MARÍA JOSEFA WONENBURGER PLANELLS

MARÍA JOSÉ SOUTO SALORIO Y ANA DOROTEA TARRÍO TOBAR

1. Introducción

Comenzamos este trabajo agradeciendo a María Wonenburger Planells su entusiasmo y alegría así como el tiempo que hemos compartido durante este otoño del 2005. En las páginas que siguen se reproduce el resultado de las conversaciones mantenidas con María, las cuales nunca se habrían producido si un par de años antes el profesor Federico Gaeta no nos hubiese animado a contactar con ella. Nuestro encuentro con F. Gaeta tuvo lugar en Septiembre del 2002 durante un congreso de Geometría Algebraica que se celebraba en la Universidad de Santiago de Compostela. Con él mantuvimos una interesante conversación en el transcurso de la cual reivindicó un reconocimiento a la matemática coruñesa María Josefa Wonenburger Planells, con quien compartió un año de docencia en la Universidad de Buffalo. Federico Gaeta y María Wonenburger establecieron una gran amistad en ese período, amistad que perdura hasta hoy en día. Federico Gaeta siempre aprovechó cualquier oportunidad para destacar la figura de su colega. Cabe citar una nota publicada en 1999 (In memorian Gian-Carlo Rota, Gaceta de la RSME, Vol.2, n 2, 1999, pp. 305-307) en la que Gaeta menciona brevemente la destacada faceta matemática de María. Dicha nota es una necrológica del matemático Gian-Carlo Rota, a quien había conocido gracias a María Wonenburger. María y G.-C. Rota mantenían una estrecha amistad desde 1953, año en el que se habían conocido durante su estancia predoctoral en Yale. Y en un gesto simbólico de la vida, fue precisamente a través de la familia Gaeta como María supo de la desaparición de su amigo Gian-Carlo.

2. Primeros pasos en tierra gallega

María Josefa Wonenburger Planells nació en Montrove-Oleiros (A Coruña) el 19 de Julio de 1927 en el seno de una familia culta y con buena situación económica. Si bien se suele asociar un origen alemán a su familia, el hecho de que su primer apellido se escribiese en un principio Wonenhburger o Wonnenburger inclina a pensar que, en realidad provenía de Alsacia. Cuenta María que su tatarabuelo paterno se trasladó desde su tierra a Santiago de Compostela donde se estableció. Fue su nieto, el abuelo de María, el primer miembro de la familia en trasladarse definitivamente a la ciudad de A Coruña creando aquí una fundición. El abuelo murió joven en un accidente en la fábrica, dejando varios hijos pequeños. El mayor de éstos, Julio, sería el futuro padre de María. Julio Wonenburger al quedar huérfano con

16 años, se hizo cargo de sus ocho hermanos menores y continuó con el negocio paterno. Unos años más tarde, Amparo Planells viajaría desde su tierra valenciana hasta A Coruña para visitar a una hermana suya, que se había instalado en esta ciudad gallega por motivos profesionales de su esposo, el arquitecto Peregrín Estellés. Éste se había desplazado hasta A Coruña para realizar, con su socio el arquitecto Tenreiro, la construcción del emblemático edificio del Banco Pastor. Amparo y Julio se casan en el año 1926 y tienen dos hijas, de las cuales María es la primogénita.

En ese tiempo, a finales de los años veinte del siglo pasado, una destacada matemática, Emmy Noether, inicia el estudio de las álgebras no conmutativas, con importantes consecuencias en la investigación posterior de María.

Los primeros años de la vida de María transcurren con algunas importantes diferencias con respecto a las muchachas de su edad. Entre otras cabe mencionar que, a pesar de ser mujer en una época donde su condición femenina podría ser un obstáculo para realizar estudios universitarios, María siempre recibió el apoyo de su familia para llevar a cabo sus deseos. Otro rasgo diferente en su educación, con respecto a la norma de la sociedad de la época, fue su gusto por la actividad deportiva. María recuerda haber sido una adolescente que practicaba diferentes deportes, en particular, el hockey sobre patines y el baloncesto.

FIGURE 1. María de niña

Desde pequeña María percibió la inclinación de sus padres a que estudiase una ingeniería para poder asi perpetuar el negocio paterno. Sin embargo, desde sus primeros recuerdos, María sabía que quería dedicarse a las Matemáticas, y este deseo fue respetado y apoyado en el seno familiar pensando que al finalizar estos estudios completaría su formación con unos estudios de Ingeniería Industrial, como era el sueño de su padre. Hay que destacar que cuando María ya estaba en la Universidad realizando sus estudios de Matemáticas, no tenía claro que siendo mujer y en la época en la que se encontraba pudiese llegar a ser una docente o investigadora universitaria. Aún así, su pasión por lo que estudiaba era tal que no le importaba dedicarse primero a lo que le gustaba y más tarde ya realizaría otra carrera de la que pudiese vivir.

La infancia de María transcurre durante un período de fuertes convulsiones políticas. Son los últimos años de la monarquía de Alfonso XIII y de la proclamación la II República (1931-1936). Finalmente, se desencadena una guerra civil que durará tres largos años. Pese a este ambiente, María recuerda haber tenido una infancia feliz compartiendo los veranos con sus primos en el campo, disfrutando de una vida al aire libre, del contacto con la naturaleza y de los juegos infantiles tradicionales.

Sus primeros estudios los realiza en el Colegio Francés de A Coruña, donde ingresa con cuatro años. Es en este momento cuando María descubre su destreza y afición por el cálculo matemático. Recuerda sus primeras sumas y su curiosidad por el concepto de multiplicar; escuchaba cómo la profesora contaba a los niños mayores que multiplicar no era más que sumar varias veces y así, asimilando este concepto, pasaba el tiempo en clase haciendo cuentas, muchas cuentas, en su pizarrín. Fuera del colegio, en el ambiente familiar, tenía la complicidad de su madre que, en cualquier compra, dejaba a María que verificase si eran o no correctos los cálculos. Con siete años, abandona el Colegio Francés y se traslada con su familia a vivir a O Temple, zona rural próxima a la ciudad de A Coruña, donde continuó su formación escolar durante dos años. A los nueve años ingresó en el Colegio del Ángel. En este período, María vive de lunes a viernes en la ciudad con sus tías y durante los fines de semana visita a sus padres en su casa, próxima a la ría de O Burgo, en las afueras de la ciudad. Cuando María contaba diez años, sus padres regresaron a vivir a A Coruña y matricularon a su hija en el conocido Instituto coruñés Eusebio da Guarda. Allí cursaría la enseñanza secundaria, que finalizó en el año 1944.

Su ingreso en el Instituto tiene lugar en un momento en el que la sociedad coruñesa estaba bajo control militar, existía una represión feroz y eran habituales los fusilamientos. Además, a partir del año 1939 la ciudad vivió un proceso de uniformización cultural promovido por las instituciones franquistas.

3. Años universitarios en Madrid:

Aunque finalizó el bachillerato en 1944, María no se trasladó a Madrid para cursar estudios universitarios hasta un año más tarde, debido a que su familia le aconseja quedarse este tiempo en Galicia ya que la convulsión política era importante y el momento difícil. Durante este año, entre otras cosas, lee libros de Matemáticas que le deja una prima suya, que está estudiando Arquitectura; recuerda cómo le entretenían los "Elementos de Análisis Algebraico" de Julio Rey Pastor.

En ese momento, en la Universidad de Santiago de Compostela existía la opción de participar en el Seminario de Matemáticas, donde durante dos cursos se desarrollaban algunas disciplinas, que debían ser completadas en otra Universidad si se quería obtener el título de licenciado. En 1939 sólo había un profesor, D. Rafael Pavón, por ello es llamado por el rector el destacado astrónomo gallego D. Ramón María Aller, que impartiría las asignaturas de Geometría Analítica y Análisis Matemático. En 1945 se crea dentro del Observatorio que dirige Aller la Sección de Astronomía Teórica y Matemática "Durán Loriga" con miembros tan relevantes como Enrique Vidal Abascal (primer Director), muy unido a Ramón María Aller, y Eduardo García Rodeja. Esta sección fue el germen a partir del cual surgiría la Sección de Matemáticas de la Facultad de Ciencias. Pero aún tardó en llegar, la Universidad de Santiago de Compostela no ofreció la Licenciatura de Matemáticas hasta 1957. Ante esta situación y con la posibilidad de escoger, María encontró más atractivo desplazarse a Madrid, para estudiar toda la licenciatura en la Universidad Central (Universidad Complutense desde 1970) de Madrid.

