



UNIVERSIDADE DA CORUÑA

Facultad de Economía y Empresa

Trabajo de
fin de máster

OPCIONES REALES

OPCIÓNS REAIS
REAL OPTIONS

Laura Marín Alvarellos

Tutor: Pablo de Llano Monelos

Máster de Banca y Finanzas

Año 2015

Resumen

En el presente documento se explicará detalladamente el principal modelo de valoración de opciones reales: el modelo binomial, desarrollado por Cox, Ross y Rubbinstein y que toma su base del modelo de valoración de opciones financieras de Black & Sholes. Se incluirá en el análisis: el desarrollo teórico de las opciones reales y sus ventajas para la valoración de proyectos, describiendo todas las variables que influyen en su valoración y las diferentes posibilidades de realización que tienen los inversores respecto a las mismas. Esto implica que, según el desarrollo de los acontecimientos y como se modifique el entorno en el futuro, los inversores pueden decidir si prefieren realizar el proyecto, diferirlo, ampliarlo, reducirlo o abandonarlo.

Tras esta primera exposición teórica, se llevarán a la práctica cada una de las posibilidades citadas sobre ejemplos de opciones reales, elaborados a partir de simulaciones lo más próximas a la realidad posibles.

De este modo, se pretende explicar de forma clara y concisa cómo desarrollar un modelo binomial para aplicarlo a la toma de decisiones en una empresa respecto a los proyectos emprendidos o ideados, con el fin de determinar la viabilidad de los mismos y su repercusión en la evolución de la empresa.

Para ello, se tendrá en cuenta también el cálculo del Valor Actual Neto, VAN, modelo de valoración de proyectos que no contempla las variables cualitativas que pueden afectar a los mismos y que, además, es menos flexible que las opciones reales, pero que sirve como base para la toma de decisiones siempre que se complemente con estas.

Tras esto se compararán y se comentarán los resultados de los modelos y se argumentará en qué factores deben basar las empresas las decisiones sobre los proyectos.

Palabras clave: Opciones, Opciones reales, VAN, Método Black & Scholes, Modelo binomial, Varianza, Flexibilidad, Valoración de opciones.

Número de palabras: 15.295

Abstract

This document will explain in detail the main model for valuing real options: the binomial model developed by Cox, Ross and Rubbinstein and takes your base model for valuing financial options of Black & Scholes. It will be included in the analysis: the theoretical development of real options and their advantages for the evaluation of projects, describing all the variables that influence their assessment and the different possibilities of realization that investors have about the same.

This means that, according to the developments and as the setting is changed in the future, investors can decide whether they prefer to carry out the project, defer, expand, reduce or abandon it. After this first theoretical exposition, they will be implemented each of the above possibilities on examples of real options, made from simulations as close as possible to reality.

Thus, it is intended to explain clearly and concisely how to develop a binomial model to apply to decision making in a company regarding undertaken or designed projects in order to determine the feasibility of these and their impact on evolution of the company.

To do this, you will also consider calculating the Net, VAN, project valuation model that does not include qualitative variables that can affect the same present value and, moreover, is less flexible than the real options, but it serves as a basis for decision making whenever it is supplemented with these.

After that will be compared and the results of the models are discussed and what factors argue in companies should be based on the draft decisions.

Keywords: Options, Real options, VAN, Black & Scholes method, Binomial model variance, Flexibility, rating options.

Word Count: 15.295

Índice

Introducción.....	10
1. Las opciones reales.....	13
1.1 Componentes de las opciones reales.....	15
1.2 Clasificación de opciones.....	19
1.2.1 Derecho que otorgan.....	19
1.2.2 Momento de ejercitarlas.....	20
1.2.3 Relación del precio del subyacente y el de ejercicio.....	21
2. Las opciones reales como una filosofía.....	23
3. Los proyectos de inversión valorados mediante opciones reales.....	27
4. La importancia del riesgo en la valoración de opciones.....	34
5. Método de valoración de opciones: el modelo binomial.....	46
5.1. Estimar las variables del modelo.....	47
5.2 Diseñar el árbol binomial.....	48
5.3 Obtener el valor de la opción: Valoración mediante el activo gemelo.....	54
5.4 La paridad put-call y el arbitraje.....	56
5.5 La valoración mediante simulación: el Método de Montecarlo.....	57
6. Opciones de realización de un proyecto.....	60
6.1. Opción real de diferir un proyecto de inversión.....	61
6.1.1 La opción de aprendizaje.....	63
6.2 Opción de ampliar un proyecto.....	64
6.3 Opción de reducir un proyecto.....	66
6.4 Opción de cierre temporal.....	67
6.5 Opción de abandonar un proyecto.....	67

7. Aplicando la teoría a la práctica	71
7.1 Diferir un proyecto: DIFER, S.A. y su patente sobre Facegram.....	72
7.1.1 La opción de aprendizaje aplicada al caso DIFER, S.A. ...	77
7.2 Opción de crecimiento: Grow, S.A.	78
7.3 Reducir un proyecto: Amenos, S.L.	82
7.4 Opción de cierre temporal: PECHANDO, S.A.	85
7.5 Opción de abandono: Bye-Bye España, S.A.	89
Conclusiones.....	93
Bibliografía.....	97

Índice de ilustraciones

Ilustración 1. Call dentro, fuera y en dinero.	22
Ilustración 2. Put dentro, fuera y en dinero.	22
Ilustración 3. Representación del riesgo.....	35
Ilustración 4. Asimetría entre las ganancias superiores y las pérdidas inferiores en opciones.	37
Ilustración 5. Opciones de crecimiento y factor tiempo	41
Ilustración 6. Formulación de Black & Scholes.....	44
Ilustración 7. Árbol binomial sobre el precio del subyacente de DIFER, S.A.	75
Ilustración 8. Árbol binomial del valor de la opción DIFER, S.A.	76
Ilustración 9. Árbol binomial sobre el precio del subyacente de GROW, S.A.	80
Ilustración 10. Árbol binomial del valor de la opción de GROW, S.A.....	81
Ilustración 11. Árbol binomial sobre el valor del subyacente de AMENOS S.L.....	84
Ilustración 12. Árbol binomial del valor de la opción de AMENOS, S.A....	85
Ilustración 13. Árbol binomial sobre el precio del subyacente de PECHANDO S.L.....	87
Ilustración 14. Árbol binomial del valor de la opción de PECHANDO, S.A.	88
Ilustración 16. Árbol binomial sobre el precio del subyacente de BYE-BYE ESPAÑA, S.A.....	90
Ilustración 17. Árbol binomial que refleja en qué momento abandonar el proyecto BYE-BYE ESPAÑA, S.A.....	91
Ilustración 18. Árbol binomial del valor de la opción BYE-BYE ESPAÑA, S.A.	91

Índice de tablas

Tabla 1. Estructura del mercado de derivados	14
Tabla 2. Variables que afectan al valor de la opción	17
Tabla 3. Efecto de las variables sobre los dos tipos de opciones.....	18
Tabla 4. Diferencias entre opciones financieras y reales.....	18
Tabla 5. Características de una call y una put.....	19
Tabla 6. Decisiones del comprador de una opción	20
Tabla 7.Efecto de las variables sobre la opción de abandono.....	69
Tabla 8. Presupuesto de caja de DIFER, S.A.....	73
Tabla 9. Coeficientes anuales y probabilidades neutrales al riesgo de DIFER, S.A.....	74
Tabla 10. Coste de retrasar el proyecto de DIFER, S.A.	74
Tabla 11. Coste del proyecto de DIFER, S.A. en periodos posteriores al inicial	75
Tabla 12. Escenarios de probabilidad	77
Tabla 13. Presupuesto de caja de GROW, S.A.....	79
Tabla 14. Coeficientes anuales y probabilidades neutrales al riesgo de GROW, S.A.....	80
Tabla 15. Presupuesto de caja de AMENOS, S.L.	83
Tabla 16. Coeficientes anuales y probabilidades neutrales al riesgo de AMENOS, S.L.	83
Tabla 17. Presupuesto de caja de PECHANDO, S.L.	86
Tabla 18. Coeficientes anuales y probabilidades neutrales al riesgo de PECHANDO, S.L.....	86
Tabla 19. Presupuesto de caja de BYE-BYE ESPAÑA, S.A.	89
Tabla 20. Coeficientes anuales y probabilidades neutrales al riesgo de BYE-BYE ESPAÑA, S.A.....	90

Introducción

¿Qué es una opción real?, ¿qué particularidades tiene? ¿Cómo debemos valorarlas? Si se aplican a un proyecto de inversión, ¿cómo se debe decidir si realizarlo o no? Y, en caso de hacerlo, ¿se desarrollará en su totalidad o en parte? ¿O quizás sea mejor abandonar el proyecto ante cambios negativos en el entorno? ¿Cómo se pueden interpretar los resultados de la valoración de opciones en el contexto de la empresa?

La labor del presente documento es dar respuesta a estas y otras muchas preguntas que pueden surgir a la hora de adentrarse en el mundo de las opciones.

El tema en cuestión, la valoración de opciones reales, es un tema extenso y ampliamente desarrollado en la literatura de valoración del ámbito de los derivados. Por ello, se tratará de concretar el concepto de opción real y se desarrollará un modelo de valoración básico para poder aplicarlo al mundo

empresarial y a la toma de decisiones en cuanto a proyectos de inversión se refiere: el modelo binomial.

El papel de la valoración en el mundo de las finanzas es sumamente importante, ya que, ayuda a estimar la conveniencia de la realización de los diferentes proyectos a plantear en una empresa en términos de ganancias o pérdidas a obtener. Este análisis es determinante a la hora de que el inversor determine un patrón de actuación ante los acontecimientos posibles que sucedan a lo largo de la vida de la opción, en función de sus condicionantes y expectativas.

Así pues, se valorará cuál es la mejor alternativa a llevar a cabo sobre diferentes proyectos prácticos a desarrollar: ampliar, reducir, diferir o abandonar. Se realizará el análisis tomando como base el método del VAN y el desarrollo binomial para el cálculo de la viabilidad y conveniencia de los mismos, llevando a cabo, posteriormente, el proceso de toma de decisiones empresarial.

Como objetivos principales del análisis podemos destacar:

- Adquirir un conocimiento de la fundamentación teórica sobre opciones reales.
- Analizar la conveniencia de realizar un proyecto de inversión valorado mediante opciones reales en el contexto empresarial.

- Evaluar las ventajas de incluir, en el análisis de proyectos, los factores cualitativos frente a la valoración clásica de valor actualizado neto.
- Comprender la importancia del concepto de flexibilidad en la valoración de proyectos de inversión.
- Elaborar un procedimiento para la toma de decisiones basado en el desarrollo del modelo binomial.

Una vez expuestas metas y objetivos, se está en disposición de comenzar a profundizar en el tema en cuestión.

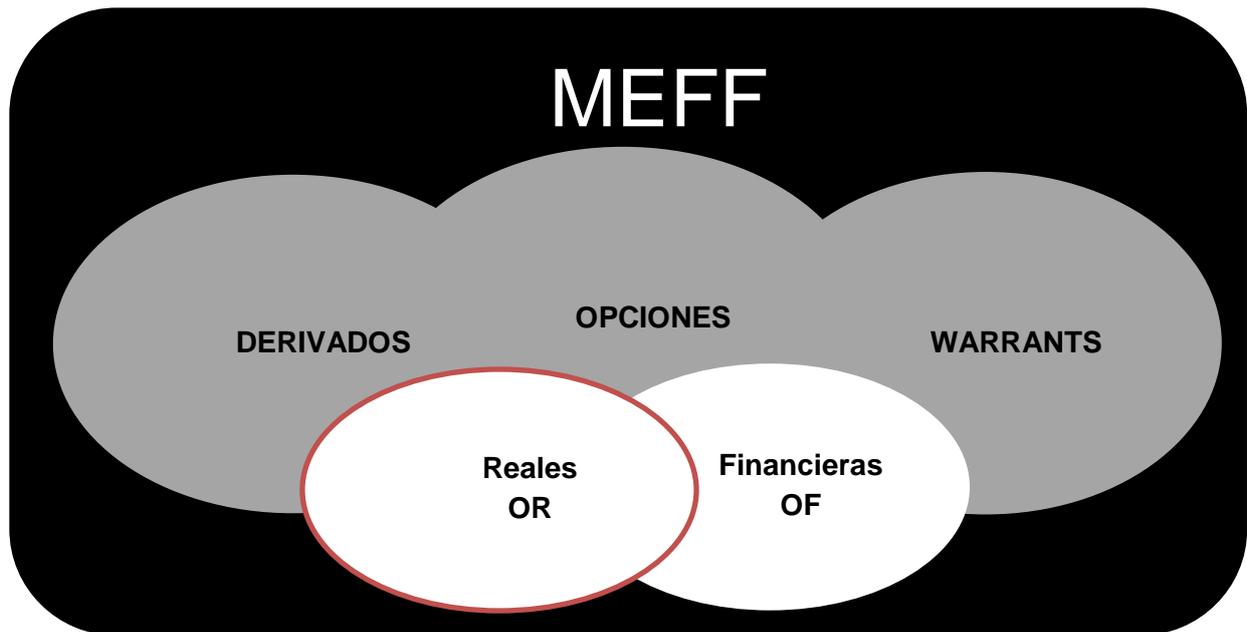
1. Las opciones reales

Según la Comisión Nacional del Mercado de Valores¹, *una opción es un contrato que otorga a su comprador el derecho, pero no la obligación, de comprar o vender una determinada cuantía del activo subyacente, a un precio determinado llamado precio de ejercicio, en un periodo de tiempo estipulado o vencimiento*. Estos contratos, englobados dentro de los derivados, se negocian en el mercado Español de Productos Financieros Derivados, MEFF.

El activo subyacente puede ir desde un activo financiero, por ejemplo, una acción o un índice bursátil, hasta un activo real, como pudiera ser una mercancía agraria, metales o productos energéticos (García, 2001, pág. 27). Como ya se ha comentado, en este documento, el análisis se centrará en las opciones sobre activos reales.

¹ CNMV (2006). Pág. 26.

Tabla 1. Estructura del mercado de derivados



Fuente: Elaboración propia

Por tanto, se pueden definir las *Opciones Reales* como *las posibilidades que tienen algunos proyectos para introducir, en el futuro, modificaciones en las inversiones productivas incrementando así el valor del mismo. En la práctica, los directivos suelen referirse a estas opciones como intangibles.* (Fariñas, 2014). Es decir, una opción real será aquella que dé a su propietario el derecho, que no la obligación, a realizar una operación determinada a lo largo de un periodo de tiempo de duración determinada.

Es así que, el inversor podrá decidir en qué momento del plazo le conviene más realizar la operación para obtener un mayor beneficio, en caso de que desee realizarlo ya que, como su propio nombre indica, no será obligatorio ejercitar la opción.

La diferencia principal entre las opciones reales y las opciones de carácter financiero, es el activo sobre el cual se realizan: en caso de las opciones reales, se tratará de un activo real, es decir, un bien tangible o un proyecto.

Para poder detallar y entender el funcionamiento de las opciones será necesario analizar sus componentes.

1.1 Componentes de las opciones reales

Toda opción debe tener identificadas y cuantificadas las siguientes variables, las cuales influyen en el valor de las mismas:

- **Precio del activo subyacente:** el activo subyacente es aquel sobre el que se extiende el derecho. Va a ser aquel bien cuyos cambios de precio o valor influyan directamente en el valor de la opción. En este caso, su precio será *el valor actual de los flujos de caja que genere el activo a lo largo de su vida futura* (Mascareñas, 2013, Introducción, pág.3).
- **Precio de ejercicio:** es el precio de compra o venta, en función de la naturaleza de la opción, al que se podrá realizar la transacción durante el periodo.
- **Fecha de vencimiento:** es la fecha hasta la cual está vigente el derecho de opción. Para realizar cálculos relevantes en opciones se

emplea el plazo desde que se formaliza la opción hasta el vencimiento.

- **Riesgo:** es la volatilidad del activo subyacente. Se mide por la varianza de los rendimientos del subyacente. *La volatilidad indica la variabilidad en el rendimiento del activo subyacente (...), la probabilidad de un fuerte aumento o de grandes fluctuaciones en el precio de mercado del subyacente* (García, 2001, pág. 36)
- **Tipo de interés sin riesgo:** es aquel tipo de interés que hace referencia al valor temporal del dinero. *El tipo de interés sin riesgo es el rendimiento de un activo cuya rentabilidad efectiva coincide con la esperada* (Pérez-Carballo, 2013, pág. 137).
- **Los dividendos:** en caso de que los hubiere, se refiere al dinero líquido que se genera hasta que se ejercite o venza la opción y que deriva directamente del activo subyacente objeto del contrato. Son los flujos de caja a los que se renuncia si no se ejerce la opción.
- **Prima:** Es la cuantificación del precio de la opción. Es la cantidad que se satisface para adquirir el derecho de realización de la opción.

