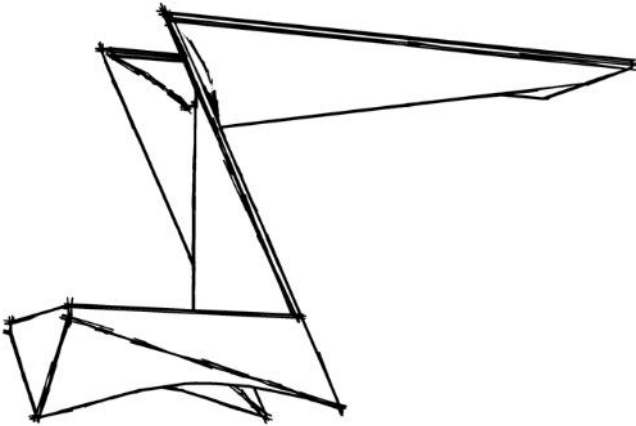


CUBERTAS LAMINARES MODULARES EN PARABOLOIDE HIPERBÓLICO

Módulos Agrupables de Bordes Rectos

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Daniel Rodríguez Cancela



CUBERTAS LAMINARES MODULARES EN PARABOLOIDE HIPERBÓLICO

Módulos Agrupables de Bordes Rectos



TRABAJO DE FIN DE GRADO

13/11/2015 CURSO 2015-16

Daniel Rodríguez Cancela

DNI: 78805233-B est-38

TUTOR: JUAN B. PEREZ VALCARCEL

Contenido del trabajo

Se reúnen en el presente escrito los resultados de la investigación sobre Cubiertas Laminas Modulares en Paraboloides Hiperbólico. Proponiendo y analizando, como caso particular de estudio, piezas originales modulares formadas por paraboloides hiperbólicos, marquesinas, cobertizos y pórticos.

El presente trabajo de fin de grado está acompañado de un cd con el siguiente contenido:

Un archivo pdf: *tfg*, con todo el contenido de la monografía.

- Una carpeta denominada *tfg-cad* en la cual se encuentran los modelos tridimensionales que contienen los distintos tipos de módulos de paraboloides hiperbólicos, que han sido diseñados y calculados mediante el software **Autocad®** con **Autofem®**.

ÍNDICE:

| | |
|--|----|
| Contenido del trabajo | 2 |
| Resumen | 4 |
| Resumo | 4 |
| Abstract..... | 4 |
| Introducción..... | 5 |
| Parte I. Antecedentes..... | 6 |
| Introducción..... | 6 |
| 1. Historia y Evolución..... | 6 |
| a) Antecedentes..... | 6 |
| b) La obra de Candela | 7 |
| c) Otros referentes y experiencias en España..... | 10 |
| Parte II. Estructuras de Paraboloides Hiperbólicos | 11 |
| Introducción..... | 11 |
| 2. Superficies alabeadas en Paraboloide hiperbólico..... | 11 |
| 3. Sistemas de cubiertas estructurales en paraboloide hiperbólico: clasificación y representación geométrica | 15 |
| a) Paraboloides hiperbólicos generados como superficie doblemente reglada..... | 15 |
| b) Paraboloides hiperbólicos generados como superficie de translación .. | 16 |
| 4. Soluciones modulares de bordes rectos | 19 |
| Parte III. Propuesta y resultados | 23 |
| Introducción..... | 23 |
| 5. Propuesta de pieza en paraboloide hiperbólico..... | 24 |
| a) Estudios y propuesta..... | 24 |
| b) Análisis de la pieza | 30 |
| 6. Resultados y conclusión | 33 |
| a) Resultados..... | 33 |
| a.1) Las marquesinas..... | 33 |
| a.2) Los cobertizos..... | 34 |
| a.3) Los pórticos | 38 |
| 7. Conclusiones | 44 |
| 8. Bibliografía | 46 |
| 9. Anexos | 50 |

Resumen

Las estructuras en paraboloides hiperbólicos poseen unas ventajas que resultan innegables cuando se utilizan como elementos modulares. Sin embargo, en cierta medida, existe un desconocimiento de los principios geométricos determinantes del comportamiento estructural de estas superficies, lo que incide en la escasez de ejemplos existentes.

El aporte fundamental de esta investigación radica en la propuesta de una pieza de cubierta en paraboloides hiperbólicos que pueda ser usada como un elemento modular, y que goce de ventajas tales como: eficiencia estructural bajo condiciones de equilibrio estable, alto valor estético o reducción de los costos y cantidades de material.

A partir del módulo base se realizan una serie de experimentos mediante distintos modos de agrupación de las piezas y pequeñas variaciones en sus geometrías, que dan como resultado tres tipos de estructuras: marquesinas, cobertizos y pórticos.

Palabras clave: cubierta, estructura laminar, modular, paraboloides hiperbólicos, MEF.

Resumo

As estruturas en paraboloides hiperbólicos posúen unhas vantaxes que resultan innegables cando se usan como elementos modulares. Con todo existe, en certa medida, un descoñecemento dos principios xeométricos determinantes do comportamento estrutural destas superficies, o que incide na escaseza de exemplos existentes.

O aporte fundamental desta investigación radica na proposta dunha peza de cuberta en paraboloides hiperbólicos que poda ser usada como un elemento modular, e que goce de vantaxes tales como: eficiencia estrutural baixo condicións de equilibrio estable, alto valor estético ou redución dos custos e cantidades de material.

A partires do módulo base realízanse una serie de experimentos mediante distintos modos de agrupación das pezas e pequenas variacións nas súas xeometrías, que dan como resultado tres tipos de estruturas: marquesiñas, cubertos e pórticos.

Palabras chave: cuberta, estrutura laminar, modular, paraboloides hiperbólicos, MEF.

Abstract

The hyperbolic paraboloid structures have undeniable advantages when used as modular elements. However, there is a certain lack of knowledge about geometric principles which determine the structural behavior of these surfaces, which causes a shortage of examples.

The main contribution of this research lies in proposing a hyperbolic paraboloid cover piece that can be used as a modular element, enjoying advantages such as structural efficiency under stable equilibrium conditions, high aesthetic value or costs and supplies wastage reductions.

Based on the basic element aforementioned, a series of experiments have been performed assembling several basic elements and making slight variations on its geometries, resulting three types of structures: awnings, sheds and porticoes.

Keywords: cover, sheet structure, modular, hyperbolic paraboloid, FEM.

Introducción

Parte I. Antecedentes

En el capítulo 1 se aborda la **Historia y Evolución** de superficies en paraboloides hiperbólicos, cuando son construidos en hormigón armado quedan incluidos dentro del conjunto de estructuras laminadas debido a su bajo espesor en comparación con el área de material empleado en su fabricación.

El escenario es el de los antecedentes de las construcciones realizadas con cubiertas de paraboloides hiperbólicos de hormigón armado en los inicios del siglo pasado. Se analizará la obra de Candela, los antecedentes internacionales y las experiencias Españolas.

Parte II. Construcciones de Paraboloides Hiperbólicos

El capítulo 2 **Superficies en Paraboloides hiperbólicos**. Aquí se aborda el estudio geométrico de las superficies, intentando abarcar esos conocimientos desde una óptica global de los conceptos geométricos de conceptualización, generación geométrico-analítica y clasificación. Definiendo sus propiedades y representaciones geométrico descriptivas.

Seguidamente el capítulo 3: **Sistemas estructurales de cubiertas en paraboloides hiperbólicos: clasificación y representación geométrica**, se desarrolla un registro de los métodos que permiten la concepción geométrica de la superficie alabeada de doble curvatura para convertirla en una estructura construida bajo condiciones de equilibrio estable, mostrando algunos ejemplos.

En el cuarto capítulo **Soluciones modulares de bordes rectos** se exponen y estudian las características de distintos tipos de estructuras a base de paraboloides hiperbólicos que forman unidades agrupables.

Parte III. Propuesta y resultados

Se pasa en el quinto capítulo a la **Propuesta de pieza en paraboloides hiperbólicos**, donde se plantea y estudia una pieza original a base de superficies alabeadas, explicando la idea de concepción de la figura sus principales características geométricas, sus propiedades analíticas arrojadas, así como su representación gráfica y descriptiva.

Finalmente en el sexto y séptimo capítulo, **Resultados**, y **Conclusiones** respectivamente, se muestran los resultados de la combinación de módulos que dan lugar a distintas agrupaciones, se comentan sus posibilidades de uso y fabricación, se estudia su viabilidad y características económicas, y por último se interpretan los resultados obtenidos.

Como anexo se adjuntan los **planos de estructura** de la propuesta, que contienen las características técnicas para la realización de la pieza, y el **presupuesto** aproximado para un prototipo.

Parte I. Antecedentes

Introducción

El primer techo fabricado en hormigón armado con un paraboloides hiperbólico se registró en 1933, por el Ingeniero Bernard Laffaille, en Francia. Luego destacaron distintas experiencias iniciadas con el Pabellón de Rayos Cósmicos, (Félix Candela, México, 1950). En España podemos hablar de la figura de Antonio Gaudí, que principios del siglo XX experimentaba con superficies de doble curvatura, y del ingeniero Eduardo Torroja pionero el campo de las estructuras laminares en hormigón armado con obras como las cubiertas del Hipódromo de la Zarzuela (Madrid, 1935). En Galicia -salvo pocos ejemplos- no hay tradición de estas construcciones.

1. Historia y Evolución

a) Antecedentes

Los estudios sobre las superficies de doble curvatura se remontan a los tiempos de los griegos. La figura del paraboloides hiperbólico era ya conocida, pero no ha sido reamente objeto de aplicación en el campo de la construcción hasta el comienzo del siglo XX.

Uno de los primero en experimentar con estas superficies fue el arquitecto español Antonio Gaudí que desarrollaría en la cripta de la Colonia Güel las primeras bóvedas de paraboloides hiperbólicos en las historia de la arquitectura (Fig. 1.1).

Más tarde, hacia 1933 el ingeniero francés Bernard Lafaille presenta un proyecto innovador denominado *V Lafaille*. Se trata de la primera obra de paraboloides hiperbólicos en hormigón armado, y estaba compuesta por una cubierta formada por cuatro paraboloides hiperbólicos y una estructura de soporte con forma de V, esta última prefabricada (Fig. 1.2).

Lafaille utilizó otra solución de cubierta en doble curvatura en una obra posterior como fue la iglesia de Notre-Dame de París. El techo fue resuelto bajo la condición geométrica de dos paraboloides hiperbólicos intersectados en la parte central de la edificación, resolviendo de esta forma un innovador sistema de recolección de aguas de lluvias que no requería grandes voladizos ni bajantes.

En 1936 el ingeniero francés Fernand Aimond (1902-1984), publica un tratado sobre el estudio estático de bóvedas delgadas en paraboloides hiperbólico trabajando sin flexión, *Etude statique des voiles minces en paraboloides hyperbolique travaillant sans flexion*. En base a estos tratados irán apareciendo y perfeccionándose nuevas maneras para calcular y solucionar las estructuras en paraboloides hiperbólico, sobre todo los propuestos por Félix Candela.



Fig. 1.1

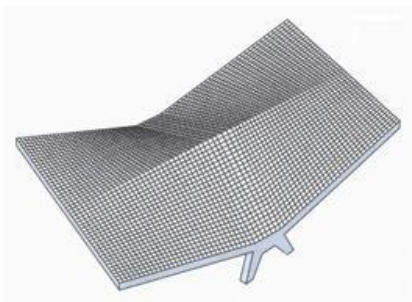


Fig. 1.2

Fig. 1.1 Cripta de la Colonia Güell en Barcelona, España.

Fig. 1.2 Primer techo de paraboloides hiperbólicos construido en hormigón armado por Bernard Lafaille.

b) La obra de Candela

El arquitecto español Félix Candela Outeriño (Madrid, 1910 - Durham, Carolina del Norte, 1997). Ha desarrollado un extenso trabajo en el campo de las estructuras laminares regladas de doble curvatura en hormigón armado.

Candela nació en Madrid y vivió en España donde cursó estudios de arquitectura. Pero a raíz de la Guerra Civil española, y dada vinculación al bando perdedor, se ve obligado a trasladarse a México en calidad de refugiado de guerra.

La clave en que marcó el inicio de las construcciones con superficies regladas alabeadas fue el conocimiento y el desarrollo de las fórmulas y propuestas del ingeniero francés Fernand Aimond. La primera obra de Candela utilizando una estructura en paraboloides hiperbólicos fue el Pabellón de Rayos Cósmicos, para la Ciudad Universitaria en Ciudad de México. Se trataba de una superficie anticlástica que debía de tener menos de 15 mm. de espesor en su lámina para permitir la entrada de los rayos cósmicos (Fig. 1.3).

“quizás la estructura más fina en hormigón armado que se ha construido” (Moreyra Garlock, 2008)

Escribió Candela. Aunque no fue precisamente calculada.

“...la bóveda estaba a punto de ser colada, cuando un comité de supervisión pidió los cálculos. No había ningunos. [sic]” (Faber, 1970) (Fig. 1.4)

La obra desarrollada posteriormente por Candela se puede encuadrar en cinco modalidades diferentes según proponen diversos autores, entre ellos Colin Faber (1970):

1. Paraguas simples
2. Eje z vertical
3. Bóveda por arista
4. Eje z no vertical
5. Bordos libres

Cabe decir que aunque estas categorías estructuran de una manera clara la obra de Candela, hay que hacer diferenciación entre los paraguas que están apoyados centralmente y las cúpulas cuadrangulares, aquí recogidos ambos en paraguas simples.



Fig. 1.3

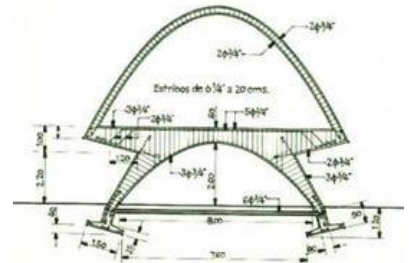


Fig. 1.4

Fig. 1.3 Pabellón de Rayos Cósmicos. México, 1951.

Fig. 1.4 Sección estructural Pabellón de Rayos Cósmicos. México, 1951.

1. Paraguas simples

1.1 Paraguas invertidos

Se trata de estructuras formadas generalmente por 4 paraboloides hiperbólicos invertidos y con un apoyo en un pilar en su parte central. El prototipo de paraguas experimental del almacén de Las Aduanas, en la zona de Vallejo, México, D.F. contaba con las dimensiones de 8x8 m en planta un espesor en torno a los 4 cm y una flecha de 6 cm. Aquí fue donde 24 trabajadores y el propio Candela se subieron a la cubierta para demostrar su estabilidad y comprobar del mismo modo un estado de carga importante, que no llegó a producir ningún tipo de colapso (Fig. 1.5).



Fig. 1.5

1.2 Cúpulas cuadrangulares

Similar a la anterior pero apoyada en sus esquinas trabaja estructuralmente al contrario que el paraguas:

“El encofrado de este tipo de cúpula hyper es un trabajo sencillo para el carpintero. Pero puesto que todos los bordes del cascaron trabajan a compresión, se requiere un tirante perimetral para tomar los empujes, principalmente por esta razón la cúpula no es tan barata como el paraguas.

No obstante, tiene ciertas ventajas. El claro máximo práctico es algo mayor que el de un paraguas (...) el paraguas con su columna central produce claros más pequeños en el perímetro.” (Faber, 1970)

De esta tipología se sirve el almacén de Herdez ubicado en San Bartolo, D.F., México (1955-56) (Fig. 1.6).

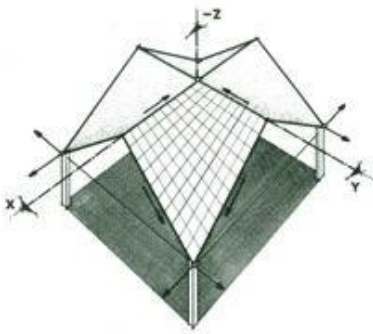


Fig. 1.6

Fig. 1.5 Prototipo experimental en el almacén de Las Aduanas, Colonia Vallejo México, D.F.

Fig. 1.5 Cúpula cuadrada con cuatro unidades de paraboloides hiperbólicos. Fuente: Faber, 1970.

2. Eje z vertical

La iglesia de La Medalla Milagrosa cuenta con una estructura de paraboloides hiperbólicos que se elevan de forma inclinada más de 20 metros. Se trata de 4 unidades de paraboloides hiperbólicos invertidos (Fig. 1.7).

3. Bóveda por arista

Se obtienen de manera similar a las bóvedas medievales, es una intersección de 4 paraboloides hiperbólicos en posición ortogonal 2 a 2, como ocurre en la Planta Embotelladora de Bacardí (Tultitlán, Estado de México, México) (Fig. 1.8).

4. Eje z no vertical

En este caso podemos decir que Candela fue pionero colocando el eje z de los paraboloides en posición no vertical, algo que hasta la fecha no era muy común, quizá porque aumentaba la complejidad del análisis estructural (Fig. 1.9).

5. Bordes libres

Todas las tipologías de estructuras en paraboloides hiperbólicos necesitan de elementos rigidizadores de borde que absorban las tensiones de tracción y compresión (Fig. 1.9). La intención en las estructuras de bordes libres era eliminar los elementos lineales de refuerzo, necesarios para absorber las tensiones. Candela proponía llevar los bajos espesores alcanzados, de 4 cm aproximadamente, hasta el borde de las piezas. Esto se hacía sustituyendo el borde por una estructura secundaria que llevaba los esfuerzos a los apoyos.



Fig. 1.7

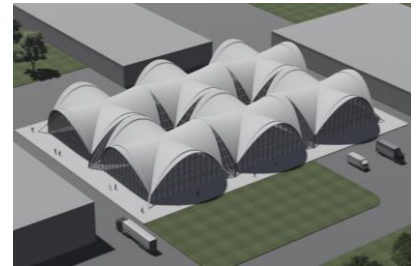


Fig. 1.8



Fig. 1.9



Fig. 1.10

(Fig. 1.4)

Fig. 1.7 Vista exterior de la Iglesia de La Medalla Milagrosa.

Fig. 1.8 Fábrica de Bacardi. México. Fuente: propia.

Fig. 1.8 Capilla del Altillio una vez vaciada la cubierta. Fuente: Colin Faber (1970).

Fig. 1.8 Capilla de San Antonio de las Huertas. Calzada México-Tacuba D.F.1956.

c) Otros referentes y experiencias en España



Fig. 1.11

Otro autor que desarrollo su obra en América fue Eduardo Cataldo. Arquitecto argentino que realizo investigaciones sobre las superficies alabeadas de doble curvatura paralelamente a las de Feliz Candela. Cataldo realizo en Estados Unidos la casa Raleigh, que contaba con una cubierta de madera a base de un paraboloides hiperbólico reglado en dos direcciones. Esta solución era un tanto peculiar pues la estructura era de entramado de madera y no de hormigón armado (Fig. 1.11)

En Europa destaca la figura del ingeniero suizo Heinz Isler, que trabajo con modelos físicos para determinar la forma adecuada que debían tomar las láminas estructurales de hormigón armado. Usando pequeñas maquetas de tela definía las curvaturas estructurales más eficientes. Sin embargo, el material de estos modelos trabajaba principalmente a tracción, puesto que se trataba de una tela. Con el fin de aplicar esta misma curvatura al hormigón, el modelo se endurecía con resina y se volteaba 180 grados, obteniendo una estructura a compresión. (Fig. 1.12)



Fig. 1.13

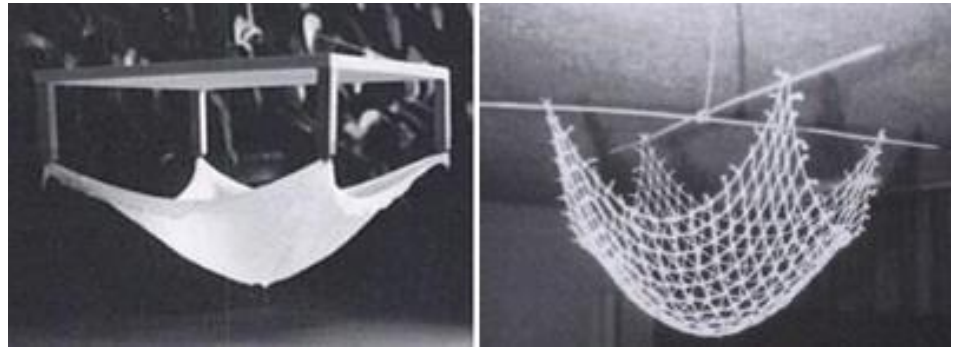


Fig. 1.12



Fig. 1.14

Un ingeniero alemán, Jörg Schlaich, trabajo en base a los estudios de Félix Candela y desarrollo un proyecto de una cubierta similar a la del restaurante Los Manantiales del arquitecto español.

Presentaba una estructura formada por 4 paraboloides hiperbólicos intersecados que formaban una cúpula, similar a la de Candela (Fig. 1.14). Lo novedoso de esta solución era que presentaba espesores de cubierta realmente pequeño alcanzando los 1,5 mm. esto era debido a la utilización de un hormigón armado mejorado que contenía fibra de vidrio y Candela fue invitado por Jörg Schlaich para visitar la obra en Stuttgart:

“La cubierta entusiasmó a Candela, entonces con 67 años, que inmediatamente subió a la misma y empezó a saltar en el vértice común de los ocho paraboloides para comprobar las flechas existentes. Con lágrimas en los ojos confesó que estaba emocionado de que sus ideas se hubieran sobrepasado y desarrollado de tal manera.” (Sanz Balduz, 1999)

Fig. 1.11 Casa Raleigh, la doble curvatura fue obtenida con elementos rectos.

Fig. 1.12 Modelos de tela realizados por H. Isler.

Fig. 1.13. Norwich Sports Village Hotel, Norwich Inglaterra, 1991

Fig. 1.13 Pabellón de exposiciones en Stuttgart, construido por Jörg Schlaich en 1977.

En nuestro país, aunque no existe gran tradición, existen algunos ejemplos de estructuras en paraboloides hiperbólicos. Félix Candela tuvo tiempo de regresar a España y construir un par de obras. En Madrid realizó el proyecto de la Iglesia Nuestra Señora de Guadalupe, junto con el ingeniero Eduardo Torroja. Una de sus últimas obras fue L'Oceanografic, una colaboración que realizó con Santiago Calatrava en la ciudad de las artes y las ciencias de Valencia (Fig. 1.15).



Fig. 1.15

Parte II. Estructuras de Paraboloides Hiperbólicos

Introducción

En esta parte se pretende analizar los principios geométricos determinantes del comportamiento estructural de las superficies en paraboloides hiperbólicos, y sus aplicaciones en el campo de las estructuras modulares.