Al llegar a Madrid, en 1945, María se instala en la famosa Residencia de Señoritas de la calle Fortuny y permanecerá en ella durante toda la carrera. Era una residencia estatal femenina donde muchas de las estudiantes disfrutaban de una beca. Una residencia para la clase media a la que acudían muchas jóvenes "de provincias". En general, la calidad de vida en la residencia no era buena: no se comía bien, no había calefacción y no se permitían hornillos por lo que las condiciones no eran las mejores. Quizás todo se debiera a que el precio de la residencia se mantenía inalterable desde antes de la guerra y no tenían recursos para más comodidades. Con todo, de allí salieron muchas promociones de jóvenes que llegarían a ser destacadas profesionales. Cuenta María que el portero de la residencia recordaba cómo él mismo había anunciado la visita de Marie Curie, quien se había alojado en la residencia durante su visita a España. La primera compañera de habitación de María fue una sobrina del maestro Guerrero lo que supuso que a veces pudiese ir con más facilidad a algún espectáculo del momento, aunque esto no era habitual.

María tenía clases por la mañana y por la tarde. Para ir desde la residencia hasta la facultad, tenía que caminar, tomar un metro y a continuación un tranvía, y como consecuencia perdía un tiempo considerable en sus desplazamientos. Un día normal se repartía entre la asistencia a las clases en la Facultad de Matemáticas, el estudio y la vida en la residencia. Recuerda María que los sábados por la tarde los reservaba para cursar inglés y alemán en San Bernardo.

FIGURE 2. María en Madrid con su madre y el matrimonio de pintores Macarrón–Iturrioz

Su risa espontánea y tan contagiosa hacía pensar a la jefa de grupo de la residencia que aquella joven iba a tener poco futuro en los estudios y como otras muchas que pasaban por allí no tardaría en irse. Nada más lejos de la realidad. No sólo se quedó sino que le esperaba un futuro brillante.

María siempre ha considerado la amistad como algo maravilloso. Durante su estancia en la residencia encontró a algunas de sus mejores amigas: Alicia Iturrioz (licenciada en Bellas Artes), Margarita Herreros (química), la doctora Herreros (médico) o Carmen Villalobos (química). Esta última, fallecida este último verano, era hija de Filiberto Villalobos, ministro de Instrucción Pública y Bellas Artes durante la República, había finalizado sus estudios en esa época y aunque trabajaba en una fábrica de cerámica, había obtenido el permiso para seguir viviendo en la residencia.

En la Facultad, María pronto comenzó a destacar y a ser conocida; del mismo modo que le había ocurrido cuando iba al Instituto, muchos alumnos, incluso de otros cursos, acudían a ella para resolver algún problema o escuchar alguna explicación. Hemos de destacar el dato, a nuestro juicio sorprendente, de que María asistía a todas las clases pero jamás tomaba notas, realizaba sus propios apuntes una vez finalizadas las mismas. Después de cenar, María redactaba los resultados que le habían expuesto, en un ejercicio memorístico digno de un ser privilegiado. Su trabajo individual y constante era desarrollado desde el principio de cada curso. Recuerda haber perdido las primeras clases sólo en una ocasión, subsanando esta carencia con la asistencia a unas clases particulares que solían impartir los ayudantes. La figura del ayudante de profesor universitario no era renumerada y sólo percibian el importe del billete de autobús. En los primeros meses del curso, en particular los primeros años, el grupo de alumnos era muy numeroso, podían llegar a ser trescientos en una clase, pero a medida que transcurría el curso las aulas se iban vaciando; había muy pocos aprobados debido al elevado nivel de exigencia, y muchos alumnos incluso abandonaban la carrera definitivamente.

Cuenta María que muchos de sus compañeros estaban realizando estudios de Ingeniería que completaban con algunos cursos de la licenciatura de Matemáticas. Lo habitual era que la mayoría de las preguntas de los exámenes fuesen poco directas, con enunciados muy largos y engorrosos. María no tuvo problemas, ella no sólo aprobaba sino que disfrutaba estudiando y aquellos que la conocían sabían que para ella las Matemáticas eran algo muy especial.

En el primer curso estudió Análisis, Geometría Euclidiana, Física y asignaturas pintorescas como Formación del Espíritu Nacional, Religión o Educación Física (en la que por cierto obtuvo Matrícula de Honor). Entre sus profesores recuerda a Julio Palacios impartiendo Mecánica en segundo curso, él les contaba cómo le había impresionado el descubrimiento de las ruedas de carro, a la edad de ocho años en su pueblo natal. Otro de sus profesores de ese mismo año, Ricardo San Juan, discípulo de Julio Rey Pastor, había escrito en la revista de la Sociedad Matemática unos trabajos sobre álgebra, lo que justifica que, en su asignatura titulada Análisis, impartiese contenidos de álgebra moderna, una introducción a la teoría de anillos y módulos.

Comenta María que aquel verano, después de finalizar segundo, estudiaba entusiasmada los conceptos impartidos por Ricardo San Juan, lo cual le sería de gran ayuda para el siguiente curso, en el cual tenían una gran dosis de Ecuaciones Diferenciales. En cuarto, estudió Variable Compleja impartida por T. Rodríguez Bachiller. Germán Ancochea fue su profesor de álgebra en quinto curso, y si bien la asignatura llevaba ese nombre el contenido estaba reservado también para temas de Geometría Diferencial. No recuerda haber recibido clases de álgebra (al menos con esa denominación) hasta el último curso. Recordemos que por primera vez los estudios de Matemáticas tenían una duración de cinco años y por ello, debían incorporarse otras disciplinas diferentes a las que se impartian clásicamente, álgebra fue la elegida. También fue la que escogería María como compañera, pues esta materia ha sido y sigue siendo su gran pasión. María pertenece a la primera promoción de Licenciados en Matemáticas con una carrera de cinco años, pues hasta ese momento la denominación era Ciencias Exactas y la duración de la carrera era de cuatro años.

Una vez finalizados sus estudios de licenciatura en el año 1950 María realizó estudios de doctorado durante los años 1950-53 en la Universidad de Madrid. En aquel momento, los cursos de doctorado consistían en conferencias o encuentros matemáticos. Esta última época en Madrid fue ensombrecida por el fallecimiento de su padre en 1951, hecho que la retuvo todo el primer semestre en su tierra natal. De regreso a Madrid continuó sus estudios de doctorado de la mano de los profesores Germán Ancochea y Tomás Rodríguez Bachiller. Ambos le sugieren que si tiene interés en ahondar en la investigación matemática la mejor expectativa es desplazarse a otro país. María recuerda que el profesor Rodríguez Bachiller solía viajar mucho y volvía con un entusiasmo contagioso contando distintas anécdotas que le habían impresionado, entre otras su encuentro con Albert Einstein en Princeton. En los últimos cursos, ya siendo una alumna destacada y conocida, empieza a pensar qué tipo de becas puede pedir y hacia dónde puede encaminarse su futuro; los profesores que la conocen también la aconsejan. Aunque en esa época la situación política no permitía una fluidez de visitas de investigadores extranjeros de prestigio, de cuando en cuando si que se podía asistir a alguna conferencia de un profesor visitante. En particular, recuerda las conferencias impartidas por Ernst Witt y Julio Rey Pastor.

FIGURE 3. Foto de la Orla

Witt fue alumno de doctorado de Emmy Noether y uno de sus temas de investigación fueron los anillos de Lie que después ocuparían un lugar destacado en la vida de María Wonenburger. En aquel momento, Witt ocupaba un puesto de profesor en la Universidad de Hamburgo, plaza que había dejado vacante Emil Artin, famoso algebrista también alumno de Emmy Noether, tras su huida a EE.UU. por la persecución sufrida por su esposa judía en la época nazi.

La elevada condición matemática de María y el interés que despertaba entre otros matemáticos se refleja en algunas de las invitaciones que recibió no bien finalizó los estudios de licenciatura. En aquel momento en las áreas de Humanidades y Letras existían los intercambios con otras universidades europeas y, en el área de las Matemáticas, la Universidad de Barcelona tenía intercambios con la Universidad de Hamburgo. Aprovechando la visita del profesor Witt a Madrid, se intentó poner en marcha un proyecto de intercambio entre las universidades de Madrid y Hamburgo, para el cual la candidata era María. Sin embargo circunstancialmente la demanda en ese momento hacía que sólo existiese la posibilidad de intercambiar alumnos de Ciencias con alumnos de Letras lo cual no se permitió e hizo fracasar el proyecto.


FIGURE 4. Julio Rey Pastor

María también fue invitada por el profesor Julio Rey Pastor a participar en los seminarios que él impartía. Su propuesta, recuerda, consistía en que ella le acompañaría durante una serie de cursos y conferencias y tendría el encargo de recoger sus charlas para una posterior publicación, proyecto que no se llevará a cabo por la marcha de María a Estados Unidos.

