



# Dirección financeira

Licenciatura en ADE (4º curso)

Dobre licenciatura en ADE + Dereito (5º curso)

Autor do material de apoio ao estudo:

David Peón (UDC)

# INDICE

## PARTE I: FINANZAS CORPORATIVAS

1. A función financeira da empresa
2. A decisión de financiamento
3. A decisión de investimento
4. Decisións financeiras a curto prazo: A xestión da tesouraría
5. Decisións financeiras a curto prazo: Contas a cobrar e control da morosidade
6. Valoración de empresas

# INDICE

## PARTE II: FINANZAS DE MERCADO

7. Teorías sobre a formación do prezo: Mercado eficiente
8. Teorías de selección de carteiras
9. O modelo CAPM
10. Activos de renda fixa. O risco de tipo de xuro
11. Derivados: Forwards e futuros
12. Derivados: Opcións financeiras
13. Derivados: Swaps



# Tema 1

## A función financeira da empresa

# BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

---

- I. **Doldán, F. R. (2003), *Dirección Financiera de la Empresa*, Tórculo Edicións. → Capítulo 1.**
  
- II. Piñeiro, C., de Llano, P. (2009), *Principios y modelos de dirección financiera*, Andavira. → Capítulo 1.

# SUMARIO

## I. A función financeira da empresa

- Economía financeira da empresa
- Función financeira

## II. Decisións financeiras

-----XXX-----

### PROGRAMA DIRECCIÓN FINANCEIRA

-----XXX-----

## III. Obxectivo financeiro

- Enfoque clásico: Maximización de beneficios
- Enfoque moderno: Maximización do valor
- Enfoque directivista: Relación de axencia
- Enfoque actual: Responsabilidade social corporativa

# I. A función financeira

## □ Economía financeira da empresa

### ■ Empresa

DEF: Organización ('estructura sociotécnica') dotada dun compoñente humano e funcionalidades de autoridade e asignación de responsabilidades, que leva a cabo unha actividade productiva.

↳ A DIRECCIÓN FINANCEIRA é o departamento da empresa responsable da función financeira que se deriva dese proceso productivo.

### ■ Economía financeira da empresa

\* Céntrase nos aspectos financeiros da empresa, có obxectivo de maximizar o valor de mercado para os propietarios.

\* Nomes: Admon., Dirección financeira, Finanzas empresariais, Tª das decisións financeiras...

#### ■ A EFE ocúpase de

➤ Xestión financeira empresarial → Planificación, maximización da eficacia operativa

➤ Comportamento dos mercados financeiros nos que operan as empresas

→ Coñecer os mercados, criterios de investimento e financiamento ao menor custo posible

# I. A función financeira

## □ A función financeira da empresa

### ▪ A función financeira comprende a resposta a 3 cuestións:

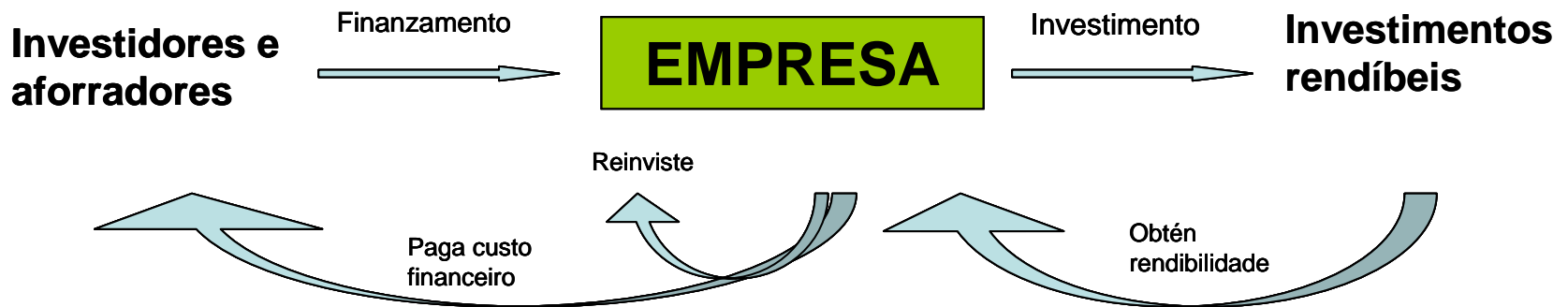
- |                                   |  |                        |
|-----------------------------------|--|------------------------|
| • En que investir                 | Que activos debe adquirir a empresa?   | CATEGORÍAS DE ACTIVO   |
| • Canto investir                  | Que volume de capitais comprometer?    | DIMENSIÓN E CRECEMENTO |
| • Como financiar ese investimento | Fontes de financiamento deses capitais | COMPOSICIÓN DO PASIVO  |

### ▪ Idea

- Empresa como unidade económica de produción → actividade de tipo principal/ técnico: transformar 'inputs' en 'outputs' e colocación de outputs no mercado
- Pero desde un punto de vista financeiro, a función da empresa é a **captación e conversión de aforro en investimento productivo**.



# I. A función financeira



- **Activo e Pasivo** relaciónanse a través do ciclo financiamento – investimento:
  - principio de racionalidade financeira: empresa como asignadora de recursos na economía, seleccionando investimentos suxeito a restricción orzamentaria.
  - transformadora de aforro en investimentos productivos.
  - obxectivo: obter rentabilidade suficiente para retribuir capitais e obter marxe de autofinanciamento que garanta crecemento e autonomía financeira.
    - ↳ Require  $r > k$  e outras relacións de equilibrio orzamentario
- Función do director financeiro: garantir que o ciclo financiamento – investimento transcorra con regularidade. *Exs.: avaliar alternativas de investimento, procurar recursos de financiamento, organizar fluxos de tesouraría, supervisar equilibrio financeiro, xestionar riscos, crecemento...*

# SUMARIO

## I. A función financeira da empresa

- Economía financeira da empresa
- Función financeira

## II. Decisións financeiras

-----XXX-----

### PROGRAMA DIRECCIÓN FINANCEIRA

-----XXX-----

## III. Obxectivo financeiro

- Enfoque clásico: Maximización de beneficios
- Enfoque moderno: Maximización do valor
- Enfoque directivista: Relación de axencia
- Enfoque actual: Responsabilidade social corporativa

# II. Decisións financeiras

## ■ As decisións financeiras abarcan

### Investimento

Selección de investimentos (estrutura económica) → determina rendibilidade da empresa

### Financiamento

Captación de recursos (proprios ou alleos) ao menor custo posible (estrutura financeira)  
→ determina custo de capital da empresa.

### Dimensión

Dimensionar decisións de investimento e financiamento en función do mercado  
→ determina economías de escala e estrutura de custos.

## ■ Distinguímos...

1. Decisións financeiras de C/P: orientadas ao periodo de operación (ciclo de explotación).

*Ex.: control de tesourería, xestión de dispoñible, asegurar solvencia financeira, xestión de almacén, dos canais de distribución, control de morosidade, etc.*

2. Decisións financeiras de L/P: orientadas a periodos superiores ao ciclo de explotación, inclusive superiores ao ano.

*Ex.: selección de proxectos de investimento, estrutura financeira e política de endebedamento, política de dividendos e política de crecemento.*

# II. Decisións financeiras

- **En resumo, a función financeira da empresa...**
    - Coordinará as actividades básicas da empresa: planificación, fluxos e xestión do efectivo
    - Administrará os orzamentos de capital e orzamento a curto prazo
    - Procurará fondos tanto no mercado de capitais como no monetario, establecendo
      - Políticas de endebedamento
      - Emisión de novas accións, dividendos e autofinanciamento
      - Xestión do crédito e relación coas entidades financeiras
    - Xestionará pagamentos e cobramentos, etc. (\*)
  
  - ...tendo sempre presente un factor de xestión fundamental: **O RISCO**
    - Doble concepto: **posibilidade de perda vs variación de rendibilidade**
    - **Riscos asociados á rendibilidade: global, económico, financeiro.**
- ↳ O **risco** é o núcleo da teoría financeira:
- todas as decisións financeiras se toman en entornos incertos
  - non existe 'bola de cristal': analizar escenarios, asignar probabilidades e plantexar accións.

(\*) Establecemos todas esas decisións, mais... con que **obxectivos?**

→ **Ver pto. 3**

# PROGRAMA DF

- **PARTE I – Finanzas corporativas**

- T.1 A función financeira da empresa.

- T.2 A decisión de financiamento: EFO, tipoloxía e custo das fontes financeiras.

- T.3 A decisión de investimento: entornos de certeza, risco e incerteza

- T.4 Decisións financeiras a curto prazo 1: a xestión de tesouraría

- T.5 Decisións financeiras a curto prazo 2: contas a cobrar e control da morosidade

- T.6 Análise fundamental: valoración de empresas

- **PARTE II – Finanzas de mercado**

- T.7 Teorías sobre a formación dos prezos: a eficiencia dos mercados financeiros (EMH).

- T.8 Teorías de selección de carteiras

- T.9 Valoración de activos de capital: modelos CAPM e APT

- T.10 O risco de tipo de xuro: activos de renda fixa

- T.11 Derivados. Futuros e forwards

- T.12 Derivados. Opcións

- T.13 Derivados. Swaps e outros derivados

# PROGRAMA DF

## ■ Na Parte I daremos por coñecidos conceptos como...

\* A creación de valor como obxectivo fundamental da empresa

\* Análise económico – financeiro básico da empresa:

· O equilibrio financeiro (*máx. estabilidade financeira; estabilidade financeira normal = capital corrente positivo; suspensión de pagamentos; quebra técnica*)

· Análise mediante ratios financeiros (*ratios de liquidez, solvencia, endebedamento*)

· Rendibilidade económica (ROA)  $Re = \frac{BAXI}{V} \times \frac{V}{A} = (rV)x(RA)$

· Rendibilidade financeira (ROE)  $Rf = \frac{BN}{FP} = Re \cdot \text{efecto panca financeira} \cdot \text{efecto impositivo}$

$$\text{descomposición ROE} \quad \left\{ \begin{array}{l} Rf = Re \cdot \left[ \left( 1 - \frac{i \cdot L}{BAIT} \right) \cdot (1 + \lambda) \right] \cdot (1 - \tau) \\ Rf = \left[ Re + (Re - i) \cdot \frac{L}{C} \right] \cdot (1 - \tau) \end{array} \right.$$

\* A xestión baseada no valor e xeradores de valor económico - financeiros

\* A Estrutura Financeira Óptima (EFO): tese tradicional vs Modigliani - Miller

\* Investimento en entorno de certeza: VAN, TIR, simple vs non simple, puro vs mixto...

\* Orzamento de tesouraría: principios básicos.

# SUMARIO

## I. A función financeira da empresa

- Economía financeira da empresa
- Función financeira

## II. Decisións financeiras

-----XXX-----

### **PROGRAMA DIRECCIÓN FINANCEIRA**

-----XXX-----

## III. Obxectivo financeiro

- Enfoque clásico: Maximización de beneficios
- Enfoque moderno: Maximización do valor
- Enfoque directivista: Relación de axencia
- Enfoque actual: Responsabilidade social corporativa

# III. Obxectivo financeiro

- **Obxectivo financeiro fundamental de calquer empresa**

*“incrementar a riqueza dos propietarios, proporcionando retribución suficiente e axeitada aos capitais comprometidos e ao risco asumido ao participar nos negocios da empresa”.*

→ trátase, en resumo, de conseguir a supervivencia da empresa nun entorno hostil (o mercado)

- **Enfoque clásico: maximización dos beneficios**

- **Suposto central da teoría económica neoclásica**

Os axentes (e.g., consumidores) tenta maximizar a súa utilidade

→ de xeito equivalente, o empresario quiere maximizar a súa participación no beneficio

- **Problemática dos beneficios**

- discutible representatividade como indicador de éxito (*en P&G distintas cifras de bfo, rtdos extraordinarios, etc.*)

- carente de dimensión temporal (*podemos max. bfo. liquidando activos productivos ó principio da súa vida útil, suprimir gastos con perspectiva especulativa, investir en activos financeiros especulativos, etc*)

- en resumo, son fácilmente manipulábeis e non representativos do VALOR



# III. Obxectivo financeiro

## □ Enfoque moderno: maximización do valor

### ■ Obxectivo fundamental

Maximización da riqueza conxunta dos que posúen dereitos de propiedade sobre a empresa  
Tradúcese no obxectivo financeiro de maximizar o valor de mercado (cotización) da compañía  
→ obxectivo financeiro último ou superior da actividade empresarial  
→ coherente có obxectivo de maximización de beneficios

### ■ 9 elementos clave das finanzas modernas

1.- Concepto de valor → medida financeira da utilidade agardada dunha operación financeira.  
*'Financeira' = síntese valor nominal + distribución temporal (ver pto. 2)*

2.- Valor temporal do diñeiro → o valor dun capital depende de valor nominal e vencemento.  
Pensar en termos de valor axuda a manter unha visión L/P da empresa

3.- Fluxos económicos vs tesouraría → abandónase o enfoque 'movementos de tesouraría' por unha perspectiva máis ampla baseada nos fluxos económicos xerados pola actividade empresarial.

Aínda así, non se debe perder de vista que os fluxos son manipulábeis e a xestión da da tesouraría é unha área crítica para a supervivencia da empresa

# III. Obxectivo financeiro

- **9 elementos clave das finanzas modernas** (continuación)
  - 4.- Formalización do risco financeiro → o risco mide o grao de incerteza; determina a incapacidade para manter un control preciso da empresa. Coñecelo, medilo e modelizalo é fdmtal
  - 5.- O concepto de eficiencia → se os mercados son eficientes, o prezo dos activos reflexa fielmente o seu valor fundamental, e o rendemento dun activo financeiro sigue un movemento aleatorio (Ch. 7)
  - 6.- Binomio risco – rendibilidade → risco e rendibilidade esixible están relacionados.  
Veremos esa relación en xestión de carteiras e modelos de valoración CAPM (Ch. 8 e 9)
  - 7.- Valoración neutral ao risco (*'risk neutral valuation'*)
    - valor dun activo financeiro en entorno de risco = valor actual dos fluxos esperados, descontados cun tipo de desconto que recolla a taxa libre de risco + a prima de risco
    - valoración equivalente nun entorno hipotético libre de risco = deseñar un activo ficticio que replique os fluxos do investimento orixinal (*'no arbitrage condition'*) (Ch. 11, 12 e 13, derivados)
  - 8.- Independencia das decisións de investimento e financiamento
    - investimento e financiamento analízanse como problemas separados, *'ceteris paribus'*
  - 9.- Comportamento ético → ningunha empresa sobrevive se perde a súa reputación
- **Pregunta de exame** Cal dos seguintes NON é un elemento clave das finanzas modernas?
  - a) O comportamento ético das empresas
  - b) ...

# III. Obxectivo financeiro

## □ Enfoque directivista: relación de axencia

### ■ Por que é revisada a idea de 'maximizar o bfo'?

- distinción beneficio contable vs económico
- separación entre propiedade e dirección
- teoría do equilibrio na organización

### ■ Problema de axencia

- Empresas grandes, propiedade e xestión recaen en persoas distintas

→ En teoría, a propiedade (accionistas) escollen ao equipo xestor (directiva), pero non sempre os xestores actúan en estricto cumprimento dos intereses dos accionistas...

- PROBLEMA DE AXENCIA: Conflicto de intereses entre accionistas e xestores. *Ex.: xestores máis interesados na súa propia carreira, acumular poder, prestixio, elevadas remuneracións ou incentivos, etc.*

↳ Pode dar lugar a toma de decisións + arriscadas ('*moral hazard*')

*Risco moral: un decisor, aillado do risco, compórtase de maneira diferente a como o faría de estar exposto ao risco, e ter así que asumir as consecuencias das súas propias decisións.*

# III. Obxectivo financeiro

## □ Enfoque actual: responsabilidade social corporativa

### ▪ RSE

- Empresa socialmente responsable é aquela que se impón a si mesma un código de conducta autorregulado integrado no seu propio modelo de negocio.

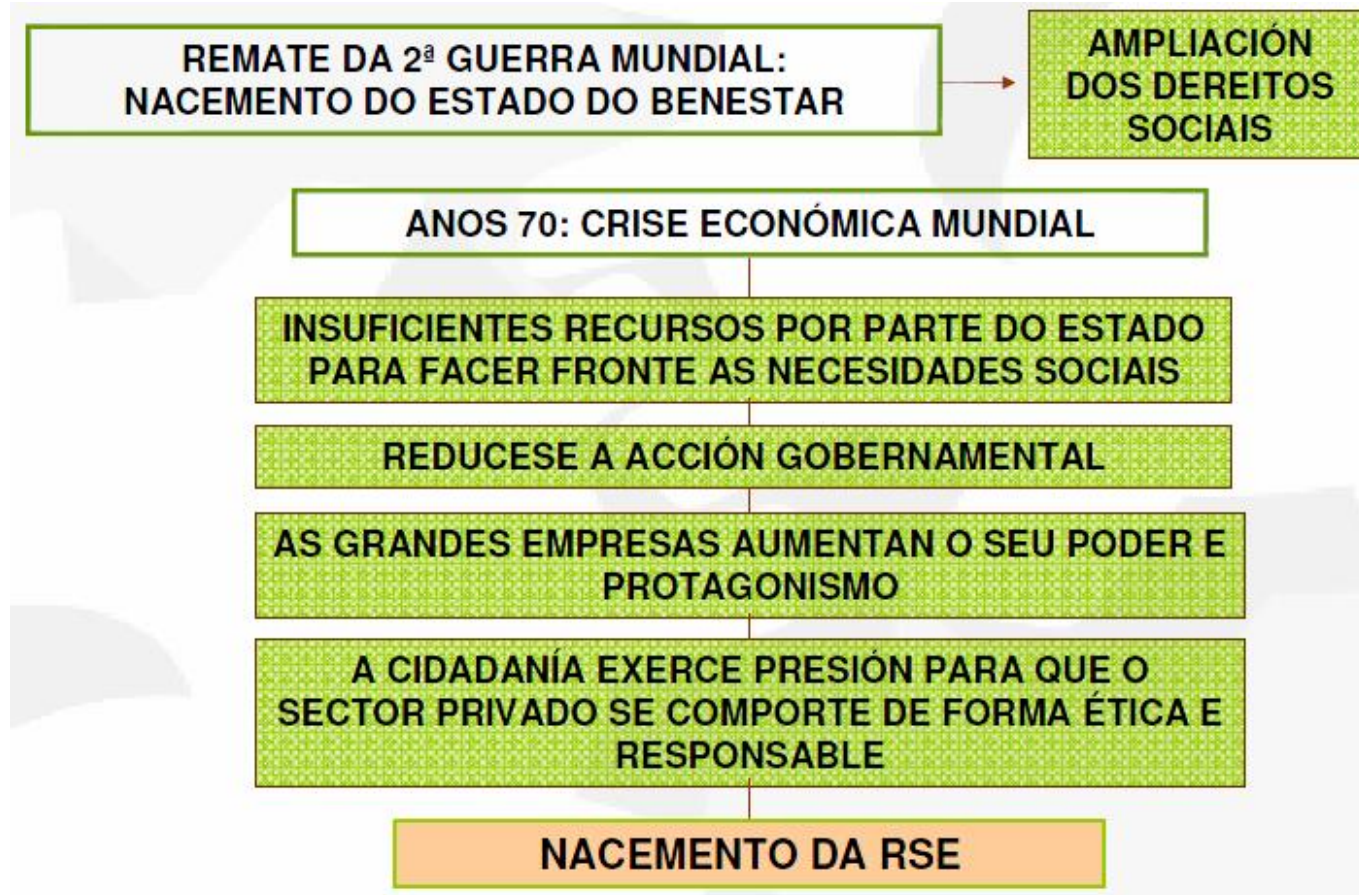
- A Comisión Europea no seu 'Libro Verde' definiu a RSE como un **concepto a través do cal a empresa integra de forma voluntaria as dimensións social e ambiental nas súas operacións de negocio e nas súas relacións cos grupos de interese.**

- Ten en conta a creación de valor non só para o accionista, senón tamén para o beneficio social (ou cando menos, non provocar externalidades negativas)

→ *A RSE debe contribuír a xerar valor para todos os grupos de interese, o que repercutirá na mellora da empresa no longo prazo. Xestionarásese tendo en conta a viabilidade económica da empresa a curto e longo prazo e co rigor dun investimento económico*

# III. Obxectivo financeiro

## ■ Orixes da RSE





# TEMA 2

## Decisión de financiamento

# BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

---

- I. **Boedo, L. (2009): *Las fuentes de financiación y su coste*. Netbiblo. → Capítulos 3, 4 e 5**
- II. **Suárez, A. (2005): *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. 21ª edición, Pirámide. → Capítulos 36 e 37**
- III. **Álvarez, B. e Boedo, L. (2011): *La financiación empresarial: exposición teórica y análisis de la operativa*. Inforbook's.**

# SUMARIO

---

## I. **Introducción**

## II. **Financiamento alleo**

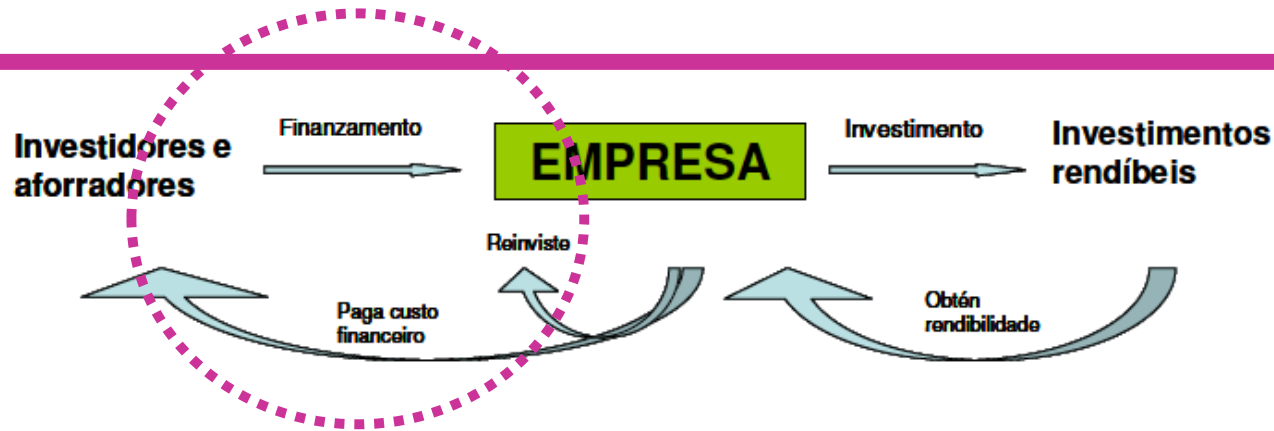
- Financiamento a medio e longo prazo
- Financiamento a curto prazo

## III. **Financiamento propio**

## IV. **Estrutura de capital óptima**



# I. Introducción



## ■ Coñecementos previos

Posibilidades de financiamento (conceptos e operativa)

Análise económico-financeira básica da empresa

Estrutura financeira óptima: tese tradicional vs Modigliani-Miller

## ■ Obxectivo

Determinación do custo real de diferentes fontes de financiamento mediante a análise de casos

NON SE TRATA DE REALIZAR UNHA LISTA EXHAUSTIVA DE FONTES DE FINANCIAMENTO:

- alumnos instruídos sobre opcións de financiamento e operativa (e.g., matemáticas financeiras)
- alumnos coñecen as distintas teorías sobre estrutura de capital óptima (planificación financeira)

O obxectivo perseguido é fundamentalmente analizar o custo real das fontes de financiamento, centrando a atención nalgúnhas fontes de financiamento concretas.

# I. Introducción

- **Nota** - Non imos considerar o efecto de impostos ou inflación (Suárez p.554 e ss.)
- **Impostos:** as cantidades pagadas en concepto de xuros son deducibles da base imponible do imposto  
→ para as empresas rendibles o endebedamento supón un aforro impositivo
- **Inflación:** reduce o custo real do crédito para o prestatario a costa do prestamista (tipo de xuro real vs nominal)  
Efecto conxunto  $k'_i = [(1 - t) \cdot k_i - \pi] / (1 + \pi)$  Onde  $k_i$  custo da débeda,  $t$  tipo impositivo,  $\pi$  inflación
- **Fontes de financiamento. Clasificacións**
  1. **Prazo**, considerando o tempo que resta ata vencemento
    - a. medio e longo prazo: vencemento superior ao ano
    - b. curto prazo: esixibles nun prazo inferior/igual ao ano
  2. **Vías** de obtención do financiamento
    - a. emisión de títulos en mercados organizados: RV (accións, preferentes) e RF (obligacións, bonos)
    - b. intermediarios financeiros: financiam. bancario, arrendamento financeiro, capital risco, *project finance*...
  3. **Orixe**, en función da procedencia dos recursos financeiros
    - a. financiamento externo: emisión de accións, subvencións, préstamos, etc.
    - b. autofinanciamento: recursos xerados pola empresa
  4. **Natureza**, segundo a vinculación da aportación de recursos coa empresa. Plan Xeral Contable:
    - a. Patrimonio Neto: fondos propios (capital + reservas) e subvencións
    - b. Pasivo: recursos alleos a corto e longo prazo (préstamos e empréstitos, entre outros)

# SUMARIO

---

I. Introducción

**II. Financiamento alleo**

- Financiamento a medio e longo prazo
- Financiamento a curto prazo

III. Financiamento propio

IV. Estrutura de capital óptima

# II. Financiamento alleo

## □ Financiamento a medio e longo prazo

- **Custo efectivo**

**Aplicación do principio de equivalencia financeira: tipo de xuro anual (r)\* que fai que o valor actual do recibido sexa igual ao valor actual do finalmente entregado**

*\* Se a periodicidade dos pagos fose inferior á anual, a ecuación de equivalencia financeira proporcionaría un tipo m-ésimo ( $r_m$ ), calcularíamos r mediante a fórmula:*

$$r = (1 + r_m)^m - 1$$

### **I.- PRÉSTAMO**

Operación financeira consistente na entrega dun capital por parte do *prestamista* no momento inicial (*prestación*) e a entrega de varios capitais diferidos no tempo por parte do *prestatario* (*contraprestación*, incluídos os xuros xerados e a parte de amortización do principal) → **Un único acredor**

Os bancos facilitan a denominada **Tasa Anual Equivalente (TAE)**, que inclúe os gastos e comisións sinalados polo Banco de España (e.g. comisión de apertura, comisión de amortización ou cancelación anticipada), pero que non recolle exhaustivamente todos os gastos incurridos polo cliente (e.g. corretaxes, gastos notariais, impostos)

# II. Financiamento alleo

## Exemplo 1

a) Determinar o custo efectivo dun préstamo a 120 meses por un importe de 10.000€ con tipo de xuro nominal do 8,75% (sistema de amortización francés ou de cota constante)

### Datos iniciais:

Principal del préstamo ( $C_0$ )	10.000,00	Periodos ( $n \cdot m$ )	120
Vencimiento en años ( $n$ )	10	$i_m$ ( $J_m / m$ )	0,729%
Frecuencia ( $m$ )	12	$a_{n \cdot i}$	79,7914
TI nominal anual ( $J$ )	8,75%	Cuota total ( $\alpha_t$ )	125,33

### Datos intermedios:

t	$\alpha_t$	$I_t$	$A_t$	$M_t$	$C_t$
0					10.000,00
1	125,33	72,92	52,41	52,41	9.947,59
2	125,33	72,53	52,79	105,20	9.894,80
...	...	...	...	...	...
118	125,33	2,70	122,62	9.752,06	247,94
119	125,33	1,81	123,52	9.875,58	124,42
120	125,33	0,91	124,42	10.000,00	0,00

$$\alpha = 10.000 / a_{120-0,729\%} = 125,33 \quad I_t = 0,729\% \cdot C_{t-1} \quad A_t = \alpha - I_t \quad M = \Sigma A$$

Dividimos o exercicio en dúas partes:

1. O cálculo da cota mensual do préstamo ( $\alpha_t$ ) e as distintas táboas de amortización polos distintos métodos (cota cte. de amortización, stma. amortiz. Francés, etc.) son coñecementos previos do alumno que se dan por sabidas.

Facemos aquí simplemente un breve repaso do sistema de amortización francés:

$\alpha_t = A_t + I_t \rightarrow$  constante. Polo ppio de equivalencia financeira...

$$C_0 = \alpha \cdot (1+i)^{-1} + \alpha \cdot (1+i)^{-2} + \dots + \alpha \cdot (1+i)^{-n} = \alpha \cdot a_{n \cdot m-i_m}$$

Onde

$$a_{n-i} = \left[ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right] \quad e \quad a_{n \cdot m-i_m} = \left[ \frac{1-(1+i_m)^{-n \cdot m}}{i_m} \right]$$

# II. Financiamento alleo

## 2. Determinar o custo real.

Esta é a parte que nos interesa para a asignatura

### a) *Cálculo da TIR*

Polo principio de equivalencia financeira, será o tipo que iguala a prestación (10.000 eur) coa contraprestación (as distintas cotas mensuais abonadas en cada periodo)

$$10.000 = 125,33 \cdot a_{120-r|12}$$

Evidentemente, neste caso coincide có tipo  $i_{12} = 0,7292\%$

### b) *Cálculo do custo real anual (r)*

O custo real anual dunha fonte de financiamento debe expresarse sempre **en termos anuais**. Cando traballamos con periodos inferiores ao ano (como neste caso), debemos transformar o resultado, simplemente...

$$r = (1 + r_m)^m - 1$$

Resultando  $r = 9,11\%$

### Determinación del coste real:

Comisiones iniciales	
Gastos iniciales	
Com. periódicas	
Gastos periódicos	
TIR ( $r_m$ )	0,7292%
Coste real anual (r)	9,11%
<b>Gastos adicionales</b>	<b>Flujos de caja</b>
0,00	10.000,00
0,00	-125,33
0,00	-125,33
0,00	-125,33
0,00	-125,33
0,00	-125,33
0,00	-125,33

a)

b)

## II. Financiamento alleo

b) Determinar a implicación no custo efectivo do préstamo se se require o pagamento dunha comisión de apertura do 2% con mínimo de 90€, e duns gastos periódicos de 3€ polo mantemento da conta asociada

Resolvemos de maneira similar

### Datos iniciais:

Principal del préstamo ( $C_0$ )	10.000,00	Periodos ( $n \cdot m$ )	120
Vencimiento en años ( $n$ )	10	$i_m$ ( $J_m / m$ )	0,729%
Frecuencia ( $m$ )	12	$a_{n \cdot i}$	79,7914
TI nominal anual ( $J$ )	8,75%	Cuota total ( $\alpha_t$ )	125,33

### Datos intermedios:

t	$\alpha_t$	$I_t$	$A_t$	$M_t$	$C_t$
0					10.000,00
1	125,33	72,92	52,41	52,41	9.947,59
2	125,33	72,53	52,79	105,20	9.894,80
118	125,33	2,70	122,62	9.752,06	247,94
119	125,33	1,81	123,52	9.875,58	124,42
120	125,33	0,91	124,42	10.000,00	0,00

### Determinación del coste real:

Comisiones iniciales	2,00%
Gastos iniciales	
Com. periódicas	
Gastos periódicos	3,00
TIR ( $r_m$ )	0,8152%
Coste real anual ( $r$ )	10,23%
<b>Gastos adicionales</b>	<b>Flujos de caja</b>
200,00	9.800,00
3,00	-128,33
3,00	-128,33
3,00	-128,33
3,00	-128,33
3,00	-128,33

Vemos como agora  $i_{12}$  non coincide con TIR ( $r_{12}$ ) debido á introducción de comisións e gastos.

O custo efectivo anual incrementase máis dun punto porcentual.

## II. Financiamento alleo

c) Determinar a implicación se ademáis do exposto nos apartados anteriores se contemplan gastos notariais por un importe de 900€

Idem

### Datos iniciais:

Principal del préstamo ( $C_0$ )	10.000,00	Periodos ( $n \cdot m$ )	120
Vencimiento en años ( $n$ )	10	$i_m$ ( $J_m / m$ )	0,729%
Frecuencia ( $m$ )	12	$a_{n i}$	79,7914
TI nominal anual ( $J$ )	8,75%	Cuota total ( $\alpha_t$ )	125,33

### Datos intermedios:

$t$	$\alpha_t$	$I_t$	$A_t$	$M_t$	$C_t$
0					10.000,00
1	125,33	72,92	52,41	52,41	9.947,59
2	125,33	72,53	52,79	105,20	9.894,80
118	125,33	2,70	122,62	9.752,06	247,94
119	125,33	1,81	123,52	9.875,58	124,42
120	125,33	0,91	124,42	10.000,00	0,00

### Determinación del coste real:

Comisiones iniciais	2,00%
Gastos iniciais	900,00
Com. periódicas	
Gastos periódicos	3,00
<b>TIR (<math>r_m</math>)</b>	<b>1,0103%</b>
<b>Coste real anual (<math>r</math>)</b>	<b>12,82%</b>
<b>Gastos adicionales</b>	<b>Flujos de caja</b>
1.100,00	8.900,00
3,00	-128,33
3,00	-128,33
3,00	-128,33
3,00	-128,33
3,00	-128,33



# II. Financiamento alleo

## II.- EMPRÉSTITO → ver T10 'Activos de Renda Fixa'

Préstamo emitido por unha empresa ou Estado no que o total da débeda se divide en partes de igual contía, representada cada unha delas por un título, denominado obrigación. O adquirente pasa a ser *prestamista* do emisor, tendo dereito ao cobro dos xuros e a devolución do principal nas condicións pactadas → **Múltiples acredores**

**NOTA:** No T10 vemos cuestións de valoración e risco desta fonte de financiamento de mercado. Aquí mencionamos os empréstitos a efectos de comparación coas demais fontes de financiamento alleo; en particular, para realizar o cálculo do **custo efectivo anual** que a emisión dun empréstito supón para a empresa emisora.

### Exemplo 2

Álvarez e Boedo (2011), p. 96

Emisión de 500 obrigacións nominal 100.000€, vencemento 5 anos, tipo de xuro nominal anual 4% pagados anualmente. Os gastos para o emisor son do 0,3% do VN da emisión. Determinar o custo efectivo do empréstito.

<u>Datos iniciais:</u>		<u>Datos intermedios (1 obrigación):</u>	
Nº obrigacións ( $N_0$ )	500	Periodos ( $n \cdot m$ )	5
Valor nominal por oblig (VN)	100.000	$i_m$ ( $J_m / m$ )	4,00%
Emisión al	100%	Precio de emisión	100.000
Prima amortización	0,00%	Valor amortización	100.000
Vencimiento en anos ( $n$ )	5	Cupón periódico	4.000
TI nominal anual ( $J$ )	4,00%	<u>Datos intermedios (empréstito):</u>	
Frecuencia ( $m$ )	1	Ingreso empresa	50.000.000
		Cupón periódico	2.000.000
		Valor amortización	50.000.000

t	Ingresos	Intereses	Amortización
0	50.000.000	0	0
1	0	2.000.000	0
2	0	2.000.000	0
3	0	2.000.000	0
4	0	2.000.000	0
5	0	2.000.000	50.000.000

<u>Determinación del coste real:</u>	
Comisiones iniciais	0,30%
Gastos iniciais	0,00
Com. periódicas	0,00%
Gastos periódicos	0,00
<b>TIR (<math>r_m</math>)</b>	<b>4,068%</b>
<b>Coste real anual (<math>r</math>)</b>	<b>4,068%</b>
Gastos adicionales	Flujos de caja
150.000	49.850.000
0	-2.000.000
0	-2.000.000
0	-2.000.000
0	-2.000.000
0	-52.000.000

# II. Financiamento alleo

## □ Financiamento a curto prazo

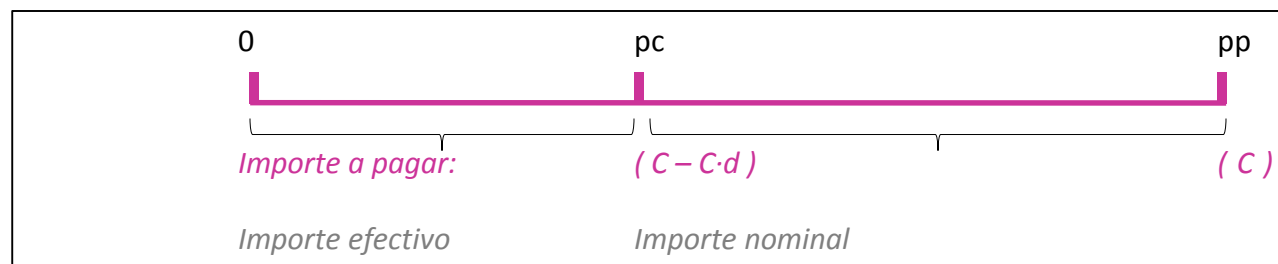
### I.- CRÉDITO COMERCIAL OU DE PROVEDORES

Nunha operación de compra-venda, a empresa vendedora concede á compradora un prazo de tempo para realiza o pago da mercadoría adquirida, sendo habitual un prezo diferente segundo o pagamento se realice dentro do 'prazo de contado' (aplicación dun desconto por pronto pago) ou de forma aprazada

**Condições expresadas en factura: “d%/pc neto pp”** → e.g., “2/10 neto 60”

d = desconto por pronto pago; pc = prazo de contado; pp = prazo de pagamento

“Aplicación dun desconto do d% se o pagamento se realiza ata o día pc (inclusive), sendo pp o prazo de pago total concedido”



*Enfoque financeiro:* considérase como importe da factura o prezo con desconto ( $C - C \cdot d$ ) → o provedor concede un financiamento durante o periodo ( $pp - pc$ ) cuido custo é o importe do desconto en termos absolutos

**NOTA:** En Tema 5 'Contas a cobrar e control da morosidade' analizaremos o crédito comercial desde o punto de vista do provedor que concede o crédito

# II. Financiamento alleo

- IDEA** 1. O crédito de provedores conleva un custo financeiro para a empresa compradora. Ésta debe comparar o financiamento concedido polo provedor con outras alternativas do mercado (e.g. préstamo c/p, desconto dunha letra, etc).
2. A igual importe a pagar, o cliente esperará sempre ata o último día → a elección será ¿pago o último día do prazo de contado con desconto ou o último día do prazo de pago sen desconto?
3. Hai que expresar o custo do financiamento en termos comparables: tipo de xuro efectivo anual.

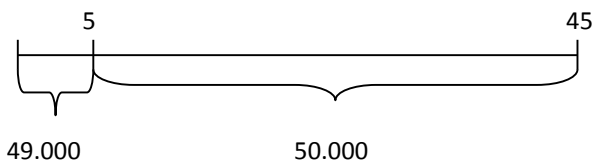
⌘ **Custo efectivo do crédito comercial:** tipo de xuro anual ( $r_{cc}$ ) que, no prazo de concesión do crédito ( $pp - pc$ ), converte o prezo efectivo ( $C - C \cdot d$ ) no prezo nominal da factura ( $C$ )

$$C \cdot (1 - d) \cdot (1 + r_{cc})^{\frac{pp - pc}{365}} = C \quad \rightarrow \quad r_{cc} = \left( \frac{1}{1 - d} \right)^{\frac{365}{pp - pc}} - 1$$

**Exemplo 3** - Adaptado de Boedo (2009), p. 140

A empresa C adquire mercadorías por valor de 50.000€ á empresa P cun prazo de pago máximo de 45 días, e desconto por pronto pago do 2% se o pagamento se realiza dentro dos 5 días posteriores á recepción do pedido.

a) En que momento convén abonar a factura, se a empresa non dispón de liquidez pode pedir un préstamo a un tipo de xuro efectivo do 10%



Calquer cliente pagará ao contado sempre o día 5, e en pago aprazado o día 45. Ao contado corresponde pagar  $C - C \cdot d = 50.000 \cdot (1 - 0,02) = 49.000$  e aprazado o importe total (50.000).

O custo efectivo do crédito comercial será entón

$$r_{cc} = \left( \frac{1}{1 - 0,02} \right)^{\frac{365}{45 - 5}} - 1 = 20,24 \%$$

**Conclusión:** ao cliente sállele máis barato pagar ao contado, e o día 5 pedirlle prestado ao banco ao 10% (mellor que ao 20,24%)

## II. Financiamento alleo

### Exemplo 3 (cont.)

- b) Canto pagaría por xuros a empresa C se paga ao seu provedor aos 20 días de recibir a mercadoría?