De ahora en adelante:

Tabla 2. Variables que afectan al valor de la opción

Activo subyacente	Precio del activo subyacente	Precio de ejercicio	Plazo hasta el vencimiento	Riesgo	Tipo de interés sin riesgo	Dividendos	Prima
A	S	X	t	σ	r_f	D	P_a

Fuente: Elaboración propia basada en la notación de Mascareñas (2013)

Como se ha dicho, estas variables tienen un impacto directo sobre el valor de las opciones, de modo que, al aumentar o disminuir cada una de las variables harán que el valor varíe en el mismo sentido o en sentido contrario. Tal como se indica en la Tabla 3, el signo positivo indicará una relación directa entre la variable y el valor de la opción mientras que el signo negativo significará una relación inversa entre ambas.

Aunque los métodos de valoración de opciones financieras son extensibles a las reales, existen diferencias, como vemos en la Tabla 4, que pueden afectar a los supuestos que sustentan los modelos, por ello hay que prestar atención y adaptar los parámetros para que el análisis no se vea perturbado.

Tabla 3. Efecto de las variables sobre los dos tipos de opciones

VARIABLE	Opción de compra	Opción de venta
Precio del activo subyacente	+	-
Precio de ejercicio	-	+
Tiempo	+	+
Riesgo	+	+
Tipo de interés	+	-
Dividendos	-	+

Fuente: Mascareñas (2013), Introducción, pág. 6.

Tabla 4. Diferencias entre opciones financieras y reales.

Opción financiera	Opción real
<ul style="list-style-type: none"> — Precio del activo subyacente (acción). — Precio de ejercicio. — Tipo de interés sin riesgo a C/P. — Volatilidad del subyacente. — Tiempo hasta el vencimiento. — Dividendos u otros rendimientos. 	<ul style="list-style-type: none"> — Coste de la inversión. — Valores esperados de los flujos de caja. — Tasa de descuento con riesgo. — Volatilidad de los flujos de caja esperados. — Tiempo hasta el ejercicio. — Mantenimiento de la opción.
Su valor no depende de la revalorización esperada del subyacente (acción).	Su valor depende de la revalorización esperada de los flujos de caja.

Fuente: García, 2001, pág.146.

1.2 Clasificación de opciones

Una vez que se han identificado los componentes de las opciones, se puede pasar a clasificarlas atendiendo a:

- Derecho que otorgan.
- Momento de ejercitarlas.
- Relación del precio del subyacente y el de ejercicio.

1.2.1 Derecho que otorgan

Atendiendo a este criterio se pueden clasificar en:

- **Opciones de compra:** opciones call, en inglés. Son aquellas que dan el derecho a comprar un activo prefijado en el plazo establecido.
- **Opciones de venta:** opciones put, en inglés. Son aquellas que dan el derecho a vender un activo prefijado en el plazo establecido.

Tabla 5. Características de una call y una put.

Opción <i>call</i>	
Comprador	Vendedor
Adquiere el derecho a comprar una determinada cantidad de un activo concreto, a un precio establecido, en un período fijado.	Asume la obligación de entregar una determinada cantidad de un activo concreto, al precio establecido, cuando se ejerza la opción.
Opción <i>put</i>	
Comprador	Vendedor
Adquiere el derecho a vender una determinada cantidad de activo concreto, a un precio establecido, en un período fijado.	Asume la obligación de recibir una determinada cantidad de un activo concreto, al precio establecido, cuando se ejerza la opción.

Fuente: Casanovas, 2014, pág. 32

El precio de una acción de compra disminuye a medida que aumenta el precio de ejercicio; el precio de una opción de venta aumenta a medida que se incrementa el precio de ejercicio. Ambos tipos de opciones aumentan el valor a medida que se incrementa su tiempo al vencimiento (Hull, 2009, pág. 7).

Así pues, como vemos en la Tabla 6, dependiendo de la relación entre el precio del subyacente, y el de ejercicio, el inversor decidirá ejercer o no la opción.

Tabla 6. Decisiones del comprador de una opción

	$P_S > P_E$	$P_S < P_E$
Opción de compra	Ejerce	No ejerce
Opción de venta	No ejerce	Ejerce

Fuente: Casanovas, 2014, pág. 31

1.2.2 Momento de ejercitarlas

Como ya se ha explicado, las opciones pueden ejercitarse en cualquier momento desde su contratación hasta la fecha de vencimiento. Atendiendo a esto podemos hablar de:

- **Opción europea:** es aquella que solo puede ejercitarse en la fecha de vencimiento.

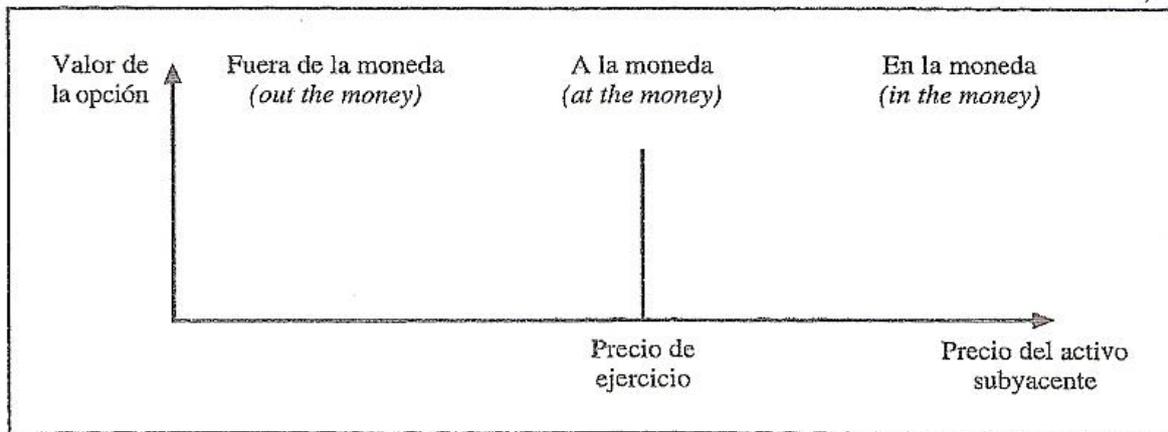
- **Opción americana:** esta puede ejercerse en cualquier momento hasta el vencimiento.
- **Opción bermuda:** es aquella que solo puede ejercitarse en algunos momentos de la vida de la opción.

1.2.3 Relación del precio del subyacente y el de ejercicio

Atendiendo a si el precio del subyacente es mayor, menor o igual al de ejercicio podemos clasificar las opciones tal que:

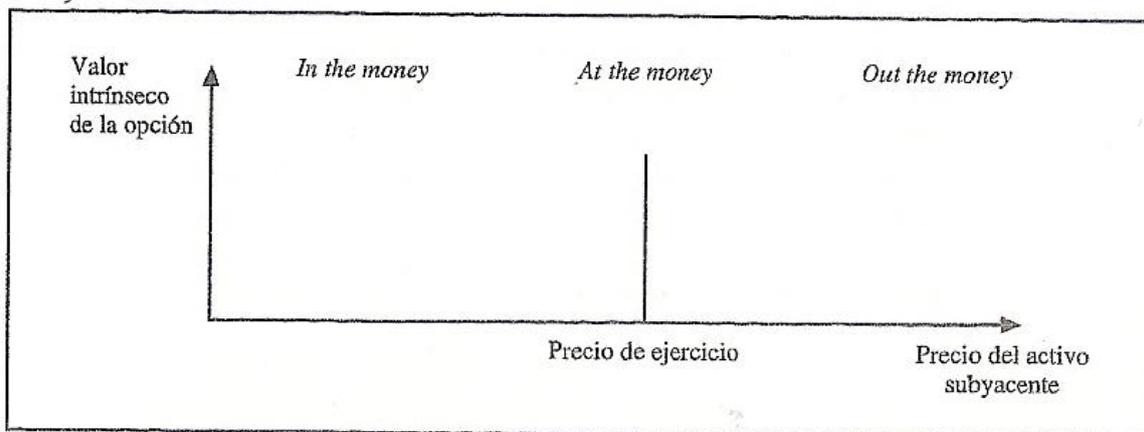
- **Dentro de dinero:** son aquellas que proporcionarían ganancia. Es decir, si la opción es de compra, se da cuando el precio de ejercicio es mayor al del activo subyacente. En caso de que la opción sea de venta sería justo al contrario.
- **Fuera de dinero:** son aquellas que si las ejercitáramos en el momento ocasionarían una pérdida, es decir, en opciones de compra aquellas cuyo precio de ejercicio es mayor al precio del subyacente.
- **En dinero:** son aquellas en las que el precio del subyacente y el de ejercicio coinciden o son tan semejantes que la diferencia no es relevante económicamente.

Ilustración 1. Call dentro, fuera y en dinero.



Fuente: Casanovas, 2014, pág. 40

Ilustración 2. Put dentro, fuera y en dinero.



Fuente: Casanovas, 2014, pág. 41

2. Las opciones reales como una filosofía

Las opciones reales, como se verá en este documento, son empleadas para valorar proyectos de inversión empresarial, pero no solo eso. Actualmente, destaca el pensamiento de que las opciones reales unifican la estrategia con las finanzas corporativas ya que incorporan la flexibilidad operativa a la valoración de proyecto, lo cual las diferencia del resto de métodos de análisis de proyectos.

Los componentes de esta filosofía, como explica Mascareñas (2013) son:

- **Los derechos contingentes**, ya que las opciones permiten actuar en ambas direcciones, ajustándose a los cambios del entorno que rodea al activo subyacente.
- **La valoración de opciones reales se alinea con la del mercado financiero** ya que, de este se toman los datos para el cálculo de los flujos de caja empleados en este tipo de valoración.

- **Diseño y gestión de inversiones estratégicas.** Valorando las opciones, rediseñando el proyecto para aumentar el valor de estas y gestionándolo adecuadamente.

Es común que, el análisis de opciones reales sea más útil a la hora de idear proyectos de inversión que únicamente de valorarlos. Esto se debe a que, en numerosos sectores, es muy complejo valorar las opciones ya que, en ocasiones, no se dispone de activo subyacente y, por tanto, tampoco de fecha de vencimiento.

Aun así, en valoración de opciones reales *existe un valor potencial en el que descomponer los grandes proyectos en sus sub-proyectos básicos cuando nos encontramos en ambientes de gran incertidumbre* (Mascareñas, 2013, Introducción, pág.13). En estos ambientes, es muy importante poder determinar el riesgo que la empresa puede asumir si el escenario de actuación es desfavorable.

Al realizar un análisis con opciones reales lo que valoramos es el valor de la flexibilidad en la toma de decisiones empresariales, es decir, el valor de poder tomar decisiones que modifiquen en todo o en parte el proyecto. Siempre que exista flexibilidad a la hora de elegir entre distintas vías, existirán opciones reales (Méndez, 2013, pág. 16). La flexibilidad operativa que aporta este método a la valoración, permite ese control del riesgo y, debido a ello, se puede incrementar el valor de la opción haciendo que la empresa aumente también el suyo.

El inconveniente de esto, es que, plasmar la flexibilidad en un modelo implica la inclusión de numerosas variables lo que puede llevar a un cálculo excesivamente complejo, de modo que hay que buscar un modelo para valorar opciones reales que aúne estas variables siendo lo más simple posible.

Por otro lado, este método se centra en analizar el riesgo total del proyecto, sin tener en cuenta el riesgo diversificable al que prestan más atención accionistas que directivos. Esto suele causar conflictos de intereses en las empresas, ya que, esa diversificación no afecta directamente a la empresa, siendo consecuencia de la diversificación de carteras de los inversores.

Además, este método de valoración puede otorgar a las empresas conclusiones sobre la idoneidad de los proyectos muy diferentes a las que reportaría un método tradicional, como el Valor Actual Neto, VAN, ya que con este se recogen muchos más factores condicionantes que afectan a las decisiones de inversión si se evalúa desde un punto de vista más estratégico.

Y es que, al fin y al cabo, el mercado es puramente estratégico, por lo que, un simple desarrollo matemático, el cual deja fuera muchas variables que la mente de los directivos si contemplan, no puede reflejar de forma veraz el valor real de un proyecto de inversión. *En la empresa, muchas de las tareas que realizan los directores o administrativos tienen que ver con las opciones* (García, 2001, pág. 141). En todo momento estos están planeando e ideando como modificar los proyectos en vigor y futuros para aumentar la rentabilidad de la empresa. Trabajan en un entorno dinámico, que experimenta o puede experimentar cambios constantes para los que hay que tener un plan de acción

flexible que se amolde a estas fluctuaciones. Por ello, las *opciones reales* permiten a los directivos añadir valor a la empresa, aumentando las ganancias o mitigando las pérdidas (García, 2001, pág. 141).

De este modo, obtendríamos una valoración completa y ajustada a mercado, enfocada a la empresa y cuyo cálculo fuese relativamente sencillo. Es decir, tendríamos un método de valoración avanzado, completo y realista.

3. Los proyectos de inversión valorados mediante opciones reales

Una vez definidas las opciones reales se va a evaluar su papel a la hora de valorar proyectos, ya que se han convertido en uno de los métodos más recomendados para obtener un valor fiable de una inversión. Los autores más destacados, que han desarrollado en profundidad este tema y en los cuales se apoya este documento son Copeland (2001) y Mun (2005).

Un proyecto de inversión supone la compra de un conjunto de activos para integrarlos con un propósito específico y compartido, de manera que la separación de uno de ellos cuestiona la consecución de ese objetivo común (Pérez-Carballo, 2013, pág. 12). Estos objetivos: pueden ser conseguidos a corto, medio o largo plazo, o no ser conseguidos jamás. Es aquí donde entra el papel de las opciones reales, como veremos más adelante.

Para poder estimar la ganancia que una inversión puede repercutir, se necesita emplear un método que permita valorar y comparar las diferentes opciones de inversión a día de hoy, es decir, a su valor actual.

En un principio, el método más simple para ello sería el VAN. *El Valor Actualizado Neto es un método de valoración de inversiones que puede definirse como la diferencia entre el valor actualizado de los cobros y de los pagos generados por una inversión* (Iturrioz del Campo, Javier).

La teoría financiera predominante, desde hace muchos años, afirma que el mejor método para ver la aceptabilidad u ordenación de los proyectos de inversión consiste en averiguar el valor actual neto (VAN) de los flujos de caja - desembolsos y reembolsos- asociados al proyecto, a lo largo de un razonable período de programación, descontados al coste de capital, es decir, al coste promedio ponderado de los recursos propios y ajenos, a cualquier plazo, a utilizar por la empresa para la financiación de los proyectos en estudio (Instituto de España Madrid, 2000).

Este método es de los más empleados ya que es acorde a los objetivos generales de todo directivo, es decir, maximizar el valor de su empresa, además de tener simplicidad en el cálculo:

$$VAN = -D_0 + \sum_{j=1}^{j=n} \frac{FC_j}{(1+k)^j}$$

Como refleja la ecuación, el VAN se calcula trayendo al momento actual, en que se realiza el desembolso inicial D_0 , todos los flujos de caja FC_j , a la tasa de descuento k , más apropiada para el riesgo.

De tal modo, todo proyecto cuyo VAN sea positivo indicará que la inversión otorgará mayores retornos de lo que supone el desembolso inicial y que, por tanto, el proyecto es deseable. En caso contrario, si el VAN fuese negativo querrá decir que no es una buena opción realizar el proyecto al no lograr recuperar la inversión inicial. Como podemos deducir de todo esto, en caso de que el VAN fuese nulo, la inversión sería indiferente para la empresa.

Aún así pese a las ventajas de cálculo que nos otorga este método, su simplicidad, pensada inicialmente para la valoración de bonos sin riesgo, nos hace pasar por alto algunos aspectos importantes:

- Al calcularse basándose en los flujos de caja se deja a un lado la capacidad de la empresa de adaptarse a los cambios en el mercado. No capta el valor de la flexibilidad operacional de cada proyecto, la cual permite revisar los proyectos y tomar decisiones sobre la marcha, mejorando la valoración del proyecto.
- La tasa a la que se descuentan los flujos de caja es una tasa constante, por lo que no refleja los riesgos de interés futuros de mercado. En la realidad los tipos de interés fluctúan de forma importante y, además, su cuantificación es incierta ya que dependen de múltiples factores de mercado.
- No se valora la opción de que, en ocasiones, las empresas necesitan realizar proyectos no rentables para poder llevar a cabo

otros que si lo serán. Es decir, no es contingente. El método rechaza aquellos proyectos cuyo valor es inferior a cero, aunque estos sean imprescindibles en la actualidad para realizar otros con VAN mayor que cero en el futuro.

- Se infravaloran los proyectos cuando la volatilidad de estos es alta ya que no se calculan correctamente las asimetrías sobre el valor actual del proyecto.
- No es válido para comparar inversiones que tengan diferentes duraciones o costes iniciales.
- No tiene en cuenta el valor estratégico de los proyectos al no tener en cuenta opciones de diversificación y crecimiento.

