UNIVERSIDADE DA CORUÑA

Facultad de Economía y Empresa

Trabajo de fin de grado

Interacción estratégica y localización en el sector bancario español

Marcos Dequidt Álvarez

Tutor: Jose A. Novo Peteiro

Grado en economía

Año 2016

Trabajo de Fin de Grado presentado en la Facultad de Economía y Empresa de la Universidad de La Coruña para la obtención del Grado en Economía

Resumen

En este trabajo se busca dar una explicación a la evolución que ha seguido el sector bancario español en los últimos años, analizando el comportamiento en cuanto a algunas de las razones que explican las pautas de implantación de sucursales y en cómo la dinámica que ello genera afecta al nivel de concentración en el sector, es decir, las fusiones como consecuencia de las necesidades de ajuste de la dimensión de la red de sucursales, la expansión ante mercados no saturados, etc., teniendo en cuenta un escenario en el que los tipos de interés no son fijos. Para este cometido se ha desarrollado un modelo microeconómico de diferenciación horizontal del producto, en el que se trata sólo el mercado de depósitos, por lo tanto, es un modelo parcial centrado en la captación de depósitos.

En el mercado de depósitos el comportamiento de los consumidores va a depender del tipo de interés ofrecido por el banco para sus depósitos y la accesibilidad al servicio bancario, la cual estará determinada por el tamaño de la red de sucursales y su localización.

Una vez que los bancos conocen cómo se comporta la demanda van a intentar satisfacerla a través de la extensión de la red de sucursales y el tipo de interés que ofrecen, por lo tanto éstas serán sus variables estratégicas.

Palabras clave: banco, sucursal, red bancaria, tipo de interés, beneficio.

Abstract

This work deals with some patterns of the branch expansion in the banking sector. In particular, this work tries to explain some well-known aspects of the competition in that sector, namely, the trend to oversize that characterizes the Spanish banking sector, the relationship between merger decisions and network reductions, and the regional/interregional character of these mergers. For that purpose, I use a two-stage microeconomic model of deposit market in which banks compete for deposits in location and interest rates. Our results point out the importance of the strategic interaction in the location decisions of bank, especially if depositors value the branch accessibility.

Key words: bank, brach, banking network, interest rate, profit.

Índice

Índice de figuras

Introducción

Uno de los objetivos en la competencia bancaria es la captación de depósitos, y para alcanzarlo, los bancos han de conocer cuáles son las motivaciones que llevan a los consumidores a contratar con un banco u otro. En este modelo, a la hora de depositar, los consumidores van a tener en cuenta los tipos de interés que van a fijar los bancos para sus depósitos, el tamaño de la red de sucursales del banco y la localización de esta, ya que va a influir en la accesibilidad, por parte de los consumidores, al servicio bancario.

A partir del análisis del comportamiento del consumidor se establecen las distintas variables estratégicas de las que dispone un banco para atraer a los clientes potenciales: los tipos de interés de los depósitos y el tamaño de la red bancaria de atención al cliente, de tal forma que se pueda fragmentar el mercado para ofrecer un mejor servicio a los clientes.

Con el modelo microeconómico desarrollado, Matutes y Padilla (1994), se va a poder analizar el resultado obtenido con la competencia bancaria, que se refleja en el grado de concentración del sector (número de sucursales de cada banco) y la rentabilidad de los bancos dentro del sector (el beneficio óptimo). Este análisis se hace en un escenario concreto, en el que los tipos de interés no son fijos (ya que ofrece una imagen más fiel de la realidad actual), por lo tanto, los bancos van a poder competir entre ellos a través de la elección de tipos de interés, la extensión de la red de sucursales y su estructura.

En este trabajo hay que tener en cuenta dos supuestos:

- La separabilidad entre las decisiones estratégicas concernientes a los mercados de depósitos y de crédito, ya que se considera que lo que pasa en el mercado de depósitos se establece de forma exógena al modelo, por lo tanto, a partir de esto, los bancos sólo toman decisiones con respecto al mercado de depósitos.
- La ausencia de riesgo de impago para los depositantes, lo cual implica que los depósitos estén garantizados por una entidad externa, ya que de no ser así el

comportamiento de los consumidores dependería más de la aversión al riesgo que de los tipos de interés que ofrezca el banco. Por lo tanto, si varias entidades ofrecen el mismo tipo de interés, el consumidor no se mostraría indiferente a la hora de depositar en uno u otro.

Los resultados de la competencia que se van a analizar van a depender del régimen de competencia considerado, ya que en los diferentes apartados se va a cambiar el escenario en el que se encuentran las entidades bancarias y la estructura de la red de sucursales, y como consecuencias variará el comportamiento de los bancos.

Respecto al escenario, se va a ir variando el número de localizaciones en las que los bancos puedan abrir sucursales, además de producir cambios en algunas de variables exógenas al modelo, como los costes fijos unitarios y la rentabilidad del mercado de préstamos.

Con el fin de estudiar los incentivos en el marco de interacción estratégica, se seguirá la estructura de un juego típico en dos etapas, el cual se resolverá por inducción hacia atrás, de esta forma, partiendo de la última decisión podemos establecer una secuencia de acciones óptimas, es decir, se puede determinar la mejor acción para cada situación posible: en la primera etapa, los bancos escogerán localización, en la segunda, competirán en tipos de interés. Eso implica que se van a plantear diferentes situaciones respecto a la red de sucursales, teniendo situaciones simétricas, en las que los bancos van a tener el mismo número de sucursales, y situaciones asimétricas, en las que un banco va a poseer más sucursales que los otros. De esta forma se puede analizar los incentivos de los bancos a expandirse, contraerse y a fusionarse, así como estudiar cuál de estas decisiones resulta más beneficiosa.

En el apartado 1 se van a describir algunas de las tendencias básicas del sector bancario español en cuanto a sucursales. En el apartado 2 se describe el comportamiento del modelo en el mercado de depósitos. En el apartado 3 se analiza la competencia para un número de sucursales dado (apartado 3.1), para un número n de sucursales (apartado 3.2), para un caso simétrico (apartados 3.1.1 y 3.2.1) y asimétrico (apartados 3.1.2 y 3.2.2), para luego analizar el resultado de esta competencia (apartados 3.1.3 y 3.2.3). En el apartado 4 se plantea que los bancos puedan tener incentivos para reducir el tamaño de su red de sucursales o para fusionarse, es decir, ajustar el tamaño de la red de sucursales (apartado 4.1), qué tipo de fusión es la más beneficiosa (apartado 4.2), así como las posibles represalias de los bancos competidores (apartado 4.3). Por último, en el apartado 5 se reflejan las principales conclusiones.

1. El caso español

Según Delgado et al. (2008), entre 1984 y 2007 el número de sucursales bancarias se ha incrementado en términos absolutos, pero la tasa de variación del número de sucursales no ha sido homogénea, ya que ésta va a depender de la fase del ciclo económico en el que nos encontremos, por lo tanto:

- Los bancos se han expandido coincidiendo con las fases expansivas del ciclo económico (1984-1990; 1994-1998; 2000-2007), momento en el cual el margen de intermediación se incrementa, ya que se conceden más préstamos y se realiza un mayor número de depósitos, porque el incremento en el nivel de renta va a provocar que los clientes sean más solventes y puedan dedicar un mayor porcentaje de renta al ahorro, es decir, antes estas posibilidades de negocio el mercado no está saturado y el sector tiene un elevado ritmo de crecimiento. Por lo tanto los ingresos de los bancos en estos períodos permiten amortizar los gastos fijos que conlleva el mantenimiento de sucursales. Los bancos se expandirán hacia zonas geográficas en las que antes no estaban, o pueden hacerlo en su zona tradicional, pero la expansión será mayor en aquellas zonas más pobladas y donde la actividad económica sea más intensa, ya que la posibilidad de obtener una rentabilidad mayor se incrementan.
- En los ciclos económicos recesivos el número de sucursales tiene tasas de variación negativas, por lo tanto se van a cerrar sucursales. La principal motivación será, como indica Fuentelsaz et al. (2007), abandonar regiones dónde el número de sucursales es muy reducido y no aporta un poder de mercado suficiente como para atraer a la clientela y obtener una rentabilidad que permita amortizar costes (zonas no tradicionales), y evitar el solapamiento de sucursales ante las fusiones que realizan las entidad para poder subsistir y reducir costes (1990-1994; 1998-2000; 2007-…).

En Delgado et al. (2008) se hace referencia a que la dimensión que alcanzó la expansión de sucursales en España (pudiendo llegar a decir que el sector bancario español estaba sobredimensionado) pone de manifiesto el carácter del sector bancario en España, con un componente minorista, es decir, el contacto directo con el cliente es importante, por tanto la valoración que tiene este de la distancia es elevada. Esto explicaría la mayor densidad de la red de sucursales existente en España en relación con los países de su entorno.

Novo (2004) señala que los bancos pueden fusionarse entre sí atendiendo a dos razones: expandirse e/o incrementar su poder de mercado. En España, dado que la valoración de la distancia es elevada, el motivo de la fusión será el incremento del poder de mercado, por lo tanto, lo lógico sería que los grandes bancos nacionales se fusionasen entre ellos, cosa que ocurrió en España a principios de siglo, o absorber bancos regionales para incrementar su dominio en esas zonas, hecho que va a provocar que se produzcan reducciones del número de sucursales sin necesidad de encontrarse en un ciclo recesivo, para eliminar el solapamiento de sucursales, como indica Fuentelsaz et al. (2007). También señala que los bancos a la hora de expandirse lo harán en su zona geográfica tradicional, ya que de esta forma refuerzan su posición dominante, lo que provoca en España la subsistencia de bancos regionales propios de ciertas comunidades autónomas.

2. El modelo

El modelo microeconómico utilizado en este trabajo es el mismo que el utilizado por Matutes y Padilla (1994), con la diferencia de que en vez de considerar los tipos de interés regulado, en el trabajo se supone que hay competencia en tipos de interés.

La metodología a seguir no sólo es utilizada por Matutes y Padilla (1994), ya que aparece en otros trabajos de investigación de corte microeconómico, véase: Freixas y Rochet (2008); Chiappori et al. (1995); Bouckaer y Degryse (1995).

Se parte de un modelo en su versión sencilla, el de la ciudad circular, Salop (1979 apud Tirole, 1990), en el cual consideramos tres localizaciones simétricas: a, b y c, en donde están situadas las sucursales de los diferentes bancos. Entre estas localizaciones se forman tres barrios: ab, ac y bc. Por simplicidad y sin pérdida de generalidad se va a normalizar las dimensiones de la ciudad circular, de forma que los barrios miden 1.

Los consumidores se sitúan uniformemente sobre un círculo de perímetro igual 1, y todo traslado ocurre alrededor del círculo, lo cual simplifica el análisis. Cada consumidor posee una unidad monetaria para depositar en uno de los bancos, que será aquél que le reporte una mayor utilidad, que depende de diferentes variables.

Los consumidores tienen en cuenta a la hora de escoger dónde depositar la localización de las sucursales del banco, ya que esta va a determinar los costes de transporte que ocasionará depositar en un banco concreto, los cuales se componen de: d_i, que se puede entender, aparte de como la distancia física que separa al consumidor de una sucursal, como las preferencias de los consumidores a las diferentes formas de ofrecer el servicio bancario (diferenciación de producto), y la importancia que le den los consumidores a la distancia, que viene determinada por el parámetro t.

El número de sucursales también es una variable relevante a la hora de escoger un banco, ya que va a ser un indicador de la capacidad del banco para satisfacer las necesidades de los diferentes consumidores (el número de sucursales se puede entender como la diferenciación del producto que ofrece el banco, por ejemplo, la calidad de los servicios). Por lo tanto se va a generar un coste $k^i(n^i)=C-(n^i)^2$, que depende inversamente del número de sucursales que tiene el banco, $\frac{\partial k^i(n^i)}{\partial n^i}<0$, ya que cuantas más sucursales, tenga mejor se acomodará a las necesidades de los consumidores. La C es un valor de reserva y, dependiendo de su valor, el banco podrá o no satisfacer las demandas de los clientes potenciales, es decir, si el valor de reserva es muy elevado (se puede deber a que el consumidor no cree en el sistema bancario, tiene aversión al riesgo, etc., lo cual está más allá del ámbito de análisis al que se aplican este tipo de modelos, por eso se trabaja con niveles de C que dan lugar a utilidades positivas, que es necesario para el tipo de análisis que se va a hacer) $k^i(n^i)$ va a ser siempre negativo (independientemente del número de sucursales del banco), por lo que el consumidor puede obtener desutilidad en vez de utilidad al depositar en un banco, ya que la rentabilidad que obtiene por su depósito no compensa el coste que le supone depositar, llevándole a no hacerlo en ningún banco; en el caso contrario, para valores de reserva bajos, el banco puede satisfacer mejor las necesidades de los clientes expandiéndose, lo que generará una mayor utilidad. Se ha escogido una forma cuadrática porque de esta forma el coste marginal se reduce al incrementar el número de sucursales, además de ser para este caso más tratable que una forma lineal.

El tipo de interés también es una variable relevante a la hora de escoger banco. Uno de los supuestos que se establecen en el modelo es que la probabilidad de que un banco quiebre es nula, de esta forma, el consumidor escogerá de entre dos bancos idénticos aquel que ofrezca un mayor tipo de interés.

De esta forma podemos establecer la función de utilidad del consumidor, $U^i= r^i-td_i-k^i(n^i)$, quedando el depositante caracterizado por su barrio de residencia y las distancias que lo separan de las sucursales, que a su vez están situadas en los centros comerciales del extremo de los barrios. Por ejemplo, el depositante (ac, d_c, d_a) se sitúa en el barrio ac, está a una distancia d_a del centro a, y a una distancia $d_c=1-d_a$ del centro c.

Se va a analizar la competencia del sector suponiendo que sólo hay dos bancos, A y B (aunque para algunos casos se introducirá un banco C y D), y una localización inicial de los bancos, lo cual nos va a plantear dos casos, uno simétrico y otro asimétrico. El objetivo de los bancos, como empresas privadas que son, es la maximización de su beneficio a través de la toma de decisiones sobre las variables estratégicas de las que disponen.

Para llevar a cabo este análisis vamos a usar una metodología concreta, consistente en establecer un juego simultáneo en dos etapas, el cual se resolverá por inducción hacia atrás, de esta forma, partiendo de la última decisión podemos establecer una secuencia de acciones óptimas, es decir, se puede determinar la mejor acción para cada situación posible:

En la etapa 1 los bancos van a escoger el número óptimo de sucursales, es decir, localización. Los bancos deciden si expanden o no su red de sucursales, lo que se traduciría en abandonar o permanecer en el mercado, y si se permanece, con qué número de sucursales.

En la etapa 2 se escoge el tipo de interés óptimo, es decir, el tipo de interés que van a pagar por los depósitos, el cual va a maximizar el beneficio.

Esta optimización se va a realizar sobre la función de beneficio del banco $\pi^i = (R\text{-}r^i)\sigma^i\text{-}Fn^i$, donde:

- R es la rentabilidad que obtiene el banco por los préstamos, que suponemos constate, ya que no vamos a tratar este mercado.
- r^i es el tipo de interés que establece el banco i para sus depósitos.
- σ^i es la cuota de mercado del banco i, y se determina a través del consumidor indiferente, que es aquel al que le produce la misma utilidad depositar en un banco u en otro, es decir, $U^A=U^B$.
- F son los costes fijos y unitarios por tener una sucursal abierta.
- n^i el número de sucursales que posé el banco i.

En los apartados 3 y 4 sólo se van a desarrollar algunos de los posibles juegos, pero las posibilidades son muy amplias.

3. La competencia

En este apartado, a fin de centrar el estudio de las pautas de expansión que siguen los bancos, limitaremos el análisis mediante dos supuestos. En primer lugar, el comportamiento de los consumidores sólo va a depender de los tipos de interés y de la estructura de la red de sucursales de los bancos, en segundo lugar, el número y la localización de las sucursales bancarias está establecida de antemano, lo que dará lugar a un caso asimétrico y otro simétrico, para analizar la competencia cuando un banco está en desventaja. El segundo supuesto implica que la única variable de decisión de los bancos es el tipo de interés de sus depósitos. Estos supuestos serán modificados a lo largo del trabajo a fin de entender su verdadero alcance e implicaciones.

El análisis realizado en el apartado 3.1 y 3.2 es una extensión realizada a partir de Matutes y Padilla (1994).

En este apartado se pretende analizar si las conclusiones alcanzadas en el apartado 3.1 y 3.2 son similares a las del artículo, o por el contrario, varía totalmente el comportamiento de los bancos. Este modelo microeconómico, aparte de poderse aplicar para estudiar las cuestión sobre el crecimiento de red, también es aplicable para tratar otras posibilidades diferentes de ajuste en el tamaño de red, como el redimensionamiento a través de procesos de consolidación de entidades, cuestión que se trata en el apartado 4.

En el artículo citado las empresas tienen incentivos a expandirse, porque obtienen una ventaja competitiva, debido a que sólo pueden competir en número de sucursales y los consumidores van a decidir en base a la red de sucursales, es decir, la diferenciación les reporta más utilidad que la distancia que los separa de la sucursal. Esta ventaja competitiva es mayor si la sucursal se sitúa en el centro dónde ya hay una del banco rival, ya que se reduce el poder de mercado en ese segmento del banco rival.

Otra forma de entender el incentivo que hay para expandirse es pensar que si no se puede competir en tipos de interés, si un banco A se localiza dónde está el banco B y tiene una sucursal más, la única forma que tiene el banco B de no ser expulsado del mercado y no quedarse sin demanda es expandiéndose, de forma que ambos bancos mantienen su demanda pero se incrementan sus costes, generándose una dináimca de dilema del prisionero.