Pagar aos 20 días leva implícitos a mesma carga de xuros que pagar a 6 ou a 45, isto é, 1.000 eur.

A diferenza é que pagar aos 20 días multiplica a carga expresada en termos de custo efectivo:

$$r_{cc} = \left( \frac{1}{1-0,02} \right)^{\frac{365}{20-5}} - 1 = 63,5 \%$$

- c) E se abona a factura ao contado mediante a contratación do préstamo bancario a 15 días?

Neste caso, a empresa págalle ao provedor 49.000 eur o día 5.

Previamente, a empresa deberá conseguir esa cantidade de diñeiro en préstamo ao 10% a 15 días (do día 5 ao 20)

$$\text{Xuros} = 49.000 \cdot 1,1^{15/365} - 49.000 = 49.192,3 - 49.000 \quad \rightarrow \quad \text{xuros} = 192,13 \text{ eur}$$

# II. Financiamento alleo

## II.- DESCONTO DE EFECTOS

Operación de crédito consistente no anticipo do importe dun título de crédito (e.g. letra de cambio, pagaré, factura) non vencido, por parte dunha entidade financeira, a cambio da cesión da titularidade do crédito e dun % do nominal

*Cantidades percibidas pola entidade financeira:*

- Xuros ( $D$ ) polos días de anticipo ou desconto propiamente dito

$$D = N \cdot \frac{T}{360} \cdot \frac{R}{100} = \frac{N \cdot R \cdot T}{36.000}$$

Ano comercial

N: nominal do efecto; R: tipo de xuro nominal anual en %; T: número de días que se adianta o importe do efecto

- *Comisións* ( $C$ ), en función das características do efecto (domiciliado/non domiciliado; aceptado/non aceptado)

- *Outros gastos* ( $G$ ), e.g. correo, timbre.

⌘ **Custo efectivo do desconto de efectos:** tipo de xuro anual ( $r_{dc}$ ) que fai financeiramente equivalente a cantidade realmente recibida (valor líquido, VL) no momento actual có valor nominal do efecto (VN) a vencemento

Efecto individual

$$VL_i = VN_i - (D_i + C_i + G_i)$$

Remesa de efectos

$$VL_R = \sum VN_i - (\sum D_i + \sum C_i + \sum G_i)$$

$r_{DC}$  → Media ponderada do custo efectivo de cada efecto (ponderación =  $VL_i / VL_R$ )

$$VL \cdot (1 + r_{dc})^{\frac{T}{365}} = VN \quad \rightarrow \quad r_{dc} = \left( \frac{VN}{VL} \right)^{\frac{365}{T}} - 1$$

$$r_{DC} = \sum_{i=1}^n r_{dci} \cdot \frac{VL_i}{VL_R}$$

# II. Financiamento alleo

## Exemplo 4 - Adaptado de Boedo (2009), p. 140

Determinar o custo efectivo da remesa das letras de cambio na táboa, aplicando as seguintes condicións:

1. Tipo de desconto aplicable do 8% se o vencemento do efecto é maior ou igual a 50 días e do 7% se é inferior
2. No caso de non estar domiciliado o efecto, o banco esixe o pagamento dunha comisión do 1%
3. No caso de non estar aceptado o efecto, o banco esixe o pagamento dunha comisión do 0,20%
4. Percíbese un importe fixo de 2,00€ por efecto en concepto de gastos varios

Valor nominal de las letras	Nº de días hasta el vencimiento	¿Está domiciliada?	¿Está aceptada?
2.000,00	20	no	no
3.000,00	35	si	no
4.000,00	82	si	si

	(1)	(2)	(3)	(4)			
Tipo de descuento (%)	Importe descuento	Importe Com. Dom.	Importe Com. Acept.	Gastos	Total cobrado por letra	Valor líquido de cada letra	Coste efectivo por letra
7%	7,78	20,00	4,00	2,00	33,78	1.966,22	36,46%
7%	20,42		6,00	2,00	28,42	2.971,58	10,43%
8%	72,89			2,00	74,89	3.925,11	8,78%

$r_{dc} = \dots$

# II. Financiamento alleo

## III.- CRÉDITO

Forma de financiamento mediante a que a empresa pode dispoñer de fondos concedidos pola entidade financeira ata unha determinada contía máxima (límite, L) e durante un determinado periodo de tempo, feito formalizado na denominada **póliza de crédito**

Funcionamiento similar ao dunha conta corrente que permite realizar ingresos e pagos, podendo darse:

- Saldo acreedor (a favor do cliente)
- Saldo debedor (a favor da entidade financeira)
- Saldo excedido (a favor da entidade financiera, cando o cliente superou o límite establecido)

*Cantidades percibidas pola entidade financeira:*

- *Xuros (I).* Aplícase un tipo de xuro nominal anual diferente (rédito, R) en función do saldo:  $R_E > R_D > R_A$

- *Comisións*, entre outras:

$$I = N \cdot \frac{T}{360} \cdot \frac{R}{100} = \frac{N \cdot R \cdot T}{36.000}$$

Ano comercial

- De apertura ( $c_0$ ), aplicable sobre o límite no momento da formalización ou renovación do contrato
- De dispoñibilidade ( $c_d$ ), comisión periódica (no momento da liquidación dos xuros) aplicable sobre o saldo medio non disposto (SMND)

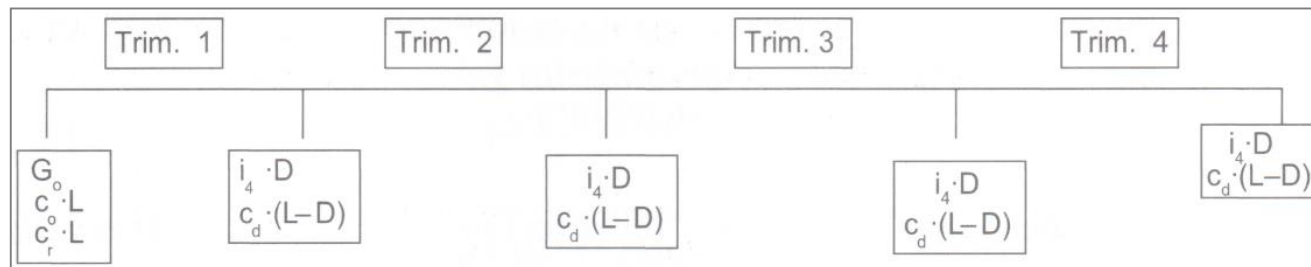
$$SMND = L - D = L - \left( \sum \text{Saldo deudor} \cdot \frac{\text{Días permanencia saldo}}{\text{Días totales periodo}} \right)$$

- *Outros gastos*, e.g. gastos de estudio, correo.

## II. Financiamento alleo

⌘ **Custo efectivo dunha póliza de crédito:** dividendo a totalidade dos custos abonados no ano (á entidade financeira e a terceiros) entre a cantidade media disposta anual

**IMP:** *Ex-ante* só podemos calcular un custo **aproximado** anual en función da estimación da dispoñibilidade media de cada trimestre:



Source: Boedo(2009)

L: límite da póliza;  $G_0$ : gastos de formalización;  $c_0$ : comisión de apertura;  $c_r$ : comisión do corredor de comercio;  
 $i_4$ : tipo de xuro trimestral;  $c_d$ : comisión de dispoñibilidade; D: dispoñibilidade media trimestral (a.k.a. SMD)

$$C_{póliza} = \frac{G_0 + c_0 \cdot L + c_r \cdot L + 4 \cdot i_4 \cdot D + 4 \cdot c_d \cdot (L - D)}{D}$$



## II. Financiamento alleo

### Exemplo 5 - Álvarez e Boedo (2011), p. 136

O 1 de xullo contratamos unha póliza de duración 1 ano e límite 10.000€, con rédito debedor do 10% e acredor do 1%, comisión de apertura do 1% e de disponibilidad do 0,25%. Durante o primeiro trimestre realízase unha disposición de 3.000€ o día 20, un ingreso de 5.000€ o día 52 e unha última disposición de 8.000€ o día 65. Realizar a liquidación do primer trimestre (90 días)

Día	Concepto	Debe (Importe)	Haber (Importe)	Saldo (Importe)	Saldo (Definición)	Duración del saldo (Días)
0	Comisión apertura	100		-100	Deudor	20
20	Disposición	3.000		-3.100	Deudor	32
52	Ingreso		5.000	1.900	Acreedor	13
65	Disposición	8.000		-6.100	Deudor	25

**NOTA:** Na práctica, os bancos realizan o cálculo dos xuros en función dos saldos diarios. Para nós sería complicar demasiado os cálculos. Imos simplemente calcular o saldo medio disposto do trimestre, e aplicamos os xuros e as comisións correspondentes a dito saldo, acredor ou debedor.

$$\text{SMD} = \mathbf{D} = -100 \cdot (20/90) - 3.100 \cdot (32/90) + 1.900 \cdot 13/90 - 6.100 \cdot (15/90) = -2.818,89 \text{ eur}$$

Liquidación trimestral:

a) Xuros  $I = (2.818,89 \cdot 10 \cdot 90) / 36.000 = 70,47 \text{ eur}$

## II. Financiamento alleo

### Exemplo 5 (cont.)

Liquidación trimestral:

b) Comisión disponibilidad  $C_d = 0,25\% \cdot (L - D) = 0,25\% \cdot 7.181,11 = 17,95$  eur

### Exemplo 6 - Boedo (2009), p. 152

Determinar o custo anual aproximado dunha póliza de crédito límite 40.000€, gastos iniciais 100€, tipo de xuro anual nominal 12% e comisión de disponibilidad 0,50%, se estimamos un uso medio trimestral do 20%

$$C_{póliza} = \frac{G_0 + c_0 \cdot L + c_r \cdot L + 4 \cdot i_4 \cdot D + 4 \cdot c_d \cdot (L - D)}{D}$$

Aplicando a fórmula, temos os seguintes conceptos:

· $D = 20\% \cdot 40.000 = 8.000$ eur	· $L - D = 32.000$	
· $G_0 = 100$ eur	· $C_0 \cdot L = 0$ eur	· $C_r \cdot L = 0$ eur
· $4 \cdot i_4 \cdot D = 12\% \cdot 8.000 = 960$ eur	· $C_d \cdot (L - D) = 4 \cdot 0,5\% \cdot 32.000 = 640$ eur	

$$C_{póliza} = \frac{100 + 960 + 640}{8.000} = 21,25 \%$$

# SUMARIO

---

I. Introducción

II. Financiamento alleo

- Financiamento a medio e longo prazo
- Financiamento a curto prazo

**III. Financiamento propio**

IV. Estrutura de capital óptima

# III. Financiamento propio

## ■ Procedencia

- > Emisión de accións
- > Autofinanciamento
  - De enriquecemento (reservas)
  - De mantemento (fondos de amortización e provisións)

## ■ Custo

Se ben o capital propio da empresa carece de custo explícito, si ten un custo implícito ou de oportunidade. É preciso satisfacer as expectativas dos accionistas para evitar que vendan as súas accións

→ implicaría a caída da cotización → non cumpriría a empresa o seu obxectivo de maximizar o valor

\* TEMA 6: Valoración de empresas

\* TEMA 9: Modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*)

# SUMARIO

---

- I. Introducción
- II. Financiamento alleo
  - Financiamento a medio e longo prazo
  - Financiamento a curto prazo
- III. Financiamento propio
- IV. Estrutura de capital óptima**

# IV. Estructura de capital óptima

Estructura financeira óptima (EFO) = relación entre recursos ajenos e propios que maximiza o valor da empresa para os seus accionistas ou, equivalentemente, minimiza o custo do capital medio ponderado (CCMP ou WACC, *weighted average cost of capital*)

## ▪ Posición RN

Canto máis se endebeda unha empresa, maior é o seu valor de mercado ou, equivalentemente, menor é o seu WACC ( $k_0$ ) → EFO = formada na súa totalidade por débedas

*Posición máis teórica que práctica: toda sociedade precisa un capital propio mínimo por razóns legais e funcionais (e.g. acredores non dispostos a conceder crédito a unha empresa sen neto patrimonial)*

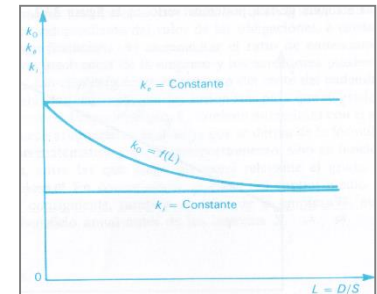
## ▪ Tese Modigliani - Miller

Baixo determinadas hipóteses (mercados de capitais perfectos, etc.), o valor de mercado dunha empresa é independente da estrutura financeira ( $k_0$  constante para calquer ratio de endebedamento). En caso contrario, o arbitraje restaura a situación de equilibrio.

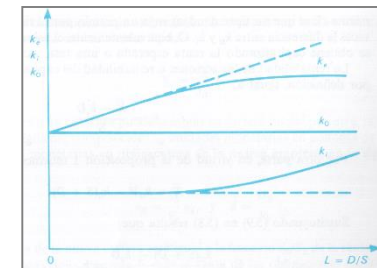
Tese relaxada en contexto de impostos e custos de insolvencia.

## ▪ Tese tradicional

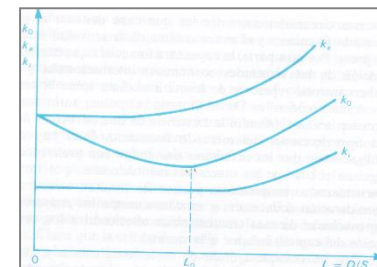
O custo do capital propio ( $k_e$ ) é función crecente da ratio de endebedamento (a menor ritmo para niveis menores); o custo do capital ajeo ( $k_d$ ) mantense constante ata un determinado nivel de endebedamento, a partir de ahi medra →  $k_0$  decrecente **ata un determinado nivel de endebedamento** e logo volve crecer. Conclusión: si existe una EFO, combinación de recursos ajenos e propios que minimiza  $k_0$  (maximiza o valor da empresa)



Posición RN



Tese Modigliani - Miller  
(posición RE)



Tese tradicional  
Source: Suárez (2005)

# Cuestionario tipo TEST

**Analizando a estrutura de capital óptima, a tese tradicional considera que...**

- a) O wacc é decrecente ata un determinado nivel de endebedamento, a partir do cual medra
- b) O custo do capital adebedado manténse constante ata un determinado nivel de endebedamento, a partir do cual medra
- c) O custo dos capitais propios é función crecente do ratio de endebedamento, a menor ritmo para niveis baixos
- d) Todas as anteriores son correctas

**Sinala a resposta CORRECTA**

- a) O custo efectivo dunha póliza de crédito se coñece con certeza no momento de apertura da mesma
- b) O custo efectivo do desconto dunha remesa se calcula como a media ponderada do custo efectivo de cada efecto
- c) Se existen gastos de emisión, pero non gastos de suscripción, o custo efectivo dunha emisión de obrigacións coincide có rendemento dos suscriptores
- d) Todas as anteriores son correctas



# TEMA 3

## Decisión de investimento



# BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

---

- I. **Boedo, L. (2010), *Evaluación de un proyecto de inversión en entornos de certeza, riesgo e incertidumbre*, Ed. Reprografía del Noroeste.**
  
- II. **Doldán, F. R. (2000), *Métodos cuantitativos de selección de inversiones*, Tórculo Edicións. → Capítulo 2.**

# SUMARIO

- I. **A avaliación de proxectos de investimento**
- II. **Avaliación de proxectos en entornos de certeza**
  - VAN, TIR, outros indicadores
  - Reinvestimento de fluxos de caixa
- III. **Avaliación de proxectos en entornos de risco**
  - Modelo de Hillier
  - Modelo de probabilidades condicionadas
- IV. **Avaliación de proxectos en entornos de incerteza**
  - O axuste da taxa de desconto
  - O coeficiente de certeza
  - A análise de sensibilidade

# I. Avaliación de proxectos de investimento

## □ Investimento

### ▪ Definimos

Investimento é o cambio dunha certeza (renuncia a unha satisfacción inmediata) por unha expectativa de beneficio futuro. **Obxectivo:  $bfo > renuncia \rightarrow$  diferenza investimento vs gasto: o investimento xera valor, o gasto o mantén.**

IDEA – Avaliar proxectos de investimento = **análise de conveniencia** de levalo a cabo ou non:

- Todos os elementos do proxecto son transformados en cifras
- A información cuantitativa é sintetizada nun único valor numérico (VAN, TIR...) que sintetiza a viabilidade ou non do proxecto e permite a súa comparación con outros.
- A decisión de investimento pertence ao ámbito da D.F., pero NON é unha decisión exclusivamente financeira.
  - outros elementos: humanos e organizativos, cultura empresarial, imaxe, estratexia L/P, etc.
  - considerar investimento = decisión financeira cuantificable é unha simplificación importante
  - sintetizar ademais esa cuantificación nunha única cifra, moito máis.

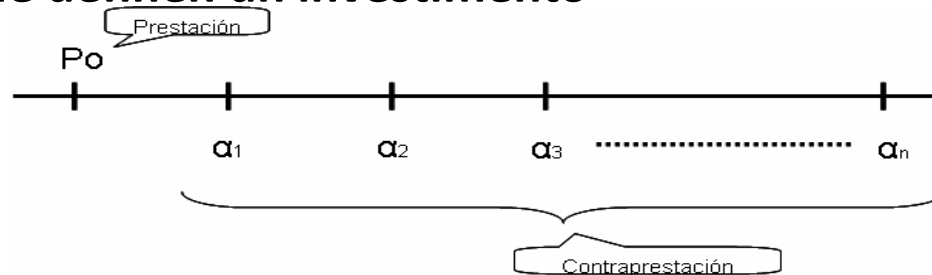
### Conclusión:

*Os modelos para avaliar investimentos son simplificacións dunha realidade complexa. A visión financeira dun proxecto non é a máis importante para decidir a súa execución.*



# I. Avaliación de proxectos de investimento

## ■ Variables que definen un investimento



4 variables necesarias para o **cálculo de economicidade** dun investimento:

1. desembolso inicial ( $G_0$ )

2. fluxos de caixa ( $Q_t$ )

3. custo de oportunidade ( $i$ ) – wacc, etc.

4. vencemento ( $n$ ) – ‘último periodo con cash flows’

## • Determinación dos fluxos de caixa

→ parte máis difícil da análise. Algúns aspectos a ter en conta son:

- criterio de caixa, non contable
  - obviar custos sumerxidos
  - incluír impactos sobre outras áreas da empresa e custos de oportunidade
  - ter en conta as condicións de non actuar (perda de competitividade, estratexia da empresa, etc.)
  - fluxos de caixa despois de impostos
  - fluxos de caixa incrementales (empresa con proxecto vs empr. sen prox)
  - asignar un valor residual ao vto do investimento
  - efecto da inflación
- **SEPARAR DECISIONS DE INVESTIMENTO E FINANCIAMENTO** → Non considerar cuestións sobre como se financiará o proxecto (ex. non incluír aumento da débeda como entrada, fluxos de pago da débeda como saída...)

# SUMARIO

- I. A avaliación de proxectos de investimento
- II. **Avaliación de proxectos en entornos de certeza**
  - VAN, TIR, outros indicadores
  - Reinvestimento de fluxos de caixa
- III. Avaliación de proxectos en entornos de risco
  - Modelo de Hillier
  - Modelo de probabilidades condicionadas
- IV. Avaliación de proxectos en entornos de incerteza
  - O axuste da taxa de desconto
  - O coeficiente de certeza
  - A análise de sensibilidade

# II. Entorno de certeza

## ☐ VAN, TIR e outros indicadores

### ▪ Cálculo de economicidade

O cálculo de economicidade dun investimento comprende dúas análises:

- proxectos aceptados vs proxectos rexeitados de por si
- en condicións de restricción financeira, seleccionar os proxectos máis acidos

“A1”

“A2”

### ▪ VAN

Def.: Valor Actual Neto = diferencia entre VA dos cobramentos e pagamentos dun proxecto

$$VAN = -G_0 + Q_1 \cdot (1+i)^{-1} + Q_2 \cdot (1+i)^{-2} + \dots + Q_n \cdot (1+i)^{-n}$$

i.e., mide o beneficio total actualizado dun investimento

=> Análise de resultados

A1

- |             |                  |                                  |
|-------------|------------------|----------------------------------|
| • $VAN > 0$ | → EFECTUABLE     | <i>O investimento crea valor</i> |
| • $VAN = 0$ | → INDIFERENTE    | <i>Mantén o valor da empresa</i> |
| • $VAN < 0$ | → NON EFECTUABLE | <i>Destrúe valor</i>             |

A2

En caso de proxectos alternativos, seleccionar o de maior VAN

# II. Entorno de certeza



## Exemplo 1 - Boedo (2010), p. 12

Proxecto de investimento:  $G_0 = 100$ ;  $Q_1 = 60$ ;  $Q_2 = 35$ ;  $Q_3 = 22$ . Calcular VAN para  $i=2\%$ ,  $4\%$ ,  $6\%$ ...

$VAN (i=2\%) = -100 + 60 \cdot 1,02^{-1} + 35 \cdot 1,02^{-2} + 22 \cdot 1,02^{-3} = 13,20$  u.m.

$VAN (i=4\%) = \dots = 9,61$  u.m.

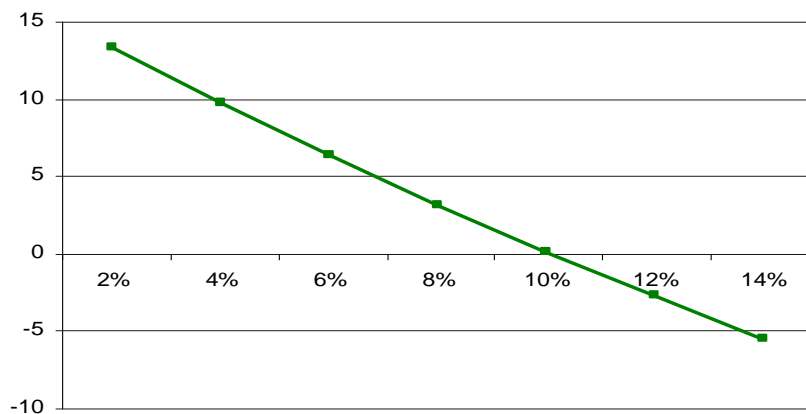
$VAN (i=6\%) = \dots = 6,23$  u.m.

$VAN (i=8\%) = \dots = 3,03$  u.m.

$VAN (i=10\%) = \dots = 0$  u.m.

$VAN (i=12\%) = \dots = -2,87$  u.m.

$VAN (i=14\%) = \dots = -5,59$  u.m.



### Características función VAN:

- decreciente con respecto a  $i$
- convexa e asintótica con respecto a  $G_0$
- corta eixo ordenadas en  $VAN(0) = -G_0 + Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$
- corta eixo abscisas no valor  $i$  que anula o VAN,  $VAN(i) = 0$



# II. Entorno de certeza

## ■ TIR

Def.: Taxa Interna e Rendibilidade = tipo de xuro para o cal VA de pagamentos e cobramentos son equivalentes → i.e., taxa de desconto  $i = r$  que anula o VAN

$$VAN = -G_0 + Q_1 \cdot (1+i)^{-1} + Q_2 \cdot (1+i)^{-2} + \dots + Q_n \cdot (1+i)^{-n} = 0$$

solución: Newton – Raphson, función TIR en excel, método iterativo

⇒ Interpretación económica

i. a TIR é unha rendibilidade relativa, bruta e anual do proxecto:

- relativa, porque mide só a rendibilidade dos capitais investidos ao inicio de cada periodo
- bruta, porque non ten en conta o custo de capital
- anual, porque está expresada en relación ao periodo (normalmente anual)

ii.  $r > 0$  → investimento posible (cobros > pagos);  $r < 0$  → proxecto non racionalmente posible

iii. o interesante é **comparar a TIR có custo dos fondos** que financian o investimento (wacc)

⇒ Análise de resultados

A1

- |           |                  |
|-----------|------------------|
| • $r > i$ | → EFECTUABLE     |
| • $r = i$ | → INDIFERENTE    |
| • $r < i$ | → NON EFECTUABLE |

A2

ver punto seguinte

# II. Entorno de certeza

## ■ Correspondencia VAN e TIR

Idea: VAN e TIR dan os mesmos resultados? Depende de en que contexto estamos

I.- un único proxecto

a) investimentos simples → unha única raíz da ecuación (un único TIR positivo)

• $r > i \Rightarrow VAN > 0$	→ EFECTUABLE
• $r = i \Rightarrow VAN = 0$	→ INDIFERENTE
• $r < i \Rightarrow VAN < 0$	→ NON EFECTUABLE

b) investimentos non simples → poden existir varias raíces positivas ou ningunha real

*por iso todos os investimentos simples son puros (un único TIR positivo), mentras os non simples poden ser puros ou mixtos (poden existir varios TIR positivos ou ningún real)*

### Recordatorio PF

- Concepto de saldo dun proxecto  $S_t(r) = \sum_{j=0}^t Q_j(1+r)^{t-j}$  tal que  $S_t(r) < 0 \rightarrow$  proxecto 'endebedado' coa empresa e se  $S_t(r) > 0 \rightarrow$  viceversa.

- Investimento puro:  $S_t(r) \leq 0$  para  $t=0, 1, \dots, n-1$ ; investimento mixto: algún saldo  $S_t(r)$  é positivo.

- Un proxecto é mixto porque é simultaneamente de investimento e de financiamento → existe unha relación funcional entre a TIR e o custo de capital

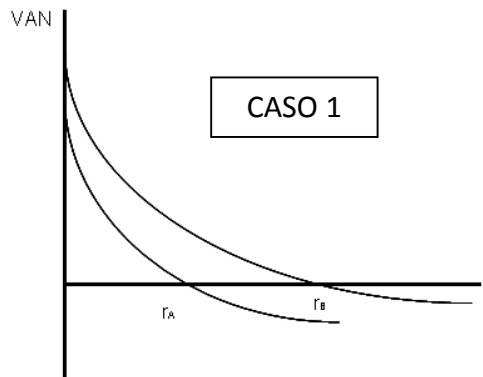
- Para determinar se un investimento é mixto e achar a relación funcional, "análise en 4 etapas".

# II. Entorno de certeza

## ■ Correspondencia VAN e TIR (continuación)

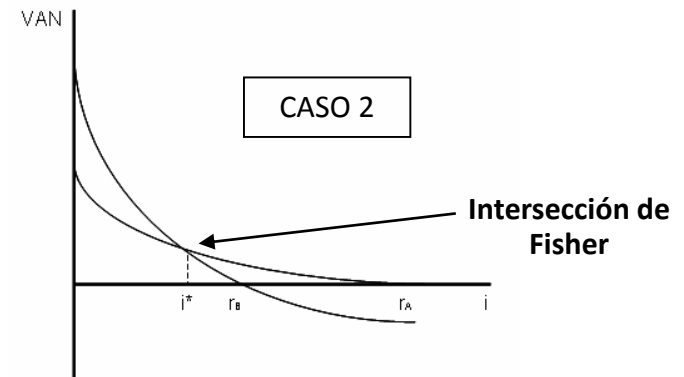
II.- comparación entre 2 investimentos simples

↳ A relación VAN – TIR pode non ser conclusiva:



No caso 1,  $r_B > r_A$ , e  $VAN_B > VAN_A$  para calquer custo de capital

No caso 2,  $r_A > r_B$  pero  $VAN_B > VAN_A$  para custos de capital inferiores a  $i^*$



⇒ Nomenclatura

- *Intersección de Fisher*: punto de corte entre as funcións VAN
- *Taxa de retorno sobre custo*: valor  $i^*$  en abscisas da intersec. de Fisher
- Se existe unha única intersección de Fisher (pode haber varias), os criterios VAN e TIR **non** coincidirán no tramo de  $i$  inferior á taxa de retorno sobre custo

# II. Entorno de certeza

## => Conclusión

*É posible que as funcións VAN de dous proxectos se corten, facendo un proxecto preferible polo criterio do VAN e outro preferible polo criterio da TIR.*

### Motivos

- diferente estrutura dos fluxos de caixa

*TIR maior en proxectos con maiores fluxos os primeiros anos*

- diferente duración

*TIR mide rendib. por periodo → un proxecto pode ter maior TIR, pero cunha duración inferior*

- diferente dimensión

*Un proxecto P1 máis pequeno pode proporcionar maior TIR e menor VAN que outro, P2.*

*Se a empresa ten 10M para investir, P1 require 2M e P2 require os 10M, aceptar P1 supón asumir que a diferenza (8M) será investida ao custo de oportunidade do capital,  $i$*

Solución → Homoxeneizar proxectos non homoxéneos

### **Recordar PF**

- caso A: diferente desembolso inicial e mesma duración
- Caso B: mesmo desembolso inicial e diferente duración
- Caso C: diferente desembolso inicial e diferente duración

En calquer caso, **se VAN  $\neq$  TIR, debe decidirse polo VAN**

# II. Entorno de certeza

## ■ Outros indicadores

Anualidade constante: renda periódica anual cuxo valor actualizado é equivalente ao VAN  
→ *mesma información que o VAN, pero en forma de renda anual constante.*

$$VAN = \alpha \cdot a_{n-i} \longrightarrow \alpha = \frac{VAN}{a_{n-i}}$$

**Ex.1** (continuación):

$$VAN(i=2\%) = 13,20 \quad \rightarrow \quad \alpha = 13,20/a_{3-0,02} = 4,58 \quad \text{renda anualizada durante 3 anos}$$

Indice de rendibilidade (IR) (ratio de bfo. – custo): cociente fluxos de caixa / investimento inicial →  
VAN é un indicador en termos absolutos, **IR é un indicador relativo**

$$IR = \frac{Q_1 \cdot (1+i)^{-1} + Q_2 \cdot (1+i)^{-2} + \dots + Q_n \cdot (1+i)^{-n}}{G_0}$$

$$\text{IR neto} \rightarrow IR' = IR - 1 = VAN/G_0$$

⇒ Análise de resultados

- $IR > 1 \Rightarrow VAN > 0 \rightarrow$  EFECTUABLE
- $IR = 1 \Rightarrow VAN = 0 \rightarrow$  INDIFERENTE
- $IR < 1 \Rightarrow VAN < 0 \rightarrow$  NON EFECTUABLE

- VAN e IR son criterios equivalentes para avaliar un único proxecto de investimento
- Comparando varios proxectos poden chegar a conclusións diferentes → **prima o VAN**

# II. Entorno de certeza

## ■ Outros indicadores (continuación)

### Ex.1 (continuación):

$$VAN(i=2\%) = 13,20 \rightarrow IR=113,2/100 = 1,13 \rightarrow IR > 1 \quad IR' = 0,13$$

Periodo de reembolso ou payback: nº de anos que tardamos en recuperar o desembolso inicial

→ moi apreciado na práctica polos empresarios

→ maior defecto: non ten en conta os fluxos de caixa obtidos con posterioridade (dá preferencia aos proxectos con maiores fluxos de caixa ao inicio aínda que non sexan os mellores en termos de VAN e TIR)

→ polo tanto, **debe ser usado só como complemento aos outros!**

### Ex.1 (continuación):

Periodo	Fluxos	VA fluxos	Acumulado	Pay-back
0	-100	(i=2%)	-100	
1	60,0	58,82	-41,18	Non
2	35,0	33,64	-7,54	Non
3	22,0	20,73	13,19	Pay-back = 3 anos

# II. Entorno de certeza

## □ Reinvestimento dos fluxos de caixa

### ▪ A hipótese de reinvestimento dos fluxos de caixa

Idea: o diñeiro nunca debe estar ocioso → os fluxos de caixa que vai proporcionando un proxecto deberían reinvestirse, e os rendementos obtidos ser considerados ingresos adicionais do propio proxecto

#### Inconvinte principal de VAN

De maneira implícita, a fórmula do VAN asume que a taxa de reinvestimento (ou de financiamento, se os fluxos son negativos) dos fluxos de caixa é igual ao custo do capital empregado para descontalos

#### Inconvinte principal de TIR

De maneira implícita, no cálculo do TIR estase a supor que os fluxos de caixa positivos (negativos) son reinvestidos (financiados) a un tipo de rendemento (custo) igual ao TIR

Problema: como supor que os fluxos intermedios son reinvestidos ou financiados ao TIR do proxecto, mesmo antes de determinar o TIR?

Corolario: o cálculo do TIR asume implícitamente que os tipos de reinvestimento e os custos futuros de capital son iguais, e permanecen constantes mentras dura o proxecto

# II. Entorno de certeza

## Investimento contemplado en t=n: reinvestimento dos FC no VAN

Idea: a empresa reinveste os fluxos de caixa  $Q_t$  a unha taxa de reinvestimento  $k$

- Valor Final Bruto: 
$$VFB = Q_1 \cdot (1+k)^{n-1} + Q_2 \cdot (1+k)^{n-2} + \dots + Q_{n-1} \cdot (1+k) + Q_n$$

- Valor Actual Bruto: 
$$VAB = \frac{VFB}{(1+i)^n} = \frac{Q_1 \cdot (1+k)^{n-1} + Q_2 \cdot (1+k)^{n-2} + \dots + Q_{n-1} \cdot (1+k) + Q_n}{(1+i)^n}$$

- Valor Neto (VAN\*): 
$$VAN^* = -G_0 + \frac{Q_1 \cdot (1+k)^{n-1} + Q_2 \cdot (1+k)^{n-2} + \dots + Q_{n-1} \cdot (1+k) + Q_n}{(1+i)^n}$$

Conclusión: **VAN\* e VAN só coinciden se  $i = k$**

$k \text{ por } i$ $==== \blacktriangleright$	$VAN^* = -G_0 + Q_1 \frac{(1+i)^{n-1}}{(1+i)^n} + \dots + \frac{Q_n}{(1+i)^n} = -G_0 + Q_1(1+i)^{-1} + \dots + Q_n(1+i)^{-n} = VAN$
--	---

### Ex.1 (continuación):

\* Ata agora,  $VAN(i=2\%) = 13,20$

\* Se os fluxos se reinvesten ao 1%

$$VFB_{(k=1\%)} = 60 \cdot (1,01)^2 + 35 \cdot (1,01) + 22 = 118,56$$

$$VAN_{(i=2\%,k=1\%)} = -100 + 118,56 \cdot (1,02)^{-3} = 11,72$$

\* Se os fluxos se reinvesten ao 6%

$$VFB_{(k=6\%)} = 60 \cdot (1,06)^2 + 35 \cdot (1,06) + 22 = 126,52$$

$$VAN_{(i=2\%,k=6\%)} = -100 + 126,52 \cdot (1,02)^{-3} = 19,22$$

\* Se os fluxos se reinvesten ao 2%

$$VFB_{(k=2\%)} = 60 \cdot (1,02)^2 + 35 \cdot (1,02) + 22 = 120,12$$

$$VAN_{(i=2\%,k=2\%)} = -100 + 120,12 \cdot (1,02)^{-3} = 13,20$$



## II. Entorno de certeza

### ■ **Investimento en t=n: reinvestimento dos FC na rendibilidade**

Idea: TIR é unha taxa de rendibilidade relativa (mide só a rendibilidade dos capitais ao inicio de cada periodo)  
→ interesa calcular a rendibilidade non só dos fluxos que reporta o investimento, senón tamén a que podemos obter de ditos fluxos desde que se xeneran ata a fin do investimento

- Valor Final Bruto (VFB):  $VFB = Q_1 \cdot (1+k)^{n-1} + Q_2 \cdot (1+k)^{n-2} + \dots + Q_{n-1} \cdot (1+k) + Q_n$

- A **taxa de rendibilidade anual  $r'$**  que proporciona o proxecto será aquel que convirta, en n periodos, o investimento inicial  $G_0$  no valor final VFB:

$$G_0(1+r')^n = Q_1(1+k)^{n-1} + \dots + Q_{n-1}(1+k) + Q_n \longrightarrow r' = \left( \frac{VFB}{G_0} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Interpretación

- A diferenza da TIR,  $r'$  é unha taxa de rendibilidade absoluta
- Problema: imposibilidade de coñecer a priori a taxa de reinvestimento en cada periodo
- Ambos enfoques do cálculo da taxa de rendibilidade, TIR e  $r'$ , coinciden cando a taxa de reinvestimento dos fluxos de caixa coincide coa TIR
- Cal é a rendibilidade real do investimento,  $r$  ou  $r'$ ? → Ambas, simplemente son **≠** plantexamentos

**Ex.1 (continuación):** Para  $k=6\% \rightarrow VFB = 126,52 \rightarrow r' = 8,16\%$

↳  $k = 6\%$  e  $TIR = 10\%$ , por iso  $r'$  é menor que a TIR

# II. Entorno de certeza

## ■ A función VAN(k,i)

Idea: Cando a taxa de reinvestimento dos FC do proxecto non coincida coa taxa de desconto → debemos calcular o VAN empregando ambas variables

$$VAN(k,i) = -G_0 + \frac{Q_1 \cdot (1+k)^{n-1} + Q_2 \cdot (1+k)^{n-2} + \dots + Q_{n-1} \cdot (1+k) + Q_n}{(1+i)^n}$$

⇒ Características da función VAN(k,i)

- ten maior pendente que a función VAN(i)
- corta a función VAN(i) en  $k = i$
- para  $k > i$ ,  $VAN(k,i) > VAN(i)$ ; para  $k < i$ ,  $VAN(k,i) < VAN(i)$
- o punto de corte da función VAN(k,i) có eixo de abscisas non é a TIR, senon a rendibilidade  $r'$  sobre o total investido,  $G_0$

### \* *Nota sobre a interpretación de VAN e TIR*

*Se empregamos unha taxa de reinvestimento explícita (k) para o cálculo de VAN e TIR...*

- *a TIR pasa a ser unha medida de rendibilidade sobre o total investido inicialmente e non estrictamente unha taxa interna de rendibilidade → varía tanto o seu significado como o seu valor*
- *o VAN varía tamén o seu valor, pero non o significado → segue sendo unha cantidade de diñeiro expresada en unidades monetarias no momento actual*

# II. Entorno de certeza

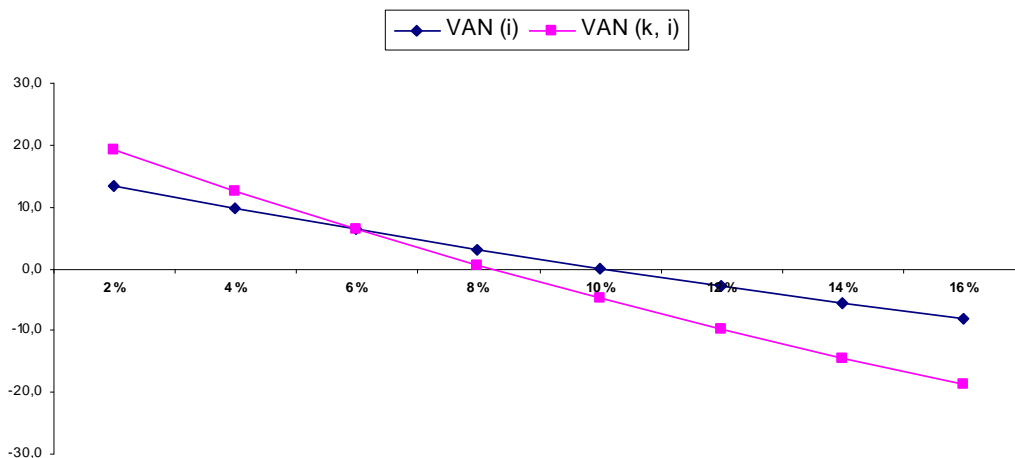


## Exemplo 1 (continuación)

Proxecto de investimento:  $G_0 = 100$ ;  $Q_1 = 60$ ;  $Q_2 = 35$ ;  $Q_3 = 22$ .

Antes calculáramos VAN para  $i = 2\%$ ,  $4\%$ ,  $6\%$ ... Facendo o mesmo con  $VAN(k,i)$  para  $k = 6\%$  obtemos:

i	VAN (i)	VAN (k, i)
2%	13,20	19,22
4%	9,61	12,47
6%	6,23	6,23
8%	3,03	0,43
10%	0,00	-4,95
12%	-2,87	-9,95
14%	-5,59	-14,61
16%	-8,17	-18,95



Como vemos, cúmplese que...