Durante estos años de doctorado, María sigue viviendo en la residencia de estudiantes de siempre y allí se entera de la convocatoria de becas Emmy Noether. Estas becas eran gestionadas a través del Instituto de Educación Internacional de los Estados Unidos en Madrid para cubrir un curso en un "colegio de niñas bien" cerca de Philadelphia (EE.UU.), el Bryn Mawr College, famoso por haber tenido entre sus profesores a E. Noether. Precisamente en el claustro de su biblioteca reposan sus cenizas. El Bryn Mawr College fue la primera institución en ofrecer programas de doctorado a mujeres norteamericanas. María hizo la solicitud de beca pero nunca recibió contestación. La secretaria de la residencia, enterada de este hecho, quiso ayudarla buscando respuesta a esta situación pero en este caso la suerte no estaba de su parte, nunca supo qué ocurrió. Sin embargo, fue informada de que unas nuevas becas serían ofertadas próximamente: la primera convocatoria de becas Fullbright para cursar estudios de doctorado en EE.UU.

4. El viaje a Norteamérica.

En la primavera de 1953, María recibe la noticia de la concesión de la beca y, por tanto, formaría parte de la primera generación de becarios Fullbright. La cuantía a percibir no era fija, pues la asignación de la beca dependía de la ciudad de destino. Tras haber sido informada de la concesión de la ayuda debía elegir entre salir en Septiembre para incorporarse a la Universidad de Yale o partir en Julio para realizar un curso previo de formación con otros becarios en la Universidad de Syracuse en el estado de Nueva York. María escoge la segunda opción. El viaje desde España a EE.UU. se realizó en barco. Había diferentes categorías de pasaje, dependiendo del tipo de beca asignada, María viajaría en primera clase. Antes de la partida María solicitó y consiguió un visado para salir de España, pero sólo por tres meses lo que en un principio le complicaba el poder disfrutar de la beca durante un curso entero. Cuando finalmente obtiene el visado por un año, en el impreso habían escrito el puerto de Vigo, en vez del de Gibraltar, como punto de partida, lo que le ocasionó un nuevo y tedioso problema burocrático que no se resolvió hasta el mismo día del comienzo del viaje.

FIGURE 5. María, primera por la izquierda, en el "Constitution".

Las becas Fullbright estaban convocadas por el Instituto de Educación Internacional de los EE.UU. y para el traslado de sus becados disponía de dos barcos, el "Independence" y el "Constitution". El 15 de Julio de 1953 zarpó del puerto de Gibraltar el "Constitution" en el que María cruza el Atlántico rumbo al continente americano, a donde llegaría cinco días más tarde. En el barco, María se encuentra con otros becarios de diferentes paises, los cuales habían embarcado en las escalas previas que el barco realizó en el Mediterráneo. Recuerda que había muchos egipcios e italianos. Le acompañaban varias mujeres pero ella era la única española que había obtenido la beca Fullbright para realizar el doctorado en Matemáticas.

María comienza su viaje en un momento en el que Europa intenta recuperarse de la segunda guerra mundial y España permanece aislada con su dictadura. Su nueva residencia será en un país con diversos problemas internos, donde el temor al comunismo llevó al maccarthismo y a un control muy severo de los inmigrantes. Eisenhower se encuentra en el poder con una política exterior más distendida tras la muerte de Stalin pero donde ya se está gestando la que sería una de las guerras recientes más drámaticas para el pueblo americano, la guerra de Vietnam.

Su primer destino fue la ciudad de Nueva York, donde permaneció una semana realizando trámites administrativos. Desde allí se trasladó a Syracuse para realizar el curso de orientación, que incluía entre otros estudios el de la lengua inglesa. De las seis semanas de su estancia en Syracuse recuerda sus largos paseos con un grupo formado por latinos: brasileiros, argentinos, venezolanos e italianos. En especial guarda un grato recuerdo de una ingeniera industrial de Rio Grande do Sul en Brasil; su condición de mujer ingeniero había llamado la atención de María desde su encuentro.

En la solicitud de la beca, María había expresado su interés en estudiar álgebra con A. Albert en la Universidad de Chicago. Sus deseos no fueron exactamente cumplidos, pero sí resultaron del agrado de María pues fue enviada a Yale a estudiar con Nathan Jacobson, quien era amigo y colega de Albert. N. Jacobson fue uno de los algebristas más destacados del siglo XX. Destacan sus profundos descubrimientos en teoría de anillos y ha dado nombre al radical de Jacobson, la intersección de los ideales maximales de un anillo. Asimismo son importantes sus aportaciones en álgebras de Lie y de Jordan.

María se doctoró en la Universidad de Yale en 1957 con el trabajo titulado "On the Group of Similitudes and Its Projective Group" dirigido por Nathan Jacobson.

FIGURE 6. El matemático Nathan Jacobson

Jacobson le sugirió que retrasase su doctorado para poder permanecer al menos un año más en Yale, ya que estaba prevista la organización de unos seminarios y consideraba muy interesante que María participase. María consiguió una beca y se quedó. Aquel verano, trabajó en el Laboratorio de Física (las becas no se pagaban en el período estival) ayudando en la elaboración de las soluciones de una ecuación tipo Coulomb. En este trabajo realizaba cálculos muy laboriosos para lo cual utilizaba las antiguas calculadoras de manivela que recuerda como aparatos ancestrales.

En 1957 regresa a España. Durante tres años estuvo becada en el Instituto Matemático Jorge Juan del CSIC realizando de nuevo cursos de doctorado y una tesis doctoral dirigida por Germán Ancochea. Su título de doctora obtenido en EE.UU. no le había sido convalidado, por lo cual decide realizar aquí otra Tesis Doctoral. Ironías de la vida, por motivos administrativos María nunca obtuvo su título español de doctora, si bien su tesis fue defendida, aprobada y publicada con el título "Representación espinorial de los grupos de semejanza" en [7] y [8].

5. Docencia e investigación.

Durante este tiempo, el profesor Israel Halperin, alumno de Von Neumann, se había comunicado con Jacobson solicitándole ayuda para encontrar una persona "de álgebra" que pudiese ayudarle con sus investigaciones sobre las álgebras de von Neumann. Jacobson le recomienda a María Wonenburger y de este modo I. Halperin se pone en contacto con ella, invitándola a solicitar una beca para viajar a la Queen University en Kingston, Ontario, en Canadá. María consiguió una beca posdoctoral y se desplazó para trabajar en Ontario. Posteriormente se la prorrogarían durante otro año más.

Al finalizar aquellos dos años, Halperin le comentó las facilidades que podría encontrar para permanecer en Canadá como docente, frente a las pocas perspectivas laborales que tendría si optaba por regresar a España. Le ofrecieron trabajo en la Universidad de Toronto, universidad que María ya había conocido unos años antes debido a una gran nevada: Jacobson había sido invitado a impartir una conferencia, pero debido al temporal de nieve le fue imposible desplazarse, este contratiempo se resolvió siendo María la persona invitada a dar la conferencia.

María estuvo seis años en Canadá. En Toronto, era la única mujer ocupando un puesto de profesora en la universidad. A esto se acostumbró a lo largo de su carrera profesional. Así le ocurrió a otras mujeres matemáticas predecesoras y contemporáneas suyas, la mayoría dedicadas a temas de investigación en álgebra, la nueva y potente disciplina de la época. Cabe destacar nombres como: Emmy Noether, Olga Taussky-Todd, Hanna Neumann o Marjorie Lee Browne.

En sus recuerdos siempre termina nombrando a su primer estudiante de doctorado, el ahora destacado algebrista Robert V. Moody. Él fue su único alumno en Toronto y fue él quien la eligió para que le dirigiese su tesis doctoral. Comenta María la extrañeza que le produjo en aquel momento tal petición, especialmente por su condición de extranjera y siendo como era la única mujer entre el profesorado. Era una sociedad, la canadiense y la americana, que como la europea, y más aún la española, no estaba acostumbrada a tener a mujeres en puestos relevantes. Conocedora de ello, María nunca se planteó presentarse a ningún puesto directivo ya que consideraba imposible que pudiese ser elegida. Moody se doctoró en 1966 en la Universidad de Toronto con el trabajo titulado "Lie Algebras Associated With Generalized Cartan Matrices".

FIGURE 7. María, en la segunda fila, con los participantes de un Congreso, en Kingston (Canadá).