Ahora bien, cabe preguntarse si los bancos, en una situación de tipos de interés regulados, se expandirán siempre al máximo, o cabe la posibilidad de que haya centros donde no abran sucursales, e incluso, se vean obligados a abandonar el sector. Pues el resultado del artículo revela que la expansión bancaria está supeditada a los costes fijos a los que se enfrente el banco, lo cuál es el mismo resultado al que se llega en el apartado 3.1 y 3.2, donde se considera que existe competencia en el tipo de interés de los depósitos.

El que haya un mayor o menor incentivo a la expansión con tipos de interés regulados o sin regular, va a depender de los beneficios que obtengan las empresas a través de esta estrategia y de los costes fijos a los que tienen que hacer frente. Estas variables van a depender del tipo de interés, por lo que existen dos posibilidades:

- Que el tipo de interés $\bar{r}$ se fije para niveles superiores a los de competencia: va a suponer un margen menor para los bancos, por lo tanto pueden afrontar un nivel de costes fijos menor, ya que los beneficios potenciales son menores, entonces, en este caso los incentivos a la expansión son mayores cuando se compite en tipos de interés. Si la finalidad de la política monetaria es la de reducir la competencia, en este caso se conseguiría.
- Que el tipo de interés $\bar{r}$ se fije para niveles inferiores a los de competencia: va a suponer un margen mayor para los bancos, por lo tanto pueden afrontar un mayor nivel de costes fijos, ya que los beneficios potenciales más elevados, entonces, en este caso los incentivos a la expansión son menores cuando se compite en tipos de interés. Si la finalidad de la política monetaria es la de reducir la competencia, en este caso no se conseguiría.

3.1 Caso simplificado

En este apartado supondremos un número de localizaciones posibles igual a tres. En apartados posteriores relajaremos este supuesto al desarrollar un caso genérico con un número indeterminado de puntos o localizaciones.

3.1.1 Caso simétrico

Que el caso sea simétrico implica que los bancos A y B van a tener el mismo número de sucursales, las cuales no tienen por qué estar en los mismos centros comerciales. Esta situación se refleja en la figura 1.

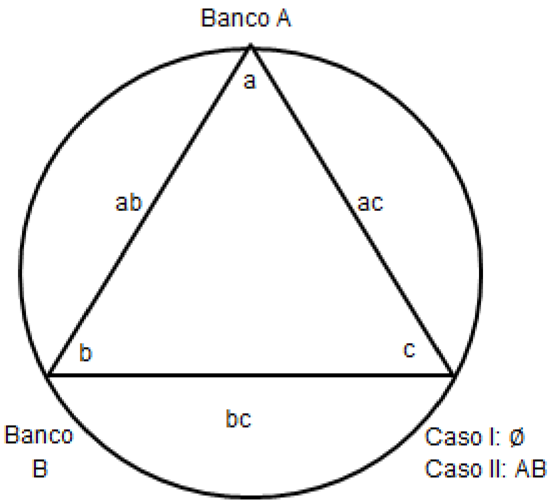

Figura 1

Como paso previo al juego hay que calcular la cuota de mercado global de cada banco, que viene dada por el consumidor indiferente, que es aquél al que le da igual depositar en un banco u otro, por lo tanto $U^A=U^B$. Estas utilidades van a variar en función del caso en el que nos encontremos, y en este apartado se desarrollan dos:

- Caso I: el banco A sólo tiene una sucursal en el centro a, y el banco B sólo tiene una sucursal en el centro c.
- Caso II: el banco A tiene sucursales en los centros a y c, y el banco B tiene sucursales en los centros b y c.

Las cuotas totales son las siguientes:

$$\sigma^A = \frac{1}{2} - \frac{1}{6t}\left[r^B - r^A + k^A(n^A) - k^B(n^B)\right]$$

$$\sigma^B = \frac{1}{2} + \frac{1}{6t}\left[r^B - r^A + k^A(n^A) - k^B(n^B)\right]$$

Como los bancos son simétricos se establece que $K^A(n^A)=K^B(n^B) \rightarrow K^A(n^A)-K^B(n^B)=0$, es decir, el grado de diferenciación es el mismo, por lo que la competencia bancaria se va a llevar a cabo en tipos de interés:

$$\sigma^A = \frac{1}{2} - \frac{1}{6t}(r^B - r^A)$$

$$\sigma^B = \frac{1}{2} + \frac{1}{6t}(r^B - r^A)$$

Como acabamos de ver, la cuota va a depender de la dimensión y localización de la red de sucursales, por lo tanto los beneficios también. Considerando que $\pi\,(n^i, n^j)$, denota los beneficios de una entidad con n^i sucursales cuando su rival posee n^j sucursales, tenemos que:

$$\text{Caso I: } \pi_2^A(1,1) = (R - r^A)\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{6t}(r^B - r^A)\right] - F$$

$$\text{Caso II: } \pi_2^A(2,2) = (R - r^A)\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{6t}(r^B - r^A)\right] - 2F$$

Las cuotas totales en ambos casos van a ser las mismas, ya que el cambio que se produce en el caso II no va a provocar que alguno de los dos bancos obtenga una ventaja competitiva, por lo que las utilidades siguen siendo iguales, es decir, la cuota que pierde el banco A en el barrio ac, porque el banco B se establece en el centro comercial c, se compensa con la que gana el banco A del barrio bc por establecerse en el centro comercial c.

Las empresas van a maximizar sus funciones de beneficio (son entidades privadas, cuyo objetivo final es el de maximizar el beneficio), de esta manera se obtienen las funciones de reacción de las empresas, ya que estamos ante un modelo en el que se contempla la existencia de interdependencia estratégica, es decir, las decisiones del banco A van a depender de las del banco B, y viceversa, por lo tanto, el tipo de interés óptimo que se establece para los depósitos, formará un equilibrio de Nash, en el que los bancos no tengan ningún incentivo para variar su decisión:

$r^A = -\frac{3t}{2} + \frac{1}{2}(r^B + R)$, teniendo en cuenta que las empresas son simétricas, es decir, $r^{A*} = r^{B*}$, obtenemos que $r_2^{A*} = r_2^{B*} = -3t + R$. El tipo de interés óptimo va a ser independiente de que los bancos tengan una o dos sucursales, ya que siguen siendo simétricas y sus cuotas de marcado no varían. Sustituyendo el tipo de interés óptimo en la función de beneficios obtenemos:

$$\pi^A(1,1) = \pi^B(1,1) = \frac{3t}{2} - F$$

$$\pi^A(2,2) = \pi^B(2,2) = \frac{3t}{2} - 2F$$

Comparando los resultados del Caso I y del Caso II, se puede apreciar que los ingresos de los bancos van a coincidir, porque ni el tipo de interés óptimo ni la cuota de mercado varían. Ahora bien, teniendo los mismos ingresos se produce un cambio significativo entre un caso y otro, que consiste en que en el caso II el número de sucursales es mayor, lo que duplica los costes fijos, por lo que el beneficio va a ser mayor cuanto menor sea el número de sucursales. Si bien lo óptimo consiste en abrir una sola sucursal, este no tiene por qué ser un equilibrio, como comprobaremos más adelante, ya que en un modelo con interdependencia estratégica puede haber incentivos a la expansión, siendo el óptimo alcanzable a través de la cooperación entre bancos.

La metodología utilizada en este apartado es la que se va a emplear en el resto del trabajo.

Los desarrollos matemáticos de este apartado se pueden ver en el apéndice 1.

3.1.2 Caso asimétrico

En este apartado se va a estudiar una situación en la que los bancos ya no tienen el mismo número de sucursales. En este caso, el banco que posea un mayor número de sucursales va a tener una ventaja competitiva, o no, dependiendo de las preferencias individuales y cómo valore cada uno la distancia que los separa del banco (pudiendo entenderse como distancia espacial o como la preferencia del consumidor por la diferenciación de producto), porque están desarrollando una estrategia de diferenciación.

Si los consumidores están dispuestos a que se les pague menos por disfrutar de esta mayor diferenciación de los servicios bancarios, significa que valoran la distancia, por lo tanto el banco con una mayor diferenciación les va a proporcionar una mayor utilidad. Este hecho provoca que se reduzca la competencia en tipos de interés, y se incremente la competencia en número de sucursales.

Cuando los bancos tienen un número distinto de sucursales, se pueden localizar de tres formas diferentes, que se reflejan en tres casos, representados en la figura 2:

- Caso I: el banco A tiene sucursales en todos los centros, mientras que el banco B sólo tiene en b.
- Caso II: el banco A tiene sucursales en todos los centros y el banco B tiene en el centro c además de en b.
- Caso III: el banco A tiene sucursales en el centro a y b, y el banco B sólo tiene en el centro c.

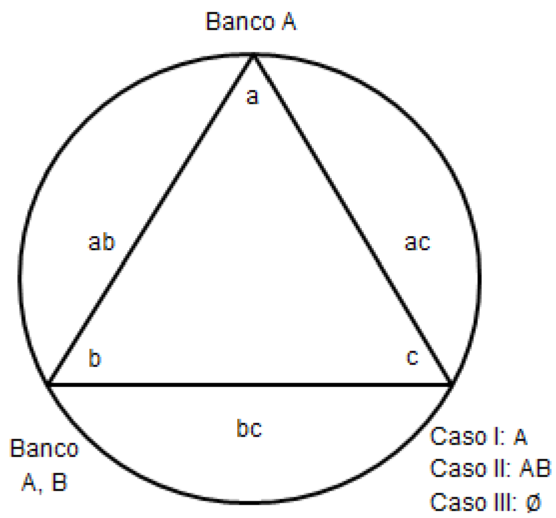

Figura 2

De entre estas tres opciones, los bancos van a escoger localizarse de tal manera que el banco A tiene sucursales en el centro a y b, y el banco B sólo tiene en el centro c (véase apéndice 2). Por lo tanto los bancos van a establecer los siguientes tipos de interés:

$$r_2^{A*} = -\frac{23t}{3}-1+R$$

$$r_2^{B*} = -\frac{13t}{3}+1+R$$

Entonces las empresas obtienen los siguientes beneficios:

$$\pi_2^A(2,1)=\frac{1}{12t}(\frac{23t}{3}+1)^2-2F$$

$$\pi_2^B(1,2)=\frac{1}{12t}(\frac{13t}{3}-1)^2-F$$

El desarrollo matemático de este apartado aparece en el apéndice 2.

3.1.3 Resultado del juego

Una vez que tenemos los resultados del juego simétrico y asimétrico podemos analizarlos, lo que permitirá establecer de qué forma se van a comportar los bancos a la hora de establecer sucursales, ya que harán lo más beneficioso para ellos teniendo en cuenta las decisiones del otro.

A partir de los beneficios obtenidos en los apartados 3.1.1 y 3.1.2 podemos establecer la matriz de pagos del juego:

		Banco A	
		Expandirse	No expandirse
Banco B	Expandirse	$\pi^A(2,2)=\frac{3t}{2}-2F$ $\pi^B(2,2)=\frac{3t}{2}-2F$	$\pi^A(1,2)=\frac{1}{12t}(\frac{13t}{3}-1)^2-F$ $\pi^B(2,1)=\frac{1}{12t}(\frac{23t}{3}+1)^2-2F$
	No expandirse	$\pi^A(2,1)=\frac{1}{12t}(\frac{23t}{3}+1)^2-2F$ $\pi^B(1,2)=\frac{1}{12t}(\frac{13t}{3}-1)^2-F$	$\pi^A(1,1)=\frac{3t}{2}-F$ $\pi^B(1,1)=\frac{3t}{2}-F$

Cuando el banco A se expande, el banco B se expandirá si $\pi^B(2,2)>\pi^B(1,2)\rightarrow\frac{3t}{2}-2F-\frac{1}{12t}(\frac{13t}{3}-1)^2+F>0$, lo cual se cumple para valores de $F<-\frac{7t}{54}-\frac{1}{12t}+\frac{13}{18}$

Cuando el banco A no se expande, el banco B se expandirá si $\pi(2,1)>\pi(1,1)\rightarrow\frac{1}{12t}(\frac{23t}{3}+1)^2-2F-\frac{3t}{2}+F>0$, lo cual se cumple para valores de $F<\frac{367t}{108}+\frac{1}{12t}+\frac{13}{18}$

Para que la expansión sea una estrategia dominante, los costes fijos F, donde F es el coste fijo de mantener abierta una sucursal, han de cumplir las dos condiciones anteriores. Que la estrategia sea dominante significa que al banco B siempre le resulta más beneficioso expandirse, con independencia de lo que haga el banco A.

Teniendo en cuenta que $-\frac{7t}{54}-\frac{1}{12t}+\frac{13}{18}<\frac{367t}{108}+\frac{1}{12t}+\frac{13}{18}$ podemos deducir como se comportarán los bancos según el tamaño de los costes fijos F:

- Si $F<-\frac{7t}{54}-\frac{1}{12t}+\frac{13}{18}$

Partiendo de una situación inicial en la que cada uno de los bancos posee una sucursal, y los costes fijos son lo suficientemente pequeños, debido a que hay una oferta elevada de inmuebles, el mercado no está saturado, por lo que se puede atraer la demanda con facilidad, de forma que el margen permita rentabilizar la inversión en infraestructura, etc. El banco A puede decidir expandir su red de sucursales o dejarla como está. Con independencia de su decisión el banco B se va a expandir, ya que los costes fijos son relativamente pequeños en comparación a la rentabilidad que genera el mercado, lo cual posibilita que el banco pueda amortizar estos costes.

Por este motivo se puede concluir que si $F<-\frac{7t}{54}-\frac{1}{12t}+\frac{13}{18}$, va a existir una estrategia dominante que consiste en expandirse, por lo tanto el equilibrio en este juego consistiría en que los bancos abriesen dos sucursales, aunque el óptimo en el sentido de Pareto (ningún banco puede mejorar su situación sin que se perjudique al otro) consistiría en que sólo abriesen una, ya que de esta forma obtendrían los mismos ingresos pero a un menor coste, porque tendrían la misma demanda, establecerían los mismos tipos de interés y tendrían menores costes fijos, es decir, para este caso se genera un dilema del prisionero, lo que significa que, a pesar de que sería más beneficioso no expandir la red de sucursales, la interacción estratégica entre los bancos los conduce a abrir más sucursales a fin de evitar las consecuencias negativas que tendría no hacerlo en caso de que el rival sí lo haga, es decir, pérdida de cuota y reducción de beneficios, hasta el punto de volverse nulos o negativo. Cabe destacar que estamos ante un juego simétrico, por lo tanto, los bancos tienen los mismos incentivos para expandirse, lo que significa que hay un alto ritmo de expansión en el sector, produciéndose una elevada competitividad en el número de sucursales, mientras que la competencia en tipos de interés es mínima.

- Si $-\frac{7t}{54}-\frac{1}{12t}+\frac{13}{18}<F<\frac{367t}{108}+\frac{1}{12t}+\frac{13}{18}$

En este caso no habría una estrategia dominante. En un primer momento ambos tienen incentivos para expandirse porque $\pi(2,1)>\pi(1,1)$, pero una vez que uno se expande al otro le interesa mantenerse como está porque $\pi(2,2)<\pi(1,2)$, es decir, la rentabilidad que obtendría en segundo banco no sería suficiente para amortizar el coste de mantener una segunda sucursal. Esto va a implicar que aquél que escoja primero va a tener una ventaja competitiva, ya que la captación de nuevos clientes va a permitir cubrir los costes de mantener una nueva sucursal, mientras que con la demanda inicial los beneficios se reducirían. Esta situación se puede deber a que hay una infraestructura limitada y no todos los bancos tienen acceso a ella, no hay un elevado número de potenciales clientes porque la mayoría son cautivos, etc. En estas circunstancias el sector tendría un ritmo de crecimiento intermedio, y se establecería un modelo de líder-seguidor, en el que para el seguidor éste es un sector con potencial limitado, ya que no puede acceder a tanto mercado como el que abarca el líder. Para estudiar este caso se tendría que plantear un juego secuencial, y en este trabajo se supone que es simultáneo, es decir, los bancos toman las decisiones a la vez, y no uno después del otro.

- Si $F>\frac{367t}{108}+\frac{1}{12t}+\frac{13}{18}$

En este caso los costes de apertura de sucursales son tan elevados que no hay incentivo alguno a expandirse porque el mayor beneficio que se puede obtener es $\pi(1,1)$, ya que la rentabilidad que genera el mercado es pequeña en comparación con los costes fijos unitarios. Lo mejor que pueden hacer las empresas es mantener el mínimo número de sucursales posible, siendo la estrategia dominante no expandirse, y competir en tipos de interés. Esta situación se puede enmarcar en una situación en la cual la apertura de sucursales está muy limitada debido al alto coste de los inmuebles y el reducido número de éstos, coste que no se puede rentabilizar debido al gran mercado cautivo existente derivado de los costes de cambio y la percepción que se tiene sobre la entidad bancaria, y a perturbaciones ocurridas en el mercado de préstamos que hagan reducir el ingreso de los bancos, reduciendo el margen de forma que no puedan mantener tantas sucursales.

Como conclusión al resultado, se puede decir que para una cuantía relativamente pequeña de costes fijos en comparación con la rentabilidad del mercado, las estrategias de los bancos estarán enfocadas a la diferenciación de producto, pero a medida que el aumento de los costes y/o la reducción de los ingresos impida la apertura de nuevas sucursales, la estrategia de los bancos se enfocará en subir los tipos de interés ofrecidos para sus depósitos, ya que ésta es la única forma de atraer a clientes potenciales, es decir, a medida que se reduce el margen de intermediación se pasa de una estrategia basada en la diferenciación en una dinámica de dilema de prisionero a una competencia intensa en tipos de interés.