En efecto, en todo lo dicho hasta ahora se ha prescindido de las variaciones que los factores no controlados por el decisor, es decir, lo que se llama "estado de la naturaleza", pueden producir sobre los flujos del proyecto. Al no decir otra cosa, se puede suponer que, implícitamente, aceptamos que los flujos esperados se van a producir por el importe calculado y que, por ejemplo, en la hipótesis de que habrá inflación, los precios crecerán a un ritmo cierto. Proceder de esta forma es equivalente a actuar como actuaríamos si nos halláramos en ambiente de certidumbre (Instituto de España Madrid, 2000). Pero esta situación no se corresponde con la realidad: el entorno es cambiante y el decisor no opera sobre seguro. Por lo que, la consecuencia de las decisiones tomadas hoy son inciertas en el futuro. Es una apuesta en un entorno de incertidumbre en el que el factor riesgo juega en contra del

beneficio. La metodología de opciones *permite flexibilizar la modelización de los proyectos, en el sentido de que posibilita la introducción de cambios futuros en las decisiones de inversión para su aprovechamiento correcto o, lo que es lo mismo, la flexibilidad para modificar decisiones anteriores cuando las condiciones cambian* (García, 2001, pág. 145).

A la hora de relacionar el VAN con las opciones reales, *en caso de una inversión inmediata, o bien una inversión en la que no exista flexibilidad operativa los resultados de valoración por ambos métodos son los mismos* (Méndez, 2013, pág. 19). Entonces, ¿cuándo se debe valorar con opciones reales? Pues bien cuando exista un periodo en el que se puedan alterar las características del proyecto, cuando el valor de la inversión hasta el desembolso final sea menor que este o cuando el valor de los flujos de caja este sujeto a volatilidad. En caso contrario, el método del VAN sería coincidente con la valoración mediante opciones.

La posibilidad de que las predicciones de flujos de caja sean erróneas y de que el proyecto se desvíe de lo previamente estipulado para calcular el VAN existen y han de ser medidas y contempladas a la hora de decidir sobre las inversiones en un entorno tan aleatorio como en el que nos encontramos.

Por tanto, y teniendo en cuenta las limitaciones del método, el cual tiende a subestimar el valor de una inversión por su rigidez, se determina que combinarlo con opciones puede otorgar una mejor aproximación a la valoración en el caso de los proyectos de inversión reales.

Así pues, al tenerlas en cuenta, se introduce el efecto del coste de oportunidad, que el VAN común deja fuera del cálculo al no valorar lo que supone para las empresas realizar las inversiones en el momento actual frente a tener la opción de realizarlas en un momento futuro. *Por tanto, para que un proyecto de inversión sea efectuable el valor actual de los flujos de caja esperados deberá ser superior a su coste de adquisición e instalación, al menos, en una cantidad igual al valor de mantener viva la opción de inversión.* (Mascareñas, 2013, Introducción, pág. 9)

Por tanto el VAN total será:

$$VAN\ total = VAN\ básico + VA(opciones\ implícitas)$$

Al incluir las opciones reales en la valoración se está aportando un valor extra al proyecto, de ahí que al VAN clásico se le sume el valor de la opción. De este modo, proyectos que inicialmente serían rechazados por el valor del VAN, pueden ser aceptados finalmente al incluir este método de valoración.

Además, la influencia principal de incluir las opciones en el método clásico de valor actual se basa en que las decisiones de inversión pueden verse alteradas en mayor o menor grado por tres nuevos factores:

- **El grado de irreversibilidad:** la propiedad de un proyecto que hace factible o no su realización o cancelación en el futuro.
- **La incertidumbre asociada:** esta es la base principal que dota de sentido la inclusión de las opciones en la valoración. Si no hubiese

incertidumbre, si los proyectos fueran ciertos, el VAN clásico no necesitaría ningún ajuste mediante instrumentos derivados.

- **El margen de maniobra del decisor:** la capacidad de responder a los cambios en el entorno que influyan en los proyectos.

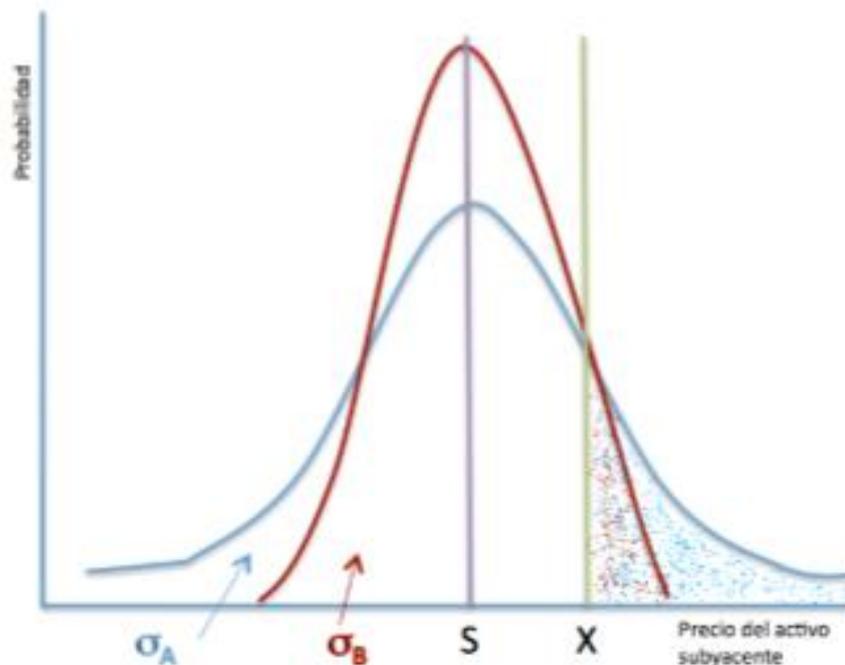
La metodología de opciones reales permite flexibilizar la modelización de los proyectos, en el sentido que posibilita la introducción de cambios futuros en las decisiones de inversión para su aprovechamiento concreto o, lo que es lo mismo, la flexibilidad para modificar decisiones anteriores cuando las condiciones cambian (García, 2001, pág. 145).

4. La importancia del riesgo en la valoración de opciones

Desde un punto de vista tradicional, cuanto mayor es el nivel de incertidumbre, menor es el valor del activo. El punto de vista de las opciones reales, demuestra que una mayor incertidumbre puede provocar un valor superior del activo si los directivos logran identificar y utilizar sus opciones para responder con flexibilidad al desarrollo de los acontecimientos (Méndez, 2013, pág. 21). Es decir, el riesgo asociado al activo subyacente, le da valor a la opción debido a las asimetrías que se dan entre las pérdidas y las ganancias. Así pues, ante la existencia de opciones reales, la incertidumbre generada por el sector será valorada positivamente por el mercado ya que, cuanto mayor sea la volatilidad mayor será el abanico de posibles beneficios (Espitia, 2003, pág. 5).

El riesgo, en general, se refiere a una situación expuesta a contingencias por lo que pueden producirse resultados peores que los esperados. En el caso de una inversión, su riesgo económico obedece a la posibilidad de que su rentabilidad sea inferior a la esperada y, lo que es más grave, que pueda ocasionar pérdidas o poner en peligro la solvencia del promotor (Pérez-Carballo, 2013, pág. 99).

Ilustración 3. Representación del riesgo



Fuente: Mascareñas (2013), Introducción, pág. 5.

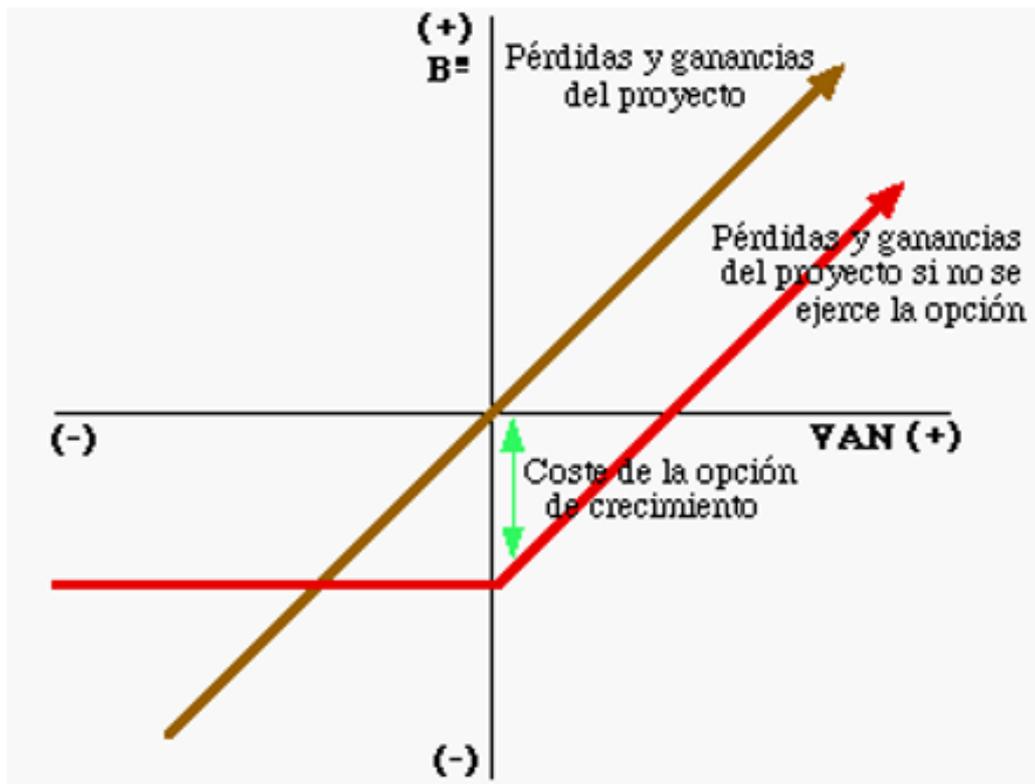
En la Ilustración 3, se ve la representación de dos activos, nombrados como A y B. Si suponemos que ambos activos tienen las mismas características y que la única diferenciación existente entre ambos es el nivel de riesgo podemos observar que, cuando la opción está dentro de dinero, es

decir, cuando el precio de ejercicio, X , es mayor que el precio de mercado esperado, S , la probabilidad de que el precio del primer activo supere el precio de ejercicio es mayor. Esto se debe a que su volatilidad es mayor y por tanto, gráficamente, la parte que queda a la derecha del precio de ejercicio tiene un área mayor. Así pues, la probabilidad de obtener beneficios de A es mayor que la de B y, por tanto, la opción de compra para el primer activo será mayor que para el segundo.

En el caso de las opciones reales, *un aumento en los flujos de caja que se espera genere el proyecto subyacente hará aumentar la ganancia potencial para el propietario de la opción que, incluso puede decidirse a ejercerla e invertir en el proyecto para conseguir un VAN suficientemente grande con bastante seguridad. Por otra parte, lo que más puede implicar un descenso de los flujos de caja esperados es que el propietario, al ver que su VAN sería negativo, no ejerza la opción de realizar la inversión y, por tanto, evite las pérdidas.* (Mascareñas, 2013, Introducción, pág.5).

Si observamos la Ilustración 4, donde el VAN real se representa mediante la línea horizontal, si un proyecto tiene un excesivo nivel de riesgo una vez comenzada su realización, puede llegar a generar pérdidas si se da un escenario pesimista.

Ilustración 4. Asimetría entre las ganancias superiores y las pérdidas inferiores en opciones.



Fuente: Mascareñas, 2013, Introducción, pág. 11

Para evitar esto, será conveniente invertir siempre que haya la constancia de que los flujos de caja van a sufrir un incremento que haga exitosa la inversión. Pero, como sabemos, este conocimiento no es cierto. A la hora de evaluar un proyecto hay numerosos factores futuros que afectarán a la evolución del mismo y que no somos capaces de determinar en el momento inicial. De este modo, para poder demorar la decisión para observar cómo afecta la demanda del objeto de la inversión se debe recurrir a la opción de diferir el proyecto, la cual se verá más adelante.

Aun así, es indispensable tener presente que, cuanto mayor se incremente el riesgo de la operación, mayor será el valor de la opción. Es decir, al

aumentar la volatilidad y reducirse el VAN básico, por el incremento de la tasa de descuento, aumentaría el valor de la opción.

Pero, ¿a que nos referimos con volatilidad? *El coeficiente de volatilidad beta indica el riesgo sistemático o no diversificable del activo subyacente. La relación entre una variación del riesgo total de dicho activo y la de su riesgo sistemático no es lineal, entre otras cosas, porque el aumento de aquél puede deberse en su totalidad a un aumento de su riesgo específico o diversificable* (Mascareñas, 2013, Introducción, pág.11).

Según Méndez (2013), podemos distinguir dos tipos de riesgo relacionados con las opciones reales:

- **Riesgo de mercado:** relacionado con la cartera de mercado, medible a través del modelo CAPM por el coeficiente beta. Este no se puede eliminar con la diversificación y afecta al conjunto del mercado.
- **Riesgos privados:** inherentes a cada proyecto de forma particular y cuya correlación con el mercado es nula.

El concepto de riesgo de mercado, desarrollado por Black (1972), Fama y French (2004) o Sharpe (1963), mediante el modelo CAPM, indica que el riesgo de un activo, el subyacente, aplicado a este documento, estará compuesto por dos componentes:

- **Riesgo sistemático:** este riesgo se relaciona con la pendiente de la ecuación característica del activo, beta, y es función directa de la varianza del mercado. El coeficiente beta, juega un papel

fundamental en este modelo ya que representa la volatilidad del título, la cual determina realmente el riesgo sistemático ya que, σ_M^2 es igual para todos los activos negociados en un mismo mercado. Cabe destacar que, sea cual sea el nivel de este riesgo, la inversión puede ser eficiente siempre y cuando el riesgo específico sea nulo.

- **Riesgo específico:** expresa la variabilidad a causa de las características individuales de cada activo. Como es lógico, este riesgo se anula mediante la diversificación de activos ya que las fuerzas positivas y negativas tienden a neutralizarse.

Así pues, la ecuación del riesgo del activo subyacente j , se resumirá tal que:

$$\sigma_j^2 = \beta_j^2 \cdot \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_j}^2 = RS + RE$$

Cabe resaltar también que, *la estimación del coste de capital adaptado al riesgo del proyecto suele obtenerse también a partir de CAPM, o versiones corregidas del mismo* (De la Fuente, 2004, pág. 49).

De igual modo que la volatilidad, la tasa de descuento que influye en el VAN, k , será la suma de la tasa de interés sin riesgo (i) y el producto de la prima de riesgo (P_M) por la β del activo subyacente, tal que:

$$k = i + \beta_j * P_M$$

Por tanto, cualquier aumento de la volatilidad hará incrementarse la tasa a la que descontamos los flujos de caja y, por tanto, traerá una disminución en el VAN básico.

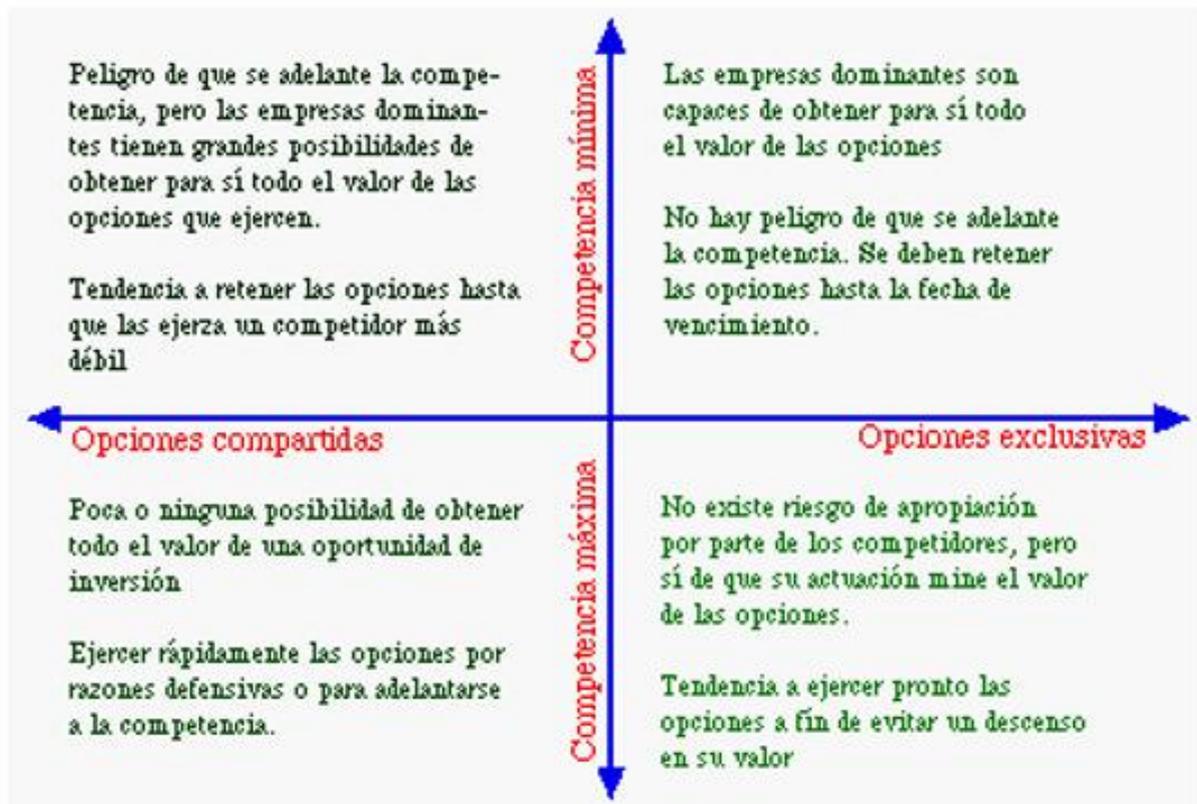
Otra reflexión interesante respecto a esto es que, como se ha visto, si aumenta el riesgo, aumenta el valor de la opción pero también conlleva una menor deseabilidad para realizar la inversión por parte del agente decisor en el momento inicial. Pero, ¿y en el futuro? El deseo de invertir en el futuro se relaciona directamente con el riesgo. Por tanto, cuando se incrementa el riesgo, se potencia el valor de esperar para ver que deparan los acontecimientos, es decir, de nuevo la opción de diferir el proyecto.