Tras su estancia en Toronto, María decide trasladarse a EE.UU. para que su familia, especialmente su madre, tenga más facilidades para viajar y pueda visitarla con cierta frecuencia. Se fue a Buffalo y permaneció durante un año en esta universidad, que originariamente había sido un centro de formación de Maestros. De allí, se traslada a la Universidad del Estado de Indiana. En ese momento, María había pasado de ocupar los puestos de Assistant Professor (en Toronto) y Associated Profesor (en Buffalo) a Full Professor (en Indiana); había recibido importantes ofertas de diferentes universidades americanas que le ofrecían un puesto en algún Departamento de Matemáticas. Paradójicamente y lamentablemente, en España sólo le ofrecieron presentarse a alguna oposición y le decían que "con suerte", algún día, era probable que pudiese obtener una de esas plazas. María cuenta esto con una amarga sonrisa. Ella, en sus primeros años posdoctorales, pensó varias veces en regresar a España pero la realidad es que era imposible: la esperaba un futuro incierto y además salía perdiendo en todos los aspectos: salario, medios, prestigio, etc.

María Wonenburger permaneció en Indiana desde 1967 hasta 1983. Allí obtuvo grandes satisfacciones, tanto en su labor docente como en la investigadora y conoció a algunos de sus mejores amigos. Era una universidad a donde acudían un buen grupo de alumnos a doctorarse. Artin había sido profesor durante ocho años en esa universidad y María tenía por compañeros matemáticos muy destacados como Zorn, profesor desde 1946 a 1971 en Indiana, Halmos desde 1969 a 1985 o Azumaya desde los años 70 hasta la actualidad que es profesor emérito de dicha universidad. A la vez existía en la Universidad de Indiana una intensa labor investigadora, allí acudían muchos profesores visitantes, se organizaban congresos, cursos, seminarios etc.

En 1983, por razones familiares (la enfermedad de su madre), María abandona todo y regresa a España. Aún es una mujer joven de 56 años y está en un buen momento de su carrera; sin embargo deja el trabajo profesional en Matemáticas. Atrás deja un país, que desde que María se establece en Indiana, ha pasado por muchos cambios, por varios presidentes demócratas o republicanos (Johnson, Nixon, Ford, Carter y Reagan) y que cuenta con una poderosa influencia en la escena mundial. Vuelve a una España en la que tras muchos años de inercia y estancamiento se ha instalado una monarquía constitucional y en la que se vive con mucha ilusión por unos y con recelo por otros una reciente victoria del partido socialista. Es seguro que de haber continuado en la universidad, María Wonenburger habría cosechado muchos más éxitos. Hay que resaltar que en cualquier caso ella siguió y sigue dedicándose día a día a su gran pasión: el mundo de las Matemáticas, siempre ilusionada e involucrada con algún proyecto y leyendo a diario "sus novelas": libros de álgebra de su valiosa biblioteca particular. En la actualidad prepara un artículo sobre Teoría de Números.

6. Su faceta matemática

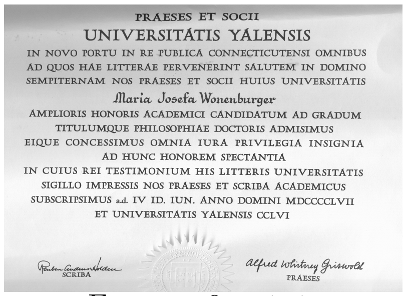
María es una experta en Teoría de Grupos clásicos y ha realizado un importante trabajo en el estudio de los automorfismos de esos grupos. Varios autores han utilizado sus ideas, incluso en contextos diferentes a los tratados por ella. Además, es una experta en álgebras de Clifford, las cuales guardan una estrecha relación con el estudio de grupos clásicos, si bien tienen un interés independientemente, en particular, por su aplicación en Física y Teoría de Representaciones de Álgebras.

El estudio de la resolución de ecuaciones algebraicas fué el germen de la actual Teoría de Grupos. Durante los siglos XVIII y XIX, los trabajos de J. L. Lagrange, L. Euler y N. H. Abel conducirían al concepto de grupo. La primera cuestión que preocupó a Abel fué la de encontrar solución algebraica de cualquier ecuación en función de sus coeficientes, lo cual era ya conocido para grados menores o iguales que cuatro. Tras una falsa prueba para grado cinco obtuvo un razonamiento que demuestra la imposibilidad de resolver todas las ecuaciones. E. Galois confirmó los resultados obtenidos por Abel y desarrolló los cimientos de la actual teoría de grupos. Los trabajos de M. L. Sylow y A. Cayley fueron cruciales para que a comienzos del siglo XX apareciese la definición abstracta de grupo y se estudiasen las propiedades de esta estructura en general.

Figure 8. El matemático N. H. Abel

En 1960, época de las primeras publicaciones de los trabajos de M. Wonenburger, uno de los temas de más interés estaba dedicado a los problemas de clasificación de los grupos, en particular, al estudio de los grupos simples, los cuales permiten determinar todos los grupos. Hasta ese momento, los grupos estudiados eran transformaciones en distintos espacios. A partir de la segunda mitad del siglo, numerosos matemáticos han dedicado su esfuerzo a obtener una clasificación de los grupos finitos simples. En 1963, se logró un avance fundamental al conocerse que todo grupo finito simple es o bien cíclico o bien consta de un número par de elementos. En 1972, D. Gorenstein, en una conferencia impartida en la Universidad de Chicago proponía un plan de trabajo, que fue perfeccionado y desarrollado en los años 80 y cuyo principal responsable fué M. Aschbacher. En 1985 y como fruto de diferentes investigaciones se obtuvo la clasificación completa.

El trabajo de María Wonenburger debe ser pues considerado teniendo en cuenta el momento en que se desarrolla. En esos años, surgían gran número de resultados que caracterizaban algunos grupos simples. En muchas ocasiones la técnica empleada consistía en el estudio de propiedades suplementarias que juegan un papel destacado en el estudio de la estructura de grupo. Muchas de dichas propiedades se refieren a las involuciones (elementos de orden dos) y a los centralizadores de esas involuciones. La noción de forma bilineal simétrica asociada a una forma cuadrática es otra de las herramientas más utilizada.



PRAESES ET SOCII
UNIVERSITATIS YALENSIS
IN NOVO PORTU IN RE PUBLICA CONNECTICUTENSI OMNIBUS
AD QUOS HAE LITTERAE PERVENERINT SALUTEM IN DOMINO
SEMPITERNAM NOS PRAESES ET SOCII HUIUS UNIVERSITATIS
Maria Josefa Wonenburger
AMPLIORIS HONORIS ACADEMICI CANDIDATUM AD GRADUM
TITULUMQUE PHILOSOPHIAE DOCTORIS ADMISIMUS
EIQUE CONCESSIMUS OMNIA IURA PRIVILEGIA INSIGNIA
AD HUNC HONOREM SPECTANTIA
IN CUIUS REI TESTIMONIUM HIS LITTERIS UNIVERSITATIS
SIGILLO IMPRESSIS NOS PRAESES ET SCRIBA ACADEMICUS
SUBSCRIPSIMUS a.d. IV ID. IUN. ANNO DOMINI MDCCCCLVII
ET UNIVERSITATIS YALENSIS CCLVI

Reuben Andrus Holden
SCRIBA

Alfred Whitney Griswold
PRAESES

FIGURE 9. Título de doctora

El estudio del grupo ortogonal y del grupo de semejanzas son los puntos centrales en el estudio de las formas cuadráticas y jugaron un papel fundamental en el desarrollo de la Teoría de Grupos y la Geometría Diferencial. El estudio del grupo de rotaciones en el espacio de tres dimensiones es el origen de los cuaterniones de Hamilton cuya generalización fué dada por Clifford en 1876 dando lugar a la Teoría de Álgebras.

Una de las ideas más utilizada en el estudio de grupos es la noción de representación lineal, es decir, el estudio de los automorfismos de un espacio vectorial sobre un cuerpo. Si estamos interesados en el estudio de grupos finitos, se consideran sólo representaciones lineales en espacios vectoriales de dimensión finita. Hay dos direcciones según se tome como cuerpo base un cuerpo algebraicamente cerrado de característica cero (teoría clásica) o bien si se considera un cuerpo finito (teoría modular).

María Wonenburger dedicó varios años al estudio de los automorfismos de grupos de semejanzas. Su motivación se puede encontrar en los trabajos de J. Dieudonné publicados a principios de los años 50. En varios trabajos, María extiende algunos de los resultados clásicos de Dieudonné dedicados al estudio de los grupos clásicos, como por ejemplo, el grupo de rotaciones, el grupo ortogonal o sus correspondientes grupos proyectivos.