3.2 Generalización.

En el apartado 3.1 se estableció un número finito de sucursales para los bancos, ya que estos sólo podían abrir sucursales en tres centros. En este apartado se van a relajar este supuesto y se van a analizar los resultados derivados de la competencia en un marco en el que no hay restricción al número de sucursales. Al igual que en el apartado 3.1, se analizará un caso simétrico y otro asimétrico.

3.2.1 Caso simétrico

En este caso, la ciudad circular va a estar dividida en n^A segmentos y centros donde establecer sucursales, siendo $n^A=n^B$ (es la condición que establece que un caso sea simétrico), pero a diferencia del apartado 3.1, se va a suponer que las sucursales estarán situadas en los mismos puntos, además hay que recordar que van a ofrecer el mismo tipo de interés para sus depósitos porque son empresas simétricas. Los bancos van a establecer el siguiente tipo de interés óptimo para sus depósitos, $r_2^{A*}=r_2^{B*}=-t+R$, el cual establece un beneficio:

$$\pi^A(n^A,n^A)=\pi^B(n^A,n^A)=\frac{t}{2n^A}-Fn^A$$

En el caso de que el número de sucursales fuese $n^A-1=n^B-1$, el beneficio sería $\pi^A=\pi^B=\frac{t}{2n^A}-F(n^A-1)$. Hay que tener en cuenta que los bancos siguen teniendo el mismo número de sucursales, por lo que van a mantener la cuota de mercado, lo que implica que el tipo de interés óptimo seguirá siendo el mismo. Los bancos siguen teniendo los mismos ingresos pero menores costes, ya que tienen una sucursal menos que mantener.

Los cálculos de este apartado se desarrollan en el apéndice 3.

3.2.2 Caso asimétrico.

Partiendo del caso anterior, se establece que $n^A-1=n^B$, lo cuál va a generar n^A-2 barrios simétricos y 2 barrios asimétricos.

Cuando los bancos son asimétricos van a establecer los siguientes tipos de interés óptimos:

$$r_2^{A*}=-\frac{4tn^A}{3}+\frac{1}{3}(k^A\left(n^A\right)-k^B(n^B))+R$$

$$r_2^{B*}=-t-\frac{2tn^A}{3}-\frac{1}{3}(k^A\left(n^A\right)-k^B(n^B))+R$$

Entonces las empresas obtienen los siguientes beneficios:

$$\pi_2^A(n^A,n^A-1)=\frac{1}{18n^At}(4n^At-(k^A\left(n^A\right)-k^B(n^B)))^2-Fn^A=\frac{1}{18n^At}(4n^At-1+2n^A)^2-Fn^A$$

$$\pi_2^B(n^A-1,n^A)=\frac{1}{2n^At}\left(t+\frac{2n^At}{3}+\frac{1}{3}(k^A\left(n^A\right)-k^B(n^B))\right)^2-Fn^B=\frac{1}{2n^At}\left(t+\frac{2n^At}{3}+\frac{1}{3}-\frac{2n^A}{3}\right)^2-Fn^B$$

El desarrollo matemático de este apartado aparece en el apéndice 4.

3.2.3 Resultado

Una vez que tenemos los resultados del juego simétrico y asimétrico podemos establecer de qué forma se van a comportar los bancos a la hora de establecer sucursales, ya que harán lo más beneficioso para ellos teniendo en cuenta las decisiones del otro.

A partir de los beneficios obtenidos en los apartados 3.2.1 y 3.2.2 podemos establecer la matriz de pagos del juego:

		Banco A: Expandirse	Banco A: Ø
Banco B	Expandirse	$\pi^A(n^A,n^A)=\frac{t}{2n^A}-Fn^A$ $\pi^B(n^A,n^A)=\frac{t}{2n^A}-Fn^A$	$\pi^A(n^A-1,\ n^A)=\frac{1}{18n^At}(2n^At+t+1-2n^A)^2-F(n^A-1)$ $\pi^B(n^A,n^A-1)=\frac{1}{18n^At}(4n^At-t-1+2n^A)^2-Fn^A$
	Ø	$\pi^A(n^A,n^A-1)=\frac{1}{18n^At}(4n^At-t-1+2n^A)^2-Fn^A$ $\pi^B(n^A-1,\ n^A)=\frac{1}{18n^At}(2n^At+t+1-2n^A)^2-F(n^A-1)$	$\pi^A(n^A-1,n^A-1)=\frac{t}{2n^A}-F(n^A-1)$ $\pi^B(n^A-1,n^A-1)=\frac{t}{2n^A}-F(n^A-1)$

Cuando el banco A se expande, el banco B se expandirá si $\pi^B(n^A,n^A)>\pi^B(n^A-1,\ n^A)\rightarrow\frac{t}{2n^A}-Fn^A-\frac{1}{18n^At}(2n^At+t+1-2n^A)^2+F(n^A-1)>0$, lo cual se cumple para valores de $F<\frac{t}{2n^A}-\frac{1}{18n^At}(2n^At+t+1-2n^A)^2$

Cuando el banco A no se expande, el banco B se expandirá si $\pi^B(n^A,n^A-1)>\pi^B(n^A-1,n^A-1)\rightarrow\frac{1}{18n^At}(4n^At-t-1+2n^A)^2-Fn^A\frac{t}{2n^A}+F(n^A-1)>0$ lo cual se cumple para valores de $F<\frac{1}{18n^At}(4n^At-t-1+2n^A)^2-\frac{t}{2n^A}$

Para que la expansión sea una estrategia dominante, los costes fijos F, donde F es el coste fijo de mantener abierta una sucursal, han de cumplir las dos condiciones anteriores (véase apéndice 5).

Teniendo en cuenta que $\frac{1}{18n^At}(4n^At-t-1+2n^A)^2-\frac{t}{2n^A}<\frac{t}{2n^A}-\frac{1}{18n^At}(2n^At+t+1-2n^A)^2$ podemos deducir cómo se comportarán los bancos según el tamaño de los costes fijos F:

- Si $F<\frac{1}{18n^At}(4n^At-t-1+2n^A)^2-\frac{t}{2n^A}$

Se obtienen las mismas conclusiones que en el apartado 3.1 para valores de $F<-\frac{7t}{54}-\frac{1}{12t}+\frac{13}{18}$. La estrategia dominante consiste en expandirse, ya que la rentabilidad del mercado permite amortizar los costes fijos, por lo tanto, se lleva a cabo una estrategia de diferenciación en una dinámica de dilema de prisionero.

- Si $\frac{1}{18n^At}(4n^At-t-1+2n^A)^2-\frac{t}{2n^A}<F<\frac{t}{2n^A}-\frac{1}{18n^At}(2n^At+t+1-2n^A)^2$

Se obtienen las mismas conclusiones que en el apartado 3.1 para el intervalo de valores de F: $-\frac{7t}{54}-\frac{1}{12t}+\frac{13}{18}<F<\frac{367t}{108}+\frac{1}{12t}+\frac{13}{18}$. No hay una estrategia dominante. Se establecería un modelo de líder-seguidor, en el que el líder obtiene una ventaja competitiva que le permite atraer a nuevos clientes, pero para el seguidor éste es un sector con potencial limitado, ya que no puede acceder a tanto mercado como el que abarca el líder, por lo que la rentabilidad que obtiene no es suficiente para mantener dos sucursales abiertas.

- Si $F>\frac{t}{2n^A}-\frac{1}{18n^At}(2n^At+t+1-2n^A)^2$

Se obtienen las mismas conclusiones que en el apartado 3.1 para valores de $F>\frac{367t}{108}+\frac{1}{12t}+\frac{13}{18}$. La estrategia dominante consiste en no expandirse, ya que el margen de intermediación es insuficiente como para amortizar los costes fijos que supone tener dos sucursales.

Las conclusiones al resultado son las mismas que las del apartado 2.1, es decir, a medida que se reduce el margen de intermediación se pasa de una estrategia basada en la diferenciación en una dinámica de dilema de prisionero, a una competencia intensa en tipos de interés.

4. Extensiones

4.1 Ajuste en el tamaño de la red de sucursales

En el apartado 3 se llegó a la conclusión de que si los costes eran relativamente pequeños en comparación a los ingresos, la estrategia dominante de los bancos consistía en expandirse. Hasta ahora se ha tenido en cuenta una serie de supuestos que han simplificado el modelo: los costes fijos unitarios y la rentabilidad obtenida de los préstamos, son variables exógenas al modelo y se mantienen constantes.

En este apartado se va a estudiar lo que pasaría si partiendo de una situación en la que los bancos se han expandido al máximo (ya que los costes fijos son lo suficientemente bajos en relación al potencial de mercado, o que la rentabilidad de los depósitos es tan elevada que el margen que obtienen permite rentabilizar la inversión en infraestructura), se produce un incremento de los costes fijos unitarios o se reduce el margen de intermediación.

En la figura 3 se representa la situación inicial, en la que los bancos se han expandido al máximo de sus posibilidades:

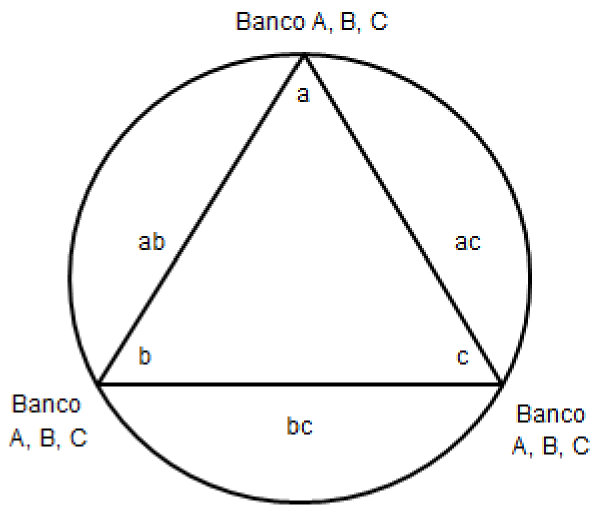

Figura 3

En este caso las empresas son simétricas, y van a establecer un tipo de interés óptimo para sus depósitos $r^{i*}=-t+R$, siendo i=A, B, C, que reporta unos beneficios $\pi^i(3, 3, 3)=\frac{t}{3}-3F$. Para que esta situación sea sostenible se tienen que cumplir dos condiciones: $F<\frac{t}{9}$ y que $R>-t+R$ (véase el apéndice 6).

Si por alguna razón exógena al modelo, R se reduce lo suficiente, el banco pasaría a tener un beneficio nulo o negativo, ya que lo que paga por los depósitos es igual o mayor de lo que le pagan por los préstamos, por lo que no tendría margen, o sería insuficiente, para cubrir los costes fijos. Para evitar esto, el banco que tiene pérdidas debe tomar decisiones respecto a la variable estratégica n^i (en este caso tendrá que cerrar sucursales para reducir costes) y sobre r^i, subiéndolo para atraer a clientes potenciales, o reduciéndolo para incrementar el margen. La estrategia a seguir por el banco va a depender de las preferencias de los consumidores respecto a la rentabilidad de su dinero y a la diferenciación de producto que lleven a cabo los bancos.

Se empezará tratando la decisión sobre sucursales, ya que esta permitirá establecer un tipo de interés u otro (inducción hacia atrás).

La reducción del número de sucursales puede realizarse de dos formas:

- Que la reducción la lleve a cabo una empresa de forma individual (apartado 4.1.1).
- Fusionarse con otro banco, para luego cerrar sucursales (apartado 4.1.2).

4.1.1 Reducción individual del número de sucursales.

A continuación se va a comprobar en qué medida es factible competir con una sucursal menos, situación que se representa en la figura 4:

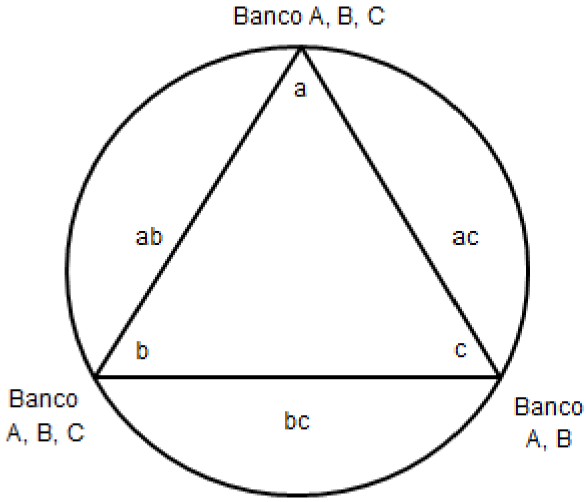

Figura 4

El banco C es aquel que competirá con una sucursal menos que los bancos A y B, los cuales son simétricos, obteniendo unos beneficios $\pi^{C}(n^{A}-1, n^{A}, n^{A})$ y $\pi^{A}=\pi^{B}=(n^{A}, n^{A}, n^{A}-1)$.

En este caso los bancos establecerán los siguientes tipos de interés óptimos para sus depósitos:

$r_2^{c*}=-\frac{7t}{3}+R+\frac{5}{3}$, y teniendo en cuenta que los bancos A y B establecerán el mismo tipo de interés, $r_2^{A*}=r_2^{B*}=-\frac{11t}{3}+R-\frac{5}{3}$, los cuales van a reportar unos beneficios $\pi^{C}(2, 3, 3)=\frac{1}{54t}(7t-5)^2-2F$ y $\pi^{A}(3, 3, 2)=\pi^{B}(3, 3, 2)=\frac{1}{108t}(11t+5)^2-2F$.

Estos resultados son válidos cuando $t<\frac{5}{4}$, es decir, cuando valoran poco la distancia (o la diferenciación de producto).

El desarrollo matemático de este apartado se realiza en el apéndice 6.

Anteriormente se ha mencionado que para que un banco decida cerrar una sucursal, el beneficio que obtiene ha de ser nulo o negativo, es decir, que $\pi^{C}(3, 3, 3)=\frac{t}{3}-3F\leq 0$, situación que se da cuando los costes fijos unitarios $F<\frac{t}{9}$. Si la entidad decide cerrar una sucursal los costes fijos unitarios no varían, los que varían son los costes fijos totales, ya que de mantener tres sucursales pasa a mantener dos. Por lo tanto hay que preguntarse si para un $F<\frac{t}{9}$, el banco C obtiene al cerrar la sucursal beneficios negativos o positivos, ya que esto determinará la viabilidad de esta estrategia.

En el apéndice 6 se comprueba que para valores de $t<\frac{5}{4}$ y $F<\frac{t}{9}$ el banco C obtiene un beneficio $\pi^C(2, 3, 3)<0$, es decir, cuando los beneficios de competir con tres sucursales son nulos o negativos, los beneficios que se obtienen reduciendo el número de sucursales de forma individual seguirán siendo nulos, por lo tanto, esta estrategia no será realizada por los bancos, porque no asegura su permanencia en el sector, teniendo que abandonarlo.

A la conclusión a la que se llega en este apartado, es que el banco C, ante una situación de reducción del margen (debido a causas exógenas: reducción de la rentabilidad de los depósitos e/o incremento de los costes fijos) hasta el punto de volverse nulo o negativo, la única estrategia que puede realizar, si pretenden seguir en el sector es la fusión con otra entidad, formando un nuevo banco D. Esta situación se representa en la figura 5 y se desarrolla a continuación.

4.1.2 Fusión.

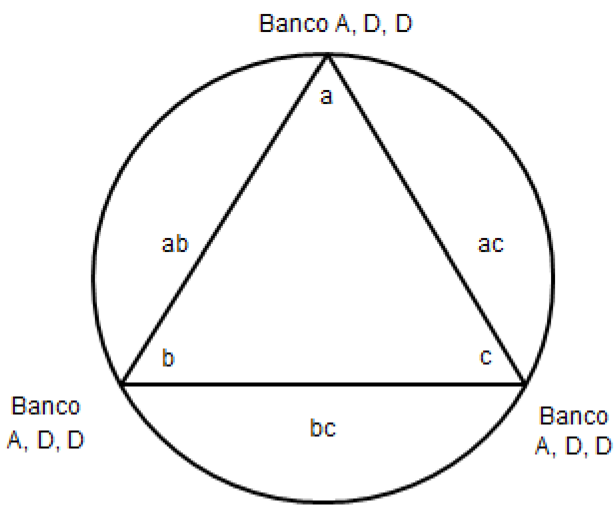

Figura 5

El nuevo banco D puede tomar la decisión de cerrar tantas sucursales como sea conveniente, de forma que se puedan ajustar los costes fijos al volumen de ingresos y no tener pérdidas. Si el banco D decide cerrar la mitad de sus sucursales, éste tendría una función de beneficios $\pi^D=\left(R\text{-}r^D\right)\frac{1}{2}\text{-}3F$. La fusión va a permitir que el banco D tenga unos gastos equivalentes a los que tenía el banco C, ya que ambos tienen tres sucursales, pero la diferencia está en que el banco D va a tener unos ingresos mayores, ya que sólo habrá dos bancos compitiendo, por lo que la cuota de mercado será mayor.

Que los ingresos sean mayores va a otorgar al banco D la capacidad de soportar unos costes fijos mayores de los que podía soportar el banco C, sin necesidad de entrar en pérdidas; cuando tiene 3 sucursales si $F \geq \left(R-r^{D}\right)\frac{1}{6}$, el banco D tiene pérdidas, pero este coste es mayor que el que podía soportar el banco C, $F<\left(R-r^{C}\right)\frac{1}{9}$.

Según los costes fijos que soporta el banco C se puede concluir que:

- Si $F<\left(R-r^{C}\right)\frac{1}{9}$ el banco C tiene un beneficio positivo, por lo que puede seguir con tres sucursales abiertas.
- Si $\left(R-r^{C}\right)\frac{1}{9} \geq F$, el banco C tiene que fusionarse con otro banco y, el nuevo banco, ajustará el tamaño de la red de sucursales, en fusión de los ingresos, para que pueda seguir en el mercado, pasando de un beneficio negativo a uno positivo. El número de sucursales a cerrar va a depender de la cuantía de los costes fijos, es decir, puede ser competitivo sin necesidad de cerrar la mitad de las sucursales gracias al incremento en la demanda, si los costes están comprendidos entre $[\left(R-r^{C}\right)\frac{1}{9},\left(R-r^{C}\right)\frac{1}{6})$.