2. Superficies alabeadas en Paraboloides hiperbólico

Para entender la superficie del paraboloides hiperbólico vamos a definir antes varios aspectos de las superficies: lo que son; cómo se generan; cómo se clasifican.

Definición de superficie

*“La superficie se puede definir como el lugar geométrico de una línea denominada generatriz, que se desplaza a través del espacio, según una cierta propiedad, pudiendo esta generatriz cambiar de forma durante el desplazamiento”
(Osres, 2006)*

Sin embargo podemos decir que la que más interesa a la arquitectura es la de que la superficie es una extensión en la que solamente se consideran dos dimensiones: largo y ancho. Es una definición simple y técnica que interesa por ser compatible con las demás ciencias relacionadas.

Generación de las superficies

En general podemos decir que cualquier superficie es producida por el movimiento de una línea cualquiera, llamada generatriz, apoyándose en otro elemento llamado directriz.

Fig. 1.15 L'Oceanografic en la Ciudad de Las Artes y las Ciencias. Valencia-España.

Así pues, en geometría se puede definir superficie como el lugar geométrico en el espacio tridimensional que comprende las posiciones de una línea generatriz apoyándose en otros elementos directrices.

Clasificación de las superficies

Se agrupan en dos grandes grupos:

Regulares: son las que contienen relaciones matemáticas que determina su generación. Encontramos varios subgrupos: Superficies regladas (desarrollables); de generación cilíndrica; de generación cónica; alabeadas (no desarrollables); superficies de revolución.

Irregulares: son aquellas que no guardan en su generación ninguna relación matemática y responden a otros preceptos. Un ejemplo de estas superficies son las superficies topográficas.

De estas superficies nos interesa estudiar más en profundidad las alabeadas (no desarrollables) que son las que incluyen los paraboloides hiperbólicos.

El paraboloide hiperbólico

Esta estructura se trata de una superficie cuádrica. Una superficie cuadrática es la gráfica de una ecuación de los puntos reales o imaginarios de segundo grado que se representa en el espacio en la siguiente forma¹ (ecuación general de una cuádrica):

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Iz + j = 0$$

“.....donde A, B, C, \dots, J son constantes, pero por traslación y rotación puede llevarse a algunas de las dos formas estándar

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + j = 0$$

o

$$Ax^2 + By^2 + Iz = 0$$

Las superficies cuadráticas son las análogas de las secciones cónicas del plano, pero en tres dimensiones. (STEWART, 1999)

Las superficies cuádricas son: el elipsoide, hiperboloide de una hoja, hiperboloide de dos hojas, cono elíptico, paraboloide elíptico y paraboloide hiperbólico.

¹ http://es.wikiarquitectura.com/index.php/Paraboloide_Hiperb%C3%B3lico

El paraboloid hiperbólico es pues una cuádrica, que como su nombre indica está formada contiene en su superficie parábolas e hipérbolas. Es comúnmente denominado “*silla de montar*” dado que las sillas de montar a caballo tienen una reproducción de su superficie en la parte donde va sentado el jinete.

El paraboloid hiperbólico es la superficie doblemente reglada parametrizada por:

$$x(u,v) = (u,v,uv)$$

El paraboloid hiperbólico es la primera de una serie de superficies, grafos de la parte real (o de la parte imaginaria) de la función

$$z \rightarrow z^n$$

siendo z un número complejo; de forma más precisa, superficies parametrizadas por:

$$x[n](u,v) = (u,v,R(u+iv)^n)$$

La ecuación cartesiana del paraboloid hiperbólico como superficie de translación viene siendo la siguiente:

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = \frac{z}{c}$$

Siendo simétrico respecto a los planos $x = 0$ y $y = 0$.

Si estudiamos las secciones que se producen al cortar una superficie cuya expresión sea la anterior, nos dan los siguientes resultados (Fig. 2.1):

Caso 1:

- Plano: $x=0$
- secciones por los planos: $y^2 = b^2 \frac{z}{c}$
- ubicación del vértice: **origen**
- sección cónica: **parábola**
- concavidad: **hacia arriba**

Caso 2:

- Plano: $y=0$
- secciones por los planos: $x^2 = a^2 \frac{z}{c}$
- ubicación del vértice: **origen**
- sección cónica: **parábola**
- concavidad: **hacia arriba**

Caso 3:

- Plano: $z = z_1 > 0$
- secciones por los planos: $\frac{x^2}{b^2} = \frac{x^2 z_1}{a^2 c}$
- ubicación del vértice: **Sobre la parábola** cuando $x=0$ (eje focal paralelo al eje y)

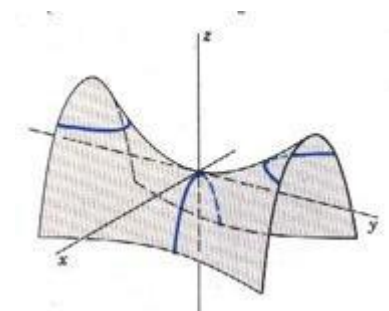


Fig. 2.1

Fig. 2.1 secciones producidas por distintos planos de corte en el paraboloid hiperbólico.

- sección cónica: **hipérbola**
- concavidad:

Caso 4:

- Plano: $z = z_1 > 0$
- secciones por los planos: $\frac{x^2}{b^2} = \frac{x^2 - z_1}{a^2 - c}$
- ubicación del vértice: **Sobre la parábola cuando $y = 0$**
- sección cónica: **hipérbola**
- concavidad:
-

Cuando se trata de una superficie anticlástica doblemente reglada de generatrices y directrices rectas responde a la ecuación:

$$z = xy$$

Otro de los elementos importante en las superficies en paraboloides hiperbólicos es el **punto de ensilladura** (Fig. 2.2). Se trata de un punto sobre una superficie en el que la pendiente es cero pero no se trata de un extremo local (máximo o mínimo). Es el punto sobre una superficie en el que la elevación es máxima en una dirección y mínima en la dirección perpendicular².

Matemáticamente se define como un punto de una función en el que la primera derivada es nula, mientras que el signo de la segunda derivada (curvatura) depende de la dirección en que se calcule. Si en un punto de una función de dos variables $f(x,y)$ el gradiente es cero, sólo puede tratarse de un máximo, un mínimo o un punto de silla.

Para un paraboloides hiperbólico con función $z = x^2 - y^2$:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x$$

Si esta derivada vale cero, puede tratarse de un extremo relativo:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 0 \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0$$

En el punto $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ puede haber un extremo relativo, calculando su derivada segunda obtenemos:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2$$

Es positiva, indicando un mínimo: siguiendo el eje de las x , en el punto $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ la función presenta un mínimo relativo. Veamos esto mismo en la dirección del eje de las y , su derivada parcial primera es:

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -2y$$

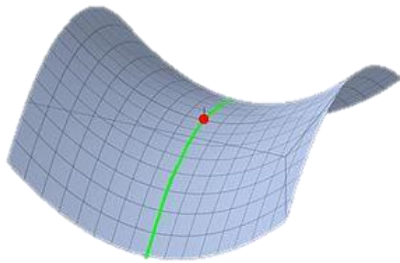


Fig. 2.2

Fig. 2.2 Paraboloides hiperbólico con punto de ensilladura.

² https://es.wikipedia.org/wiki/Punto_de_silla

Cuando esta derivada primera valga cero, puede presentar un extremo relativo:

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 0 \rightarrow -2y = 0 \rightarrow y = 0$$

en el punto $y = 0$, se da esta circunstancia, si vemos su derivada segunda tenemos:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2$$

que toma valor negativo, luego este punto $y = 0$, es un máximo relativo, el punto $x = 0, y = 0$, es un punto de silla, dado que en la dirección de las x es mínimo y en la dirección de las y es un máximo.

3. Sistemas de cubiertas estructurales en paraboloides hiperbólico: clasificación y representación geométrica

En este capítulo se realiza un estudio de las distintas formas de generación de superficies en paraboloides hiperbólico y de los distintos sistemas estructurales de cubiertas. Se aplicará una clasificación de la variedad de tipologías mediante su representación geométrica.

a) Paraboloides hiperbólicos generados como superficie doblemente reglada

Este método de generación consiste en establecer un paraboloides hiperbólico de planta cuadrada o rectangular, "...con dos sistemas de líneas rectas h_n e i_n , cada sistema paralelo a un plano director y ambos planos formando un ángulo arbitrario ω ... Las líneas rectas h_n que intersecan a ambas directrices, siendo al mismo tiempo paralelas a un plano xOz llamado *plano director*, definen la superficie. Se les denomina el *primer sistema de generatrices*." (Faber, 1970) (Fig. 3.1)

El segundo sistema de generatrices i_n son rectas paralelas a un segundo plano director yOz , que a su vez también es paralelo a las directrices HOD y ABC . Modificando la altura de los puntos A, C, E y G se puede variar la curvatura de la superficie

De esta manera se puede representar fácilmente una cubierta de una sola unidad de paraboloides hiperbólico como superficie doblemente reglada para una construcción de planta cuadrada o rectangular.

A partir de este esquema se pueden combinar varias unidades de paraboloides hiperbólicos para generar nuevas tipologías de cubiertas. Mediante combinaciones dos módulos de planta regular se puede obtener una cubierta en voladizo (Fig. 3.2).

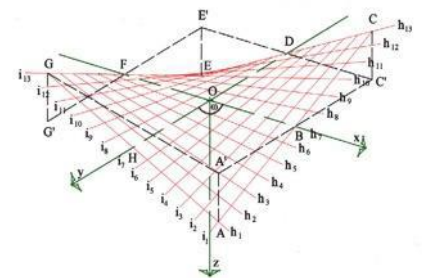


Fig. 3.1

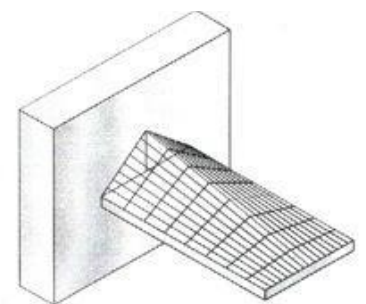


Fig. 3.2

Fig. 3.1 Representación, del modo de generar un paraboloides hiperbólico como superficie anticlástica mediante dos tipos de rectas generatrices, h_n e i_n . con eje z vertical.

Fig. 3.2 Representación de dos unidades de paraboloides hiperbólicos con configuración geométrica - espacial de un voladizo.

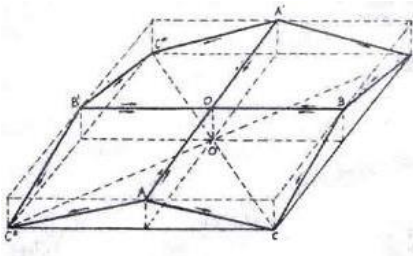


Fig. 3.3

Otra tipología de agrupación relativamente sencilla es la combinación de cuatro paraboloides hiperbólicos que conformen una estructura de planta cuadrada apoyada en sus esquinas. Esta cubierta se caracteriza por tener sus cumbreras horizontales AA' y BB' y los bordes inclinados CB, AC, CB', BC', C'A, A'C'', C'B', B'C'', C''A (Fig. 3.3).

En la figura aparece un esquema de funcionamiento de la estructura. Los puntos A, B, A' y B' no están comprimidos, en el punto o y las esquinas aparece la compresión máxima. Las rectas de las y cumbreras funcionan como vigas, y en los bordes las tensiones solo son esfuerzos tangenciales, tensiones o compresiones:

“Una propiedad particular [de esta tipología] reside en el hecho que, siendo los bordes generatrices, no se ejerce a lo largo de ellos sino esfuerzos tangenciales puros; dicho en otra forma, en un punto M cualquiera, los esfuerzos principales que se ejercen alrededor de este punto, según Mx y Mb , se componen para dar una resultante siempre paralela al borde.” (Pilarski, 1935) (Fig. 3.4)

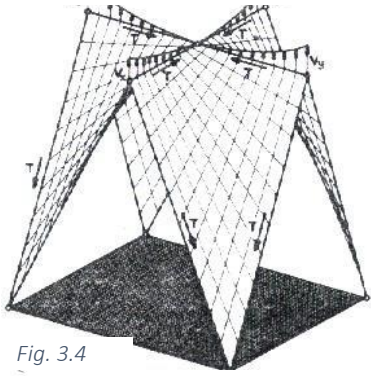


Fig. 3.4

b) Paraboloides hiperbólicos generados como superficie de traslación

Otra manera de generar una unidad en paraboloides hiperbólicos es trasladar una parábola a lo largo de otra invertida por planos perpendiculares. Se denomina superficie de traslación (Fig. 3.5). La superficie que obtenemos es un paraboloides hiperbólicos con cuatro parábolas en sus bordes. Esta forma de generación da una superficie que se denomina comúnmente silla de montar a caballo, por su similitud formal.

Los paraboloides hiperbólicos como superficie de traslación contienen un área común en la que logra observarse a las parábolas generatrices y directrices, y un área donde puede generarse una superficie doblemente reglada de paraboloides hiperbólicos anticlástica en el que las generatrices y directrices son rectas (Fig. 3.6).

Los sistemas estructurales recogidos por Heino Hengel

Engel (1997) en su libro *Sistemas de estructuras* establece una clasificación en las siguientes categorías:

- Forma activa
- Vector activo
- Sección activa
- Altura activa
- Superficie activa

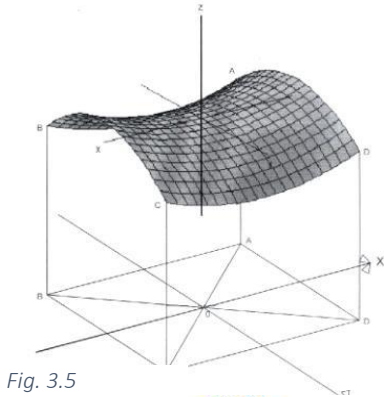


Fig. 3.5

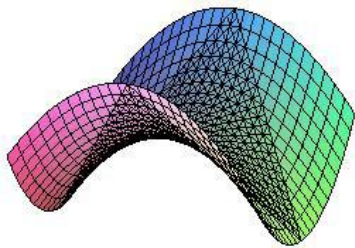


Fig. 3.6

Fig. 3.3 Cubierta esquemática de cuatro unidades doblemente regladas de paraboloides hiperbólicos.

Fig. 3.4 Deformaciones que se producen en los tímpanos de una cubierta de cuatro unidades de paraboloides hiperbólicos de configuración cuadrada.

Fig. 3.5 Paraboloides hiperbólicos como superficie de traslación.

Fig. 3.6 Representación del paraboloides hiperbólicos como superficie de traslación $z = x^2 - y^2$ y su área común donde se genera una superficie doblemente reglada.

Los paraboloides hiperbólicos se incluyen dentro de la categoría de *Sistemas de estructuras de superficie activa*, aunque existan ocasiones que dependiendo del sistema constructivo utilizado estas estructuras se puedan encuadrar en otras categorías como *sistemas de forma activa*, *vector activo* o *estructuras híbridas*.

Sin embargo la categoría que mejor define las estructuras de paraboloides hiperbólicos es la de superficie activa, que contiene las siguientes características:

“En los sistema de estructuras de superficie activa es fundamental una forma correcta que transmita las fuerzas externas y las distribuya uniformemente en pequeñas unidades por toda la superficie. Dar con la forma apropiada para una superficie –desde el punto de vista estructural, funcional y estético es un acto creativo: es arte” (Engel, 1997)

En el caso concreto del paraboloide hiperbólico Engel (1997) explica de la siguiente manera su forma de trabajo estructural (Fig. 3.7):

“...funciona a lo largo de un eje como un mecanismo de arco y, a lo largo del otro, como un mecanismo suspendido. Mientras que los esfuerzos de compresión tienden a deformar la membrana según un eje, los esfuerzos de tracción según el otro eje tienden a contrarrestar esta deformación.” (Engel, 1997)

Engel (1997) explica la generación de estas superficies como superficies de translación, y diferencia entre el paraboloide elíptico que genera una curvatura sinclástica (en la misma dirección), y el paraboloide hiperbólico que genera una curvatura anticlástica (en direcciones opuestas).

En el paraboloide elíptico (Fig. 3.8):

Las cargas se transmiten a través de dos ejes a los bordes por mecanismo de arco. Por lo tanto, los bordes se han de rigidizar para poder absorber el empuje de los arcos. Si el perímetro Inferior es horizontal, el borde ha de absorber la resultante de los esfuerzos de los arcos según los dos ejes, Como su forma {elipse} se aproxima al arco funicular que corresponde al peso propio de las fuerzas horizontales, apenas hay flexión en la viga de borde. (Engel, 1997)

Mientras que en el paraboloide hiperbólico (Fig. 3.9):

Las cargas se transmiten a los bordes por mecanismo de arco según un eje y por suspensión según el otro. Por lo tanto, el borde debe absorber el empuje del arco según un eje y la tracción de la suspensión según el otro. Si el perímetro Inferior es horizontal, el borde debe absorber la resultante del empuje y de la tracción. Debido a su forma de arco

Fig. 3.7 Esquema de mecanismo portante en el paraboloide hiperbólico como superficie reglada.

Fig. 3.8 Secciones del paraboloide elíptico.

Fig. 3.9 Secciones del paraboloide hiperbólico

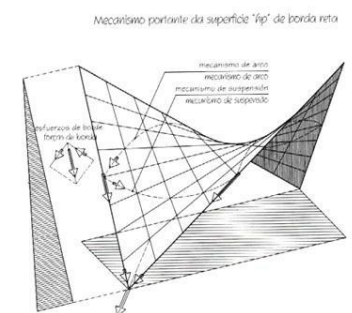


Fig. 3.7

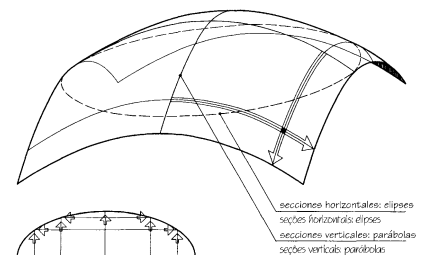


Fig. 3.8

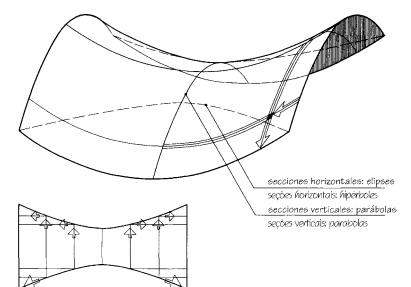


Fig. 3.9

(hipérbola) la viga de borde puede transmitir estos esfuerzos horizontales a las esquinas sin apenas flexión. (Engel, 1997)

Se muestra a continuación algunos ejemplos superficies activas:

Fig. 3.10 Planta, alzados e isometría de paraboloides hiperbólico unitario con bordes rectos, como estructuras de superficie activa de planta cuadrada. Engel, 1997:84.

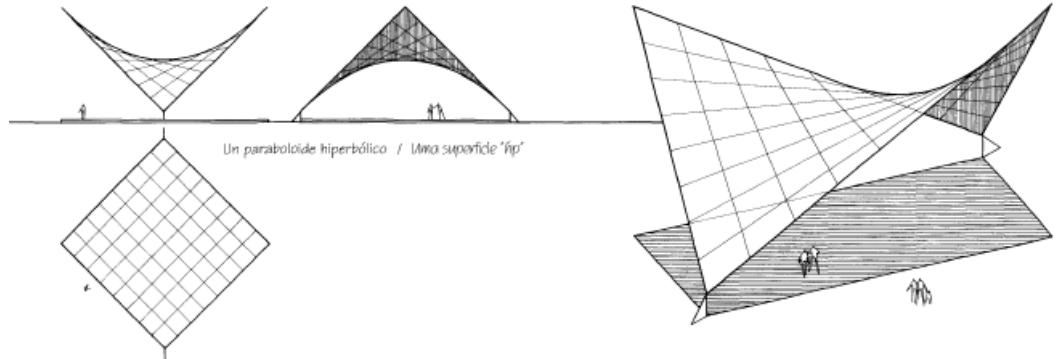


Fig. 3.10 Planta, alzados e isometría de la intersección de dos paraboloides hiperbólicos con bordes rectos, como estructuras de superficie activa de planta romboidal. Engel, 1997:84.

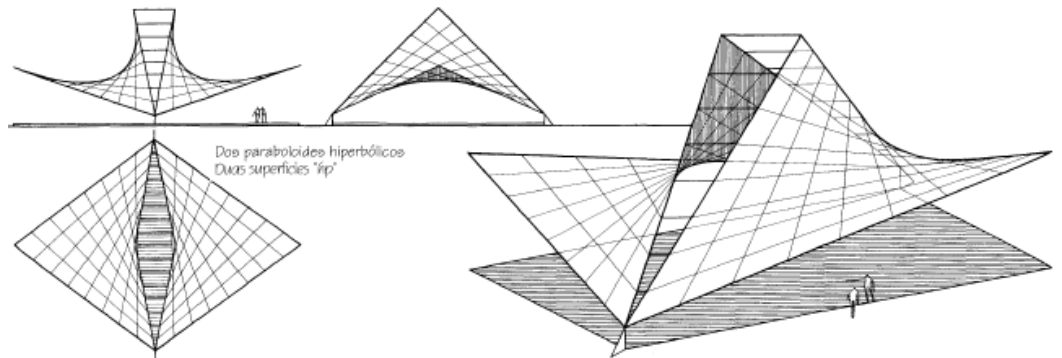


Fig. 3.12 Planta, alzados e isometría de la intersección de tres paraboloides hiperbólicos con bordes rectos, como estructuras de superficie activa de planta triangular. Engel, 1997:84

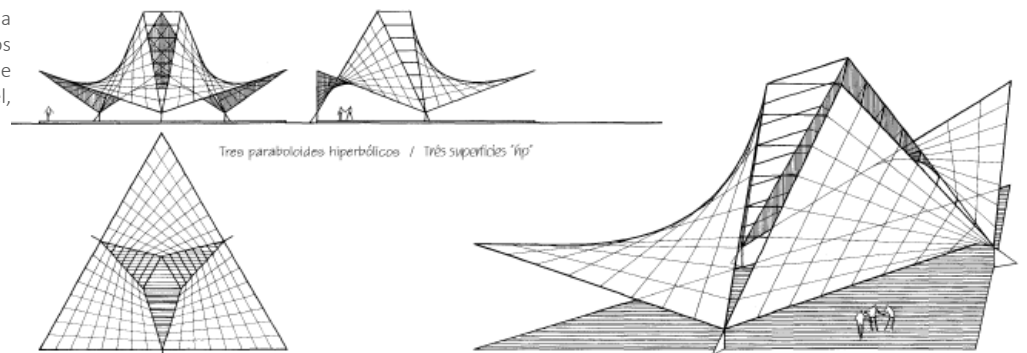
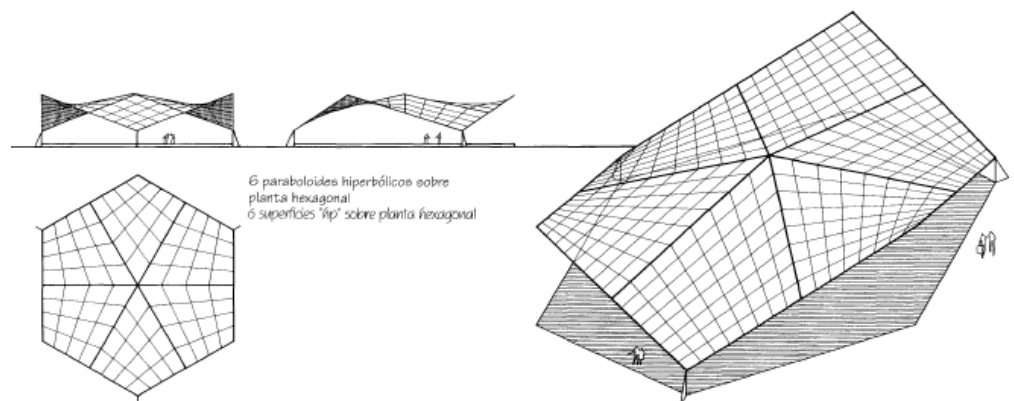


Fig. 3.11 Planta, alzados e isometría de seis paraboloides hiperbólicos triangulares, con bordes rectos, como estructuras de superficie activa de planta hexagonal. Engel, 1997:84.