6.1. **Semejanzas.** Para recordar las definiciones y propiedades relativas al contexto que nos ocupa podemos aprovechar una nota elaborada en 1960 por María y publicada en "La Gaceta Matemática" [3]. Se considera un espacio vectorial V sobre un cuerpo conmutativo k de característica distinta de dos y $f : V \times V \to k$ una forma bilineal. Denotaremos por k^* el grupo multiplicativo formado por los elementos del cuerpo excepto el cero. La forma bilineal f se dice no degenerada si para cada $x \neq 0$ existe $y \in V$ tal que $f(x, y) \neq 0$ y existe $z \in V$ tal que $f(z, x) \neq 0$. La forma es simétrica si para cualesquiera vectores $x, y \in V$ se tiene que $f(x, y) = f(y, x)$, se dice alternada en el caso $f(x, y) = -f(y, x)$. Diremos que f tiene índice cero si se cumple que $x \neq 0$ equivale a $f(x, x) \neq 0$. En el caso de espacios vectoriales de dimensión finita, la existencia de formas alternadas no degeneradas implica que la dimensión del espacio es un número par, es decir $\dim_k V = 2m$ para algún entero m.

Fijemos a continuación una forma bilineal no degenerada en el espacio vectorial V y denotemos por $Q : V \to k$ la forma cuadrática correspondiente, $Q(x) = f(x, x)$ para cada $x \in V$. Una aplicación semilineal $s : V \to V$ relativa a un automorfismo de cuerpos $\sigma : k \to k$ se llama *semi-semejanza* de razón $\rho \in k^*$ si $Q(s(x)) = \rho \cdot Q(x)^\sigma$, para cada $x \in V$. Si $\sigma = 1$ se dice que f es una *semejanza*. En el caso $\dim_k V = n$ impar, las semejanzas son rotaciones multiplicadas por un escalar. En el caso par, es decir, $n = 2m$, el determinante de la matriz asociada a f es ρ^m (en este caso la semejanza se llama *directa*) o bien $-\rho^m$ (semejanza *indirecta*). En este caso las semejanzas forman el grupo $S(Q)$ que contiene un subgrupo normal $S^+(Q)$ de índice dos. Dicho subgrupo está formado por las semejanzas directas. Las semejanzas de razón $\rho = 1$ forman el *grupo ortogonal* $O(Q)$. El subgrupo formando por las semejanzas directas de razón 1 (las *rotaciones*) se denota por $O^+(Q)$. Los *grupos proyectivos* $PS(Q)$ y $PS^+(Q)$ se definen como el cociente módulo k^* excepto en el caso $n = 2$ que se toma el cociente módulo el centro. Los grupos proyectivos $PO(Q)$ y $PO^+(Q)$ se definen como el cociente módulo el centro.

Cada involución ortogonal $u \in O(Q)$ está determinada por una descomposición del espacio vectorial inicial, $V = V^+ \oplus V^-$, tal que u deja invariante cada elemento de V^+ y lleva cada vector de V^- en su opuesto. Si $\dim V^+ = p$ diremos que u es una $(p, n-p)$-involución.

6.2. **La Tesis de Yale.** Los resultados obtenidos en su tesis doctoral presentada en 1957 en la Universidad de Yale, fueron publicados cinco años más tarde en [9], [10] y [11].

En el primer trabajo, considera el álgebra de Clifford $C(V, Q)$ del espacio vectorial V correspondiente a una forma cuadrática Q. Si Q es no degenerada, el grupo ortogonal $O(Q)$ es isomorfo a los automorfismos del álgebra que dejan V invariante. Se llama grupo de Clifford al formado por los elementos inversibles del álgebra que definen los automorfismos de $C(V, Q)$ que dejan V invariante. Uno de los resultados obtenidos muestra que, si en vez de $O(Q)$ uno considera el grupo de semejanzas y le asocia a cada elemento un automorfismo de la subálgebra $C'(V, Q)$, formada por los elementos impares de $C(V, Q)$, se puede extender cada uno de dichos automorfismos a uno interno en $C(V, Q)$. A continuación, considera el grupo de semi-semejanzas y a cada elemento le asocia un semi-automorfismo de la subálgebra formada por los elementos impares de $C(V, Q)$. En este contexto, y en términos de la razón de las semi-semejanzas, caracteriza cuándo un semi-automorfismo puede ser extendido a toda el álgebra $C(V, Q)$. En el caso de considerar un cuerpo de característica distinta de dos, muestra que el álgebra $C(V, Q)$ puede ser ser obtenida a partir de ciertos subespacios que dotan de una estructura graduada al álgebra.

FIGURE 10. María, en el centro, durante su estancia en Yale. El primero por la izquierda es su amigo Gian-Carlo Rota

Esta graduación le permite caracterizar los automorfismos de $C(V, Q)$ asociados con las semejanzas así como caracterizar los semi-automorfismos de la subálgebra $C'(V, Q)$ asociados a las semi-semejanzas.

En [10], el punto de partida es una forma hermítica f sobre el espacio vectorial V, recordemos que en este caso el grupo de automorfismos que se obtiene es el grupo unitario. Considera la forma cuadrática Q asociada a la aplicación bilineal $h(x, y) = f(x, y) + f(y, x)$ y caracteriza la existencia de semejanzas s cuyo cuadrado coincide con el opuesto de la razón. En particular, prueba que dicha existencia implica que las semejanzas que conmutan con s son todas directas. Respecto a las que anticonmutan con s observa que son indirectas si la dimensión del espacio vectorial es congruente con 2 módulo 4 y son directas si la dimensión es un múltiplo de 4. Estos resultados los aplica para el estudio del doble centralizador de s dentro de los grupos proyectivos de semejanzas. El estudio está hecho siguiendo el método clásico desarrollado por Dieudonné, que precisamente, fue el referee de este trabajo y de otros relacionados con este tema.

En 1962 publica un trabajo dedicado a J. Rey Pastor [11], donde continua el estudio de los automorfismos del grupo de semejanzas, del grupo de semejanzas directas y sus grupos proyectivos correspondientes. El método que utiliza se basa en probar la invarianza de los grupos de rotaciones y el grupo proyectivo de rotaciones bajo los automorfismos de los grupos considerados. En particular, para $n \geq 4$ prueba que todo automorfismo α de $S(Q)$ (respectivamente, de $S^+(Q)$ si $n = 2m > 4$) tiene la forma $\alpha(s) = h^{-1}sh(s_R)$ donde s_R denota una representación de $S(Q)$ (respectivamente, de $S^+(Q)$ si $n = 2m > 4$) en el grupo multiplicativo k^* y h es una semi-semejanza de Q. En el caso de suponer que el cuerpo k es finito y $n = 6$ o $n \geq 10$ prueba que todo automorfismo de $PS(Q)$ o de $PS^+(Q)$ está inducido por uno de $S(Q)$.

FIGURE 11. El matemático J. Dieudonné

6.3. **Centralizadores.** En otro de sus primeros trabajos publicados [5], María estudia el centralizador y el centralizador proyectivo de las semejanzas cuyo cuadrado es una unidad, considerándolas dentro del grupo de semejanzas directas de Q. Para ello en primer lugar, considera que la semejanza es una aplicación lineal y estudia sus centralizadores dentro del grupo de automorfismos de V. Como consecuencia, calcula los valores del determinante de las matrices asociadas a aplicaciones lineales que conmutan o anticonmutan con una dada. Después estudia los centralizadores de una semejanza dentro del grupo de semi-semejanzas de Q y finalmente dentro del grupo de semejanzas y de semejanzas directas.

Concretamente, fijemos V un $k-$espacio vectorial (de dimensión finita y con k un cuerpo de característica distinta de dos) y una aplicación lineal $f : V \to V$ tal que su cuadrado coincide con la multiplicación por un escalar $\mu \in k$ (suponemos que μ no es un cuadrado en k). Denotamos por $F = k(\theta)$ el cuerpo extensión de k donde θ es una raíz de $x^2 - \mu = 0$ y por $J : F \to F$ la involución que deja invariante k y $J(\theta) = -\theta$. La aplicación f se extiende a una aplicación lineal $g : V_F = F \otimes_k V \to V_F$ y el $F-$espacio vectorial V_F se descompone como suma directa de dos subespacios $V_F = V_F^+ \oplus V_F^-$ respecto a la involución $\theta^{-1} \cdot g\,|_F$. En [5] María probó que el determinante de cualquier matriz N que conmute con la matriz $M \in \mathcal{M}_n(k)$, asociada a f, es de la forma $a^2 - b^2\mu \in k$. El determinante de cualquier matriz N que anticonmute con M es de la forma $(-1)^m(a^2 - b^2\mu) \in k$. Además, considerado f como elemento del grupo de isomorfismos semi-lineales de V en V, estableció un isomorfismo de grupos ϕ entre el centralizador proyectivo de f y las aplicaciones semi-lineales en V_F^+ cuyos automorfismos conmutan con J. En caso de restringirse al estudio de semi-semejanzas, el resultado que obtiene afirma que el centralizador proyectivo de f dentro del grupo de semi-semejanzas de Q es isomorfo via ϕ a las semi-semejanzas de Q_F^+ cuyos automorfismos conmutan con J. Finalmente, como consecuencia observa que ϕ induce un isomorfismo entre el centralizador de f en el grupo de rotaciones de Q y el grupo ortogonal de Q_F^+.