- a función  $VAN(k,i)$  ten maior pendente que  $VAN(i)$
- $VAN(k,i) = VAN(i)$  para  $k = i = 6\%$
- $VAN(k,i) > VAN(i)$  para  $k > i$ , e viceversa
- TIR = 10% é a taxa que anula o VAN (i) cando asumimos taxa de reinv. = taxa de desconto
- cando non é así, a taxa de rendibilidade absoluta  $r'$  resulta ser

$$G_0 (1+r')^3 = VFB(k=6\%) \rightarrow 100 \cdot (1+r')^3 = 126,52 \rightarrow r' = 8,16$$

# SUMARIO

- I. A avaliación de proxectos de investimento
- II. Avaliación de proxectos en entornos de certeza
  - VAN, TIR, outros indicadores
  - Reinvestimento de fluxos de caixa
- III. Avaliación de proxectos en entornos de risco**
  - Modelo de Hillier
  - Modelo de probabilidades condicionadas
- IV. Avaliación de proxectos en entornos de incerteza
  - O axuste da taxa de desconto
  - O coeficiente de certeza
  - A análise de sensibilidade

# III. Entorno de risco

## ■ Risco

Risco dun proxecto de investimento = variabilidade das posibles rendas derivadas do proxecto

Diferencia risco – incerteza:

- risco → aleatoriedade mensurable, probabilidades coñecidas para distintas continxencias
- incerteza → total descoñecemento das distintas probabilidades asociadas aos fluxos do proxecto

## ■ Valor medio agardado

Primeira aproximación para avaliar proxectos en entorno aleatorio → considerar estimacións medias dos fluxos de caixa agardados

$$\hat{VAN} = -\hat{G}_0 + \sum_t \hat{Q}_t \cdot (1+i)^{-t}$$

onde ^ representa 'estimación media'

*Técnica sinxela e de fácil aplicación. Problema: non ten en conta o risco á hora de decidir*

# III. Entorno de risco

## ❑ Modelo de Hillier

Idea: Cada fluxo de caixa ven determinado por unha función de probabilidades (info coñecida a priori).  
→ con esa info calcularemos  $E(VAN)$  e  $\sigma(VAN)$

### ■ Modelo de Hillier

Sexa un proxecto cuxos fluxos de caixa son variables aleatorias con distribución coñecida. O **cálculo de economicidade** baseado no VAN aplícase así:

1. Esperanza matemática do VAN:

Estadístico → 
$$E(VAN) = -E(G_0) + \sum_t E(Q_t) \cdot (1+i)^{-t}$$
  
onde  $E(Q_t) = \sum Q_{j,r} \cdot P_{j,r}$  sendo  $P_{j,r}$  a probabilidade  $P$  do fluxo  $j,r$

2. Risco (desviación típica do VAN):

Estadístico → 
$$\sigma(VAN) = \sqrt{\sum_{h=0}^N \sum_{k=0}^N \varphi_{hk} \cdot \frac{\sigma_h}{(1+i)^h} \cdot \frac{\sigma_k}{(1+i)^k}}$$

Onde 
$$\varphi_{hk} = \frac{\sigma_{hk}}{\sigma_h \cdot \sigma_k}$$
  
$$\sigma_h = \sqrt{\sum [Q_{j,r} - E(Q_j)]^2 \cdot P_{j,r}}$$

ou tamén 
$$\sigma_h = \sqrt{\sum [(Q_{j,r})^2 \cdot P_{j,r}] - E(Q_j)^2}$$

# III. Entorno de risco

## ❑ Modelo de Hillier (continuación)

O estatístico da desviación típica é un caso xeral, aplicable a todas as situacións. Pero simplifícase moito nalgúns casos particulares

### CASOS PARTICULARES

#### 2.1 Independencia no tempo dos fluxos de caixa

Idea: se un FC dun periodo  $t$  non depende do FC de calquer outro periodo, entón...

$$\rho_{hk} = 0 \text{ excepto } \rho_{kk} = 1 \quad \longrightarrow \quad \sigma(VAN) = \sqrt{\sum_t \frac{\sigma_t^2}{(1+i)^{2t}}}$$

#### 2.2 Dependencia dos fluxos de caixa

Idea: FC serialmente correlacionados. 2 posibilidades...

##### a) correlación perfecta

$$\rho_{hk} = 1 \text{ para todo } h,k \quad \longrightarrow \quad \sigma(VAN) = \sum_t \frac{\sigma_t}{(1+i)^t}$$

##### b) correlación moderada

- neste caso haberá que aplicar a fórmula xeral
- problema na práctica: coñecer a **distribución conxunta de probabilidades** dos FC

por iso, neste caso aplicaremos o **modelo de probabilidade condicionada**

# III. Entorno de risco

## ☐ Modelo de Hillier (continuación)

### ▪ Criterio de decisión

Cos valores  $E(VAN)$  e  $\sigma(VAN)$ , e tendo en conta o grao de aversión ao risco do investidor ( $\delta$ ), consideraremos un proxecto como efectuable se

$$E = E(VAN) - \delta \cdot \sigma(VAN) > 0$$

Ver **Exercicios 1 e 2**  
(documento aparte)

### ANEXO ESTADÍSTICO

Distribución de probabilidade do VAN:

- o VAN é unha v.a. suma doutras v.a.

- polo tanto, se se cumpren as condicións do Teorema Central do Límite (\*) o VAN segue unha distribución Normal  $N[E(VAN), \sigma(VAN)]$

*(\*) condicións de normalidade: máis de 10 periodos e fluxos de caixa independentes*

- podemos normalizar a unha  $N[0,1]$  así:  $Z = [VAN - E(VAN)] / \sigma(VAN)$  onde  $Z \rightarrow N[0,1]$

enton...

$$\text{Prob}(VAN < 0) = \text{Prob}[Z < (0 - E(VAN)) / \sigma(VAN)]$$

**IMP.:** Se non se cumpren as condicións de normalidade (pto. 2.2, dependencia dos fluxos de caixa) a variable VAN pode seguir outra lei de probabilidade → para descubri-la habería que facer os estudos estatísticos pertinentes



# III. Entorno de risco

## □ Modelo de Probabilidade Condicionada

Idea: Modelo máis asequible para proxectos con fluxos de caixa correlacionados entre si  
 → Elaboramos un cadro cós fluxos de caixa e as súas respectivas probabilidades

Q <sub>0</sub>	Q <sub>1</sub>	P(Q <sub>1</sub> )	Q <sub>2</sub>	p(Q <sub>2</sub> )	Q <sub>3</sub>	p(Q <sub>3</sub> )
G <sub>0</sub>	Q <sub>11</sub>	P <sub>11</sub>	Q <sub>211</sub>	P <sub>211</sub>		
			Q <sub>212</sub>	P <sub>212</sub>		
			Q <sub>213</sub>	P <sub>213</sub>		
	Q <sub>12</sub>	P <sub>12</sub>	Q <sub>221</sub>	P <sub>221</sub>		
			Q <sub>222</sub>	P <sub>222</sub>		etc
			Q <sub>223</sub>	P <sub>223</sub>		
	Q <sub>13</sub>	P <sub>13</sub>	Q <sub>231</sub>	P <sub>231</sub>		
			Q <sub>232</sub>	P <sub>232</sub>		
			Q <sub>233</sub>	P <sub>233</sub>		

### ■ Interpretación

- probabilidade de obter Q<sub>211</sub> → condicionada pola probabilidade de obter Q<sub>11</sub>
- probabilidade dun suceso conxunto → produto das probabilidades de cada un dos sucesos  
 ex.: probabilidade de o proxecto resultar nuns FC Q<sub>11</sub>, Q<sub>211</sub> e Q<sub>3111</sub> = P<sub>11</sub> · P<sub>211</sub> · P<sub>3111</sub>
- podemos construír a función de distribución do VAN a partir de E(VAN) e σ(VAN)
  - $E(VAN) = \sum VAN_i \cdot Pr(VAN_i)$
  - $\sigma^2(VAN) = \sum [VAN_i^2 \cdot Pr(VAN_i)] - E(VAN)^2$

# III. Entorno de risco

## ☐ Modelo de Probabilidade Condicionada (continuación)

### ▪ Criterio de decisión

En principio, a idea sería similar...

Cos valores  $E(VAN)$  e  $\sigma(VAN)$ , e tendo en conta o grao de aversión ao risco do investidor ( $\delta$ ), consideramos un proxecto como efectuable se

$$E = E(VAN) - \delta \cdot \sigma(VAN) > 0$$

Ver **Exercicio 3**  
(documento aparte)

...pero neste caso a hipótese de normalidade non se cumpre.

**Distribución de probabilidade do VAN:**

- os fluxos de caixa non son independentes → Non se cumpren as condicións do Teorema Central do Límite (condición de Normalidade) polo que a variable VAN podería seguir outra lei de probabilidade → para descubrila habería que facer os estudos estatísticos pertinentes

Solución: a probabilidade de perdas pódese obter considerando a distribución do VAN como unha variable discreta, onde os únicos valores posibles son os recollidos na táboa (ver ex. 3)

# SUMARIO

- I. A avaliación de proxectos de investimento
- II. Avaliación de proxectos en entornos de certeza
  - VAN, TIR, outros indicadores
  - Reinvestimento de fluxos de caixa
- III. Avaliación de proxectos en entornos de risco
  - Modelo de Hillier
  - Modelo de probabilidades condicionadas
- IV. Avaliación de proxectos en entorno de incerteza**
  - O axuste da taxa de desconto
  - O coeficiente de certeza
  - A análise de sensibilidade

# IV. Entorno de incerteza

Idea: non podemos establecer probabilidades aos resultados posibles → descoñecemento total

## □ Métodos de axuste

### ▪ Método de axuste da taxa de desconto do VAN

Operativa: engadir á taxa de desconto  $i$  un incremento  $\Delta i$  como ‘taxa de risco’

$$VAN = -G_0 + \sum_t Q_t \cdot (1 + i + \Delta i)^{-t}$$

Ver **Exercicio 4b**  
(documento aparte)

É unha forma *opinática* de aproximación do risco a través do custo de capital, xa que non hai ningún método racional de estimación de  $\Delta i$

### ▪ Método do coeficiente de certeza ou Método do valor certo equivalente

Operativa: establecer unha cifra certa pola cal o investidor está disposto a cambiar a cifra aleatoria

$$Q_t \text{ (valor certo)} < Q_t' \text{ (valor incerto)}$$

$$\alpha_t = Q_t / Q_t'$$

tal que  $0 < \alpha_t < 1$ , e será tanto menor canto máis incerto sexa o FC.  $\alpha_t$  é o valor certo equivalente ou coeficiente de certeza → unha vez determinados todos os  $Q_t'$ , aplicar a fórmula habitual do VAN.

De novo, é unha estimación *opinática* do grao de fiabilidade dun fluxo de caixa

Ver **Exercicio 4a**  
(documento aparte)

**IMP:** Os métodos 1 e 2 producen un efecto similar

# IV. Entorno de incerteza

## ■ Análise de sensibilidade

Idea: realizar unha análise de sensibilidade require primeiro axustar o entorno de incerteza a un modelo determinista (ex. aplicar coef. de certeza), e logo examinar a estabilidade do resultado ante posibles cambios no valor dos datos

1. Análise de sensibilidade parcial → cámbiase un dato, o resto permanece constante

Partindo do VAN positivo  $VAN = -G_0 + \sum_t Q_t \cdot (1+i)^{-t} > 0$  deducimos os límites de cada variable

→ i.e., valores mínimos para que o proxecto siga sendo efectuable

$$- \text{límite de } G_0 \rightarrow G_0 < \sum Q_t \cdot (1+i)^{-t} > 0$$

$$- \text{límite de } Q_j \rightarrow Q_j > [G_0 - Q_1(1+i)^{-1} - Q_2(1+i)^{-2} - \dots - Q_n(1+i)^{-n}] \cdot (1+i)^j \quad \text{Ver Exs. 5 e 6}$$

$$- \text{límite de } i \rightarrow \text{valor de } i \text{ que anula } VAN \text{ (a TIR)} \quad \text{(documento aparte)}$$

2. Análise de sensibilidade total → implica a variación simultánea de todas as variables

→ Análise máis realista pero máis complexo, inclusive pouco comprensible e útil. Ex.: nun proxecto de 6 FC e 3 posibles valores para cada un, o nº de combinacións sería  $3^6 = 729$

### En resumo...

- utilidade reducida do análise de sensibilidade parcial (simplifica o modelo: todas as variables do modelo son aleatorias pero nós só consideramos unha)
- sensibilidade global moi complicado, sobre todo en termos de interpretación de resultados

# Cuestionario tipo TEST

## A función VAN (k,i)...

- a) Ten maior pendente que a función VAN (i) e corta dita función no punto no que  $k = i$
- b) Corta a función VAN (i) nun punto chamado Intersección de Fisher
- c) Verifica que para  $k < i$ ,  $VAN(k,i) > VAN(i)$
- d) Ten menor pendente que a función VAN (i) e corta o eixo de abscisas pola Intersección de Fisher

## Sinala a resposta INCORRECTA

- a) O modelo de Hillier require coñecer a distribución conxunta de probabilidades dos fluxos de caixa
- b) No modelo de probabilidade condicionada os fluxos de caixa son independentes entre si
- c) No modelo de probabilidade condicionada non se cumpren as condicións do Teorema Central do Límite
- d) A decisión de investimento nun entorno de risco dependerá do grao de aversión ao risco do investidor



# TEMA 4

## Decisións financeiras a C/P

### A xestión da Tesouraría

# BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

---

- I. Piñeiro, C. (2005), *Técnicas y modelos para la gestión financiera de la empresa*, Tórculo Edicións. → Capítulo 16.



# SUMARIO

---

- I. **Obxectivos e contidos da xestión da tesouraría**
- II. Ingresos/gastos vs cobros/pagos. O float
- III. Modelos de xestión de tesouraría
  - Modelo de Baumol
  - Modelo de Beranek
  - Modelo de Sastry

# I. Obxectivos da xestión de tesouraría

## □ Xestión de tesouraría

### ■ 3 razóns para manter fondos líquidos

1. motivo transaccional – atender pagamentos correntes e de capital
2. motivo especulación – aproveitar posíbeis oportunidades de investimento
3. motivo precaución – tratar coa incerteza do entorno

↳ **SalDOS en caixa** → **consustanciais ás actividades empresariais, pero xeran custos de oportunidade.**

### ■ Dobre obxectivo da xestión de tesouraría

1. garantir solvencia C/P – dotar á empresa de recursos líquidos para atender obrigas de pago
2. reducir custo de xestión de efectivo
  - custo de oportunidade dos saldos á vista
  - gastos de admon. e comisións bancarias

#### **Concepto TESOURARÍA CERO:**

*“A empresa debe manter en todo momento un saldo de efectivo equivalente á contía de pagamentos previsíbeis, máis un fondo de cobertura de riscos”*

# I. Obxectivos da xestión de tesouraría

## ■ A tesouraría cero require...

- planificar fluxos de caixa previstos
- adoptar decisións de investimento e financiamento

↳ A xestión da tesouraría debe estar en estreita coordinación coa función financeira

## ■ 4 piares do modelo de xestión de tesouraría

1. concepto de float – tempo desde q un pago/cobro é esixible ata q se produce o cargo/abono en conta  
→ o float xenera custos financeiros e admin. que poden reducirse de organizarse convenientemente
2. xestión bancaria – importancia do papel xogado polos bancos:
  - intermediarios nos movementos de tesouraría
  - responsables do float financeiro
  - proporcionan servizos de interese (banca electrónica, recursos para o *cash pooling*, etc.)
3. consideración da tesouraría como un centro de beneficios
4. concepción voluntarista da xestión de tesouraría  
→ non limitarse a cobrar/pagar: xestionar activamente os FC e adaptalos ás necesidades de fondos

## ■ Instrumento principal de xestión: o orzamento de tesouraría

# I. Obxectivos da xestión de tesouraría

## □ Orzamento de tesouraría

- Idea
- Agregar fluxos de caixa previstos nun periodo (dacordo ás súas datas valor)
  - Orzamento móbil, non estático – proceso dinámico de actualización (*'clearing de tesouraría'*)
  - Permite - mostrar a posición de tesouraría (movementos previstos e saldo resultante)
    - tomar decisións para acomodar os FC ás necesidades financeiras reais da empresa

## ▪ Desglose do orzamento de tesouraría

1. Orz. de operacións correntes      Previsións de cobramentos/pagamentos por actividades ordinarias de explotación:
  - compra de mercadorías / venda de produtos
  - gastos explotación (alugueres, etc.)
  - salarios
  - xuros financiamento a c/p
2. Orzamento de capital      Operacións que afectan á estrutura financeira / inmovilizado:
  - amortización de préstamos e novos préstamos
  - adquisición de maquinaria, inmovilizado
  - subvencións, fianzas, etc.
3. Orz. de operacións extraordinarias      Transaccións excepcionais, alleas ao tráfico e estrutura patrimonial permanente

# I. Obxectivos da xestión de tesouraría

## ➤ Exemplo 1 - Piñeiro (2005), p. 586

Elaborar orzamento do mes de novembro para unha sociedade cós seguintes datos:

• saldo mínimo tesouraría requerido: 2 u.m.

• vendas      **70% contado**  
                  **10% a 30 días**  
                  **20% a 60 días**

• compras    **60% contado**  
                  **40% a 30 días**  
 • gastos      **100% contado**

	Vendas	Compras	Gastos
Setembro	12	7	1,05
Outubro	11	12	1,8
Novembro	10	8	1,2

• balance 31.10 →

	ACTIVO	94	PASIVO	94
Corrente	18		Neto	60
- dispoñible	2			
- esixible	5			
- realizable	11			
Non corrente	76		Esixible	34
- material	62		- esix. c/p	20
- inmaterial	10		- esix. l/p	14
- financeiro	4			

- salarios      **2,5 u.m (+ desembolsos adicionais por indemnizacións)**
- préstamo hai 2 anos: nominal 15 u.m.,  $i = 4\%$  anual,  $n = 5$ , cotas pospagables a 31.12  
     → intención de amortizar 1 u.m. anticipadamente en novembro
- conta de crédito: límite 3 u.m., saldo 2 u.m.,  $i=6\%$  pagables mensualmente
- subvención 12 u.m. por compra maquinaria, previsto cobramento en novembro do 75%
- pagamento dun anticipo de 7 u.m. por esa compra de maquinaria
- devolución fianza depositada hai tempo por contencioso xudicial xa resolto → cobramento de 1 u.m.

# I. Obxectivos da xestión de tesouraría

## I.- Orzamento de operacións correntes

· gastos vs pagamentos → gastos de explotación ao contado: **1,2 u.m.**

→ compras:	setembro	outubro	novembro	→ vendas:	setembro	outubro	novembro
compras	7	12	8	vendas	12	11	10
contado (60%)	4,2	7,2	4,8	contado (70%)	8,4	7,7	7
a 30 días (40%)		2,8	4,8	a 30 días (10%)		1,2	1,1
			<b>9,6</b>	a 60 días (20%)			2,4
							<b>10,5</b>

· salarios: **2,5 u.m.**

· xuros conta crédito:  $I = \text{NRT}/36000 = (2 \cdot 6 \cdot 30)/36000 = 0,01 \text{ u.m.}$

ORZAMENTO DE OPERACIÓNS CORRENTES			
COBRAMENTOS	10,5	PAGAMENTOS	13,31
vendas ao contado.....	7,0	compras ao contado.....	4,8
cobramentos vendas aprazadas..	3,5	pagamentos compras aprazadas..	4,8
desconto efectos.....		salarios.....	2,5
créditos e préstamos c/p.....		gastos explotación.....	1,2
axustes por imposicións.....		tributos.....	
xuros.....		xuros.....	0,01
<b>EXCEDENTE NETO.....</b>	<b>-2,81</b>		

## III.- Orzamento de operacións extraordinarias → NON HAI

# I. Obxectivos da xestión de tesouraría

## II.- Orzamento de operacións de capital

- cobramento por subvención:  $75\% \cdot 12 = 9 \text{ u.m.}$  · devolución fianza: **1 u.m.**
- pagamento amortiz. préstamo: **1 u.m.** · adianto proveedor maquinaria: **7 u.m.**

A) SALDO INICIAL 31.10	2,0
B) ORZAMENTO CORRENTE	
- cobramentos	10,5
- pagamentos	13,3
- excedente neto	-2,81
C) ORZAMENTO DE CAPITAL	
- cobramentos	10,0
- pagamentos	8,0
- excedente neto	2,0
D) ORZAMENTO EXTRAORD.	
- excedente neto	0,0
SALDO ESPONTÁNEO	1,19
SALDO MÍNIMO ESIXIDO	2,0
<b>EXCEDENTE NETO DE TESOURARÍA</b>	<b>-0,81</b>

ORZAMENTO DE OPERACIÓN DE CAPITAL			
COBRAMENTOS	10,0	PAGAMENTOS	8,00
ampliacións de capital.....		investimento inmovilizado.....	7
préstamos recibidos.....		amortización de préstamos.....	1
empréstitos emitidos.....		gastos financeiros.....	
fianzas l/p recibidas.....		fianzas constituídas l/p.....	
devolución fianzas.....	1,0	devolución fianzas recibidas.....	
subvencións de capital.....	9,0	gastos de constitución.....	
<b>EXCEDENTE NETO.....</b>	<b>2,00</b>		

Orzamento tesouraría mes de novembro

# SUMARIO

---

- I. Obxectivos e contidos da xestión da tesouraría
- II. Ingresos/gastos vs cobros/pagos. O float**
- III. Modelos de xestión de tesouraría
  - Modelo de Baumol
  - Modelo de Beranek
  - Modelo de Sastry



# II. INGRESOS/GASTOS vs COBROS/PAGOS

## O FLOAT

### □ O Float

Idea: a miúdo, o saldo en C/C non coincide có saldo en contabilidade

↳ **Concepto de data valor:** *nas operacións de tesouraría interveñen bancos como intermediarios, producíndose unha disociación entre a data contable e a data real na que se dispón dos fondos.*

→ a diferenza é o float financeiro

→ as condicións de valoración son asimétricas: cargos inmediatos, abonos con días de retraso

### ■ Tipos de float

1. float financeiro – diferenza entre data valor contable e data valor bancaria

2. float comercial – diferenza entre vencemento e disposición dos fondos

→ *é unha práctica habitual nas empresas realizar os pagamentos en días concretos do mes (simplificar admon., comodidade, etc.) o que xenera aplazamentos máis aló do vencemento da factura*

⇒ **IMP.:** O float financeiro forma parte do float comercial

**FLOAT ≠ float financeiro + float comercial**

# II. INGRESOS/GASTOS vs COBROS/PAGOS

## O FLOAT

### ■ **É labor do tesoureiro reducir o float todo o posible**

- controlar as datas de emisión das ordes de pagamento
- esixir compensacións por retrasos (sobre todo sistemáticos)
- seleccionar e esixir medios de pagamento que reduzan o float (ex. transferencias vs cheques)
- negociar cós bancos condicións favorables
- organización TIC da empresa (facturación telemática, modelos lockbox & netting, etc.)
- revisar/optimizar procesos internos
- implantar descontos por pronto pago (ver ch. 2)

### ➤ **Exemplo 2** - *Piñeiro (2005), p. 595*

**Examinamos as facturas e movementos bancarios dun dos nosos clientes, e vemos que paga únicamente os días 15 e fin de mes mediante transferencia bancaria (efectiva en conta 2 días máis tarde)**

#### · **float comercial e financeiro** (vemos só o 1º pago)

DATA	IMPORTE	PRAZO PAGO	DATA PAGO	DATA EMISIÓN	DATA VALOR
02/01	10.500 eur	25 días	27/01	31.01	02/02

- float financeiro: 02/02 – 31/01 = 2 días

- float comercial: 02/02 – 27/01 = 6 días

#### · **cal é o custo monetario do float se o wacc da empresa é do 5%**

$$\text{custo} = N \cdot \text{wacc} \cdot (\text{float}/365) = 10.500 \cdot 5\% \cdot (6/365) = 8,63 \text{ u.m.}$$

# II. INGRESOS/GASTOS vs COBROS/PAGOS O FLOAT

## □ A xestión do float: Modelo de lockbox

Def.: *Lockbox*, lugar de xestión onde se centralizan os cobramentos de clientes dunha área

→ obxectivo: criterio de economicidade

→ problema: seleccionar unha distribución óptima dos clientes nunha rede a priori indeterminada de centros de pagamento.

### ■ **Plantexamento do problema**

Resolveríase mediante programas de optimización...

- i. minimizando os desembolsos → investimento inicial por oficina, custos operativos, float, etc.
- ii. suxeito a unhas restriccións
  - cada zona xeográfica asignada a unha única oficina de pagamento
  - cada oficina  $j$  pode atender  $\mu_j$  zonas como máximo
  - $k$  oficinas de xestión como máximo
  - variables de decisión binarias: instalar / non instalar

(resolveríase con programación. Non o imos ver)

# II. INGRESOS/GASTOS vs COBROS/PAGOS O FLOAT

## ☐ Xestión bancaria

Idea: Na práctica, en lugar de manter redes de oficinas para xestionar os cobramentos de clientes, as empresas habitualmente empregan os servizos bancarios. Nace así a xestión bancaria

- **Obxectivos**
  - coordinar fluxos e xestión de contas
  - negociar condicións favorables (minimizar custos de xestión)
  - dispor de asesoramento profesional específico (mercados de capitais, divisa)
  - servizos bancarios: banca electrónica, transferencias, etc.
  
- **Técnicas de xestión**
  - concentración
    - suprimir contas ociosas
    - reducir ao indispensable os traspasos entre contas
    - encamiñar cobros ás contas das que parten os fluxos naturais de pago
  
  - centralización de tesouraría e *cash-pooling* (varrido de contas)
    - ↳ establecer unha posición única de tesouraría e centralizar transaccións
  
  - modelos de decisión baseados en programación matemática (ver pto III)
  
  - negociación global → negociar cós bancos sempre as condicións para o total das operacións de investimento e financiamento da empresa → maior poder de negociación

## II. INGRESOS/GASTOS vs COBROS/PAGOS O FLOAT

### □ Centralización de tesouraría: Cash pooling

Idea: xestión centralizada dos servizos de tesouraría dunha empresa ou holding de empresas

→ práctica especialmente desexable con operacións en divisa (*netting*)

→ ‘centralizar’ = substituir todas ou parte das competencias locais (áreas de negocio, empresas do holding) por unha autoridade única con perspectiva corporativa

- **Obxectivos**
  - reducir custo de oportunidade do efectivo
  - casar déficits locais con excedentes noutras posicións
  - máis información e máis control
  - optimizar a posición global de tesouraría
  
- **Niveis de centralización**
  - centralización de tesouraría nunha mesma sociedade
    - varrer diariamente os saldos excedentes de contas periféricas a unha única conta central
  - centralización de tesouraría nun holding (*cash-pooling* propiamente dito)
    - establecer procesos automáticos para transferir fondos entre os distintos centros
  - centralización de contas internacionais (*netting* de pagos/cobros en divisa)

# SUMARIO

---

- I. Obxectivos e contidos da xestión da tesouraría
- II. Ingresos/gastos vs cobros/pagos. O float
- III. Modelos de xestión de tesouraría**
  - Modelo de Baumol
  - Modelo de Beranek
  - Modelo de Sastry

# III. Modelos de xestión da tesouraría

Idea As técnicas de programación matemática permiten incorporar ao análise da tesouraría factores aleatorios, manexar modelos multiperiodo, facer simulacións, etc.

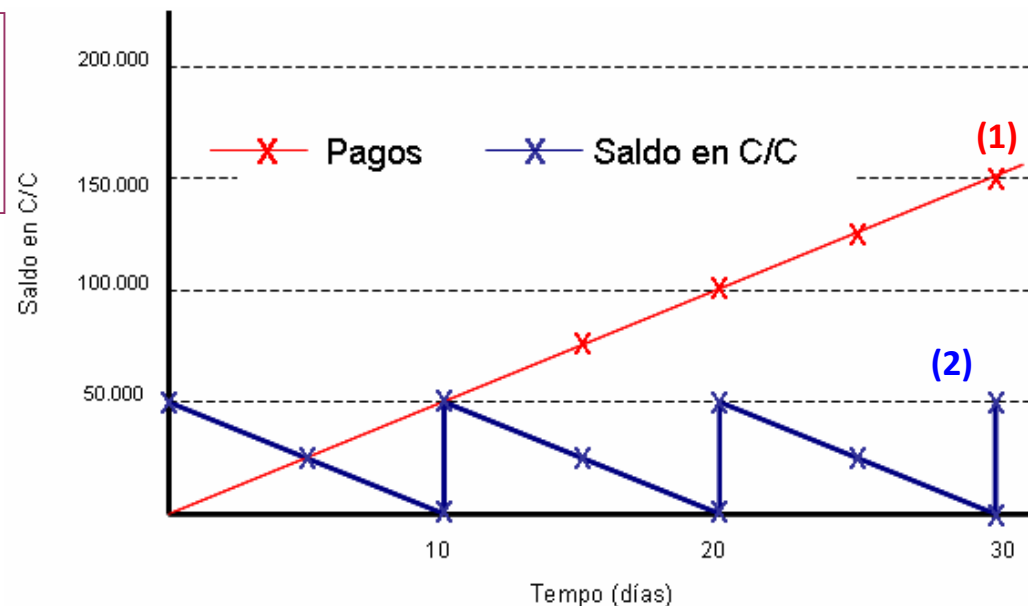
→ Iremos ver as bases de 3 modelos matemáticos de xestión de tesouraría: Baumol, Beranek e Sastry

## Modelo de Baumol

### Características

- (1) demanda de efectivo determinista sen estacionalidade
- (2) atendida coa liquidación sucesiva dun activo rendible de nominal  $\geq$  á contía total a desembolsar

*Exemplo habitual na práctica: temos investidos os recursos líquidos da empresa nun depósito bancario, ou fondo monetario, e imos retirando fondos desa posición conforme o saldo en C/C vai quedando próximo a 0*



# III. Modelos de xestión da tesouraría

## 2 tipos de custo

### 1. custo de transacción polas liquidacións do activo rendible

$$CT = [k_0 + k_1 \cdot C] \cdot \frac{D}{C}$$

onde...

- CT = “custo de transacción” polas liquidacións realizadas
- $k_0$  = custo fixo por cada liquidación do activo rendible
- $k_1$  = custo variable pola liquidación do activo rendible
- C = contía nominal desinvestida
- D = desembolso total requerido

tal que  $n = D/C$  é o nº de liquidacións necesarias

### 2. custo de oportunidade do efectivo á vista

$$CO = \frac{1}{2} \cdot C \cdot i \cdot T$$

onde...

- CO = “custo de oportunidade” do efectivo en C/C
- $\frac{1}{2}$  → pq o saldo medio en C/C durante un periodo é a metade da contía desinvestida ao inicio de cada periodo
- i = custo de oportunidade entre a rendibilidade do activo e a da C/C
- T = periodo de tempo

IMP: se substituímos T = 1 (mes), entón i debe ir expresado en % mensual

## Estratexia óptima

Dada a función de custos...

$$\Gamma(C) = [k_0 + k_1 \cdot C] \cdot \frac{D}{C} + \frac{1}{2} \cdot C \cdot i \cdot T$$

o nivel de custos mínimos virá dado polo valor de C que iguale a 1ª derivada a cero:

$$\Gamma'(C) = 0 \longrightarrow C^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k_0 \cdot D}{i \cdot T}}$$

ademáis...

$$n^* = \frac{D}{C^*} \quad t^* = \frac{360}{n^*}$$

$$\Gamma(C^*) = k_1 \cdot D + \sqrt{2 \cdot k_0 \cdot D \cdot i \cdot T}$$



# III. Modelos de xestión da tesouraría

## ➤ Exemplo 3 - Piñeiro (2005), p. 605

Unha empresa sumará desembolsos  $D = 155.000$  eur no próximo mes ( $T=1$ ) sen percibir cobros durante ese periodo, pero dispón dun activo de  $500.000$  eur, rdto 4% anual,  $k_0 = 25$  eur,  $k_1 = 1\%$ . O rdto dos saldos en C/C é do 0,5%. Determinar a mellor forma de liquidar o activo para atender os pagos.

·  $CT = [k_0 + k_1 \cdot C] \cdot D/C = [25 + 1\% \cdot C] \cdot (155.000/C)$

·  $CO = \frac{1}{2} \cdot C \cdot i \cdot T = \frac{1}{2} \cdot C \cdot i_{12} \cdot 1 = 0,146\% \cdot C$       onde  $i_{12} = i/12 = (4\% - 0,5\%)/12 = 0,292\%$

· Valor  $C^*$  que minimiza a función de custos:  $C^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k_0 \cdot D}{i \cdot T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 \cdot 155.000}{0,292\%}} = 51.547,48 \text{ eur}$

· nº de operacións:  $n^* = \frac{D}{C^*} = \frac{155.000}{51.547,48} = 3,01 \text{ liquidacións mensuais}$

· frecuencia:  $t^* = \frac{30}{3,01} = 9,98 \text{ días}$       ← 30, e non 360, porque  $T = 1$  mes

· custo soportado para  $C = C^*$   $\Gamma(C^*) = CT + CO = [25 + 1\% \cdot 51.547,48] \cdot \frac{155.000}{51.547,48} + (0,146\% \cdot 51.547,48)$   
 $\Gamma(C^*) = 1700,35 \text{ eur}$

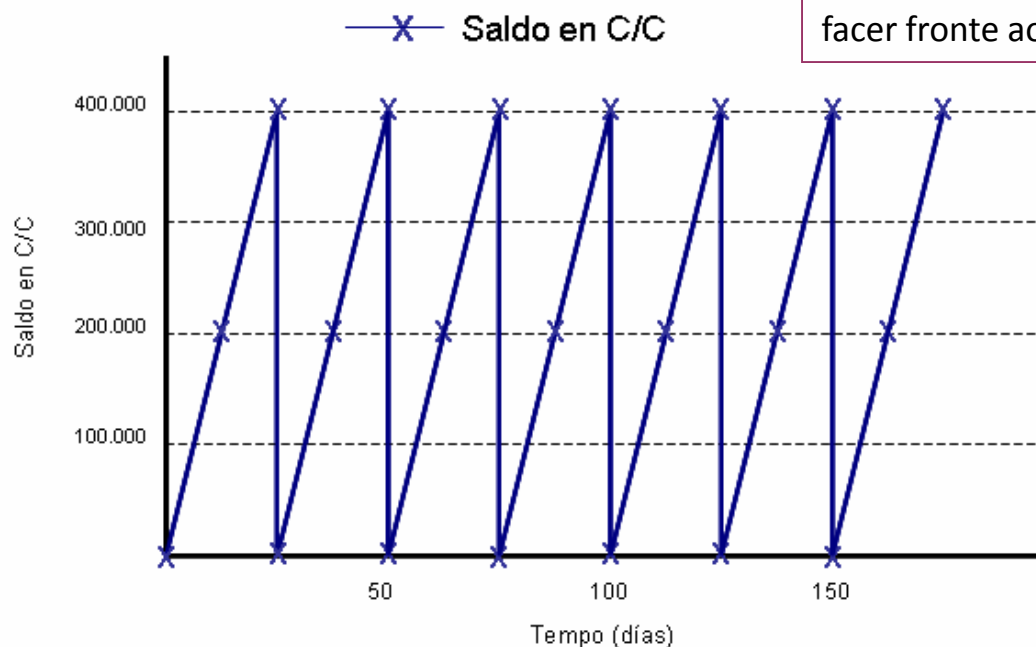
ou alternativamente...  $\Gamma(C^*) = k_1 \cdot D + \sqrt{2 \cdot k_0 \cdot D \cdot i \cdot T} = 1\% \cdot 155.000 + \sqrt{2 \cdot 25 \cdot 155.000 \cdot 0,292\%}$

# III. Modelos de xestión da tesouraría

## Modelo de Beranek

### Características

- un único pagamento de contía preestablecida  $D$ , a efectuar ó final do horizonte de planificación
- cobramentos de clientes contínuos no tempo, non estacionais, que van directamente á C/C
- imos realizando investimentos de contía  $C$  nun activo rendible, e ó final do horizonte de planificación o activo liquídase para facer fronte ao pagamento



*Exemplo: O modelo de Baumol aplicaríase en casos onde os fluxos de caixa negativos (pagos) superan ós positivos (cobros), mentras o modelo de Beranek aplicaríase cando agardemos máis fluxos de caixa positivos no futuro*

# III. Modelos de xestión da tesouraría

## ■ 3 tipos de custo

1. **custo de oportunidade** do efectivo non investido

$$CO = \frac{1}{2} \cdot C \cdot i \cdot T$$

2. **custo de transacción** polos investimentos realizados

$$CT = [h_0 + h_1 \cdot C] \cdot \left( \frac{D}{C} - 1 \right)$$

- CI = "custo de transacción" polos investimentos realizados
- $h_0$  = custo fixo por cada investimento no activo rendible
- $h_1$  = custo variable pola investimento no activo rendible

Pq' (D/C) - 1? → o nº de ciclos de aforro-investim. é D/C, pero o último investimento non chega a facerse pq coincide có pago

3. **custo de liquidación** final do investimento

$$CL = k_0 + k_1 \cdot (D - C)$$

Pq' (D - C) ? → pq o último investimento non chega a facerse

## ■ Estratexia óptima

A **función de custos** será...  $\Gamma(C) = CO + CI + CL = \frac{1}{2} \cdot C \cdot i \cdot T + [h_0 + h_1 \cdot C] \cdot \left( \frac{D}{C} - 1 \right) + k_0 + k_1 \cdot (D - C)$

e o nivel de custos mínimos virá dado polo valor de C que iguale a 1ª derivada a cero:

$$\Gamma'(C) = 0 \longrightarrow C^* = \sqrt{\frac{h_0 \cdot D}{\left( \frac{1}{2} \cdot i \cdot T \right) - h_1 - k_1}} \quad \text{ademáis...} \quad n^* = \frac{D}{C^*} - 1 \quad t^* = \frac{360}{n^*}$$

# III. Modelos de xestión da tesouraría

## ➤ Exemplo 4 - Piñeiro (2005), p. 610

Unha empresa instala unha nova liña de produción, custo  $D = 600.000$  eur a pagar en  $T=1$  ano. Percibe fluxos de caixa positivos, investibles nun activo rendible o 3% anual, custos de investimento  $h_0 = 20$  eur,  $h_1 = 0,4\%$ , e custos de liquidación  $k_0 = 0$  eur,  $k_1 = 0,4\%$ . Determine a política de xestión de tesouraría máis adecuada para a empresa.