4. Soluciones modulares de bordes rectos

En este capítulo se exponen soluciones de estructuras que utilizan las superficies alabeadas con el fin de conseguir unidades modulares que puedan ser agrupadas fácilmente, consiguiendo cubrir con un pequeño módulo de cubierta grandes espacios.

a) Configuración del módulo

La unidad modular base es una pieza formada por una o varias de estas superficies regladas. En estas piezas se busca el aprovechamiento de las características de las estructuras de superficie activa, combinado con la máxima sencillez constructiva posible. Los módulos más sencillos son de una única superficie, como el conoide (Fig. 4.1).

Otro ejemplo común de estas estructuras son los paraguas invertidos, que se conforman con la agrupación de cuatro superficies regladas en paraboloides hiperbólicos (Fig. 4.2).

Normalmente estas unidades presentan al menos dos de sus bordes rectos, para que la posterior repetición de varias piezas sea sencilla. La proyección en planta es normalmente un cuadrado o un rectángulo, que son figuras fácilmente agrupables.

b) Equilibrio estructural

Las unidades modulares resuelven, a menudo, por ellas mismas el equilibrio estructural (Fig. 4.3), aunque la agrupación de varias piezas optimiza y mejora su comportamiento.

Engel (1997), define así el mecanismo portante de los sistemas formados por cuatro paraboloides hiperbólicos:

Las resultantes del mecanismo de arco y del mecanismo de suspensión someten a los bordes a tracción y a la limahoya a compresión. En el apoyo, las componentes horizontales de las resultantes finales se contrarrestan mutuamente. (Engel, 1997)

c) Engel, sistemas estructurales de paraboloides hiperbólicos modulares para cubrir grandes espacios.

En el libro de Engel (1997) *Sistemas de estructuras* se recogen las siguientes soluciones:

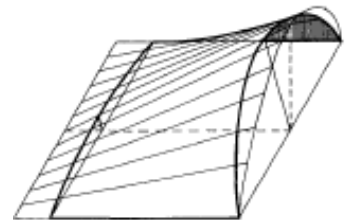


Fig. 4.1

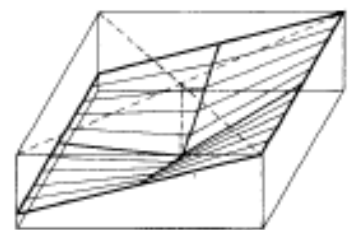


Fig. 4.2

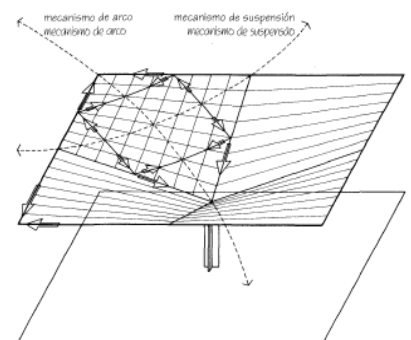


Fig. 4.3

Fig. 4.1 Módulo formado por un conoide. Engel, 1997.

Fig. 4.1 Módulo formado por cuatro paraboloides hiperbólicos.

Fig. 4.1 Mecanismo portante de un paraguas. Engel, 1997.

Fig. 4.4 Alzado e isometría de agrupaciones de paraguas, como estructuras de superficie activa. Engel, 1997

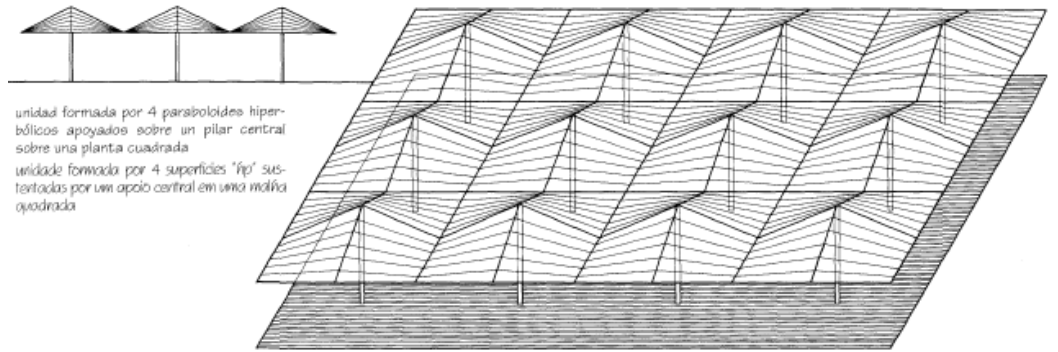


Fig. 4.5 Alzados e isometría de unidades de cubierta modulares en paraboloides hiperbólicos, como estructuras de superficie activa. Engel, 1997

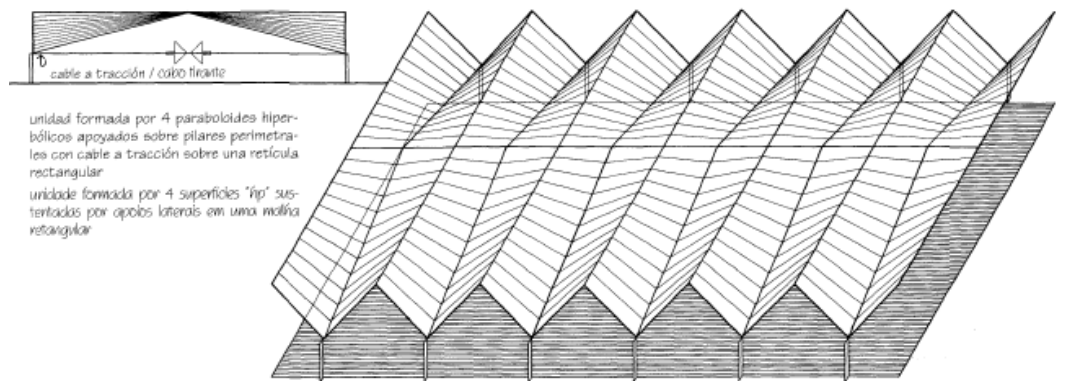
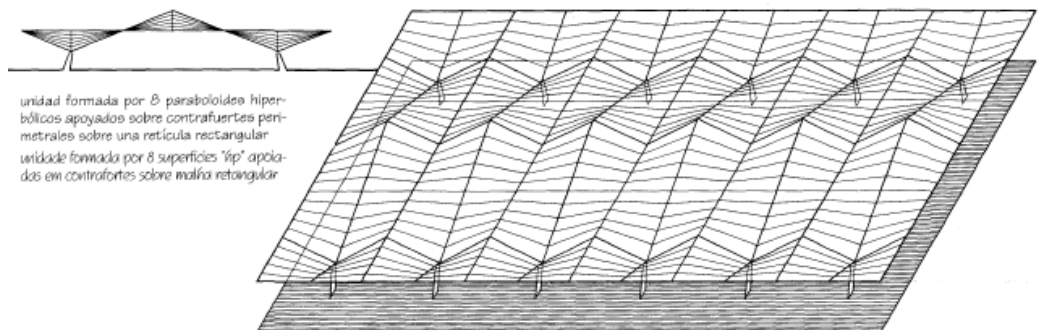


Fig. 4.6 Alzados e isometría de unidades de paraguas invertidos modificados, como estructuras de superficie activa. Engel, 1997



c) La experiencia de Candela

Félix Candela desarrollo a lo largo de su carrera importantes aportaciones en este campo de trabajo. El propio Candela se definía como constructor antes que arquitecto, en sus construcciones perseguía la economía material y la eficiencia estructural, dos características básicas en el campo de las estructuras modulares, donde resolviendo eficientemente una pieza se puede conseguir por repetición un abaratamiento de la obra en general. Como recuerda el ingeniero del Pozo Vindel:

“Candela se autodefinió siempre como un constructor. Según sus propias palabras, además de constructor, él era un contratista de obras. No es extraño, por lo tanto, que las dos líneas fundamentales de sus proyectos fueran siempre la optimización de la eficiencia estructural y la economía entendida en un sentido amplio, de minimización de los materiales empleados y de los costes de su puesta en obra.” (del Pozo Vindel, 2012).

Una de las aportaciones más destacables de Candela fue el denominado *Paraguas* (Fig.4.7), que en realidad se trata de una estructura a base de trozos de paraboloide hiperbólico con forma de paraguas invertido, apoyado en un pilar en su punto central.

“Combinando cuatro segmentos de hyper como se describe en la figura, se consigue este elemento (el paraguas), que admite innumerables combinaciones. Gracias a su simplicidad demostró ser uno de los medios más económicos para cubrir el espacio, y permitió competir en precio con los sistemas más baratos de techos industriales.” (Seguí Buenaventura, 1994)

Lo más importante a la hora de la ejecución es la elaboración del encofrado. Al tratarse de una superficie reglada se puede resolver fácilmente con tablas, que se disponen como directrices y generatrices de la superficie. Una vez obtenido el encofrado de una pieza se puede usar el mismo para el resto de piezas. Lo que supone un importante ahorro de medios.

“El encofrado de cada paraguas se divide en cuatro partes fácilmente movibles, incluso con medios mecánicos primitivos, lo que permite la construcción en serie de cubiertas formadas por repetición de estos elementos.” (Seguí Buenaventura, 1994)

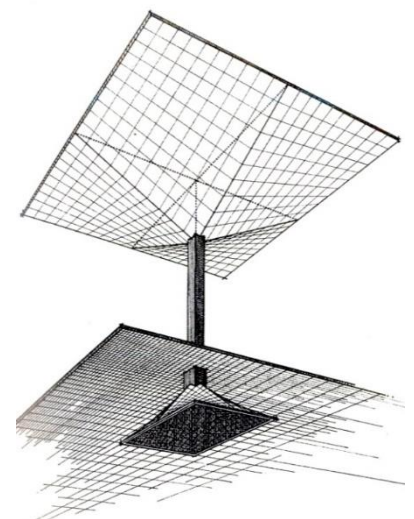


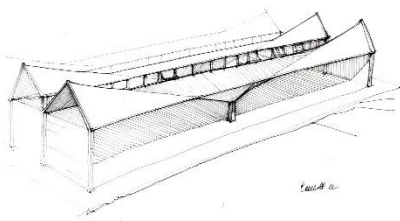
Fig. 4.7

Fig. 4.8 unidad modular de paraguas invertido con soporte y cimentación también como paraguas invertida. (Seguí Buenaventura, 1994).

La obsesión de Candela por hacer un módulo perfectamente optimizado y estudiado lo llevó a cuestionarse incluso el tipo de cimentación, huyendo del tradicional dado de hormigón armado propuso una curiosa innovación:

También se utilizaron paraguas invertidos, que, como zapatas de cimentación, proporcionaban una solución muy económica al frecuente problema de los cimientos en suelos de baja capacidad de carga. (Seguí Buenaventura, 1994)

La combinación de estos elementos sugería muchas veces variaciones en el módulo para responder a diversas exigencias. Un problema común era resolver la entrada de luz en los espacios cubiertos con este tipo de estructuras, Candela genera pequeñas variaciones al módulo base, inclinando el paraguas hacia un lado consiguiendo que se cree una abertura con el siguiente elemento y permitiendo la entrada de luz (Fig.4.9). Esta inclinación será la justa para que el agua recogida por la cubierta siga evacuando por su punto central.



“Mediante diversas combinaciones de los paraguas (inclinándolos en diente de sierra, en dos niveles, prolongándolos hacia el centro y formando otro invertido entre ellos, prolongándolos hacia los extremos, etc) se construyeron miles de paraguas en edificios industriales.” (Seguí Buenaventura, 1994)

Las estructuras a base de paraguas representaron una gran solución para cubrir espacios industriales, donde salvaban grandes luces con un gasto material mínimo. Pero también se utilizaron para la construcción de viviendas, donde un ejemplar de paraguas con pilar central resolvía la casa dejando el resto de la planta libre.

Fig. 4.9

Fig. 4.9 Paraguas modificados para permitir la entrada de luz. (Seguí Buenaventura, 1994)

Parte III. Propuesta y resultados

Introducción

La intención de esta investigación es plantear una unidad modular a base de superficies en paraboloides hiperbólicos (alabeadas de doble curvatura) para lograr su aplicación como soluciones en sistemas de cubiertas en espacios construidos.

Hasta ahora han existido multitud de soluciones de estructuras laminadas en paraboloides hiperbólicos para cubiertas de todo tipo de edificaciones. Sin embargo en las últimas épocas estos sistemas se han ido cayendo de la vanguardia arquitectónica que aboga generalmente por soluciones estructurales estandarizadas, más polivalentes y sencillas en su determinación y ejecución. Esta situación parece un tanto incomprensible dado que las soluciones de cubierta en paraboloides hiperbólicos cuentan con grandes ventajas. Por el contrario no son estructuras tan versátiles como por ejemplo un sistema de pórticos y forjados, que pueden funcionar tanto como cubierta o forjado de una planta. El hecho de la mayor demanda de las estructuras polivalentes ha provocado una mayor estandarización y abaratamiento de las mismas. Como consecuencia las estructuras en paraboloides hiperbólicos y otras singulares han caído en desuso, posiblemente por resultar más caras que las anteriores debido al reciente aumento del precio de la mano de obra.

Teniendo en cuenta que el verdadero problema de estas estructuras es la mayor necesidad de mano de obra se pretende idear una propuesta de cubiertas que repita un módulo, lo que resultaría a la postre más económico y rentabilizaría este tipo de construcciones.

Las soluciones modulares ya son conocidas y fueron usadas frecuentemente en el siglo pasado. Los paraguas de Félix Candela, en el continente americano, evidencian el éxito de este tipo de estructuras, aunque en nuestro país no han logrado alcanzar el mismo nivel de utilización. En España las cubiertas a base de paraboloides hiperbólicos se presentan generalmente en edificaciones con soluciones singulares con cálculos complejos y ejecuciones costosas.

Como se ha dicho anteriormente los sistemas estructurales de cubiertas en paraboloides hiperbólicos cuentan con una serie de ventajas. Una de las grandes ventajas de estas estructuras es la posibilidad de que el mismo sistema estructural resuelva la cubierta de la construcción. Con el juego de las formas se puede solucionar el problema de las escorrentías de aguas, y todo ello con espesores de material realmente pequeños. Lo que supone un importante ahorro del material estructural. Por otro lado el aligeramiento de la cubierta posibilita sistemas de soportes más sencillos y flexibles.

Fig. 5.0.1 Hoja de papel sin resistencia

Fig. 5.2 hoja de papel aguantándose en voladizo

Fig. 5.3 cubiertas a base de paraboloides hiperbólicos.

Las características de las cubiertas en paraboloides hiperbólicos junto con la posibilidad de aplicarlas como elementos modulares que rentabilicen la construcción hacen que sean propicias para aplicaciones industriales donde se pretenden cubrir grandes espacios. Analizando el punto de vista económico y técnico parece que es la aplicación más viable que pueden tener este tipo de estructuras a corto plazo.

5. Propuesta de pieza en paraboloides hiperbólicos

a) Estudios y propuesta

a.1) Estudios previos

Para generar una propuesta se fueron teniendo en cuenta una serie de condiciones que se iban imponiendo con el objetivo de lograr un resultado que las aunara de la mejor manera posible.

El uso de un sistema de estructura singular, como son las estructuras en paraboloides hiperbólicos, era una condición previa. La intención era aprovecharse de sus ventajas, de las ya descritas, y de la singular estética formal de estas estructuras.

Se pretendía pues una unidad modular lo más sencilla posible. Por un lado tenía que ser estable por sí misma y poder funcionar como una sola unidad resolviendo sus problemas de sustentación. Por otro lado se pretende que se puedan formar distintos tipos de agrupaciones a partir del mismo elemento, lo que dará mayores posibilidades de uso y aprovechamiento.

a.2) La cubierta

El punto de partida de la propuesta fue la cubierta. La idea era cubrir el espacio más grande posible con una cubierta lo más sencilla posible. Además tenía que tener una condición, que fuera en voladizo. La intención de plantear la pieza en voladizo tenía como finalidad aumentar las posibilidades de uso de la misma.

Cubrir un espacio con una superficie horizontal en voladizo y muy fina es como intentar sostener un folio por uno de sus lados cortos y esperar que se aguante. Sin embargo si al folio le damos forma de manera que la superficie trabaje como superficie activa podemos conseguir aguantarlo casi horizontal. Este mismo esquema es el que se ha seguido para proponer una superficie de cubierta con un consumo de material muy pequeño. Esta acción se logra simplemente gracias a la forma que toma esa superficie.

Por otro lado debía resolver los problemas básicos que se exige a una cubrición. La cubierta en sí quedaba resuelta con la superficie estructural, pero era necesario plantear la recogida de aguas. Se proponen dos paraboloides hiperbólicos con una flecha negativa en el mismo punto, lo que permite que la recogida y evacuación del agua se realice en un único lugar.



Fig. 5.1



Fig. 5.2

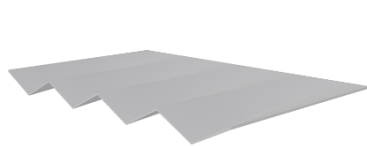


Fig. 5.3

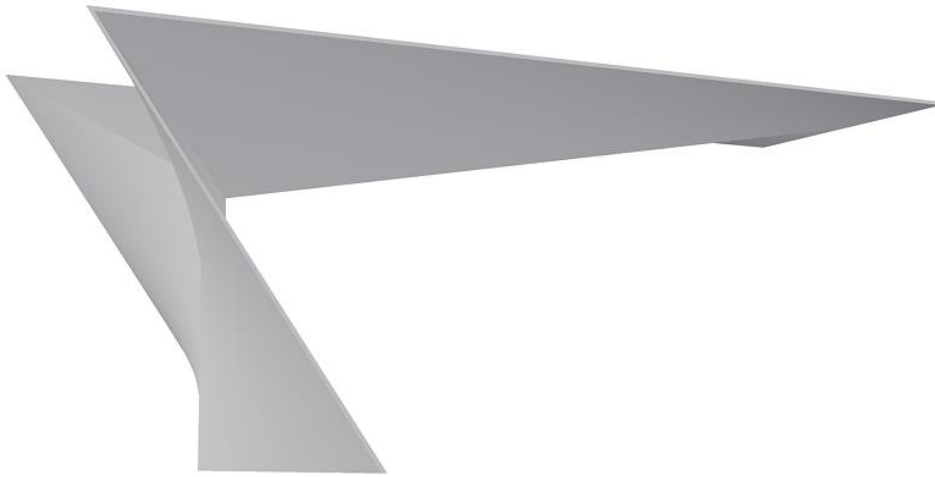


Fig. 5.4

a.3) El soporte

El soporte es un elemento básico de la unidad modular. Es el encargado de aguantar la pieza de cubierta y transmitir los esfuerzos a la cimentación. Teniendo esto en cuenta se pretende además resolver parte del cerramiento de la pieza, y hacerlo con superficies en paraboloides hiperbólicos.

El planteamiento del soporte, que funciona como cerramiento, se estudia de tal manera que logre la estabilidad global de la pieza. Al disponer un apoyo en forma de "v" generamos una superficie de contacto que se podría simplificar en tres puntos, donde dos de ellos apoyan y uno tira, quedando pendiente la cimentación para resolver la estabilidad global.

Por otro lado el soporte a base de superficies, en paraboloides hiperbólicos, da continuidad formal a la pieza. Esta solución aporta una idea original a la unidad modular.

a.4) Nervios de borde y centrales

El equilibrio global de la estructura produce tensiones en los bordes de la pieza. Por los cuales es necesario disponer refuerzos o nervios en los bordes. Para ello se dispondrán un armado a tracción o compresión complementaria y un ligero engrosamiento de la sección en ese punto, que puede ser tanto por la parte superior como por la inferior. Este engrosamiento se suavizará a la hora de la construcción para que se aprecie una superficie continuada.

Del mismo modo se dispone un nervio en la limahoya de la cubierta para ofrecer mayor resistencia a la pieza en la parte central y posibilitar un menor espesor en el resto de la superficie. Al igual que con los nervios de borde, en la construcción se suavizará la superficie.

La parte central del soporte se presenta del mismo modo con más espesor. Este engrosamiento se va estrechando hasta alcanzar bajo espesor en los bordes, con lo que se mantiene la apariencia de ligereza de la pieza.

a.5) La cimentación.

La cimentación es una parte clave para resolver el conjunto de la pieza, de ella depende el equilibrio global. Debía equilibrar el peso de la cubierta en voladizo, y al mismo tiempo lograr la estabilidad en las otras direcciones.



Fig. 5.5

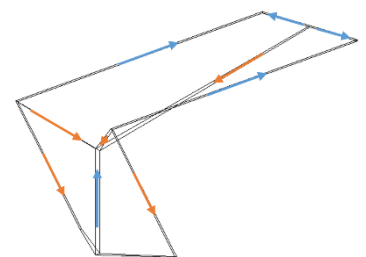


Fig. 5.6

Fig.5.4 vista 1 de la cubierta y el soporte de la propuesta.