Aun así, según Kester (1984) las empresas tienden a comprometer capitales antes de lo que debieran. Esto se debe básicamente a la influencia de otro factor de gran importancia en la valoración de proyectos: la competencia.

Si decimos posponer la realización del proyecto, es posible que este sufra un detrimento de valor por la posibilidad de que la competencia adquiera o replique la idea y el inversor pierda la exclusividad.

Como vemos en la Ilustración 5, dependiendo de los niveles de competencia y del grado de exclusividad de los proyectos, los inversores actuarán de una u otra manera.

Ilustración 5. Opciones de crecimiento y factor tiempo



Fuente: Mascareñas, Introducción, pág. 12 (basado en Kester, 1984)

Ahora bien, sabiendo la importancia que tiene la presencia de la variabilidad en el problema de valoración, ¿cómo podemos calcular el riesgo? Este será la volatilidad que se extiende desde el momento inicial hasta el momento de vencimiento de la opción. Para calcularla, según Méndez (2013) puede recurrirse a:

- Usar la volatilidad del mercado, empleando una empresa con características similares a la evaluada. Esto es bastante complejo, ya que las similitudes entre empresas pueden existir pero el grado de equivalencia puede ser cuestionable.

- Emplear la volatilidad de alguno de los factores del proyecto, lo que puede suponer no contemplar la totalidad de la incertidumbre del proyecto.

De este modo, el mejor estimador de la volatilidad, según Copeland (2001) sería emplear el propio proyecto sin opciones. Así *asumimos que el valor actual del proyecto es su valor de mercado y estimamos la volatilidad simulando los rendimientos esperados del mismo desde el año 0 hasta el año 1* (Méndez, 2013, pág. 57).

Además, *un principio importante a tener en cuenta es que solo tienen éxito las opciones cuyo subyacente tiene un mínimo de volatilidad* (Méndez, 2013, pág. 102). En la mayoría de los modelos de valoración se supone un mercado eficiente, es decir, que contemple en los precios toda la información sobre el activo por lo que estos seguirán algo semejante a una distribución normal. Así pues, *en términos más precisos, la volatilidad la podemos asociar a la desviación típica de las variaciones de los precios del subyacente* (Méndez, 2013, pág. 103).

Generalmente existen dos métodos para calcular la varianza de un activo: histórico e implícito.

El primero de ambos, se basa en tomar datos pasados para el cálculo de la varianza. *La regla más común es tomar un periodo histórico de duración igual al periodo de vigencia de la opción* (IESE Universidad de Navarra, pág. 16). Este método puede funcionar cuando se espera que en el futuro no se produzcan alteraciones sustanciales aunque es cierto que, *por lo general, la correlación que existe entre la volatilidad calculada para diferentes periodos de*

tiempo es muy alta, manteniendo valores y tendencias parecidas (García, 2001, pág. 56). Para realizar una primera aproximación mediante valores históricos, si es que se dispone de datos idénticos al proyecto planteado, se formula:

$$\sigma_V = \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (u_i - \hat{u})^2}$$

Dónde:

- N, es el número de observaciones históricas de V.
- V, valor del proyecto al final del intervalo.
- u_i , es el $\ln\left(\frac{V_i}{V_{i-1}}\right)$, $i = 1, 2..n$
- \hat{U} , es la media de u_i .
- T, es la longitud del intervalo entre dos medidas consecutivas del valor del proyecto.

El segundo, la volatilidad implícita, se basa plenamente en el comportamiento de los precios en el mercado y *se obtiene invirtiendo los modelos de valoración, en el sentido de que la incógnita será y la prima de la opción será un dato* (Méndez, 2013, pág. 106). Es decir, es una previsión de mercado sobre cuanto variarán los precios que se refleja directamente en los contratos. Para calcularla se emplea el modelo Black & Scholes², recogido por

² Este método es el germen de la valoración de opciones y derechos contingentes pero, por sus hipótesis de partida, es poco empleado para la valoración de opciones reales.

Merton (1973)³, el cual determina el valor teórico de una opción, tomando como precio teórico la cotización del subyacente y despejando la volatilidad de la fórmula:

Ilustración 6. Formulación de Black & Scholes

$$C = S \cdot N(d_1) - X \cdot e^{-r \cdot t} \cdot N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(\frac{r + \sigma^2}{2}\right) \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{t}$$

Fuente: García, 2001, pág. 97.

Donde:

- C, es el valor de una opción de compra europea.
- S, es el precio del subyacente.
- r, es la tasa de interés libre de riesgo, en tiempo continuo.
- t, es el tiempo hasta el vencimiento.
- σ , es la volatilidad del precio del subyacente.
- X, es el precio de ejercicio.
- N (d_a), valores de la función de distribución normal para d_a .

³ Para profundizar ver Alliera (2007).

Una de las principales conclusiones que se derivan del trabajo seminal de Black & Scholes es que la estructura financiera de la empresa se puede analizar aplicando la Teoría de Opciones o el Análisis de Derechos contingentes puesto que determinados pasivos se interpretan como combinaciones de derechos u opciones sobre el valor de los activos de la empresa (Rayo, 2007, pág. 219).

Pero cabe recordar que el interés real del cálculo del riesgo es poder determinar cuál será el riesgo futuro que va a tener la opción hasta su vencimiento. Lógicamente, el valor de esta recogerá la influencia tanto de la volatilidad histórica como de la implícita.

5. Método de valoración de opciones: el modelo binomial

A continuación, nos centraremos en la valoración de opciones por el modelo discreto más sencillo, matemáticamente hablando: el método binomial.

Este método, desarrollado por Cox, Ross y Rubbinstein (1979) para la valoración de opciones sobre acciones, puede trasladarse a las opciones reales sin mayor problema, por lo que procederemos a explicar su desarrollo teórico para aplicarlo posteriormente a la valoración del proyecto planteado.

El modelo binomial es un modelo discreto que considera que la evolución del precio del activo subyacente varía según un proceso binomial multiplicativo. Es decir, solo puede tomar dos valores posibles, uno al alza y otro a la baja (García, 2011, pág. 85).

Este modelo, se rige por una serie de principios básicos:

- La distribución de los precios del subyacente es una binomial multiplicativa.

- Mercado financiero perfecto.
- Las varianzas de los rendimientos serán los mismos para todos los periodos.
- No hay costes de transacción, de información e impuestos.
- Los tipos de interés sin riesgo son constantes a lo largo del tiempo.
- Transacciones simultáneas.

Para realizar la valoración, es recomendable seguir una serie de pasos: estimar las variables básicas del modelo, diseñar el árbol binomial y obtener, por último, el valor de la opción.

5.1. Estimar las variables del modelo

Como ya se ha visto, en opciones, intervienen numerosas variables, las cuales, se deben estimar para poder proceder a la valoración. De tal modo, se realizará una aproximación de cada variable lo más ajustada a la realidad para que la valoración sea lo más fiable posible:

- **Valor del activo real subyacente:** El valor del activo, se calculará como el valor actual de los flujos de caja que el proyecto promete ganar en un futuro, descontados a una tasa adecuada. Se entiende por adecuada aquella que sea lo más ajustada a su riesgo sistemático.

- **Valor del precio de ejercicio:** La aproximación más cercana a esta variable será el coste efectivo del proyecto.
- **El tiempo:** Esta se calculará computando el plazo desde que plantea el inicio de realización del proyecto hasta el momento en que se podrá ejercer la opción.
- **La volatilidad:** Esta variable, que como ya hemos visto, es medida del riesgo, se estima por la desviación típica de los rendimientos del subyacente. Es la variable clave.
- **El tipo de interés sin riesgo:** Del periodo en el que la opción está viva.
- **Los dividendos:** Es decir, los flujos de caja que genera el activo subyacente a lo largo del tiempo.

5.2 Diseñar el árbol binomial

El método binomial se basa en el desarrollo de un árbol en el que se plantean dos escenarios para cada periodo de tiempo. Es decir, para cada momento a lo largo de la vida de la opción se crean escenarios positivos y negativos con el fin de abarcar las fluctuaciones de valor que esta puede contemplar. Al tratarse de un método *binomial* estos escenarios, para cada momento del tiempo serán únicamente dos: uno favorable y otro desfavorable. Pero, ¿qué dos escenarios de entre todos los posibles? Es aquí donde la

volatilidad juega un papel fundamental, la cual influye de forma directa para el cálculo de ambos, como explicaremos más adelante.

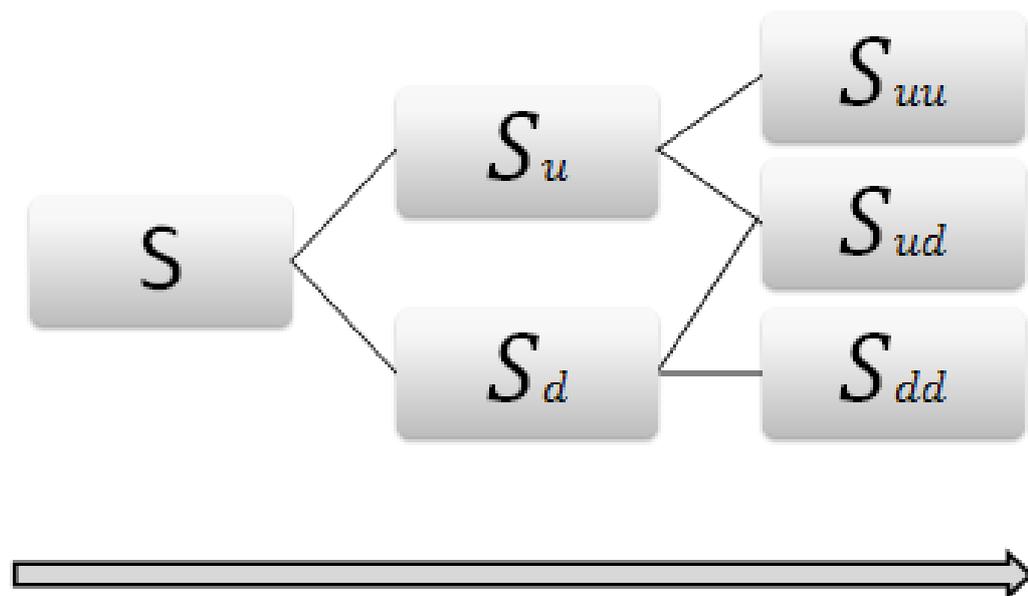
Para comenzar, cabe destacar que el modelo estará formado por dos árboles: el árbol de precios del subyacente y el árbol de valor de la opción.

Para comenzar a desarrollar el árbol de precios del subyacente, es necesario conocer los precios de este para cada momento de tiempo en el escenario favorable, u , y en el desfavorable, d .

Es decir, como desarrolla Mascareñas (2014), cuando se supone un escenario favorable, los precios del subyacente aumentarán el resultado de multiplicar el precio del subyacente, S , por el coeficiente alcista u . Y en caso de ser un escenario desfavorable, el precio se hallaría de igual modo pero multiplicado por el coeficiente bajista d . Por tanto, resulta indispensable, determinar el cálculo de ambos coeficientes en primer lugar:

$$u = e^{\sigma \cdot \sqrt{t/n}} \qquad d = \frac{1}{u} = e^{-\sigma \cdot \sqrt{t/n}}$$

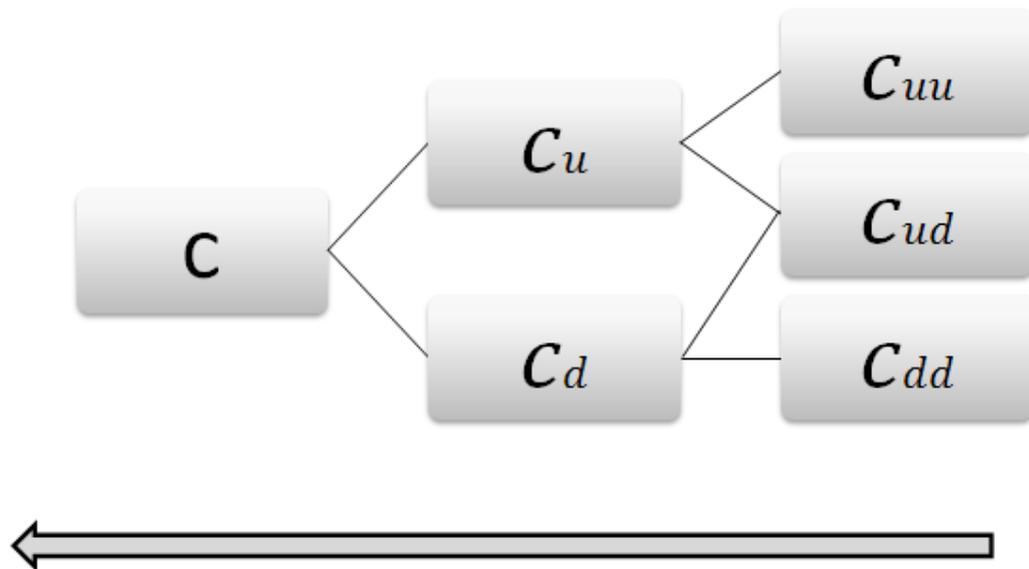
De este modo, el árbol de precio tendrá tantas verticales como periodos n distingamos en el tiempo t , tal que:



De forma que, S_u , será el resultado de multiplicar S por el coeficiente u y el resultado de multiplicar de nuevo S por el coeficiente d . Este procedimiento se repetirá de igual modo, seleccionando el precio del periodo anterior y multiplicándolo por los coeficientes alcista y bajista, para cada periodo n a lo largo del horizonte temporal.

Una vez realizado este, procederemos a calcular el árbol de los valores de la opción. Al igual que el primero se desarrolla mediante el cálculo de los precios de derecha a izquierda, para calcular el valor de la opción real tendremos que proceder en el otro sentido: de izquierda a derecha.

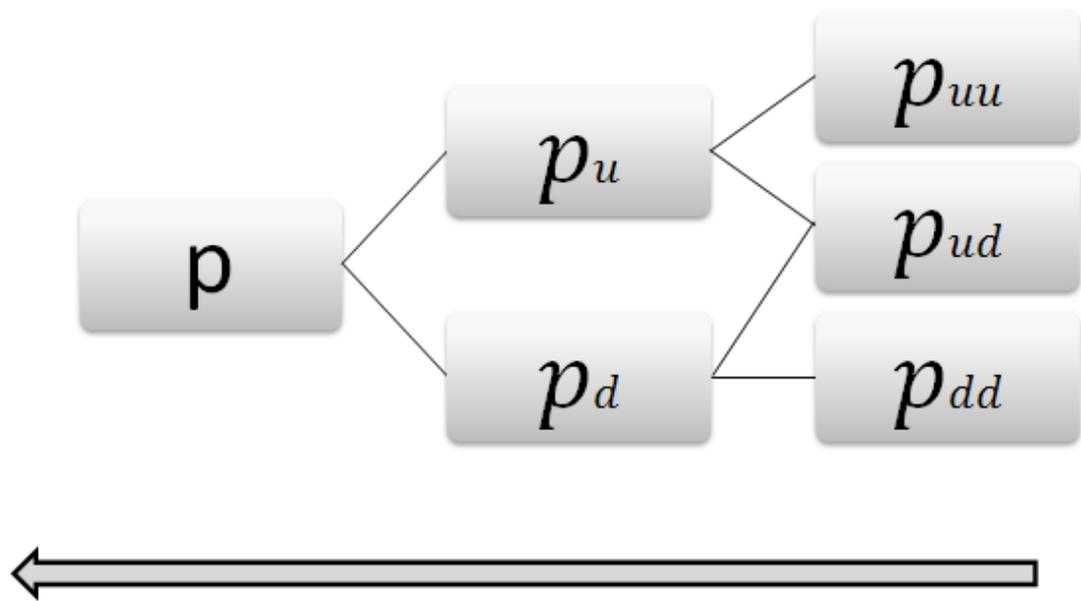
Además, hay que distinguir entre opción de compra y de venta. Cuando se pretende calcular la opción de compra se denominará c , mientras que la valoración de la opción de venta se nomenclará como p .