4.2 Fusiones regionales e interregionales.

Con el modelo de análisis utilizado en el apartado 4.1, una vez que se ha comprobado que a los bancos, ante situaciones de crisis, la única solución que les queda es fusionarse con otros bancos para reducir costes fijos, se puede dar respuesta a otra cuestión de interés y plantearse la pregunta de qué le compensa más a los bancos, si fusionarse con los bancos de su región o con los de otras regiones, es decir, ¿se llevarán a cabo fusiones regionales o interregionales?

En este apartado se va a modificar el escenario de estudio que se ha utilizado en el apartado 4.1 porque a la hora de estudiar las posibilidades de fusión, éstas estarían muy limitadas y condicionadas. Entonces, en vez de considerar tres localizaciones y tres entidades bancarias, se pasa a considerar cuatro localizaciones y cuatro entidades bancarias, lo cual es necesario para poder desarrollar este apartado.

En la figura 6 se muestra la situación de la que parten los bancos antes de fusionarse.

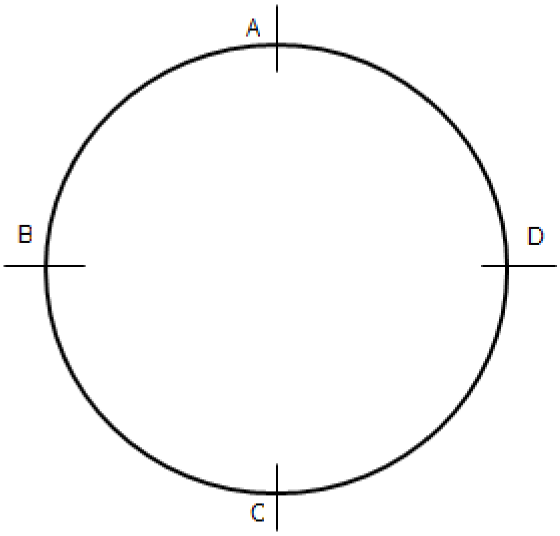

Figura 6

Los bancos son simétricos, ya que todas tienen una sucursal, por lo tanto se comportarán de la misma forma, lo que quiere decir que van a tomar las mismas decisiones, estableciendo de esta forma una tipo de interés óptimo para los depósitos de $r^{i*}=-t+\frac{R}{2}$, el cual reporta unos beneficios $\pi^i=\frac{R}{2}+t-F$, siendo i=A, B, C. D (véase el apéndice 7)

Los bancos sólo se fusionarán si este beneficio es menor del que obtendría tras fusionarse.

Un banco puede fusionarse con bancos situados en la misma región, o por el contrario, con bancos que estén situados en regiones diferentes, como se muestra en la figura 7 y 8 respectivamente:

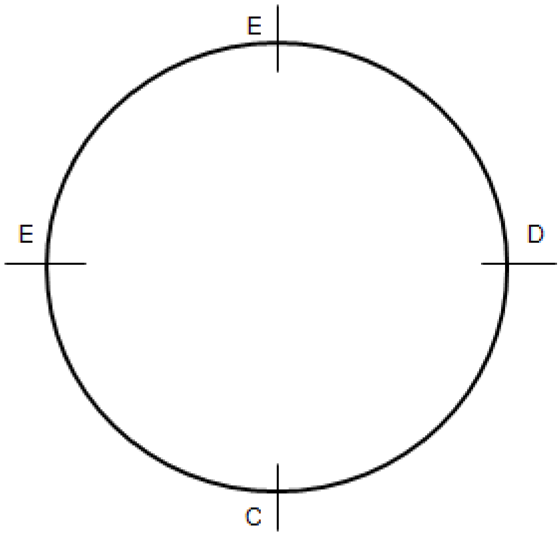

Figura 7

En el caso de la fusión regional (véase el apéndice 8), el banco A se fusiona con el banco B para para formar el banco E, el cual va a establecer un tipo de interés óptimo $r^{E*}=-\frac{8t}{5}+R-\frac{6}{5}$, que reportará unos beneficios $\pi^{E}=\frac{1}{100t}(8t+3)^2-2F$.

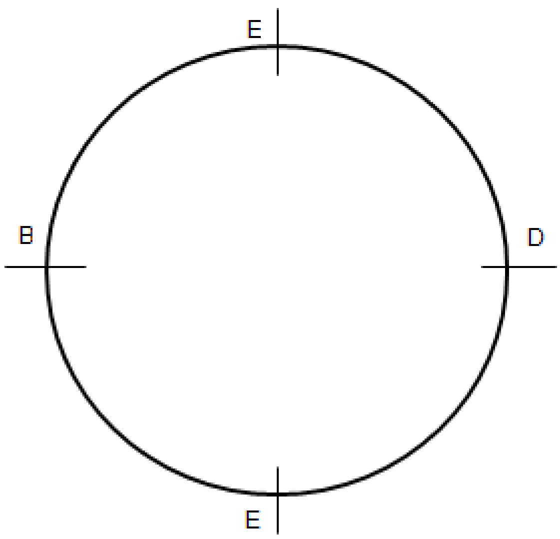

Figura 8

En el caso de la fusión interregional (véase el apéndice 9), el banco A se fusiona con el banco C para para formar el banco E, el cuál va a establecer un tipo de interés óptimo r^{E^*}=-t+R-1, que reportará unos beneficios $\pi^E=\frac{1}{2t}(t+1)^2-2F$.

Destacar que el tipo de interés que establece la empresa E cuando la fusión es regional es menor que cuando la fusión es interregional, ya que cuando la fusión es regional el nuevo banco tiene una mayor poder de mercado, es decir, puede reducir el tipo de interés óptimo sin que varíe tanto su cuota porque su demanda es más inelástica respecto a los tipos de interés de los depósitos.

Como resultados (véase el apéndice 10) se establece que:

- A los bancos les interesa fusionarse siempre que el coste fijo unitario sea lo suficientemente pequeño, en relación a los ingresos. De esta forma se puede compensar el incremento de los costes fijos, con un incremento relativamente mayor de los ingresos, ya que la cuota del nuevo banco E va a ser mayor de la que tenían los bancos A y B (o A y C) de forma individual, por lo tanto, se obtiene un beneficio mayor estando fusionados que siendo entidades diferentes.
- El banco realizará una fusión regional o interregional según lo que le resulte más beneficioso, lo cuál va a depender de la valoración que tengan los consumidores de la distancia que los separa de la entidad, entendida como distancia geográfica o como preferencias por la diferenciación de producto. Para este modelo si $t>1{,}153$, los beneficios obtenidos de la fusión regional son mayores que los de la interregional, por lo que se llevará a cabo este tipo de fusión. El razonamiento es el siguiente:
    a. Cuando la distancia se valora mucho, el banco que esté situada en una región va a tener un poder de mercado elevado, ya que los consumidores irán a este por cercanía, de hecho, los consumidores aceptan recibir una rentabilidad menor por su dinero mientras que no tengan que desplazarse más lejos (o porque la diferenciación de producto les genera mucha utilidad). Este razonamiento provoca la fusión regional, así el nuevo banco tendrá el monopolio en una región, con los beneficios que esto reporta, un margen mayor debido al menor tipo de interés de depósitos y una mayor demanda cautiva, ya que los bancos de otras regiones tendrían que compensar la distancia con el tipo de interés a unos niveles que no pueden alcanzar porque se quedarían sin margen.

b. Cuando la distancia se valora poco el poder de mercado se reduce, como consecuencia, la competencia en tipos de interés va a ser más intensa, por lo que al banco, en vez de monopolizar una región le interesa más situarse en otras regiones, llevando a cabo estrategias de diferenciación, para así tener acceso a un mayor número de clientes potenciales.

Anteriormente se ha mencionado que en el modelo que se desarrolla en este trabajo se contempla la interdependencia estratégica, es decir, que si un banco se fusiona con otro va a generar una reacción o represalia por parte de los otros que están compitiendo dentro del mismo sector. La cuestión que se va plantear a continuación es qué represalia le va beneficiar más a un banco: fusionarse con el otro, formando el banco F, lo que dará lugar a otra fusión regional o interregional; fusionarse con el banco E recién creado; permanecer como está (estas situaciones son las planteadas en las figuras 9, 10 y 11 respectivamente).

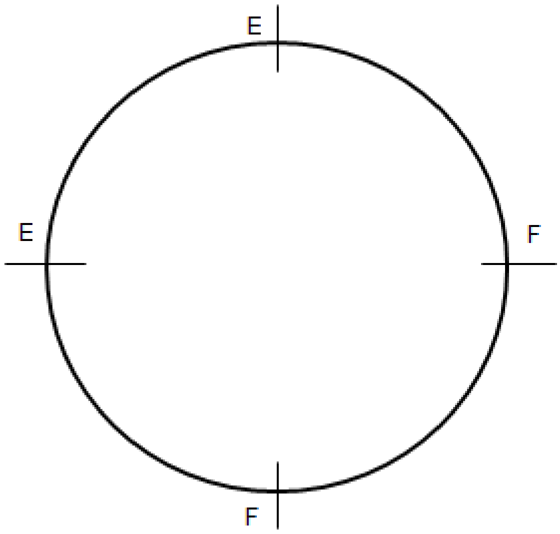

Figura 9

Cuando los bancos A y B realizan una fusión regional entre ellos, formando el banco E, el banco D puede fusionarse con C para formar el banco F, de esta forma pasan a competir los bancos E y F, que son simétricos.

En este caso, el tipo de interés óptimo que establecen los bancos es $r^{E*}=r^{F*}=-2t+R$, el cual genera un beneficio $\pi^E=\pi^F=t-2F$. Para nuestro ámbito de estudio lo que nos interesa conocer es el beneficio individual que obtendría el banco D, ya que de esta forma se podrá analizar cuál es la estrategia que le beneficia más, $\pi^D = \frac{\pi^F}{2} = \frac{t}{2}$-F.

Los cálculos se desarrollan en el apéndice 11.

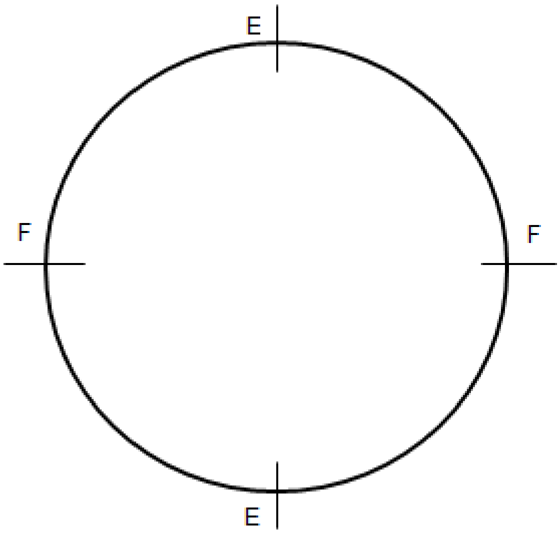

Figura 10

Cuando los bancos A y C realizan una fusión interregional entre ellos, formando el banco E, el banco D puede fusionarse con B para formar el banco F, de esta forma pasan a competir los bancos E y F, que son simétricos.

En este caso, el tipo de interés óptimo que establecen los bancos es $r^{E*}=r^{F*}=-t+R$, el cual genera un beneficio $\pi^E=\pi^F=\frac{t}{2}-2F$. El banco D obtendría individualmente $\pi^D=\frac{t}{4}-F$

Los cálculos se desarrollan en el apéndice 11.

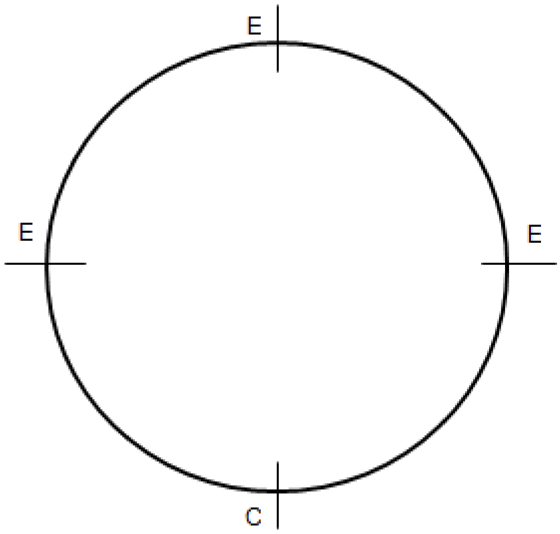

Figura 11

Por otra parte, el banco D puede decidir fusionarse con el banco E, y este va a establecer un tipo de interés óptimo $r^{E*}=-\frac{7t}{3}+R-\frac{8}{3}$, el cual genera un beneficio $\pi^{E}=\frac{1}{36t}(7t+8)^{2}-3F$. El banco D obtendría individualmente $\pi^{D}=\frac{1}{108t}(7t+8)^{2}-F$.

Los cálculos se desarrollan en el apéndice 12.

Hasta ahora se han visto las diferentes represalias que puede realizar el banco D ante la fusión de otros dos bancos. A continuación se va a ver que comportamiento le beneficia más (véase el apéndice 13).

Lo más beneficioso para el banco D va a depender de que A realice una fusión regional o interregional y de cómo valoren los consumidores la distancia (o por sus preferencias por la diferenciación de producto). De esta forma tenemos dos posibilidades:

- Si el banco A ha realizado una fusión regional con el banco B, al banco D se comportará de una manera u otra en función de los valores de t:
    a. Si t<0.22 se valora poco la distancia, por lo tanto lo más beneficioso es no fusionarse con nadie, ya que en este caso al banco no va a poder incrementar su poder de mercado ni realizará estrategias de diferenciación, ya que los consumidores van a depositar en el banco que les ofrezca un mayor tipo de interés, por lo tanto la competencia será más intensa en tipos de interés. Esto se corrobora porque para estos niveles de t, el tipo de interés cuando el banco compite

individualmente es mayor que cuando está fusionado, es decir, $r^{D*}=-\frac{6t}{5}+R+\frac{3}{5}>r^{F*}=-2t+R$

b. Si 0.22<t<22,95 al banco D le interesa fusionarse con el banco C, ya que con el incremento de la valoración de la distancia, se puede incrementar el poder de mercado que obtiene el banco D gracias a la fusión. Este poder de mercado se traduce en un mayor número de clientes que depositarán en la entidad debido a su cercanía, y menores tipos de interés (ya que los clientes están dispuestos a recibir un menor tipo de interés por sus depósitos, a cambio de una mayor accesibilidad a la entidad bancaria, es decir, su demanda con respecto a los tipos de interés es más inelástica), lo cual permite amortizar los costes fijos, y obtener unos beneficios mayores de los que obtenía individualmente.

c. Si t>22.95 la distancia se valora tanto que el poder de mercado que se alcanzaría al fusionarse con E sería lo suficientemente elevado como para aumentar el margen lo suficiente como para mantener tres sucursales y seguir obteniendo mayores beneficios que con la situación de fusión con C.

- Si el banco A ha realizado una fusión interregional con el banco C, al banco D se comportará de una manera u otra en función de los valores de t:

  Si $t<\frac{1}{2}$ las conclusiones son las mismas que las del apartado a. anterior, es decir, el banco D no se fusionará y la competencia es más intensa en tipos de interés.

  Si $t>\frac{1}{2}$ al banco D siempre va a compensarle fusionarse con el banco E, ya que la ganancia de poder de mercado, y lo que ello conlleva, le va a permitir obtener mayores beneficios que compitiendo individualmente o fusionándose con el banco B.

Se puede concluir que las estrategias realizadas por el banco D van a depender de la valoración que los consumidores tengan de la distancia que los separa de las entidades bancarias, y por ello, a su vez, va a depender de los procesos competitivos que se desarrollan dentro del sector:

- Si la competencia es intensa en tipos de interés de depósito, al banco D no le interesa fusionarse porque al no poder incrementar su poder de mercado de esta forma obtiene unas beneficios mayores.

- A medida que se incrementa la valoración por parte de los clientes de la distancia (o la diferenciación de producto), y con ello el poder de mercado que pueden obtener los bancos si se fusionan, el banco D irá teniendo mayores incentivos a fusionarse con otro banco.

5. Conclusiones

En los apartados 3 y 4 se han obtenido las pautas de comportamiento que teóricamente van a seguir los bancos a la hora de expandirse y de reestructurar su red de sucursales. Para completar este análisis, se van a contrastar estos resultados con la tendencia de comportamiento del sector bancario español, y poder valorar la capacidad descriptiva del modelo.

En el apartado 3 se llegó a la conclusión de que los bancos se van a expandir cuando el margen de intermediación que obtienen es lo suficientemente grande como para poder amortizar los costes fijos que suponen la apertura de sucursales, por lo tanto, los bancos juegan a un juego de dilema del prisionero con una estrategia dominante de expansión de sucursales. Esto se dará en situaciones en las que las posibilidades de negocio son elevadas, con mercados no saturados y sectores en expansión, es decir, cuando la fase del ciclo económico es expansiva. En cambio si el margen es relativamente pequeño en comparación con los costes fijos, situación que suele darse en la fase recesiva del ciclo económico, los bancos no se expandirán. Se verifica lo que apunta Delgado et al. (2008).

