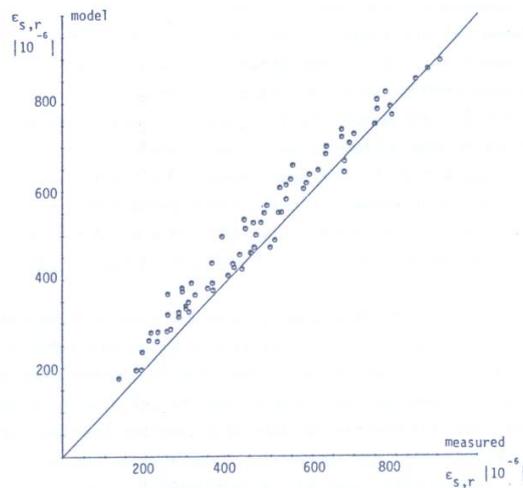


Figura 6. Ajuste de las deformaciones de corte usando el modelo elástico G-K de Boyce.

Por ejemplo, Sweere (1990) realizó ensayos triaxiales sobre un material granular denominado **BGO** (*Crushed Concrete 1, Coarse Grading*) y obtuvo, mediante análisis de regresión, los valores de las tres constantes:  $K_1=306$ ;  $G_1=396$  y  $n= 0,34$ . En la figura 7 se observa la diferencia entre las deformaciones volumétricas predichas por el modelo y las deformaciones medidas durante el ensayo triaxial. La línea a  $45^\circ$  representaría el ajuste perfecto del modelo. Obsérvese que se han modelado y medido tanto deformaciones volumétricas positivas (compresión de la probeta) como deformaciones volumétricas negativas (dilatación de la probeta). La predicción no es buena ya que existe una gran desviación de los valores respecto de la línea de  $45^\circ$ . Además, para ciertas combinaciones de esfuerzos, el modelo predice deformaciones volumétricas negativas donde realmente se midieron deformaciones volumétricas positivas. Por otra parte, en la figura 6 se observa que las predicciones

de las deformaciones de corte son buenas, denotando una ligera tendencia del modelo a predecir mayores deformaciones de las que realmente se producen, esto es, quedarse del lado de la seguridad.

Según Sweere (1990), en el modelo **G-K** no es sorprendente que se obtenga una mejor bondad del ajuste para las deformaciones de corte que para las deformaciones volumétricas, ya que aquéllas son más fáciles de predecir con un módulo de Poisson constante, dada la definición de ambas componentes de las deformaciones en términos de deformaciones principales. Pero según este investigador el modelo no es adecuado para predecir deformaciones volumétricas. Por ello, Sweere estableció que la solución a este problema era suprimir la conexión del *Teorema de la reciprocidad*; en otras palabras el requisito de que el modelo sea elástico. De esta manera la deformación volumétrica y transversal se relacionan independientemente con el esfuerzo, o sea, se mantienen independientes las ecuaciones que relacionan el esfuerzo, por un lado, con la deformación volumétrica y, por otro, con la deformación transversal. Por consiguiente, en lugar de los tres parámetros del material vistos anteriormente en el modelo elástico **G-K** de Boyce, el modelo modificado contiene cinco parámetros independientes:

$$\varepsilon_v = \frac{p^n}{K_1} \cdot \left[ 1 - \beta \cdot \frac{q^2}{p^2} \right] \quad (25)$$

$$\varepsilon_s = \frac{p^m \cdot q}{3 \cdot G_1 \cdot p} \quad (26)$$

Por consiguiente, este nuevo modelo contiene los cinco parámetros independientes: **K<sub>1</sub>**, **G<sub>1</sub>**, **β**, **m** y **n**. Por lo tanto, **β** no es una función directa ni de **K<sub>1</sub>** ni, tampoco, de **G<sub>1</sub>** y **n**. Además, el parámetro **m** de la ecuación de la deformación de corte no es igual al parámetro **n** de la ecuación de la deformación volumétrica. Sweere (1990) realizó análisis de regresión para obtener los valores de estos cinco parámetros en el material **BGO**, ya mencionado anteriormente. En este sentido, con este modelo inelástico publicó predicciones satisfactorias de las deformaciones. Los valores de los cinco parámetros fueron los siguientes: **K<sub>1</sub>**= 57; **G<sub>1</sub>**=404; **β**=0,17; **m**=0,33 y **n**=1,00.

En la figura 6 se observa la diferencia entre las deformaciones volumétricas predichas utilizando el modelo de Boyce inelástico y las que realmente se producen al realizar los ensayos para un material tipo **BGO**. Se ve que al usar el modelo inelástico se obtienen predicciones notables en lo que a deformaciones volumétricas se refiere, mejorando en mucho los resultados del modelo elástico.