·  $CO = \frac{1}{2} \cdot C \cdot i \cdot T = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (3\% - 0\%) \cdot 1 = 1,5\% \cdot C$

·  $CI = [h_0 + h_1 \cdot C] \cdot [(D/C) - 1] = [20 + 0,4\% \cdot C] \cdot [(600.000/C) - 1]$

·  $CL = k_0 + k_1 \cdot (D - C) = 0,4\% \cdot (600.000 - C)$

· Valor  $C^*$  que minimiza a función de custos:

$$C^* = \sqrt{\frac{h_0 \cdot D}{\left(\frac{1}{2} \cdot i\right) - h_1 - k_1}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 600.000}{1,5\% - 0,4\% - 0,4\%}} = 41.403,93 \text{ eur}$$

· nº de operacións:  $n^* = \frac{D}{C^*} - 1 = \frac{600.000}{41.403,93} - 1 = 13,49 \text{ operacións de investimento (+1 liqu.)}$

· frecuencia:  $t^* = \frac{360}{13,49} = 25,19 \text{ días}$

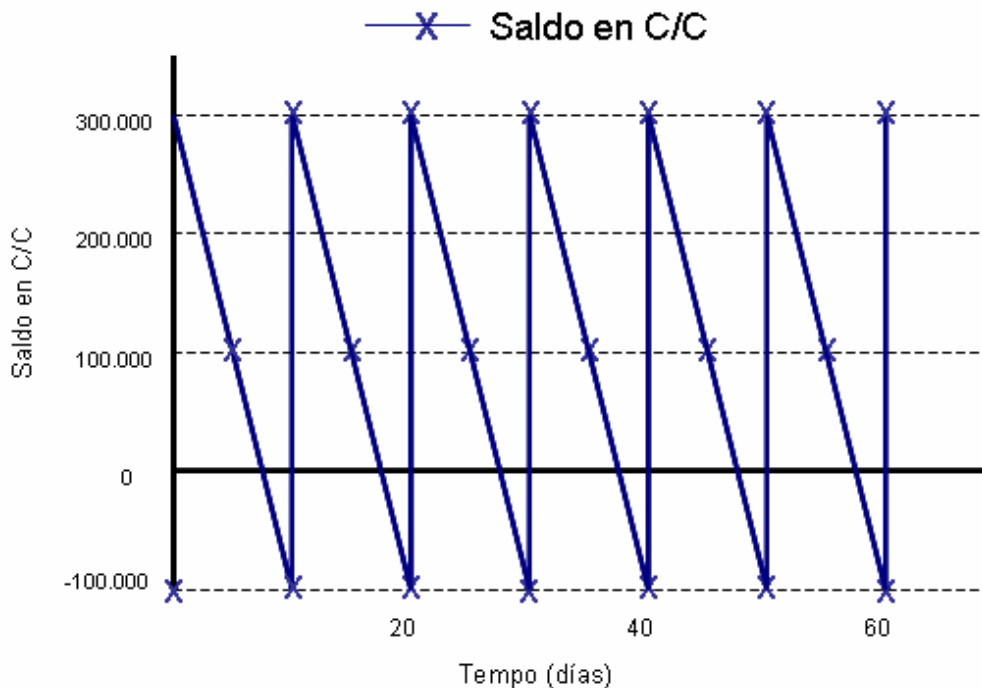
· custo soportado para  $C = C^*$ :  $\Gamma(C^*) = CO + CI + CL = \dots = 5.359,66 \text{ eur}$

# III. Modelos de xestión da tesouraría

## Modelo de Sastry

### Características

- fluxos de caixa agardados negativos
- introducimos a posibilidade de financiarse cunha conta de crédito
- partimos do modelo de Baumol, introducindo un 3º custo: o custo de financiamento a través da póliza de crédito



### Conclusións ás que chegaremos:

1.- o custo mínimo dunha política sen financiamento alleo a curto prazo,  $\Gamma(C^*)$ , será sempre superior ao custo mínimo que podemos acadar cunha política con financiamento,  $\Gamma(C^*, S^*)$

2.- pero ollo! eso non implica que calquer estratexia con financiamento alleo sexa mellor que sen financiamento; teremos que buscar o equilibrio óptimo  $\beta^* = S^*/C^*$  (onde  $\beta^*$  é a 'taxa de ruptura óptima')

# III. Modelos de xestión da tesouraría

## ■ De Baumol a Sastry

→ No modelo de Baumol a función de custos era...

$$\Gamma(C) = [k_0 + k_1 \cdot C] \cdot \frac{D}{C} + \frac{1}{2} \cdot C \cdot i \cdot T$$

→ Cambio de notación: no custo de oportunidade substituímos C por S, 'saldo máximo en C/C', que no modelo de Baumol era equivalente a C, pero agora xa non

$$\Gamma(C) = [k_0 + k_1 \cdot C] \cdot \frac{D}{C} + \frac{1}{2} \cdot S \cdot i \cdot T$$

→ Introducimos CF (custo de financiam. con póliza de crédito):

$$CF = \frac{1}{2} \cdot (C - S) \cdot r \cdot t_2/t$$

→ Agora, no modelo de Sastry, a **función de custos** será...

$$\Gamma(C, S) = [k_0 + k_1 \cdot C] \cdot \frac{D}{C} + \frac{1}{2} \cdot S \cdot i \cdot \frac{t_1}{t} + \frac{1}{2} \cdot (C - S) \cdot r \cdot \frac{t_2}{t}$$

· onde  $t_1 + t_2 = t$  son os periodos de tempo con saldo positivo en C/C, saldo disposto na póliza de crédito, e periodo total dun ciclo de liquidación, respectivamente

· r = custo de financiamento vía póliza de crédito

# III. Modelos de xestión da tesouraría

## ■ Pódense demostrar 2 cousas

1.- A relación entre C e S ven dado pola taxa de ruptura

→ momento no que quedamos sen saldo na C/C e comezamos a usar a póliza de crédito

→ determinada polas seguintes igualdades

$$\beta = \frac{S}{C} = \frac{t_1}{t} = \frac{r}{i+r}$$

2.- O custo mínimo nos modelos con e sen financiamento alleo ven dado por...

→ sen financiamento

$$\Gamma(C^*) = k_1 \cdot D + \sqrt{2 \cdot k_0 \cdot D \cdot i \cdot T}$$

← *Modelo de Baumol*

→ con financiamento alleo

$$\Gamma(C^*, S^*) = k_1 \cdot D + \sqrt{2 \cdot k_0 \cdot D \cdot i \cdot T} \times \sqrt{\frac{r}{i+r}}$$

← *Modelo de Sastry*

dado que  $\sqrt{\frac{r}{i+r}} \leq 1$  e só é = 1 se a)  $r \rightarrow \infty$  (custo de financiamento moi elevado)  
b)  $i = 0$  (custo de oportunidade do efectivo nulo)

entón  $\Gamma(C^*) \geq \Gamma(C^*, S^*)$  - O custo mínimo dunha política con financiamento alleo é sempre inferior ao custo mínimo sen financiamento  
- Olo! Esta conclusión esixe que esteamos aplicando a política óptima de endebedamento,  $(C^*, S^*)$

# III. Modelos de xestión da tesouraría

## ■ Estratexia óptima ( $C^*$ , $S^*$ ) con financiamento alleo

Política óptima  $\rightarrow$  niveis  $C^*$  (contía nominal desinvestida óptima) e  $S^*$  (saldo máximo permitido na C/C) tal que  $\Gamma'(C,S) = 0$ :

$$C^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k_0 \cdot D}{i \cdot T}} \times \sqrt{\frac{i+r}{r}}$$

$$S^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k_0 \cdot D}{i \cdot T}} \times \sqrt{\frac{r}{i+r}}$$

mesma fórmula que no modelo de Baumol, axustado por  $\sqrt{1/\beta}$  e  $\sqrt{\beta}$ , respectivamente

de xeito que

- $C^* - S^*$   $\rightarrow$  saldo máximo disposto en póliza
- $n^* = D/C^*$   $\rightarrow$  nº de transaccións óptimo
- $t^* = 360/n^*$   $\rightarrow$  periodo óptimo por transacción
- $t_1^* = \frac{S^*}{C^*} \cdot t^* = \beta^* \cdot t^*$   $\rightarrow$  periodo de tempo óptimo que usamos a C/C
- $t_2^* = t^* - t_1^* = \frac{C^* - S^*}{C^*} \cdot t^*$   $\rightarrow$  periodo de tempo óptimo que usamos a póliza



# III. Modelos de xestión da tesouraría

## ➤ Exemplo 5 - Piñeiro (2005), p. 614

Unha empresa debe atender no próximo exercicio uns desembolsos de  $D = 12,5M$  eur a ritmo aprox cte. O saldo actual en C/C é nulo, pero dispoñemos dun activo pola mesma contía,  $rdto = 6\%$  anual, custos de liquidación  $k_0 = 250$  eur,  $k_1 = 2\%$ . Os descubertos en C/C non teñen comisión, pero si un recargo de  $r = 25\%$  por saldo medio anual disposto.

1) Determine a política de xestión de tesouraría óptima sen financiamento alleo  $c/p$ .

· Valor  $C^*$  que minimiza a función de custos: 
$$C^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k_0 \cdot D}{i \cdot T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 250 \cdot 12,5M}{(6\% - 0\%) \cdot 1}} = 322.748,61 \text{ eur}$$

· nº de operacións: 
$$n^* = \frac{D}{C^*} = \frac{12,5M}{322.748,61} = 38,73 \text{ liquidacións}$$

· frecuencia: 
$$t^* = \frac{360}{38,73} = 9,30 \text{ días}$$

· custo total para  $C = C^*$ : 
$$\Gamma(C^*) = [k_0 + k_1 \cdot C^*] \cdot \frac{D}{C^*} + \frac{1}{2} \cdot C^* \cdot i \cdot T = \dots$$
$$= 259.682,46 + 9.682,46 = 269.364,92 \text{ eur}$$

ou alternativamente... 
$$\Gamma(C^*) = k_1 \cdot D + \sqrt{2 \cdot k_0 \cdot D \cdot i \cdot T} = \dots = 269.364,92 \text{ eur}$$

# III. Modelos de xestión da tesouraría

2) Determine a política óptima con financiamento alleo c/p.

· Valores  $C^*$  e  $S^*$  que minimizan a función de custos:

$$C^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k_0 \cdot D}{i \cdot T}} \times \sqrt{\frac{i+r}{r}} = \dots = 359.397,64 \text{ eur}$$

$$S^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k_0 \cdot D}{i \cdot T}} \times \sqrt{\frac{r}{i+r}} = \dots = 289.836,81 \text{ eur} \quad \leftarrow \text{Recordar, saldo máx en C/C}$$

· saldo máx. en póliza de cdto:  $C^* - S^* = 69.560,83 \text{ eur}$

· nº de operacións:  $n^* = \frac{D}{C^*} = \frac{12,5M}{359.397,64} = 34,78 \text{ liquidacións}$

· frecuencia:  $t^* = \frac{360}{34,78} = 10,35 \text{ días}$        $t_1^* = \frac{S^*}{C^*} \cdot t^* = \beta^* \cdot t^* = \dots = 8,35 \text{ días usando C/C}$   
 $t_2^* = t^* - t_1^* = \frac{C^* - S^*}{C^*} \cdot t^* = \dots = 2 \text{ días usando póliza}$

· custo total para  $C = C^*$ ,  $S = S^*$ :  $\Gamma(C^*, S^*) = [k_0 + k_1 \cdot C^*] \cdot \frac{D}{C^*} + \frac{1}{2} \cdot S^* \cdot i \cdot \frac{t_1^*}{t^*} + \frac{1}{2} \cdot (C^* - S^*) \cdot r \cdot \frac{t_2^*}{t^*}$   
 $= \dots = 258.695,10 + 7.014,89 + 1.680,21 = 267.390,21 \text{ eur}$

ou alternativamente, usando...  $\Gamma(C^*, S^*) = k_1 \cdot D + \sqrt{2 \cdot k_0 \cdot D \cdot i \cdot T} \times \sqrt{\frac{r}{i+r}}$

# III. Modelos de xestión da tesouraría

3) A empresa en cambio segue esta política: liquidacións periódicas  $C = 1M$ , saldo máx en C/C  $S = 50.000$

a) calcular o custo total da xestión

$$\Gamma(C, S) = [k_0 + k_1 \cdot C] \cdot \frac{D}{C} + \frac{1}{2} \cdot S \cdot i \cdot \frac{t_1}{t} + \frac{1}{2} \cdot (C - S) \cdot r \cdot \frac{t_2}{t}$$

necesitamos calcular  $n$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  e  $t$

$$n = \frac{D}{C} = 12,5$$

$$t_1 = \frac{S}{C} \cdot t = \frac{50.000}{1M} \cdot 28,8 = 1,44 \text{ días usando } C/C$$

$$t = \frac{360}{12,5} = 28,8 \text{ días}$$

$$t_2 = t - t_1 = 27,36 \text{ días usando póliza}$$

entón

$$\Gamma(C, S) = \dots = 253.125,0 + 75,0 + 112.812,5 = 366.012,5 \text{ eur}$$

b) está a empresa a seguir unha política óptima vs 1) e 2)?

Claramente non. A estratexia non é eficiente comparada coa política óptima con endebedamento (caso 2), pero tamén claramente ineficiente con respecto á política óptima sen endebedamento.

Conclusión: usar pólizas de crédito si... pero con sentidoño!

# Cuestionario tipo TEST

## Respecto ao concepto de 'float'...

- a) Significa que a empresa debe manter un saldo de efectivo equivalente aos pagos previstos
- b) Xenera custos financeiros e administrativos á empresa
- c) Non hai nada que o tesoureiro poida facer por reduci-lo, xa que depende da mala xestión de terceiras persoas
- d) É a suma do float financeiro e o float comercial

## Sinala a resposta INCORRECTA

- a) O modelo de Sastry demostra que calquer estratexia con financiamento alleo será mellor que o modelo sen financiamento de Baumol
- b) O modelo de Baumol caracterízase por unha demanda de efectivo determinista sen estacionalidade
- c) No modelo de Sastry a relación entre a contía nominal desinvestida,  $C$ , e saldo máximo en conta,  $S$ , ven dado pola taxa de ruptura,  $\beta$
- d) No modelo de Beranek debemos considerar na función de custos, entre outros, o custo de liquidación final do investimento



# TEMA 5

## Decisións financeiras a C/P

### Contas a cobrar e control da morosidade

# BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

---

- I. Piñeiro, C. (2005), *Técnicas y modelos para la gestión financiera de la empresa*, Tórculo Edicións. → Capítulo 16.

# SUMARIO

---

- I. **Fundamentación e problemática do crédito**
- II. Un modelo para a xestión das contas a cobrar:  
Modelo de Lieber - Orgler
- III. Métodos de previsión da morosidade
  - Credit Scoring
  - Árbores de decisión
  - Análise discriminante
  - Cadeas de Markov: matrices de transición

# I. Fundamentación e problemática financeira do crédito

## ■ Pago aprazado

- Vantaxe principal → motivación adicional do cliente para comprar a mercadoría da empresa
- Inconvintes
  - inmoviliación de recursos
  - risco de impago

↳ conclusión: *interesa unha política de crédito a clientes xestionada cun criterio de economicidade*

→ *conciliar beneficios esperados do crédito comercial ( $\Delta$ vendas)...*

→ *...con custos financeiros, de admon., e morosidade provocados pola adopción dunha política de clientes demasiado laxa.*

## ■ Obxectivos da xestión de crédito comercial

1. fixar condicións xerais do crédito comercial (criterios de concesión, prezo)
2. avaliar solvencia dos clientes demandantes
3. decidir a concesión ou non de pagos aprazados
4. controlar a realización das contas a cobrar

**Obxectivo 1** → Sección II (modelo de Lieber – Orgler)

**Obxectivo 2** → Sección III (credit scoring, árbores de decisión e análise discriminante)

**Obxectivo 4** → Sección III (cadeas de Markov)



# SUMARIO

---

- I. Fundamentación e problemática do crédito
- II. **Un modelo para a xestión das contas a cobrar:  
Modelo de Lieber - Orgler**
- III. Métodos de previsión da morosidade
  - Credit Scoring
  - Árbores de decisión
  - Análise discriminante
  - Cadeas de Markov: matrices de transición

# II. Modelo de xestión das contas a cobrar

## □ Modelo de Lieber - Orgler

### ■ Teoría

\* Maximizar o VA dos cobros proporcionados polas vendas en termos netos

→ i.e., **descontado custo de vendas, gastos ocasionados pola morosidade e insolvencias definitivas**

\* Calcularemos en cada caso...

i. VA dos cobros ao contado

$$C_{\text{contado}} = V \cdot (1 - d) \cdot q \cdot \overbrace{[1 - (r \cdot t_d)]}^{\text{VA, desconto simple}}$$

ii. VA dos cobros a crédito

$$C_{\text{crédito}} = V \cdot (1 - q) \cdot (1 - w) \cdot [1 - (r \cdot t_c)]$$

iii. VA das contas morosas recuperadas

$$C_{\text{mora}} = [V \cdot (1 - q) \cdot w \cdot c + \text{recargos} - \text{gastos}] \cdot \text{desconto}^{(*)}$$

onde...  $V$  = vendas;  $d$  = desconto comercial;  $q$  = % de operacións ao contado;  $w$  = % de morosidade (s/vendas a crédito);  
 $c$  = % de recuperación de morosos;  $t_d$  = nº días prazo pago contado;  $t_c$  = nº días prazo pago crédito

(\*) o desconto a aplicar en  $C_{\text{mora}}$  dependerá de que maneira computemos o nº de días que os morosos tardan en pagar  
(ver exemplo 1)

\* O modelo de Lieber – Orgler consiste en optimizar a suma deses 3 VA

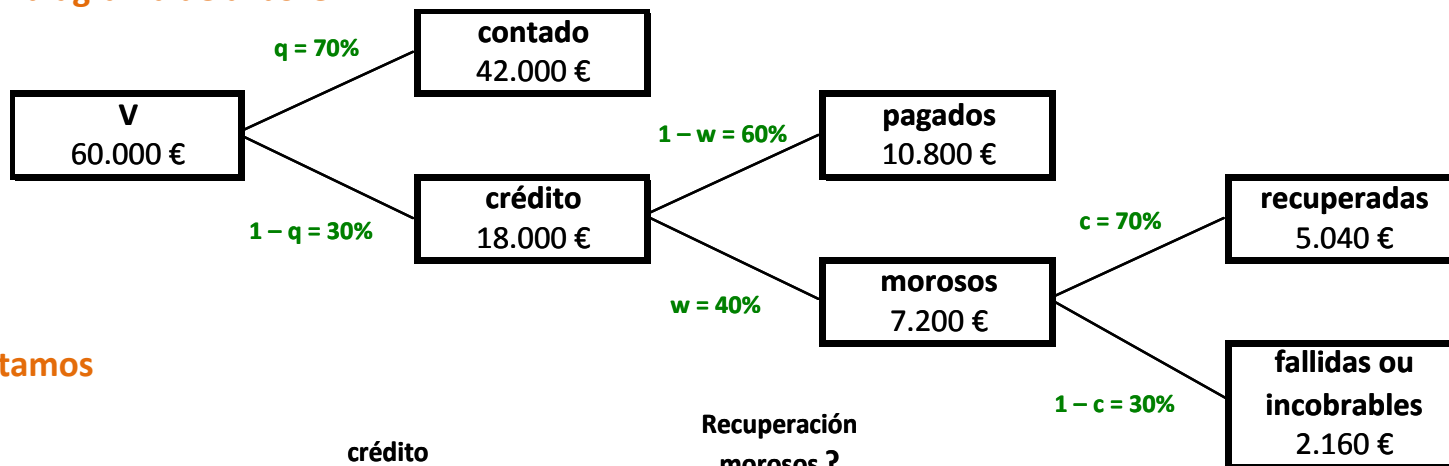
↳ **nós non imos optimizar, só calcular VA** có que despois se faría unha análise de sensibilidade

# II. Modelo de xestión das contas a cobrar

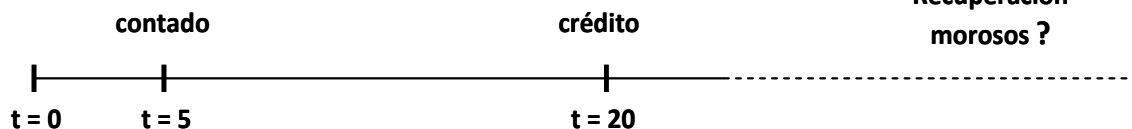
## Exemplo 1 - Piñeiro (2005), p. 647

Calcular o valor agardado durante o próximo mes dos cobros dunha empresa cós seguintes datos: cifra de negocio 720.000 eur anuais ( $V = 60.000$ ) dos cuais  $q = 70\%$  son ao contado cun desconto por pronto pago  $d = 5\%$  realizado nun prazo  $t_d = 5$  días; a morosidade ronda o  $w = 40\%$  das vendas a crédito, cun recargo aplicado do 20% anual, e cunha taxa de recuperación que ven sendo do  $c = 70\%$ , o resto fallidos; por último, o proceso de recuperación de morosos supón custos fixos de 2.000 eur máis o 0,1% s/valor nominal das facturas recuperadas. O custo do capital da empresa é  $r = 5\%$ .

Facemos un diagrama de árbore...



...e descontamos



# II. Modelo de xestión das contas a cobrar

## 1.- VA dos cobros ao contado

$$C_{\text{contado}} = V \cdot (1 - d) \cdot q \cdot [1 - (r \cdot t_d)] = 42.000 \cdot 0,95 \cdot [1 - (5\% \cdot 5/365)] = 39.872,67 \text{ eur}$$

## 2.- VA dos cobros a crédito

$$C_{\text{crédito}} = V \cdot (1 - q) \cdot (1 - w) \cdot [1 - (r \cdot t_c)] = 18.000 \cdot [1 - (5\% \cdot 20/365)] = 10.770,41 \text{ eur}$$

## 3.- VA das contas morosas recuperadas

Nota 1: en que momento pagan os morosos? 2 posibilidades: un, que no lo digan no enunciado; dous, que a empresa faga unha estimación media. Neste caso, imos supoñer (para simplificar) que os pagos se realizan en 2 instantes de tempo: o 40% da morosidade recuperada cóbrase en  $t_{m1} = t_c + 5$ , e o outro 60% en  $t_{m2} = t_c + 10$

Nota 2: non esquecer que ingresaremos o VA das contas morosas recuperadas MENOS os gastos pola xestión de cobro. Neste caso, no enunciado se nos di que 2.000 eur fixos se pagan en  $t = 0$ , e o 0,1% s/nominal recuperado se paga en  $t = 20$ .

$$\begin{aligned} \text{a) } C_{\text{morosas1}} &= V \cdot (1 - q) \cdot w \cdot c \cdot \text{recargo} \cdot [1 - (r \cdot t_{m1})] \\ &= 5.040 \cdot 40\% \cdot [1 + (20\% \cdot 5/365)] \cdot [1 - (5\% \cdot (20+5)/365)] = 2.014,60 \text{ eur} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } C_{\text{morosas2}} &= V \cdot (1 - q) \cdot w \cdot c \cdot \text{recargo} \cdot [1 - (r \cdot t_{m2})] \\ &= 5.040 \cdot 60\% \cdot [1 + (20\% \cdot 10/365)] \cdot [1 - (5\% \cdot (20+10)/365)] = 3.028,07 \text{ eur} \end{aligned}$$

$$\text{c) custos} = 2.000 + [0,1\% \cdot 5.040 \cdot [1 - (5\% \cdot 20/365)]] = 2.005,03 \text{ eur} \quad \text{a) + b) + c)}$$

$$4.- \text{VA TOTAL cobros por vendas: } C = 39.872,67 + 10.770,41 + 3.037,65 = \underline{\underline{53.860,71 \text{ eur}}}$$

# SUMARIO

---

- I. Fundamentación e problemática do crédito
- II. Un modelo para a xestión das contas a cobrar:  
Modelo de Lieber - Orgler
- III. Métodos de previsión da morosidade**
  - Credit Scoring
  - Árbores de decisión
  - Análise discriminante
  - Cadeas de Markov: matrices de transición

# III. Métodos de previsión da morosidade

Idea Realizar unha análise previa dos clientes aos que lles imos vender a crédito

↳ *a concesión de crédito comercial debe ser resultado dun proceso de decisión racional, onde avaliemos a solvencia do cliente, o risco de morosidade e o risco de insolvencia definitiva*

⇒ Require estudar a situación patrimonial e financeira do cliente. Fontes:

a. Rexistros administrativos

- Rexistro Mercantil: contas anuais, auditorías, etc.
- Rexistro da Propiedade: bens inmobles e cargas financeiras

b. Entidades financeiras

- Asnef (registro de impagados), CIRBE (info s/ riscos do Banco de España)
- Análise cuantitativa (modelos estatísticos s/ morosidade media, suspensión de pagos e quebras, etc.)

□ **Credit Scoring** ← *práctica habitual nalgúns sectores (ex. Banca)*

## ■ Procedemento

Establecer unha táboa de puntuacións en relación a varios criterios económicos e persoais dos clientes consideradas descriptivas da súa capacidade de pago

↳ *Ex.: idade, vivenda (aluguer/propiedade/non ten), traballo (fixo/temporal/non ten), vehículo propio, ingresos anuais, nivel de estudos, estado civil, fillos, etc.*

# III. Métodos de previsión da morosidade

## Operativa

Asignar puntuacións e ponderacións a cada variable, sumar os puntos de cada cliente, e determinar unha política de crédito para cada nivel de puntuación

### Exemplo 2 - Piñeiro (2005), p. 659

- Cliente A: 40 anos, casado, estudos medios, traballo fixo con antigüidade 5 anos, ingresos 20.000 eur
- Cliente B: 20 anos, solteiro, estudos medios, antigüidade no traballo 1 ano, ingresos 8.000 eur

1.- Cumplimentar unha táboa conforme as ponderacións estipuladas pola empresa...

2.- ...e establecer unha política de crédito para distintos niveis de puntuación total

Criterio	Valor	Ponderación	A		B	
			Valor	Puntos	Valor	Puntos
Idade	Anos - 18	anos	22	6,6	2	0,6
Estado civil	Solteiro	0	1	0,8	0	0
	Casado	1				
Profesión	Ninguno	0	3	1,2	3	1,2
	Primarios	1				
	Bachillerato	2				
	Medios	3				
Emprego	Superiores	4	5	1	1	0,2
	Antigüidade	anos				
Ingresos anuais	< 10 mil	1	3	12,0	1	4,0
	10 a 15 mil	2				
	15 a 25 mil	3				
	> 25 mil	4				
<b>TOTAL</b>			<b>21,6</b>		<b>6</b>	

# III. Métodos de previsión da morosidade

## ☐ Árbores de decisión

### ■ Procedemento

Árbore orientada que expresa estrutura, alternativas e avaliación dun proceso de decisión

1.- NODOS → Instante do tempo ou situación na que...

(1) hai que tomar unha decisión (nodos decisoriais)

(2) prodúcese un fenómeno aleatorio que alterará o estado da natureza (nodos aleatorios)

2.- RAMAS → Expresan as relacións entre os nodos

### ■ Operativa

(1) nodos decisoriais - 3 alternativas

- 1. *dar crédito*
- 2. *denegalo*
- 3. *adiar a decisión (para pedir + info da solvencia do solicitante)*

(2) estados da natureza - 2 posibilidades

- 1. *o cliente paga puntualmente*
- 2. *cliente moroso*

### ■ Estratexia a seguir

1.- dibuxar árbore de decisión

2.- calcular o VAN de todas as posibles estratexias e estados da natureza

3.- escoller a estratexia que xenere un maior VAN



# III. Métodos de previsión da morosidade

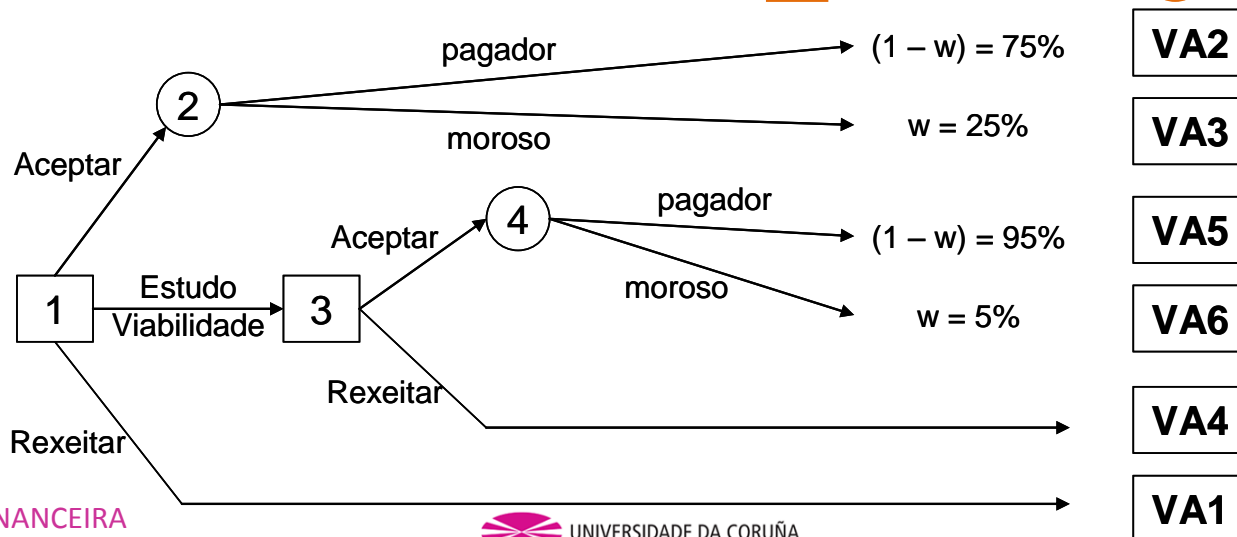
## ➤ Exemplo 3 - Piñeiro (2005), p. 661

Consideramos conceder crédito a un cliente que compra mercadoría de 1.000 eur, prazo de pago 90 días. Custo da mercadoría 800 eur,  $wacc = 4\%$  anual. A empresa pode:

1. conceder crédito directamente
2. realizar estudo de viabilidade →
  - custo: 40 eur
  - se resulta moroso, o pago íntegro se consegue sempre, pero cun retraso de 90 días, con custos adicionais de 250 eur
3. denegar crédito

Dacordo coa información histórica, o estudo previo da solvencia do cliente reduce a taxa de morosidade de  $w = 25\%$  a  $w = 5\%$ . Realizar estudo e decisión óptima en base a unha árbore de decisión.

I.- Facemos un diagrama de árbore con nodos decisoriais 1 e nodos aleatorios 2



# III. Métodos de previsión da morosidade

## II.- Calculamos o VA dos distintos resultados

- VA1 → Non concedemos crédito → Non hai venda →  $VA1 = 0$  eur →  $4\%$  anual, 1 trimestre →  $i_m = 1\%$
- VA2 → Concedemos o crédito sen facer o estudo e o cliente paga puntualmente  
→  $VA2 = (v - c) \cdot (1 + i_m)^{-1} = (1.000 - 800) / 1,01 = 198,02$  eur
- VA3 → Concédese crédito pero resulta fallido → recupérase importe 90 días máis tarde, 250 eur de gasto  
→  $VA3 = -(800 + 250) / 1,01 + 1.000 / 1,01^2 = -59,31$  eur
- VA4 → Estudo de viabilidade (custo fixo 40 eur) e rexeitamos dar crédito →  $VA4 = -40$  eur
- VA5 → Estudo de viabilidade e outorgamos crédito → O cliente paga puntualmente  
→  $VA5 = (1.000 - 800) / 1,01 - 40 = 158,02$  eur
- VA6 → Tras estudo, outorgamos crédito e o cliente resulta moroso (i.e., paga en 90 días con custos 250 eur)  
→  $VA6 = (-800 + 250) / 1,01 + 1.000 / 1,01^2 - 40 = -99,31$  eur

## III.- Seleccionamos a estratexia que maximice o VA agardado

- VA en ② →  $VA = (1-w) \cdot VA2 + w \cdot VA3 = 0,75 \cdot 198,02 + 0,25 \cdot (-59,31) = 133,82$  eur
- VA en ③ → se acepto dar crédito,  $VA = (1-w) \cdot VA5 + w \cdot VA6 = 0,95 \cdot 158,02 + 0,05 \cdot (-99,31) = 145,15$  eur  
→ se non acepto darlle crédito,  $VA = VA4 = -40$  eur

↳ VA en ③ = 145,15 eur (se fago o estudo, compensa dar cdto)

- VA de rexeitar en ① →  $VA = VA1 = 0$  eur

**Decisión óptima: Facer o estudo e aceptar (VA = 145,15 eur)**

# III. Métodos de previsión da morosidade

## ☐ Análise discriminante

Idea → se o 'scoring' proporciona unha idea da calidade do cliente a quen analizamos darlle crédito, a análise discriminante efectua un estudo estatístico para valorar a fiabilidade da previsión

### ■ Definición

Técnica de análise multivariante para estimar a cal das subpoboacións coñecidas de antemán corresponde, con maior probabilidade, a nova observación

Paso 1.- Construcción de funcións discriminantes (funcións lineais de variables independentes)

Paso 2.- Estudar a nova observación e tentar asignala a un dos grupos

### ■ Requisitos

\* A análise discriminante require posuir unha base de datos históricos sobre...

i. **'variables explicativas'**: variables numéricas continuas, miden características relevantes dos clientes

→ (ratios financeiras, indicadores de xestión, cash flow, capacidade de xeración de recursos, etc.)

ii. **'variables categóricas'**: variables discretas e cualitativas, miden a conducta de cada cliente no pasado

→ 3 opcións: pagador en prazo, moroso e fallido

\* Outras hipóteses

- *Observacións independentes*
- *Nº limitado de subpoboacións*
- *Cada observación pertence a un e só un grupo*
- *Normalidade (variables explicativas → dbón N multivariante*
- *Homocedasticidade (matrices var-covar iguais dentro de cada grupo)*

# III. Métodos de previsión da morosidade

## ■ Resolución práctica

**CASO I.-** Se coñecemos as funcións discriminantes

↳ (i.e., veñen dadas no enunciado; na práctica habería que estimalas previamente)

**Función discriminante** →

(unha para cada grupo definido pola v. dependente –fallidos, morosos...)

$$D(\cdot) = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_p X_p$$

- ↳ Solución:
- calcular os valores  $d_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \dots + b_p X_{pi}$  para cada individuo  $i$
  - $d_i$  mide a 'distancia estatística' do individuo  $i$  aos grupos definidos pola v. dependente
  - seleccionaremos, para cada individuo, o grupo có que teña un valor  $d_i$  maior

nota As funcións discriminantes empréganse con 2 finalidades

- verificación do modelo → contrastar datos históricos có modelo deseñado
- decidir sobre a concesión de crédito a clientes → canto máis contrastado o modelo, mellor

# III. Métodos de previsión da morosidade

## ➤ Exemplo 4 - Piñeiro (2005), p. 670

A partir dunha mostra de 50 observacións obtemos as seguintes funcións discriminantes para determinar se un cliente da empresa é (estatisticamente) do tipo fallido, moroso ou pagador:

i.  $D(\text{fallido}) = -67,22 - 737,613 \cdot \text{RL} + 553,21 \cdot \text{AT} + 922,017 \cdot \text{E}$

ii.  $D(\text{moroso}) = -30,512 + 504,179 \cdot \text{RL} - 490,174 \cdot \text{AT} - 350,124 \cdot \text{E}$

iii.  $D(\text{pagador}) = -14,947 - 98,722 \cdot \text{RL} + 145,839 \cdot \text{AT} + 18,697 \cdot \text{E}$

onde RL = ratio de liquidez; AT = acid test; E = ratio de endebed. (ratios de liquidez, solvencia e endebedamento)

A fiabilidade destas funcións estímase moi elevada, dado que a aplicación destas funcións aos datos da mostra dá uns resultados satisfactorios ao 100%. Pídese encadrar nos grupos que corresponda a 2 novos clientes cós seguintes valores para as variables independentes:

	RL	AT	E
N1	0,9	0,8	0,2
N2	1,4	0,6	0,7

I.- Cliente N1  $D(\text{fallido}) = -67,22 - (737,613 \cdot 0,9) + (553,21 \cdot 0,8) + (92,017 \cdot 0,2) = -104,10$   
 $D(\text{moroso}) = \dots = -38,915$   $D(\text{pagador}) = \dots = 16,61$

I.- Cliente N2  $D(\text{fallido}) = -67,22 - (737,613 \cdot 1,4) + (553,21 \cdot 0,6) + (92,017 \cdot 0,7) = -122,54$   
 $D(\text{moroso}) = \dots = 136,14$   $D(\text{pagador}) = \dots = -52,566$

L Clasificamos N1 como 'pagador' e N2 como 'moroso'.

# III. Métodos de previsión da morosidade

## ■ Resolución práctica (continuación)

**CASO II.-** Coñecemos a mostra pero non as funcións discriminantes

↳ Solución: aplicar o **Estatístico de Wald – Anderson** *IMP Válido para 2 variables categóricas*

*→ para máis de 2 habería que repetir o proceso a pares*

$$W(x) = (X_2 - X_1)' \cdot S^{-1} \cdot X + \frac{1}{2} \cdot (X_1 - X_2)' \cdot S^{-1} \cdot (X_1 + X_2)$$

onde...

- $X_1$  e  $X_2$  son vectores cós valores medios das v. independentes (explicativas) en cada submostra
- $S$  é a matriz promedio de  $S_1$  e  $S_2$ , onde  $S_1$  e  $S_2$  son as matrices var-covar das submostras
- $X$  é o vector cós parámetros (valores das v. indeptes. ou explicativas) do cliente

↳ Criterio decisor:

- Se  $W(x) < 0$  → Asignar cliente á submostra 1
- Se  $W(x) > 0$  → Asignar cliente á submostra 2

# III. Métodos de previsión da morosidade

## ➤ Exemplo 5 - Piñeiro (2005), p. 674

**NOTA** – para o exame requírese esta versión simplificada onde  $X_1, X_2, S^{-1}$  etc xa se dan por calculados

Unha empresa toma unha mostra de 8 clientes pagadores e 8 clientes fallidos:

PAGADOR	RS	E	FALLIDO	RS	E
C <sub>1</sub>	1,3	0,1	C <sub>9</sub>	1,38	0,4
C <sub>2</sub>	1,7	0,27	C <sub>10</sub>	0,7	0,38
C <sub>3</sub>	1,2	0,21	C <sub>11</sub>	1,65	0,42
C <sub>4</sub>	0,8	0,27	C <sub>12</sub>	1,2	0,37
C <sub>5</sub>	1,5	0,3	C <sub>13</sub>	1	0,52
C <sub>6</sub>	1,1	0,28	C <sub>14</sub>	1,25	0,45
C <sub>7</sub>	1,6	0,25	C <sub>15</sub>	0,75	0,55
C <sub>8</sub>	0,9	0,29	C <sub>16</sub>	1,32	0,4
<b>promedio</b>	<b>1,2625</b>	<b>0,2463</b>	<b>promedio</b>	<b>1,1563</b>	<b>0,4363</b>

*i.e., temos 2 variables indptes ou explicativas (RS, ratio de solvencia; E, endebedamento) e 2 'variables categóricas' (pagador, fallido)*

**Non dispoñemos de funcións discriminantes. Usando estes datos, queremos realizar un estudo estatístico có criterio de Wald – Anderson para determinar se un novo cliente, RS = 1,3; E = 30% é pagador ou fallido**

### I.- O estatístico W – A ven dado pola expresión...

$$W(x) = (X_2 - X_1)' \cdot S^{-1} \cdot X + \frac{1}{2} \cdot (X_1 - X_2)' \cdot S^{-1} \cdot (X_1 + X_2)$$

onde...

$$\cdot X_1 = \left( \bar{RS}; \bar{E} \right) = (1,2625; 0,2463) \quad \cdot X_2 = \left( \bar{RS}; \bar{E} \right) = (1,1563; 0,4363)$$

• S é o promedio das matrices de varianzas e covarianzas de cada mostra,  $S_1$  e  $S_2 \rightarrow$

# III. Métodos de previsión da morosidade

Nota – poderíamos calcular varianzas e covar. de RS e E en cada mostra, pero levaría bastante máis tempo...