De este modo, en caso de una opción de compra, para calcular c_{uu} ⁴, por ejemplo, se hallaría la diferencia entre el precio del subyacente en el segundo periodo y en el momento inicial; y se escogería el mayor valor entre el calculado y 0, es decir:

$$c_{uu} = \text{Máx.} [S_{uu} - S; 0]$$

⁴ Suponiendo que únicamente haya dos momentos de tiempo, para simplificar la explicación.



En caso de que la opción fuera de venta, p_{uu} se calcularía hallando la diferencia entre el precio del subyacente en el momento inicial y en el siguiente periodo y escogiendo el mayor de entre este y 0, tal que:

$$p_{uu} = \text{Máx.}[S - S_{uu}; 0]$$

Procediendo igual para el resto de las ramas obtendríamos todos los valores de las opciones en el periodo.

Una vez calculadas, se deben traer esos valores atrás en el tiempo, periodo a periodo, hasta llegar al momento inicial. Entra aquí en juego el papel de las probabilidades de ocurrencia de los escenarios.

Estas probabilidades, conocidas como *probabilidades neutrales al riesgo*, son aquellas que indican en qué medida es más o menos probable que ocurra un ascenso, p , o descenso, q , del valor de la opción en términos porcentuales.

$$p = \frac{1+r_f-d}{u-d} \qquad q = 1 - p = \frac{u-(1+r_f)}{u-d}$$

Se dice, que ambas son neutrales al riesgo ya que ambas suman la unidad, son positivas y cuando se emplean para estimar rendimientos esperados de activos con riesgo, hacen que este desaparezca por ser una especie de coeficientes de certeza, ya que dan porcentajes concretos sobre la probabilidad de los cambios en los valores.

Así pues, para traer los valores de la opción en cada periodo al momento inicial, se procederá tal que, por ejemplo, para hallar c_u o p_u :

$$c_u = \frac{c_{uu} \cdot p + c_{ud} \cdot (1 - p)}{1 + r_f}$$

$$p_u = \frac{p_{uu} \cdot p + p_{ud} \cdot (1 - p)}{1 + r_f}$$

Y, en caso de que los periodos fueran más que los dos que se ejemplifican en el árbol, se procedería de igual modo, hasta llegar al primer momento y obtener el valor de la opción en el momento inicial.

5.3 Obtener el valor de la opción: Valoración mediante el activo gemelo

Una forma de valorar un subyacente, complementaria a la anterior, es conseguir otro activo o combinación de ellos que genere exactamente los mismos flujos que el activo principal. De este modo, el valor de la opción se despejará partiendo de las ecuaciones que igualan el valor intrínseco de la opción a los flujos de la cartera réplica. Esta cartera se formará mediante el activo réplica, H activos de subyacente, y un préstamo a tipo de interés sin riesgo, tal que⁵:

- En el momento inicial:

$$p = c = S \cdot H - B$$

- En el momento posterior:

$$c_u = p_u = S_u \cdot H - (1 + r_f) \cdot B$$

$$c_d = p_d = S_d \cdot H - (1 + r_f) \cdot B$$

Si restamos ambas ecuaciones posteriores y despejamos H , obtendremos el número de activos que se deben adquirir para construir el activo gemelo, es decir, el ratio de cobertura:

$$H = \frac{c_u - c_d}{S \cdot (u - d)} \qquad H = \frac{p_u - p_d}{S \cdot (u - d)}$$

⁵ Desarrollo matemático basado en Mascareñas (2013), OR: Valoración por el Método Binomial.

Posteriormente, se despeja B :

$$B = \frac{(S_u \cdot H - c_u)}{(1+r_f)} \quad B = \frac{(S_u \cdot H - p_u)}{(1+r_f)}$$

Y se sustituye, en la ecuación principal el valor de B y H y se incluyen los coeficientes de probabilidad obtenemos la ecuación definitiva para hallar el cálculo del valor de la opción. Para realizar la demostración, se utilizará la opción de compra c , pero el procedimiento será idéntico para la opción de venta:

$$c = S \cdot H - \frac{(S_u \cdot H - c_u)}{(1+r_f)}$$

$$c \cdot (1+r_f) = S \cdot H - (S_u \cdot H - c_u)$$

$$c \cdot (1+r_f) = S \cdot \frac{c_u - c_d}{S \cdot (u - d)} \cdot (1+r_f - u) + c_u$$

$$c \cdot (1+r_f) = \frac{c_u - c_d}{u - d} \cdot (1+r_f - u) + c_u = (c_u - c_d) \cdot (p - 1) + c_u$$

$$c = \frac{c_u \cdot p + c_d \cdot (1 - p)}{1 + r_f}$$

Así pues, *el precio teórico de la opción de compra es igual al valor actual de la media ponderada de los flujos de caja que proporciona* (Mascareñas, 2013, OR: Valoración por el Método Binomial, pág. 5).

Por tanto, en el caso de ser una opción de venta:

$$p = \frac{p_u \cdot p + p_d \cdot (1 - p)}{1 + r_f}$$

Cabe resaltar que, dependiendo de los periodos en los que se divida el plazo total de tiempo el valor de la opción variará. Cuanto más se divida el tiempo en subperiodos más validez tendrán los resultados ya que se pasa de considerar la variable de discreta a continua.

5.4 La paridad put-call y el arbitraje

La paridad put-call es una característica propia del precio de las opciones descubierta por Stoll (1969) que implica que la prima de una opción de compra, *call*, conllevaba un precio justo para su opción de venta, *put*, correspondiente, es decir, con el mismo precio del subyacente y fecha de vencimiento. Tal que:

$$p = c - S + VA(X)$$

Esto siempre y cuando se cumplan, como indica Casanovas (2014), las siguientes hipótesis:

- Se trata de opciones europeas.
- Mercado perfecto con ausencia de costes de transacción e impuestos.

Cuando esta paridad se desajusta, pueden aparecer oportunidades de arbitraje. Esto implica que haya discrepancias entre los valores de mercado y los valores intrínsecos de las opciones, lo que da oportunidad a realizar operatoria que permita beneficiarse de esa diferencia de valor.

En este caso, vendería una opción de compra y compraría el subyacente correspondiente. A vencimiento, habría ganado la diferencia de precio sin asumir ningún riesgo en la operación. Esta práctica que desarrollan los arbitrajistas, comprar caro y vender barato, es factible hasta que los precios se igualen.

5.5 La valoración mediante simulación: el Método de Montecarlo

Para contemplar las probabilidades de los diferentes escenarios que se pueden dar, más o menos optimistas, es conveniente emplear métodos basados en la teoría de la probabilidad y la estadística, en concreto la

simulación, como es el Método de Montecarlo. Este, es *un método de simulación numérica que se suele utilizar cuando, en el caso de valoración de opciones, no existen modelos matemáticos que valoren el caso específico que en ese momento se analice* (Mascareñas, 2013, Valoración por el Método Binomial, pág. 16).

El Método de Montecarlo⁶, por su similitud con el comportamiento al azar de la ruleta, consiste en generar un número elevado de escenarios futuros definiendo la incertidumbre mediante la atribución de una determinada distribución de probabilidades a cada una de las variables relevantes del proyecto (Instituto de España Madrid, 2000). Basándose en las distribuciones de probabilidad que le otorga a cada variable es posible decidir si se rechaza o se acepta un proyecto de una manera mucho más racional que con los métodos determinísticos. Por tanto, podemos afirmar que este método corrige al VAN teniendo en cuenta todas las variaciones que no dependen de la voluntad del decisor.

Este se emplea cuando el rango de procesos estocásticos es muy grande, de modo que basándose en que las opciones se valoran en un escenario libre de riesgo, plantea que el activo subyacente sigue un proceso geométrico browniano.

A la hora de simular, se transformaría el planteamiento a un tiempo discreto, es decir, dividiendo el plazo total de tiempo en intervalos más pequeños siendo más precisa la simulación cuando más pequeños fueran estos. De este modo, se obtendría un conjunto de valores para el nivel de

⁶ Para profundizar sobre el tema: Rodríguez-Aragón, Licesio J. (2011).

activo subyacente más precisos cuanto más pequeños sean los periodos y más exactos cuantas más simulaciones se realicen.

Es decir, con la simulación de Montecarlo se obtiene *un conjunto de escenarios que son recorridos aleatorios de los precios de los valores de la cartera sobre la que se analizan los cambios en los VAN* (García, 2001, pág. 81).

6. Opciones de realización de un proyecto

Como hemos visto, *las opciones han hecho posible la incorporación al análisis y selección e inversiones de múltiples modalidades de flexibilidad operativa que crean valor, en sentido de que una empresa tiene la opción de esperar y ver antes de invertir en un proyecto, de abandonarlo durante su construcción o al final de su vida económica, de cesar temporalmente la producción, (...), de reducir o ampliar la escala del proyecto es más flexible y, por consiguiente, tiene un valor superior* (Rayo, 2007, pág. 197-198).

Esto hace que las empresas tengan que valorar qué les conviene más a lo largo del plazo de la inversión. Es posible, que los cambios en los mercados y en el entorno hagan que los inversores se replanteen el proyecto inicialmente planteado y decidan modificarlo. Estas modificaciones pueden ser:

- Diferir
- Ampliar

- Reducir
- Abandonar

6.1. Opción real de diferir un proyecto de inversión

En los modelos clásicos de valoración, se consideran las inversiones como si se trataran de decisiones de aceptación o rechazo o de ahora o nunca. Pero, en realidad, hay una tercera posibilidad, pues existen proyectos en los cuales es mejor esperar (García, 2001, pág. 163).

La opción de diferir un proyecto de inversión proporciona a su propietario el derecho a posponer su realización durante un plazo de tiempo determinado. Esta opción es más valiosa conforme la empresa tenga derechos exclusivos para invertir en un proyecto pero va perdiendo valor conforme las barreras de entrada desaparezcan (Mascareñas, 2013, Opción de diferir un proyecto de inversión, pág.1). Por esto, se vuelve indispensable conocer estas barreras para poder calcular de qué modo repercutirán en el proyecto y en cuanto tiempo logrará derribarlas la competencia.

Esta opción se puede aproximar a una opción de compra sobre los flujos que se espera que genere el proyecto, tomando como precio de ejercicio el coste de realización a vencimiento.

La opción de diferir un proyecto es contraria a la realización anticipada del proyecto, por tanto, si se realiza una, la otra no podrá llevarse a cabo. Entendiéndolo de este modo, la opción de diferir supone un coste de

oportunidad *justificando la realización del proyecto sólo cuando el valor actual de los flujos de caja excede del valor actual del desembolso inicial por una cantidad igual al valor de la opción de diferirlo.*(Mascareñas (2013), Opción de diferir un proyecto de inversión, pág.1).

$$VA > A + \text{Opción de diferir} \rightarrow VAN \text{ básico} > \text{Opción de diferir}$$

El diferir, *la oportunidad de invertir en proyectos con un VAN positivo es equivalente a una opción de compra americana con valor intrínseco (in the money) donde el momento óptimo para la realización de la inversión significa ejercitar dicha opción en el momento más oportuno* (García, 2001, pág. 164).

Por tanto, si el VAN básico es mayor que la opción de diferir podría optarse por realizar el proyecto sin difusión, mientras que si fuese inferior la mejor opción sería esperar. Así pues, hallando el valor de la opción de diferir, podemos reducir significativamente la incertidumbre sobre el comportamiento del subyacente en el futuro.

Como vemos, este razonamiento se basa en la contraposición de los potenciales beneficios que se pueden obtener de una operación y de las pérdidas que se pueden evitar al esperar a resolver la incertidumbre.

Por todo esto, para valorar una opción de diferir, es necesario calcular dos costes relevantes: los flujos de caja a los que se renuncia al posponer el inicio del proyecto y el riesgo de obsolescencia tecnológica ante la presencia de competencia.

Es decir, si se difiere un proyecto se renuncia a los flujos de caja obtenidos en los momentos en que este no se está realizando pero, si se cree que en un periodo posterior el proyecto aumentará su valor, conllevará una ganancia. En caso contrario, si el proyecto disminuyera su valor, no supondría ninguna pérdida ya que aún no se habría realizado.

A esto hay que restarle el efecto del tiempo sobre las barreras de entrada. Cuanto más tiempo pase sin que se realice el proyecto, las barreras se debilitarán haciendo perder valor a la opción y, además, si los competidores se adelantan obtendrán aquellos flujos de caja que la empresa dejará de ganar.

Para cuantificar estos efectos se deben calcular el efecto que tienen sobre el valor actual del proyecto, los flujos de caja a los que se rechaza al diferirlo. Cada flujo de caja que se rechaza, representa un porcentaje sobre el valor actual total y, por tanto, esa será la cantidad en la que se reduzca el valor de la opción. Así si decidimos diferir el flujo de caja j , se reducirá la valoración en:

$$\text{Coste diferir}_j = \frac{VA(FC_j)}{VA_t}$$

6.1.1 La opción de aprendizaje

Paralelamente a la opción de diferir, podemos plantear la opción de realizar únicamente una pequeña parte de proyecto para sondear el mercado. Esta es la opción de aprendizaje y surge cuando se está en disposición de obtener

información que minore la incertidumbre y permita replantear o confirmar las expectativas que se tenían inicialmente.

Por tanto, se debe sopesar si el coste que conlleva obtener esa información compensa respecto al valor que puede aportarle a la opción para valorar si ejercitar la opción de aprendizaje o no. Para ello, habrá que sopesar también el grado de exactitud de la información recibida y el impacto que tendrá en la toma de decisiones para poder sopesar la conveniencia de llevarla a cabo o no.

6.2 Opción de ampliar un proyecto

Otras opciones a sopesar, además de la de diferir, son las de ampliar o reducir el proyecto base. Si se amplía el proyecto, se está otorgando a su propietario una parte adicional de este, lógicamente, a cambio de un coste: el precio de ejercicio, A_E .

Las opciones de ampliar suelen ser difíciles de valorar en la práctica debido a su complejidad. Aún cuando el proyecto inicial tenga un VAN negativo, al valorar la opción de expansión, puede que ésta compense aquél, por lo que el proyecto debería aceptarse. Sobre estas inversiones que hoy presentan un VAN negativo, pero que se llevan a cabo al generar oportunidades de futuro, suele decirse que tienen un valor estratégico para la compañía (Fariñas). Es decir, generan oportunidades de futuro siendo valor

estratégico y creando oportunidades de expansión y desarrollo para la empresa.

Por tanto, esta clase de opción es más valiosa para las empresas que tienen un riesgo económico mayor y que, por tanto, también generan mayores rendimientos. Esto puede implicar que, la valoración de las opciones de crecimiento influya en el comportamiento de los inversores en el mercado. Es decir, que influya en la especulación sobre el coste real de un proyecto, respecto a su rendimiento futuro.

Por esto, hay que tener mucho cuidado en la valoración de la opción planteándose en qué medida es necesaria la realización del proyecto inicial para poder llevar a cabo el siguiente, si la empresa tiene derechos exclusivos sobre el proyecto de expansión lo que le otorgue una ventaja competitiva y, por último, si esta ventaja es sostenible en el tiempo atendiendo a la competencia y a la capacidad de la empresa de conservarla.

Así pues, para obtener un valor para la opción de compra procederemos indistintamente de cualquiera de estas dos formas:

$$V = VA(\textit{flujos de caja libres sin crecimiento extra}) \\ + VA(\textit{opciones de crecimiento})$$

$$V = VA(\textit{flujos de caja libre con crecimiento extra})$$

La opción de crecimiento, equivalente a una opción de compra americana, *integra el presupuesto de fondos para inversiones con la*

planificación estratégica a largo plazo. Dado que las decisiones de inversión de hoy pueden crear la base para las decisiones de inversión de mañana, las asignaciones de fondos realizadas en un año cualquiera son pasos vitales para el logro final de los objetivos estratégicos (García, 2001, pág. 149)

6.3 Opción de reducir un proyecto

Todo lo contrario a la opción anteriormente analizada, la opción de reducir, supone al inversor sacrificar la realización de una parte del proyecto a cambio de un ahorro sobre el precio de ejercicio. Así, si las condiciones del mercado empeorasen respecto a las expectativas, la empresa podría seguir con su producción simplemente minorando la capacidad productiva en un porcentaje determinado, c . Reducir en ese porcentaje puede suponer a la empresa un gran ahorro en los desembolsos inicialmente previstos .