En el apartado 4.1 se llega a la conclusión de que cuando un banco tiene pérdidas suficientes como para no poder rentabilizar la red de sucursales (la cual se ha expandido lo máximo posible), porque se está en la fase recesiva del ciclo económico, entre otros motivos posibles, la única estrategia de la que dispone para mantenerse en el mercado es la fusión con otro banco, para luego cerrar sucursales. Este resultado vuelve a verificar que en fases económicas recesivas los bancos no expanden su red de sucursales, sino que la reducen. Esto mismo es lo que pasó en España durante la crisis económica del 2007, por lo que este resultado es acorde con Fuentelsaz et al. (2007)

En el apartado 4.2 se comprueba que los bancos se fusionarán con otros bancos para expandirse en función del poder de mercado que puedan obtener, de forma que si los clientes valoran mucho la distancia (elevada preferencia por la diferenciación de producto) los bancos tenderán a expandirse en su región tradicional y se realizarán fusiones regionales para abarcar una mayor zona y monopolizarla, como apunta Novo (2004). Como el sector bancario español tiene cierto carácter minorista porque los clientes valoran mucho la distancia, los bancos van a seguir este comportamiento expansivo, lo que provoca la existencia de bancos que sólo actúen en una Comunidad Autónoma, o que los bancos nacionales se fusionen, en ambos casos, para incrementar su poder de mercado.

Por lo tanto, como conclusión final al trabajo, se verifica que la capacidad descriptiva del modelo microeconómico utilizado es suficiente para realizar una explicación parcial del comportamiento del sector bancario español, en cuanto a cuáles son las pautas que rigen la implantación y reducción en el número de sucursales.

Apéndices

Apéndice 1

En este apéndice se van a desarrollar los cálculos matemáticos pertenecientes al apartado 3.1.1.

Para hallar la cuota de mercado se va tratar cada barrio de manera individual:

- El barrio ab se va a comportar de forma similar tanto en el Caso I como en el Caso II, ya que en los centros a y b no se produce ningún cambio.

r^A-td_a-$K^A(n^A)$=r^B-$t(1-d_a)$-$K^B(n^B)$, despejando d_a obtenemos la cuota del banco A, $\delta_{ab}^A=\frac{1}{2}-\frac{1}{2t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$

Para el banco B la cuota sería, $\delta_{ab}^B=1-\delta_{ab}^A=\frac{1}{2}+\frac{1}{2t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$

- Barrio ac:

Caso I:

$\delta_{ac}^A=1$, ya que en ese barrio sólo pueden depositar en el banco A

$\delta_{ac}^B=0$, ya que en ese barrio el banco B no está accesible.

Caso II:

En este caso el banco A se encuentra en dos centros comerciales, por lo que la función de utilidad cambia, $U^A = r^A$-tmin $(d_a, 1-d_a)$-$K^A(n^A)$. Para hallar la cuota de mercado en esta circunstancia hay que diferenciar a los consumidores que están más cerca de a de los que están más cerca de c, ya que la forma de escoger dónde depositar va a cambiar, porque si se diera el caso que $K^A(n^A)\neq K^B(n^B)$, aunque estén los dos bancos accesible, el consumidor ya no sería indiferente entre escoger uno u otro.

Para los consumidores que se sitúan cerca de a:

r^A-td_a-$K^A(n^A)$=r^B-$t(1-d_a)$-$K^B(n^B)$, despejando d_a y teniendo en cuenta que se está hallando la mitad de un barrio, $\delta_{ac}^{A'}=\frac{1}{4}-\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$

Para el banco B la cuota sería, $\delta_{ac}^{B'}=1-\delta_{ac}^A=\frac{1}{4}+\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$

Para los que se sitúan más cerca de b:

r^A-t(1-d_a)-$K^A(n^A)$=r^B-t(1-d_a)-$K^B(n^B)$, de lo cual obtendríamos la identidad r^A - $K^A(n^A)$=r^B - $K^B(n^B)$, y como estamos ante un caso simétrico $n^A=n^B \rightarrow k^A(n^A)=k^B(n^B) \rightarrow r^A=r^B \rightarrow U^A=U^B \rightarrow$ se reparten la cuota por igual, $\delta_{ac}^{A''}=\delta_{ac}^{B''}=\frac{1}{4}$

Total barrio ac:

$$\delta_{ac}^{A}=\frac{1}{2}-\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$$

$$\delta_{ac}^{B}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$$

- Barrio bc:

Se comporta de manera similar al barrio ac.

Caso I:

δ_{bc}^{A}=0, ya que en ese barrio el banco A no está accesible.

δ_{bc}^{B}=1, ya que en ese barrio sólo pueden depositar en ese.

Caso II:

$$\delta_{bc}^{A}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$$

$$\delta_{bc}^{B}=\frac{1}{2}-\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$$

- Cuota total:

La cuota total es la suma de la cuota de los tres barrios normalizada a la unidad, es decir, $\sigma^i=\frac{1}{3}(\delta_{ab}^{i}+\delta_{ac}^{i}+\delta_{bc}^{i})$.

$\sigma^A= \frac{1}{2}-\frac{1}{6t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$, teniendo en cuenta que $k^A(n^A)-k^B(n^B)=0$, $\sigma^A= \frac{1}{2}-\frac{1}{6t}(r^B-r^A)$.

De la misma forma establecemos que $\sigma^B= \frac{1}{2}+\frac{1}{6t}(r^B-r^A)$

Una vez que ya tenemos la cuota podemos empezar a jugar, para lo cual hay que tener en cuenta este es un caso de empresas simétricas, por lo tanto se van a comportar de la misma manera, entonces, con hacer los cálculos para una empresa es suficiente, ya que se obtendrán los mismos resultados haciéndolos para la otra. Hay que recordar que la localización y el número de sucursales está determinado de forma exógena al modelo, por lo que los bancos sólo van a escoger el tipo de interés óptimo, es decir, solo van a jugar la etapa 2 del juego.

Caso I:

Fase 2, elección del tipo de interés óptimo:

El banco tiene una función de beneficios $\pi_2^A=(R-r^A)[\frac{1}{2}-\frac{1}{6t}(r^B-r^A)]-Fn^A$, y va a establecer el r^A que maximiza sus beneficios, $\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow -\frac{1}{2}-\frac{r^A}{3t}+\frac{1}{6t}(r^B+R)$, despejando r^A, $r^A=-\frac{3t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R)$. Este aun no es el tipo de interés óptimo, sino que es la función de reacción del banco A.

Teniendo en cuenta que $r^{A*} = r^{B*}$, obtenemos que $r_2^{A*}=r_2^{B*}=-3t+R$

Sustituyendo el tipo de interés óptimo en la función de beneficios obtenemos que

$$\pi^A=\pi^B=\frac{3t}{2}-F$$

Caso II:

La metodología del juego sería la misma que se ha utilizado en el Caso I, es decir, una vez que conocemos el tipo de interés óptimo obtenemos la función de beneficio.

$r_2^{A*}=r_2^{B*}=3t+R$, con lo que establecemos que $\pi^A=\pi^B=\frac{3t}{2}-2F$.

Apéndice 2

En este apéndice se van a realizar los desarrollos matemáticos del apartado 3.1.2.

Ahora los bancos ya no tienen el mismo número de sucursales. Esto implica que para los barrios en los que clasificamos a los consumidores en dos grupos no se puede establecer de forma definitiva la identidad $r^A - K^A(n^A)=r^B - K^B(n^B)$, porque $k^A\neq k^B$, entonces r^A y r^B pueden o no coincidir. En este caso, el banco que posea un mayor número de sucursales va a tener una ventaja competitiva, debido a que los consumidores están dispuestos a que se les pague menos por disfrutar de una mayor diferenciación de los servicios bancarios, es decir $r^A - K^A(n^A)>r^B - K^B(n^B)$.

Esta situación da lugar a tres posibles resultados, los cuales se clasificarán en tres subcasos:

(i) $r^A - K^A(n^A)=r^B - K^B(n^B)$

(ii) $r^A - K^A(n^A)>r^B - K^B(n^B)$

(iii) $r^A - K^A(n^A)<r^B - K^B(n^B)$

La metodología utilizada para los tres subcasos va a ser la misma:

1. Determinación la cuota individual que tienen los bancos en cada uno de los barrios y la total (de la misma forma que en el caso simétrico).
2. Desarrollo de la segunda fase del juego para obtener el tipo de interés óptimo.
3. Comprobación de que el resultado obtenido cumpla con la condición del subjuego.

Una vez realizada cada una de estas fases para los tres subcasos se van a descartar todos los resultados cuando: $r^A - K^A(n^A) = r^B - K^B(n^B)$ y $r^A - K^A(n^A) < r^B - K^B(n^B)$. Por lo tanto para el caso asimétrico se establece que $r^A - K^A(n^A) > r^B - K^B(n^B)$, ya que los resultados obtenidos bajo esta condición se cumplen de manera más restrictiva, y por tanto se cumplirá siempre que lo hagan las demás condiciones.

Subcaso (i): $r^A - K^A(n^A) = r^B - K^B(n^B)$

Primero se va a determinar la cuota:

- Barrio ab:

En este segmento las cuotas van a ser iguales para los tres casos, ya que en los centros a y b no se produce ningún cambio.

$\delta_{ab}^A = \frac{1}{2} - \frac{1}{4t}\left[r^B - r^A + k^A(n^A) - k^B(n^B)\right]$

$\delta_{ab}^B = \frac{1}{2} + \frac{1}{4t}\left[r^B - r^A + k^A(n^A) - k^B(n^B)\right]$

- Barrio ac:

Caso I y Caso III

$\delta_{ac}^A = 1$, ya que en ese barrio sólo pueden depositar en ese.

$\delta_{ac}^B = 0$, ya que en ese barrio el banco B no está accesible.

Caso II:

$$\delta_{ab}^A = \frac{1}{2} - \frac{1}{4t}\left[r^B - r^A + k^A(n^A) - k^B(n^B)\right]$$

$$\delta_{ab}^B = \frac{1}{2} + \frac{1}{4t}\left[r^B - r^A + k^A(n^A) - k^B(n^B)\right]$$

- Barrio bc:

Caso I

$$\delta_{ab}^A = \frac{1}{2} - \frac{1}{4t}\left[r^B - r^A + k^A(n^A) - k^B(n^B)\right]$$

$$\delta_{ab}^B = \frac{1}{2} + \frac{1}{4t}\left[r^B - r^A + k^A(n^A) - k^B(n^B)\right]$$

Caso II y Caso III: las utilidades son las mismas, por lo que se le reparten a la mitad,

$$\delta_{bc}^A = \delta_{bc}^B = \frac{1}{2}$$

- Cuota total:

Caso I

$$\sigma^A = \frac{2}{3} - \frac{1}{6t}(r^B - r^A + k^A(n^A) - K^B(n^B))$$

$$\sigma^B = \frac{1}{3} + \frac{1}{6t}(r^B - r^A + k^A(n^A) - K^B(n^B))$$

Caso II

$$\sigma^A = \frac{1}{2}-\frac{1}{6t}(r^B\text{-}r^A + k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$$

$$\sigma^B=\frac{1}{2}+\frac{1}{6t}(r^B\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$$

Caso II

$$\sigma^A = \frac{2}{3}-\frac{1}{12t}(r^B\text{-}r^A + k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$$

$$\sigma^B=\frac{1}{3}+\frac{1}{12t}(r^B\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$$

A continuación se va a obtener el tipo de interés óptimo, para cada caso, a través de las funciones de reacción de los bancos:

Caso I

$\pi_2^A=\left(R\text{-}r^A\right)[\frac{2}{3}-\frac{1}{6t}(r^B\text{-}r^A + k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))]\text{-}Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow -\frac{2}{3}-\frac{r^A}{3t}+\frac{1}{6t}(r^B+R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^A=\text{-}2t+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$

$\pi_2^B=\left(R\text{-}r^B\right)[\frac{1}{3}+\frac{1}{6t}(r^B\text{-}r^A + k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))]\text{-}Fn^B$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^B}{\partial r^B}=0\rightarrow -\frac{1}{3}-\frac{r^B}{3t}-\frac{1}{6t}(\text{-}r^A\text{-}R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^B=\text{-}t\text{-}\frac{1}{2}(\text{-}r^A\text{-}R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$

Resolvemos $\begin{cases} r^A=\text{-}2t+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B)) \\ r^B=\text{-}t\text{-}\frac{1}{2}(\text{-}r^A\text{-}R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B)) \\ k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B)=\text{-}8 \end{cases}$, obteniendo como resultados,

$r_2^{A*}=\text{-}\frac{10t}{3}+\frac{1}{3}(k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))+R$ y $r_2^{B*}=\text{-}\frac{8t}{3}-\frac{1}{3}(k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))+R$

Caso II

$\pi_2^A=\left(R\text{-}r^A\right)[\frac{1}{2}-\frac{1}{6t}(r^B\text{-}r^A + k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))]\text{-}Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow -\frac{1}{2}-\frac{r^A}{3t}+\frac{1}{6t}(r^B+R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^A=\text{-}\frac{3t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$

$\pi_2^B=\left(R\text{-}r^B\right)[\frac{1}{2}+\frac{1}{6t}(r^B\text{-}r^A + k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))]\text{-}Fn^B$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^B}{\partial r^B}=0\rightarrow -\frac{1}{2}-\frac{r^B}{3t}-\frac{1}{6t}(\text{-}r^A\text{-}R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^B=\text{-}\frac{3t}{2}-\frac{1}{2}(\text{-}r^A\text{-}R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$

Resolvemos $\begin{cases} r^A=-\frac{3t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B)) \\ r^B=-\frac{3t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B)) \\ \quad k^A(n^A)-K^B(n^B)=-5 \end{cases}$, obteniendo como resultados,

$r_2^{A*}=-3t+\frac{1}{3}(k^A(n^A)-K^B(n^B))+R$ y $r_2^{B*}=-3t-\frac{1}{3}(k^A(n^A)-K^B(n^B))+R$

Caso III

$\pi_2^A=(R-r^A)[\frac{2}{3}-\frac{1}{12t}(r^B-r^A+k^A(n^A)-K^B(n^B))]-Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\to -\frac{2}{3}-\frac{r^A}{6t}+\frac{1}{12t}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^A=-4t+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

$\pi_2^B=(R-r^B)[\frac{1}{3}+\frac{1}{12t}(r^B-r^A+k^A(n^A)-K^B(n^B))]-Fn^B$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^B}{\partial r^B}=0\to -\frac{1}{3}-\frac{r^B}{6t}-\frac{1}{12t}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^B=-2t-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

Resolvemos $\begin{cases} r^A=-4t+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B)) \\ r^B=-2t-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B)) \\ \quad k^A(n^A)-K^B(n^B)=-3 \end{cases}$, obteniendo como resultados,

$r_2^{A*}=-\frac{20t}{3}-1+R$ y $r_2^{B*}=-\frac{16t}{3}+1+R$

Por último, se comprobará si los resultados obtenidos en cada caso cumplen con la condición $r^A-K^A(n^A)=r^B-K^B(n^B)$:

Caso I

$-\frac{10t}{3}+\frac{1}{3}(k^A(n^A)-K^B(n^B))+R-k^A=-\frac{8t}{3}-\frac{1}{3}(k^A(n^A)-K^B(n^B))+R-k^B$, la igualdad se cumple para t=4

Caso II

$-3t+\frac{1}{3}(k^A(n^A)-K^B(n^B))+R-k^A=-3t-\frac{1}{3}(k^A(n^A)-K^B(n^B))+R-k^B$, la igualdad no se cumple, ya que 22≠17, por lo que descartamos este resultado.

Caso III

$-\frac{20t}{3}-1+R-C+4=-\frac{16t}{3}+1+R-C+1$, la igualdad se cumple para un $t=\frac{3}{4}$

Los resultados de los casos I y III verifican la condición, pero de todas formas siguen siendo más laxos que para el subcaso (ii), ya que para el caso I 4>3 y para el caso II $\frac{3}{4}>\frac{3}{10}$, por este motivo el subcaso (i) se descarta.

Que los resultados del subcaso (ii) sean más restrictivos que los del subcaso (i), quiere decir que cumplen la condición para un intervalo de t más pequeño, lo que implica que si se cumple la condición del subcaso (ii) también lo hará la del (i), y no al revés, por este motivo se consideran correctos los resultados obtenidos para el subcaso (ii).

Subcaso (ii): $r^A\text{-}K^A(n^A)>r^B\text{-}K^B(n^B)$

- Barrio ab:

En este segmento las cuotas van a ser iguales para los tres casos, ya que en los centros a y b no se produce ningún cambio.

$\delta_{ab}^A=\frac{3}{4}-\frac{1}{4t}\left[r^B\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}k^B(n^B)\right]$

$\delta_{ab}^B=\frac{1}{4}+\frac{1}{4t}\left[r^B\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}k^B(n^B)\right]$

- Barrio ac:

Caso I y Caso III

$\delta_{ac}^A=1$, ya que en ese barrio sólo pueden depositar en ese.

$\delta_{ac}^B=0$, ya que en ese barrio el banco B no está accesible.

Caso II:

$\delta_{ab}^A=\frac{3}{4}-\frac{1}{4t}\left[r^B\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}k^B(n^B)\right]$

$\delta_{ab}^B=\frac{1}{4}+\frac{1}{4t}\left[r^B\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}k^B(n^B)\right]$

Barrio bc:

Caso I

$\delta_{ab}^A=\frac{3}{4}-\frac{1}{4t}\left[r^B\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}k^B(n^B)\right]$

$\delta_{ab}^B=\frac{1}{4}+\frac{1}{4t}\left[r^B\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}k^B(n^B)\right]$

Caso II y Caso III

$r^A\text{-}K^A(n^A)>r^B\text{-}K^B(n^B)$, por lo que se obtiene mayor utilidad depositando en A que en B, entonces A se queda con toda la cuota y B con nada.