Si se comparan las predicciones, en lo que a deformaciones volumétricas respecta, del modelo **G-K** inelástico para un material tipo **BGO** con las predicciones del modelo **G-K** elástico, se ve que ahora las predicciones son mucho mejores. Las estrictas condiciones de la elasticidad estaban fallando.

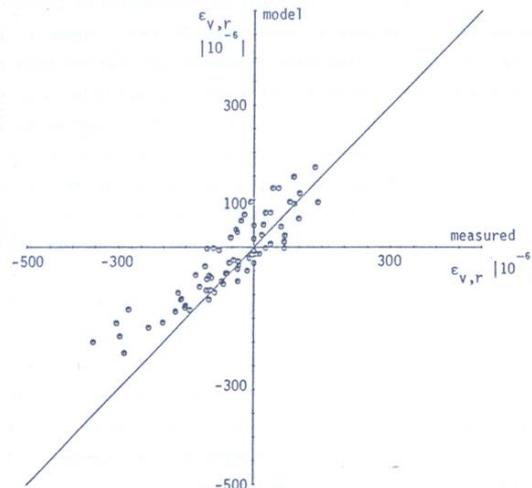


Figura 7. Ajuste de las deformaciones volumétricas usando el modelo G-K inelástico.

### 3. CONCLUSIONES

A la hora de realizar modelos del comportamiento resiliente de las capas de base de materiales granulares existen dos planteamientos diferentes.

En el primer planteamiento, la relación deformación-esfuerzo se caracteriza mediante un Módulo Resiliente dependiente del esfuerzo y un Coeficiente de Poisson constante. Este planteamiento ha sido muy utilizado y durante años se han sugerido diversos modelos matemáticos que emplean diferentes componentes del esfuerzo. La mayoría de estos modelos se confeccionan ajustando curvas empleando el análisis de regresión de los datos obtenidos en ensayos triaxiales de cargas repetidas con presión de cámara constante.

El segundo planteamiento se caracteriza por la descomposición del esfuerzo y la deformación en sus componentes volumétrica y de corte. En vez del Módulo Resiliente y del Coeficiente de Poisson la respuesta elástica del material se define mediante el Módulo volumétrico y el Módulo Transversal. El modelo de este tipo más utilizado es el de Boyce.

Por último, debido a que el modelo de Boyce tiene que tratar con la respuesta no elástica de los materiales granulares, el hecho de ser, precisamente, elástico puede originar predicciones inexactas de la deformación.

### 4.- BIBLIOGRAFÍA

- Allen, J. J., y Thomson, M. R. (1974). “Resiliente response of granular materials subjected to time dependent lateral stresses”. Transportation Research Record 510. Transportation Research Board. Washington, D. C., 1-13.
- Boyce, H. R., (1980). “A non linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading”. Proceedings of the International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading , Swansea, 285-294.
- Brown, S. F., y Hyde, A. F. L. (1975). “Significance of cyclic confining stress in repeated –load triaxial testing of granular materials”. Transportation Research Record 537. Transportation Research Board. Washington, D. C., 49-58.
- Dunlap, W. A. (1963). “ A report on a mathematical model describing the deformation characteristics of granular materials”. Technical Report nº 1, Project 2-8-62-27, Texas Transportation Institute, Texas A&M University, College Station, Texas.
- Hicks, R. G. (1970). “Factors influencing the resilient properties of granular materials”. PhD thesis, University of California. Berkeley. California.
- Kolisoja, P (1997). “Resilient deformation characteristics of granular materials”. PhD thesis, Tampere University of Technology, Publication nº 223, Tampere, Finland.
- Monismith, C. L., Seed, H. B., Mitry, F. G., y Chan, C. K. (1967). “Prediction of pavement deflections from laboratory tests”. Proceedings of the Second International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavement, 109-140.
- Pérez, I., Medina, L., Romana, M. G. (2002). “Calibración de las Ecuaciones Constitutivas del Módulo Resiliente de una Zorra Artificial de Granito”. Carreteras nº 120. Marzo-Abril.
- Sweere, G. T. H. (1990). “Unbound granular basis for roads”. PhD thesis. University of Delft. The Netherlands.
- Uzan, J (1985). “Characterization of granular material”. Transportation Research Record 1022. Transportation Research Board. Washington, D. C., 52-59.
- Uzan, J (1992). “Resilient Characterization of Pavement Materials”. Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, I Vol. 16.