Fig.5.5 vista 2 de la cubierta y el soporte de la propuesta.

Fig.5.6 Esquema de tensiones en los bordes de la cubierta y el soporte de la propuesta.

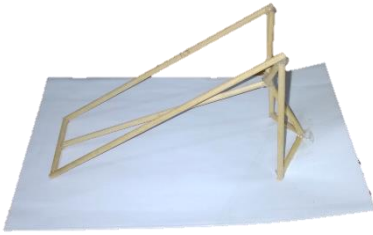


Fig. 5.7

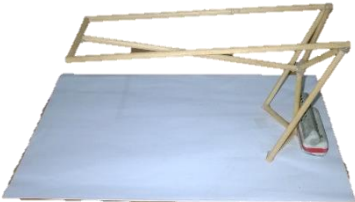


Fig. 5.8

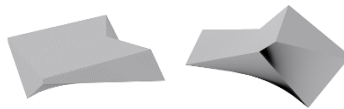


Fig. 5.9

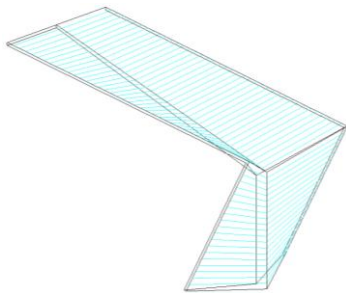


Fig. 5.10

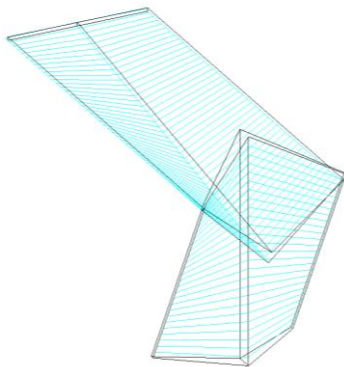


Fig. 5.11

Fig. 5.7 Maqueta desequilibrada

Fig. 5.8 Maqueta equilibrada con peso.

Fig. 5.9 Imagen de la zapata

Fig. 5.10 Encofrado con tablas de anchos diferentes.

Fig. 5.11 Encofrado con tablas del mismo espesor-

La propuesta para la cimentación resuelve los problemas de estabilidad comentados concentrando el peso en la parte más alejada para contrarrestar el vuelo de la estructura, centrando al mismo tiempo la masa y respondiendo a los esfuerzos de una manera más eficiente. Por otro lado las esquinas traseras y los dos apoyos delanteros, que continúan la forma de la pieza, dan estabilidad en las otras direcciones.

Estudiando este esquema fue posible proponer una solución que utilizara la geometría del paraboloides hiperbólico, optimizando estructuralmente la propuesta y dándole continuidad formal a la idea del uso de superficies de doble curvatura, para crear por otro lado una solución original.

Cabe destacar que habría sido posible el aligeramiento de la pieza formando un elemento que trabajara conjuntamente con el peso del terreno, como las zapatas de los paraguas propuestos por Félix Candela. Sin embargo no se ha considerado esta opción dado que requeriría unos controles de ejecución muy rigurosos, por la acentuación del problema de durabilidad en los elementos de bajo espesor que se encuentran enterrados.

a.6) El Encofrado.

El encofrado es un elemento singular en este tipo de estructuras. Al tratarse de superficies regladas, el encofrado se puede resolver mediante un entramado de elementos que simulen las directrices y generatrices de la superficie. Lo primero es disponer las directrices, para ello se colocan listones de madera en los cuales se apoyaran las tablas que forman la superficie. Estas tablas deben ser de una anchura que permita que el desarrollo de la superficie se logre con la mayor suavidad posible.

En el caso de la unidad modular se ha estudiado el método de encofrado, de manera que resulte lo más sencillo posible. Lo cual ha llevado a modificar ligeramente la geometría de la pieza. En un principio la geometría de la pieza se consiguió a base de disponer únicamente las directrices de forma que la superficie que se formara entre ellas fuera alabeada de doble curvatura. El inconveniente que presenta esta metodología es que la superficie generada conllevaría un encofrado de tablas de anchura variable que dificultaría la ejecución del mismo (Fig.5.10).

La disposición de tablas con ancho uniforme aligera mucho las labores de encofrado (Fig.5.11). Permitiendo el uso de tablas sin más modificaciones que una longitud aproximada, lo que supone una importante optimización de recursos y tiempo. Esta manera de disponer el encofrado provoca un ligero desfase entre tabla y tabla, que puede ser suavizado mediante el uso de tablas de anchos más pequeños. La variación geométrica producida por el uso de esta técnica provoca que la superficie que se genere no sea exactamente un paraboloides hiperbólico. Se trata de una superficie reglada alabeada similar a la del paraboloides pero que en su intersección tiene como resultado una curva alabeada en vez de una línea recta. Por lo demás las características estructurales son similares.

Por lo tanto el resultado final es el siguiente:

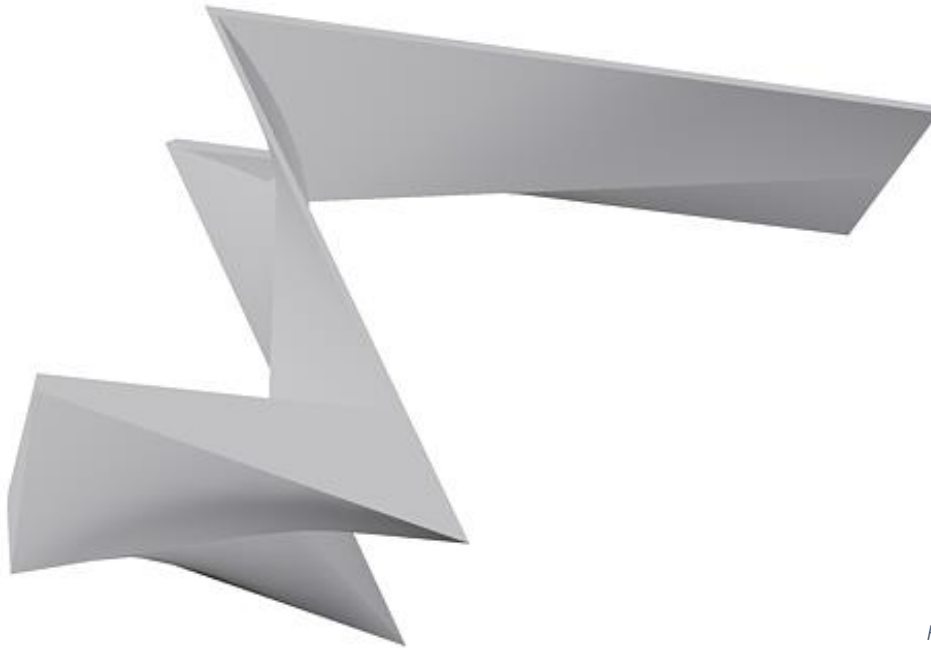


Fig. 5.12

a.7) La estabilidad y equilibrio.

Una vez concebido el elemento modular es necesario examinar y determinar si puede ser estable por sí mismo. Al tratarse de una estructura en voladizo es preciso determinar y ajustar los elementos para que la pieza esté en equilibrio y pueda mantenerse estable.

Dado que el método elegido para contrarrestar el peso de la cubierta ha sido una zapata a modo de contrapeso (Fig.5.13), es necesario comprobar el sumatorio de momentos respecto al punto medio de la base la zapata, y ajustar las proporciones de la pieza para lograr el equilibrio.

Partiendo de unas proporciones de cubierta, que se explicaran en el siguiente apartado, se determina el peso que se debe contrarrestar. De esta manera se puede dimensionar la zapata obteniendo un volumen y unas dimensiones adecuadas que permitan que la pieza esté en equilibrio. Una vez realizados los estudios se determina el centro de gravedad del conjunto mediante un el programa *Autocad*.

Los resultados muestran que el centro de gravedad se encuentra en el soporte vertical, ligeramente desplazado hacia el lado de la zapata, lo que significa que la zapata contrarresta el peso de la cubierta (Fig.5.14).



Fig. 5.13

Fig. 5.12 Vista inferior del resultado final de la propuesta para una pieza modular a base de paraboloides hiperbólicos.

Fig. 5.13 Vista superior del resultado final de la propuesta para una pieza modular a base de paraboloides hiperbólicos.

Fig. 5.14 Localización del centro de gravedad de la pieza.

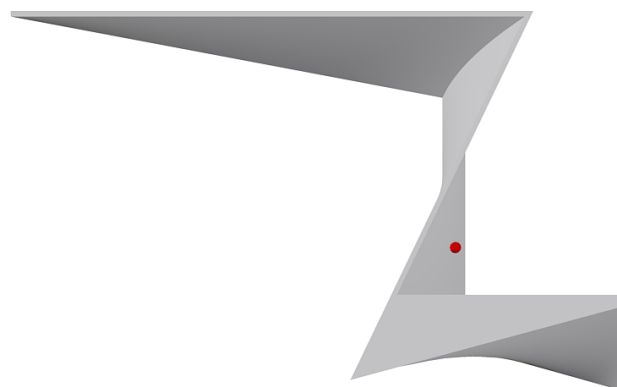


Fig. 5.14

Fig. 5.15 Esquema de unión de las piezas previamente prefabricadas usando elementos metálicos.

Fig. 5.16 Imagen de la excavación de un prototipo basado en la pieza de la propuesta.

Fig. 5.17 Imagen de la excavación de un prototipo basado en la pieza de la propuesta, donde se aprecia el tacón realizado para un apoyo delantero.

Fig. 5.18 Imagen del prototipo basado en la pieza de la propuesta, donde se aprecian pequeñas imperfecciones provocados por los desfases entre los elementos de encofrado



Fig. 5.15



Fig. 5.16



Fig. 5.17



Fig. 5.18

a.8) La ejecución y fabricación.

Una vez estudiados los elementos que definen la unidad modular es necesario comentar algunos aspectos importantes en el proceso de ejecución o fabricación. En primer lugar los que tienen que ver con el proceso general y posteriormente simplificaciones o modificaciones que se deben tener en cuenta a la hora de la ejecución.

a.8.1) Aspectos generales.

Como ya se ha dicho el problema de las estructuras alabeadas es la dificultad de construcción del encofrado. Por ello, al ser una pieza modular, es lógico que una vez obtenido un encofrado este se reutilice para generar más piezas y poder así rentabilizarlo. De manera que esto nos lleva a dos cuestiones:

Por un lado, lo más factible, consistiría en disponer o realizar el encofrado en lugar de construcción de la pieza y realizar la misma in situ, reutilizándolo para repetir el módulo las veces que se necesite.

Sim embargo existe la posibilidad de realizar la pieza en fábrica, o por lo menos parte de ella, y luego trasladarla al lugar de emplazamiento. Por un lado el volumen de cimentación previamente fabricado se traslada hacia su asentamiento independiente del resto de la pieza que llegaría más tarde. Una vez llegada la pieza se procedería a unir los puntos clave entre la cimentación y la pieza mediante una solución atornillada (Fig.5.15).

Unidos tres puntos se garantiza la estabilidad del módulo. Las uniones de los extremos absorberían los esfuerzos de compresión. Mientras que el vértice de apoyo de la "v" contrarrestaría los esfuerzos de tracción.

a.8.2) Simplificaciones de ejecución.

Algunas de las recomendaciones que a continuación se exponen fueron extraídas durante el proceso de ejecución de un prototipo de la unidad propuesta en este trabajo. Se trata de modificaciones o recomendaciones puntuales que se entienden necesarias desde el punto de vista de la ejecución.

Comenzando por el proceso de excavación y cimentación es necesario tener en cuenta algunas consideraciones. En el proceso de excavación se recomienda excavar solo lo necesario y evitar disponer de encofrado, salvo en la parte de los apoyos delanteros donde se estima necesario (Fig.5.16). Del mismo modo se recomienda una modificación en los apoyos delanteros, dado la dificultad que representa su geometría, se recomienda realizar un tacón o ensanchamiento en la cota más baja y comenzar con el encofrado unos centímetros más arriba donde la geometría no resulta tan apuntada (Fig.5.17).

Otra de las recomendaciones que se han extraído del proceso de ejecución tiene que ver con el problema de los desfases que se generan entre tabla y tabla de la superficie alabeada. Al ajustar uno de estos elementos a una de las maderas maestras, que hacen de directriz de la superficie, se genera en el otro extremo un desfase con respecto a la tabla siguiente (Fig.5.18). Este problema se acentúa con la disposición de tablas del mismo ancho. Por lo tanto se recomienda usar tablas no mayores de 5 cm. de ancho. Así mismo en el proceso de colocación se recomienda en primer lugar, colocar el elemento y clavarlo a las directrices por

dos puntos localizados en esquinas opuestas provocando que la tabla se alabee y genere una superficie de mayor suavidad (Fig.5.19). Obviamente esta técnica obtendrá mejores resultados con tablas recién cortadas o de maderas más flexibles que con tablas más secas y rígidas.

En cuanto a la realización de la ferralla se recomienda, salvo la viga central, que se realice en obra a la par del proceso de encofrado. Se recomienda encargar a la ferralla las barras de las dimensiones requeridas por separado, incluyendo patillas y dobleces importantes, para luego formar las parrillas y demás armados en obra, adaptando de la mejor manera las armaduras a la superficie alabeada (Fig.5.20;21).

El hormigonado de la pieza se ha de realizar en tres fases con las siguientes características. En primer lugar para la cimentación (Fig.5.22) se recomienda un hormigón de consistencia plástica, y con un diámetro de árido de 20 mm. dado que no tenemos problemas de espesores. Posteriormente el soporte, con espesores muy pequeños y encofrados por las dos caras, requerirá de un hormigón con una consistencia plástica con un árido máximo de 10 mm., lo necesario para discurrir entre las armaduras pero sin que filtre en exceso por las posibles imperfecciones del encofrado. Por último en la cubierta se debe utilizar un hormigón seco con un árido no mayor de 10 mm., que aporte más consistencia para generar las pendientes requeridas y cubra las armaduras en las secciones de espesor más fino.



Fig. 5.19

Fig. 5.19 Imagen que muestra el encofrado con tablas del mismo ancho.

Fig. 5.20 Imagen que muestra la disposición del armado inferior de la zapata mediante barras independientes.

Fig. 5.21 Imagen que muestra la disposición del armado completo de la zapata, mediante barras independientes.

Fig. 5.22 Imagen que muestra la zapata realizada, y el armado vertical del soporte.



Fig. 5.20



Fig. 5.21

Por último se recomienda, por una cuestión estética formal, suavizar las transiciones entre los nervios de la cubierta y el resto de la superficie. Para el modelo de cálculo no es necesaria esta consideración, sin embargo a la hora de la ejecución se pueden suavizar con hormigón las perturbaciones ocasionadas en la sección de la superficie por la disposición de los nervios, consiguiendo una superficie aparentemente homogénea.



Fig. 5.22

b) Análisis de la pieza

b.1) Análisis geométrico

El objetivo del trabajo es proponer un sistema de cubiertas modulares. Por tanto no podemos hablar de unas dimensiones concretas. Sería más adecuado establecer unas proporciones que den, independientemente de las dimensiones, una imagen similar.

En cuanto a proporciones, se ha dispuesto que la altura de la pieza sea la mitad del vuelo. De ancho podríamos tomar $\frac{1}{4}$ de la longitud de la pieza. De esta manera se mantendría la imagen de la propuesta.

Sin embargo para el estudio de una pieza en concreto se proponen unas dimensiones que responderían a un tipo de uso de soluciones industriales, de 5 m. de alto por 10m de longitud del vuelo más 1.5m de vuelo posterior, y 4 metros de ancho. La flecha de los paraboloides, tanto los de cubierta como los del soporte, será de una dimensión similar al vuelo de la parte posterior (*Fig.5.23*).

El espesor de la cubierta estaría entorno a los 5 cm., aunque irá variando según el punto que se trate debido a la disposición de nervios como se ha explicado anteriormente. En el apoyo se parte de un espesor de 30 cm. En la parte central que va disminuyendo hacia los bordes, alcanzando los 5 cm.

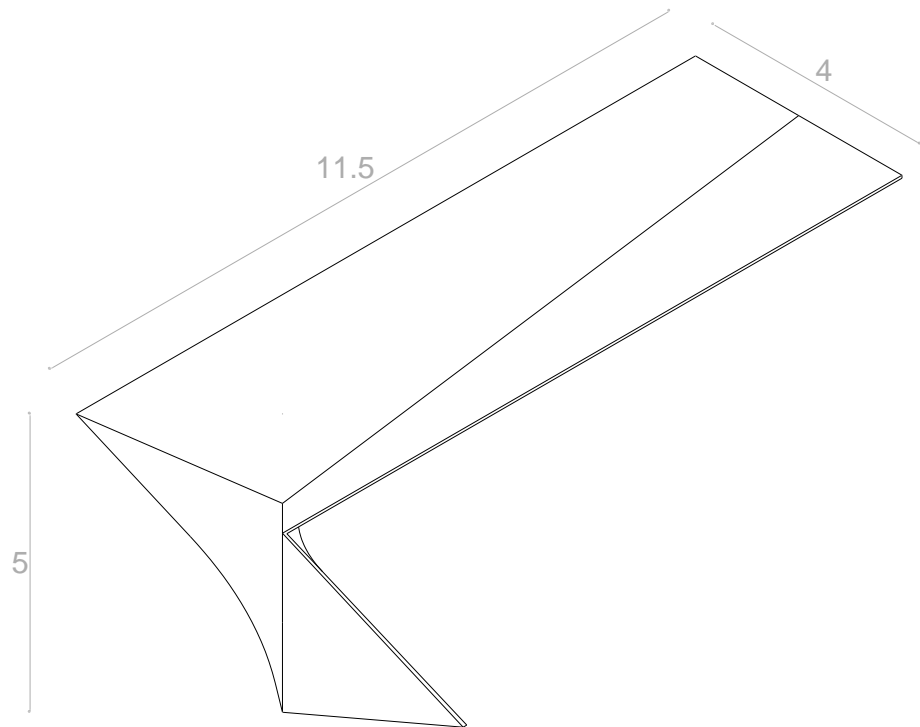


Fig. 5.23 Isometría de la pieza con las dimensiones tomadas para el análisis.

b.2) Análisis estructural

El análisis estructural de la pieza se ha llevado a cabo mediante el cálculo de elementos finitos. Previamente se ha modelado la estructura en *Autocad*. Para luego mediante el módulo de *Autofem* realizar el cálculo. También se han utilizado otros programas de cálculo diseño paramétrico como el *Inventor*.

b.2.1) Materiales

Para el cálculo estructural se han utilizado materiales con las siguientes características:

- Hormigón HA-30 30N/mm² (resistencia característica especificada 28 días) EHE, art. 39.2
- Acero BS 500 Límite elástico mínimo 500N/mm² EHE, art. 31.2

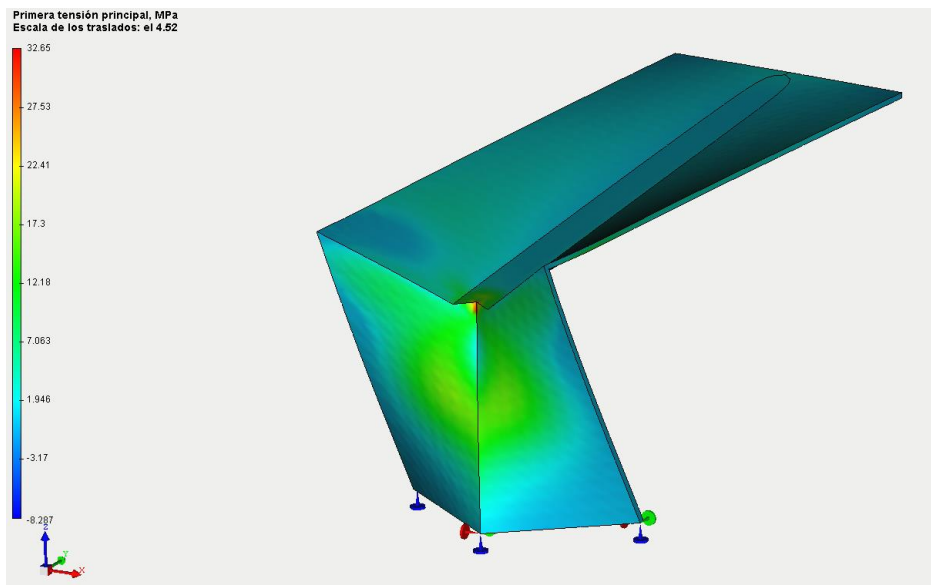
b.2.2) Estados de carga

Se toman para el cálculo los siguientes valores de las acciones:

- Carga permanente: peso propio $G = 25 \text{ Kn/m}^3$
- Carga Variable: viento $Q_v = 648 \text{ N/m}^2$
- Carga de uso y nieve: 800 N/m^2

b.2.3) Análisis FEM de la pieza (10x5x4)

Primera tensión principal (Mpa)



Tensión máxima 32.65 Mpa

Como podemos observar en la parte del voladizo las tensiones son muy pequeñas entorno a los 2-3 Mpa dado que la superficie en ese punto solo tiene esfuerzos de tracción. Sin embargo en el apoyo parece la flexión y las tensiones oscilan en la parte verde entre 17 y 7 Mpa. Se puede decir que se trata de tensiones admisibles.

Tercera tensión principal (Mpa)

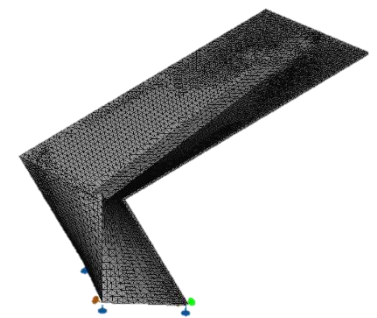


Fig. 5.24

Fig. 5.24 Modelo de cálculo con un mallado a base tetraedros regulares.

Fig. 5.25 Resultados MEF. Primera tensión principal

Fig. 5.25

Fig. 5.265.19 Resultados MEF. Tercera tensión principal.

Fig. 5.27 Resultados MEF. Desplazamientos.