$\delta_{bc}^A=1$

$\delta_{bc}^B=0$

- Cuota total:

Caso I

$\sigma^A=\frac{5}{6}-\frac{1}{6t}(r^B\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$

$\sigma^B=\frac{1}{6}+\frac{1}{6t}(r^B\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$

Caso II

$\sigma^A=\frac{5}{6}-\frac{1}{6t}(r^B-r^A+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

$\sigma^B=\frac{1}{6}+\frac{1}{6t}(r^B-r^A+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

Caso III

$\sigma^A=r^A=-\frac{11t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

$\sigma^B=\frac{1}{12}+\frac{1}{12t}(r^B-r^A+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

A continuación se va a obtener el tipo de interés óptimo, para cada caso, a través de las funciones de reacción de los bancos:

Caso I

$\pi_2^A=(R-r^A)[\frac{5}{6}-\frac{1}{6t}(r^B-r^A+k^A(n^A)-K^B(n^B))]-Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow -\frac{5}{6}-\frac{r^A}{3t}+\frac{1}{6t}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^A=-\frac{5t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

$\pi_2^B=(R-r^B)[\frac{1}{6}+\frac{1}{6t}(r^B-r^A+k^A(n^A)-K^B(n^B))]-Fn^B$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^B}{\partial r^B}=0\rightarrow -\frac{1}{6}-\frac{r^B}{3t}-\frac{1}{6t}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^B=-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

Resolvemos $\begin{cases} r^A=-\frac{5t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B)) \\ r^B=-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B)) \\ k^A(n^A)-K^B(n^B)=-8 \end{cases}$, obteniendo como resultados,

$r_2^{A*}=-\frac{11t}{3}-\frac{8}{3}+R$ y $r_2^{B*}=-\frac{7t}{3}+\frac{8}{3}+R$

Sustituyendo los tipos de interés óptimos en la función de beneficios:

$$\pi^A=\frac{1}{54t}(11t+8)^2-3F$$

$$\pi^B=\frac{1}{54t}(7t-8)^2-F$$

Caso II

$\pi_2^A=(R-r^A)[\frac{5}{6}-\frac{1}{6t}(r^B-r^A+k^A(n^A)-K^B(n^B))]-Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow -\frac{5}{6}-\frac{r^A}{3t}+\frac{1}{6t}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^A=-\frac{5t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

$\pi_2^B=\left(R-r^B\right)[\frac{1}{6}+\frac{1}{6t}(r^B-r^A + k^A(n^A)-K^B(n^B))]-Fn^B$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^B}{\partial r^B}=0\rightarrow -\frac{1}{6}-\frac{r^B}{3t}-\frac{1}{6t}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^B=-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

Resolvemos $\begin{cases} r^A=-\frac{5t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B)) \\ r^B=-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B)) \\ k^A(n^A)-K^B(n^B)=-5 \end{cases}$, obteniendo como resultados,

$r_2^{A*}=-\frac{11t}{3}-\frac{5}{3}+R$ y $r_2^{B*}=-\frac{7t}{3}+\frac{5}{3}+R$

Sustituyendo los tipos de interés óptimos en la función de beneficios:

$$\pi^A=\frac{1}{3t}(2t+\frac{5}{3})^2-3F$$

$$\pi^B=\frac{1}{6t}(2t-\frac{5}{3})^2-2F$$

Caso III

$\pi_2^A=\left(R-r^A\right)[\frac{11}{12}-\frac{1}{12t}(r^B-r^A + k^A(n^A)-K^B(n^B))]-Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow -\frac{11}{12}-\frac{r^A}{6t}+\frac{1}{12t}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^A=-\frac{11t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

$\pi_2^B=\left(R-r^B\right)[\frac{1}{12}+\frac{1}{12t}(r^B-r^A + k^A(n^A)-K^B(n^B))]-Fn^B$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^B}{\partial r^B}=0\rightarrow -\frac{1}{12}-\frac{r^B}{6t}-\frac{1}{12t}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^B=-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

Resolvemos $\begin{cases} r^A=-\frac{11t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B)) \\ r^B=-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B)) \\ k^A(n^A)-K^B(n^B)=-3 \end{cases}$, obteniendo como resultados,

$r_2^{A*}=-\frac{23t}{3}-1+R$ y $r_2^{B*}=-\frac{13t}{3}+1+R$

Sustituyendo los tipos de interés óptimos en la función de beneficios:

$$\pi^A=\frac{1}{12t}(\frac{23t}{3}+1)^2-2F$$

$$\pi^B=\frac{1}{12t}(\frac{13t}{3}-1)^2-F$$

Por último, se comprobará si los resultados obtenidos en cada caso cumplen con la condición $r^A-K^A\left(n^A\right)>r^B-K^B\left(n^B\right)$:

Caso I

$-\frac{11t}{3}-\frac{8}{3}+R-C+9>\frac{7t}{3}+\frac{8}{3}+R-C+1$, la desigualdad se cumple para un t<2.

Caso II

$-\frac{11t}{3}-\frac{5}{3}+R-C+9=-\frac{7t}{3}+\frac{5}{3}+R-C+4$, la desigualdad se cumple para un $t<\frac{5}{4}$.

Caso III

$-\frac{23t}{3}-1+R-C+4=-\frac{13t}{3}+1+R-C+1$, la igualdad se cumple para un $t<\frac{3}{10}$.

Todos los resultados verifican la condición.

Subcaso (iii): $r^A-K^A(n^A)<r^B-K^B(n^B)$

Primero se va a determinar la cuota:

- Barrio ab:

En este segmento las cuotas van a ser iguales para los tres casos, ya que en los centros a y b no se produce ningún cambio.

$$\delta_{ab}^{A}=\frac{1}{4}-\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$$

$$\delta_{ab}^{B}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$$

Barrio ac:

Caso I y Caso III

$\delta_{ac}^{A}=1$, ya que en ese barrio sólo pueden depositar en ese.

$\delta_{ac}^{B}=0$, ya que en ese barrio el banco B no está accesible.

Caso II

$$\delta_{ab}^{A}=\frac{1}{4}-\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$$

$$\delta_{ab}^{B}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$$

- Barrio bc:

Caso I

$$\delta_{ab}^{A}=\frac{1}{4}-\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$$

$$\delta_{ab}^{B}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$$

Caso II y Caso III

r^A-$K^A(n^A) < r^B$-$K^B(n^B)$, por lo que se obtiene mayor utilidad depositando en B que en A, entonces B se queda con toda la cuota y A con nada.

$$\delta_{bc}^A=0$$

$$\delta_{bc}^B=1$$

- Cuota total:

Caso I

$$\sigma^A = \frac{1}{2}-\frac{1}{6t}(r^B-r^A + k^A(n^A)-K^B(n^B))$$

$$\sigma^B=\frac{1}{2}+\frac{1}{6t}(r^B-r^A + k^A(n^A)-K^B(n^B))$$

Caso II

$$\sigma^A = \frac{1}{6}-\frac{1}{6t}(r^B-r^A + k^A(n^A)-K^B(n^B))$$

$$\sigma^B=\frac{5}{6}+\frac{1}{6t}(r^B-r^A + k^A(n^A)-K^B(n^B))$$

Caso III

$$\sigma^A = \frac{5}{12}-\frac{1}{12t}(r^B-r^A + k^A(n^A)-K^B(n^B))$$

$$\sigma^B=\frac{7}{12}+\frac{1}{12t}(r^B-r^A + k^A(n^A)-K^B(n^B))$$

A continuación se va a obtener el tipo de interés óptimo, para cada caso, a través de las funciones de reacción de los bancos:

Caso I

$\pi_2^A=(R-r^A)[\frac{1}{2}-\frac{1}{6t}(r^B-r^A + k^A(n^A)-K^B(n^B))]-Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow -\frac{1}{2}-\frac{r^A}{3t}+\frac{1}{6t}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^A=-\frac{3t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

$\pi_2^B=(R-r^B)[\frac{1}{2}+\frac{1}{6t}(r^B-r^A + k^A(n^A)-K^B(n^B))]-Fn^B$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^B}{\partial r^B}=0\rightarrow -\frac{1}{2}-\frac{r^B}{3t}-\frac{1}{6t}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^B=-\frac{3t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^B(n^B))$

Resolvemos $\begin{cases} r^A = -\frac{3t}{2} + \frac{1}{2}(r^B + R + k^A(n^A) - K^B(n^B)) \\ r^B = -\frac{3t}{2} - \frac{1}{2}(-r^A - R + k^A(n^A) - K^B(n^B)) \\ k^A(n^A) - K^B(n^B) = -8 \end{cases}$, obteniendo como resultados,

$r_2^{A*} = -3t - \frac{8}{3} + R$ y $r_2^{B*} = -3t + \frac{8}{3} + R$

Caso II

$\pi_2^A = (R - r^A)[\frac{1}{6} - \frac{1}{6t}(r^B - r^A + k^A(n^A) - K^B(n^B))] - Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial \pi_2^A}{\partial r^A} = 0 \rightarrow -\frac{1}{6} - \frac{r^A}{3t} + \frac{1}{6t}(r^B + R + k^A(n^A) - K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^A = -\frac{t}{2} + \frac{1}{2}(r^B + R + k^A(n^A) - K^B(n^B))$

$\pi_2^B = (R - r^B)[\frac{5}{6} + \frac{1}{6t}(r^B - r^A + k^A(n^A) - K^B(n^B))] - Fn^B$, optimizando

$\frac{\partial \pi_2^B}{\partial r^B} = 0 \rightarrow -\frac{5}{6} - \frac{r^B}{3t} - \frac{1}{6t}(-r^A - R + k^A(n^A) - K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^B = -\frac{5t}{2} - \frac{1}{2}(-r^A - R + k^A(n^A) - K^B(n^B))$

Resolvemos $\begin{cases} r^A = -\frac{t}{2} + \frac{1}{2}(r^B + R + k^A(n^A) - K^B(n^B)) \\ r^B = -\frac{5t}{2} - \frac{1}{2}(-r^A - R + k^A(n^A) - K^B(n^B)) \\ k^A(n^A) - K^B(n^B) = -5 \end{cases}$, obteniendo como resultados,

$r_2^{A*} = -\frac{4t}{3} - \frac{5}{3} + R$ y $r_2^{B*} = -\frac{11t}{3} + \frac{5}{3} + R$

Caso III

$\pi_2^A = (R - r^A)[\frac{5}{12} - \frac{1}{12t}(r^B - r^A + k^A(n^A) - K^B(n^B))] - Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial \pi_2^A}{\partial r^A} = 0 \rightarrow -\frac{5}{12} - \frac{r^A}{6t} + \frac{1}{12t}(r^B + R + k^A(n^A) - K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^A = -\frac{5t}{2} + \frac{1}{2}(r^B + R + k^A(n^A) - K^B(n^B))$

$\pi_2^B = (R - r^B)[\frac{7}{12} + \frac{1}{12t}(r^B - r^A + k^A(n^A) - K^B(n^B))] - Fn^B$, optimizando

$\frac{\partial \pi_2^B}{\partial r^B} = 0 \rightarrow -\frac{7}{12} - \frac{r^B}{6t} - \frac{1}{12t}(-r^A - R + k^A(n^A) - K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^B = -\frac{7t}{2} - \frac{1}{2}(-r^A - R + k^A(n^A) - K^B(n^B))$

Resolvemos $\begin{cases} r^A = -\frac{5t}{2} + \frac{1}{2}(r^B + R + k^A(n^A) - K^B(n^B)) \\ r^B = -\frac{7t}{2} - \frac{1}{2}(-r^A - R + k^A(n^A) - K^B(n^B)) \\ k^A(n^A) - K^B(n^B) = -3 \end{cases}$, obteniendo como resultados,

$r_2^{A*} = -\frac{17t}{3} - 1 + R$ y $r_2^{B*} = -\frac{19t}{3} + 1 + R$

Por último, se comprobará si los resultados obtenidos en cada caso cumplen con la condición $r^A-K^A(n^A)<r^B-K^B(n^B)$:

$-3t-\frac{8}{3}+R-C+9<-3t+\frac{8}{3}+R-C+1$, la desigualdad se cumple cuando $\frac{19}{3}<\frac{11}{3}$

$-\frac{4t}{3}-\frac{5}{3}+R-C+9=-\frac{11t}{3}+\frac{5}{3}+R-C+4$, la desigualdad se cumple para un $t<-\frac{5}{4}$, lo cual no tiene sentido económico.

$-\frac{17t}{3}-1+R-C+4=-\frac{19t}{3}+1+R-C+1$, la igualdad se cumple para un $t<-\frac{3}{2}$, lo cual no tiene sentido económico.

Ninguno de los resultados verifica la condición, por eso el subcaso (iii) queda descartado.

Apéndice 3

En este apéndice se van a realizar el desarrollo matemático del apartado 3.2.1. En este apartado nos banco A y B no tienen una limitación a la de escoger los centros en donde situar sus sucursales, y suponemos que $n^A=n^B\rightarrow k^A(n^A)=k^B(n^B)$.

Primero se va a determinar la cuota como se ha hecho hasta ahora.

$$\sigma^A=\frac{1}{2n^A}-\frac{1}{4tn^A}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]+\frac{1}{4tn^A}\left[r^A-r^B+k^B(n^B)-k^A(n^A)\right]$$

$$\sigma^B=\frac{1}{2n^A}+\frac{1}{4tn^A}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]-\frac{1}{4tn^A}\left[r^A-r^B+k^B(n^B)-k^A(n^A)\right]$$

A continuación se va a obtener el tipo de interés óptimo, para cada caso, a través de las funciones de reacción de los bancos:

$\pi_2^A=(R-r^A)[\frac{1}{2n^A}-\frac{1}{4tn^A}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]+\frac{1}{4tn^A}\left[r^A-r^B+k^B(n^B)-k^A(n^A)\right]]-Fn^A$,

optimizando $\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow r^A=-\frac{t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R)$

$\pi_2^B=(R-r^B)[\frac{1}{2n^A}+\frac{1}{4tn^A}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]-\frac{1}{4tn^A}\left[r^A-r^B+k^B(n^B)-k^A(n^A)\right]-Fn^B$, optimizando $\frac{\partial\pi_2^B}{\partial r^B}=0\rightarrow r^B=-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A-R)$

Resolvemos $\begin{cases} r^A=-\frac{t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R) \\ r^B=-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A-R) \end{cases}$, obteniendo como resultados, $r_2^{A*}=r_2^{B*}=-t+R$

Este resultado verifica que las empresas son simétricas: tienen el mismo número de sucursales, por lo que establecen el mismo tipo de interés óptimo para sus depósitos, y por tanto obtendrán un mismo beneficio $\pi^A=\pi^B=\frac{t}{2n^A}-Fn^A$.

En el caso de que el número de sucursales fuese $n^A-1=n^B-1$, el beneficio sería $\pi^A=\pi^B=\frac{t}{2n^A}-F(n^A-1)$

Apéndice 4

En este apéndice se van a realizar el desarrollo matemático del apartado 3.2.2:

Partiendo del caso anterior, se establece que n^A-1=n^B, lo cual va a generar n^A-2 barrios simétricos y 2 barrios asimétricos. Esta situación da lugar a tres posibles resultados, los cuales se clasificarán en tres subcasos:

(i) $r^A - K^A(n^A)=r^B - K^B(n^B)$

(ii) $r^A - K^A(n^A)>r^B - K^B(n^B)$

(iii) $r^A - K^A(n^A)<r^B - K^B(n^B)$

La metodología utilizada para los tres subcasos va a ser la misma:

1. Determinación la cuota individual que tienen los bancos en cada uno de los barrios y la total (de la misma forma que en el caso simétrico).
2. Desarrollo de la segunda fase del juego para obtener el tipo de interés óptimo.
3. Comprobación de que el resultado obtenido cumpla con la condición del subjuego.

Una vez realizada cada una de estas fases para los tres subcasos se van a descartar todos los resultados cuando: $r^A - K^A(n^A)=r^B - K^B(n^B)$ y $r^A - K^A(n^A)<r^B - K^B(n^B)$. Por lo tanto para el caso asimétrico se establece que $r^A - K^A(n^A)>r^B - K^B(n^B)$, ya que los resultados obtenidos bajo esta condición se cumplen de manera más restrictiva, y por tanto se cumplirá siempre que lo hagan las demás condiciones.

Subcaso (i): $r^A\text{-}K^A(n^A)=r^B\text{-}K^B(n^B)$

Primero se va a determinar la cuota como se ha hecho hasta ahora.

- Barrio simétrico:

Ambos bancos van a ofrecer la misma utilidad, por lo que se reparten el mercado ,

$\sigma_S^A=\sigma_S^B=\frac{1}{2}$

- Barrio asimétrico:

Como se ha hecho hasta ahora.

$$\delta_A^A=\frac{1}{2}-\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$$

$$\delta_A^B=\frac{1}{2}+\frac{1}{4t}\left[r^B-r^A+k^A(n^A)-k^B(n^B)\right]$$

- Cuota total:

A la hora de calcularla hay que tener en cuenta que el número de barrios simétricos es n^A-2, y el de barrios asimétricos es dos.

$$\sigma^A=\frac{1}{n^A}\left[\frac{1}{2}\left(n^A\text{-}2\right)+1-\frac{1}{2t}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]\right]=\frac{1}{2}-\frac{1}{2tn^A}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]$$

$$\sigma^B=\frac{1}{n^A}\left[\frac{1}{2}\left(n^A\text{-}2\right)+1+\frac{1}{2t}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]\right]=\frac{1}{2}+\frac{1}{2tn^A}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]$$

A continuación se va a obtener el tipo de interés óptimo, para cada caso, a través de las funciones de reacción de los bancos:

$\pi_2^A=\left(R\text{-}r^A\right)[\frac{1}{2}-\frac{1}{2tn^A}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]$]-Fn^A , optimizando

$\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow -\frac{1}{2}-\frac{r^A}{tn^A}+\frac{1}{2tn^A}(r^B+R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^A=-\frac{tn^A}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$

$\pi_2^B=\left(R\text{-}r^B\right)[\frac{1}{2}+\frac{1}{2tn^A}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]]\text{-}Fn^B$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^B}{\partial r^B}=0\rightarrow -\frac{1}{2}-\frac{r^B}{tn^A}-\frac{1}{2tn^A}(r^B+R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$, despejando se obtiene

$r^B=-\frac{tn^A}{2}-\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$

Resolvemos$\begin{cases} r^A=-\frac{tn^A}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B)) \\ r^B=-\frac{tn^A}{2}-\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B)) \end{cases}$, obteniendo como resultados,

$r_2^{A*}=-tn^A+\frac{1}{3}(k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B))+R$ y $r_2^{B*}=-tn^A-\frac{1}{3}(k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B))+R$

Por último, se comprobará si el resultado obtenido cumple con la condición $r^A\text{-}K^A\left(n^A\right)=r^B\text{-}K^B\left(n^B\right)$:

$-tn^A+\frac{1}{3}(k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B))+R\text{-}C+n^{A2}=-tn^A-\frac{1}{3}(k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B))+R\text{-}C+n^{B2}$, haciendo el cambio $n^A\text{-}1=n^B$, obtenemos que $2(1\text{-}2n^A)\neq3(1\text{-}2n^A)$, por lo tanto, la condición no se cumple, lo que hace que este resultado se descarte.