No enunciado do exercicio damos  $S_1$  e  $S_2$  ...

$$S_1 = \begin{pmatrix} 0,1055 & -0,0016 \\ -0,0016 & 0,0043 \end{pmatrix} \quad S_2 = \begin{pmatrix} 0,1041 & -0,0082 \\ -0,0082 & 0,0044 \end{pmatrix}$$

· logo S será...

$$S = \begin{pmatrix} \frac{0,1055+0,1041}{2} & \frac{-0,0016-0,0082}{2} \\ \frac{-0,0016-0,0082}{2} & \frac{0,0043+0,0044}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1048 & -0,0049 \\ -0,0049 & 0,0043 \end{pmatrix}$$

e  $S^{-1}$  ...

$$S^{-1} = \frac{[Adj(S)]^T}{|S|} = \dots = \begin{pmatrix} 10,07899 & 11,48536 \\ 11,48536 & 245,6461 \end{pmatrix}$$

· por último, o vector X ven dado no enunciado:  $X = (1,3; 0,3)$

II.- Entón, facemos os cálculos do estatístico...

$$W(1,3; 0,3) = (-0,1063; 0,19) \cdot \begin{pmatrix} 10,07899 & 11,48536 \\ 11,48536 & 245,6461 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1,3 \\ 0,3 \end{pmatrix} \\ + \frac{1}{2} \cdot (0,1063; -0,19) \cdot \begin{pmatrix} 10,07899 & 11,48536 \\ 11,48536 & 245,6461 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2,4188 \\ 0,6826 \end{pmatrix} = \dots = -1,7691$$

$W(x) < 0 \rightarrow$  Asignamos o cliente á submostra 1 (pagador)



# III. Métodos de previsión da morosidade

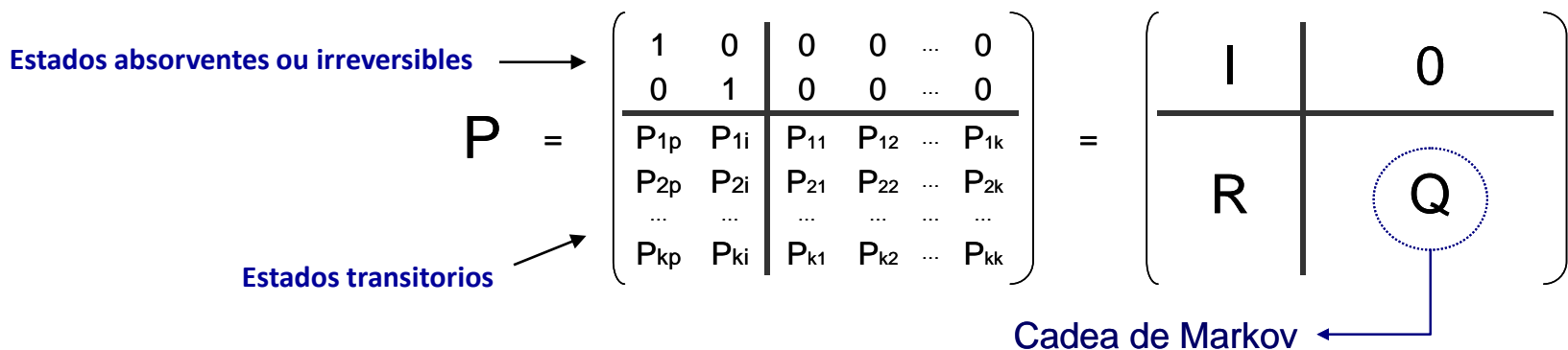
## ☐ Cadeas de Markov: matrices de transición

### ▪ Cadea de Markov (idea xenérica)

- Un modelo de Markov describe a evolución de procesos aleatorios nos que a situación do sistema nun momento do tempo depende do seu estado inmediatamente anterior
- O proceso descríbese dacordo a unhas probabilidades de transición (i.e., dun periodo ao seguinte) entre varios estados predeterminados, e pode ter unha duración indefinida

### ▪ Modelo de Markov (aplicado á xestión das contas a cobrar)

- 1.- Representamos unha matriz de probabilidades de transición  $P$  con 'estados absorventes' ou estados de natureza irreversible → *unha vez que unha conta é declarada incobrable ou é abonada, é definitivo*
- 2.- Todas as contas a cobrar serán finalmente absorvidas → *converxerán a estado irreversible (pagado ou fallido)*



# III. Métodos de previsión da morosidade

## ■ Interpretación de P

- 2 estados irreversibles das contas a cobrar: pagado vs fallido (incobrable)
- $k$  niveis nos que pode permanecer unha conta a cobrar antes de pasar finalmente a pagado / incobrable (\*)
- Submatriz I  $\rightarrow$  probabs. de transición entre estados definitivos. **Xa que son irreversibles, I = matriz identidade**
- Submatriz O  $\rightarrow$  probabs. de transición de estados definitivos a niveis de morosidade 0 a  $k$  **(por tanto, = 0)**
- Submatriz R  $\rightarrow$  probabs. de que, no prazo dun periodo, as contas de morosidade 0 a  $k$  pasen a ser cobradas ou definitivamente impagadas
- Submatriz Q  $\rightarrow$  'cadea de Markov', contén as probabs de transición dun estado de morosidade a outro.

(\*) Por exemplo, supoñamos  $k=4$ , onde...

- $m_0$  = contas non vencidas ('morosidade 0')
- $m_1$  = contas recentemente vencidas non cobradas ('morosidade 1')
- $m_2$  = contas reclamadas non pagadas ('morosidade 2')
- $m_3$  = contas reclamadas xudicialmente ('morosidade 3')

$$P = \begin{array}{l} \begin{array}{cc|cccc} & \text{pagado} & \text{fallido} & m_0 & m_1 & m_2 & m_3 \\ \text{pagado} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{fallido} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline m_0 & P_{0p} & P_{0i} & P_{00} & P_{01} & P_{02} & P_{03} & \rightarrow \Sigma = 1 \\ m_1 & P_{1p} & P_{1i} & P_{10} & P_{11} & P_{12} & P_{13} & \rightarrow \Sigma = 1 \\ m_2 & P_{2p} & P_{2i} & P_{20} & P_{21} & P_{22} & P_{23} & \rightarrow \Sigma = 1 \\ m_3 & P_{3p} & P_{3i} & P_{30} & P_{31} & P_{32} & P_{33} & \rightarrow \Sigma = 1 \end{array} \end{array}$$

Unha conta non vencida ( $m_0$ ) pode pasar no seguinte periodo a ser pagada, declarada incobrable ou ascender ao estadio de morosidade seguinte.

$\rightarrow$  polo tanto, a suma de todas as probabs dunha liña horizontal debe ser igual a un

# III. Métodos de previsión da morosidade

## Resolución

Idea Esta análise das contas a cobrar encaixa no esquema de análise probabilístico das 'cadeas de Markov'  
 → a calificación dunha conta depende non só da conducta do cliente, tamén da súa traxectoria histórica

1.- Analizar como evolucionan no tempo as probabilidades de transición duns estados a outros

→ a medida que pasa o tempo, as probabilidades tenden a concentrarse nos estados irreversibles

2.- Polo tanto, se calculamos  $P^n$  despois de n periodos...

→ as probabilidades da submatriz Q tenden a 0

→ as probabilidades da submatriz R dan lugar á matriz  $R^*$  coas estimacións das contas en estado m0, m1, m2 ou m3 que rematarán en situación irreversible (pagado ou fallido)

$$P^n = \begin{array}{cc|cccc} & \text{pagado} & \text{fallido} & m0 & m1 & m2 & m3 \\ \text{pagado} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{fallido} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline m0 & P^*_{0p} & P^*_{0i} & 0 & 0 & 0 & 0 & \rightarrow \Sigma = 1 \\ m1 & P^*_{1p} & P^*_{1i} & 0 & 0 & 0 & 0 & \rightarrow \Sigma = 1 \\ m2 & P^*_{2p} & P^*_{2i} & 0 & 0 & 0 & 0 & \rightarrow \Sigma = 1 \\ m3 & P^*_{3p} & P^*_{3i} & 0 & 0 & 0 & 0 & \rightarrow \Sigma = 1 \end{array}$$

### Como calcular $R^*$ ?

Para un nº de periodos suficiente, Q converge a 0, mentras R converge a...

$$R \rightarrow (I - Q)^{-1} \cdot R$$

Polo tanto, coñecida esa matriz  $R^*$  podemos calcular a priori a contía media agardada dos cobros da empresa

# III. Métodos de previsión da morosidade

## ➤ Exemplo 6 - Piñeiro (2005), p. 677

Unha empresa ten rexistrados na súa contabilidade créditos comerciais por valor de 140 u.m.: 50 u.m. en contas non vencidas, 40 u.m. en morosidade tipo 1, 30 u.m. en m2, e 20 u.m. en m3.

Examinando o historial de vendas da empresa compróbase que, nunha semana...

- o 70% das contas m0 son pagadas, o 10% declaradas incobrables (o resto pasan a m1)
- o 65% das contas m1 son pagadas, e o 20% declaradas incobrables
- o 50% das m2 son pagadas, o 40% pasan a m3
- o 70% das contas m3 son incobrables

Pídese: 1.- plantexar a matriz P no C/P; 2.- determinar como evolucionan cobros e morosidade no tempo; 3.- calcular que contía pode agardar cobrar esta empresa ao cabo dun mes

### 1.- Matriz de probabilidades de transición

Aínda que a información no enunciado está 'incompleto', as probabs de cada liña horizontal ten que ser igual a un!!

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,7 & 0,1 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0,65 & 0,2 & 0 & 0 & 0,15 & 0 \\ 0,5 & 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0,4 \\ 0,3 & 0,7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# III. Métodos de previsión da morosidade

## 2.- Como evoluciona esa matriz no tempo?

→ vexamos o que acontece tras 2 periodos...

$$P^2 = P \cdot P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,7 & 0,1 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0,65 & 0,2 & 0 & 0 & 0,15 & 0 \\ 0,5 & 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0,4 \\ 0,3 & 0,7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,7 & 0,1 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0,65 & 0,2 & 0 & 0 & 0,15 & 0 \\ 0,5 & 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0,4 \\ 0,3 & 0,7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0,83 & 0,14 & 0 & 0 & 0,03 & 0 \\ 0,725 & 0,215 & 0 & 0 & 0 & 0,06 \\ 0,62 & 0,38 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,3 & 0,7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

...onde 0,83 sae de  $(0,7 \cdot 1) + (0,2 \cdot 0,65)$ , 0,14 sae de  $(0,1 \cdot 1) + (0,2 \cdot 0,2)$ , 0,03 de  $(0,2 \cdot 0,15)$ , etc.

→ se repetimos o proceso  $n$  veces (en concreto,  $n = 4$ ) veríamos como  $Q$  converxe a 0 e  $R$  a  $R^*$ .

## 3.- Que contía pode a empresa agardar cobrar nun mes?

→ máis doado que repetir o proceso do pto 2.-  $n$  veces é facer o cálculo...

$$R \rightarrow (I - Q)^{-1} \cdot R \longrightarrow (I - Q) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0,15 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0,4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# III. Métodos de previsión da morosidade

$$(I - Q)^{-1} = \frac{[Adx(I - Q)]^T}{|I - Q|} = \dots = \begin{pmatrix} 1 & 0,2 & 0,03 & 0,012 \\ 0 & 1 & 0,15 & 0,06 \\ 0 & 0 & 1 & 0,4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

logo...

$$R^* = (I - Q)^{-1} \cdot R = \begin{pmatrix} 1 & 0,2 & 0,03 & 0,012 \\ 0 & 1 & 0,15 & 0,06 \\ 0 & 0 & 1 & 0,4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 \\ 0,65 & 0,2 \\ 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 0,7 \end{pmatrix}$$

e polo tanto...

$$R^* = \begin{pmatrix} 0,8486 & 0,1514 \\ 0,743 & 0,257 \\ 0,62 & 0,38 \\ 0,3 & 0,7 \end{pmatrix}$$

→

$$P^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,84 & 0,15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,74 & 0,257 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,62 & 0,38 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,3 & 0,7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## Interpretación da matriz $(I - Q)^{-1}$

- os valores 0,2 0,15 e 0,4 dan as probabs de pasar de m0 a m1, de m1 a m2 e de m2 a m3 despois dun periodo (da 1ª á 2ª semana)
- os valores 0,03 e 0,06 dan as probabs de pasar de m0 a m2 e de m1 a m3 en 2 periodos
- o valor 0,012 é a probab de pasar de m0 a m3 en 3 periodos de tempo (da 1ª á 4ª semana)

Así pois, a contía media agardada dos cobros será  $C = 50 \cdot 0,84 + 40 \cdot 0,74 + 30 \cdot 0,62 + 20 \cdot 0,3 = 96,75$  u.m.

O resto ( $140 - 96,75 = 43,25$  u.m.) serán fallidos

# Cuestionario tipo TEST

## Sinala a resposta CORRECTA

- a) A concesión de crédito comercial a clientes só causa perxuízos á empresa, principalmente o risco de impago
- b) A análise discriminante require posuir unha base de datos históricos sobre variables explicativas e categóricas
- c) A matriz  $(I - Q)^{-1}$  mide as probabilidades de transición entre os estados de morosidade e os irreversíbeis
- d) Todas as anteriores son incorrectas

## No modelo de Markov de xestión das contas a cobrar...

- a) A cadea de Markov e a matriz de probabilidades de transición son conceptos idénticos
- b) A medida que pasa o tempo as probabilidades tenden a concentrarse nos estados irreversíbeis
- c) A suma vertical dos elementos da submatriz  $R^*$  (submatriz  $R$  de longo prazo) debe ser sempre igual a un.
- d) Todas as anteriores son correctas



# TEMA 6

## Valoración de empresas



# BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

---

- I. **Piñeiro, C.; De Llano, P. (2009): Principios y modelos de dirección financiera. Ed. Andavira. → Capítulo 2**
- II. **Fernández, P. (2004): *Valoración de empresas*. Ed. Gestión 2000. → Capítulo 1**
- III. **Piñeiro, C. (2003): *Técnicas y modelos para la gestión financiera de la empresa*. Ed. Tórculo. → Capítulo 1**

# SUMARIO

---

## I. Introducción

## II. Esquema xeral de valoración

## III. Métodos de valoración de empresas

- Directos
  - Patrimoniais ou contables
  - De rendemento
  - Mixtos
- Indirectos: Múltiplos

## IV. Valoración de empresas cotizadas

- Desconto de fluxos
- Modelo de Gordon - Shapiro

# I. Introducción

## □ Valor

- **Valor** → Medida financeira das **utilidades agardadas** dunha operacion financeira  
Sintese de 2 variables: - importe nominal das utilidades (€)  
- distribucion temporal (vencemento)

### Valor dun activo financeiro ou investimento

- Equivalente actual dos fluxos agardados...
- calculados a unha taxa de desconto que inclúe unha prima por risco

O valor é o equivalente financeiro actual da corrente de rendas agardadas polo investidor calculado a unha taxa de xuro expresiva da rendibilidade mínima esixida

O **prezo** representa a cantidade á que vendedor e comprador acordan realizar unha operación

- baixo a hipótese EMH (mercados eficientes):
  - o prezo de mercado é unha estimación insesgada do valor do activo
  - prezos = variables aleatorias → podemos modelizar o risco

- **Obxectivo empresarial**

- As decisións financeiras deben conducir á **maximización do valor da empresa**.
- Debemos coñecer, polo tanto, como establecer a medición de tal valor.

# I. Introducción

## ■ Algúns propósitos concretos

### » Operacións de compra-venda

- Comprador: prezo máximo a pagar
- Vendedor: prezo mínimo polo que debe vender

### » Operacións no mercado de valores

- Xustificar o prezo de emisión das accións
- Xestión da carteira: vender, comprar ou manter as accións

### » Planificación estratéxica

- Identificar e xerarquizar os principais impulsores de valor (*value drivers*)
- Medir o impacto das políticas na creación de valor
- Decidir produtos, clientes, etc. a manter, potenciar ou abandonar

*“La valoración de una empresa es un ejercicio de sentido común que requiere unos pocos conocimientos técnicos. Ambos (**sentido común y conocimientos técnicos**) son necesarios para no perder de vista: qué se está haciendo, por qué se está haciendo la valoración de determinada manera, para qué se está haciendo la valoración, para quién se está haciendo.”*

Fernández (2004), p. 27

# I. Introducción

## ❖ Dúas acepcións de valor

1. **Valor económico** → rendas xeradas pola actividade da empresa (FCF) en relación ao custo dos recursos que a financian (custo de capital, wacc).

\* *Free cash flow* (FCF) ou fluxo de caixa libre: fluxo de fondos operativo, i.e., xerado pola actividade da empresa independentemente da procedencia dos fondos (i.e., sen ter en conta a estrutura financeira)

$$FCF = BAIT \cdot (1 - \tau) + A - \Delta AnC - \Delta NOF$$

→ Para o cálculo é preciso realizar axustes a partir da información contable (aplicar criterio de caixa, non de devengo)

FCL
Beneficio antes de intereses y después de impuestos [BAIDT = BAIT · (1-t)]
+ Amortización
+ Cobros por ventas de activos no corrientes
- Pagos por inversiones en activos no corrientes
- Variación de capital circulante

\* Taxa de desconto: *wacc*

$$WACC = k_{FP} \cdot \frac{VMFP}{VMFP + VMD} + k_d \cdot (1 - t) \cdot \frac{VMD}{VMFP + VMD}$$

E.g., VE dunha renda perpetua

$$VE = \frac{FCF}{k_0}$$

# I. Introducción

## ❖ Dúas acepcións de valor<sup>(cont)</sup>

2. **Valor financeiro** → rendas percibidas polos propietarios (FCA) en relación á rendibilidade mínima que esixen por aportar o seu capital (custo dos fondos propios,  $k_{FP}$ )

\* *Fluxo de caixa para o accionista* (FCA): depende da estrutura de financiamento da empresa, polo que abónanse os xuros das débedas, amortízanse os vencementos de principal correspondentes, e/ou recíbense os fondos das novas débedas contratadas

$$FCA = BAIT \cdot (1 - \tau) + A - \Delta AnC - \Delta NOF - I \cdot (1 - \tau) + \Delta D$$

$$FCA = BN + A - \Delta AnC - \Delta NOF + \Delta D$$

ou simplemente

$$FCA = FCF - \text{pagos débeda}$$

\* Tasa de desconto:  
rendibilidade esixida polos accionistas ( $k_{FP}$ )

E.g., VF dunha renda perpetua

$$VF = \frac{FCA}{k_{FP}}$$

FCA
Beneficio antes de intereses y después de impuestos [BAIDT = BAIT · (1-t)]
+ Amortización
+ Cobros por ventas de activos no corrientes
- Pagos por inversiones en activos no corrientes
- Variación de capital circulante
- Pagos por intereses
- Pagos por principal
+ Nueva deuda

# I. Introducción

## EXEMPLO 1

En base á seguinte información dunha cooperativa alimentaria no periodo 2003-2008 pídese:

	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Patrimonio Neto	150	150	150	150	150	150
BAIDT	25	28	25	27	29	26
Amortizacións	4	4,5	5	6	6,5	5
Inmovilizado	60,5	62	64	62	61	64
Capital Circulante	38,45	40	42	40,55	43,45	41
$k_i$ (Coste medio de la deuda)	8,50%	9,00%	8,75%	8,66%	8,98%	8,88%
$k_e$ (Coste del capital propio)	3,50%	3,80%	4,00%	4,25%	4,00%	3,50%
Deuda/Pasivo	40,50%	40,00%	38,02%	37,05%	36,90%	39,94%
Pagos por intereses	3,98	4,65	4,57	4,77	4,54	4,33
Variación de la deuda	-5,67	-33,23	26,32	-18,64	19,17	-15,88

- Calcular para cada ano VE e VF como renda perpetua
- Indicar onde desinvestíu a empresa
- Explicar a implicación das variacións de inmovilizado, de capital circulante y da débeda no cálculo dos FCL e FCA

$VE = FCL / k_0$  e  $VF = FCA / k_{FP}$ . Necesitamos calcular FCL, FCA,  $k_0$  e  $k_{FP}$  de cada ano. Por exemplo, en 2004:

$$FCL = 28 + 4,5 - 1,5 - 1,55 = 29,45$$

$$k_0 = 3,8\% \cdot 0,6 + 9,0\% \cdot 0,4 \cdot (1-t) = 5,88\% \text{ (asumo } t=0)$$

$$VE = 29,45 / 5,88\% = 500,85$$

$$FCA = 29,45 - 4,65 - 33,23 = -8,43$$

$$k_{FP} = 3,8\%$$

$$VF = -8,43 / 3,8\% = -221,84$$

Resultados →

	2003	2004	2005	2006	2007	2008
<b>FCL</b>	-	29,45	26	36,45	33,6	30,45
<b><math>k_0</math></b>	5,53%	5,88%	5,81%	5,88%	5,84%	5,65%
<b>VE</b>	-	500,85	447,82	619,49	575,58	539,06
<b>FCA</b>	-	-8,43	47,75	13,04	48,23	10,24
<b><math>k_{FP}</math></b>	3,50%	3,8%	4,00%	4,25%	4,00%	3,50%
<b>VF</b>	-	-221,84	1193,75	306,82	1205,75	292,57

# SUMARIO

---

- I. Introducción
- II. **Esquema xeral de valoración**
- III. Métodos de valoración de empresas
  - Directos
    - Patrimoniais ou contables
    - De rendemento
    - Mixtos
  - Indirectos: Múltiplos
- IV. Valoración de empresas cotizadas
  - Desconto de fluxos
  - Modelo de Gordon - Shapiro

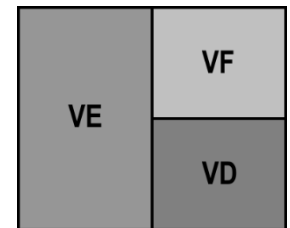


## II. Esquema xeral de valoración

Consecuencia da complexidade estrutural, da singularidade das organizacións e do feito de que o valor depende do contexto de traballo e dos intereses e obxectivos da valoración, existen diferentes nocións de valor e tamén distintas metodoloxías para o seu análise:

- En función do obxectivo da valoración

- » **Valor económico (VE):** relativo ao activo. *Relaciona FCF con custo medio do financiamento ( $wacc$ )*
- » **Valor financeiro (VF):** relativo á propiedade. *Mide FCA en relación á rendibilidade mínima esixida*
- » **Valor da débeda (VD):** relativo á participación de prestamistas e acredores. *FCD vs  $k_d$*



- En función da instrumentación da valoración

- » **Directa:** o valor baséase nas magnitudes patrimoniais e/ou de explotación da empresa
- » **Indirecta:** a medida de valor obténse de xeito comparativo a partir de múltiplos ou indicadores

- En función do fundamento teórico da valoración

- » **Patrimonial:** métodos baseados no balance → o valor é unha magnitude estática baseada nos elementos de activo e pasivo do patrimonio
- » **De rendemento:** métodos baseados na conta de resultados → o valor defínese como unha magnitude dinámica baseada en expectativas de fluxos de caixa

# II. Esquema xeral de valoración

Instrumentación	Fundamentación	Método
Directa	Patrimoniais ou contables	Valor neto contable (parcial)
		Valor substancial (global)
		Valor liquidativo (parcial)
Valor venal (parcial)		
	De rendimento	Valor de rendimento VA do cash flow
	Mixtos	Alemans
		Anglosaxóns
		Franceses
Indirecta, relativa ou comparativa	Patrimoniais	q de Tobin prezo / valor contable
	Estratéxicos	Prezo / vendas
	De rendimento	PER Prezo / cash flow

**Valoración baseada en custos**

*Métodos baseados no balance*

**Valoración baseada en utilidades**

*Métodos baseados na conta de resultados*

## □ Problemática

- **Incorporación do risco.** Considerando a imprecisión das estimacións de fluxos, convén ter en conta un esquema de traballo dual:
  - » Empregar previsións ata onde sexa posible, racional e prudente (*'marco temporal'*)
  - » Máis aló, facer estimacións indirectas: perpetuidades ou valores baseados en multiplos (*'marco perpetuo'*)
- Tratamento dos factores de valor de **natureza intanxible** (e.g. marcas)

# SUMARIO

- I. Introducción
- II. Esquema xeral de valoración
- III. Métodos de valoración de empresas**
  - Directos
    - Patrimoniais ou contables
    - De rendemento
    - Mixtos
  - Indirectos: Múltiplos
- IV. Valoración de empresas cotizadas
  - Desconto de fluxos
  - Modelo de Gordon - Shapiro

# III. Métodos de valoración de empresas

## I. Métodos directos

### □ Valor Patrimonial ('métodos basados no Balance')

**DEF:** tamén 'valoración contable' ou 'valoración baseada en custos', mide o 'valor de reposición' do patrimonio. Consideran que o valor da empresa pode ser estimado a partir do valor do seu patrimonio.

Tradicionalmente empregados, estes métodos contemplan o valor desde unha **perspectiva estática** baseado nos elementos do balance → non ten en conta aspectos non reflexados nos estados contables (e.g. posible evolución futura da empresa).

#### i. Valor contable

- » Idea → obter o valor do **Activo Neto Real** (ANR ≈ Neto Patrimonial calculado desde o activo)
- » A.k.a. valor neto contable, valor en libros ou patrimonio neto
- » Valor dos recursos propios que aparecen no balance (capital e reservas), equivalente a calcular a diferenza entre activo total e pasivo esixible

$$\text{ANR} = \text{AR} - \text{PE} \quad \longrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{VE} = \text{AnC} + \text{NOF} \quad \text{ou ben} \quad \text{VE} \approx \text{AnC} + \text{CC} \\ \text{VF} = \text{VE} - \text{PnC} \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \text{VE} \approx \text{AT} - \text{PC} \end{array} \right.$$

- » Inconvinte: os criterios contables difiren dos criterios de mercado

# III. Métodos de valoración de empresas

## ii. Valor sustancial

- » Idea → Salvar o inconvinte de aplicar criterios exclusivamente contables na valoración
- » A.k.a. valor contable axustado, activo neto correxido ou patrimonio neto axustado
- » Pode definirse como o investimento que debería efectuarse para constituir unha empresa en idénticas condicións ou para repoñer os activos baixo o suposto de continuidade da empresa
- » Problemática: dificultades de estimación extracontable
- » Exemplos de correccións a aplicar: *comprobar dispoñible, verificar esixible realizable, peritar realizable incerto, taxar pericialmente o inmovilizado...*

## iii. Valor de liquidación

- » Idea → valor consecuencia da finalización da actividade
- » Liquidación = paralización definitiva da actividade, venda de activos e cancelación de débedas
- » Cálculo: deducir do VC axustado os gastos de liquidación (e.g., indemnizacións a empregados)
- » Problemática: valoración inferior á realidade por venda urxente, gastos de liquidación, etc.

## iv. Valor venal

- » Valor consecuencia da venda da empresa
- » Valor sesgado porque depende dunha negociación

# III. Métodos de valoración de empresas

☒ **EXEMPLO 2a** (\*) Piñeiro & de Llano (2009), pax. 35-36

Unha sociedade posúe o seguinte Balance de situación no ano 200X.

760.000	ACTIVO	PASIVO	760.000
600.000	AnC	Neto	510.000
160.000	AC	PnC	150.000
		PC	100.000

Calcular o Valor Neto Contable

Calculamos o Valor Económico e logo o Valor Financeiro.

$VE = AnC + NOF \rightarrow$  Asumindo todo PC = necesidades operativas (provedores, etc.) resulta

$VE = AnC + CC$  onde  $CC = AC - PC$

$CC = 160.000 - 100.000 = 60.000$  eur

$VE = 600.000 + 60.000 = \underline{660.000}$  eur

$VF = VE - PnC$  (nota: faltaría restar PC non operativo, pero arriba asumimos que é cero)

$VF = 660.000 - 150.000 = \mathbf{510.000}$  eur

# III. Métodos de valoración de empresas

## □ De rendimento ('métodos baseados na conta de resultados')

**DEF:** tamén 'valoración baseada en utilidades' (fluxos de caixa)

Entende o valor como **magnitude dinámica** baseada nos fluxos de caixa

### i. Valor de rendimento

» Idea → beneficio promedio entre taxa de desconto do capital

$$V = \frac{\bar{B}}{i}$$

Asumimos **renda perpétua** onde...

$B$  → valorar capacidade xeradora de bfos.

$i$  →  $i = wacc$  vs  $k_{FP}$  (depende do que esteamos a valorar)

» Limitación: concepto de beneficio contable ("*o beneficio é unha opinión, o fluxo de caixa é un feito*")

### ii. Valor actualizado dos fluxos de caixa

» Idea → VAN dos fluxos de caixa agardados pola empresa no futuro

$$VE = \sum \frac{C_t - P_t}{(1+i)^t} = \sum \frac{FCF_t}{(1+i)^t}$$

$C_t$  = cobros previstos;  $P_t$  = pagos previstos,  $I$  = custo de capital (wacc)

*Idem para VF (con FCA e  $k_{FP}$ )*

» Fdmtl: Estamos estimando a futuro → empregar conta de resultados previsual

# III. Métodos de valoración de empresas

Recoméndase esquema de traballo dual:

1. 'marco temporal': Facer proxeccións a 5 – 10 anos dos FCF
2. Calcular valor residual no último ano. Empregar valor substancial, valor liquidación ou, mellor, VR por capitalización a perpetuidade dos fluxos futuros:

$$VR = \frac{FC_n \cdot (1 + g)}{k - g}$$

☒ **EXEMPLO 2b** (\*) Piñeiro & de Llano (2009), pax. 35-36

Para a mesma empresa e Balance do 'exemplo 2a' estimamos os seguintes fluxos futuros:

- FCF = 20.000 eur durante os próximos 7 anos
- $K_0 = 8\%$
- Para calcular VR estimamos un CF no ano 8 = 22.641,5 eur que medrará *ad infinitum* a unha taxa  $g = 6\%$

Calcular VE e VF baseado en utilidades (Valor Actualizado dos fluxos de caixa)

$$VE = 20.000 \times \partial_{7-0,08} + \frac{22.641,5 \cdot (1,06)}{(1,08)^8} \Big/_{0,08-0,06} = 20.000 \cdot \left( \frac{1 - (1,08)^{-7}}{0,08} \right) + \frac{1.200.000}{(1,08)^8} = 804.315,88 \text{ eur}$$

VF → Idem, pero empregando FCA e  $k_{FP}$ . Problema: non temos datos para calcular FCA nin  $k_{FP}$ .

Solución 'ad hoc': facer  $VF = VE - VM_{\text{débeda}}$  asumindo  $VM_{\text{débeda}} = VC_{\text{débeda}}$

$$VF = 804.315,88 - 250.000 = \mathbf{554.315,88 \text{ eur}}$$



# III. Métodos de valoración de empresas

## □ Mixtos

- Idea      Complementar a valoración baseada en custos: paso do tempo → desconexión valor real vs valor contable  
Os métodos mixtos combinan una valoración estática dos activos da empresa (a través do valor sustancial) cunha avaliación da capacidade xeradora de beneficio no futuro

### Fondo de comercio

Activo inmaterial que pretende representar o valor dos elementos inmateriales da empresa que, pese non constar no balance, aportan unha vantaxe respecto doutras empresas do sector (marca, liderado sectorial, carteira de clientes...)

→ Pode considerarse como **o valor que ten a empresa por riba do seu valor contable axustado**

Non existe unanimidade metodolóxica para determinar o seu valor

### ▪ Método da renta abreviada do *goodwill*

- » Tamén ‘Método dos superbeneficios’ ou ‘Método UEEC simplificado’
- » IDEA: Se o valor de rendemento (VR) da empresa é superior ao seu valor sustancial (VS), enténdese que a empresa ten unha capacidade especial de xerar bfos., implicando un fondo de comercio positivo\*

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Se } VR > VS \rightarrow V = VS + GW \\ \text{Se } VR < VS \rightarrow V = VR \end{array} \right.$$

(\* En caso contrario o valor da empresa será exclusivamente VR, o que supón recoñecer un badwill (fondo de comercio negativo)

# III. Métodos de valoración de empresas

- » Así, contéplase o valor da empresa como a suma de valor sustancial (VS) e fondo de comercio (*goodwill*, *GW*) calculado en función dun superbeneficio

$$V = VS + GW$$

- » Este **superbeneficio** é a diferenza entre o resultado obtido ( $B^*$ ) e o rendemento agardado nun investimento equivalente al valor sustancial en proxectos de natureza similar ( $i' \cdot VS$ )

$$\text{superbeneficios} = B^* - B' = B^* - (i' \cdot VS)$$

- » Fondo de comercio  $\rightarrow$  valor actual dos superbeneficios, valorado á taxa correspondente da empresa ( $i > i'$ )

$$V = VS + [B^* - i' \cdot VS] \cdot a_{n-i}$$

- » Para o caso dun horizonte indefinido (perpetuidade) resulta

$$V = VS + \frac{[B^* - i' \cdot VS]}{i}$$

# III. Métodos de valoración de empresas

**EXEMPLO 3** (\*) *Adapt. Piñeiro et al. (2007): Dirección financiera, modelos avanzados de decisión con Excel. Delta p.145*

En base á seguinte información contable do último exercicio dunha empresa e considerando que a rendibilidade ordinaria das empresas do sector é do 11%, pídese calcular o valor da empresa en base á renda abreviada do *goodwill*, considerando a hipótese de que a contabilidade se axusta a prezos de mercado e sabendo que o valor de rendemento é superior ao valor sustancial:

<b>Activo</b>	<b>113</b>	<b>BAIT</b>	<b>19,00</b>
No corrente	100	- Gastos Fin	2,87
Corriente	13	- Impuestos	5,65
<b>Pasivo</b>	<b>113</b>	<b>BN</b>	<b>10,48</b>
Patrimonio neto	72	a dividendos	4,48
Deuda L/P	30	a reservas	6,00
Deuda C/P	11		

*Cifras en miles de euros*

**VR > VS → aplicar método da renda abreviada do Goodwill**

$$V = VS + GW$$

- Calculamos o Valor Sustancial (que coincide co valor neto contable pq 'a contabilidade se axusta a prezos de mercado')

$$VS = AT - PC - PnC = 113 - 30 - 11 = 72$$

- Calculamos o Goodwill = "valor actual da renda dos superbeneicios"

$$SB = B^* - i' \cdot VS \rightarrow \text{Valor Actual: como non se indica nada, consideramos unha renda perpétua}$$

$$V = VS + \frac{[B^* - i' \cdot VS]}{i}$$

$$\cdot B^* = 10,48$$

$$\cdot i' = 11\%$$

$$\cdot VS = 72$$

$$\cdot i = BN / PN = 10,48 / 72 = 14,55\%$$

$$\rightarrow V = 72 + [10,48 - (11\% \cdot 72)] / 14,55\% = \underline{89,59 \text{ miles de euros}}$$

# III. Métodos de valoración de empresas

## II. Métodos indirectos

Lembremos →

Instrumentación	Fundamentación	Método
Directa	Patrimoniais ou contables	Valor neto contable (parcial) Valor substancial (global) Valor liquidativo (parcial) Valor venal (parcial)
	De rendimento	Valor de rendimento VA do cash flow
	Mixtos	Alemans Anglosaxóns Franceses
Indirecta, relativa ou comparativa	Patrimoniais	q de Tobin prezo / valor contable
	Estratéxicos	Prezo / vendas
	De rendimento	PER Prezo / cash flow

**Idea** \* Métodos de valoración directa → máis acaídos para empresas de sectores maduros  
(contan con experiencia de xestión previa e indicadores de calidade financeira)

\* Métodos de valoración indirecta → para sectores emerxentes e actividades incertas (I+D)

- Pq'?
- maior grao de incerteza respecto aos FCF → métodos directos imprecisos
  - sectores de potencial crecemento cun valor incremental que non recolle o VAN
  - coñecemento impreciso dos factores que inflúen nese valor incremental

⇒Ex.: Empresas de internet → indicador MVU (millón de visitantes únicos). Intuíase que a creación de valor dependía da notoriedade. Como Terra tiña 270 MVU en 1999, e Yahoo 40, de ahí o boom de Terra.



# III. Métodos de valoración de empresas

## Tipos

### 1. Indicadores relativos patrimoniais:

- **prezo / valor contable** → **P/VC** ou **VM/VC** →  $\frac{P}{VC} = \frac{P}{bfo} \cdot \frac{bfo}{VC} \Rightarrow \frac{P}{VC} = PER \times ROE$
- **Q de Tobin** →  $q = \frac{\text{market.value.of.capital}}{\text{replacemert.cost.of.capital}}$ 
  - q > 1 → interesante para a empresa ampliar capital.
  - q < 1 → recomendable desinvestir (ameaza OPA)

Relativo a valores contables

### 2. Indicadores relativos estratéxicos:

- **prezo / vendas** *vendas por acción (para ser uds. comparables con P) "mide canto pagamos polas vendas da empresa"*
- **bfo / facturación** *aproximación á marxe coa que opera a empresa. Indicador de economicidade.*
- **indicadores sectoriales**
  - Ex.: internet - facturación / MVU (ingreso medio xerado por visitante)
  - beneficio / MVU ( bfo " " " )
  - capitalización / MVU (info s/ como se reflexa o tráfico de internautas no VM)

Relativo a situación do sector

### 3. Indicadores relativos de mercado:

- **PER** →  $PER = \frac{P}{BPA}$  → P = prezo en bolsa (ou VM en xeral)  
BPA = earnings per share (EPS)  
PER mide "canto pagamos polos beneficios da empresa"
- **P/CF** →  $P/CF = \frac{P}{OCF}$  → CF = habitualmente operating CF (ingresos - custos)  
(FCF = OCF - capex)
- **ratios de dividendos** → pay-out = d/EPS  
→ dividend yield = d/P → d = dividendo por acción

Relativo a valores de mercado

# SUMARIO

---

- I. Introducción
- II. Esquema xeral de valoración
- III. Métodos de valoración de empresas
  - Directos
    - Patrimoniais ou contables
    - De rendemento
    - Mixtos
  - Indirectos: Múltiplos
- IV. Valoración de empresas cotizadas**
  - Desconto de fluxos
  - Modelo de Gordon - Shapiro

# IV. Valoración de empresas cotizadas

Idea Cotización → fonte de información de 1ª calidade para estimar o valor da empresa  
mercados eficientes → prezo = valor fdmtl da acción dada a info dispoñible

## □ Valor dunha acción en horizonte multiperiodo

Rendibilidade agardada = dividendos + gañancia de capital  $r = \frac{D_1 + (P_1 - P_0)}{P_0}$

De ahí podemos primeiro despear  $P_0 = \frac{D_1 + P_1}{1 + r}$

E logo, xa que  $P_0 = f(P_1)$  tamén podemos expresar  $P_1 = f(P_2)$ , etc.

$$2 \text{ periodos} \longrightarrow P_0 = \frac{D_1 + \frac{D_2 + P_2}{1+r}}{1+r} = \frac{D_1}{1+r} + \frac{D_2 + P_2}{(1+r)^2}$$

$$n \text{ periodos} \longrightarrow P_0 = \frac{D_1}{1+r} + \frac{D_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{D_n + P_n}{(1+r)^n} \longrightarrow \text{FDMTL: Valor dunha acción independente do horizonte de investimento}$$

Problema: seguimos tendo un problema de valoración: estimar  $P_n$

→ Solución: modelo de Gordon – Shapiro



# IV. Valoración de empresas cotizadas

## □ Modelo de Gordon – Shapiro

### ▪ Perpetuidades

Unha primeira solución é asumir  $D_1 \approx D_2 \approx \dots \approx D$  e facer  $n \rightarrow \infty$  resultando

$$P_0 = \frac{D_1}{1+r} + \frac{D_2}{(1+r)^2} + \dots \approx \frac{D}{r} \longrightarrow \text{Lóxica semellante a Valor de rendemento} \longrightarrow \boxed{V = \frac{\bar{B}}{i}}$$

O uso de perpetuidades é práctica habitual na valoración de empresas / accións, pero...