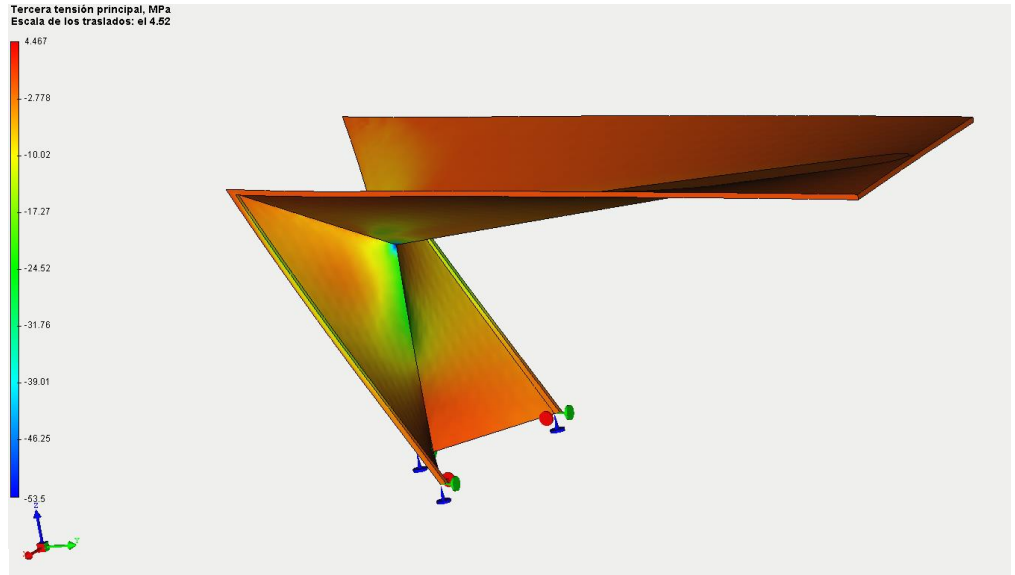


Fig.

Tensión máxima -53.5 Mpa

En el grafico que muestra las compresiones en el hormigón apreciamos que la mayor parte de la estructura se encuentra en torno a valores bajos, aunque existe una zona de concentración de compresiones en la cara interior del soporte y en los bordes del soporte, donde será necesario disponer un armado a compresión.

Desplazamientos (m)

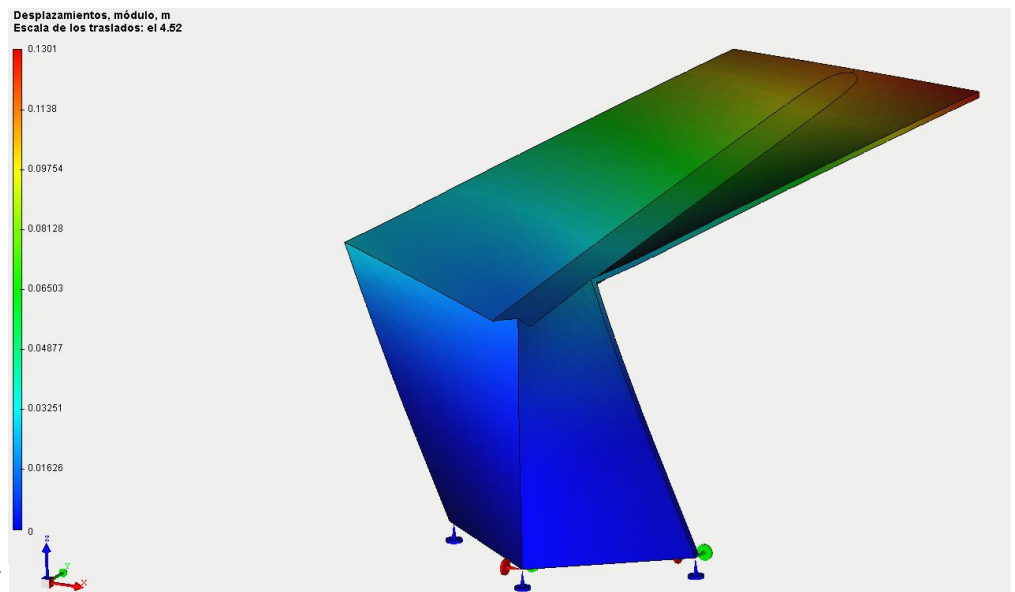


Fig. 5.27

Desplazamiento máximo 0.1301 m

Los máximos desplazamientos aparecen como es lógico en la punta del voladizo. 13 cm para 11,5 m. de longitud no cumple con la disposición del $L/300=3,8$ cm. Pero teniendo en cuenta el tipo de estructura de la que se trata se entiende como admisible.

6. Resultados y conclusión

a) Resultados

La intención de la propuesta del trabajo es obtener un módulo estructural, a base de superficies en paraboloides hiperbólicas, para formación de distintos tipos de construcciones. Se pretende lograr un aporte que proponga nuevas soluciones constructivas que puedan ser utilizadas eficazmente en distintos campos y actividades. Para ello se van agrupar en tres grupos: las marquesinas; los cobertizos; los pórticos.

Cada uno de estos grupos forman una tipología de construcciones. A continuación se exponen de manera individual, se comentan y comparan los resultados obtenidos de ellas. Proponiendo las modificaciones que mejoraran u optimicen el comportamiento de la estructura en cada caso.

a.1) Las marquesinas

Esta tipología está formada por una única unidad modular. Recibe el nombre de marquesina puesto que fue concebida como una superficie cubierta abierta por sus laterales que permitiera un ligero refugio.

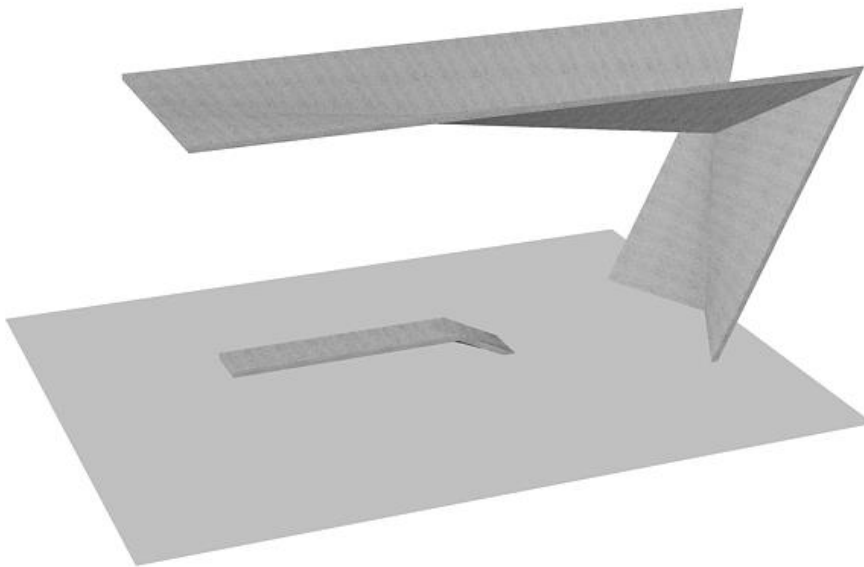


Fig. 6.1

En la figura se representa una vista desde arriba de una marquesina con un banco en la superficie cubierta. Estas piezas pueden ser una buena opción para pequeños espacios cubiertos, como paradas de autobús, lugar de reposo cubierto, pequeño comedor...

En general este tipo de estructura es el menos rentable de los tres que se exponen. Si se trata de una única pieza realizada in situ no podremos rentabilizar el encofrado a no ser que se construyan más similares en otros lugares. Además las exigencias estructurales, como se ha visto en el apartado anterior, son las

Fig. 6.1 Imagen de la tipología de la marquesina

mayores. Al trabajar como una única pieza en voladizo tiene que contrarrestar por ella misma todos sus esfuerzos. Como ya hemos visto las tensiones producidas en el soporte debido a la flexión son elevadas en varios puntos.

Por otro lado se puede decir que, gracias a la utilización de las superficies en paraboloides hiperbólicos y al gran voladizo combinado con los bajos espesores, el resultado geométrico y formal de la pieza es como mínimo singular, lo que conlleva un beneficio estético. Liberar el espacio cubierto de soportes en tres lados posibilita su apertura en tres direcciones distintas con lo que aumentan las posibilidades de uso.

a.2) Los cobertizos

Están formados por agrupaciones lineales de módulos. Se trata de una construcción con tres de sus lados abiertos y con una gran superficie cubierta. Estas disposiciones hacen que sea una tipología muy polivalente.

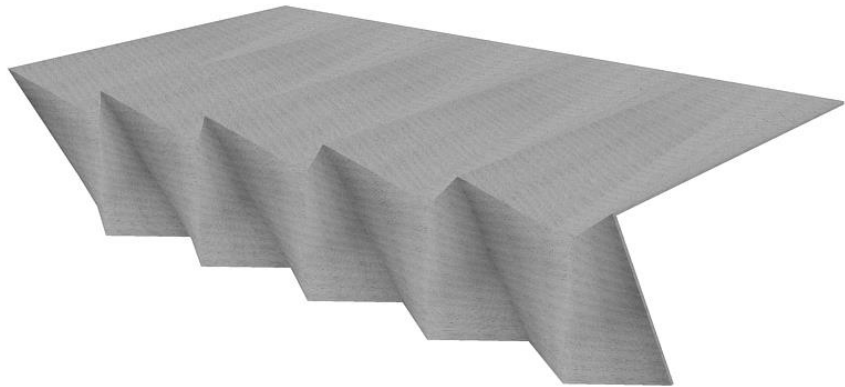


Fig. 6.2

La imagen muestra la estructura de cobertizo, que cubre una gran superficie abierta. Esta tipología es adecuada para superficies de aparcamiento, cobertizos agrícolas, cobertizos de ganado...

La repetición del módulo rentabiliza la inversión de este tipo de estructuras. Estructuralmente debería funcionar mejor puesto que al repetirse en una dirección se pueden simplificar elementos como el nervio de borde en los lados agrupados.

Fig. 6.2 Imagen de la tipología de cobertizo.

Los resultados arrojados por el cálculo FEM son los siguientes:

Primera tensión principal (Mpa)

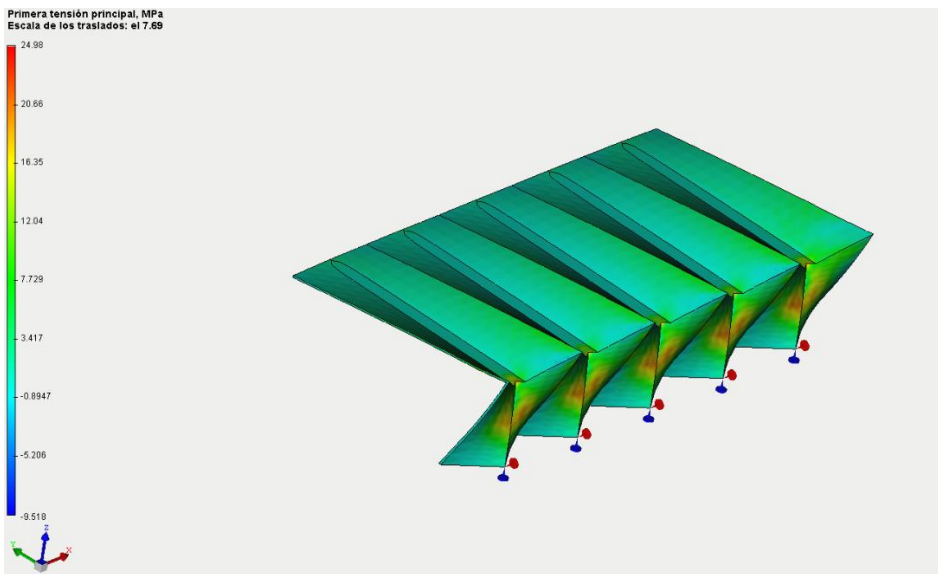


Fig. 6.3

Tensión principal máxima 24,98 Mpa

La tensión máxima es menor que en el caso de la marquesina. Sin embargo podemos comprobar como las tensiones debidas a la flexión en los soportes son iguales o superiores, oscilando entre 20 y 9 Mpa.

Fig. 6.3 Resultados MEF. Primera tensión principal en el cobertizo.

Fig. 6.4 Resultados MEF. Tercera tensión principal en el cobertizo.

Tercera tensión principal (Mpa)

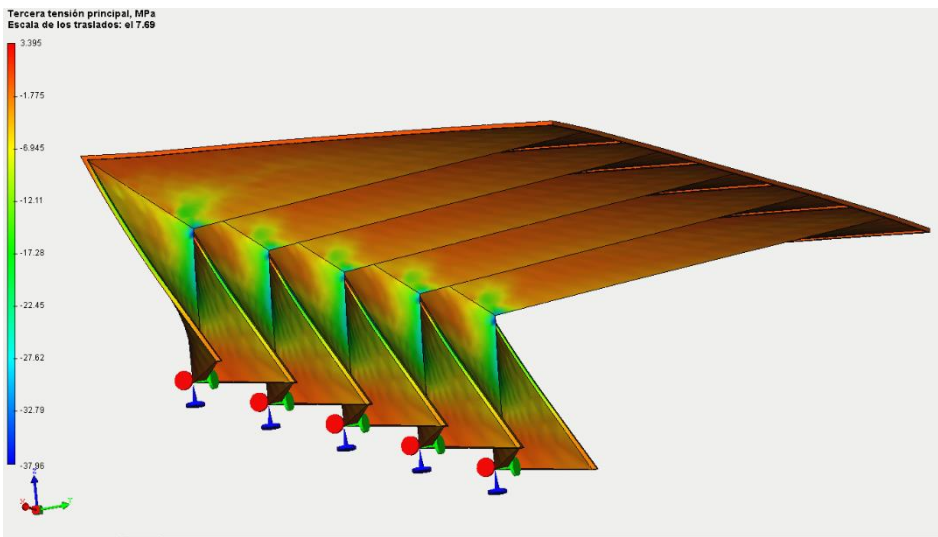


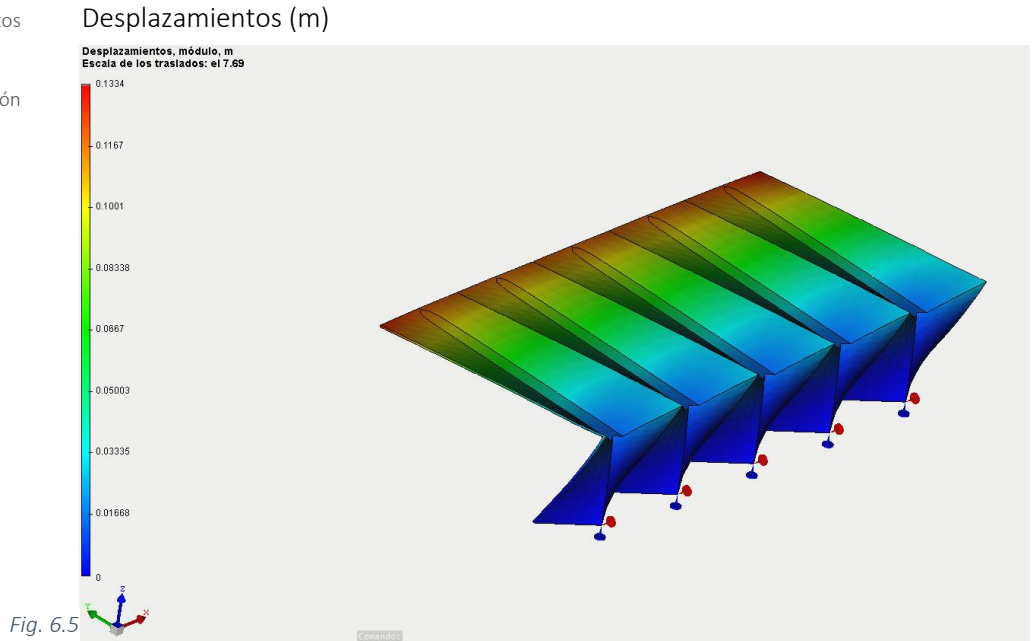
Fig. 6.4

Tensión principal máxima -37,98 Mpa

Los cálculos muestran tensiones de compresión elevadas, próximas al límite del hormigón de 30 Mpa., por la cara interior del muro. Sería necesario disponer en el centro del muro por la cara interior armado de compresión.

Fig. 6.5 Resultados MEF. Desplazamientos en el cobertizo.

Fig. 6.6 Resultados MEF. Primera tensión principal en el cobertizo modificado.



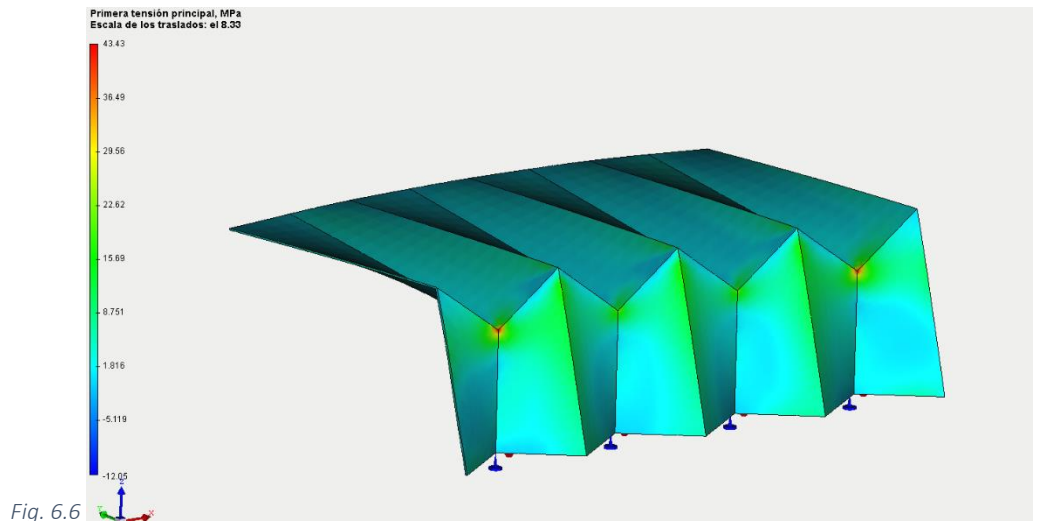
El desplazamiento máximo es de 13cm.

En cuanto al desplazamiento, en la punta del voladizo, podemos comprobar como efectivamente es sensiblemente menor que en la marquesina

En este caso como no se aprecian grandes mejoras con respecto a la marquesina vamos a realizar alguna modificación.

Intercambiamos el sentido del apoyo, lo que supone inestabilidad que se contrarresta con la agrupación de varias piezas. De esta manera la pieza gana inercia en el soporte y podemos reducir el espesor del mismo. Los resultados obtenidos son los siguientes:

Primera tensión principal (Mpa)



Tensión principal máxima 43.43 Mpa

La tensión máxima aumenta, pero la debida a la flexión en los soportes disminuye muy sustancialmente. Concentrándose en los bordes del soporte y oscilando entre los 10 y 2 Mpa.

Tercera tensión principal (Mpa).

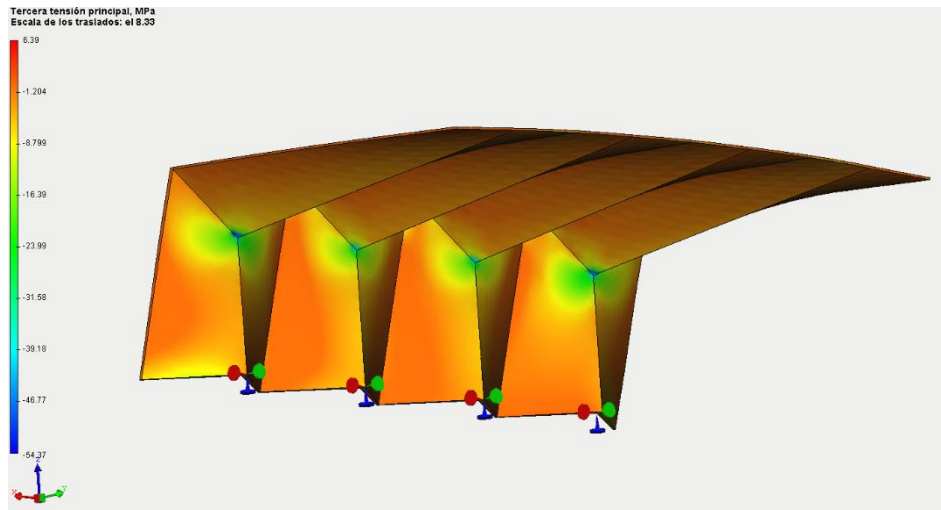


Fig. 6.7 Resultados MEF. Tercera tensión principal en el cobertizo modificado.

Fig. 6.8 Resultados MEF. Desplazamientos en el cobertizo modificado.

Tensión principal máxima- 54,37 Mpa

Aunque exista una tensión máxima tan elevada, hay que decir que se encuentra en una zona muy pequeña. El resto de la pieza por lo general mejora y las tensiones de compresión son más pequeñas, no superando los 25 Mpa., manteniéndose debajo de los 30 característicos.

Desplazamientos (m)

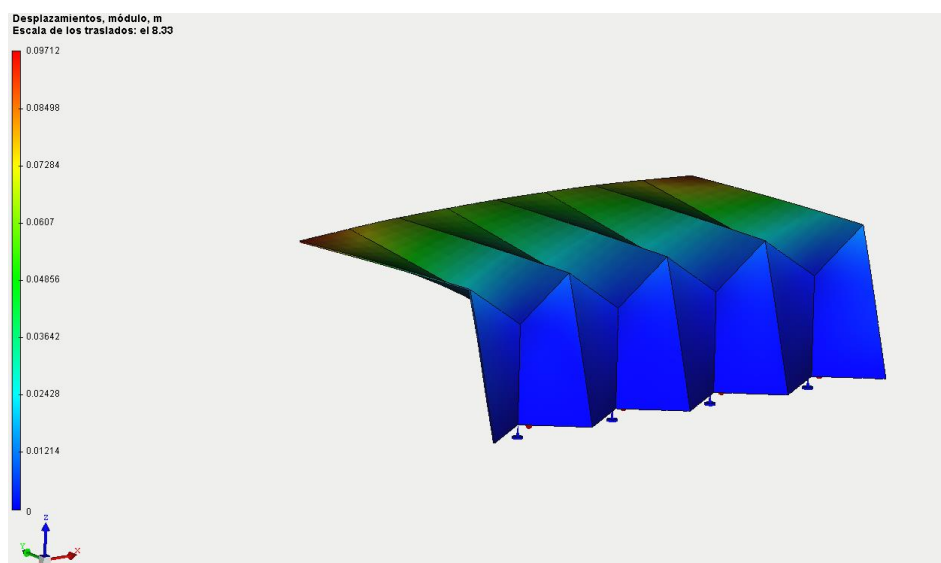


Fig. 6.7

Fig. 6.8

Desplazamiento máximo 9,7 cm.