Subcaso (ii): $r^A\text{-}K^A\left(n^A\right)>r^B\text{-}K^B\left(n^B\right)$

Primero se va a determinar la cuota como se ha hecho hasta ahora.

- Barrio simétrico:

$$\sigma_S^A=1$$

$$\sigma_S^B=0$$

- Barrio no simétrico:

Como se ha hecho hasta ahora.

$$\delta_A^A=\frac{3}{4}-\frac{1}{4t}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]$$

$$\delta_A^B=\frac{1}{4}+\frac{1}{4t}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]$$

- Cuota total:

$$\sigma^A=\frac{1}{n^A}\left[\left(n^A\text{-}2\right)+\frac{3}{2}-\frac{1}{2t}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]\right]=1-\frac{1}{2n^A}-\frac{1}{2tn^A}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]$$

$$\sigma^B=\frac{1}{n^A}\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2t}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]\right]=\frac{1}{2n^A}+\frac{1}{2tn^A}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]$$

A continuación se va a obtener el tipo de interés óptimo, para cada caso, a través de las funciones de reacción de los bancos:

$\pi_2^A=\left(R\text{-}r^A\right)[\frac{2n^A\text{-}1}{2n^A}-\frac{1}{2tn^A}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]]\text{-}Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow r^A=\text{-}tn^A+\frac{t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$

$\pi_2^B=\left(R\text{-}r^B\right)[\frac{1}{2n^A}+\frac{1}{2tn^A}\left[r^B\text{-}r^A+k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)\right]]\text{-}Fn^B$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^B}{\partial r^B}=0\rightarrow r^B=\text{-}\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(\text{-}r^A\text{-}R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B))$

Resolvemos $\begin{cases} r^A=\text{-}tn^A+\frac{t}{2}+\frac{1}{2}(r^B+R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B)) \\ r^B=\text{-}\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(\text{-}r^A\text{-}R+k^A(n^A)\text{-}K^B(n^B)) \end{cases}$, obteniendo como resultados,

$r_2^{A*}=\text{-}\frac{4tn^A}{3}+\frac{t}{3}+\frac{1}{3}(k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B))+R$ y $r_2^{B*}=\text{-}\frac{t}{3}-\frac{2tn^A}{3}-\frac{1}{3}(k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B))+R$

Sustituyendo los tipos de interés óptimos en la función de beneficios:

$$\pi^A=\frac{1}{18n^At}(4n^At-t-(k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B))^2-Fn^A$$

$$\pi^B=\frac{1}{18n^At}(t+2n^At+(k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B)))^2-Fn^B$$

Por último, se comprobará si el resultado obtenido cumple con la condición $r^A\text{-}K^A\left(n^A\right)>r^B\text{-}K^B\left(n^B\right)$:

$\text{-}\frac{4tn^A}{3}+\frac{t}{3}+\frac{1}{3}(k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B))+R\text{ -}C+n^{A2}>\text{-}\frac{t}{3}-\frac{2tn^A}{3}-\frac{1}{3}(k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B))+R\text{ -}C+n^{B2}$, haciendo el cambio $n^A\text{-}1=n^B$, obtenemos que la igualdad se cumple para un $t<\frac{1\text{-}2n^A}{\text{-}2n^A+2}$, por lo tanto, se puede concluir que en el caso asimétrico $r^A\text{-}K^A\left(n^A\right)>r^B\text{-}K^B\left(n^B\right)$, es decir, quien tiene mayores sucursales ofrece una mayor utilidad al depositar en él, y por tanto tiene una ventaja competitiva.

Subcaso (iii): $r^A\text{-}K^A\left(n^A\right)<r^B\text{-}K^B\left(n^B\right)$

Las demandas se intercambiarían en este caso, respecto al subcaso (ii), entonces, los tipos de interés óptimos también:

$$r_2^{B*}=\text{-}\frac{4tn^A}{3}+\frac{t}{3}-\frac{1}{3}(k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B))+R \text{ y } r_2^{A*}=\text{-}\frac{t}{3}-\frac{2tn^A}{3}+\frac{1}{3}(k^A\left(n^A\right)\text{-}k^B(n^B))+R$$

Por último, se comprobará si el resultado obtenido cumple con la condición $r^A\text{-}K^A(n^A) < r^B\text{-}K^B(n^B)$:

$-\frac{t}{3}-\frac{2tn^A}{3}+\frac{1}{3}(k^A(n^A)-k^B(n^B))+R-C+n^{A2} < -\frac{4tn^A}{3}+\frac{t}{3}-\frac{1}{3}(k^A(n^A)-k^B(n^B))+R-C+n^{B2}$, haciendo el cambio $n^A-1=n^B$, obtenemos que la igualdad se cumple para un $t<\frac{1-n^A}{(2n^A-1)}<0$, lo cual no tiene sentido económico, lo que provoca que este resultado se descarte.

Apéndice 5

En este apéndice se van a desarrollar los cálculos matemáticos necesarios para conseguir un intervalo de valores para los cuales F cumpla con las condiciones:

$$F<\frac{t}{2n^A}-\frac{1}{18n^At}(2n^At+t+1-2n^A)^2$$

$$F<\frac{1}{18n^At}(4n^At-t-1+2n^A)^2-\frac{t}{2n^A}$$

Para que se cumplan ambas el valor de F ha de ser menor que la menor de estas diferencias.

$$\frac{t}{2n^A}-\frac{1}{18n^At}(2n^At+t+1-2n^A)^2>\frac{1}{18n^At}(4n^At-t-1+2n^A)^2-\frac{t}{2n^A}$$

$$\frac{t}{n^A}-\frac{1}{18n^At}(2n^At+t+1-2n^A)^2-\frac{1}{18n^At}(4n^At-t-1+2n^A)^2>0$$

$\frac{t}{n^A}-\frac{1}{18n^At}[(2n^At+t+1-2n^A)^2+(4n^At-t-1+2n^A)^2]>0$, si $A=-1+2n^A$, que es (+), y se sustituye se obtiene, $20n^At^2-4n^At^2+4n^AtA+2t^2-4At+2A^2>0$, por lo tanto

$$\frac{t}{2n^A}-\frac{1}{18n^At}(2n^At+t+1-2n^A)^2>\frac{1}{18n^At}(4n^At-t-1+2n^A)^2-\frac{t}{2n^A}$$

Apéndice 6

En este apéndice se van a realizar los desarrollos matemáticos del apartado 4.1.

A continuación se va a calcular los beneficios cuando cada banco tiene tres sucursales.

Primero se va a determinar la cuota de cada banco, para lo cual tendremos en cuenta que $K^i(n^i)-K^j(n^j)=0$:

$$\sigma^A=\frac{1}{3}-\frac{1}{6t}(r^B-r^A)-\frac{1}{6t}(r^C-r^A)$$

$$\sigma^B=\frac{1}{3}+\frac{1}{6t}(r^B-r^A)-\frac{1}{6t}(r^C-r^B)$$

$$\sigma^C=\frac{1}{3}+\frac{1}{6t}(r^C-r^A)+\frac{1}{6t}(r^C-r^B)$$

Las empresas son simétricas por lo tanto con hacer los cálculos para una llega, en este caso se harán para el banco A, que tiene una función de beneficios

$\pi_2^A=(R\text{-}r^A)[\frac{1}{3}-\frac{1}{6t}(r^B\text{-}r^A)-\frac{1}{6t}(r^C\text{-}r^A)]\text{-}F$, que optimizándola se obtiene la función de reacción $\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow r^A=-\frac{t}{2}+\frac{1}{4}(r^B+r^C+2R)$.

Teniendo en cuenta que $r^{A^*}=r^{B^*}=r^{C^*}$ se establece que el tipo de interés óptimo $r^{i^*}=-t+R$, siendo i=A, B, C, que reporta unos beneficios $\pi^i=\frac{t}{3}\text{-}3F$.

A continuación se va a calcular los beneficios de los bancos cuando uno de ellos tiene dos sucursales en vez de tres. Esta situación da lugar a tres posibles resultados, los cuales se clasificarán en tres subcasos:

(i) $r^C - K^C(n^C)<r^i - K^i(n^i)$

(ii) $r^C - K^C(n^C)>r^i - K^i(n^i)$

(iii) $r^C - K^C(n^C)=r^i - K^i(n^i)$

Siendo i el banco A y B.

La metodología utilizada para los tres subcasos va a ser la misma:

1. Determinación la cuota individual que tienen los bancos en cada uno de los barrios y la total (de la misma forma que en el caso simétrico).
2. Desarrollo de la segunda fase del juego para obtener el tipo de interés óptimo.
3. Comprobación de que el resultado obtenido cumpla con la condición del subcaso.

Una vez realizada cada una de estas fases para los tres subcasos se van a descartar los resultados obtenidos bajo las condiciones: $r^C - K^C(n^C)=r^i - K^i(n^i)$ y $r^C - K^C(n^C)>r^i - K^i(n^i)$. Por lo tanto, para el caso asimétrico se establece que $r^C - K^C(n^C)<r^i - K^i(n^i)$, ya que los resultados obtenidos bajo esta condición se cumplen de manera más restrictiva, y por tanto se cumplirá siempre que lo hagan las demás condiciones.

Subcaso (i): $r^i\text{-}K^i(n^i) > r^C\text{-}K^C(n^C)$

Primero se va a determinar la cuota de mercado:

$\sigma^C=\frac{1}{6}+\frac{1}{6t}(r^C\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}K^C(n^C))$, si en vez de usar variables del banco A se usasen las del banco B el resultado sería el mismo, ya que son bancos simétricos.

$$\sigma^A=\frac{5}{12}-\frac{1}{12t}(r^C\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}K^C(n^C))$$

$$\sigma^B=\frac{5}{12}-\frac{1}{12t}(r^C\text{-}r^B+k^B(n^B)\text{-}K^C(n^C))$$

A continuación se va a obtener el tipo de interés óptimo a través de las funciones de reacción de los bancos:

$\pi_2^C=\left(R-r^C\right)[\frac{1}{6}+\frac{1}{6t}(r^C-r^A+k^A(n^A)-K^C(n^C))]-Fn^C$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^C}{\partial r^C}=0\rightarrow r^C=-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^C(n^C))$

$\pi_2^A=\left(R-r^A\right)[\frac{5}{12}-\frac{1}{12t}(r^C-r^A+k^A(n^A)-K^C(n^C))]-Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow r^A=-\frac{5t}{2}+\frac{1}{2}(r^C+R+k^A(n^A)-K^C(n^C))$

$\pi_2^B=\left(R-r^B\right)[\frac{5}{12}-\frac{1}{12t}(r^C-r^B+k^B(n^B)-K^C(n^C))]-Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^B}{\partial r^B}=0\rightarrow r^B=-\frac{5t}{2}+\frac{1}{2}(r^C+R+k^B(n^B)-K^C(n^C))$

Resolvemos $\begin{cases} r^C=-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^C(n^C)) \\ r^A=-\frac{5t}{2}+\frac{1}{2}(r^C+R+k^A(n^A)-K^C(n^C)) \\ r^B=-\frac{5t}{2}+\frac{1}{2}(r^C+R+k^B(n^B)-K^C(n^C)) \end{cases}$, teniendo en cuenta que $k^i(n^i)-K^C(n^C)=-5$, obteniendo como resultados, $r_2^{c*}=-\frac{7t}{3}+R+\frac{5}{3}$ y $r_2^{A*}=r_2^{B*}=-\frac{11t}{3}+R-\frac{5}{3}$

Por último, se comprobará si los resultados obtenidos cumplen con la condición $r^i-K^i\left(n^i\right)>r^C-K^C\left(n^C\right)$:

$-\frac{7t}{3}+\frac{5}{3}+R+4<-\frac{11t}{3}-\frac{5}{3}+R+9$, la condición se cumple cuando $t<\frac{5}{4}$

Sustituyendo los tipos de interés óptimo en las funciones de beneficio se obtiene:

$$\pi^C(2,\ 3,\ 3)=\frac{1}{54t}(7t-5)^2-2F$$

$$\pi^A(3,\ 3,\ 2)=\pi^B(3,\ 3,\ 2)=\frac{1}{108t}(11t+5)^2-2F$$

Subcaso (ii): $r^i-K^i\left(n^i\right)<r^C-K^C\left(n^C\right)$

Primero se va a determinar la cuota:

$\sigma^C=\frac{1}{2}+\frac{1}{6t}(r^C-r^A+k^A(n^A)-K^C(n^C))$, si en vez de usar variables del banco A se usasen las del banco B el resultado sería el mismo, ya que son bancos simétricos.

$$\sigma^A=\frac{1}{12}-\frac{1}{12t}(r^C-r^A+k^A(n^A)-K^C(n^C))$$

$$\sigma^B=\frac{1}{12}-\frac{1}{12t}(r^C-r^B+k^B(n^B)-K^C(n^C))$$

A continuación se va a obtener el tipo de interés óptimo a través de las funciones de reacción de los bancos:

$\pi_2^C=\left(R-r^C\right)[\frac{1}{2}+\frac{1}{6t}(r^C-r^A+k^A(n^A)-K^C(n^C))]-Fn^C$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^C}{\partial r^C}=0\rightarrow r^C=-\frac{3t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^C(n^C))$

$\pi_2^A=\left(R\text{-}r^A\right)[\frac{1}{12}-\frac{1}{12t}(r^C\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}K^C(n^C))]\text{-}Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow r^A=-\frac{t}{2}+\frac{1}{2}(r^C+R+k^A(n^A)\text{-}K^C(n^C))$

$\pi_2^B=\left(R\text{-}r^B\right)[\frac{1}{12}-\frac{1}{12t}(r^C\text{-}r^B+k^B(n^B)\text{-}K^C(n^C))]\text{-}Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^B}{\partial r^B}=0\rightarrow r^B=-\frac{t}{2}+\frac{1}{2}(r^C+R+k^B(n^B)\text{-}K^C(n^C))$

Resolvemos $\begin{cases} r^C=-\frac{3t}{2}-\frac{1}{2}(-r^A\text{-}R+k^A(n^A)\text{-}K^C(n^C)) \\ r^A=-\frac{t}{2}+\frac{1}{2}(r^C+R+k^A(n^A)\text{-}K^C(n^C)) \\ r^B=-\frac{t}{2}+\frac{1}{2}(r^C+R+k^B(n^B)\text{-}K^C(n^C)) \end{cases}$, teniendo en cuenta que $k^i(n^i)\text{-}K^C(n^C)=-5$, obteniendo como resultados, $r_2^{c*}=-\frac{7t}{3}+R+\frac{5}{3}$ y $r_2^{A*}=r_2^{B*}=-\frac{5t}{3}+R-\frac{5}{3}$ Por último, se comprobará si los resultados obtenidos cumplen con la condición $r^i\text{-}K^i\left(n^i\right)<r^C\text{-}K^C\left(n^C\right)$:

$-\frac{7t}{3}+\frac{5}{3}+R+4>-\frac{5t}{3}-\frac{5}{3}+R+9$, la desigualdad se cumple cuando $t<-\frac{5}{2}$, por lo que descartamos este resultado, ya que una t negativa no tiene sentido económico.