Viéndolo de otro modo, esta opción puede equipararse a una opción de venta sobre la parte a reducir cuyo precio de ejercicio sería igual al ahorro de los costes iniciales que supondría la operación. Desde esta perspectiva, el valor de esta opción sería:

$$\text{Máx } [A_r - c \cdot VA_1; 0]$$

La opción para reducir la escala operativa de un proyecto es otra opción administrativa formalmente equivalente a una opción de venta americana (García, 2001, pág. 167).

6.4 Opción de cierre temporal

Otra opción respecto a las inversiones sería cancelarlas temporalmente por falta de recursos o baja rentabilidad. En ocasiones, los ingresos que reporta un proyecto no cubren con suficiencia los costes generados por este. En estos casos puede plantearse que lo más rentable sea paralizar el proyecto. De este modo, se marcaría un umbral de no realización del proyecto cuando los costes variables de este sean superiores en una cantidad suficiente a los ingresos que reporta. Esta cantidad debe ser suficiente para afrontar los gastos de reanudación del proyecto y para minimizar el riesgo de la fluctuación de los ingresos, los cuales dependen del precio de mercado directamente.

Esta opción se realizará siempre y cuando se considere que el proyecto puede tener viabilidad futura ya que, si se estima el fracaso de la inversión, la opción más adecuada sería abandonar el proyecto.

6.5 Opción de abandonar un proyecto

Esta opción proporciona a su propietario el derecho a vender, liquidar, cerrar (abandonar, en suma) un proyecto determinado a cambio de un precio (Mascareñas, 2013, Opción real de abandonar un proyecto de inversión, pág. 14). Esta flexibilidad suele estar ligada a negocios muy arriesgados o volátiles, para los cuales puede plantearse un escenario plenamente favorable en un momento determinado de tiempo pero que puede verse modificado en alto

grado al momento siguiente. Este tipo de proyectos pueden repercutir a los inversores altos beneficios, lo cual es un punto atractivo para proceder a la participación en ellos, pero estos se pueden convertir rápidamente en cuantiosas pérdidas. Debido a esto, la opción de abandono aumenta significativamente el atractivo de invertir en un proyecto volátil siempre que la prima a pagar por ella no repercuta un coste excesivo.

Los directivos deben considerar la opción de abandono cuando realizan la inversión inicial en un nuevo proyecto, ya que se permitirá desinvertir cuando el proyecto no se justifica económicamente. El valor total de un proyecto debe considerar su valor de abandono, valor que muchas veces no se conoce en el momento inicial de la inversión, sino que depende de su evolución en el futuro. (Fariñas).

Por tanto, esta opción repercute económicamente al conjunto de decisiones empresariales y su valoración aislada no tendría sentido. Por ello, se debe conocer como se modifica la opción según las variables que tienen influencia sobre ella. Como vemos en la Tabla 7, la opción de abandono aumenta o disminuye en función de tres factores básicos:

En el análisis de las opciones de abandono es importante tener en cuenta dos cuestiones:

- Tener en cuenta la opción en la decisión de inversión.
- Determinar en qué momento la opción de abandono alcanza el valor máximo.

Tabla 7. Efecto de las variables sobre la opción de abandono.

FACTOR	AUMENTA/DISMINUYE	EFFECTO SOBRE LA OPCIÓN DE ABANDONO
Incertidumbre sobre el valor futuro del negocio	Aumenta	Aumenta
Tiempo del que se dispone para ejercitar la opción	Aumenta	Aumenta
Relación entre el valor de abandono (valor de liquidación) respecto al valor terminas (valor actual de los flujos de caja libres restantes).	Aumenta	Aumenta

Fuente: Elaboración propia basada en Mascareñas (2013). Opción real de abandonar un proyecto de inversión, pág. 15.

La opción de abandonar conlleva, como es lógico, unos costes de cierre o liquidación por lo que, para valorar la idoneidad de llevar a cabo la opción, deben compararse estos costes con el precio de la misma. Así pues, solo si el valor actual de los flujos de caja futuros sea inferior a la opción de abandono se dejará el proyecto.

Esta opción real de liquidación proporciona un seguro parcial contra fallos y es formalmente equivalente a una opción de venta americana con un precio de ejercicio igual al valor de venta del proyecto (García, 2001, pág. 155). Es decir, cuando el valor presente del proyecto disminuye por debajo del valor de liquidación, el acto de abandonar o de vender el proyecto es equivalente al ejercicio de la opción de venta, toda vez que el valor de liquidación del proyecto

fija un límite inferior al valor de éste y el ejercicio de la opción es conveniente
(García, 2001, pág. 157)

En resumen, podemos decir que para la valoración de opciones existen dos métodos fundamentales. El denominado método binomial puede aplicarse en todos los casos, pero exige un elevado número de cálculos y el empleo de la fórmula de Black & Scholes, relativamente sencilla, pero cuya validez se limita a ciertos casos (IESE Universidad de Navarra, pág. 29)

7. Aplicando la teoría a la práctica

Ahora que se han desgranado las posibilidades que tienen las empresas a la hora de decidir sobre la realización de sus proyectos, se van a ejemplificar cada una de ellas mediante el planteamiento de inversiones concretas siguiendo las pautas aportadas por Boer (2002), Ziegler (2004) y Branch (2003).

El desarrollo práctico de las opciones se realizará mediante el método binomial por lo que es necesario destacar que, para que este converja con el método de valoración de opciones financieras Black & Scholes, es necesario que el plazo de la operación, se divida en 150 sub-periodos.

Además, previo al planteamiento de los ejemplos, es necesario determinar el valor de la tasa de interés sin riesgo, la cual será común para todos los ejemplos expuestos a continuación, y tendrá el valor de la prima de riesgo.

Para determinar este valor realizaremos una media entre el valor máximo y mínimo de la prima de riesgo española en el último mes⁷.

$$\text{Prima de riesgo} = 1.39\%$$

7.1 Diferir un proyecto: DIFER, S.A. y su patente sobre Facegram.

La empresa DIFER, S.A. está integrada en el sector informático y se dedica a la creación y comercialización de redes sociales. Recientemente, ha recibido una oferta de una patente por 30.000.000€ para explotar en exclusividad la plataforma *Facegram* durante 4 años. Después de las negociaciones oportunas, el vendedor ha decidido dar a la empresa un plazo de 2 años para decidir si desea o no adquirir la misma. Esta opción tiene un precio de 2.000.000€.

Conociendo que el coeficiente de volatilidad asociada al activo en cuestión es 3 y la prima de riesgo del mercado es 2,4%, la tasa de descuento de capital será:

$$k_0 = 1.39\% + (2.4\% * 3) = 8.59\%$$

⁷ Al decir el último mes nos referimos a Junio de 2015 en base a los datos proporcionados por Infobolsa, la cual da como valor máximo 158 puntos básicos y como mínimo 120,90 puntos básicos.

Los analistas de DIFER, S.A. han planteado un presupuesto de flujos de caja para simular los resultados de la inversión en términos del VAN, tal que:

Tabla 8. Presupuesto de caja de DIFER, S.A.

(en millones de €)	0	1	2	3	4	5	6
INGRESOS		32	50	90	108	104	78
- COSTES DE VENTAS		26	38	50	64	68	57
-COSTES FIJOS		3,5	4,2	7	8,3	9,5	8,2
EBITDA		2,5	7,8	33	35,7	26,5	12,8
-AMORTIZACIÓN		5	5	5	5	5	5
BAIT		-2,5	2,8	28	30,7	21,5	7,8
-IMPUESTOS		-0,75	0,84	8,4	9,21	6,45	2,34
+AMORTIZACIÓN		5	5	5	5	5	5
FLUJO DE CAJA BRUTO		3,25	6,96	24,6	26,49	20,05	10,46
INVERSIÓN EN ACTIVO FIJO	30						
INVERSIÓN EN FONDO DE MANIOBRA		1,4	1,8	2,3	3,4	5,2	3,9
INVERSIÓN BRUTA	30	1,4	1,8	2,3	3,4	5,2	3,9
	0	1	2	3	4	5	6
FLUJO DE CAJA LIBRE	-30	1,85	5,16	22,3	23,09	14,85	6,56
FACTOR DE DESCUENTO		0,92089511	0,848048	0,780963	0,719185	0,662294021	0,6099033
VA (FCL)	-30	1,703655954	4,375927	17,41548	16,60598	9,835066211	4,0009658
VA (PROYECTO)	23,93707						

Fuente: Elaboración propia basada en Mascareñas (2013)

Así pues, el VAN obtenido es negativo, lo que indica, en un principio que no es recomendable la realización del proyecto:

$$VAN \text{ básico} = -6.06$$

Una vez calculado este, procederemos a calcular los coeficientes anuales de ascenso y descenso, u y d ; y de las probabilidades neutrales al riesgo, p y q . Para ello, es necesario determinar un nivel de riesgo, σ , para poder otorgarles un valor numérico a los coeficientes en cuestión. En este caso, tomaremos como valor de volatilidad estimado, 54,70%, según situación del sector en el mercado.

Tabla 9. Coeficientes anuales y probabilidades neutrales al riesgo de DIFER, S.A..

u	1,728061051
d	0,578683259
p	0,378654211
q	0,621345789

Fuente: Elaboración propia

A partir de esta información, se puede plantear el árbol binomial para estudiar cuánto vale la opción de diferir el proyecto planteado al plazo de dos años. Como vemos en la Ilustración 7, el valor actual del proyecto va variando, incrementando o disminuyendo en función de los coeficientes. Pero, hay que valorar que, posponer la realización de un proyecto conlleva un coste o, mejor dicho, supone renunciar a los flujos de caja iniciales⁸. Este coste equivaldrá a dividir el valor actual de cada flujo de caja implicado, en este caso los correspondientes a los periodos 1 y 2, entre el valor actual total. Restando este coste de cada escenario, obtendremos los valores indicados mediante una flecha en la ilustración.

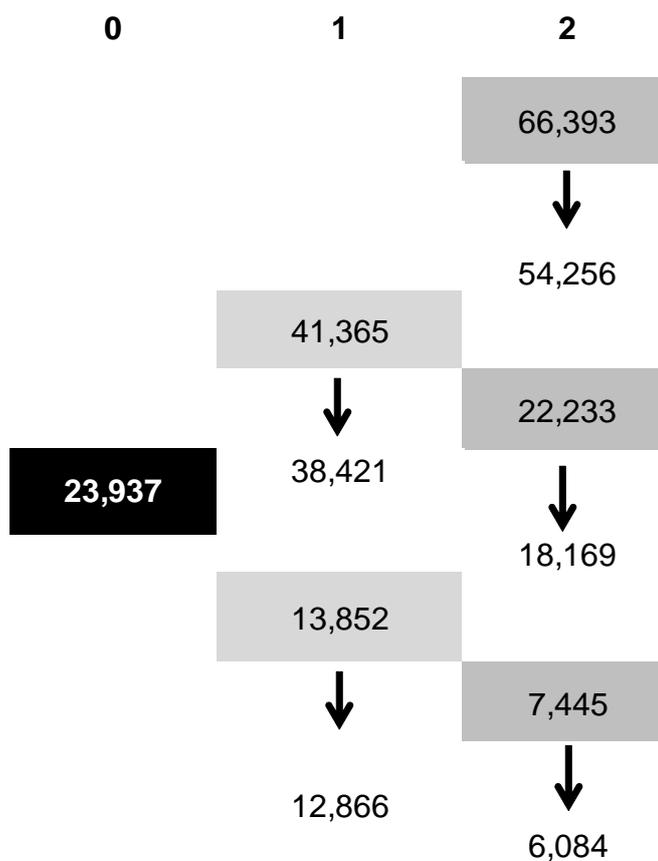
Tabla 10. Coste de retrasar el proyecto de DIFER, S.A.

Coste del retraso en 1	7,12%
Coste del retraso en 2	18,28%

Fuente: Elaboración propia

⁸ En realidad no tienen por qué ser los flujos de caja iniciales los que sean no realizados. Puede ser cualquier flujo de otro momento de tiempo pero se procederá de este modo por simplicidad de cálculo.

Ilustración 7. Árbol binomial sobre el precio del subyacente de DIFER, S.A.



Fuente: Elaboración propia

Así mismo, para poder comparar estos valores, necesitamos saber cuál será el coste del proyecto en los momentos 1 y 2. Para ello multiplicaremos el coste inicial por la tasa de interés sin riesgo.

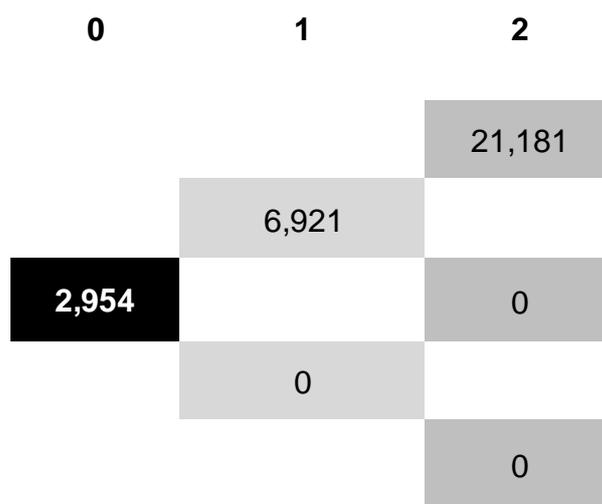
Tabla 11. Coste del proyecto de DIFER, S.A. en periodos posteriores al inicial

Coste del proyecto 1 año después	31,50 millones de €
Coste del proyecto 2 años después	33,08 millones de €

Fuente: Elaboración propia

A partir del árbol en cuestión, debemos realizar un nuevo árbol que contemple los valores máximos entre 0 y la diferencia entre los valores del periodo 2 y el coste del proyecto en cada momento de tiempo.

Ilustración 8. Árbol binomial del valor de la opción DIFER, S.A.



Fuente: Elaboración propia

Como vemos, solo se obtendrá ganancia del proyecto cuando se den escenarios optimistas durante los dos periodos, reportando a la empresa un valor de 21.181.000€.

Para calcular el VAN total del proyecto en el momento 1 se multiplicarán los valores de la columna derecha de la Ilustración 16 por los coeficientes de ascenso y descenso y se descontará un periodo. En este ejemplo, el VAN_1 será 7.910.000€. Dado que este valor es superior a 6.910.000€, el valor de invertir en 1 es menor que el de posponer la opción. Por lo que se realizará la segunda opción.

El VAN_0 , resultado de descontar un periodo el VAN_1 , será 2.950.000€ y la opción de diferir se calculará tal que:

$$\text{Opción de diferir} = VAN_0 - VAN \text{ básico} = 2.954 - (-6.06) = 9.014 \text{ millones de } \text{€}$$

Como recordaremos, el coste de diferir el proyecto eran 2.000.000€ y su valor, ahora calculado es de 9.014.000€, por lo que se concluye que conviene diferir el proyecto ya que reporta un valor muy superior a su precio y, además, porque en caso de realizar este en el momento inicial la valoración según el cálculo del VAN sin opciones da un resultado negativo, contraindicando la conveniencia de la inversión.

7.1.1 La opción de aprendizaje aplicada al caso DIFER, S.A.

En caso de que la empresa tuviese la posibilidad de obtener una información adicional basada en unas pruebas realizadas por analistas de mercado sobre las ventajas de *Facegram* y su posible éxito en el mercado, sería interesante poder calcular cuál sería el precio máximo a pagar por dicha opción.

Para ello se recrean, como vemos en la Tabla 12, tres escenarios sobre los posibles valores del proyecto en el momento inicial. Calculando la media ponderada sobre los mismos, obtendremos un VA_0 de 24.300.000€.

Tabla 12. Escenarios de probabilidad

ESCENARIO	VA ₀ (en millones de €)	PROB. ASOCIADA
Optimista	30	30%
Neutro	24	40%
Pesimista	19	30%

Fuente: Elaboración propia

Dado que el desembolso inicial que ha realizado la empresa es de 30.000.000€ el VAN medio esperado será tal que:

$$E(VAN) = -Desembolso\ inicial + VA_0$$

$$E(VAN) = -30.000.000 + 24.300.000 = 5.700.000€$$

Visto esto, la empresa realizará el proyecto de inversión siendo conscientes de que hay un 30% de probabilidades de perder 5.700.000€.

7.2 Opción de crecimiento: Grow, S.A.

La empresa Grow, S.A. es una multinacional estadounidense especializada en nutrición infantil. Después de copar el mercado en su país ha decidido dar el salto a Europa, abriendo una pequeña tienda en el centro de Londres para comenzar a abrirse hueco en este nuevo mercado.

La idea general de los directivos es esperar a ver como se integra el negocio y, en caso de que la evolución fuese favorable adquirir el local adjunto para montar una gran tienda, semejante a las que tiene la cadena en el país de origen.