- Asume empresa en situación estacionaria
  - Negocio e condicións financeiras estacionarias
- }  $\longrightarrow$  Todo o beneficio se reparte como dividendo, non se reinviste nada

### ▪ Modelo de Gordon - Shapiro

Asumimos dividendos medran a unha taxa  $g$  no longo prazo. Entón...

$$P_0 = \frac{D_1}{1+r} + \frac{D_1 \cdot (1+g)}{(1+r)^2} + \dots + \frac{D_1 \cdot (1+g)^{n-1}}{(1+r)^n} + \dots$$

Progresión eométrica de razón  $m < 1 \rightarrow$  a progresión xeométrica é decrecente e ten suma finita igual a  $m = 1/r-g$

$$m = \frac{1+g}{1+r} < 1 \quad pq \quad r > g$$

$$\longrightarrow \boxed{P_0 = \frac{D_1}{r-g}}$$

# IV. Valoración de empresas cotizadas

**NOTA**  $m < 1 \Leftrightarrow r > g$  : g non pode ser sistemáticamente superior a r no l/p

$$g = \frac{\Delta C}{C} = \frac{BN - D}{C} = \frac{BN - d \cdot BN}{C} = (1 - d) \cdot \frac{BN}{C} = (1 - d) \cdot R_f$$

Polo tanto  $g = (1 - d) \cdot R_f$  e  $d = 1 - (g/R_f) \longrightarrow d = \text{'taxa factible de dividendos'}$   
ou  $g = b \cdot R_f$  (onde  $b = \text{ratio de reinvestimento}$ )

Conclusión: g non pode ser sistemáticamente superior á rendibilidade financeira da empresa, ou a taxa de dividendos sería negativa

## EXEMPLO 4

**Unha empresa reparte un dividendo de 2 u.m. que se espera constante no futuro. A rendibilidade agardada polos accionistas é do 10%. Cal é o prezo de mercado esperado para esta empresa?**

Aplicamos perpetuidades  $\rightarrow P_0 = D_1 / r = 2 / 10\% = 20 \text{ u.m.}$

**A empresa anuncia que espera incrementar o dividendo un 5% anual de maneira indefinida. Cal é a nova estimación para o prezo de mercado da empresa?**

Aplicamos Gordon - Shapiro  $\rightarrow P_0 = D_1 / (r - g) = 2 / (10\% - 5\%) = 40 \text{ u.m.}$

# IV. Valoración de empresas cotizadas

## EXEMPLO 5

Unha empresa de capital  $C = 1.000$  u.m. e beneficio neto  $BN = 100$  pretende establecer unha política de crecemento do 5% anual. Que taxa de reinvestimento debe establecer?

$$R_f = BN / C = 100 / 1000 = 10\% \quad d = 1 - (g/R_f) = 1 - (5\%/10\%) = 0,5 \quad b = 1 - d = 0,5$$

Solución: A empresa debe reinvestir o 50% dos beneficios

### ▪ Que pode facer unha empresa para incrementar o seu valor?

**Idea** Extendemos o modelo de Gordon – Shapiro

- Na ecuación orixinal cambiamos notación  $r = k_{FP}$
- Sabemos que...  $g = b \cdot R_f = (1 - d) \cdot R_f$
- e que...  $D_1 = (1 - b) \cdot BN = (1 - b) \cdot R_f \cdot C$   
 $= (R_f - b \cdot R_f) \cdot C = (R_f - g) \cdot C$

(rendibilidade esixida polos accionistas)

$$P_0 = \frac{R_f - g}{k_{FP} - g} \cdot C$$

$$VMFP = Pr \cdot VCFP$$

onde  $Pr =$  'prezo relativo'

O valor non provén do crecemento *per se*, senón do diferencial entre as rendibilidades mínima e agardada. O crecemento engade valor na medida en que a rendibilidade agardada dos beneficios reinvestidos sexa superior á rendibilidade esixida polos accionistas ( $R_f > k_{FP}$ ).

**CONCLUSIÓN** A empresa debe reinvestir o beneficio na medida en que sexa capaz de investilo en proxectos que produzan unha rendibilidade superior ( $R_f$ ) á que os accionistas esixen ( $k_{FP}$ ) dacordo có risco asumido

# IV. Valoración de empresas cotizadas

## EXEMPLO 6 (\*) Piñeiro (2003), pax. 33

Unha empresa ten capital social de 3,6 mill. €, repartido en 200.000 accións de idéntico nominal que cotizan en bolsa a 21€. A empresa obtivo no último exercicio un beneficio neto de 470.000€ e no futuro pretende estabilizar a rendibilidade financeira en torno ao 13%. Pídese:

- Establecer a valoración da empresa conforme ao seu PER
- ¿Cal debe ser a ratio de *payout* que garanta un crecemento sostido do 7% anual da rendibilidade financeira?
- Considerando o *payout* do apartado anterior, cal é o valor da empresa conforme ao modelo Gordon–Shapiro

$$a) \left. \begin{array}{l} PER = P_0 / BPA \rightarrow P_0 = 21 \\ BPA = 470.000 / 200.000 = 2,35 \end{array} \right\} PER = 21 / 2,35 \approx 8,94$$

$$V = PER \cdot BN = 8,94 \cdot 470.000 = 4.200.000 \quad (\text{equivalente ao valor de mercado das accións})$$

Nota: podemos calcular a rendib dos accionistas (que tomaremos como  $k_{FP}$ ) como a inversa do PER  $\rightarrow k_{FP} = 1 / PER = 11,19\%$

$$b) g = (1 - d) \cdot R_f \rightarrow 0,07 = (1 - d) \cdot 0,13 \rightarrow d = 46,15\%$$

$$c) \text{ Unha alternativa sería empregar a expresión extendida } V = \frac{R_f - g}{k_{FP} - g} \cdot C = \frac{13\% - 7\%}{11,19\% - 7\%} \cdot 3,6\text{mill} = 5,155\text{mill.eur}$$

Pero esta interpretación non fai uso da info pedida no enunciado: “considera o *payout* do apartado anterior”

$$\text{A solución é empregar a expresión } V = \frac{D}{k_{FP} - g} = \frac{d \cdot BN}{11,19\% - 7\%} = \frac{0,4615 \cdot 0,47\text{mill}}{4,19\%} = 5,177\text{mill.eur}$$

A valoración obtida por G-S é superior á obtida por PER porque PER valora a empresa en condicións de estabilidade, mentras en G-S asumimos que os dividendos medrarán no futuro (xa que a rendibilidade pasa do 11,19% ao 13%)

# Cuestionario tipo TEST

## Sinala a resposta CORRECTA

- a) A ecuación de Gordon – Shapiro contempla un escenario no que os dividendos medran cada ano a unha taxa constante
- b) A ratio PER relaciona unha magnitude de mercado con outra puramente contable
- c) Segundo o método da renda abreviada do *goodwill*, o fondo de comercio calcúlase como o equivalente actual dos superbeneficios
- d) Todas as anteriores son correctas

## Sinala a resposta CORRECTA

- a) As variacións de débeda, cando son positivas, suman para o cálculo do fluxo de caixa libre (FCF)
- b) As variacións de inmovilizado, cando son negativas, restan para o fluxo de caixa libre (FCF)
- c) As variacións da débeda, cando son negativas, implican unha aplicación de fondos
- d) Todas as anteriores son correctas



# TEMA 7

## Teorías sobre a formación do prezo

# BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

---

- I. Antelo, M. e Peón, D. (2011), *Financial Markets: A guided tour*, Nova Science Publishers.
- II. Doldán, F. (2003), *Dirección Financiera de la empresa*, Tórculo Ediciones.
- III. Parejo, J.A. et al. (2011), *Manual del sistema financiero español*, 23 edición, Ariel.
- IV. **Suárez Suárez, A. (2005), *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*, 21 edición, Pirámide.**

# SUMARIO

## I. Introducción: os mercados financeiros

## II. A eficiencia dos mercados.

- a) Que entendemos por eficiencia dos mercados financeiros
- b) Por que é importante a eficiencia dos mercados
- c) Como analizar a eficiencia - o papel de expectativas e información
- d) 3 niveis de eficiencia
  - Eficiencia débil - Anexo: Análise Técnico
  - Eficiencia semi-forte - Anexo: Análise Fundamental
  - Eficiencia forte

## III. Behavioral Finance

- Escolma de teorías da BF
- Crítica da Behavioral Finance á EMH



# I. Introducción

## ❑ Sistema financeiro

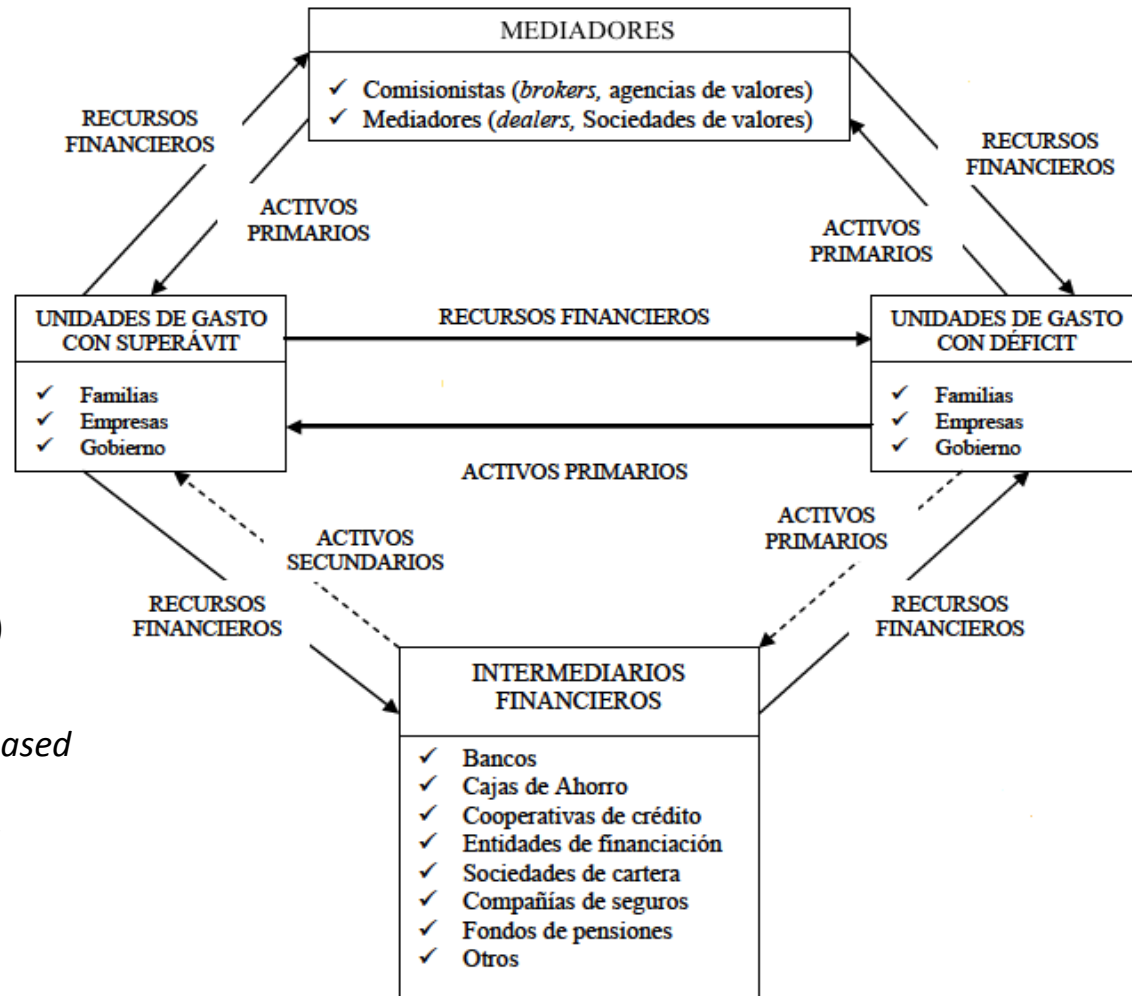
Subsistema do sistema económico, formado polo conxunto de axentes, institucións e mercados financeiros coa finalidade de canalizar aforro e investimento

- ✓ Axentes económicos (emiten / adquiren *activos financeiros*):
  - *Unidades de Gasto con Déficit (UGD)*
  - *Unidades de Gasto con Superávit (UGS)*
  
- ✓ Mediadores (facilitan a circulación dos activos financeiros):
  - *Brokers, Axencias de valores* (só por conta de terceiros)
  - *Dealers, Sociedades de valores* (poden negociar as súas propias posicións)
  
- ✓ Intermediarios financeiros (Prestan e piden prestados fondos, transforman activos primarios en secundarios axustados ás preferencias dos inversores):
  - Bancos, caixas de aforro, xestoras de fondos e pensións, seguros, etc.

# I. Introducción

## Flujos financieros entre agentes económicos

Fuente: Parejo, J.A. et al. (2011)



- **MISIÓN FUNDAMENTAL** do stma financeiro: captar o aforro (UGS) e canalizalo cara os prestatarios (UGD)
- Dous tipos de sistemas financeiros
  - Mercados intermediados (*'bank-based financial systems'*)
  - Mercados abertos (*'market-based financial systems'*)

➤ Imonos centrar nos segundos

# I. Introducción

## ☐ Activos financeiros:

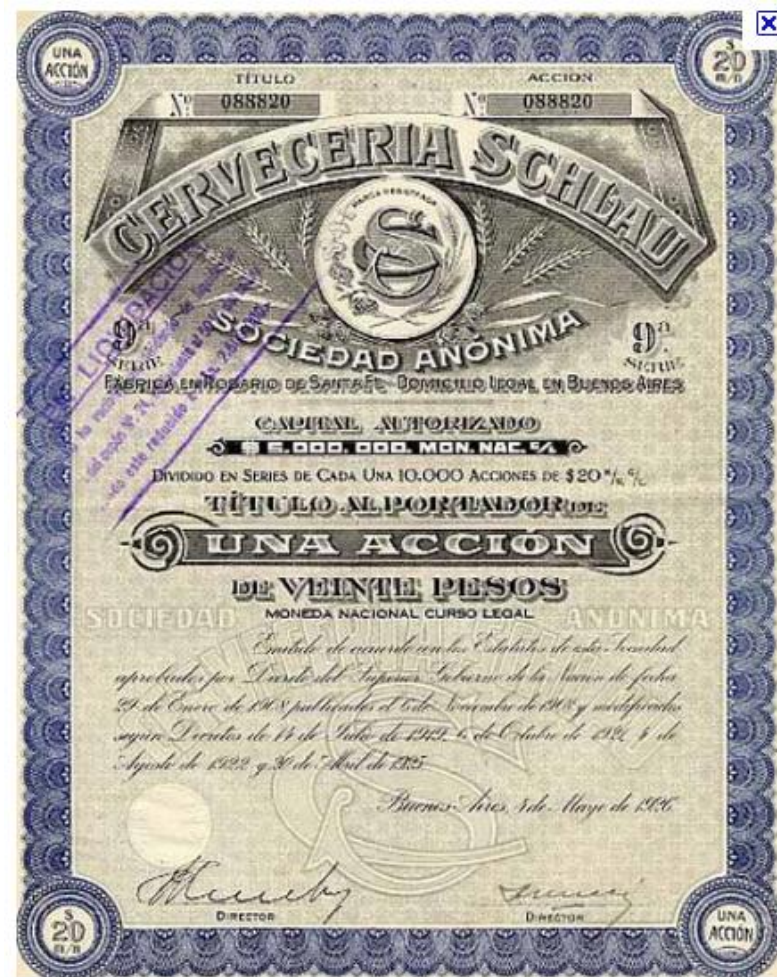
- **DEF:** Instrumento financeiro emitido polas UGD para financiar a súa actividade.
  - Pasivo para quen o emite (emisor) e Activo (dereito) para o adquirente
  - Constitúe un medio de manter a riqueza para quen o posee
- Os activos reais contribúen a aumentar a riqueza, os activos financeiros non...
  - Razón: todo activo financeiro é pasivo doutro axente económico
- ... pero cumpren unha **FUNCIÓN FUNDAMENTAL**: facilitar a movilización dos recursos reais do sistema:
  - Mobilizar o aforro e destinalo a actividades produtivas
  - Poñer en contacto aforradores e investidores
  - Transformación de activos financeiros (*os desexos de aforradores e investidores respecto a horizonte, liquidez, risco e rendibilidade habitualmente non coincide*)
  - Xestión e transferencia de riscos
  - Procesamento e transferencia de información
  - etc.

# I. Introducción

- Soporte dos activos financeiros
  - Soporte físico ou documental (soporte tradicional)
  - Anotacións en conta (soporte 'inmaterial').
    - Crecente inmaterialidade dos mercados financeiros (*en España tras a Ley de Reforma del Mercado de Valores de 1988*)
- Paso do concepto *título-valor* ao de *dereito-valor*

Source:

<http://www.cerveceriaschlau.com.ar/documentos.htm>



# I. Introducción

## Activos financeiros (*continuación*)

- **FUNCIÓN** Transferencia de 1. fondos e 2. riscos entre os axentes económicos.
- **PARÁMETROS**

Podemos caracterizar calquer activo financeiro a través de 3 parámetros:

- Liquidez. Probabilidade de liquidar un activo financeiro nun breve periodo de tempo sen provocar unha variación significativa no seu prezo.
- Risco. Posibilidade de que un activo non xenere o rendemento agardado no momento de adquisición. Diferentes acepcións: *risco de crédito*, *risco de mercado*, *risco de interese*, *risco cambiario*, etc.
- Rendibilidade. Compensación para o adquirente dun AF por ceder fondos temporal/ e asumir riscos.

Exs.: RV → dividendos e ganancias de capital, valor descoñecido de antemán = maior nivel de risco;

RF → rendemento fixo de antemán (xuros, cupóns), non implica que estean exentos de risco.

Rendibilidade, risco e liquidez son **variables interdependentes**: canta menor liquidez e maior risco teña un activo, maior rendibilidade esixiremos

# I. Introducción

## ☐ Mercados financeiros

- **DEF:** Lugar (físico) ou mecanismos e procedementos (inmaterial) onde ou a través dos que se intercambian activos financeiros e se fixan os seus prezos.
    - Avanzos da informática e as telecomunicacións => mercados cada vez máis inmateriais
  - **FUNCIÓNS**
    - Poñer en contacto aos axentes que interveñen nos mesmos
    - Proporcionar liquidez aos activos
    - Reducir prazos e custo da información, búsqueda de contrapartida e intermediación
    - E por último, fundamental, establecer un mecanismo de fixación do prezo dos Activos Financeiros
- Xurde entón unha dúbida: *é **eficiente** ese mecanismo de fixación de prezos?*

# SUMARIO

## I. Introducción: os mercados financeiros

## II. A eficiencia dos mercados.

- a) Que entendemos por eficiencia dos mercados financeiros
- b) Por que é importante a eficiencia dos mercados
- c) Como analizar a eficiencia - o papel de expectativas e información
- d) 3 niveis de eficiencia
  - Eficiencia débil - Anexo: Análise Técnico
  - Eficiencia semi-forte - Anexo: Análise Fundamental
  - Eficiencia forte

## III. Behavioral Finance

- Escolma de teorías da BF
- Crítica da Behavioral Finance á EMH

# II. A eficiencia dos mercados

## A. Concepto de Eficiencia

Que entendemos por eficiencia?

- ✓ Eficiencia económica:
  - *uso dos recursos que maximice a produción de bens e servizos*
  - *producción ao mínimo custo unitario posible*
- ✓ Pareto - eficiencia:
  - *distribución de recursos entre individuos tal que ningún pode mellorar a súa asignación sen empeorar a doutro*
- ✓ Business – efficiency
  - *minimizar custos en proporción aos ingresos (efficiency ratio na banca)*
- ✓ Eficiencia nos mercados
  - mercado eficiente na asignación de recursos → aquel no que os prezos se determinan de maneira que as taxas marxinais *de rendemento* son iguais para oferentes e demandantes



# II. A eficiencia dos mercados

Que entendemos por eficiencia? *(continuación)*

Un mercado financeiro é perfectamente eficiente se é simultaneamente

- ✓ Eficiente na asignación de recursos (*Allocatively efficient*):
  - *distribúe da maneira máis productiva posíbel recursos escasos entre obxectivos competitivos*
- ✓ Operativamente eficiente:
  - *os intermediarios canalizan os fondos de aforradores a investidores ao mínimo custo posíbel (i. e., os custos son determinados competitivamente)*
- ✓ Informativamente eficiente:
  - *a información dispoñible é idéntica para todos os investidores, de maneira que os prezos se axustan instantanea e totalmente ante a aparición de nova información dispoñible*

- Mercados libres e competitivos → cumpren as dúas primeiras condicións.  
→ o debate sobre a eficiencia dos mercados financeiros se centra no concepto de eficiencia informativa.

# II. A eficiencia dos mercados

## B. Por que importa a eficiencia dos mercados?

Fama (1970) “**o papel primordial dos mercados financeiros é a asignación da propiedade dos recursos de capital da economía**”. Así, nun mercado eficiente...

- os prezos reflexan totalmente toda a información dispoñible, proporcionando sinais exactas para a asignación dos recursos
- baixo ese suposto, as empresas poden tomar decisións de produción – investimento e os investidores elixir entre títulos que outorgan a propiedade desas empresas, porque os prezos serán un indicador fiable do verdadeiro valor dos activos



### **IMPORTANTE Non confundir:**

- Mercado perfecto: *perfectamente competitivo, activos perfectamente divisíbeis e negociábeis, información sen custo, custos de transferencia nulos, sen impostos...*
- Mercado ‘infalible’: *aquel que predice o futuro.*

*O concepto de mercado eficiente é moito menos restrictivo → Un mercado eficiente non é perfecto (hai custos, impostos, etc.), e a súa eficiencia indica que os prezos se determinan en base á información dispoñible, non que sexamos capaces de ‘adiviñar o futuro’.*

# II. A eficiencia dos mercados

## C. Como analizar se un mercado é eficiente?

### PAPEL FUNDAMENTAL XOGADO POR 2 ELEMENTOS:

i. Expectativas racionais (vs. 'animal spirits')

Ex.: valor dunha acción → valor agardado dos fluxos de caixa futuros

ii. Información

Base coa que os axentes analizan o valor dun activo



### HIPÓTESE DO MERCADO EFICIENTE (EMH):

- O valor intrínseco dun activo financeiro será diferente para cada inversor, incluso baixo o suposto de que todos dispoñan da mesma información
- Pero **nun mercado eficiente** as múltiples estimacións do valor dun activo financeiro oscilan aleatoriamente en torno ao seu verdadeiro valor intrínseco
- De non ser así, as discrepancias sistemáticas entre prezo e valor intrínseco serán aproveitadas por axentes racionais ('*arbitradores*') ata facelas desaparecer
- Un mercado eficiente é polo tanto un xogo limpo ('*fair game*') onde todos os investidores teñen as mesmas posibilidades de gañar ou perder.

# II. A eficiencia dos mercados

## Como analizar se un mercado é eficiente? *(continuación)*

- Fama (1970) - 3 condicións *suficientes* para a eficiencia dos mercados:
  - ausencia de custos de transacción *(se existen a contía non distorsiona o sistema de asignación)*
  - ausencia de información privada *(Información dispoñible para todos os axentes)*
  - mercado con visión homoxénea sobre o sistema de fixación de prezos *(axentes están dacordo nas implicacións que a información dispoñible actualmente ten sobre a distribución dos prezos futuros)*
- ❖ **Son condicións moi esixentes que dificilmente se cumplan, pero...**
- “A eficiencia estaría asegurada se hai un ‘número suficiente’ de investidores con acceso á información actuando racionalmente”.
- ❖ **En calquer caso, non debemos perder de vista que na práctica...**

**Paradoxa do mercado eficiente** A hipótese de eficiencia do mercado non pode ser en rigor contrastada. ► Calquer test de eficiencia será simultaneamente un test do modelo de valoración de activos financeiros empregado. Rexeitado empíricamente pode interpretarse como test da validez do modelo, non da eficiencia dos mercados.

# II. A eficiencia dos mercados

## D. Os 3 niveis de eficiencia (*EMH*)

- (Roberts, 1967; Fama, 1970) Definen 3 niveis de eficiencia da **EMH**: Eficiencia débil, intermedia (ou semi-forte) e forte.

### I. **Eficiencia débil** (weak-form efficiency):

- *o prezo actual sintetiza toda a información histórica anterior*
  - *ningún axente será capaz de obter rendementos superiores baseándose na análise de prezos e volúmenes históricos de cotización*
  - *a serie de prezos se comportará, polo tanto, como unha variable aleatoria*
- ▶ O mercado non ten 'memoria'. I.e., os prezos pasados non permiten predecir a evolución futura → O Análise Técnico non serve
- un mercado que se comporta deste xeito será por definición un mercado de recorrido aleatorio (*'random walk'* market)
  - test de eficiencia = tests de correlación serial

# ANEXO – Análise técnico

## ■ Un pouco de historia

- Charles Dow, finais do XIX, publica no seu xornal (Wall Street Journal) unha serie de editoriais establecendo a base do Análise Técnico
- Idea: extraer conclusións có análise exclusivo da serie histórica de prezos e volumes
  - O mercado sigue varias tendencias primarias, secundarias, etc., que á súa vez poden ser alcistas (bullish) ou baixistas (bearish)
  - cando o mercado se move nunha dirección con volúmenes cada vez maiores, podemos inferir que os axentes do mercado están anticipando a continuación desa tendencia.
- Ralph Elliott (1938), publica *'The wave principle'*
  - aplica diversas técnicas para predecir tendencias
  - baséase na crenza de que os axentes pasan naturalmente do optimismo ao pesimismo e viceversa orixinando as tendencias anticipadas por Dow

## ■ Análise técnico e chartismo

- As teorías de Dow e Elliott sentaron as bases do **chartismo** (estudio de gráficos)
- Nos 60s e 70s desenvolvéronse *'indicadores'* e *'osciladores'*, que algúns consideran **análise técnico** propiamente dito (maioritaria/ se consideran teorías complementarias)

# ANEXO – Análise técnico

## ■ Chartismo

- Representanse os prezos gráficamente (gráficas de linea, de barra ou de vela)
- Identifícanse figuras de dous tipos: continuación de tendencia ou cambio de tendencia (\*)
- Papel fundamental das *liñas de soporte e resistencia*, atendendo ao volume negociado:
  - ❖ prezo sube, volume de contratación alto                                   comprar
  - ❖ prezo cae, volumen elevado   vender
  - ❖ prezo cae, volume baixo   comprar
  - ❖ prezo sube, volume baixo   vender

(\*) Ex.:

Lineas e canais de tendencia

Formacións:

- de continuidade: triángulos, banderines, etc.
- de rotura de tendencia: cabezas e hombros, morning stars, shooting stars, etc.

# ANEXO – Análise técnico

## ■ Indicadores e osciladores

- DEF: Expresións matemáticas ou estatísticas, a partir dos datos de prezos históricos, cón obxectivo de axudar ao chartismo a determinar tendencias e figuras.
- Idea → igual que “*a pedra que se lanza ao aire e perde velocidade a medida que se achega á súa altura máxima*”, indicadores e osciladores avisan de que se o prezo dun título aumenta cada vez a menor ritmo (ou viceversa) pode haber un cambio de tendencia

## ➤ Exemplos

- Medias móbiles simples<sub>1</sub> e exponenciais<sub>2</sub>: reducen o ‘*ruido de mercado*’
  - 1) SMA, prezo medio das últimas x sesións
  - 2) EMA, prezo medio aplicando maior ponderación a prezos recentes
- Oscilador MACD, *Moving Average Convergence-Divergence*, emprega dúas medias móbiles para proporcionar un indicador tanto de tendencia como de momento
$$\text{Standard MACD} = 12\text{-day EMA} - 26\text{-day EMA}$$
- Índice RSI → ‘*momentum oscillator*’ que mide a velocidade á que varían os prezos nunha escala de 0 to 100, <30 sinal de compra, >70 sinal de venda
- Osciladores estocásticos → similar a RSI pero medindo o nivel de prezos de peche
- Outros: ratios de Fibonacci, etc.



# II. A eficiencia dos mercados

## Os 3 niveis de eficiencia *(continuación)*

### II. **Eficiencia intermedia** (semistrong-form efficiency):

- *o prezo axústase rapidamente en resposta á aparición de nova información públicamente dispoñible (info de mercado ou doutro tipo)*
- *o mercado reflexa polo tanto non só a información contida nos prezos anteriores, senón toda a restante información económica publicada*

▶ Ningún investidor pode conseguir sistemáticamente rendementos superiores á media do mercado analizando a información pública (balances, conta de resultados, info económica, etc.) → O Análise Fundamental non serve

- tests de eficiencia: verificación de **anomalías** *post-anuncio de beneficios, post-anuncio de dividendos, post-anuncio de ampliacións de capital, splits, efecto tamaño, utilización de ratios financeiros, etc.*

# ANEXO – Análise fundamental

## ■ IDEA

- no longo prazo o prezo de mercado axustarase ao valor real do activo  
→ elimínanse efectos c/p de psicoloxía dos mercados, trading, especulación, 'market noise', etc.
- tal nivel, chamado '*valor intrínseco*', depende dos CF agardados no futuro  
→ o Análise Fundamental analiza datos contables, ratios financeiros, beneficios agardados... có obxectivo de obter o **valor fundamental** dese activo financeiro.
- **Obxectivo:** identificar activos infravalorados → comprar; sobrevalorados → vender

## ■ Instrumento fundamental: Análise dos Estados Financeiros

→ ratios financeiros: permiten comparar con compañías do mesmo sector (PER, ROE, P/B, P/CF, *Dividend yield*...)

→ métodos de valoración: **VER TEMA 6**

- Expected EPS
- Dividend Discount Model (DDM)
- FCF model (mismo modelo de desconto que DDM, pero empregando FCF en lugar de Dividendos),
- medidas de valor relativo:
  - Economic Value Added (EVA = NOPAT – wacc·capital)
  - Market Value Added

# II. A eficiencia dos mercados

## Os 3 niveis de eficiencia (*continuación*)

### III. **Eficiencia forte** (strong-form efficiency):

- *os prezos reflexan totalmente toda a información, pública ou privada, dispoñible no mercado*
- *mercado perfecto onde a información non ten custo → pode estar dispoñible para todos os participantes do mercado ao mesmo tempo*

► Ningún investidor pode obter rendementos sistematicamente superiores á media do mercado empregando calquer tipo de información, sexa pública ou non

- Problemática: imposibilidade de observar directamente a info privada

2 tipos de test:

- xestores profesionais de carteiras → verificar se a obtención de información antes que o resto dos participantes lles dá vantaxes e efecto sobre prezos
- rendibilidade obtida por insiders → análise do efecto que a información privilexiada ten sobre os prezos e rendibilidade extra obtida polos insiders

# SUMARIO

## I. Introducción: os mercados financeiros

## II. A eficiencia dos mercados.

- a) Que entendemos por eficiencia dos mercados financeiros
- b) Por que é importante a eficiencia dos mercados
- c) Como analizar a eficiencia - o papel de expectativas e información
- d) 3 niveis de eficiencia
  - Eficiencia débil - Anexo: Análise Técnico
  - Eficiencia semi-forte - Anexo: Análise Fundamental
  - Eficiencia forte

## III. Behavioral Finance

- Escolma de teorías da BF
- Crítica da Behavioral Finance á EMH

# III. Behavioral Finance

## ☐ Escolma de teorías da BF

- ✓ Teoría da perspectiva (*Prospect Theory*), Kahneman & Tversky (1979)
  - Aversión ó risco ante posibles gañancias, propensión ao risco ante posibles perdas
  - Aversión ás perdas en relación a un punto de referencia (e.g., prezo de compra).
  - Baseado en investigacións anteriores dos autores mostrando os individuos en decisións ante risco exhiben sesgos heurísticos.
- ✓ Efecto asignación (*Endowment effect*), Thaler (1980)
  - A aversión ás perdas tamén aplica en entornos de certeza: valoramos máis un ben polo mero feito de poseelo → WTA >> WTP
- ✓ Excesiva volatilidade dos mercados, Shiller (1981)
  - Os mercados de bolsa teñen volatilidades varias veces superior ao límite máximo que poderían ter de guiarse por fundamentais (e.g., DDM) e non por especulación
- ✓ Límites ao arbitraje, Shleifer & Vishny (1997)
  - no 'mundo real' o arbitraje é tamén unha estratexia de risco

# III. Behavioral Finance

## ❑ Crítica da Behavioral Finance á EMH

- ✓ 3 supostos (progresivamente menos esixentes) soportan a validez da EMH:
  - Os axentes no mercado son racionais e valoran os activos racionalmente
  - Se non todos os axentes son racionais, as transaccións 'irracionais' son aleatorias, anulándose entre si sen afectar ao prezo (eficiente).
  - Se existe correlación, a existencia de arbitradores racionais garantiza que a influencia nos prezos será eliminada → prezo = valor intrínseco.
  
- ✓ Interpretación da **Behavioral Finance**: *'A few psychological phenomena pervade the entire landscape of finance'* (Shefrin, 2002).
  - Sesgos cognitivos
  - Sesgos emocionais
  
- ✓ Analízanse os 3 supostos que soportan a validez da EMH →

# III. Behavioral Finance

## A. Análise da racionalidade dos axentes

➤ 2 tipos de sesgos

✓ **Heurísticos** → Información de mercado vasta e inabarcable. A maneira en que os axentes seleccionan a información que consideran relevante inflúe nas súas decisións de mercado. Exs.:

- *Conservadurismo: Tendencia a cambiar lentamente nosas crenzas ante evidencias en contra*
- *Representatividade: Se algo encaixa coa nosa experiencia, sobreestimamos prob de acertar*
- *Falacia do xogador (gambler's fallacy): ver tendencias en series aleatorias*
- *Exceso de confianza (overconfidence): sobreestimar a precisión das nosas estimacións*

✓ **Sesgos de enfoque** (framing biases) → Os mesmos datos, presentados de distinta maneira, provocan diferentes decisións dos axentes. Exs.:

- *Aversión ás perdas: "perdas  $\approx$  2½ efecto ganancias" (Prospect Theory Kahneman – Tversky)*
- *Mental accounting: clasificar o patrimonio en distintas sub-carteiras (ex.: dividend irrelev.)*
- *Ilusión monetaria: obviar o efecto da inflación*
- *House money effect: tendencia a arriscar máis coas gañancias anteriores*
- *Avaricia e medo: dous sesgos emocionais que guían os mercados*

# III. Behavioral Finance

## B. Análise da aleatoriedade

- Evidencia de correlacion no mercado → Explicación: Instinto de rebaño (herd instinct)
  - *Inversores compórtanse 'socialmente': rumores, modas, gurús, revistas especializadas, etc.*
  - *Afecta ao investidor particular, pero incluso máis a investidores profesionais.*

## C. Límites ao arbitraje

- ✓ Na EMH: arbitradores racionais identifican activos mal valorados e, actuando no seu propio beneficio, corrixen as valoracións (asegurando a eficiencia do mercado)
- ✓ Na BF: no 'mundo real' o arbitraje é tamén unha estratexia de risco
  - Arbitradores aversos ao risco, horizontes de investimento limitado, problemas de axencia, etc.
- ✓ Conclusión: Os arbitradores de mercado non asegurarían a eficiencia

EMH – dobre significado: 1. formación de prezos *racional*, 2. ninguén pode bater ao mercado sistematicamente. Límites ao arbitraje =▶ ambas definicións non son equivalentes

Para a BF, é certo que ninguén pode bater ao mercado sistematicamente, pero a formación de prezos non é necesariamente racional (burbullas especulativas, etc.)



# Cuestionario tipo TEST

## **Sinala a resposta CORRECTA**

- a) 3 parámetros fundamentais caracterizan calquer activo financeiro: liquidez, risco e rendibilidade.
- b) Un mercado financeiro é eficiente se cumple simultaneamente 3 tipos de eficiencia: operativa, informativa e na asignación de recursos.
- c) Nun mercado eficiente os prezos son un indicador fiable do valor intrínseco dos activos, dada a información dispoñible no mercado
- d) Todas as anteriores son correctas

## **Segundo a teoría do mercado eficiente...**

- a) O desfase temporal entre a aparición de nova información e a variación dos prezos é maior canto máis eficiente é o mercado
- b) A hipótese forte do mercado eficiente establece que só os investidores privilexiados con acceso a información confidencial poden obter unha rendibilidade superior á que obtería un investidor medio
- c) A forma débil de eficiencia afecta á validez da análise fundamental
- d) Todas as anteriores son incorrectas



# TEMA 8

## Teorías de selección de carteiras

# BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- I. Antelo, M. e Peón, D. (2011), *Financial Markets: A guided tour*, Nova Science Publishers.
- II. Doldán, F. (2003), *Dirección Financiera de la empresa*, Tórculo Edicións.
- III. **Piñeiro, C. (2003), *Técnicas y Modelos para la gestión Financiera de la empresa*, Tórculo Edicións.**
- IV. Piñeiro, C., de Llano, P. (2010), *Dirección financiera, un enfoque centrado en valor y riesgo*, Delta publicaciones.
- V. **Suárez, A. (2005), *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*, 21 edición, Pirámide.**

# SUMARIO

---

## I. **Introducción**

- O binomio rendibilidade - risco
- Os beneficios da diversificación

## II. **Modelo de Markowitz**

## III. **Modelo de mercado de Sharpe**

# I. Introducción

## 1. Carteira de valores

- **DEF:** Combinación de valores mobiliarios adquiridos por unha persoa física ou xurídica que pasan a formar parte do seu patrimonio
- **Obxectivos:**
  - Colocar aforros transitoriamente ociosos
  - Protexer aforros da erosión monetaria
  - Disfrutar dunha renda complementaria
- Control dunha compañía (paquete accionarial significativo)
  - ▶ *En xeral, trátase de combinar os activos individuais de maneira que a carteira garantice unha **rendibilidade, seguridade e liquidez** aceptables*

# I. Introducción

## ■ Idea

- ▶ Igual que os investimentos productivos (en activos reais), o **investimento en activos financeiros** orixina un desembolso inicial (custo do investimento) e unha corrente posterior de FC...
  - *positivos: dividendos, xuros, dereitos preferentes de suscripción, ingresos pola venda da carteira*
  - *negativos: gastos derivados da xestión da carteira*
- ▶ Porén, o investimento financeiro presenta certas **singularidades** a resaltar

## ■ Singularidades:

- **Fraccionabilidade:** AF representados por títulos valor de reducido valor nominal
- **Liquidabilidade:** mercados secundarios (p.ex. bolsa) proporcionan elevado grado de liquidez
- **Diversificabilidade:** Posibilidade de distribuir os recursos entre varios tipos de AF
- **Flexibilidade:** Maior grao de liquidez → investimento financeiro + flexible que o productivo  
*(compra-ventas e desfacer posicións antes do fin do investimento con + facilidade)*

# I. Introducción

## 2. Binomio risco - rendibilidade

- **Idea:** Analizar o *performance* dunha carteira a través das variables + significativas:
  - a) risco
  - b) rendibilidade

- Definimos **rendibilidade**

➤ Dous compoñentes no rendemento dun activo financeiro:

- Rendibilidade en sentido estricto (dividendos, cupóns, etc.)
- Gañancias de capital

$$R_{it} = \frac{D_{it} + P_{it+1} - P_{it}}{P_{it}}$$



Rendibilidade histórica media

$$R_i^* = \frac{\sum_{t=1}^n R_{it}}{n}$$

- *Ex post*, a rendibilidade é unha magnitude coñecida con certeza, pero é *ex ante* cando un axente ten que decidir en que activos investir.
- *Ex ante* a rendibilidade é unha variable aleatoria de carácter subxectivo da que só poderemos coñecer  $R_{it}$  en termos de probabilidade.
- A **esperanza matemática** (*'media'*) desa variable aleatoria proporciona unha medida da rendibilidade media agardada do activo.

$$E[R_{it}] = \mu_i = \sum_e p_e \cdot R_{ie}$$

Rendibilidade media agardada

$e = \text{'escenario'}$

# I. Introducción

## ■ Definimos **risco**:

► Calquer actividade económica que non garantice un rendemento seguro entraña un risco

➤ Na análise de carteiras definimos risco como a variabilidade do rendemento agardado, tanto á alza como á baixa (comentar)

➤ Esta medida do risco ven ofrecida pola **varianza / desviación típica**

· con datos históricos

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (R_{it} - R_i^*)^2}{n}}$$

· con valores agardados (probabilidades)

$$\sigma_i = \sqrt{\sum p_e \cdot (R_{ie} - \mu_i)^2}$$

### Exercicio 1a

*Piñeiro exemplo 2, pax 125 (apartados 1 e 2)*

### Exercicio 2a

*Piñeiro exemplo 4, pax 129 (apartados 1 e 2)*



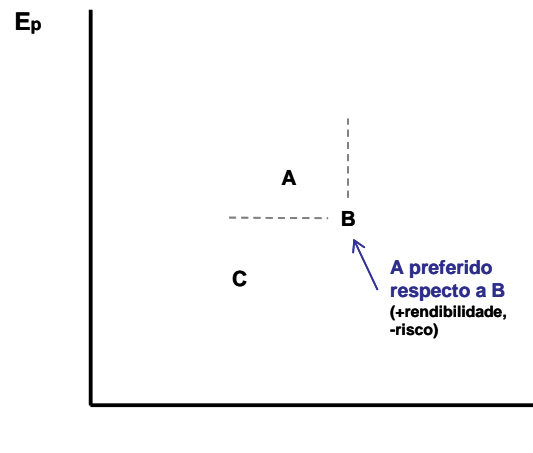
# I. Introducción

## ■ Polo tanto...

- Resumimos o comportamento dun activo / carteira a través de 2 variables:
  - expectativa media de rendibilidade (rendibilidade media agardada)
  - volatilidade
- Caracterizar unha f.dbón só con 2 parámetros ( $\mu, \sigma$ )  $\leftrightarrow$  hipótese de normalidade

## ■ Dominancia estocástica

- 1.- Individuos racionais prefiren + rendibilidade e - risco
- 2.- Polo tanto, primeiro criterio decisor
  - seleccionar activos dominantes (SSD\*)
- 3.- A dinámica do mercado axustará a situación:
  - Activos non dominantes serán vendidos
  - a rendib. agardada aumentará ata equiparala á de AFs de risco similar



(\*) SSD: second-order stochastic dominance. Unha v.a. domina a outra se proporciona un mellor resultado en todos os estados da natureza. SSD é unha condición menos restrictiva: aplicado a Teoría de carteiras implica que os investidores son aversos ao risco, e polo tanto sempre prefiren activos / carteiras de menor varianza para a mesma rendibilidade agardada.