Subcaso (iii): $r^i\text{-}K^i\left(n^i\right)=r^C\text{-}K^C\left(n^C\right)$

$\sigma^C=\frac{7}{18}+\frac{1}{6t}(r^C\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}K^C(n^C))$, si en vez de usar variables del banco A se usasen las del banco B el resultado sería el mismo, ya que son bancos simétricos.

$$\sigma^A=\frac{11}{36}-\frac{1}{12t}(r^C\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}K^C(n^C))$$

$$\sigma^B=\frac{11}{36}-\frac{1}{12t}(r^C\text{-}r^B+k^B(n^B)\text{-}K^C(n^C))$$

A continuación se va a obtener el tipo de interés óptimo a través de las funciones de reacción de los bancos:

$\pi_2^C=\left(R\text{-}r^C\right)[\frac{7}{18}+\frac{1}{6t}(r^C\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}K^C(n^C))]\text{-}Fn^C$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^C}{\partial r^C}=0\rightarrow r^C=-\frac{7t}{6}-\frac{1}{2}(-r^A\text{-}R+k^A(n^A)\text{-}K^C(n^C))$

$\pi_2^A=\left(R\text{-}r^A\right)[\frac{11}{36}-\frac{1}{12t}(r^C\text{-}r^A+k^A(n^A)\text{-}K^C(n^C))]\text{-}Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow r^A=-\frac{11t}{6}+\frac{1}{2}(r^C+R+k^A(n^A)\text{-}K^C(n^C))$

$\pi_2^B=\left(R\text{-}r^B\right)[\frac{11}{36}-\frac{1}{12t}(r^C\text{-}r^B+k^B(n^B)\text{-}K^C(n^C))]\text{-}Fn^A$, optimizando

$\frac{\partial\pi_2^B}{\partial r^B}=0\rightarrow r^B=-\frac{11t}{6}+\frac{1}{2}(r^C+R+k^B(n^B)\text{-}K^C(n^C))$

Resolvemos $\begin{cases} r^C=-\frac{7t}{6}-\frac{1}{2}(-r^A-R+k^A(n^A)-K^C(n^C)) \\ r^A=-\frac{11t}{6}+\frac{1}{2}(r^C+R+k^A(n^A)-K^C(n^C)), \\ r^B=-\frac{11t}{6}+\frac{1}{2}(r^C+R+k^B(n^B)-K^C(n^C)) \end{cases}$ teniendo en cuenta que $k^i(n^i)-K^C(n^C)=-5$, obteniendo como resultados, $r_2^{C*}=-\frac{25t}{9}+R+\frac{5}{3}$ y $r_2^{A*}=r_2^{B*}=-\frac{29t}{9}+R-\frac{5}{3}$

Por último, se comprobará si los resultados obtenidos cumplen con la condición $r^i-K^i(n^i)=r^C-K^C(n^C)$:

$-\frac{29t}{9}-\frac{5}{3}+R+9>-\frac{25t}{9}+\frac{5}{3}+R+4$, la igualdad se cumple cuando $t=\frac{15}{4}>\frac{5}{4}$, por lo que descartamos este resultado, ya que los resultados de la condición $r^i-K^i(n^i)>r^C-K^C(n^C)$ se cumplen de forma más restrictiva.

Cuando $t\leq\frac{5}{4}$ y $F\geq\frac{t}{9}$, el beneficio que obtiene el banco C puede ser positivo o negativo, si se da este segundo caso nunca competirá con una sucursal menos.

Para $t=\frac{5}{4}$ y $F=\frac{t}{9}$, $\pi^C(2, 3, 3)=-0.069<0$, ya que los ingresos son relativamente muy pequeños en relación a los costes fijos, por lo tanto competir con una sucursal menos que la competencia no es una estrategia viable.

Apéndice 7

En este apéndice se lleva a cabo el desarrollo matemático para obtener el beneficio que obtienen los bancos cuando compiten entre ellos sin fusionarse.

Primero se va a determinar la cuota de cada banco, para lo cual tendremos en cuenta que $K^i(n^i)-K^j(n^j)=0$:

$$\sigma^A=\frac{1}{4}-\frac{1}{8t}(r^B-r^A)-\frac{1}{8t}(r^D-r^A)$$
$$\sigma^B=\frac{1}{4}+\frac{1}{8t}(r^B-r^A)-\frac{1}{8t}(r^C-r^B)$$
$$\sigma^C=\frac{1}{4}+\frac{1}{8t}(r^C-r^B)+\frac{1}{8t}(r^C-r^D)$$
$$\sigma^D=\frac{1}{4}+\frac{1}{8t}(r^D-r^A)-\frac{1}{8t}(r^C-r^D)$$

Las empresas son simétricas por lo tanto con hacer los cálculos para una llega, en este caso se harán para el banco A, que tiene una función de beneficios $\pi_2^A=(R-r^A)[\frac{1}{4}-\frac{1}{8t}(r^B-r^A)-\frac{1}{8t}(r^D-r^A)]-F$, que optimizándola se obtiene la función de reacción $\frac{\partial\pi_2^A}{\partial r^A}=0\rightarrow r^A=-\frac{t}{2}+\frac{1}{4}(r^B+r^D+2R)$.

Teniendo en cuenta que $r^{A*}=r^{B*}=r^{C*}=r^{D*}$ se establece que el tipo de interés óptimo $r^{i*}=-t+R$, siendo i=A, B, C. D, que reporta unos beneficios $\pi^i=\frac{t}{4}-F$.

Apéndice 8

En este apéndice se lleva a cabo el desarrollo matemático para obtener el beneficio que obtienen los bancos cuando se produce una fusión regional (el banco A y B se fusionan para formar el banco E):

Primero se va a determinar la cuota de cada banco, para lo cual tendremos en cuenta que $K^E(n^E)-K^i(n^i)=-3$, siendo i=C, D que son empresas simétricas:

$$\sigma^E=\frac{1}{2}-\frac{1}{8t}(r^D-r^E-3)-\frac{1}{8t}(r^C-r^E-3)$$
$$\sigma^C=\frac{1}{4}+\frac{1}{8t}(r^C-r^E-3)+\frac{1}{8t}(r^C-r^D)$$
$$\sigma^D=\frac{1}{4}+\frac{1}{8t}(r^D-r^E-3)-\frac{1}{8t}(r^C-r^D)$$

Que sustituyendo en la función de beneficio:

$$\pi_2^E=(R-r^E)[\frac{1}{2}-\frac{1}{8t}(r^D-r^E)-\frac{1}{8t}(r^C-r^E-3)]-2F$$
$$\pi_2^C=(R-r^C)[\frac{1}{4}+\frac{1}{8t}(r^C-r^E-3)+\frac{1}{8t}(r^C-r^D)]-F$$
$$\pi_2^D=(R-r^D)[\frac{1}{4}+\frac{1}{8t}(r^D-r^E-3)-\frac{1}{8t}(r^C-r^D)]-F$$

Optimizándolas se obtienen las siguientes funciones de reacción:

$\begin{cases}\frac{\partial\pi_2^E}{\partial r^E}=0\rightarrow r^E=-t+\frac{1}{4}(r^D+r^C+2R-6)\\ \frac{\partial\pi_2^C}{\partial r^C}=0\rightarrow r^C=-\frac{t}{2}-\frac{1}{4}(-r^E-r^D-2R-3)\\ \frac{\partial\pi_2^D}{\partial r^D}=0\rightarrow r^D=-\frac{t}{2}-\frac{1}{4}(-r^E-r^c-2R-3)\end{cases}$, resolviendo el sistema se obtienen los tipos de interés óptimos $r^{E*}=-\frac{8t}{5}+R-\frac{6}{5}$ y $r^{C*}=r^{D*}=-\frac{6t}{5}+R+\frac{3}{5}$, que proporcionan unos beneficios $\pi^E=\frac{1}{25t}(4t+3)^2-2F$ y $\pi^C=\pi^D=\frac{1}{100t}(6t-3)^2-F$

Apéndice 9

En este apéndice se lleva a cabo el desarrollo matemático para obtener el beneficio que obtienen los bancos cuando se produce una fusión interregional (el banco A y C se fusionan para formar el banco E):

Primero se va a determinar la cuota de cada banco, para lo cual tendremos en cuenta que $K^E(n^E)-K^i(n^i)=-3$ y que $K^i(n^i)-K^E(n^E)=3$, siendo i=B, D que son empresas simétricas:

$$\sigma^E=\frac{1}{2}-\frac{1}{8t}(r^B-r^E-3)-\frac{1}{8t}(r^D-r^E-3)+\frac{1}{8t}(r^E-r^B+3)-\frac{1}{8t}(r^E-r^B+3)$$
$$\sigma^B=\frac{1}{4}+\frac{1}{8t}(r^B-r^E-3)-\frac{1}{8t}(r^E-r^B+3)$$
$$\sigma^D=\frac{1}{4}+\frac{1}{8t}(r^D-r^E-3)-\frac{1}{8t}(r^E-r^D+3)$$

Que sustituyendo en la función de beneficio:

$$\pi_2^E=\left(R-r^E\right)[\frac{1}{2}-\frac{1}{8t}(r^B-r^E-3)-\frac{1}{8t}(r^D-r^E-3)+\frac{1}{8t}(r^E-r^B+3)-\frac{1}{8t}(r^E-r^B+3)]-2F$$
$$\pi_2^C=\left(R-r^C\right)[\frac{1}{4}+\frac{1}{8t}(r^B-r^E-3)-\frac{1}{8t}(r^E-r^B+3)]-F$$
$$\pi_2^D=\left(R-r^D\right)[\frac{1}{4}+\frac{1}{8t}(r^D-r^E-3)-\frac{1}{8t}(r^E-r^D+3)]-F$$

Optimizándolas se obtienen las siguientes funciones de reacción:

$$\begin{cases}\frac{\partial\pi_2^E}{\partial r^E}=0\rightarrow r^E=-\frac{t}{2}+\frac{1}{4}(r^B+r^D+2R-6)\\ \frac{\partial\pi_2^C}{\partial r^C}=0\rightarrow r^C=-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(-r^E-R-3)\\ \frac{\partial\pi_2^D}{\partial r^D}=0\rightarrow r^D=-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}(-r^E-R-3)\end{cases}$$, resolviendo el sistema se obtienen los tipos de interés óptimos $r^{E^*}=-t+R-1$ y $r^{C^*}=r^{D^*}=-t+R+1$, que proporcionan unos beneficios

$\pi^E=\frac{1}{2t}(t+1)^2-2F$ y $\pi^C=\pi^D=\frac{1}{4t}(t-1)^2-F$

Apéndice 10

En este apéndice se realizan las comprobaciones matemáticas necesarias para obtener los resultados a la cuestión de que es más beneficioso, si una fusión regional o una interregional.

Partiendo de los siguientes beneficios:

Beneficio sin fusión: $\pi^i=\frac{t}{4}-F$

Beneficio fusión regional: $\pi^E=\frac{1}{25t}(4t+3)^2-2F$

Beneficio fusión interregional: $\pi^E=\frac{1}{2t}(t+1)^2-2F$

Comparando los beneficios de fusionarse con los de no hacerlo:

$$\frac{1}{25t}(4t+3)^2-2F-\frac{t}{4}+F>0\rightarrow F<\frac{1}{25t}(4t+3)^2-\frac{t}{4}$$
$$\frac{1}{2t}(t+1)^2-2F-\frac{t}{4}+F>0\rightarrow F<\frac{1}{2t}(t+1)^2-\frac{t}{4}$$

Cuando los costes fijos son los suficientemente pequeños los bancos obtienen un mayor beneficio fusionándose. La fusión que se realice será aquella que reporte unos mayores ingresos, ya que los costes son los mismos, ya que ambos casos hay que mantener dos sucursales:

$\frac{1}{25t}(4t+3)^2-\frac{1}{2t}(t+1)^2>0\rightarrow t>1.153$, es decir, parara valores de t superiores a 1.153 será más beneficioso la fusión regional.

Comparando los tipos de interés óptimos $r^{E^*}=-\frac{8t}{5}+R-\frac{6}{5}$ (f. regional) y $r^{E^*}=-t+R-1$ (f. interregional):

$-\frac{8t}{5}+R-\frac{6}{5}+t-R+1<0\rightarrow$ Es mayor el tipo de interés cuando la fusión es interregional, ya que cuando la fusión es regional el nuevo banco tiene una mayor poder de mercado, es decir, puede reducir el tipo de interés óptimo sin que varíe tanto su cuota, su demanda es más inelástica.

Apéndice 11

En este apéndice se lleva a cabo el desarrollo matemático para obtener el beneficio que obtienen el banco D cuando realiza una fusión regional o interregional, dando lugar a un nuevo banco denominado F:

Regional.

Primero se va a determinar la cuota de cada banco, para lo cual tendremos en cuenta que son empresas simétricas,$K^E(n^E)-K^F(n^F)=0$ y $K^F(n^F)-K^E(n^E)=0$, y que con hacer los cálculos para una es suficiente:

$$\sigma^E=\frac{1}{2}-\frac{1}{4t}(r^F-r^E)$$

$$\sigma^F=\frac{1}{2}+\frac{1}{4t}(r^E-r^F)$$

Que sustituyendo en la función de beneficio:

$$\pi_2^E=(R-r^E)[\frac{1}{2}-\frac{1}{4t}(r^F-r^E)\ ]-2F$$

Optimizándola se obtienen las siguientes funciones de reacción:

$$\frac{\partial\pi_2^E}{\partial r^E}=0\rightarrow r^E=-t+\frac{1}{2}(r^F+R)$$

Resolviendo el sistema se obtienen el tipo de interés óptimo $r^{E^*}=r^{F^*}=-2t+R$, que proporciona un beneficio $\pi^E=\pi^F=t-2F$.

Interregional.

Primero se va a determinar la cuota de cada banco, para lo cual tendremos en cuenta que son empresas simétricas,$K^E(n^E)-K^F(n^F)=0$ y $K^F(n^F)-K^E(n^E)=0$, y que con hacer los cálculos para una es suficiente:

$$\sigma^E=\frac{1}{2}-\frac{1}{4t}(r^F-r^E)+\frac{1}{4t}(r^E-r^F)$$

$$\sigma^F=\frac{1}{2}+\frac{1}{4t}(r^F-r^E)-\frac{1}{4t}(r^E-r^F)$$

Que sustituyendo en la función de beneficio:

$$\pi_2^E=(R-r^E)[\frac{1}{2}-\frac{1}{4t}(r^F-r^E)+\frac{1}{4t}(r^E-r^F)\ ]-2F$$

Optimizándola se obtienen las siguientes funciones de reacción:

$$\frac{\partial\pi_2^E}{\partial r^E}=0\rightarrow r^E=-\frac{t}{2}+\frac{1}{2}(r^F+R)$$

Resolviendo el sistema se obtienen el tipo de interés óptimo $r^{E^*}=r^{F^*}=-t+R$, que proporciona un beneficio $\pi^E=\pi^F=\frac{t}{2}-2F$.

Apéndice 12

En este apéndice se lleva a cabo el desarrollo matemático para obtener el beneficio que obtiene el banco D cuando se fusiona con E, el nuevo banco se sigue denominando E. Para este caso no importa que la fusión previa haya sido regional o interregional, ya que tras fusionarse D con E quedan casos simétricos.

Primero se va a determinar la cuota de cada banco, para lo cual tendremos en cuenta que, $K^E\left(n^E\right)-K^C\left(n^C\right)=-8$.

$$\sigma^E=\frac{3}{4}-\frac{1}{4t}(r^C-r^E-8)$$
$$\sigma^F=\frac{1}{4}+\frac{1}{4t}(r^C-r^E-8)$$

Que sustituyendo en la función de beneficio:

$$\pi_2^E=\left(R-r^E\right)[\frac{3}{4}-\frac{1}{4t}(r^C-r^E-8)]-3F$$
$$\pi_2^C=\left(R-r^C\right)[\frac{1}{4}+\frac{1}{4t}(r^C-r^E-8)]-3F$$

Optimizándola se obtienen las siguientes funciones de reacción:

$$\frac{\partial\pi_2^E}{\partial r^E}=0\rightarrow r^E=-\frac{3t}{2}+\frac{1}{2}\left(r^C+R-8\right)$$
$$\frac{\partial\pi_2^C}{\partial r^C}=0\rightarrow r^C=-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}\left(r^E-R-8\right)$$

Resolviendo el sistema se obtienen el tipo de interés óptimo $r^{E^*}=-\frac{7t}{3}+R-\frac{8}{3}$ y $r^{F^*}=-\frac{5t}{3}+R+\frac{8}{3}-t+R$, que proporciona un beneficio $\pi^E=\frac{1}{36t}(7t+8)^2-3F$ y $\pi^C=\frac{1}{36}\left(5t-8\right)^2-F$.

Apéndice 13

En este apéndice se va a comprobar que represalia le compensa más al banco D. Para ello hay que tener en cuenta los beneficios individuales del banco D en cada situación.

Fusión regional:

$\pi^D=\frac{1}{100t}(6t-3)^2-F$ (no fusión)

$\pi^D=\frac{t}{2}-F$ (fusión con C)

$\pi^D=\frac{1}{108t}(7t+8)^2-F$ (fusión con E)

$\frac{1}{100t}(6t-3)^2-\frac{t}{2}>0$, para $t<0.22$

$\frac{1}{108t}(7t+8)^2-\frac{t}{2}>0$ para $t>22,95$

Fusión interregional:

$\pi^D=\frac{1}{4t}(t-1)^2-F$ (no fusión)

$\pi^D=\frac{t}{4}-F$ (fusión con C)

$\pi^D=\frac{1}{108t}(7t+8)^2-F$ (fusión con E)

$\frac{1}{4t}(t-1)^2-\frac{t}{4}>0$ para $t<\frac{1}{2}$

$\frac{1}{108t}(7t+8)^2-\frac{t}{4}>0$ siempre

Bibliografía

Bouckaert, J. y Degryse, H. (1995). Phonebanking. *European Economic Review, 39,* 229-244*.*

Chiappori, P.A., Perez-Castrillo, D. y Verdier, T. (1995). Spatial competition in the banking system: Localization, cross subsidies and the regulation of deposit rates. *European Economic Review, 39,* 889-918.

Delgado, J., Saurina, J., y Townsend, R. (2008). Estrategias de expansión de las entidades de depósito españolas. Una primera aproximación descriptiva. *Informe de estabilidad financiera, 15*, 101-117.

Freixas, X. y Rochet, J.C. (2008). *Microeconomics of banking*, MIT Press.

Fuentelsaz, L., Gómez, J. y Palomas, S. (2007). La reestructuración de la red de oficinas en el sector bancario español: 1995-2005. *Papeles de economía española, 114,* 173-186*.*

Matutes, C. y Padilla, A.J. (1994). Un ensayo sobre la competencia bancaria en el mercado de depósitos*. Cuadernos económicos de I.C.E., 57, 1994/2,* 142-158*.*

Novo, J.A. (2004). La competencia vía no-precio en el sector bancario español. *Papeles de economía española, 101,* 194-211*.*

Tirole, J. (1990). *La teoría de la organización industrial*. Barcelona: Ariel.