En lo que respecta a los desplazamientos de l voladizo también se han reducido sustancialmente por la menor flexión experimentada en el soporte.

Por lo tanto podemos comentar que en líneas generales la estructura funciona de una manera más eficiente que la del voladizo.

a.3) Los pórticos

Fig. 6.9 Imagen de la tipología de pórticos.

Fig. 6.6 Resultados MEF. Primera tensión principal en los pórticos.

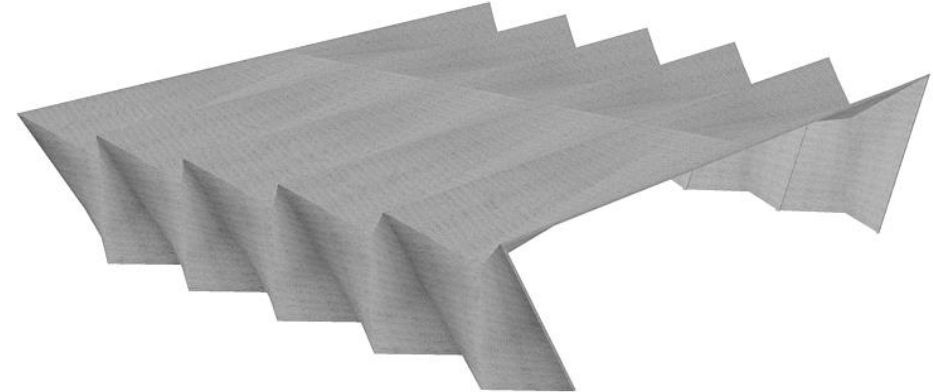


Fig. 6.9

En la imagen podemos observar la estructura que corresponde a los pórticos. Esta tipología cubre un espacio de grandes dimensiones. Se propone para usos de nave industrial donde se requieran grandes superficies libres.

Los estudios de cálculo de elementos finitos arrojan los siguientes resultados:

Primera tensión principal (Mpa)

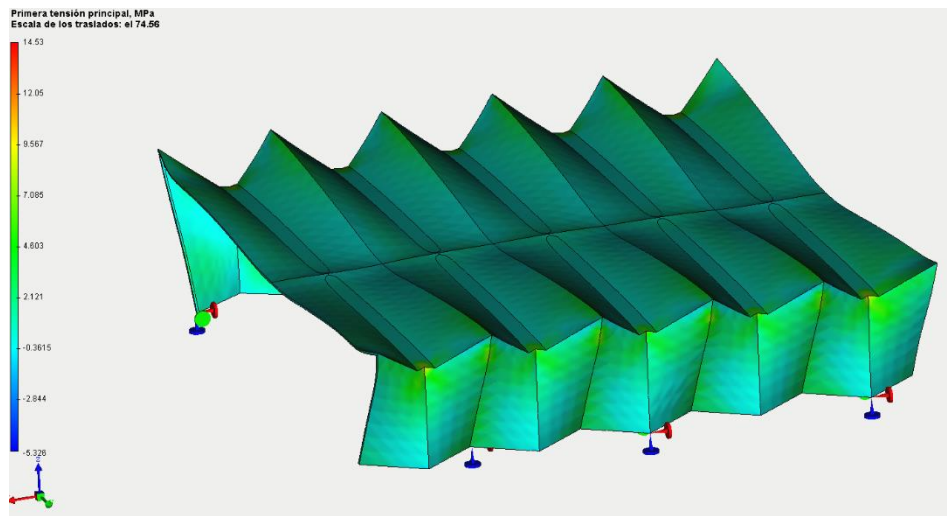


Fig. 6.10

Tensión máxima 14,53 Mpa.

Podemos observar como la tensión debida a flexión disminuye muy sustancialmente debido a que ahora la pieza no trabaja como un voladizo sino como un pórtico.

Tercera tensión principal (Mpa).

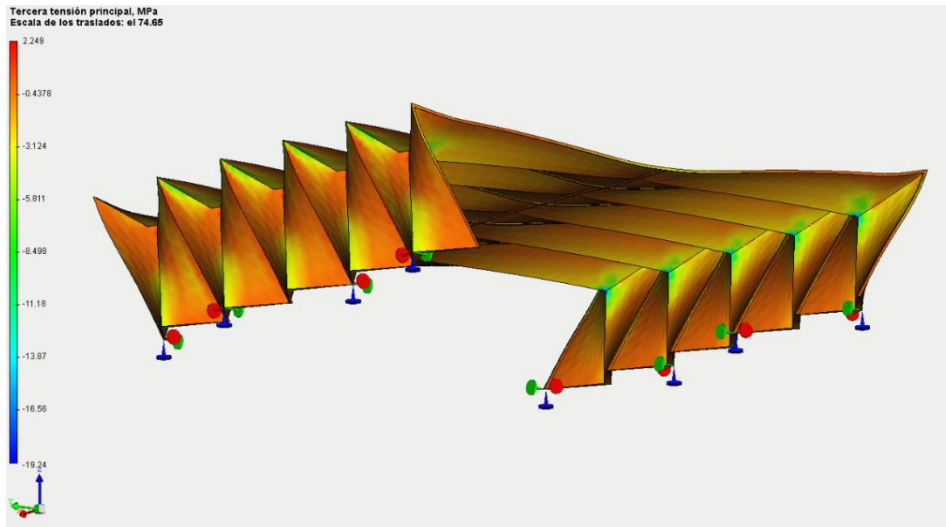


Fig. 6.11

La tensión principal máxima es -19,24.

Los resultados muestran que no se producen tensiones de compresión en el hormigón que resulten excesivas. Por lo tanto no habría que tomar ninguna consideración especial en este sentido.

Desplazamientos (m.)

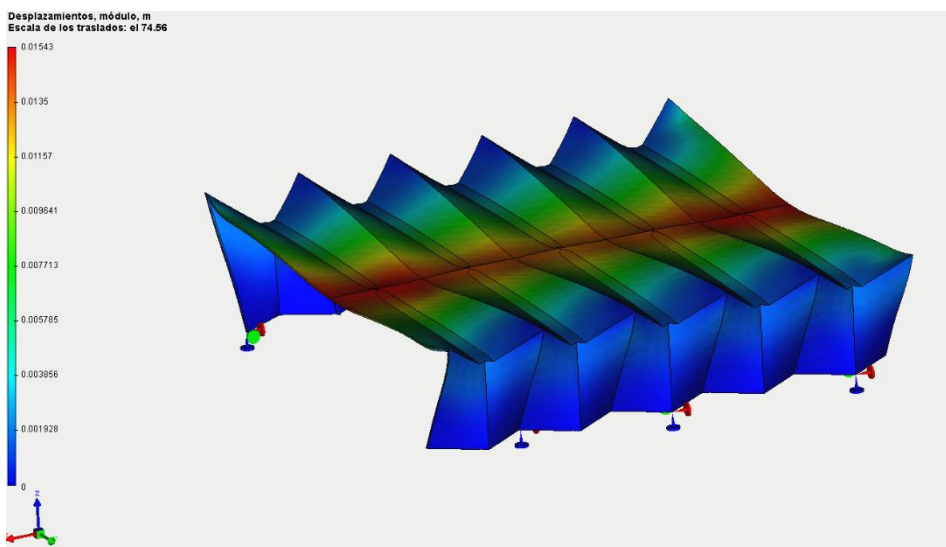


Fig. 6.12

Desplazamiento máximo 1,5 cm.

En este caso los desplazamientos son enormemente menores que en el resto de los casos. Esto se debe de nuevo a que la pieza no trabaja en voladizo.

Podemos comprobar como en líneas generales el comportamiento de la estructura mejora notablemente. Sin embargo se van a realizar una serie de modificaciones que optimicen la estructura.

Por una parte al ser la estructura un pórtico ya no es necesario que el apoyo sea tan estable por sí mismo. Por otro lado se dará mayor inercia al centro del vano para optimizar los esfuerzos y también para eliminar los posibles problemas de escorrentía de aguas en el punto central.

Fig. 6.11 Resultados MEF. Tercera tensión principal en el cobertizo modificado.

Fig. 6.12 Resultados MEF. Desplazamientos en los pórticos.

Los nuevos resultados se muestran a continuación:

Fig. 6.13 Resultados MEF. Primera tensión principal en los pórticos modificados.

Primera tensión principal (Mpa)

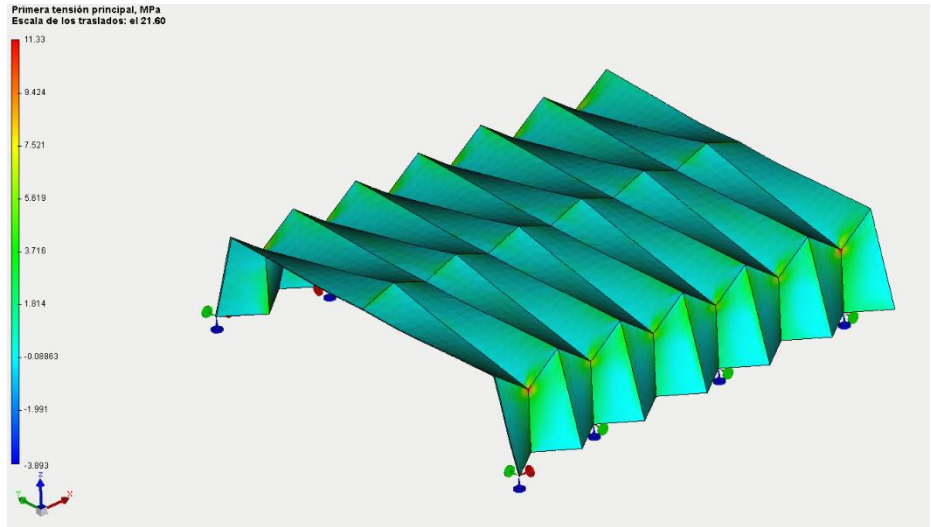


Fig. 6.13

Tensión principal máxima 11,3 Mpa.

Los valores disminuyen en general, el aumento de sección en el centro del vano provoca que la estructura trabaje de manera más eficiente.

Fig. 6.14 Resultados MEF. Tercera tensión principal en los pórticos modificados.

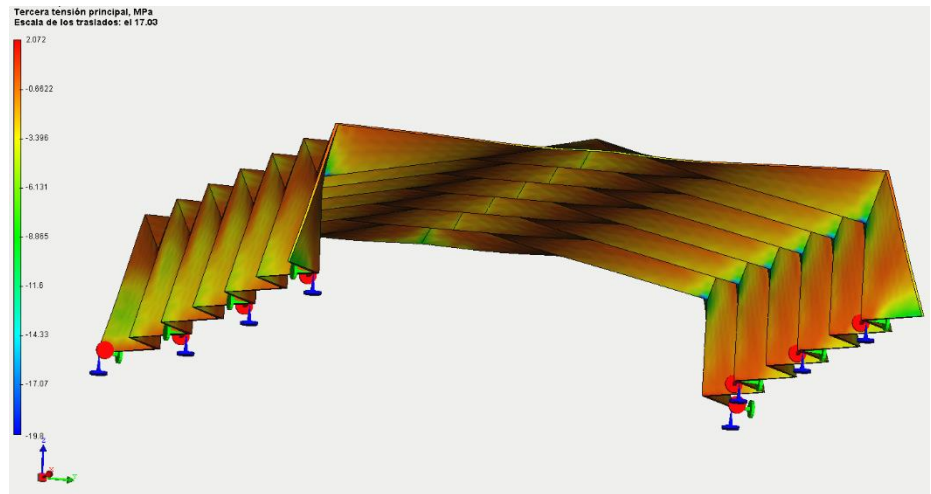


Fig. 6.14

Tercera tensión principal (Mpa).

La tensión principal máxima es -19,8 Mpa.

En esta ocasión podemos comprobar como prácticamente los valores son similares a los anteriores, produciéndose en todo caso un ligero aumento respecto a la anterior disposición, sobre todo en la cara exterior de los muros. Sin embargo no se considera necesario tomar ningún tipo de refuerzo.

Desplazamientos (m.)

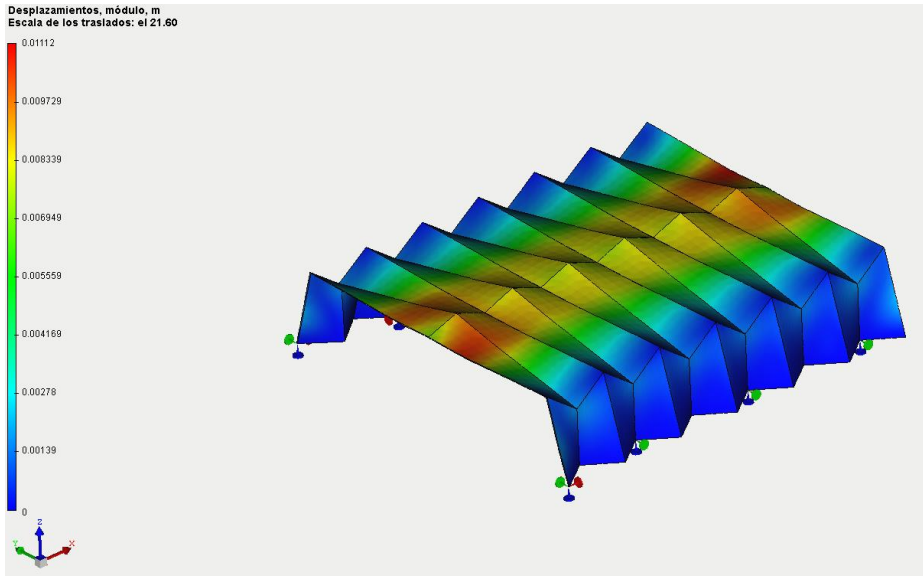


Fig. 6.15 Resultados MEF. Desplazamientos en los pórticos modificados.

Fig. 6.15

El desplazamiento máximo es de 1,1 cm.

En cuanto al desplazamiento se aprecia que es muy inferior a cualquiera de los otros. Se trata de un dato cuanto menos sorprendente teniendo en cuenta la luz salvada (20 metros) y el espesor de material utilizado (entrono a 4 cm.). Se puede decir además que cumple holgadamente la limitación de flecha $L/300=6,7$ cm.

Finalmente se puede asegurar que esta última tipología es la que mayores niveles de optimización económica y estructural aporta.

Infografías

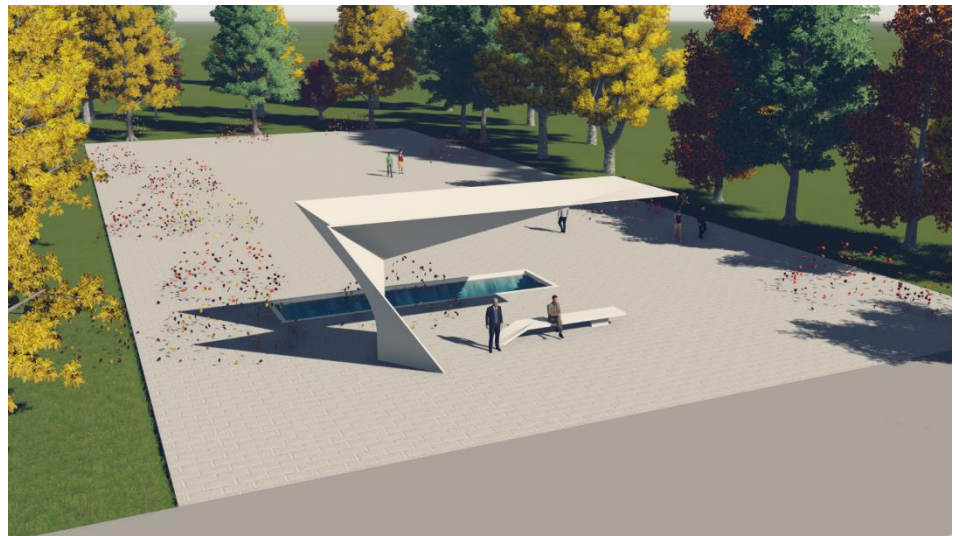


Fig. 6.16 Marquesina 1

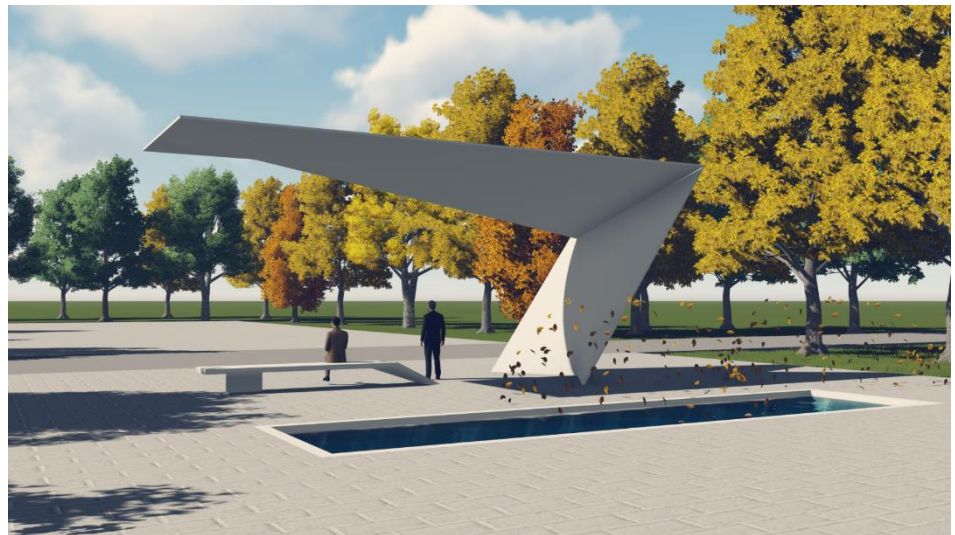


Fig. 6.17 Marquesina 2

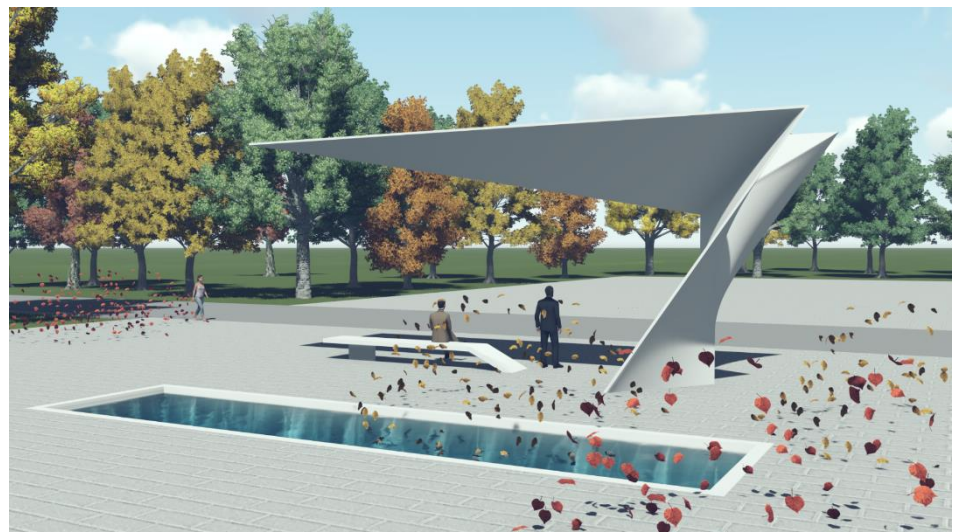


Fig. 6.18 Marquesina 3

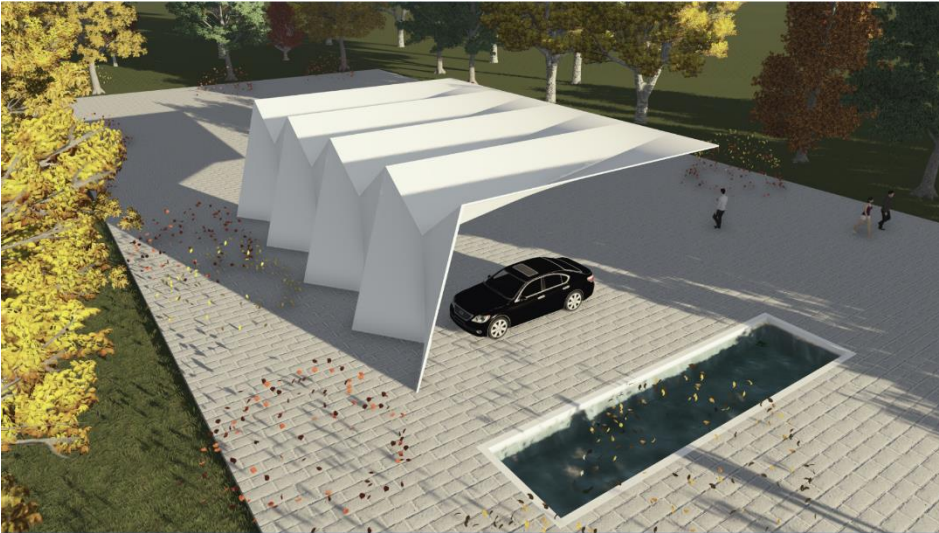


Fig. 6.19 Cobertizo



Fig. 6.20 Pórticos 1

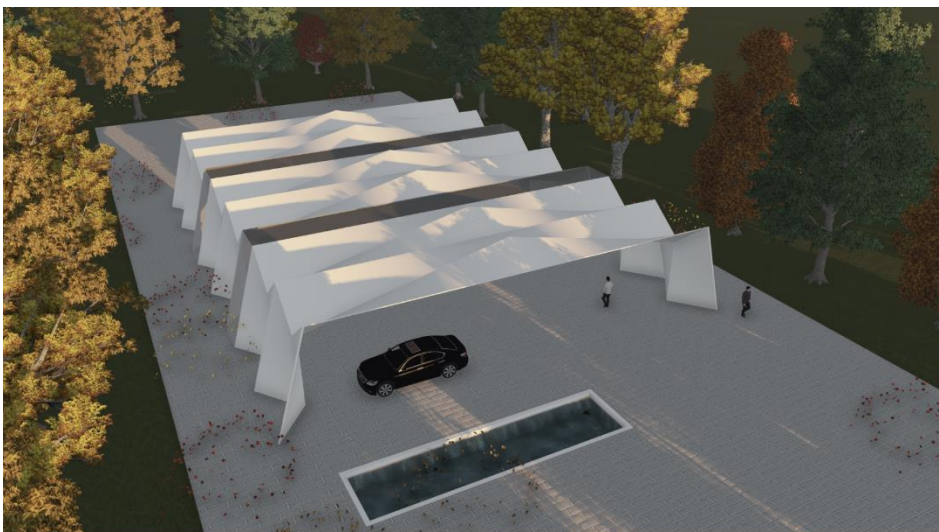


Fig. 6.21 Pórticos 2

7. Conclusiones

Durante el siglo pasado aparecieron en el panorama de la construcción arquitectónica las estructuras de hormigón a base de superficies en paraboloides hiperbólicos. Sus características técnicas posibilitaron formas estructurales impensables para la época, y su manejo y cálculo requería de un entendimiento muy avanzado sobre el comportamiento de este tipo de estructuras. El uso de estas construcciones como cubiertas, que utilizaban unos espesores muy bajos de material era considerado alta tecnología, y los exponentes que la realizaban maestros de la arquitectura. Personajes como Félix Candela o Heinz Isler obtuvieron gran reconocimiento gracias al desarrollo de obras singulares que utilizaban este tipo de tecnología. Este periodo supuso el clímax de las construcciones que utilizaban los cascarones de hormigón armado como elemento estructural.