Idea similar á eficiencia no sentido de Pareto: un activo domina a outro se ofrece maior rendibilidade (menor risco) sen asumir maior risco (menor rendib.)

# I. Introducción

## 3. Diversificación

- **Idea fundamental:** Combinando activos conseguimos novas posicións (carteiras) dominantes (no sentido SSD) sobre os AF individuais, reducindo o risco asumido.
- Razón da redución do risco: diferente **correlación** entre os AF
  - ▶ *A correlación é o 'motor' dos beneficios da diversificación*
- Este feito é a base fundamental da Teoría de Carteiras

### Exercicio 1b

*Piñeiro exemplo 2, pax 125 (apartado 3)*

DATOS HISTÓRICOS

Covarianza

$$\sigma_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^n (R_{it} - R_i^*) \cdot (R_{jt} - R_j^*)}{n}$$

Correlación

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j}$$

### Exercicio 2b

*Piñeiro exemplo 4, pax 129 (apartado 3)*

VALORES AGARDADOS (Probabilidades)

$$\sigma_{ij} = \sum p_e \cdot (R_{ie} - \mu_i) \cdot (R_{je} - \mu_j)$$

# I. Introducción

## □ Como funciona a diversificación?

► Para entendelo calculemos primeiro rendemento e risco dunha carteira

### ■ Rendemento dunha carteira

Media ponderada dos rendementos dos títulos que a compoñen

$$R_p = X_1 \cdot R_1 + X_2 \cdot R_2 + \dots + X_N \cdot R_N = \sum_{i=1}^N X_i \cdot R_i$$

- $R_p$  = rendemento da carteira
- $X_i$  = fracción do investimento destinado á adquisición do valor  $i$  (para  $i = 1, 2, \dots, N$  valores)
- $R_i$  = rendemento do valor  $i$

➤ Como xa vimos, *ex ante* os rendementos  $R_i$  dos AF son v.a., polo que **ex ante o rendemento  $R_p$  da carteira** será tamén unha variable aleatoria (por ser suma de v.a.)

➤ Esperanza matemática:  $E[R_p] = E_p = X_1 \cdot E[R_1] + X_2 \cdot E[R_2] + \dots + X_N \cdot E[R_N] = \sum_{i=1}^N X_i \cdot E[R_i]$

# I. Introducción

## □ Como funciona a diversificación?

### ■ Risco dunha carteira

Usamos varianza (desviación típica) do rendemento da carteira,  $R_p$ , como medida de risco:

$$V(R_p) \equiv \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^N X_i^2 \cdot \sigma_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij}$$

- $V(R_p) = \sigma_p^2$  = varianza do rendemento da carteira  $p$
- $\sigma_i^2$  = varianza do rendemento do título  $i$  (para  $i = 1, 2, \dots, N$ )
- $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  = covarianza dos rendementos dos títulos  $i$  e  $j$  (para  $i = 1, 2, \dots, N$  e  $j = 1, 2, \dots, N$ ), sabendo que  $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$

➤ Tendo en conta que  $\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \longrightarrow \sigma_{ij} = \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{ij}$ , resulta:

$$V(R_p) \equiv \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \cdot \sigma_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N X_i \cdot X_j \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{ij}$$

# I. Introducción

## □ Como funciona a diversificación?

$$V(R_p) \equiv \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \cdot \sigma_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N X_i \cdot X_j \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{ij}$$

Este sumando depende  
da **correlación**

➤  $\rho > 0 \rightarrow$  # (+)  $\rightarrow$  maior valor para  $V(R_p)$

• Caso extremo:  $\rho = 1 \rightarrow$   $\sigma_p^2 = \left( \sum_{i=1}^N X_i \cdot \sigma_i \right)^2 \rightarrow 0$  diversificación

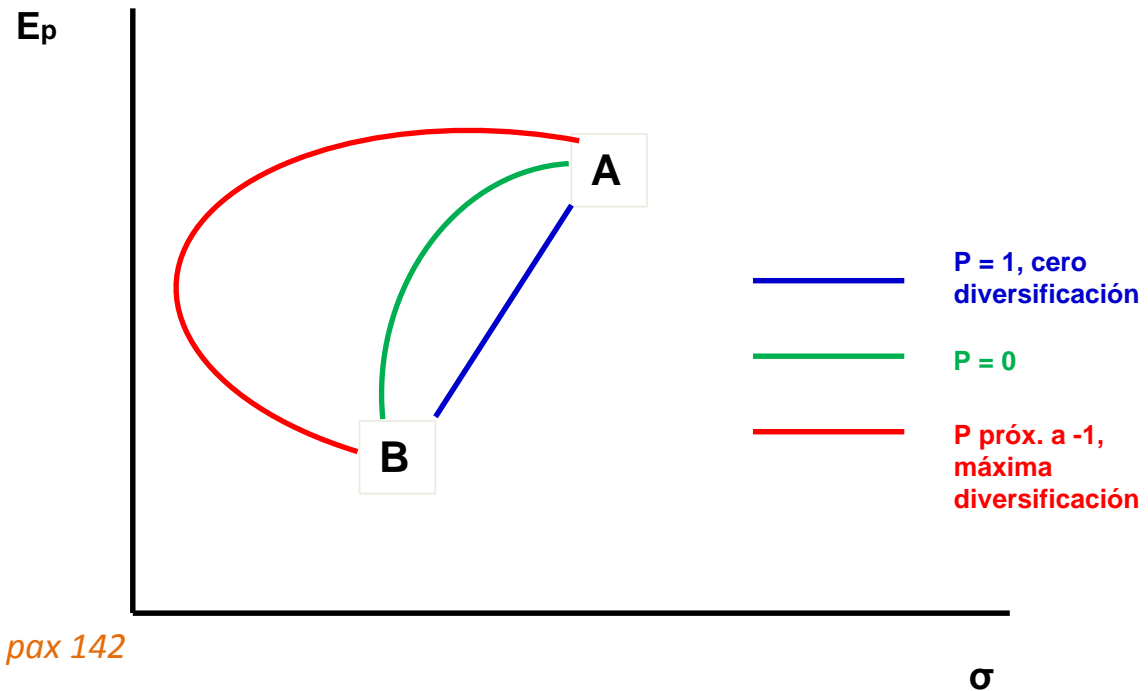
➤  $\rho = 0 \rightarrow$  # = 0  $\rightarrow$   $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \cdot \sigma_i^2$

➤  $\rho < 0 \rightarrow$  # (-)  $\rightarrow$  menor valor para  $V(R_p)$

• Caso extremo:  $\rho = -1 \rightarrow$   $\sigma_p^2 = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N [(X_i \cdot \sigma_i) - (X_j \cdot \sigma_j)]^2 \rightarrow$  maior diversificación posible

# I. Introducción

## □ Gráficamente:



### Exercicio 3

*Piñeiro exemplo 6, pax 142*

### Exercicio 4

*Proposto en clase*

# SUMARIO

---

## I. Introducción

- O binomio rendibilidade - risco
- Os beneficios da diversificación

## II. **Modelo de Markowitz**

## III. Modelo de mercado de Sharpe

# II. Modelo de Markowitz

## □ Intro

- Markowitz (1952) estableceu as bases da **Modern Portfolio Theory (MPT)** analizando o binomio risco – rendibilidade e os beneficios da diversificación
- Principal aportación → expresar de forma explícita a **conducta racional do investidor**: buscar a composición da carteira que faga máximo o seu rendemento para un determinado nivel de risco, ou minimize o risco para un rendemento dado.
  - ▶ *Duas forzas opostas guían o comportamento dos investidores: a deseabilidade das ganancias e a insatisfacción que produce o risco que hai que asumir para aspirar a maiores ganancias.*
  - ▶ *Cada investidor terá que optar por unha determinada **combinación ganancia – risco** en función das súas **preferencias personais**.*
- O modelo consta, por tanto, de tres etapas:
  1. Determinar o conxunto de carteiras eficientes
  2. Especificar as preferencias do investidor
  3. Confrontar 1. e 2. para determinar a carteira óptima do investidor



# II. Modelo de Markowitz

## □ Supostos fundamentais

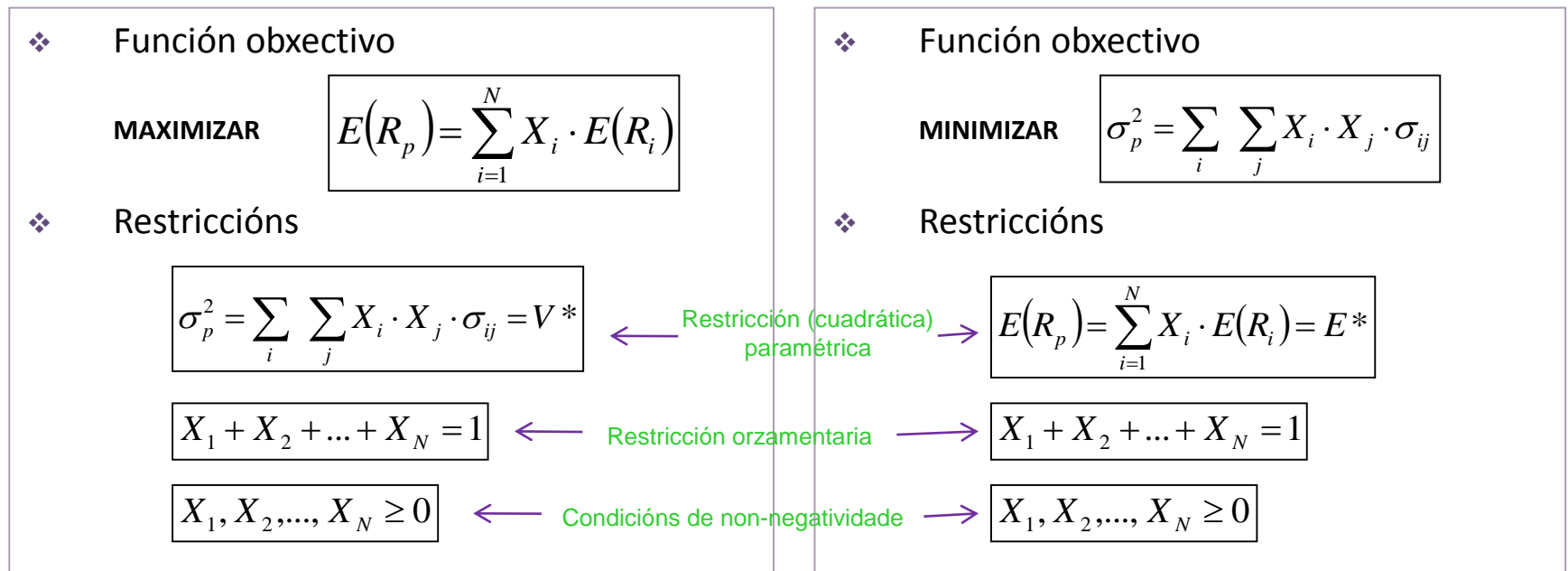
1. Un único periodo de estudio
2. O rendemento futuro dun título ou carteira é unha variable aleatoria i.i.d. (independente e idénticamente distribuida)
3. A hipótese i.i.d., polo CLT, permite asumir a hipótese de Normalidade.
4. A f.dbón de cada v.a. queda por tanto perfectamente definida por  $\mu$  e  $\sigma$ :
  - i. Tómase como medida do rendemento a **rendibilidade media agardada**
  - ii. Tómase como medida de risco a dispersión desa v.a. en torno á media, isto é, a súa varianza ou **desviación típica**.
5. Os investidores coñecen a f.dbón das v.a. durante o periodo de referencia
6. Investidores racionais e aversos ao risco (para un nivel de rendibilidade prefiren – risco a +)
  - A conducta do investidor ven definida pola función de utilidade cóncava

$$\boxed{U = F[E(R_p), \sigma_p^2]} \text{ tal que } \boxed{\frac{\partial U}{\partial E_p} > 0} \text{ e } \frac{\partial U}{\partial \sigma_p^2} < 0, \frac{\partial^2 U}{\partial \sigma_p^2} < 0$$

# II. Modelo de Markowitz

## ❑ Etapa 1: Determinación do conxunto de carteiras eficientes

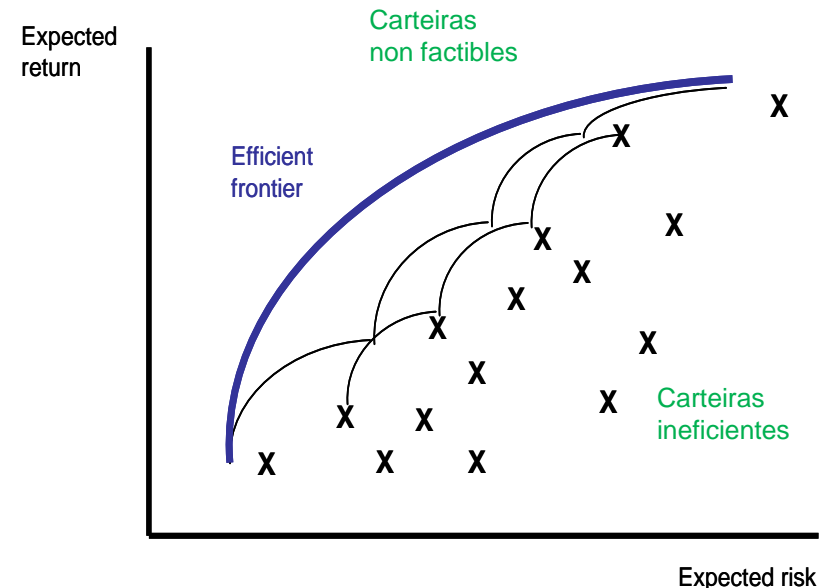
- Carteira eficiente → máxima gañancia para un risco dado  
ou mínimo risco para un nivel dado de rendibilidade
- Resolución → Resolvendo **un dos dous problemas** de programación cuadrática paramétrica:



# II. Modelo de Markowitz

## ❑ Etapa 1: Determinación do conxunto de carteiras eficientes

- Ambos problemas de programación consisten en buscar a combinación de **valores  $X_i$**  que maximizan (minimizan) a rendibilidade agardada (risco agardado) para cada parámetro  $V^*$  ( $E^*$ ) seleccionado.
- O conxunto de todas as carteiras eficientes para o global de todos os parámetros  $V^*$  ( $E^*$ ) especificados determina a **Fronteira Eficiente**.
- A fronteira eficiente ven determinada polas posibilidades obxectivas do mercado =► é igual para todos investidores (sempre que teñan a mesma info sobre o mercado de valores).



Source: Antelo and Peón (2011)

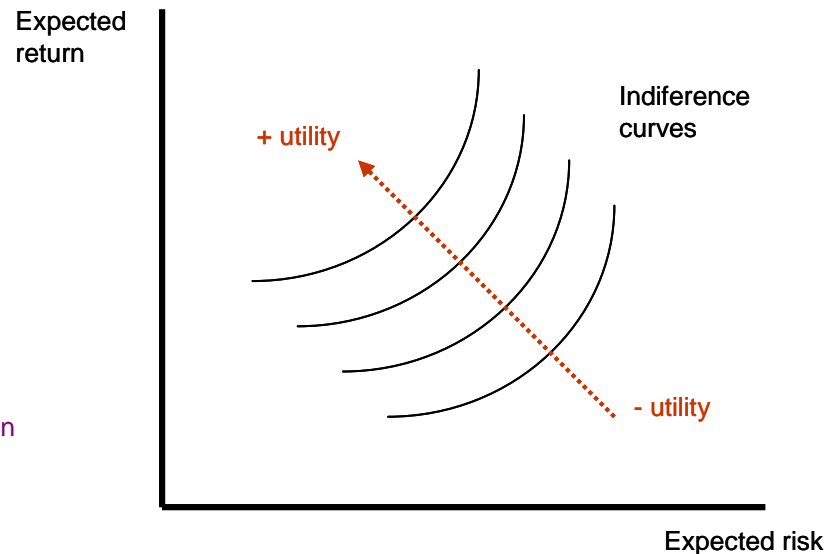
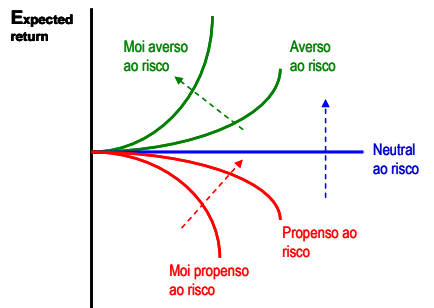
# II. Modelo de Markowitz

## ❑ Etapa 2: Especificar as preferencias do investidor

### ➤ Preferencias do investidor:

- F. de utilidade monótona crescente con  $E(R_p)$
- F. de utilidade monótona decrecente có risco
- Función de utilidade cóncava...
- ... determina curvas de indiferencia convexas
- curvas indif. máis baixas → utilidade menor

Pregunta: Como serían as c.i. dun investidor neutral ao risco? E dun amante do risco?

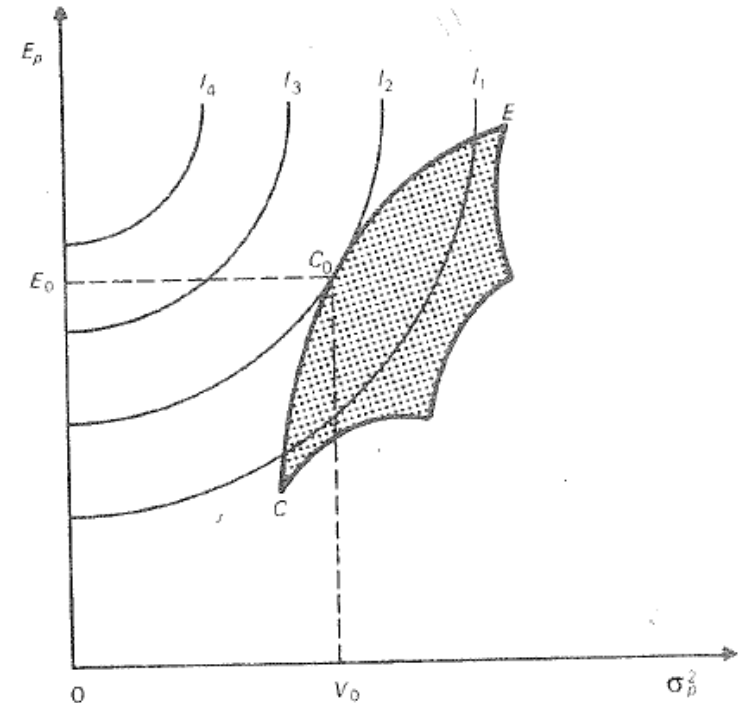


Source: Antelo and Peón (2011)

# II. Modelo de Markowitz

## □ Etapa 3: Elección da carteira óptima do investidor

- Superpoñer ambos gráficos e buscar o punto no que a F. E. é tanxente á curva de indiferencia máis alta ( $I_2$ ). A **Carteira Óptima** ven definida polo punto  $C_0$ , isto é, pola combinación 'gañancia – risco' ( $E_0, V_0$ ).
- Calquer outro punto da curva de carteiras eficientes (CE) correspóndese cunha curva de indiferencia de menor utilidade.
- Fronteira eficiente (CE) → determinada polas posibilidades obxectivas do mercado (iguais para todos os investidores). Curvas de indiferencia → responden ás preferencias de cada investidor (poden ser distintas para cada un deles).
- Determinado  $C_0$ , substituindo  $V^* = V_0$  no primeiro programa (ou  $E^* = E_0$  no segundo) e optimizando, obtemos a combinación de valores ( $X_1, X_2, \dots, X_N$ ) da carteira óptima.



Source: Suárez (2005)

### Exercicio 5

*Piñeiro, de Llano - pax 200*

# SUMARIO

---

## I. Introducción

- O binomio rendibilidade - risco
- Os beneficios da diversificación

## II. Modelo de Markowitz

## III. **Modelo de mercado de Sharpe**

# III. Modelo de mercado de Sharpe

## Intro

### ■ Problemas prácticos do Modelo de Markowitz:

1. Optimización dun programa cuadrático paramétrico
2. Estimación dos parámetros que interveñen no mesmo

cós avances informáticos,  
na actualidade esto xa non  
é un problema

Para  $N$  títulos, necesitamos:

- $N$  esperanzas matemáticas dos seus rendementos
- $N$  varianzas
- $[N \cdot (N-1)] / 2$  covarianzas

Nº total de parámetros a estimar: 
$$\frac{N \cdot (N + 3)}{2}$$

### ■ Exemplos:

- Necesitamos só 665 parámetros para calcular a fronteira eficiente do Ibex35 (35 títulos), pero aprox. 8.645 para todos os activos do Mercado Continuo (130 aprox).
- Para o selectivo S&P500 da Bolsa americana (500 títulos) necesitamos 125.750 parámetros, e para un índice global como Russell 3000 ( $\approx$  todo o mercado americano) máis de 4.5 millóns de parámetros.

# III. Modelo de mercado de Sharpe

## □ Intro

- Sharpe (1963) aportou unha solución:
  - ▶ *SUPOSTO: A dependencia estatística entre os rendementos dos títulos NON é directa, senón derivada da relación existente entre eses rendementos e un grupo fundamental de **índices** (índice xeral de prezos (IPC), PIB, índice bursátil, renda per cápita, etc.) **representativos da evolución da actividade económica.***
- Analiza 2 modelos:
  1. Os rendementos dependen de un só índice, o índice bursátil ou de mercado
  2. Os rendementos dependen de varios índices
  - ▶ *Só imos ver o primeiro, o **Modelo de mercado***
- A relación de dependencia lineal entre os rendementos de cada título e o índice de mercado ven definida por un modelo econométrico do tipo:

$$R_i = a_i + b_i I_t + \varepsilon_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N$$



# III. Modelo de mercado de Sharpe

## □ Modelo 'Diagonal'

▪ Modelo

$$R_i = a_i + b_i I_t + \varepsilon_{it}$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$
$$t = 1, 2, \dots, T$$

N Activos financeiros

Mostra de T observacións

$R_i$  : rendemento do título  $i$  durante o periodo de referencia.

$I$  : índice bursátil representativo da evolución do mercado.

$a_i$  : parte do rendemento  $R_i$  non explicado polo mercado.

$b_i$  : grao de intensidade có que as variacións de  $I$  afectan a  $R_i$ . Medida do **risco sistemático ou de mercado**, 'coeficiente de volatilidade'.

$\varepsilon_i$  : erro ou perturbación aleatoria  $\rightarrow$  Varianza de  $\varepsilon_i$  = **risco específico do título**.

### ➤ Hipóteses da perturbación aleatoria

• **Esperanza nula** – Factores estatisticamente irrelevantes e independentes, uns positivos e outros negativos  $\rightarrow$  se anulan

$$E[\varepsilon_{it}] = 0 \quad t = 1, 2, \dots, T$$

• **Homocedasticidade** – Erros independentes de  $t$  (mesma varianza para distintos  $t$ ) e de  $I_t$  (covarianza nula)

$$E[\varepsilon_{it}^2] = \sigma_{\varepsilon_i}^2 \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$Cov(\varepsilon_{it}, I_t) = 0$$

• **Non autocorrelación** – erros independentes entre si

$$Cov(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{it'}) = 0 \quad t \neq t'; t, t' = 1, 2, \dots, T$$

• **Normalidade** – erros i.i.d.  $\rightarrow$  CLT  $\rightarrow$  suma erros = Normal

$$\varepsilon_{it} \rightarrow N(0, \sigma_{\varepsilon_i}^2) \quad t = 1, 2, \dots, T$$

# III. Modelo de mercado de Sharpe

## ➤ Rendemento e risco dun título

- Esperanza  $E(R_i) = a_i + b_i E(I)$
  - Risco  $\sigma_i^2 = b_i^2 \cdot \sigma_I^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2$
- $i = 1, 2, \dots, N$
- Risco sistemático ou de mercado
Risco específico do título
- ← Porque por hipótese 1  $E[\varepsilon_{it}] = 0$   
 ← Porque por hipótese 2  $E[\varepsilon_{it}^2] = \sigma_{\varepsilon_i}^2$

## ➤ Rendemento e risco da carteira

- Esperanza  $E(R_p) = \sum_{i=1}^N X_i a_i + E(I) \sum_{i=1}^N X_i b_i$
  - Risco  $\sigma_p^2 = b_p^2 \cdot \sigma_I^2 + \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2$
- Risco sistemático ou de mercado
Risco específico da carteira
- $R_p = \sum_{i=1}^N X_i R_i = \sum_{i=1}^N X_i \cdot (a_i + b_i \cdot I + \varepsilon_i)$   
 $= \sum_{i=1}^N X_i \cdot a_i + \sum_{i=1}^N X_i \cdot b_i \cdot I + \sum_{i=1}^N X_i \cdot \varepsilon_i$   
 → Aplicando expectativas, e por hipótese 1,  $E(R_p) = \dots$
- Explicación páxina seguinte

# III. Modelo de mercado de Sharpe

- Por que se chama **'modelo diagonal'** ?

► *En Markowitz minimizabamos o risco da carteira*

*suxeito a unha serie de restriccións*

$$\sigma_p^2 = \sum_i \sum_j X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij}$$

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N X_i \cdot E(R_i) = E^*$$

$$\sum X_i = 1 \quad X_i \geq 0$$

► *O risco da carteira expresado en notación matricial é*

$$\sigma_p^2 = [X_1, X_2, \dots, X_n] \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \sigma_{N3} & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix}$$

► Sharpe simplifica o modelo de Markowitz:

*introduce a correlación dos títulos có mercado, anulando a necesidade de calcular as covarianzas entre os títulos. Isto é, diagonaliza a matriz var-covar do modelo*

# III. Modelo de mercado de Sharpe

►  $\sigma_p^2$  en Sharpe resulta

$$\sigma_p^2 = [X_1, X_2, \dots, X_n, b_p] \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{\varepsilon 1}^2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\varepsilon 2}^2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\varepsilon 3}^2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_{\varepsilon N}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \sigma_I^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_N \\ b_p \end{bmatrix}$$

Ollo!! A varianza da perturbación sustitúe á varianza do título

onde na matriz de volatilidades 1. covar = 0; 2.  $\sigma_i \rightarrow \sigma_{\varepsilon i}$ ; e 3. engadimos un elemento: o risco do mercado,  $\sigma_I^2$  e na matriz de ponderacións a súa correspondente ponderación,  $b_p = \sum_i X_i \cdot b_i$

► O programa de optimización en Sharpe é igual a Markowitz, cunha restricción adicional

$$\min \sigma_p^2 = X \cdot S \cdot X' \quad \text{s.a.} \quad (1) \quad E(R_p) = \sum_{i=1}^N X_i \cdot E(R_i) = \sum_{i=1}^N a_i \cdot X_i + b_p \cdot E(I) = E^*$$

pq  $E(R_i) = a_i + b_i E(I)$

$$(2) \quad b_p = \sum_i X_i \cdot b_i \quad (3) \quad \sum X_i = 1 \quad (4) \quad X_i \geq 0$$

En total 3 + i restriccións

✓ Grazas a iso reducimos as estimacións a realizar a **3N + 2**

- Para cada título, N parámetros  $a_i$ , N parámetros  $b_i$  e N varianzas
- Para o mercado, esperanza matemática e varianza

107 estimacións para o Ibex35,  
9000 estimacións para o Russell 3000

# III. Modelo de mercado de Sharpe

## □ Modelo de mercado de Sharpe

- **Idea:** O modelo diagonal resolveríase de maneira similar a como resolvimos no modelo de Markowitz, minimizando a varianza  $\sigma_p^2 = b_p^2 \cdot \sigma_I^2 + \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2$  para un nivel de rendibilidade determinado e suxeito ás  $3 + i$  restriccións.
- O **modelo de mercado** é un caso particular do modelo diagonal, onde en lugar do índice de referencia  $I_t$  collemos a rendibilidade do mercado de valores:

$$R_{MT} = \frac{I_{t+1} - I_t}{I_t}$$

➤ Cambiamos  $a = \alpha$ ,  $b = \beta$ , as ecuacións resultantes son:

	Títulos	Carteira
Modelo	$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{Mt} + \varepsilon_{it}$ $i = 1, 2, \dots, N \quad t = 1, 2, \dots, T$	$R_{pt} = \alpha_p + \beta_p R_{Mt} + \varepsilon_{pt}$ $t = 1, 2, \dots, T$
Ecuación característica	$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{Mt}$	$R_{pt} = \alpha_p + \beta_p R_{Mt}$
Risco	$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \cdot \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2$	$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \cdot \sigma_M^2 + \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2$

sendo  $\alpha_p, \beta_p$  as medias ponderadas dos  $\alpha_i, \beta_i$

# III. Modelo de mercado de Sharpe

► *Notación matricial*

$$\min \quad \sigma_p^2 = X \cdot S \cdot X' = [X_1, X_2, \dots, X_n, \beta_p] \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{\varepsilon 1}^2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\varepsilon 2}^2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\varepsilon 3}^2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_{\varepsilon N}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \sigma_M^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_N \\ \beta_p \end{bmatrix}$$

s.a.

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N \alpha_i X_i + \beta_p E(R_M) = E^* \quad (1)$$

$$\sum X_i = 1 \quad (3)$$

$$\beta_p = \sum_i X_i \cdot \beta_i \quad (2)$$

$$X_i \geq 0 \quad (4)$$

► *Notación en forma de ecuación*

$$\min \quad \sigma_p^2 = X \cdot S \cdot X' = \beta_p^2 \cdot \sigma_M^2 + \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_{\varepsilon i}^2$$

s.a. (1) (2) (3) e (4)

# III. Modelo de mercado de Sharpe

➤ Pero primeiro precisamos estimar os parámetros das ecuacións características:

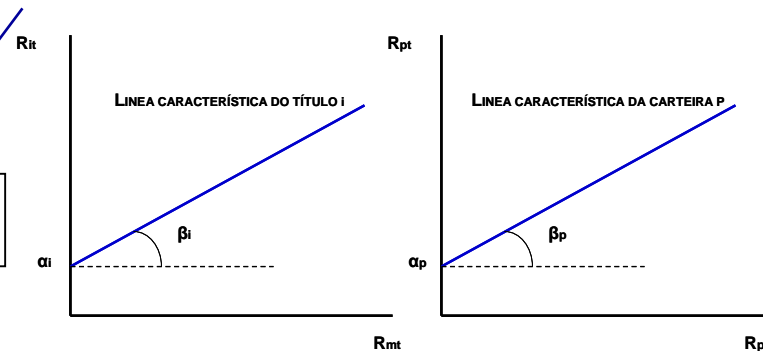
- $\alpha_i \rightarrow$  parte da rendibilidade do título  $i$  que é independente do mercado
- $\beta_i \rightarrow$  grao de intensidade có que as fluctuacións de  $R_{Mt}$  afectan a  $R_{it}$ 
  - Coeficiente **beta**, risco sistemático ou de mercado ou coef. de volatilidade do título  $i$
  - Ás veces emprégase como medida do risco sistemático o produto  $\beta_i^2 \cdot \sigma_M^2$  ou  $\beta_i \cdot \sigma_M$  en lugar de  $\beta_i$  según o contexto, sendo  $\sigma_M$  a desviación típica de  $R_{Mt}$ .

▪ Unha opción: Modelo de **análise empírica ex post** (pretende explicar o rendemento histórico dos títulos), onde os parámetros  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  son estimados por regresión lineal de MCO

$$\text{MIN } S = \sum_{t=1}^T \varepsilon_{it}^2 = \sum_{t=1}^T [R_{it} - \alpha_i - \beta_i R_{Mt}]^2$$

Sistema de ecuacións normais da recta de regresión. Resolvendo obtemos os valores dos parámetros  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  buscados, isto é, unhas estimacións mínimo-cuadráticas dos seus valores poboacionais.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial S}{\partial \alpha_i} = 0 \rightarrow \sum_{t=1}^T R_{it} = T\alpha_i + \beta_i \sum_{t=1}^T R_{Mt} \\ \frac{\partial S}{\partial \beta_i} = 0 \rightarrow \sum_{t=1}^T R_{it} R_{Mt} = \alpha_i \sum_{t=1}^T R_{Mt} + \beta_i \sum_{t=1}^T R_{Mt}^2 \end{array} \right.$$



# III. Modelo de mercado de Sharpe

- Clasificación dos activos financeiros en base á súa beta

- 1) Activos pouco volátiles ou **defensivos** →  $\beta_i < 1$
- 2) Activos de volatilidade media ou **neutros** →  $\beta_i = 1$
- 3) Activos moi volátiles ou **agresivos** →  $\beta_i > 1$

- Risco dunha carteira

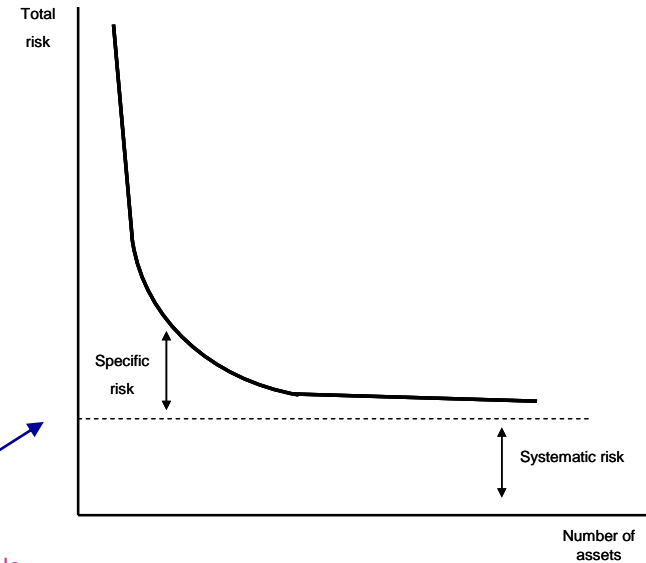
Risco dun AF: **RISCO TOTAL = SISTEMÁTICO + ESPECÍFICO**

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \cdot \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2$$

Risco dunha carteira: 
$$\sigma_p^2 = \underbrace{\beta_p^2 \cdot \sigma_M^2}_{\text{Risco sistemático}} + \underbrace{\sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2}_{\text{Risco específico, diversificable}}$$

Risco **sistemático**  
NON diversificable

Risco **específico, diversificable**  
incorporando títulos á carteira



**Source:** Antelo and Peón (2011)

- Covarianza (e correlación) entre activos

$$\sigma_{AB} = \beta_A \cdot \beta_B \cdot \sigma_M^2 \quad \longrightarrow$$

Sharpe simplificou os cálculos, pero a correlación entre activos sigue existindo!  
A covarianza (e con ela a correlación) é ben doada de calcular se coñecemos os coeficientes  $\beta_i$  de cada activo, e a varianza dos rendementos do mercado,  $\sigma_M^2$

**Exercicio 6** - Piñeiro, exemplo 9 - pax 167



# Cuestionario tipo TEST

**A principal aportación do M. de Markowitz foi ter expresado de forma explícita a conducta racional do investidor...**

- a) Porque propón buscar a combinación de activos nunha carteira que faga máximo o seu rendemento para un nivel de risco determinado, ou minimize o nivel de risco para un rendemento dado.
- b) Porque propuxo un modelo matemático para determinar as preferencias dos investidores en base ás súas decisións de investimento (Teoría da preferencia revelada)
- c) Porque permite obter analíticamente unha carteira óptima común a todos os investidores
- d) Todas as anteriores son incorrectas

**Partindo do seguinte modelo  $R_{At} = -0,05 + 1,27 \cdot R_{Mt} + \epsilon_{At}$  sabemos que a rendibilidade do título A...**

- a) Moverase na mesma medida que a rendibilidade do mercado
- b) Verase afectada máis que proporcionalmente por cambios na rendibilidade do mercado
- c) Verase afectada menos que proporcionalmente por cambios na rendibilidade do mercado
- d) Todas as anteriores son correctas



# TEMA 9

## Modelo de valoración de activos de capital (CAPM)

# BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- I. Antelo, M. e Peón, D. (2011), *Financial Markets: A guided tour*, Nova Science Publishers.
- II. Doldán, F. (2003), *Dirección Financiera de la empresa*, Tórculo Edicións.
- III. **Piñeiro, C. (2003), *Técnicas y Modelos para la gestión Financiera de la empresa*, Tórculo Edicións.**
- IV. **Suárez, A. (2005), *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*, 21 edición, Pirámide.**

# SUMARIO

---

- I. **Introducción**
- II. Carteira óptima
- III. Liña de mercado de capitais (CML)
- IV. Liña de mercado de títulos (SML)
- V. Medidas de *performance*
- VI. Modelo de valoración por arbitraje (APT)

# I. Introducción

## □ Análise da 'preferencia pola liquidez'

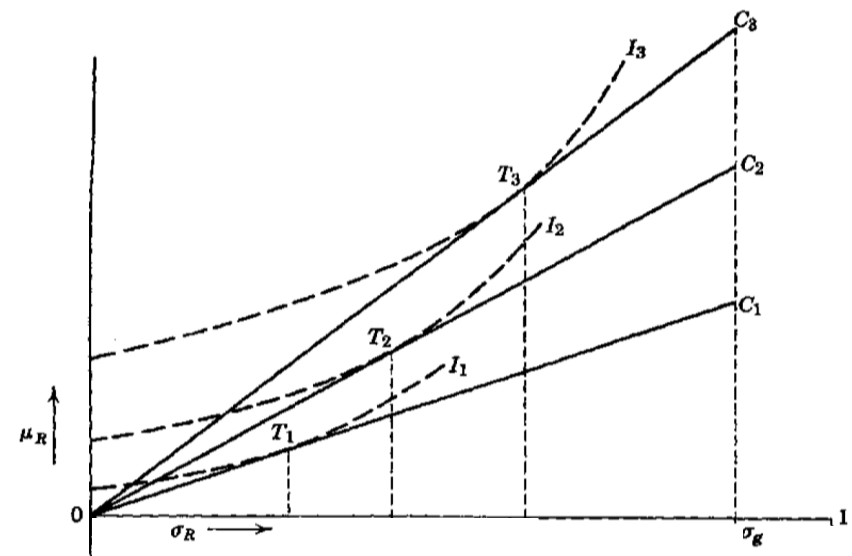
- **IDEA:** De xeito independente a Markowitz, Tobin (1958) '*Liquidity preference as behavior towards risk*' analiza a teoría Keynesiana da 'función de preferencia pola liquidez'.

– Analiza as ideas de Keynes (1936) '*General Theory*' sobre política monetaria, expectativas de tipos de xuro, etc.

– Os axentes económicos elixen entre investir en activos que xeneran un rendemento a costa de asumir risco de perdas, ou manter liquidez (*cash*).

– A combinación elixida dependerá das preferencias do axente, o rendemento proporcionado polos activos e as posibilidades de perdas (risco).

– As autoridades monetarias (ECB) deben analizar este esquema de decisión dos axentes para implementar as taxas de xuro que, dada a preferencia pola liquidez dos axentes, lles permita controlar a masa monetaria.