Estos últimos resultados le permiten concluir para el caso $n \geq 6$ que, la clase de equivalencia de una semejanza s de razón μ tal que $s^2 = \mu$ no se corresponde con ninguna $(2, n-2)$ involución ortogonal bajo ningún automorfismo $\sigma \in PS^+(Q)$.

6.4. **Automorfismos de grupos de semejanzas.** En la primera edición de [1], Dieudonné había supuesto que para el caso $n = 8$ (siendo $n = \dim V$) los grupos se podían caracterizar de forma análoga a los otros casos ya estudiados. María observó que esto no era cierto, y obtuvo caracterizaciones de algunos grupos (en el supuesto de que el espacio pueda ser un álgebra de Cayley). Los resultados correspondientes al caso $n = 8$ los publicó en [12]. En particular, caracteriza la existencia de automorfismos de $PS^+(Q)$ que no están inducidos por uno de $S^+(Q)$. Además, el grupo proyectivo de las rotaciones $PO^+(Q)$ contiene automorfismos del tipo anterior si y sólo si el cuerpo base es pitagórico (es decir, la suma de cuadrados es un cuadrado en el cuerpo) y el espacio vectorial subyacente admite una base ortonormal relativa a un múltipo de Q.

En el estudio de las semejanzas directas de $PS^+(Q)$, para dimensión cuatro y publicado en [13], María utiliza resultados conocidos del álgebra de Clifford y de la subálgebra formada por los elementos impares para encontrar grupos isomorfos a $PS^+(Q)$, y así determinar sus automorfismos. En este caso no se obtiene la buena caracterización obtenida en el caso de dimensión alta.

Bajo el supuesto de que el cuerpo tiene más de cinco elementos, en [14] da una caracterización de las $(2, n-2)$ y las $(n-2, 2)$-involuciones de $O_n^+(k, f)$ (con esta notación del grupo ortogonal queda explícito el cuerpo, la forma bilineal y la dimensión del espacio) que también es válida en el grupo proyectivo. En particular prueba que todo automorfismo α en $O_n^+(k, f)$, es de la forma $\alpha(r) = h(r)srs^{-1}$ donde $h(r)$ es una representación de $O_n^+(k, f)$, en el grupo multiplicativo $\{1, -1\}$ y s es una semi-semejanza de f. Además, todo automorfismo del grupo proyectivo de rotaciones $PO^+(k, f)$ está inducido por un automorfismo de $O^+(k, f)$, bajo la condición adicional $n \neq 8$.

En [15] María estudia los resultados clásicos de Dieudonné para los automorfismos de los grupos especiales unitarios $U_n^+(k, f)$ en los casos $n \geq 3$ y $n \neq 4$.

El estudio de semi-semejanzas para formas cuadráticas no degeneradas correspondientes con álgebras de Cayley es el punto de partida del trabajo [20], donde determina completamente los automorfismos del grupo proyectivo $PS^+(Q)$.

6.5. **Espinores.** A principios del siglo XX, H. Weyl reconoce un nuevo grupo, que más tarde se llamará grupo de espinores, estudiando las representaciones holomorfas del grupo ortogonal de un álgebra de Lie. La segunda tesis doctoral de María Wonenburger, en este caso, defendida en la Universidad de Madrid, aborda el estudio de las representaciones espinoriales del grupo unitario. En su trabajo, María considera el álgebra de Clifford de una forma cuadrática no degenerada Q sobre un $k-$espacio vectorial de dimensión par y siendo k el subcuerpo de los elementos invariantes bajo una involución en F (F una extensión de k). Bajo este supuesto, el grupo unitario está contenido en el grupo ortogonal. Existe un epimorfismo desde el grupo de Clifford en el grupo ortogonal. La restricción al grupo de Clifford de una representación irreducible del álgebra es una representación lineal, que se denomina espinorial, de dicho grupo. María estudia la imagen recíproca del grupo unitario. En el caso de que la característica de F sea cero o mayor que la dimensión de V sobre F, prueba que la representación espinorial del grupo unitario es completamente reducible y determina las componentes irreducibles. Además, obtiene la misma descomposición para la extensión a una representación del grupo de semejanzas unitarias. Finalmente, el estudio realizado le permite analizar las representaciones del grupo proyectivo de semejanzas unitarias en grupos ortogonales. Estos resultados se recogen en las publicaciones [6] y [7] .

6.6. **Geometrias von Neumann.** A finales del siglo XIX, R. Dedekind realizó un profundo estudio de los retículos que tuvo gran importancia en el momento y que en los años sucesivos han sido objeto de numerosas publicaciones. Este concepto es importante por ser uno de los primeros ejemplos de construcción axiomática. Desde 1941 se conoce que los grupos de Weyl son los grupos finitos generados por reflexiones que dejan invariante un retículo.

Durante su estancia postdoctoral en Queen's University, María publicó varios trabajos, [16], [17], [18], en los que se estudian las ideas de continuidad y completitud, relativos a un cardinal infinito fijo $\aleph$, en retículos complementarios modulares. Ambos conceptos conducen a la definición de $\aleph$-geometría von Neumann y, si se cumplen para todos los cardinales, a la noción de geometría von Neumann. Bajo la condición de completitud, I. Halperin y I. Amemiya habían probado que la continuidad tiene cierta propiedad aditiva. En [17], María y Halperin prueban que las geometrías von Neumann son aditivas.

En [16] María y Grtzer observan que, sin embargo, la aditividad no se tiene, en general, para la condición de "ser completo". Las ideas anteriores son utilizadas en el estudio del retículo formado por los ideales principales de un anillo regular unitario, realizado por María en [18]. El anillo se dice $\aleph$-von Neumann (resp. von Neumann) si el retículo es completo y continuo con respecto a un cardinal infinito (resp. todos los cardinales). En su trabajo, María da condiciones suficientes y necesarias bajo las cuales si R es un $\aleph$-anillo (respectivamente, un anillo von Neumann) entonces el anillo de las matrices cuadradas con coeficientes en R también es un $\aleph$-anillo (respectivamente, un anillo von Neumann).

6.7. **Involuciones ortogonales.** En esa época, Harold Scott MacDonald Coxeter estudia transformaciones f que son producto de reflexiones fundamentales de un grupo finito G generado por reflexiones. Considera el álgebra de los polinomios invariantes por G y prueba que dicha álgebra está generada por elementos caracterizados por los autovalores asociados a f. En [19] María busca una respuesta a la cuestión planteada por Coxeter sobre el número de involuciones necesarias para expresar una transformación ortogonal como producto de involuciones ortogonales. Para ello relaciona el problema con el resultado previo dado por E. Cartan y J. Dieudonné, en el que se asegura que las transformaciones ortogonales eran producto de al menos n (con n =dimensión del espacio vectorial) simetrías y mostraron ejemplos de que n es mínimo para el número de factores necesarios. El resultado probado por María afirma que si V es un $k-$espacio vectorial de dimensión finita n (con característica de k distinta de dos) sobre el cual existen formas bilineales no degeneradas de índice cero entonces toda transformación ortogonal es producto de al menos dos involuciones ortogonales.

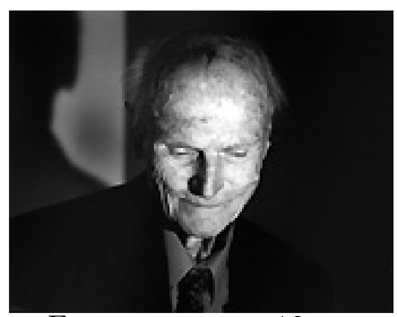


FIGURE 12. El matemático Harold Scott MacDonald Coxeter

El estudio anterior lo continúa en [21] abordando la cuestión de cuándo una aplicación lineal $f : V \to V$ es producto de dos involuciones. Recordemos que cada involución corresponde con una descomposición $V = V^+ \oplus V^-$. Si $f = h_1 \circ h_2$ con h_1 y h_2 involuciones, entonces $f^{-1} = h_2 h_1 = h_2 f h_1$, es decir, f es invertible y es similar a su inversa. En un primer teorema, María muestra que el recíproco también se cumple. A continuación, supone que V es un espacio vectorial de dimensión finita sobre el cual existen formas bilineales no degeneradas definidas. Prueba que si la aplicación lineal $f : V \to V$ conserva formas (es decir, dada cualquier forma bilineal no degenerada $b : V \otimes V \to k$ se verifica que $b(x, y) = b(f(x), f(y))$ para cualesquiera $x, y \in V$) entonces f es producto de dos involuciones, $f = h_1 \circ h_2$. Las involuciones son ortogonales si la forma bilineal es simétrica y en el caso simétrico débil, las involuciones verifican que $b(h(x), h(y)) = -b(x, y)$.