La utilización de las estructuras en paraboloides hiperbólicos supone ventajas evidentes, como como: eficiencia estructural bajo condiciones de equilibrio estable, alto valor estético, reducción de los costos, disminución de los tiempos y cantidades de material con participación de una mano de obra no especializada (excepto para las labores de encofrado). Estas condiciones mejoran cuando las estructuras son usadas como elementos modulares, que optimizan un módulo y lo repiten obteniendo importantes simplificaciones desde el punto de vista del cálculo y la ejecución, que conlleva un mayor ahorro económico. Un ejemplo exitoso de este tipo de construcciones fueron los paraguas invertidos de Félix Candela. Estos elementos se concibieron como un módulo estructural independiente, que podía funcionar por sí mismo, o mediante la agrupación de varios, cubriendo grandes espacios. Su posibilidad de modificación formal y polivalencia como cubierta singular convirtieron a esta estructura en el máximo referente en el campo de las cubiertas laminares modulares en paraboloides hiperbólicos.

Sin embargo tras la muerte de Candela, y debido a la falta de un gran referente que siguiera sus disposiciones, el interés por las cubiertas modulares en paraboloides hiperbólicos se ha ido desinflando. Existiendo en cierta medida, un desconocimiento de los principios geométricos determinantes del comportamiento estructural de esas superficies; incidiendo esto en la escasez de ejemplos existentes. Por otro lado la irrupción de nuevas técnicas constructivas y estructurales ha llevado a la estandarización de las estructuras, sobre todo las de tipo industrial, lo que ha supuesto una pérdida de riqueza tipológica. Otro factor determinante ha sido el aumento del costo de la mano de obra, tan importante en este tipo de estructuras, lo que ha provocado que se consideren muy costosas. De esta manera se ha ido generando un contexto, donde las estructuras singulares han perdido gran protagonismo.

Actualmente existen distintas posibilidades para conseguir abaratar en cierta medida este tipo de construcciones: La aparición de herramientas informáticas de cálculo de elementos finitos, que aligeran los procesos de cálculo de las estructuras, posibilita que el análisis estructural de las superficies en paraboloides hiperbólicos sea sencillo y asequible para la mayoría de los técnicos de la arquitectura; Usar las estructuras singulares como elementos modulares bien

estudiados y optimizados que logren rentabilizar la inversión mediante la repetición de los mismos; Reducir de las cantidades de material utilizados en las construcción, contribuyendo a un menor derroche energético y de recursos; La posibilidad de resolver varios problemas con una solución única: estructura, cubierta y cerramiento.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, se determina que resultaría factible proponer una solución de cubierta modular a base de superficies en paraboloide hiperbólico. Para ello se realiza un estudio de las distintas partes de un módulo: cubierta; soporte; cimentación. Se determinan y optimizan las condiciones geométricas bajo un buen funcionamiento estructural, generando un módulo que funcione de manera independiente, como los paraguas de Candela. Estudiando el proceso de ejecución se consigue: un ahorro material y abaratamiento del encofrado, y soluciones de problemas derivados de la generación geométrica. Obteniendo además un resultado estético singular, algo que rara vez se consigue con las soluciones estandarizadas.

Mediante el uso del elemento modular se consiguen tres tipologías constructivas: la marquesina, el cobertizo y los pórticos, que pretenden dar distintos tipos de soluciones para su uso en diferentes campos y actividades. Aunque se considera necesario realizar alguna modificación en el módulo base, los resultados obtenidos son generalmente buenos. Al utilizar la pieza de la propuesta las exigencias de cubierta, evacuación de aguas, y cerramientos quedan conseguidas, además de resolver el sistema portante. Las agrupaciones funcionan estructuralmente bien, los datos arrojados por el cálculo de los elementos finitos demuestran que las superficies en paraboloide hiperbólico trabajan generalmente a tracción o compresión, lo que simplifica mucho su ejecución. Las deformaciones que experimentan las estructuras pueden parecer grandes, pero hay que tener en cuenta que se trata de grandes voladizos que pueden llegar a los 10 m. de longitud, con espesores de material muy pequeños, en torno a los 5 cm.

Para finalizar se pretende hacer una reflexión que ponga en valor los sistemas estructurales en paraboloide hiperbólico. En primer lugar una ventaja importante es la relativa flexibilidad formal que presentan, pudiendo lograrse soluciones geométricas muy diferentes que sean válidas bajo el mismo sistema estructural. Esta cualidad contribuye de la misma manera a ensalzar su potente componente estética, ofreciendo distintos tipos de composiciones que satisfagan los requisitos de los clientes más exigentes. Por otro lado es necesario aclarar que difícilmente habría sido posible lograr tales estructuras, con semejantes dimensiones y con tan poco uso de material, utilizando cualquier otro sistema estructural. Lo que hace de estas construcciones un ejemplo de arquitectura sostenible, no solo por la eficiencia y ahorro, sino que también por utilizar para su ejecución material reciclable, como los encofrados de madera. Precisamente es esta virtud la que puede hacer que estas construcciones sean competitivas y ganen terreno frente a otras soluciones.

8. Bibliografía

- Azpiazu Ordóñez, J. R. (1971). Experiencias adquiridas a través del proyecto arquitectónico, dirección de obra y construcción de cubiertas laminares. *Informes de la Construcción*, 24(233), 41-50.
- Bechthold, M. (2006). Sobre cáscaras y blobs: Superficies estructurales de la era digital. *Arq (Santiago)*, no, p. 30-35.
- California, U. A. (s.f.). UABC. Obtenido de http://fcm.ens.uabc.mx/~chelo/analisis%20vectorial/nucleos/capitulo4/l4_1/l4_11
- Carceles Garralón, F. (2007). El paraboloides hiperbólico como generador inagotable en las estructuras laminares.
- De la Torre Manjarres, M. D. (2014). *Cálculo de cascarones de membrana paraboloides hiperbólicos-teoría y diseño*. Creación de programa de cálculo.
- del Pozo Vindel, F. (2012). *Félix Candela Centenario*. Madrid: Pepa Cassinello.
- Engel, H. (1997). *Sistemas de estructuras*. Barcelona: Editorial G G.
- Escrig, F., Sánchez-Sánchez, J., & Ponce, M. (2012). Cubierta para un recinto multifuncional abierto con cuatro paraboloides hiperbólicos textiles. *Informes de la Construcción*, 64(528), 437-444.
- Faber, C. (1970). *Las estructuras de Candela*. México: Editorial Continental.
- Gallegos, S., Zárate, F., Botello, S., Moreles, M., Pérez, J., & Domínguez, F. (2007). PLANTEAMIENTO DE SOLUCIONES A LA VIBRACIÓN DE ESTRUCTURAS LAMINARES CON FORMA DE PARABOLOIDE HIPERBÓLICO.
- Iteso. (13 de 12 de 2011). *Red Arquitectura*. Obtenido de <http://destinoarquitectura.blogspot.com>
- LLC, B. (11 de APRIL de 2009). *Buildllc*. Obtenido de Heinz Isler: A few important things: <http://blog.buildllc.com/2009/04/heinz-isler-a-few-important-things/>
- Margarit, J., & Buxadé, C. (1969). *Cálculo de estructuras en paraboloides hiperbólico*. Barcelona: Blume.
- Moreyra Garlock, M. (2008). *Félix Candela Engineer, builder, Structural Artist*. Princeton: Yale University Press.
- North Carolina Modernist Houses. (s.f.). Obtenido de <http://www.trianglemodernisthouses.com/catalano.htm>
- Osres, H. (2006). *Estudio de geometría descriptiva. Tomo I. Proyección cilíndrica*. Caracas: Editorial Torino.
- Pilarski, I. (1935). *Calcule des voiles minces en béton armé*. Paris: Editorial Dunod.

- Ruigómez, J. M. (2010). El Formalismo de Félix Candela. *Félix Candela, Centenario 2010–La conquista de la esbeltez*.
- Ruiz, I. R. (s.f.). ANÁLISIS DE TIPOLOGÍAS ESTRUCTURALES BÓVEDA, LÁMINA, CÚPULA Y PARABOLOIDE.
- Sanz Balduz, L. (1999). El borde libre y Félix Candela. *Revista de Obras Públicas*, 28.
- Seguí Buenaventura, M. (1994). *Félix Candela Arquitecto*. Madrid.
- Tomás Espín, A., Martí Montrull, P., & Solano, M. (2002). Optimización de forma de un paraboloides hiperbólicas de hormigón. *V Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería*. Madrid.
- Wikipedia. (20 de Octubre de 2015). Obtenido de http://es.wikiarquitectura.com/index.php/Paraboloides_Hiperb%C3%B3lico
- Wikipedia. (26 de marzo de 2015). Obtenido de https://es.wikipedia.org/wiki/Punto_de_silla

Fuente de ilustraciones

Fuente propia

Fig. 5.1 / Fig. 5.2 / Fig. 5.7 / Fig. 5.8 / Fig. 5.21 / Fig. 5.22 / Fig. 5.23 / Fig. 5.24 / Fig. 5.25 / Fig. 5.26 / Fig. 5.27 / Fig. 9.1 / Fig. 9.1.

Fuente propia mediante el uso de las herramientas *Autocad* y *Autofem*

Fig. 1.8 / Fig. 5.3 / Fig. 5.4 / Fig. 5.5 / Fig. 5.6 / Fig. 5.7 / Fig. 5.8 / Fig. 5.9 / Fig. 5.10 / Fig. 5.11 / Fig. 5.12 / Fig. 5.13 / Fig. 5.14 / Fig. 5.16 / Fig. 5.17 / Fig. 5.18 / Fig. 5.19 / Pl.1 / Pl.2 / Pl.3 / Pl.4 / Pl.5 / Pl.6 / Pl.7 / Pl.8 / Pl.9 / Fig. 6.16 / Fig. 6.17 / Fig. 6.18 / Fig. 6.19 / Fig. 6.20 / Fig. 6.21.

Fuente bibliográfica

· Libros:

Moreyra Garlock, M. (2008). *Félix Candela Engineer, builder, Structural Artist*. Princeton: Yale University Press.

Fig. 1.5 / Fig. 1.7 / Fig. 1.14 /

Faber, C. (1970). *Las estructuras de Candela*. México: Editorial Continental

Fig. 1.4 / Fig. 1.6 / Fig. 1.9 / Fig. 1.10 / Fig. 3.3 / Fig. 3.4 / Fig. 3.5 /

Pilarski, I. (1935). *Calcule des voiles minces en béton armé*. Paris: Editorial Dunod.

Fig. 3.2 / Fig. 3.3 / Fig. 3.4 / Fig. 3.5

Engel, H. (1997). *Sistemas de estructuras*. Barcelona: Editorial G G.

Fig. 3.7 / Fig. 3.8 / Fig. 3.9 / Fig. 3.10 / Fig. 3.11 / Fig. 3.12 / Fig. 3.13 / Fig. 4.1 / Fig. 4.2 / Fig. 4.3 / Fig. 4.4 / Fig. 4.5 / Fig. 4.6 .

Seguí Buenaventura, M. (1994). *Félix Candela Arquitecto*. Madrid.

Fig. 3.1 / Fig. 4.7 / Fig. 4.8.

· Web

LLC, B. (11 de APRIL de 2009). *Buildllc*. Obtenido de Heinz Isler: A few important things: <http://blog.buildllc.com/2009/04/heinz-isler-a-few-important-things/>

Fig. 1.12 / Fig. 1.13

North Carolina Modernist Houses. (s.f.). Obtenido de <http://www.trianglemodernisthouses.com/catalano.htm>

Fig. 1.11

Iteso. (13 de 12 de 2011). *Red Arquitectura*. Obtenido de <http://destinoarquitectura.blogspot.com>

Fig. 1.15

California, U. A. (s.f.). *UABC*. Obtenido de http://fcm.ens.uabc.mx/~chelo/analisis%20vectorial/nucleos/capitulo4/l4_1/l4_11

Fig. 2.1

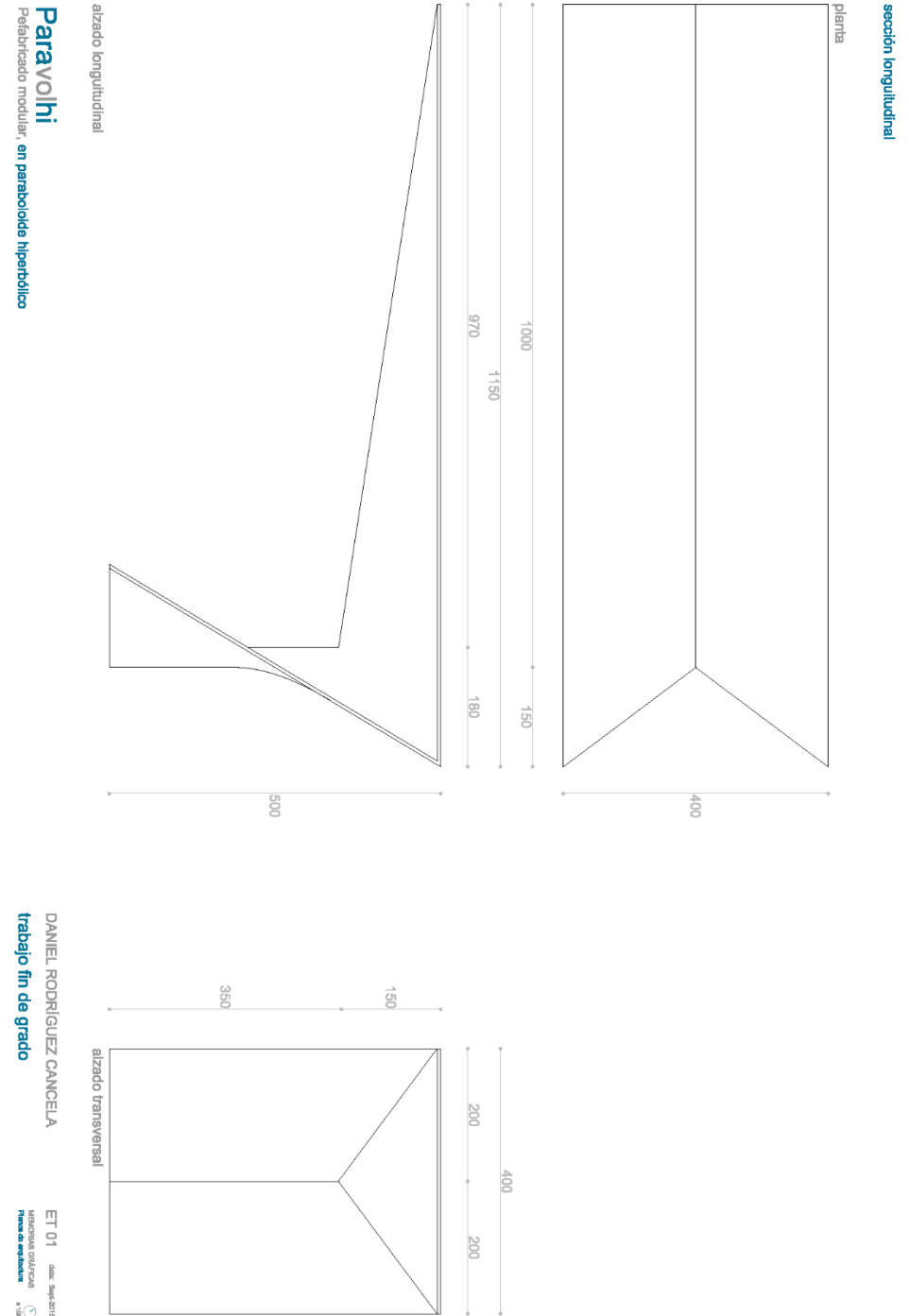
Wikipedia. (26 de marzo de 2015). Obtenido de https://es.wikipedia.org/wiki/Punto_de_silla

Fig. 2.2

9. Anexos

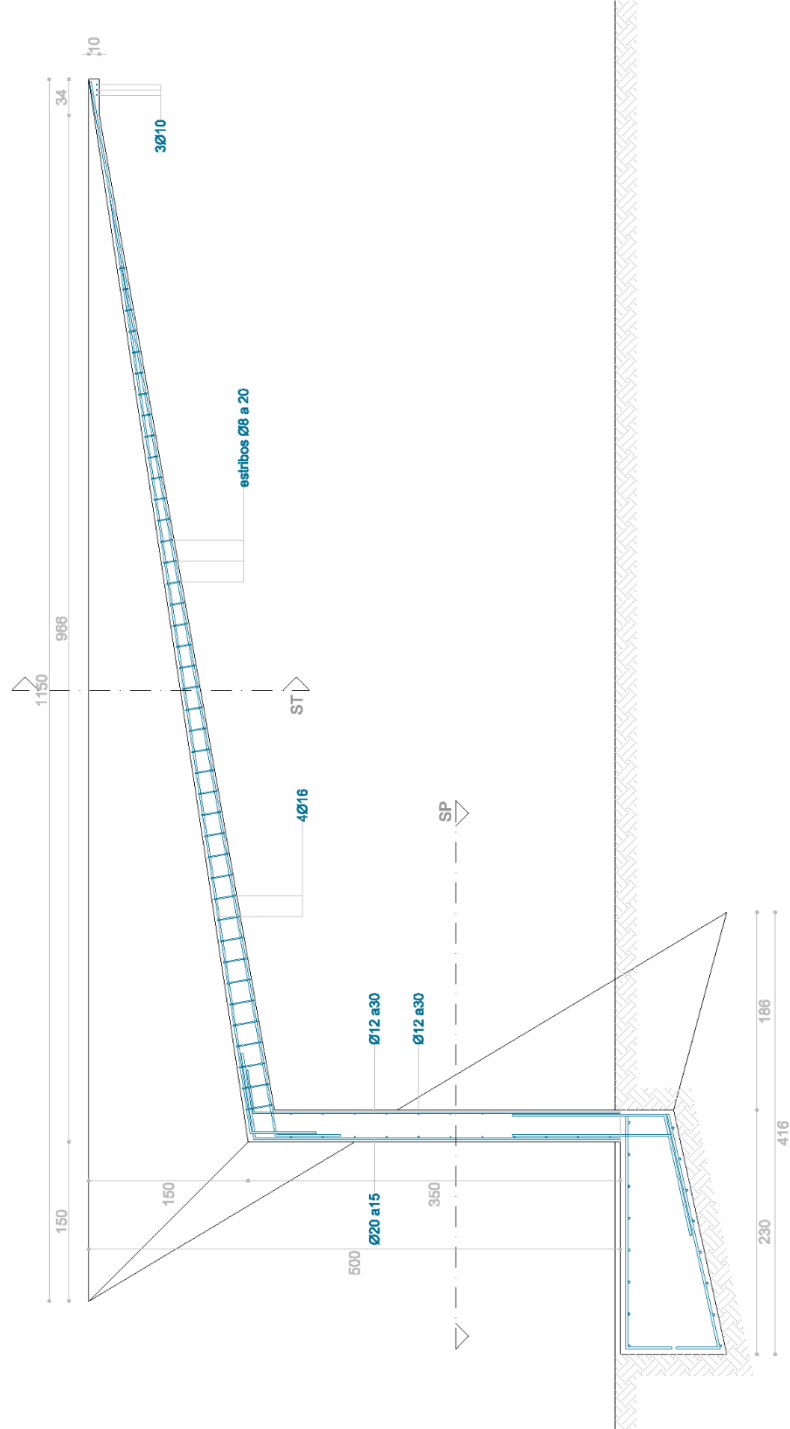
A continuación se adjuntan los planos estructurales de dos módulos:

- 1) Dimensiones industriales 10 m. de largo.
 - regresado de los nervios inferior.
 - para encofrado variable.
 - espesor mínimo 4 cm.



Pl. 1 Plano de estructuras. Dimensiones del módulo industrial.

sección longitudinal



Paravolvi

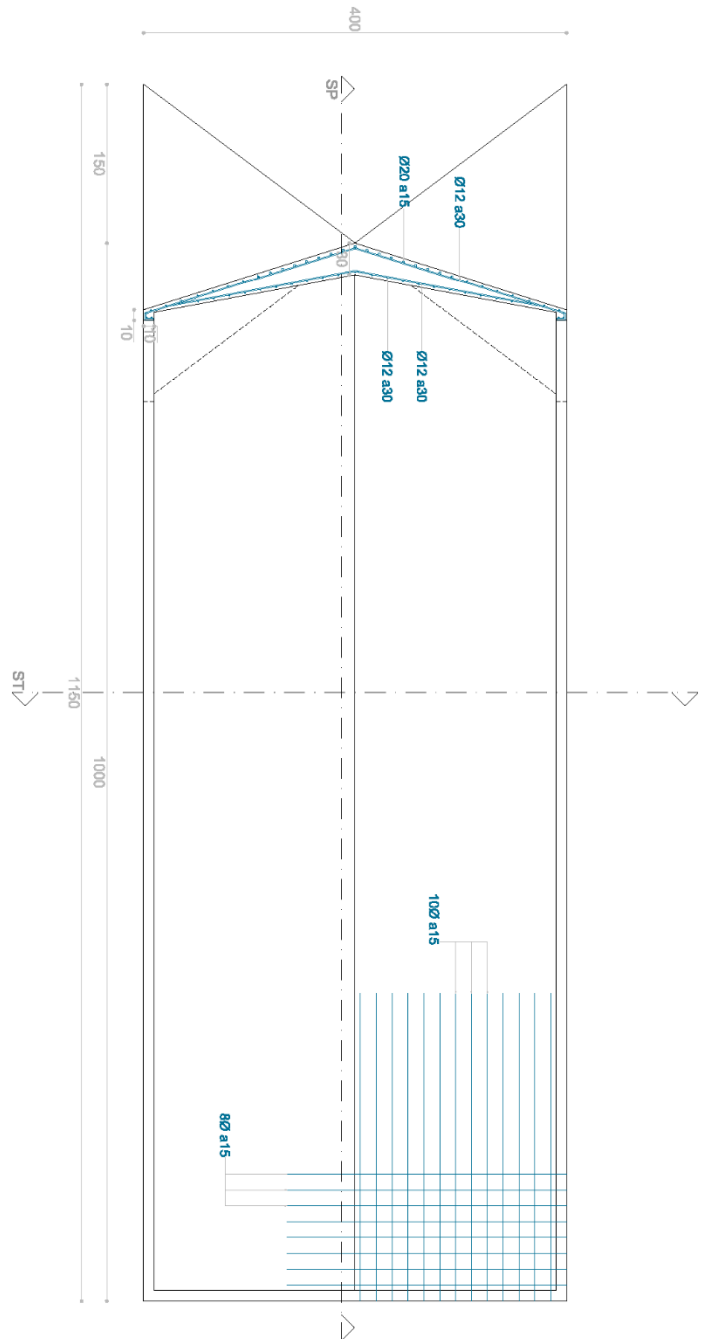
Prefabricado modular, en paraboloides hiperbólico

DANIEL RODRÍGUEZ CANCELA

trabajo fin de grado

ET 02
date: 2016-03-16
MATERIAS CONCRETAS
Fases de ejecución
A-200

Pl. 2 Plano de estructuras. Sección longitudinal con el armado del muro y de la cubierta.