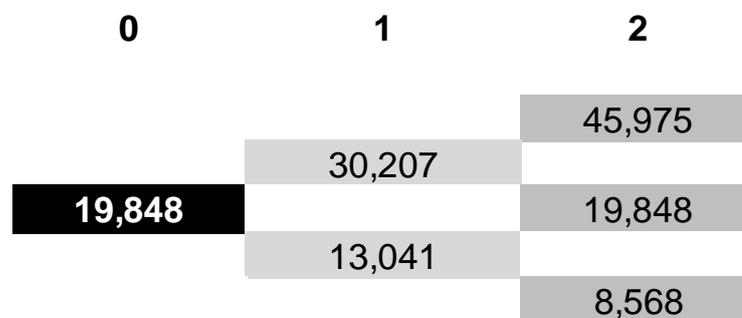
Empleando la misma tasa de interés sin riesgo que en el ejercicio anterior y suponiendo una volatilidad del 42% hallamos los coeficientes de ascenso y descenso y las probabilidades neutrales de riesgo y planteamos el árbol binomial.

Tabla 14. Coeficientes anuales y probabilidades neutrales al riesgo de GROW, S.A..

u	1,521961556
d	0,65704682
p	0,412587698
q	0,587412302

Fuente: Elaboración propia

Ilustración 9. Árbol binomial sobre el precio del subyacente de GROW, S.A.



Fuente: Elaboración propia

Ahora, como se supone que al final del segundo periodo se realizará la inversión adicional y teniendo en cuenta el incremento del valor de negocio, el VAN adicional será tal que:

$$VAN_{adicional_1} = -78 + (45.975 * 5) = 151.87$$

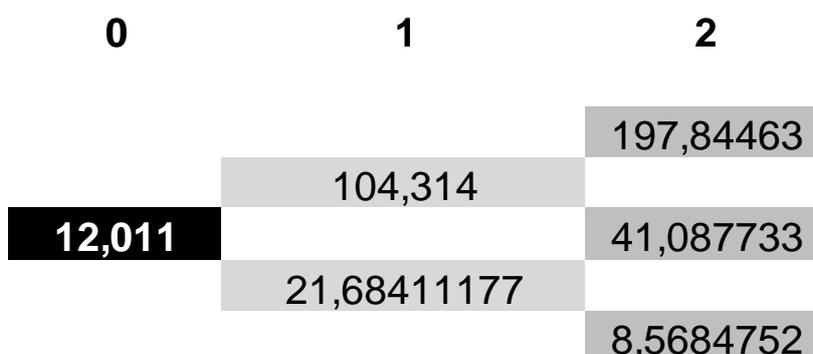
$$VAN_{adicional_2} = -78 + (19.848 * 5) = 21.24$$

$$VAN_{adicional_3} = -78 + (8.568 * 5) = -35.16$$

Los valores positivos del VAN adicional, indican que se pueden realizar ya que aportan valor al proyecto y puede plantearse para dos de los tres escenarios el nuevo árbol de ganancias, como vemos en la Ilustración 19, calculado de derecha a izquierda. Para el VAN negativo no tendremos en cuenta su influencia ya que resta valor al proyecto.

En caso de que alguno de los VAN adicionales fuese negativo, simplemente no se tendría en cuenta su efecto sobre el proyecto y su realización no tendría sentido.

Ilustración 10. Árbol binomial del valor de la opción de GROW, S.A.



Fuente: Elaboración propia

Así pues, el VAN total del proyecto serían 12.011.000€, frente al VAN básico, el cual tenía un valor negativo que indicaba la no idoneidad del proyecto en términos de rentabilidad.

La opción de ampliación tendrá entonces, un valor de:

$$\text{Opción de ampliar} = VAN_0 - VAN \text{ básico} = 12.011 - (-23.15) = 35.161 \text{ millones de } \text{€}$$

Como ya se ha comentado en el documento y podemos ahora comprobar, la inclusión de las opciones en la valoración de inversiones nos ofrece una visión más interesante de los proyectos y lo que estos pueden dar de sí.

7.3 Reducir un proyecto: Amenos, S.L.

La empresa Amenos, S.L., especializada en parques infantiles, ha adquirido recientemente un grupo de 6 plazas públicas para instalar una serie de montajes de juegos infantiles. Para ello ha invertido inicialmente 10.000.000€ como adelanto ya que, la totalidad de la inversión asciende a 60.000.000€, de los cuales, 48.000.00€ son para la compra de las plazas, 3.000.000€ para publicidad, 4.000.000€ para costes fijos y 5.000.000€ para mantenimiento.

El resto de la inversión deberá realizarse a 3 años vista, aportando los 50.000.000€ restantes. Se estima que se dará una reducción del valor del proyecto del 35% que reduciría los gastos en mantenimiento y publicidad, por lo que debería pagar únicamente 29.000.000€.

Tabla 15. Presupuesto de caja de AMENOS, S.L.

(en millones de €)	0	1	2	3
INGRESOS		32	112	167
- COSTES DE CONSTRUCCIÓN		40	70	50
-COSTES FIJOS		6	10	7
EBITDA		-14	32	110
-AMORTIZACIÓN		3,333	3,333	3,333
BAIT		-17,333	28,667	106,667
-IMPUESTOS		-5,200	8,600	32,000
+AMORTIZACIÓN		3,333	3,333	3,333
FLUJO DE CAJA BRUTO		-8,800	23,400	78,000
INVERSIÓN EN ACTIVO FIJO	10			50
INVERSIÓN EN FONDO DE MANIOBRA		4,2	8,6	5,9
INVERSIÓN BRUTA	10	4,2	8,6	55,9
	0	1	2	3
FLUJO DE CAJA LIBRE	-10	-13	14,8	22,1
FACTOR DE DESCUENTO		0,92089511	0,8480478	0,780963
VA (FCL)	-10	-11,97163643	12,5511075	17,25928
VA (PROYECTO)		7,83875503		

Fuente: Elaboración propia basada en Mascareñas (2013)

Después de realizar los cálculos oportunos, determinamos el VAN básico tal que:

$$VAN \text{ básico} = -2.16$$

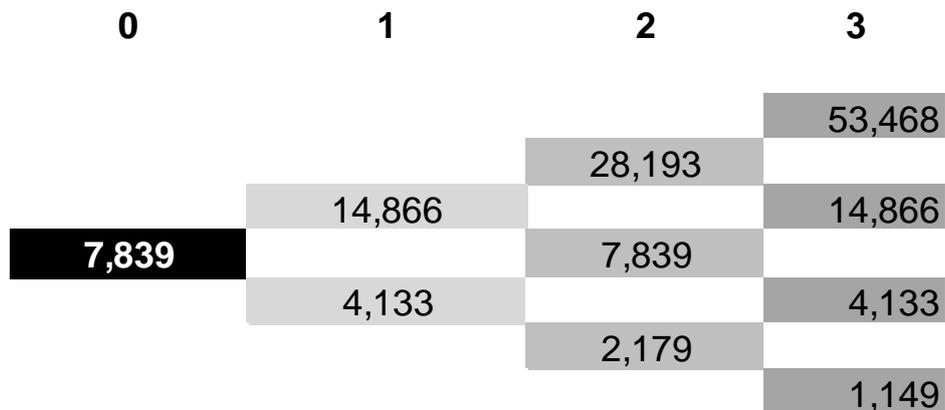
Empleando la misma tasa de interés sin riesgo que en el ejercicio anterior y suponiendo una volatilidad del 64% hallamos los coeficientes de ascenso y descenso y las probabilidades neutrales de riesgo y planteamos el árbol binomial.

Tabla 16. Coeficientes anuales y probabilidades neutrales al riesgo de AMENOS, S.L..

u	1,896480879
d	0,527292424
p	0,355398539
q	0,644601461

Fuente: Elaboración propia

Ilustración 11. Árbol binomial sobre el valor del subyacente de AMENOS S.L.



Fuente: Elaboración propia

Si incluimos ahora el efecto de la opción de reducción a finales del tercer año comparando la diferencia entre los valores de la columna de la derecha y el desembolso a realizar en el momento 3; con lo que queda del valor de la columna de la derecha multiplicado por la diferencia entre 1 y el porcentaje de reducción y el desembolso a realizar en el momento 3 tras la reducción:

$$E_1 = \text{Máx} [53.467 - 50; (53.467 * 0.65) - 29] = 5.75$$

$$E_2 = \text{Máx} [14.866 - 50; (14.866 * 0.65) - 29] = -16.33$$

$$E_3 = \text{Máx} [4.133 - 50; (4.133 * 0.65) - 29] = -26.31$$

$$E_4 = \text{Máx} [1.149 - 50; (1.149 * 0.65) - 29] = -29.30$$

En este caso, solo tendría sentido reducir la producción en los casos más pesimistas, aquellos que dan valores negativos.

Ilustración 12. Árbol binomial del valor de la opción de AMENOS, S.A.

0	1	2	3
			5,75
		-8,36651	
	-17,206		-16,33
-22,291		-22,4511	
	-25,575872		-26,31
		-27,8502	
			-29,3

Fuente: Elaboración propia

El VAN total es negativo, lo que quiere decir que con la opción de reducción la operación no interesa. La opción de reducir será:

$$\text{Opción de reducir} = VAN_0 - VAN \text{ básico} = -22.29 - (-2.16) = -20.13 \text{ millones de } \text{€}$$

7.4 Opción de cierre temporal: PECHANDO, S.A.

La empresa Pechando, S.L., dedicada a la explotación de minas de carbón, tiene la oportunidad de invertir en la explotación de un nuevo proyecto en Rusia. Inicialmente debe invertir 35.000.000€ y, posteriormente, a finales del segundo año debe abonar otros 45.000.000€ correspondiendo el 80% a costes variables y el resto a costes fijos.

Tabla 17. Presupuesto de caja de PECHANDO, S.L.

(en millones de €)	0	1	2
INGRESOS		111	148
-COSTES VARIABLES		44	51
-COSTES FIJOS		6	4,2
EBITDA		61	92,8
-AMORTIZACIÓN		17,5000	17,5000
BAIT		43,5000	75,3000
-IMPUESTOS		13,0500	22,5900
+AMORTIZACIÓN		17,5000	17,5000
FLUJO DE CAJA BRUTO		47,9500	70,2100
INVERSIÓN EN ACTIVO FIJO	35		45
INVERSIÓN EN FONDO DE MANIOBRA		3,6	9,2
INVERSIÓN BRUTA	35	3,6	54,2
		0	1
FLUJO DE CAJA LIBRE	-35	44,35	16,01
FACTOR DE DESCUENTO		0,92089511	0,8480478
VA (FCL)	-35	40,84169813	13,5772453
VA (PROYECTO)		19,4189435	

Fuente: Elaboración propia

Después de realizar los cálculos oportunos, determinamos el VAN básico tal que:

$$VAN \text{ básico} = -15.58$$

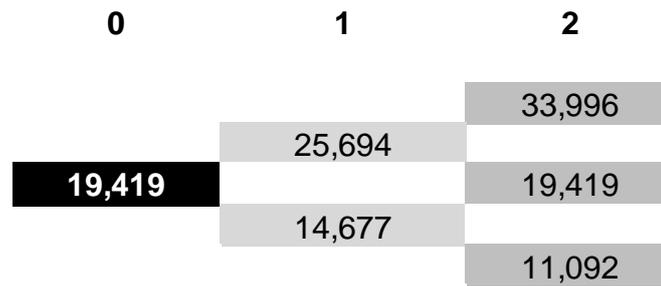
Empleando la misma tasa de interés sin riesgo que en el ejercicio anterior y suponiendo una volatilidad del 28% hallamos los coeficientes de ascenso y descenso y las probabilidades neutrales de riesgo y planteamos el árbol binomial.

Tabla 18. Coeficientes anuales y probabilidades neutrales al riesgo de PECHANDO, S.L.

u	1,323129812
d	0,755783741
p	0,454953814
q	0,545046186

Fuente: Elaboración propia

Ilustración 13. Árbol binomial sobre el precio del subyacente de PECHANDO S.L.



Fuente: Elaboración propia

La empresa tiene la opción de cerrar la operación a finales del segundo año para ahorrar los costes variables del segundo pago. Además, se espera que a final del periodo los flujos sean el 45% del proyecto en ese momento si se realiza la suspensión del mismo. Es decir, si la empresa desea conseguir los flujos de caja de el segundo año, deberá incurrir en 22.500.000€ de costes variables. Así, esta tiene la opción de hacerse con el valor del proyecto menos los costes variables, o bien, abandonarlo temporalmente manteniendo el valor del proyecto menos los flujos de caja a los que renuncia.

Por tanto, los flujos de caja en el momento 2 serán:

$$FC_1 = 0.25 * 33.996 = 8.49$$

$$FC_2 = 0.25 * 19.419 = 4.85$$

$$FC_3 = 0.25 * 11.092 = 2.77$$

Para obtener ahora la columna de la derecha del árbol binomial a plantear para obtener el VAN en el momento inicial, debemos plantear:

$$E_a = \text{Máx.}[VA_2 - C_v; VA_2 - FC] - A_F = [VA_2 - C_F] - \text{Mín.}[C_v; FC]$$

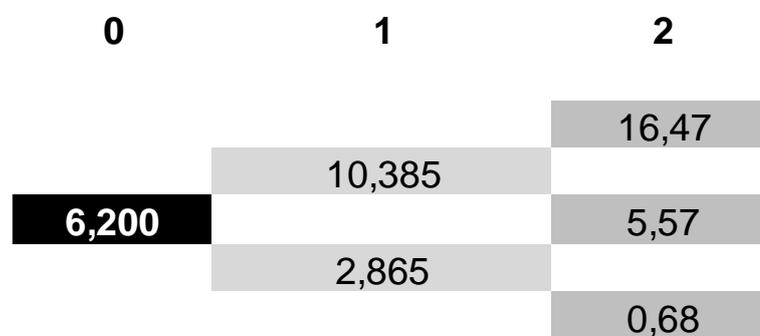
Tal que, cerraremos temporalmente las operaciones cuando el valor de E_a sea menor de 19.42:

$$E_1 = (33.996 - 9) - \text{Mín.}[36; 8.49] = 16.47(\text{Cierre temporal})$$

$$E_2 = (19.419 - 9) - \text{Mín.}[36; 4.85] = 5.57(\text{Cierre temporal})$$

$$E_3 = (11.092 - 9) - \text{Mín.}[36; 2.77] = -0.68(\text{Cierre temporal})$$

Ilustración 14. Árbol binomial del valor de la opción de PECHANDO, S.A.



Fuente: Elaboración propia

Dado que el VAN con la opción de cierre es 6.335, la opción de cierre temporal será:

$$\text{Opción de cierre temporal} = VAN_0 - VAN \text{ básico} = 6.2 - (-15.58) = 21.78 \text{ millones de } \text{€}$$

Por tanto, se cerrará temporalmente el proyecto no cuando el precio de la tonelada sea inferior a su coste, sino cuando la pérdida sea tan grande que contrarreste los costes de cerrar temporalmente la mina.

7.5 Opción de abandono: Bye-Bye España, S.A.

La agencia de viajes internacional Bye-Bye España,S.A, ha solicitado una valoración externa a unos analistas para ver cómo evoluciona la empresa, la cual estima los flujos de caja según se refleja en la Tabla 19. Los activos fijos de la sucursal española ascienden a 80.000.000€ y su valor asciende anualmente a una tasa del 12%. Esta sería la opción de abandono de la empresa de modo que, si el valor de los flujos descontados en algún momento futuro está por debajo de su valor de liquidación esta procedería al cierre de sus operaciones.

Tabla 19. Presupuesto de caja de BYE-BYE ESPAÑA, S.A.