En [23] estudia la descomposición de un automorfismo de álgebras de Cayley como producto de involuciones. En el caso de cuerpos algebraicamente cerrados o con característica 2 o 3 cada automorfismo es producto de dos involuciones. En otro caso, el resultado no es cierto. El trabajo está motivado por los resultados previos dados por N. Jacobson.

6.8. **Diagonalización simultánea.** El resultado de Milnor que, para un espacio vectorial de dimensión finita, garantiza la existencia de una base respecto a la cual dos formas bilineales no degeneradas simétricas tienen una matriz diagonal asociada, en el caso de que el cuerpo base sea real y las dos formas no sean cero simultáneamente es probado por María en [22] con una prueba algebraica directa. El resultado es una aplicación de un estudio previo para cuerpos de caracteristica distinta de dos. En éste último caso, la existencia de la forma diagonal se tiene si y sólo si el espacio vectorial admite una base especial.

6.9. **Algebras de Lie.** Como ya hemos comentado, a finales del siglo XIX la idea de grupo se refería a ciertos grupos de transformaciones en distintos espacios. Estos grupos fueron utilizados por Sophus Lie en su estudio sobre integración de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, dando lugar a lo que hoy conocemos como Teoría de Álgebras de Lie. E. Cartan desarrolló los estudios de S. Lie obteniendo buenos resultados para representaciones lineales (de dimensión finita) de las álgebras semisimples.

En los años 30 del siglo XX, André Weil y Claude Chevalley iniciaron una nueva corriente dirigida hacia el estudio global de los grupos algebraicos frente al estudio local realizado por Lie. Además, el nuevo enfoque se dirigía a considerar cuerpos arbitrarios sin limitarse a los cuerpos de los números reales o complejos. En 1955, Chevalley construyó, a partir de álgebras de Lie, nuevos grupos simples definidos sobre un cuerpo arbitrario y, un par de años después, estudió la clasificación de los grupos de Lie algebraicos.

Un álgebra de Lie L, es un espacio vectorial junto con un producto bilineal $[,]: L \times L \rightarrow L$, verificando

$$[x, y] = -[y, x] \text{ y } [x, [y, z]] = [[x, y], z] + [y, [x, z]].$$

Por ejemplo, cualquier álgebra asociativa puede ser dotada de una estructura de Lie considerando $[x, y] = xy - yx$. En este caso, el producto corchete es el conmutador del álgebra que nos determina en qué medida es o no conmutativa.

Recordemos que una matriz A de orden n y coeficientes enteros se llama matriz de Cartan (generalizada) si

(1) $a_{ii} = 2$ si $1 \leq i \leq n$
(2) $a_{ij} \leq 0$ si $i \neq j$
(3) $a_{ij} = 0$ si y solo si $a_{ji} = 0$.

Diremos que A es simetrizable si existe una matriz diagonal D tal que DA es simétrica.

Las matrices de Cartan son utilizadas en el estudio y construcción de álgebras de Lie. A las álgebras de Lie simples de dimensión finita les asocia cierta matriz con coeficientes números enteros. El concepto actual es una generalización de las matrices utilizadas por Elie Cartan en su tesis de 1894. Cartan dió una clasificación de las álgebras de Lie semisimples y encontró las representaciones lineales irreducibles de las álgebras simples. Hay sólo nueve tipos de álgebras simples de Lie de dimensión finita. En 1966 J.P. Serre probó que usando únicamente la matriz se puede dar los generadores y las relaciones que determinan el álgebra.

A principios de los años 60, N. Jacobson impartió un curso seguido por María, en el que expuso los principales resultados relacionados con esta clasificación. Sus notas fueron recogidas en una publicación en 1975. En particular, podemos encontrar una prueba de la existencia de todas las álgebras de Lie simples escindidas de dimensión finita sobre cuerpos de característica cero.

Esta formación adquirida por María sería fundamental para su investigación posterior, en particular para sus primeras tesis dirigidas.

7. Sus discípulos

Como se ha dicho, R. Moody fue el primer alumno de doctorado de María. Su tesis defendida en 1966 bajo la dirección de María marca los primeros pasos de la teoría que con el devenir de los años sería tan fructífera. El trabajo de tesis de Moody se centra en descubrir qué clase de álgebras de Lie se obtienen si se parte de una clase más general de matrices. El método expuesto por Jacobson para obtener el álgebra de Lie a partir de la matriz de Cartan es su punto de partida. La nueva clase de álgebras, introducidas en la tesis de Moody, se definen a partir de una matriz de Cartan $C = (a_{ij})$ simetrizable de orden n, considerando una $\mathbb{C}$-álgebra de Lie definida por $3n$

generadores, $\{e_i, b_i, c_i\}_{1\leq i\leq n}$, con relaciones

$$[c_i, c_j] = 0,\ [e_i, b_j] = \delta_{ij}c_i,\ [c_i, b_j] = -a_{ij}e_i,\ [e_i, b_j] = -a_{ij}b_i;$$
$$(adj(e_i))^{1-a_{ij}}e_j = 0,\ (adj(b_i))^{1-a_{ij}}b_j = 0,\ \text{si } i \neq j$$

donde δ_{ij} denota la delta de Kronecker. Sus resultados finales fueron publicados en 1968 en el trabajo "A new class of Lie algebras" donde, en particular, determina las matrices de Cartan simetrizables con raíces nulas. Recordemos que una raíz nula de A es una solución no negativa del sistema de ecuaciones lineales $AX = 0$.

Stephen Berman fue otro de los alumnos de María, al que dirigió la tesis titulada "On the construction of simple Lie álgebras" en 1971. La nueva clase de álgebras de Lie determinadas por Moody son álgebras sobre un cuerpo no modular. S. Berman fue el encargado de obtener una construcción análoga para cuerpos de característica p. Otro de sus alumnos, Richard Lawrence Marcuson, en su trabajo de tesis doctoral titulado "Some new B-N pairs" (1972) continúa en la línea de los trabajos precedentes de Moody y Berman generalizando algunos de los resultados obtenidos por Moody y Teo (alumno de Moody) sobre sistemas de Tits. En 1962, Tits había probado la existencia en un grupo G de un sistema de Tits (B-N pares, inicialmente) verificando ciertas propiedades que garantizaban que G fuese simple.

Los últimos años en Bloomingtwon María centra su investigación en buscar resultados encaminados a la clasificación de los grupos finitos. S. Berman le planteó un cálculo que María obtuvo de una forma elegante y sencilla. Sus resultados fueron compartidos con Moody, el cual aportó ideas nuevas que dieron como resultado el trabajo [24]. El estudio gira en torno al concepto de matrices de Cartan finitas y matrices de Cartan con raíces nulas. Cada matriz de Cartan puede ser representada mediante un grafo con n vértices y donde el número de flechas desde el vértice j al vértice k está dado por $\mid a_{ij} \mid$. Una matriz de Cartan se dice indescomponible si su grafo asociado es conexo, es decir, si el conjunto de vértices no es la unión de dos subconjuntos S y T no vacíos y tales que $a_{ij} = 0$ si $i \in S$ y $j \in T$. En su trabajo conjunto [24] determinan todas las matrices Cartan indescomponibles con raices nulas. Además, ven que tales matrices son simetrizables.

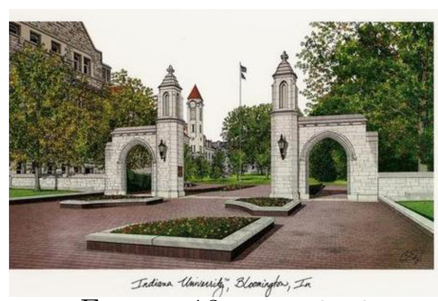


FIGURE 13. Entrada al campus de Bloomington, Indiana University.

El último trabajo publicado de María, [25], contiene una generalización de la estructura de los $Z-$grupos. Recordemos que un grupo finito se dice Z-grupo si tiene subgrupos de Sylow cíclicos. Además, estudia algunas caracterizaciones que garantizan que un grupo es nilpotente y da condiciones suficientes para que un grupo resoluble tenga un grupo conmutador nilpotente.

Precisamente, Bette Warren, la única mujer que realizó la tesis doctoral con María, en su trabajo titulado "A study of nilpotent and abelian linear groups with applications to finite group structure" (1976) estudia un problema en la línea anterior. Recordemos que los grupos abelianos son suma directa de grupos cíclicos cuyo orden es una potencia de un primo. El concepto de grupo nilpotente es la generalización inmediata pues cumple una condición análoga a la de los grupos abelianos. En su trabajo se estudian grupos que contienen subgrupos normales nilpotentes y que dan lugar a un cociente que es abeliano. Estos grupos verifican que su subgrupo conmutador es nilpotente. Uno de los principales resultados obtenidos analiza condiciones para que el grupo de automorfismos de un espacio vectorial de dimensión finita sea abeliano o nilpotente.