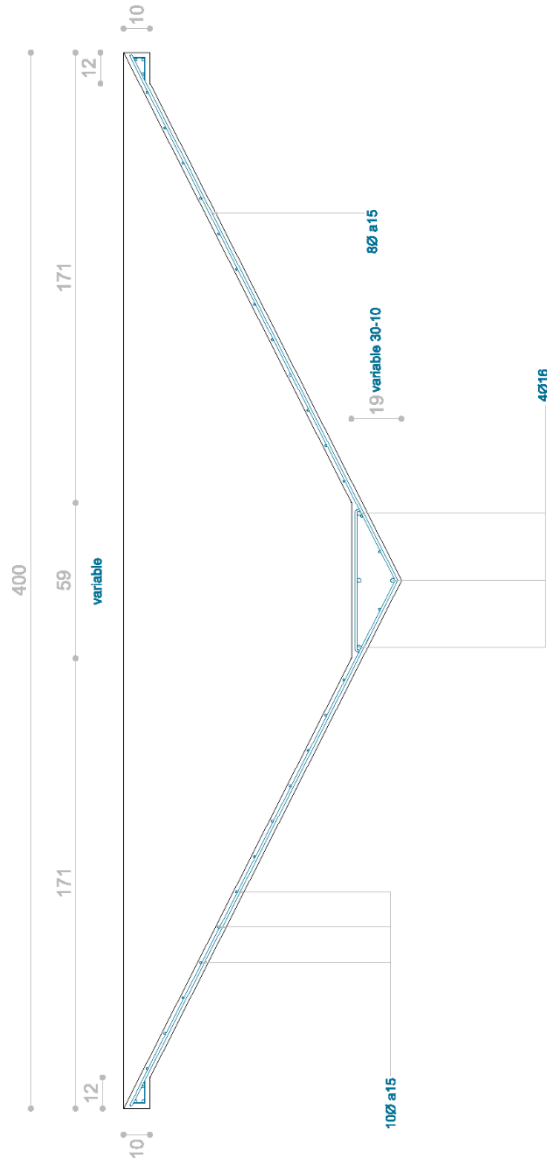
Paravolhi
Prefabricado modular en paraboloides hiperbólicos

DANIEL RODRÍGUEZ CANCELA
trabajo fin de grado

ET 03 des: 04/2015
MATERIALES ESTÁDICAS
Plano de estructura n: 1/20

Pl. 3 Plano de estructuras. Sección en planta con el armado del muro y la cubierta.

sección transversal



Paravolhi
Fabricado modular, en paraboloides hiperbólicos

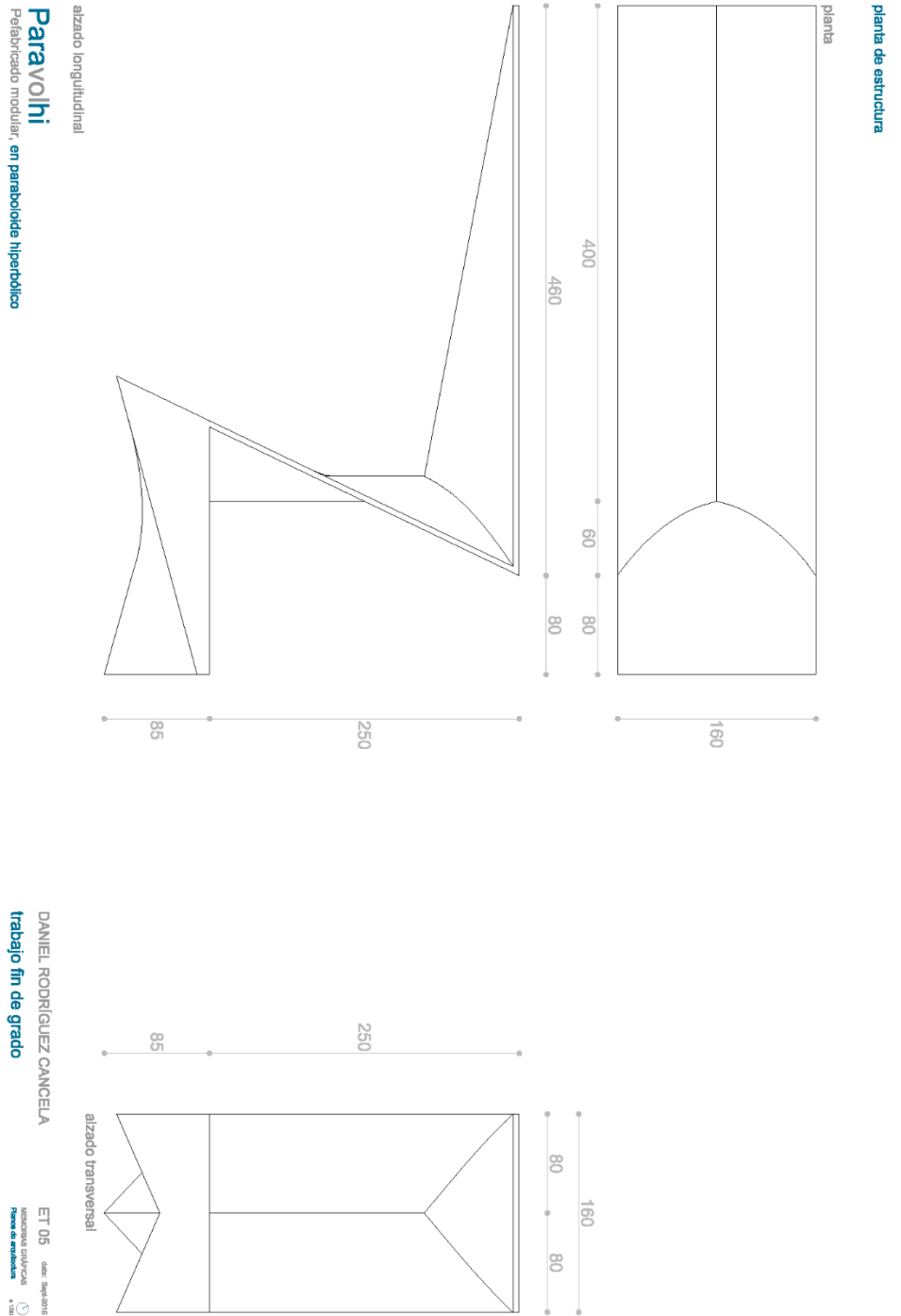
DANIEL RODRÍGUEZ CANCELA
trabajo fin de grado

ET 04 | año: 2016
MEMORIA GRÁFICA
Fases de aprendizaje

Pl. 4 Plano de estructuras. Sección transversal de la cubierta con el armado.

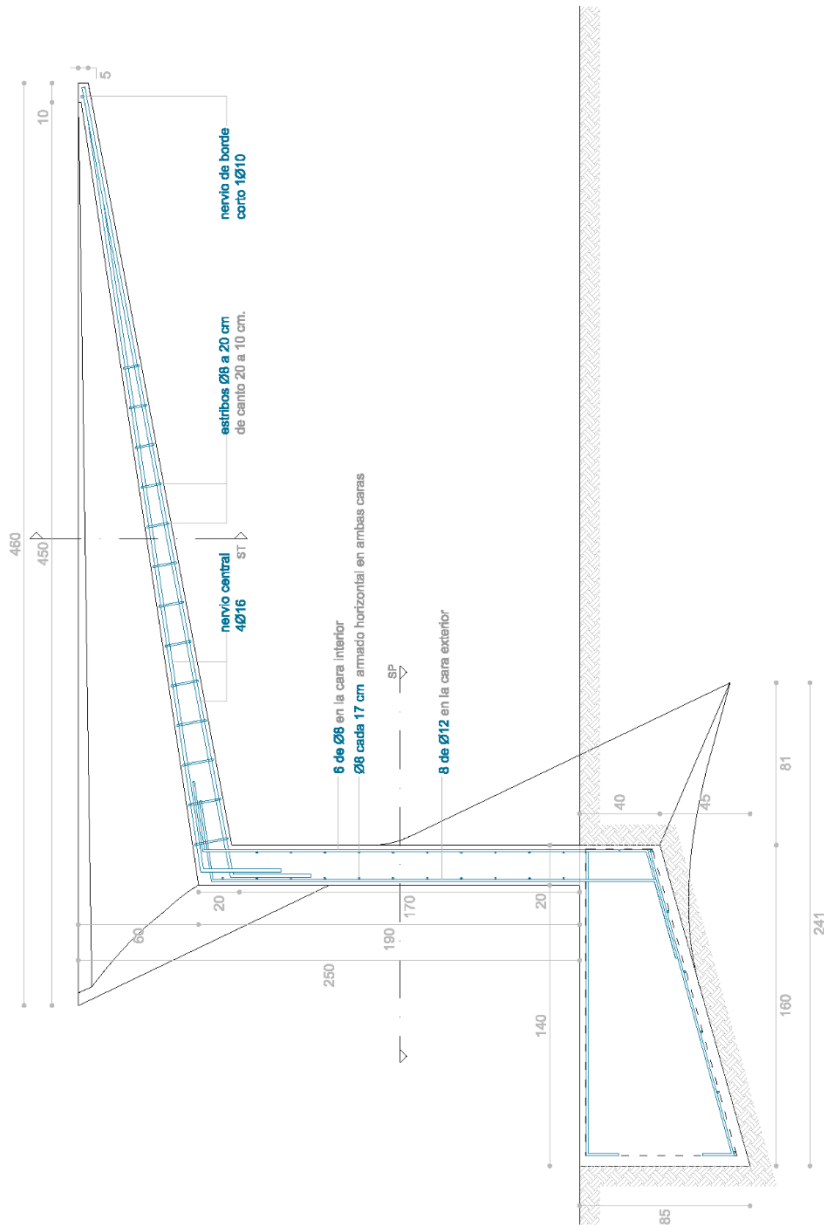
2) Prototipo. Marquesina 4 m. largo

- regruessado de los nervios superior.
- para encofrado uniforme.
- espesor mínimo 4 cm.
- con zapata.



Pl. 5 Plano de estructuras. Dimensiones de la marquesina.

sección longitudinal



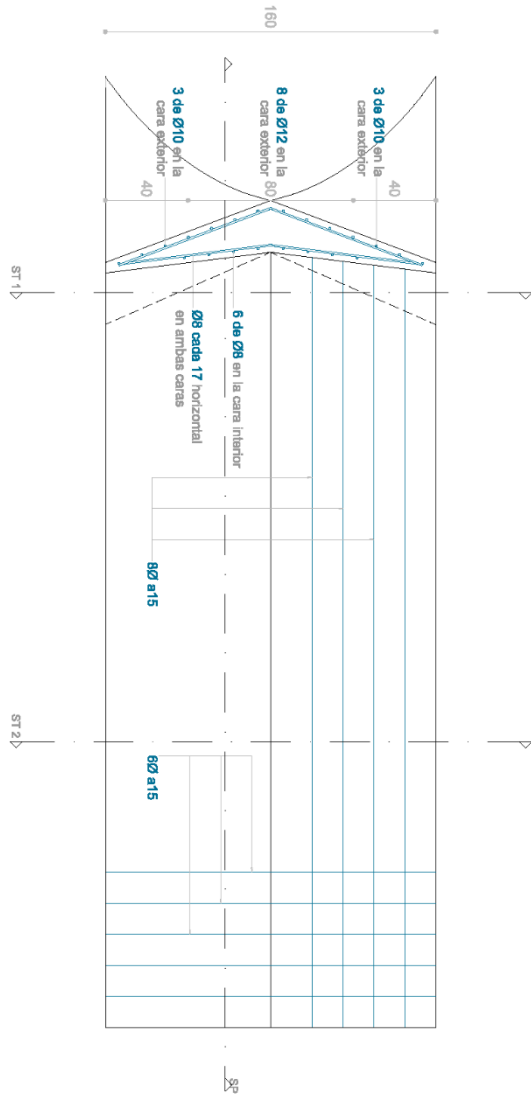
Paravolhi
Prefabricado modular, en paraboloides hiperbólico

DANIEL RODRIGUEZ CANCELA
trabajo fin de grado

ET 04
04/04/2015
Módulo de Estructuras
Módulo de Estructuras

Pl. 6 Plano de estructuras. Sección longitudinal con el armado del muro y la cubierta.

sección en planta



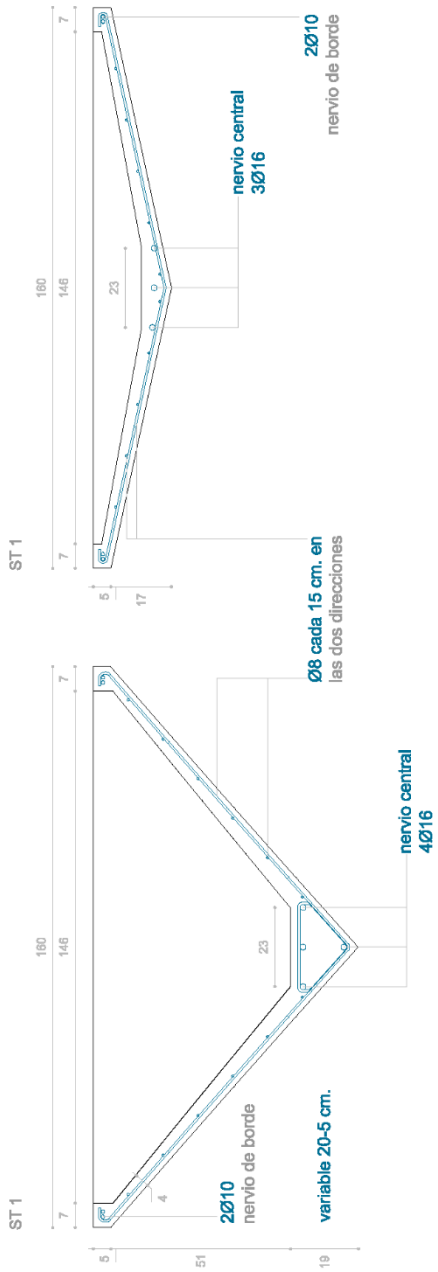
Paravolhi
Prefabricado modular, en paraboloides hiperbólicos

DANIEL RODRIGUEZ CANCELA
trabajo fin de grado

ET 05 date: September
Instituto Tecnológico
Facultad de Ingeniería
3.188

Pl. 7 Plano de estructuras. Sección en planta con el armado del muro y cubierta.

sección transversal



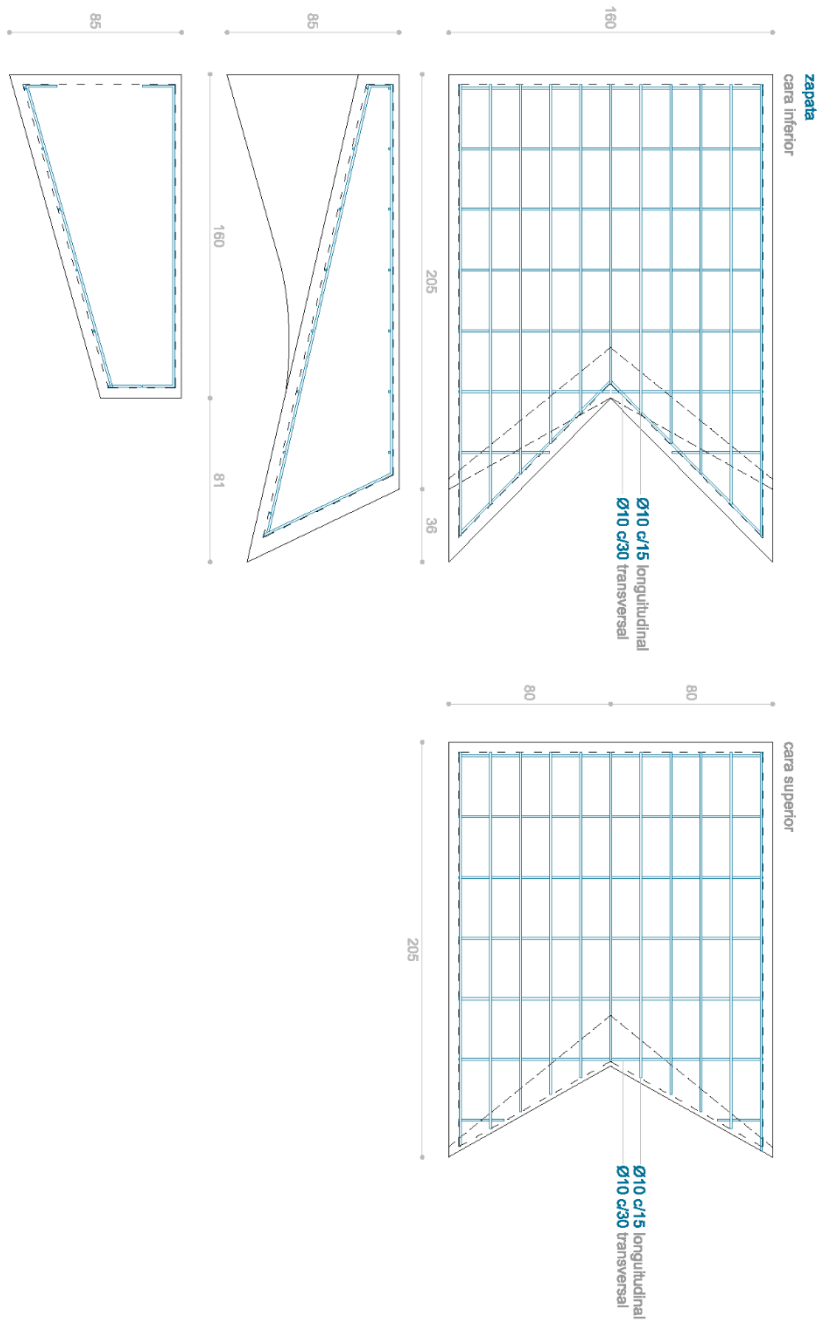
Paravolhi
Prefabricado modular, en paraboloides hiperbólicos

DANIEL RODRÍGUEZ CANCELA
trabajo fin de grado

ET 06 clase: hiperboloides
MEMORIAS GRÁFICAS
Plano de estructuras 1/100

Pl. 8 Plano de estructuras. Secciones transversales con el armado.

sección longitudinal



Paravolvi
Reforzado modular, en paraboloides hiperbólico

DANIEL RODRÍGUEZ CANCELA
trabajo fin de grado

ET 07 des. sept. 2015
INSTITUTO CUBANO
FINANCIADO POR
Plano de cimentación
1:20

Pl. 9 Plano de cimentación. Zapata con el armado

3) Presupuesto material del prototipo

A continuación se adjunta la medición de los materiales básicos con su presupuesto aproximado.

Acero

ZAPATA

| # | ∅ | l(m) x barra | l (m) total |
|----------------------|--------|--------------|-------------|
| cara inferior | | | |
| long. | 11 ∅10 | 2 | 22 |
| transv. | 7 ∅10 | 1,9 | 13,3 |
| cara superior | | | |
| long. | 11 ∅10 | 2 | 22 |
| transv. | 7 ∅10 | 1,9 | 13,3 |

MURO

| cara exterior | | | |
|----------------------|-------|-----|------|
| long | 8 ∅12 | 3 | 24 |
| | 8 ∅8 | 3,5 | 28 |
| trans. | 11 ∅8 | 1,6 | 17,6 |
| cara interior | | | |
| long | 6 ∅8 | 3 | 18 |
| trans. | 11 ∅8 | 1,6 | 17,6 |

CUBIERTA

| cara exterior | | | |
|----------------------|-------|-----|------|
| long | 10 ∅8 | 4 | 40 |
| | 4 ∅16 | 4 | 16 |
| trans. | 26 ∅8 | 1,6 | 41,6 |
| | 15 ∅8 | 0,5 | 7,5 |

| | | peso/ml | precio/ml | peso kg | precio € |
|--------------|-----|---------|-----------|---------|------------------|
| Total | | | | | |
| | ∅8 | 170,3 | 0,41 | 69,823 | 78,89999 |
| | ∅10 | 70,6 | 0,36 | 25,416 | 28,72008 |
| | ∅12 | 24 | 0,92 | 22,08 | 24,9504 |
| | ∅16 | 16 | 1,63 | 26,08 | 29,4704 |
| | | | | | 143,399 |
| | | | | | 162,04087 |

Fig. 9.1

Hormigón

| | m3 | € | TOTAL € |
|-----------------|-----|----|------------|
| ZAPATA | 1,8 | 65 | 117 |
| MURO | 0,4 | 65 | 26 |
| CUBIERTA | 0,4 | 65 | 26 |
| | | | 169 |

Fig. 9.2

Tablas de encofrado

| | ml | €/ml | TOTAL € |
|---|----|------|---------|
| TABLAS PINO ENCOFRADO (10x250 cm) | 5 | 10 | 50 |

Fig. 9.3

Total

Para obtener una cifra más aproximada del gasto material se aumenta el total (381€) en un 25% para materiales auxiliares. Lo que supone un presupuesto de **476€**.

Como dato de mano de obra aproximado se estima que sería necesario 12 jornadas de trabajo, entre un oficial (6) y un peón (6).

Daniel Rodríguez Cancela