(en millones de €)	0	1	2	3	4	5
INGRESOS		302	308	360	312	380
-COSTES VARIABLES		109	120	289	269	159
-COSTES FIJOS		8	7,3	6	6,8	7,1
EBITDA		185,00	180,70	65,00	36,20	213,90
-AMORTIZACIÓN		3,00	3,00	3,00	3,00	3,00
BAIT		182,00	177,70	62,00	33,20	210,90
-IMPUESTOS		54,60	53,31	8,90	9,20	9,60
+AMORTIZACIÓN		3,00	3,00	3,00	3,00	3,00
FLUJO DE CAJA BRUTO		130,40	127,39	56,10	27,00	204,30
INVERSIÓN EN ACTIVO FIJO	190					
INVERSIÓN EN FONDO DE MANIOBRA		3,60	9,20	4,80	5,20	5,40
INVERSIÓN BRUTA	190	3,60	9,20	4,80	5,20	5,40
	0	1	2	3	4	5
FLUJO DE CAJA LIBRE	-190	126,8	118,19	51,3	21,8	198,9
FACTOR DE DESCUENTO		0,92089511	0,8480478	0,78096308	0,71918508	0,66229402
VA (FCL)	-190	116,7695	100,23077	40,0634058	15,6782347	131,730281
VA (PROYECTO)	214,472191					

Fuente: Elaboración propia

Después de realizar los cálculos oportunos, determinamos el VAN básico tal que:

$$VAN \text{ básico} = 24.47$$

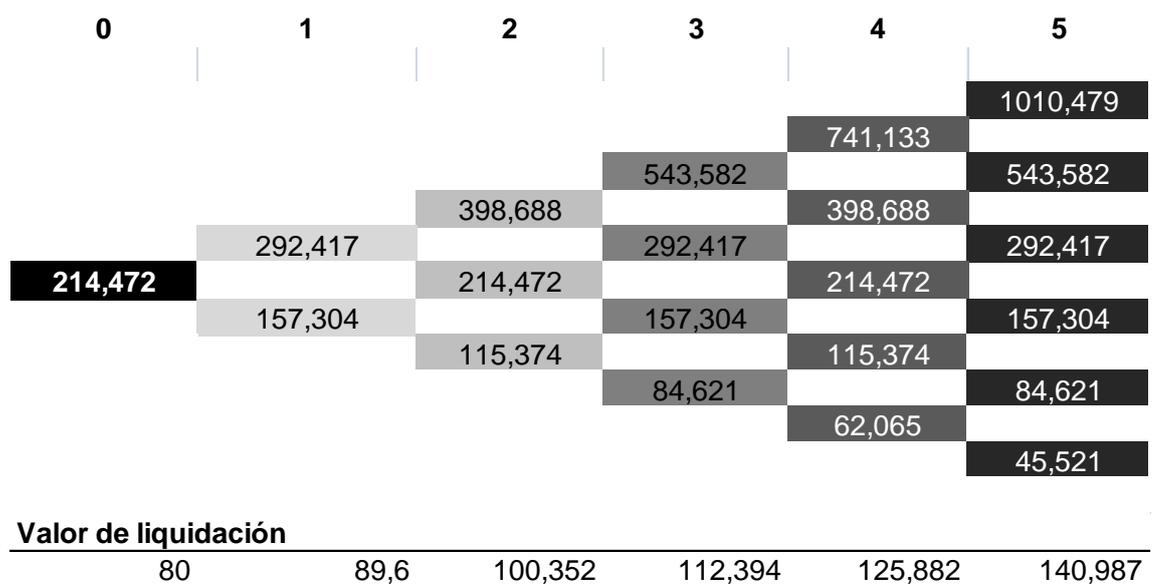
Teniendo en cuenta que la variabilidad de este sector es del 31%, calculamos los coeficientes de ascenso y descenso y las probabilidades neutrales de riesgo y planteamos el árbol binomial.

Tabla 20. Coeficientes anuales y probabilidades neutrales al riesgo de BYE-BYE ESPAÑA, S.A.

u	1,363425114
d	0,733446956
p	0,445178996
q	0,554821004

Fuente: Elaboración propia

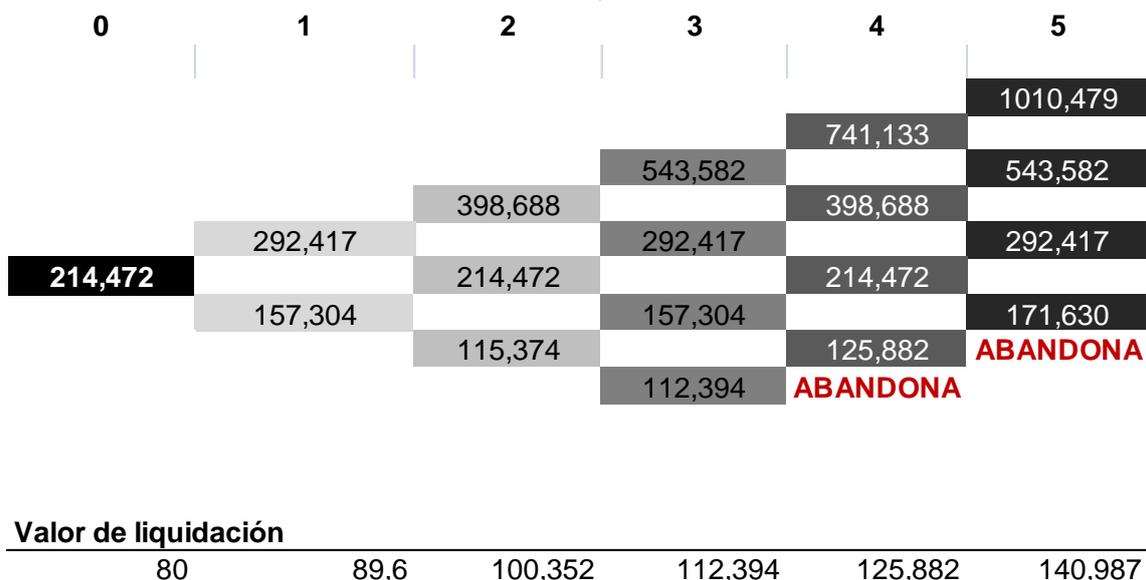
Ilustración 15. Árbol binomial sobre el precio del subyacente de BYE-BYE ESPAÑA, S.A..



Fuente: Elaboración propia

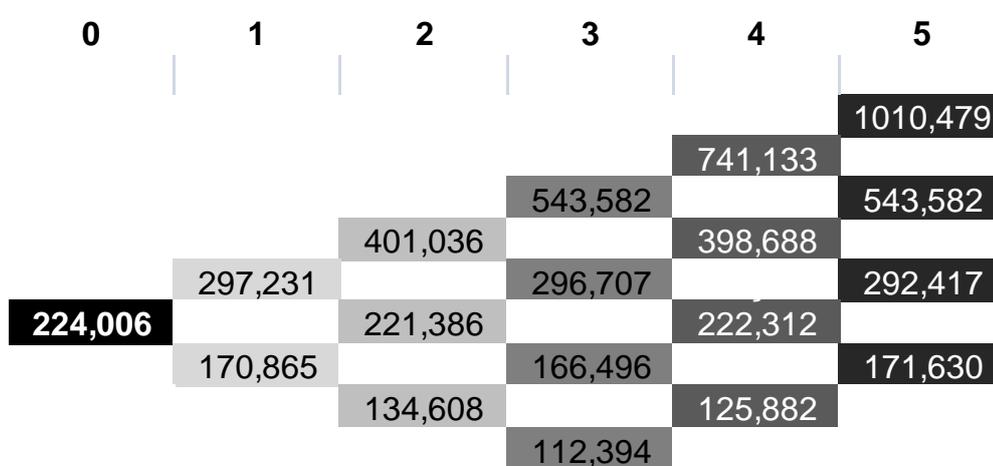
Como ya hemos visto, siempre que el valor de liquidación supere al VA de los flujos de caja esta será liquidada y, por esto, el valor de liquidación sustituirá a aquel.

Ilustración 16. Árbol binomial que refleja en qué momento abandonar el proyecto BYE-BYE ESPAÑA, S.A.



Fuente: Elaboración propia

Ilustración 17. Árbol binomial del valor de la opción BYE-BYE ESPAÑA, S.A.



Fuente: Elaboración propia

Dado que el VAN es 224.006, la opción de abandono será:

$$\text{Opción de abandono} = VAN_0 - VAN \text{ básico} = 224.006 - 24.47 = 199.54 \text{ millones de } \text{€}$$

Conclusiones

Tras haber expuesto la teoría más relevante sobre valoración de opciones reales y haber llevado a la práctica los modelos planteados se ha adquirido un grado de conocimiento sobre el tema en cuestión que permite evaluar la conveniencia y fiabilidad del principal método empleado desde un punto de vista crítico.

En lo que a la parte teórica se refiere, cabe destacar que se han encontrado números documentos sobre el tema, muchos de los cuales, textos principales mediante los que se ha desarrollado el presente documento, se encontraban en inglés. A mayores de estos, los estudios de Mascareñas han sido hoja de ruta para el desarrollo del presente.

A la hora de la práctica, el principal obstáculo encontrado ha sido hallar el valor de la varianza, el cual, como ya se ha explicado en el documento,

presenta numerosos problemas para aproximar su cálculo a la realidad. Si se procedía a calcular mediante varianza histórica surgía el problema de la obtención de datos, ¿se seleccionaban los datos del sector?, ¿desde cuándo seleccionar los datos para que no perturben la realidad actual?, ¿en dónde encontrar los datos en cuestión sin que ello conlleve un coste?

Para obtener datos históricos de los valores necesarios con un horizonte temporal muy alejado es necesario realizar un desembolso no posible para todos los bolsillos.

Sin embargo, si el cálculo se realizase mediante varianza implícita, necesitaríamos una empresa cuyas características fuesen muy similares a la evaluada, cosa muy difícil de obtener, ya que cada empresa tiene sus particularidades, lo que dificulta una aproximación adecuada. En la realidad, si se quisiera conocer la varianza implícita se deberían realizar los cálculos en sentido contrario a la varianza histórica: conociendo el valor del proyecto en el mercado aplicaríamos los modelos y deduciríamos la varianza que correcta o incorrectamente le aplica el mercado al título que se está evaluando.

En este caso, este no ha sido un inconveniente en sí mismo ya que, al no ser objeto del trabajo el cálculo de la varianza, se ha seleccionado un valor al azar para poder mostrar el desarrollo del modelo binomial, objeto principal del documento.

En lo que al VAN se refiere, este es punto de partida del modelo binomial y las numerosas limitaciones del método, que hacen alejarse al modelo de la realidad por su incapacidad de recoger el efecto de la flexibilidad, entre otras, se considera que no reflejan correctamente el valor de los proyectos en las

empresas. Por esto, se considera que algunas de las hipótesis planteadas tienen un carácter demasiado restrictivo. Esto puede ser un gran inconveniente a la hora de evaluar proyectos que no se adecuen a las limitaciones impuestas por el modelo, lo cual no tiene porqué implicar que el valor analizado sea una mala opción de inversión, simplemente que el VAN no está adecuado a la problemática.

Al incluir en el análisis el punto de vista de las opciones reales, este se vuelve más dinámico, aportando a los directivos una regla de decisión, que así es como se entiende más eficaz este tipo de valoración. Es decir, la valoración de proyectos de inversión mediante opciones debe entenderse, bajo opinión propia, como un método que sirva de guía a la hora de la toma de decisiones empresariales y no para obtener el valor exacto de lo que la empresa va a obtener o perder. Aún así, cabe destacar que tanto los coeficientes de ascenso y descenso, como las probabilidades neutrales al riesgo, basan su cálculo en la varianza.

Respecto a estas últimas, las probabilidades neutrales no son lo que se entiende por probabilidad comúnmente en estadística. Estas son en realidad un valor actual basado en los coeficientes de ascenso y descenso y, por tanto, hay que entenderlo como tal y no como la expresión clásica de probabilidad.

Salvando los inconvenientes, el modelo binomial es un modelo muy útil por su facilidad de cálculo y su aplicabilidad. Además, su comprensión es muy sencilla a la hora de traspasarla a la empresa: el modelo otorga pautas claras de comportamiento, a seguir por los directivos, en caso de que se plantee para la empresa uno u otro escenario.

Y es aquí donde, bajo un punto de vista personal, radica la importancia del modelo. Las empresas, cada vez en un entorno más volátil, influidas por numerosos factores cualitativos que afectan a su desarrollo pero que, en muchas ocasiones, no pueden controlar, necesitan algún modelo que puedan desarrollar de forma rápida y sencilla, recabando niveles de información asequibles, que les permitan poder fundamentar su toma de decisiones.

Debido a esto, el modelo binomial es referencia en la evaluación de proyectos y uno de los métodos más comúnmente empleados.

Por último, cabe destacar que se consideran alcanzados y superados los objetivos marcados al comienzo del documento, pudiendo afirmar que se ha comprendido ampliamente el mundo de la valoración mediante opciones reales aplicada al mundo empresarial.

Bibliografía

- Alliera, Carlos H.D. (2007). Estudio y Aplicaciones de Black & Scholes. Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires. Recuperado el 4 de junio de 2015 de <http://cms.dm.uba.ar/academico/carreras/licenciatura/tesis/alliera.pdf>.
- Black, F., Jensen, M., Scholes, M. (1972). *The Capital Asset Pricing Model: some Empirical Tests*. Studies in the Theory of Capital Markets. Nueva York: Praeger.
- Boer, Peter (2002). *The Real Options Solution: Finding Total Value in a High-Risk World*. EE.UU.:Wiley Finance.

- Branch, Marion A. (2003). *Real options in practice*. EE.UU.:Wiley Finance.
- Casanovas Romón, Monserrat (2014). *Opciones financieras (Séptima edición)*. Madrid: Pirámide.
- CNMV (2006). *Guía Informativa: Qué saber de...Opciones y Futuros*. Recuperado el día 17 de junio de 2015 en <www.cnmv.es/docportal/publicaciones/guias/guia_opcyfut.pdf>
- Copeland, Tom; Antikarov, Vladimir (2001). *Real options: a practioner's guide*. New York: Texere.
- Cox,J. Ross,S., Rubinstein,M. (1979). Options pricing: a simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7, 229-263. Recuperado el 11 de junio de 2015 en <fisher.osu.edu/~fellingham.1/seminar/CRR79.pdf>
- De la Fuente Herrero, Gabriel (2004). *La valoración de opciones reales: el caso de una inversión en el sector del automóvil*. Valladolid: Universidad de Valladolid.
- Espitia Escuer, Manuel; Pastor Agustín, Gema (2003). *Las Opciones Reales y su influencia en la Valoración de Empresas*. Zaragoza: Departamento de Economía y Dirección de Empresas, Universidad de Zaragoza.

- Fama, Eugene F., French Kenneth R. (2004) The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. *Journal of Economic Perspectives*, 18 (3), 25-46. Recuperado el 20 de marzo de 2014 en <<http://www-personal.umich.edu/~kathrynd/JEP.FamaandFrench.pdf>>.
- Fariñas Fernández, Francisco. *Opciones reales*. Recuperado el 4 de junio de 2015 de <<http://www.expansion.com/diccionario-economico/opciones-reales.html>>
- Font, M.B. (2000). De la paridad put call en opciones sobre el IBEX-35. *Revista española de financiación y contabilidad*, Vol. XXIX, 106, 991-1014.
- García Machado, Juan José (2001). *Opciones reales. Aplicación de la teoría de opciones a las finanzas empresariales*. Madrid: Ediciones Pirámide.
- Hull, John C. (2009). *Introducción a los mercados de futuros y opciones (Sexta edición)*. México: Pearson.
- IESE Universidad de Navarra. Utilización de la fórmula de Black & Scholes para valorar Opciones. Recuperado el 20 de mayo de 2015 de <<http://web.iese.edu/pablofernandez/docs/FN-0425.pdf>>
- Infobolsa. <www.infobolsa.es>

- Instituto de España Madrid (2000). *La decisión de invertir y la teoría de opciones*. Recuperado el 20 de mayo de 2015 de <<http://web.iese.es/RTermes/acer/acer47.htm>>
- Iturrioz del Campo, Javier. Valor actualizado Neto. Recuperado el día 4 de junio de 2015 de <<http://www.expansion.com/diccionario-economico/valor-actualizado-neto-van.html>>
- Kester, W.Carl (1984). Today's options for tomorrow growth. *Harvard Business Review*, 153-160.
- Mascareñas, Juan (2013). *Monografías de Juan Mascareñas sobre Finanzas Cooperativas*. Recuperado el día 4 de mayo de 2015 de <<http://pendientedemigracion.ucm.es/info/jmas/opreal.htm>>
- Mascareñas, Juan; Rodríguez, Manuel (2014). *Opciones Reales y Gestión de Empresas. La Importancia de la Flexibilidad y el Riesgo en la Valoración*. A Coruña: AECA.
- Méndez Suárez, Mariano (2013). *Opciones reales. Métodos de simulación y valoración*. Madrid: Editorial del Economista.
- Merton, Robert C. (1973) Theory of rational options pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol IV, Nº1, 141-183. Recuperado el 15 de junio de 2015 de <<http://www.maths.tcd.ie/~dmcgowan/Merton.pdf>>

- Mun, Johnathan (2005). *Real options analysis: tools and techniques for valuing strategic investments and decisions*. EE.UU.:John Wiley & Sons, Inc.
- Pérez-Carballo Veiga, Juan F. (2013). *El análisis de inversiones en la empresa*. Madrid: ESIC Editorial.
- Rayo Cantón, S.; Cortés Romero, Antonio M. (2007). *Valoración de proyectos de inversión con opciones reales. Fundamentos matemáticos, financieros y evidencia empírica*. Granada: Universidad de Granada.
- Rodríguez-Aragón, Licesio J. (2011). *Simulación. Método de Montecarlo*. Universidad de Castilla La Mancha. Área de Estadística e Investigación Operativa. Recuperado el 10 de junio de 2015 de <https://www.uclm.es/profesorado/licesio/Docencia/mcoi/Tema4_guion.pdf>
- Sharpe, W.F. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management Science*, 9 (2), 277-293. Recuperado el 15 de abril de 2014 en < <http://analisisoeffiecs.files.wordpress.com/2013/07/teoria-de-portafolio-sharpe-1.pdf> >.
- Stoll, H.R.(1969). The Relationship Between Put and Call Option Prices,*Journal of Finance*, Vol. XXIV, 5, 802-824.
- Ziegler, Alexandre (2004). *A Game Theory Analysis of Options*. Berlín: Springer-Verlag.