Uno de sus últimos trabajos en Indiana, fue la dirección de la tesis doctoral de Edward George Gibson, publicada en 1979 bajo el título "On the duality and eigenvalues of the finite unitary reflections groups." En ella se estudian los automorfismos de un espacio vectorial de dimensión finita n que dejan invariante un subespacio de dimension n-1 para estudiar los grupos de reflexiones unitarios irreducibles finitos.

8. Epílogo

María publicó más de una veintena de artículos en revistas importantes y dirigió ocho tesis doctorales. Es referenciada en muchos de los trabajos de la especialidad y citada en varios libros. En "Fundamentos de Geometría" de Coxeter, el autor le agradece, en la primera edición en español, las correcciones que él introduce por sugerencia de María. Ella conocía bien este libro pues su contenido lo desarrollaba en sus clases. Por otra parte, cinco de sus trabajos son referenciados por Dieudonné en su libro "La Géométrie des Groupes Classiques". Otro libro donde su trabajo es nombrado es "The book of involutions" (1998) de Knus, Merkurjev, Rost y Tignol publicado por la American Mathematical Society.

No queremos terminar sin hacer hincapié en el importante legado de María. Ella es la "madre" de la Teoría de Kac-Moody. Es realmente destacable el interés tan amplio que ha llegado a alcanzar este tema que se inició, de la mano de María, en la tesis de R. Moody, donde fueron introducidas un nuevo tipo de álgebras. Estas álgebras juegan un papel central en Matemáticas y Física desde los años setenta y son uno de los campos donde matemáticos de famosas universidades trabajaron y trabajan, con resultados muy fructíferos. Este hecho es fácilmente contrastable observando el elevado número de publicaciones científicas relacionadas con dichas álgebras así como los distintos congresos relativos a este tema.

Actualmente, son conocidas por el nombre de álgebras de Kac-Moody, una clase de álgebras en su mayoria de dimensión infinita, asociadas a ciertas álgebras de Cartan. Dichas álgebras generalizan el resultado de Serre y fueron introducidas por R. V. Moody, en su tesis doctoral bajo la dirección de María Wonenburger (y de forma independiente, por V. G. Kac). La clase más sencilla son las llamadas álgebras afines (noción introducida en la tesis de Moody), las cuales resultaron tener muchas aplicaciones en Física Teórica y en distintos campos de las Matemáticas.

FIGURE 14. María en Canadá en 2001, con sus discípulos R. Moody y S. Berman y sus "nietos" A. Pianzola, K. Liu, Y. Gao, N. Strungaru, J. Lee y S. Sullivan

El intercambio de ideas y la comunicación personal con otros colegas matemáticos son cruciales en la investigación, sobre todo en materias con tan alto grado de abstracción como es el álgebra. Nuestra protagonista siempre ha disfrutado de un carácter amable, generoso y entusiasta que le ha facilitado el desarrollo de su investigación y que le ha permitido alcanzar cotas muy altas en ella.

María tiene un amplio conocimiento en el campo de las Matemáticas y en particular, en el de Álgebra, el cual supo transmitir a sus estudiantes, con quienes disfrutaba trabajando y a los que dedicaba mucha atención. Tenía una gran capacidad para motivar a sus alumnos, atendiendo a sus características individuales y consiguiendo que cada uno alcanzase su propio nivel de madurez matemática.

S. Berman nos mencionó recientemente, que R. Moody y él siempre se sintieron muy afortunados de haber realizado la tesis doctoral bajo la dirección de María Wonenburger. Recuerda Berman el tiempo compartido con María haciendo matemáticas, siempre intercalado con momentos muy divertidos, gracias al gran sentido del humor que ella posee y a su forma de ser tan sencilla y espontánea.

Estamos totalmente de acuerdo con este sentimiento hacia María, hemos disfrutado enormemente de su compañía y de su alegría durante el tiempo de elaboración de este trabajo. En muchas ocasiones le hemos comentado nuestra admiración por su extraordinaria lucidez y por su personalidad, una frase textual suya resume perfectamente lo que transmite esta excelente mujer: "tengo tendencia a ser feliz". **Agradecimientos**: Las autoras agradecen los comentarios, sugerencias y aportaciones a este trabajo de: S. Berman, M. de Len, Raimundo ?? y E. Macías.

References

[1] J. Dieudonné. Sur les groupes classiques. Act. Sc. et Ind. **1040** Hermann, Paris (1948).
[2] N. Jacobson. Lie algebras and Lie groups. W. A. Benjamin, Inc. New York (1965).
[3] M. J. Wonenburger. El grupo simpléctico. *Gaceta Mat.* Madrid 12 (1960) 85–88.
[4] M. J. Wonenburger. Anillos de división. *Gaceta Mat.* Madrid 13 (1961) 3-8.
[5] M. J. Wonenburger. Study of a semi-involutive similitude. *Rev. Mat. Hisp– Amer.* 4 **20** (1960) 34-45.
[6] M. J. Wonenburger. Irreducible representations of the projective group of unitarian similitudes. *Rev. Mat. Hisp.-Amer.* (4) 20 (1960) 147–176.
[7] M. J. Wonenburger. The spin represenation of the unitary group. *Rev. Mat. Hisp.-Amer.* (4) 20 (1960) 79–128, 238–250.
[8] M. J. Wonenburger . The spin representation of the unitary group. Mem. Mat. Inst. "Jorge Juan" 24 (1961).
[9] M. J. Wonenburger. The Clifford algebra and the group of similitudes. *Canad. J. Math.* **14** (1962) 45-59.
[10] M. J. Wonenburger. Study of certain similitudes. *Canad. J. Math.*, **14** (1962) 60-68.
[11] M. J. Wonenburger. The automorphisms of the group of similitudes and some related groups. *Amer. J. Math.* , **84** (1962) 600-614.
[12] M. J. Wonenburger . The automorphisms of ${PO_8}^+(Q)$ and ${PS_8}^+(Q)$. *Amer. J. Math.* **84** (1962) 635-641.
[13] M. J. Wonenburger . The automorphisms of ${PS_4}^+(Q)$. *Rev. Mat. Hisp.-Amer.* (4) 22 (1962) 185–195.
[14] M. J. Wonenburger . The automorphisms of the group of rotations and its projective group corresponding to quadratic forms of any index. *Canad. J. Math.* 15 (1963) 302–303.
[15] M. J. Wonenburger. The automorphisms of ${U_n}^+(k, f)$ and ${PU_n}^+(k, f)$. *Rev. Mat. Hisp.-Amer.* (4) 24 (1964) 52–65.
[16] G. Grtzer; M. J. Wonenburger. Some examples of complemented modular lattices. *Canad. J. Math.* 5 **2** (1962) 111-121.
[17] I. Halperin; M. J. Wonenburger. On the additiviy of lattices completeness . *Pacific Journal of Math.* **12** (1962) 1289-1299.
[18] M. J. Wonenburger. Matrix $\aleph$-rings. *Proceedings of the American Math Society*, 14 **2** (1963) 211-215.
[19] M. J. Wonenburger. A decomposition of orthogonal transformations. *Canadian Math Bull.*, 17 **3** (1964) 379-383.
[20] M. J. Wonenburger. Triality principle for semisimilarities. *Journal of Algebra*, 1 (1964) 335-341.
[21] M. J. Wonenburger. Transformations which are products of two involutions. *Journal of Mathematics and Mechanics*, 16 **4** (1966) 327-338.
[22] M. J. Wonenburger. Simultaneous diagonalization of simetric bilinear forms. *Journal of Mathematics and Mechanics*, 15 **4** (1966) 327-338.
[23] M. J. Wonenburger. Automorphisms of Cayley algebras. *Journal of Algebra* 12 **3** (1969) 441-452.
[24] S. Berman, R. Moody y M. J. Wonenburger. Cartan matrices with null roots and finite Cartan matrices. *Indiana University Math. Journal*, 21 **12** (1972) 1091-1099.
[25] M. J. Wonenburger . A generalization of $Z-$groups. *Journal of Algebra*, 38 **2** (1976) 1091-1099.

María José Souto Salorio. Facultade de Informática. Campus de Elviña, Universidade da Coruña, C.P. 15071, A Coruña, SPAIN. e-mail: mariaj@udc.es

Ana Dorotea Tarrío Tobar. E.U. Arquitéctura técnica, Campus de A Zapateira, Universidade daCoruña, C.P. 15071, A Coruña, SPAIN. e-mail: madorana@udc.es