Source: Tobin (1958)

# I. Introducción

## □ Extensión do modelo de Markowitz

- **IDEA:** Sharpe (1964) e Lintner (1965) complementan o modelo de Markowitz coa proposta de Tobin sobre preferencia pola liquidez.
- Novidades introducidas:
  - Posibilidade de investir non só en activos con risco (Markowitz), tamén en ‘activos sen risco’.
  - Enténdese (con matices) por ‘activo sen risco’ a débeda pública c/p e imposicións bancarias garantidas polo Estado. Proporcionan unha rendibilidade  $R_f$  certa (non aleatoria).
  - Posibilidade ademáis de endebedarse a esa mesma taxa  $R_f$  para investir en activos con risco unha cantidade superior ao orzamento inicial dispoñible.
  - Supoñemos por simplificación que ambos tipos de xuro (prestar ou pedir prestado) son iguais,  $R_f$  (suposto non realista pero axuda a entender o modelo. Modelos máis complexos inclúen a posibilidade de ambas taxas diferir)
  - Denominamos **lending portfolios** a carteiras onde parte do orzamento se inviste en  $R_f$ ...
  - ...e **borrowing or leveraged portfolios** a investir en valores mobiliarios unha cantidade superior ao orzamento dispoñible, financiando a diferenza con endebedamento ao tipo  $R_f$ .

# SUMARIO

---

- I. Introducción
- II. Carteira óptima**
- III. Liña de mercado de capitais (CML)
- IV. Liña de mercado de títulos (SML)
- V. Medidas de *performance*
- VI. Modelo de valoración por arbitraje (APT)

# II. Carteira óptima

## □ Fronteira eficiente

- **IDEA:** Se poden investir ou financiarse a un tipo  $R_f$  libre de risco, os axentes teñen agora a posibilidade de investir nunha **carteira formada por dous tipos de activos:**
  - O activo sen risco (*risk-free asset*), nunha proporción  $X_1$  (prestada ou financiada).
  - Un activo con risco: unha carteira de valores da fronteira eficiente no modelo de Markowitz.
- Parámetros da nova carteira:



Restricción orzamentaria  $X_1 + X_2 = 1$  Pero  $X_1 \geq 0$  **FALSO!!**

rendibilidade agardada

$$E[R_p] = X_1 \cdot R_f + X_2 \cdot E[R] = X_1 \cdot R_f + (1 - X_1) \cdot E[R]$$

volatilidade



$$\sigma_p = (1 - X_1) \cdot \sigma(R)$$



# II. Carteira óptima

## □ Fronteira eficiente

- **Resultado:** Tanto  $E(R_p)$  como  $\sigma(R_p)$  son ecuacións lineais.

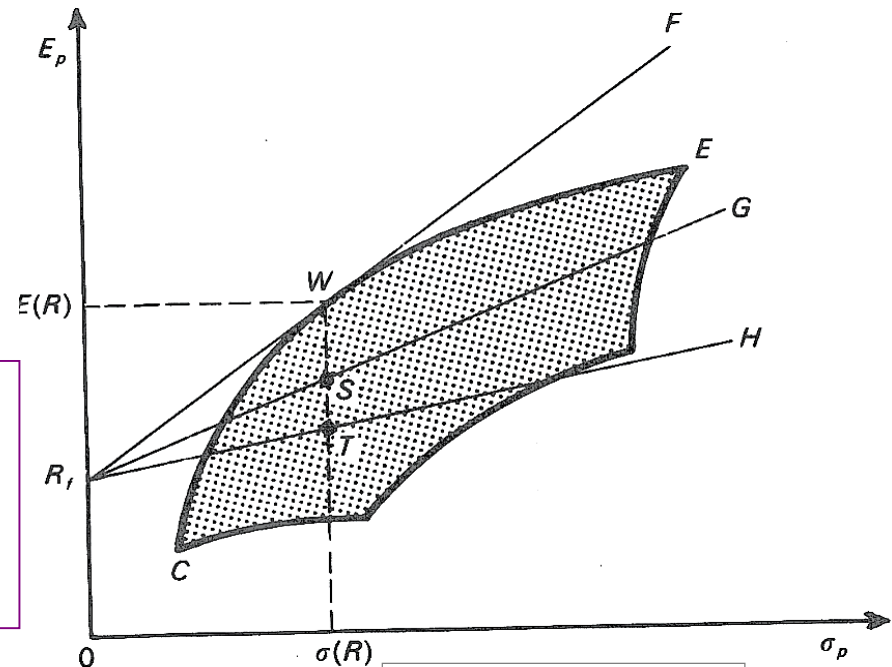
▶ A nova fronteira eficiente é unha liña recta.

- **Fronteira eficiente**

➤ A recta  $R_f$ WF domina a calquer outra posible combinación entre  $R_f$  e activos (carteiras) de risco tanto na fronteira CE como no conxunto factible

➤ A recta  $R_f$ WF é a nova fronteira eficiente

- $X_1 = 1 \rightarrow X_2 = 0 \rightarrow R_f$  (investimos todo no activo sen risco)
- $X_1 > 0 \rightarrow X_2 < 1 \rightarrow$  Tramo  $R_f$ W, *lending portfolios*.
- $X_1 = 0 \rightarrow X_2 = 1 \rightarrow W$  (investimos todo en activos con risco)
- $X_1 < 0 \rightarrow X_2 > 1 \rightarrow$  Tramo WF, *borrowing portfolios*.



Source: Suárez (2005)

# II. Carteira óptima

## ☐ Selección da carteira óptima

- **IDEA:** De maneira similar ás etapas 2 e 3 en Markowitz, compre...
  - Especificar as preferencias do investidor...
  - ...e seleccionar a carteira óptima (tanxente).

### ▪ Teorema da separación de Tobin

Tanto o conxunto factible como a fronteira eficiente  $R_f W F$  ven determinada polas posibilidades obxectivas do mercado. Son iguais, por tanto, a todos os investidores (supostos: mesma información, expectativas homoxéneas)

A selección da carteira óptima, unha vez coñecidas as posibilidades obxectivas do mercado, depende das preferencias de cada investidor

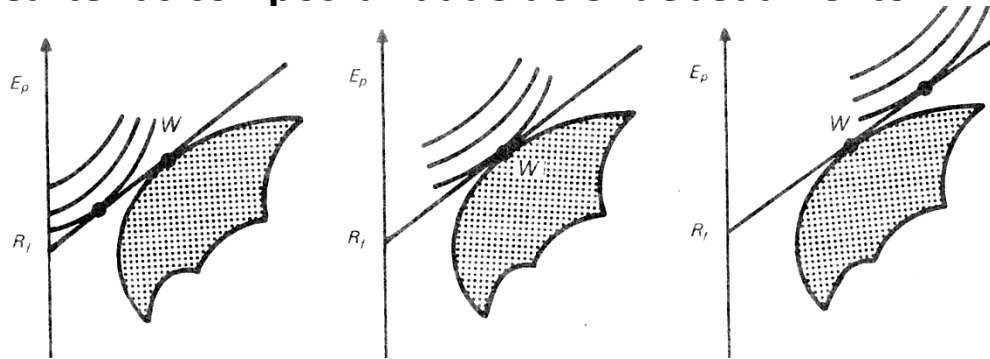
**Teorema da separación** – todo problema de investimento financeiro se pode descompoñer en dúas partes:

- determinar en primeiro lugar a carteira  $W$  de activos con risco óptimo...
- ...e en segundo lugar, cada investidor determinará, en función do seu perfil de risco, que proporción do seu orzamento investirá en  $W$  e que proporción prestará ou pedirá prestada á taxa  $R_f$ .

# II. Carteira óptima

## ☐ Selección da carteira óptima

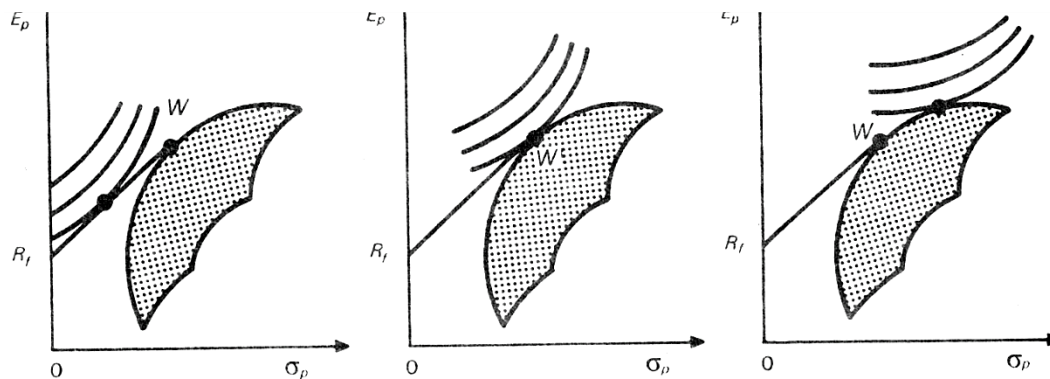
### ■ Carteiras con posibilidade de endebedamento



#### Fronteira eficiente recta

- A) Lending portfolio
- B) 100% valores mobiliarios
- C) Borrowing portfolio

### ■ Carteiras sen posibilidade de endebedamento



#### Fronteira eficiente 'mixtilinea'

- A) Lending portfolio
- B) 100% valores mobiliarios
- C) 100% valores mobiliarios

Source: Suárez (2005)

# SUMARIO

---

- I. Introducción
- II. Carteira óptima
- III. Liña de mercado de capitais (CML)**
- IV. Liña de mercado de títulos (SML)
- V. Medidas de *performance*
- VI. Modelo de valoración por arbitraje (APT)

# III. Capital Market Line (CML)

## □ O equilibrio no mercado de capitais

- **FDMTL:** A carteira W coincide coa carteira de mercado, M.
- Explicación
  - Baixo o suposto de expectativas homoxéneas, todos os axentes elixirán a carteira W para ser combinada có activo libre de risco (investir ou financiar).
  - Todos os investidores mercarán os mesmos títulos na mesma proporción na que están contidos na carteira W (proporcións relativas: cada investidor nos importes absolutos que lle alcance o orzamento).
  - Nun mercado de capitais en equilibrio, a demanda de cada título será igual á súa oferta, e a cantidade de diñeiro prestada igual á adebedada.
  - Polo tanto, observado o mercado no seu conxunto (non só as decisións dun axente en particular) cando o mercado está en equilibrio a carteira W coincide coa carteira M de mercado, i.e., nela están contidos todos os títulos negociados no mercado nas mesmas proporcións que as representadas polos valores dos diferentes títulos en relación ao valor total do mercado.
  - Así, a carteira M está formada por unha '*parte alícuota*' de todos os investimentos posíbeis.

# III. Capital Market Line (CML)

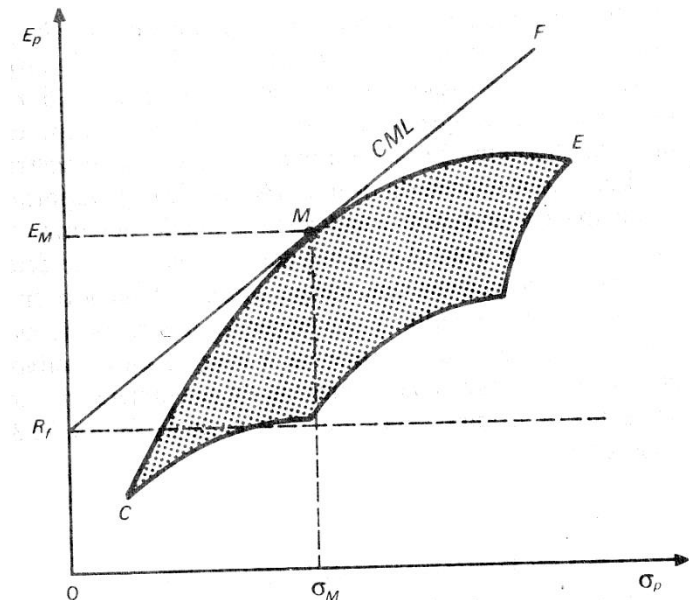
## □ A liña de mercado de capitais, CML

- Un mercado de capitais en equilibrio ven polo tanto definido pola recta  $R_f$ WF, agora denotada  $R_f$ MF.
- A esa recta descriptiva dun mercado de capitais en equilibrio se lle denomina **Capital Market Line (CML)** ou ‘liña de mercado de capitais’.

- A expresión matemática da CML ven dada pola ecuación dunha recta no espazo  $E(R_p) - \sigma_p$  de ordenada na orixe  $R_f$  e pendente a tanxente do ángulo que forma a recta có eixo de abscisas, i.e.

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M} \cdot \sigma_p$$

- Na práctica, á hora de testar o CAPM a carteira M non é observable (Roll, 1977). Empregaremos como *proxy* un índice bursátil representativo do mercado a testar.



Source: Suárez (2005)

# III. Capital Market Line (CML)

## □ Supostos implícitos na teoría do mercado de capitais

1. Todos os axentes teñen acceso á mesma información sobre mercado e títulos
2. A consecuencia, as distribucións de probabilidade futuras dos rendementos dos distintos activos financeiros (títulos ou carteiras) para o periodo de referencia son iguais para todos os investidores (*'expectativas homoxéneas'*)
3. Todos os axentes teñen un horizonte temporal de investimento de un único periodo e igual duración temporal
4. Todos son *'diversificadores eficientes'* no sentido de Markowitz, i.e., todos se sitúan na fronteira eficiente
5. Son indiferentes entre un incremento de xuros ou dividendos e un incremento equivalente do prezo dos títulos (gañancias de capital)
6. Todos os investimentos (títulos ou carteiras) son infinitamente fraccionábeis
7. Mercado perfectamente competitivo e non existen custos de transacción nin impostos
8. Todos os axentes teñen as mesmas oportunidades para investir, aínda que a cantidade de diñeiro que cada un pode investir sexa diferente
9. Tipo de xuro  $R_f$  idéntico para prestar ou pedir prestado

### Exercicio 1

*Piñeiro (2003) - pax 178*

# SUMARIO

---

- I. Introducción
- II. Carteira óptima
- III. Liña de mercado de capitais (CML)
- IV. Liña de mercado de títulos (SML)**
- V. Medidas de *performance*
- VI. Modelo de valoración por arbitraje (APT)



# IV. Security Market Line (SML)

## □ Como valorar un activo financeiro

- **IDEA:** Sharpe (1964) e Lintner (1965) establecen que cando un mercado de capitais está en equilibrio a valoración dos activos financeiros só debe ter en conta o risco sistemático.
- Cando o mercado de capitais está en equilibrio todos os investidores son diversificadores eficientes no sentido de Markowitz
  - O risco propio ou específico terá desaparecido a causa da diversificación
  - O único risco a ter en conta á hora de valorar un activo financeiro xa non será, polo tanto, o risco total, senón o risco sistemático ou non diversificable
  - Ningún activo debe ser contemplado ailladamente, senón no contexto dese mundo ideal no que o risco propio ou específico terá desaparecido a causa da diversificación
- Un mercado en equilibrio **paga únicamente polo risco sistemático** (medido polo coeficiente  $\beta_i$ )
- O rendemento agardado dun activo con risco,  $E(R_i)$ , será igual ao rendemento do activo libre de risco máis unha prima que compense ao investidor polo risco sistemático soportado.

# IV. Security Market Line (SML)

## Capital Asset Pricing Model (CAPM)

- Coas ideas anteriores, xurde o modelo de equilibrio de valoración de activos financeiros CAPM
  - A CML serve para analizar carteiras eficientes, pero deixaba sen resolver a cuestión de cómo analizar carteiras e títulos non eficientes

- O risco dunha carteira ven dado por (ver tema anterior)
- $$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \cdot \sigma_M^2 + \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_{\epsilon i}^2$$
- Risco sistemático  Risco específico

- Cando unha carteira está ben diversificada, desaparece o risco propio (segundo sumando = 0), có que resulta...

$$\sigma_p = \beta_p \cdot \sigma_M \longrightarrow \boxed{\beta_p = \frac{\sigma_p}{\sigma_m}}$$

← OLLO!! Valor de  $\beta$  só válido para carteiras ben diversificadas (CML)

- Sostituindo na ecuación da CML...

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M} \cdot \sigma_p \longrightarrow \boxed{E(R_p) = R_f + \beta_p (E(R_M) - R_f)}$$

- Esta valoración será válida tanto para carteiras en equilibrio como para calquer título ou carteira no mercado.

# IV. Security Market Line (SML)

## □ Capital Asset Pricing Model (CAPM)

- Polo tanto, a condición teórica de equilibrio entre risco e rendemento para activos individuais ou carteiras ven dado por...

$$E(R_i) = R_f + \beta_i (E(R_M) - R_f)$$

- Esta ecuación é a **Security Market Line (SML)** ou 'liña do mercado de títulos'
- Representa a relación fundamental do modelo de equilibrio de valoración de activos financeiros ou Capital Asset Pricing Model, CAPM
- Interpretación
  - O risco que pode ser diversificado 'non se paga'. Canto máis risco non eliminable coa diversificación (sistemático) teña un título, maior rendibilidade exixirán os axentes para mercalo ou mantelo en carteira.
  - En caso de existir títulos con maior ou menor rendemento agardado que o estipulado pola relación de equilibrio, a propia dinámica do mercado conducirá a unha situación de equilibrio
  - A SML é unha extensión lóxica da CML, unha xeneralización. A SML expresa a relación teórica de equilibrio entre rendemento e risco para todo tipo de activos, mentras a CML fai referencia unicamente a carteiras eficientes nas que se inclúe a posibilidade de prestar ou pedir prestado.

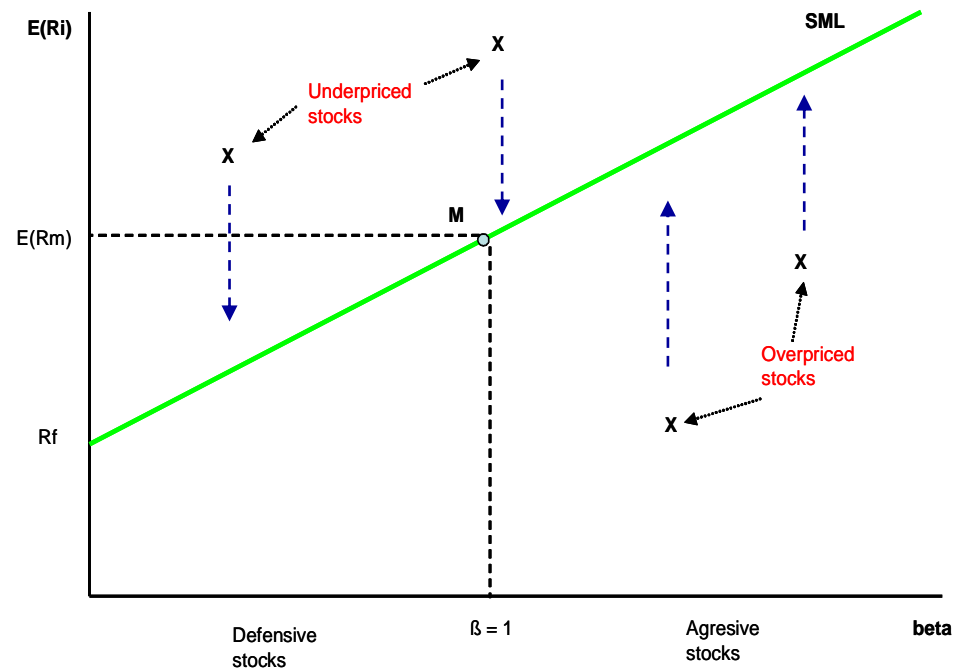
# IV. Security Market Line (SML)

## Capital Asset Pricing Model (CAPM)

### ➤ Gráficamente

- Activos con rendemento agardado superior ao previsto polo CAPM (por riba da SML) están infravalorados
- Activos con rendemento agardado inferior ao previsto polo CAPM (baixo a SML) están sobrevalorados
- En equilibrio os rendementos dos activos deben situarse sobre a recta SML:
  - AF infravalorados:  $\uparrow$  demanda  $\rightarrow$   $\uparrow$  prezo  $\rightarrow$   $\downarrow$  R agardado
  - AF sobrevalorados: viceversa
- Títulos con  $\beta < 1$  son activos defensivos (esquerda na SML), mentras que con  $\beta > 1$  agresivos (dereita na SML).
- **En equilibrio, as combinacións rendibilidade – risco dos activos individuais situaranse sobre a SML e fora da CML, mentras as carteiras resultantes desa situación de equilibrio (por tanto, carteiras eficientes), situaranse sobre a CML e sobre a SML.**

$$E(R_i) = R_f + \beta_i (E(R_M) - R_f)$$



Source: Antelo and Peón (2011)

# IV. Security Market Line (SML)

## □ Coeficiente de volatilidade $\beta_i$

- Vimos no T.10 que os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  podían ser estimados nun modelo de análise empírico ex post a través dunha regresión lineal MCO, obtendo un sistema de ecuacións normais

$$\sum_{t=1}^T R_{it} = T\alpha_i + \beta_i \sum_{t=1}^T R_{Mt} \quad \text{e} \quad \sum_{t=1}^T R_{it} R_{Mt} = \alpha_i \sum_{t=1}^T R_{Mt} + \beta_i \sum_{t=1}^T R_{Mt}^2$$

- Pois ben, resolver ese sistema de ecuacións **é equivalente a calcular**

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

e logo

$$\alpha_i = \bar{R}_i - \beta_i \bar{R}_M$$

onde

$$\bar{R}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{it}$$
$$\bar{R}_M = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{Mt}$$

## ■ Recordatorio

- Un activo individual ten coef. de volatilidade  $\beta = \text{cov}(i,m) / \text{var}(m)$
- Mentras, vimos que unha carteira eficiente ten  $\beta = \text{var}(p) / \text{var}(m)$
- Agora vemos pq: unha carteira eficiente ten correlación 1 có mercado (por definición, xa que eficiente significa que non podemos diversificar máis riscos)

## Exercicio 3

Piñeiro (2003) - pax 178

→ **Demostración** → **Exercicio 2**

# SUMARIO

---

- I. Introducción
- II. Carteira óptima
- III. Liña de mercado de capitais (CML)
- IV. Liña de mercado de títulos (SML)
- V. Medidas de *performance***
- VI. Modelo de valoración por arbitraje (APT)

# V. Medidas de performance

## ☐ Concepto de *performance*

- **IDEA:** Análise dos resultados conseguidos por un activo financeiro ou carteira, atendendo á conveniencia da relación entre rendemento e risco ofrecida polo activo.
  - O rendemento por si mesmo carece de sentido. Para darlle sentido necesitamos coñecer que risco tivo que asumir un investidor para conseguir ese rendemento.
  - Necesitamos un índice que relacione rendemento obtido con risco soportado

### ▪ Cálculo do rendemento

- rendemento vía dividendos, cupóns, etc
- ganancias de capital

$$R_{t+1} = \frac{D_{t+1} + P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

Lembrar o explicado sobre esta fórmula (instante vs. periodo) no caderno de exercicios do T.8. Empregar a terminoloxía que se queira... pero **NON CONFUNDIR!!**

### ▪ Cálculo do risco

Qué risco consideramos? Caben dúas posibilidades

- O risco total, medido en termos de volatilidade
- O risco sistemático ou de mercado, medido polo coeficiente de volatilidade,  $\beta$

# V. Medidas de performance

## Ratio de Sharpe

$$S_p = \frac{\mu_p - R_f}{\sigma_p}$$

- Prima de risco por unidade de risco soportada
- **FDMTL:** O ratio de Sharpe ten unha interpretación semellante á pendente da CML. Todas as carteiras eficientes pagan a máxima prima por unidade de risco soportada, e polo tanto o seu ratio de Sharpe é o máximo posible (correspondente á pendente da CML)

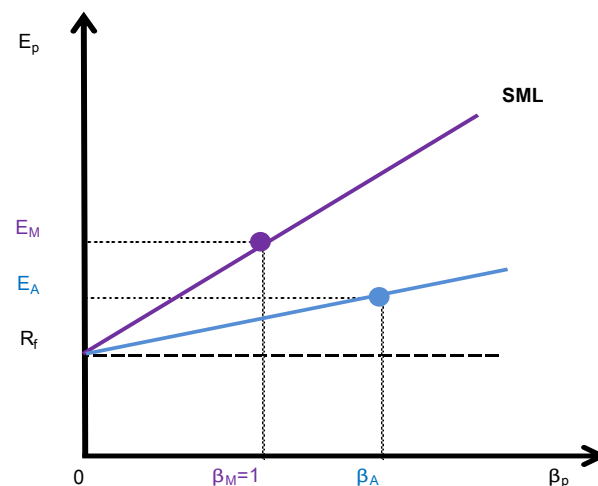
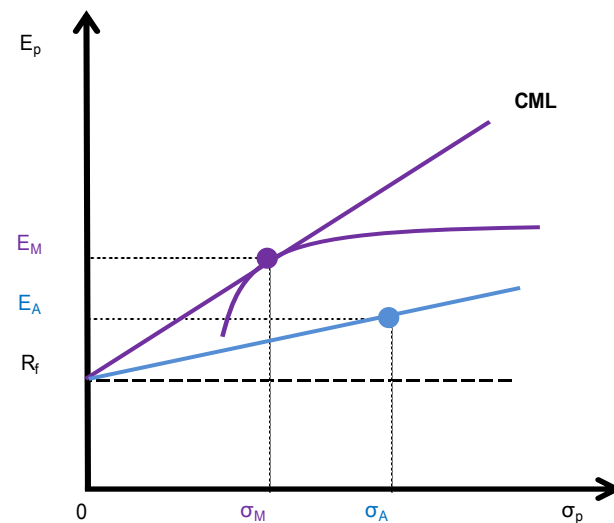
## Ratio de Treynor

$$T_p = \frac{\mu_p - R_f}{\beta_p}$$

- Prima de risco por unidade de risco sistemático soportado
- Interpretación: Semellante á pendente da SML
  - Ratios superiores aos da SML → activos infravalorados
  - Ratios inferiores aos da SML → activos sobrevalorados

### Exercicio 4

*Piñeiro (2003) - pax 178*





# SUMARIO

---

- I. Introducción
- II. Carteira óptima
- III. Liña de mercado de capitais (CML)
- IV. Liña de mercado de títulos (SML)
- V. Medidas de *performance*
- VI. **Modelo de valoración por arbitraje (APT)**

# VI. Modelo de valoración APT

## ❏ Críticas ao CAPM

- **Supostos iniciais**  
(mellorados en posteriores versións)
  - Horizonte temporal limitado a un único periodo
  - Un único tipo de xuro para prestar e pedir prestado
  - mercado sen custos de transacción, impostos ou inflación
  - distribución normal dos rendementos
- **Limitacións conceptuais**
  - Valor da **beta**, como medida do risco, **única variable explicativa** do rendimento dun título
  - Expectativas homoxéneas e insesgadas
  - Axentes diversificadores eficientes no sentido de Markowitz
  - Horizonte temporal limitado a un único periodo
- **Experiencia empírica**
  - Estabilidade das betas depende de periodo e tamaño mostral
  - Market portfolio non observable → utilización dun índice *proxy* → CAPM empíricamente non testable ('crítica de Roll (1977)')

# VI. Modelo de valoración APT

## ☐ Modelo de valoración por arbitraje

- IDEA: como consecuencia das limitacións conceptuais do CAPM e acumulación de evidencia empírica negativa sobre a súa validez, outros modelos de valoración alternativos foron propostos.
- **Arbitrage Pricing Theory (APT)** ou 'modelo de valoración de activos financeiros por arbitraje' foi proposto por Ross (1976) e desenvolvido por outros autores con esa finalidade
- **Supostos fundamentais**
  - Mercado competitivo, non intervindo e sen friccións, sen límites á compra-venda de activos (admítese a operativa '*en curto*') e custos de transacción nulos ou pouco significativos
  - Axentes con información homoxénea, racionais e aversos ao risco
  - Existe unha taxa de xuro sen risco á que os axentes poden prestar ou pedir prestado sen límite
  - Mercado en equilibrio. Imposible mellorar o rendemento se non cambian riqueza e/ou exposición ao risco
  - Suficiente número e variedade de alternativas de investimento permiten a diversificación eficiente do risco
  - O **rendemento** dos AF está determinado por **varios factores de influencia** (relación lineal)

# VI. Modelo de valoración APT

- Ross (1976) plantea un modelo de valoración onde o rendemento dos activos ven explicado tamén polo risco sistemático ( $\beta_i$ ), pero en lugar dun único factor explicativo como no CAPM ( $R_M$ ) plantea un **modelo multifactor** de  $k$  coeficientes  $b_{ij}$  asociados a outros tantos factores explicativos  $F_j$  –‘factores comúns de risco’- non especificados a priori (\*)

- O rendemento dos  $N$  activos do mercado son xenerados por un proceso estocástico do tipo

$$R_{it} = E_i + b_{i1} \cdot F_{1t} + b_{i2} \cdot F_{2t} + \dots + b_{ik} \cdot F_{kt} + \varepsilon_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$R_{it}$  variable aleatoria rendibilidade do activo  $i$

$E_i$  esperanza matemática de  $R_{it}$

$F_{jt}$  factor de risco  $j$ , distribuído con media 0

$k$  número de factores de risco comúns aos  $N$  activos

$B_{ij}$  sensibilidade de  $R_{it}$  ao factor  $j$ -ésimo

$\varepsilon_{it}$  erro ou perturbación aleatoria

- **Obxectivo:** dado que os  $F_j$  se distribúen con media cero,  $E(R_{it}) = E_i$ , o obxectivo será conseguir unha expresión que determine  $E_i$ .
- **ARBITRAXE** – O APT non se fundamenta na búsqueda de carteiras eficientes no sentido de Markowitz, senón na ‘arbitraxe’: compra de activos infravalorados financiada coa venda de activos sobrevalorados, obtendo un beneficio sen asumir risco nin precisar recursos adicionais.

(\*) interpretación a deducir a posteriori a través de estudos econométricos

# VI. Modelo de valoración APT

- Suposto fundamental: nun mercado en equilibrio non deben existir oportunidades de investimento sen explotar, i.e., ningún axente poderá conseguir mediante arbitraje maior rendibilidade da que viña obtendo

- Carteira de arbitraje:

- todas as compras duns activos deben ser financiadas coas vendas noutros

$$\sum_{i=1}^N X_i = 0 \quad (1)$$

- o rendemento da carteira de arbitraje virá dado pola expresión...

$$\sum_{i=1}^N X_i R_{it} = \sum_{i=1}^N X_i E_i + F_{1t} \sum_{i=1}^N X_i b_{i1} + F_{2t} \sum_{i=1}^N X_i b_{i2} + \dots + F_{kt} \sum_{i=1}^N X_i b_{ik} + \sum_{i=1}^N X_i \varepsilon_{it}$$

- o risco sistemático engadido pola carteira de arbitraje debe ser nulo (ver def. arbitraje)

$$\sum_{i=1}^N X_i b_{ij} = 0 \quad (2)$$

- ademáis, o risco non sistemático será tamén nulo  $\sum_{i=1}^N X_i \varepsilon_{it} = 0$  (pola hipótese de independencia dos residuos)

► (1) e (2) determinan un sistema de k+1 ecuacións

- Condición de equilibrio

- o rendemento da carteira de arbitraje nun mercado en equilibrio é nula

$$\sum_{i=1}^N X_i R_i = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^N X_i E_i = 0 \quad (3)$$

► (1), (2) e (3) determinan un sistema de k+2 ecuacións

# VI. Modelo de valoración APT

- ▶ sistema de k+1 ecuacións para carteiras de arbitraje

$$\sum_{i=1}^N X_i = 0 \quad \sum_{i=1}^N X_i b_{ij} = 0$$

- ▶ sistema de k+2 ecuacións para carteiras de arbitraje en equilibrio

$$\sum_{i=1}^N X_i = 0 \quad \sum_{i=1}^N X_i b_{ij} = 0 \quad \sum_{i=1}^N X_i E_i = 0$$

- Alxebraicamente é demostrable que a ecuación (3) é unha combinación lineal das restantes, polo que...

## ▪ Ecuación fundamental do APT

Existe unha combinación de k+1 escalares ( $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_k$ ) tales que

$$E_i = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_k b_{ik}$$

- CAPM é un caso particular do APT

$$\text{Cando } k = 1, \lambda_0 = R_f \text{ e } \lambda_1 = (E(R_M) - R_f) \longrightarrow E_i = E(R_i) = R_f + [E(R_M) - R_f] \cdot \beta_i$$

## ▪ Limitacións do APT

- A expresión xeral inclúe variables  $F_j$  non observables  $\rightarrow$  APT non testable
- O número de factores comúns de risco incrementase có tamaño da mostra
- Non presupón ningunha teoría económica s/ prezo ou rendemento dos activos

# Cuestionario tipo TEST

## Sinala a resposta CORRECTA

- a) Activos con rendemento agardado superior ao previsto polo CAPM represéntanse gráficamente por riba da CML e están infravalorados
- b) Activos con rendemento agardado inferior ao previsto polo CAPM represéntanse gráficamente por riba da CML e están infravalorados
- c) Activos con rendemento agardado superior ao previsto polo CAPM represéntanse gráficamente por riba da SML e están infravalorados
- d) Activos con rendemento agardado superior ao previsto polo CAPM represéntanse gráficamente por riba da SML e están sobrevalorados

## Se nun mercado de capitais en equilibrio un axente inviste o 40% do seu orzamento no activo libre de risco...

- a) A beta da súa carteira será do 0,4
- b) A beta da súa carteira será do 0,6
- c) A beta da súa carteira será do 1,4
- d) Non podemos determinar a beta da carteira do investidor



# TEMA 10

## Activos de renda fixa. O risco de tipo de xuro



# BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

---

- I. Antelo, M. e Peón, D. (2011), *Financial Markets: A guided tour*, Nova Science Publishers.
- II. Ferruz, A. et al. (2009), *Dirección financiera del riesgo de interés*, 2ª ed., Pirámide. → Capítulos 2, 3, 4 y 5
- III. Piñeiro, C. (2003), *Técnicas y Modelos para la gestión Financiera de la empresa*, Ediciones Tórculo. → Capítulo 8

# SUMARIO

- I. **Activos de renda fixa**
- II. **Valoración de activos de renda fixa**
  - Curva prezo - rendemento
- III. **A Estrutura temporal dos tipos de xuro**
  - Tipos spot e forward
  - Rendibilidade a vencemento
  - Term structure e rendibilidade a vencemento
- IV. **Medición do risco de tipo de xuro**
  - Duración
  - Volatilidade ( $D_{\text{modif}}$ )
  - Convexidade

# I. Activos de renda fixa

## □ Activos de Renda Fixa

- **DEF:** Título financeiro que representa unha **débeda** do emisor có tenedor do título, e que xenera un rendemento non necesariamente fixo, pero en base a unhas regras e un vencemento **determinados de antemán**. Incorpora o dereito do tenedor –a cambio da entrega dunha cantidade de diñeiro hoxe- a percibir unha serie de pagos periódicos no futuro e recibir o importe prestado a vencemento.
- **Obxectivo:**
  - » Para o **emisor** (governos, empresas) representa un xeito de captar recursos financeiros directamente no mercado ( alternativa ao financiamento bancario)
  - » Para o **tenedor**, obter unha rendibilidade vía ganancias financeiras (xuros) e ganancias de capital (diferencia prezo de compra vs. prezo de venda)

□ **CUESTIÓN:** ¿É “renda fixa” sinónimo de “activo sen risco”?

# I. Activos de renda fixa

## ▪ Risco

» Posibilidade de desviación dun determinado resultado agardado

Entre outros:

Xeralmente valorado a través de empresas de calificación ou *rating*. E.g. [Moody's](#), [Fitch](#), [Standard & Poor's](#)

- » RISCO DE CRÉDITO: posibilidade de que o emisor do título non cumpla cós seus compromisos de pago
- » RISCO DE AMORTIZACIÓN ANTICIPADA: posibilidade de que o emisor do título amortice anticipadamente parte ou a totalidade da emisión antes do seu vencemento
- » RISCO DE REINVESTIMENTO: probabilidade de que os fluxos de caixa percibidos non poidan ser reinvestidos nas mesmas condicións de mercado
- » RISCO DE MERCADO: perda potencial por cambios nos factores que inciden sobre a valoración do activo

☑ **CONCLUSIÓN:** “renda fixa” quere dicir...

- existen elementos coñecidos de antemán: cupón, vencemento, frecuencia de pagos, etc.
- pero NON confundir ‘renda fixa’ con activo sen risco. Os activos RF teñen risco (de crédito, de reinvestimento, de amortización anticipada, etc.), pero sobre todo risco de mercado (tipo xuro)

► **“A renda fixa é fixa... a vencemento”.**

# I. Activos de renda fixa

## □ Tipoloxía

### PRAZO

- » **Letra ou pagaré:** título de débeda a corto prazo (ata 2 anos)
- » **Bono:** título de débeda a medio prazo (entre 2 e 5 anos)
- » **Obligación:** título de débeda a longo prazo (superior a 5 anos)

### DESEÑO, entre outros:

- » **Bonos americanos:** devolución do nominal na súa totalidade a vencemento e pago periódico de xuros
- » **Bonos cupón cero:** abono dos xuros a vencemento xunto có nominal
- » **Bonos por redución do nominal:** devolución do nominal a partes iguais durante a vida do título y pago periódico de xuros sobre o nominal pendente
- » **Bonos subordinados:** (implicación xurídica) en caso de quebra no procedemento concursal van por detrás dos acredores comúns
- » **Bonos convertibles:** ofrecen a posibilidade de converter o nominal en accións nunha data establecida. Os 'bonos con warrants' son similares, pero a opción ('warrant') pódese negociar separadamente do bono.
- » **Bonos hipotecarios:** ademais do aval persoal, están garantidos por créditos hipotecarios do emisor con terceiros
- » **Eurobonos:** títulos denominados en moeda diferente á do país no que se poñen en circulación (**OLLO!!**)
- » **Bonos internacionais:** emitidos por unha entidade non residente no país

# I. Activos de renda fixa

## □ Conceptos

- » **Prezo de emisión:** prezo efectivo do título no momento da suscripción
- » **Prezo de reembolso:** importe que recibe o investidor no momento da amortización
- » **Prezo de cotización:** prezo, nun momento dado, do título admitido a negociación en mercado regulado

## DENOTACIÓN DO PREZO

- » **Baixo a par:** inferior ao valor nominal
  - ↳ *Exemplo. Obrigación americana de 1.000€ de valor nominal e cupón do 6% emitida ao 98% (i.e., con prima de emisión do 2%) → Adquírese por un valor de 980€, pero os cupóns se calculan sobre o valor nominal, percibindo por tanto anualmente 60€ e recibindo a vencemento o importe do valor nominal, isto é, 1.000€*
- » **Á par:** 100% do valor nominal
- » **Sobre a par:** superior ao valor nominal
  - ↳ *Exemplo. Prima de reembolso do 2% dun título emitido cun valor nominal de 1.000€ → na data de amortización o emisor abona unha cantidade superior ao nominal dos títulos, neste caso concreto, 20€ máis*

# SUMARIO

- I. Activos de renda fixa. Tipoloxía
- II. **Valoración de activos de renda fixa**
  - Curva prezo - rendemento
- III. A Estrutura temporal dos tipos de xuro
  - Tipos spot e forward
  - Rendibilidade a vencemento
  - Term structure
- IV. Medición do risco de tipo de xuro
  - Duración
  - Volatilidade ( $D_{\text{modif}}$ )
  - Convexidade

# II. Valoración de Activos de renda fixa.

✓ A valoración de mercado dun activo RF depende de...

## TRES RASGOS CARACTERÍSTICOS do activo:

- ❖ **Nominal** (N) - valor do préstamo do tenedor ao emisor sobre o que se calculan os cupóns
- ❖ **Cupón** ( $i \cdot N$ ) - tipo de xuro que o emisor do título pagará periódicamente ao titular
- ❖ **Vencemento** (T) - tempo restante ata a amortización do activo (*maturity*)

## UNHA VARIABLE DE MERCADO:

- ❖ **Tipo de desconto** ( $r$ ) – tipo de xuro que o mercado aplica á valoración de capitais con término en  $t=1, \dots, T$

✓ Prezo do bono:

$$P_0 = \sum \frac{CF_t}{(1+r)^t} = \sum \frac{i \cdot N}{(1+r)^t} + \frac{N}{(1+r)^T}$$

Valor financeiro actual dos fluxos de caixa xerados polo investimento, i.e., do abono periódico dos xuros (de ser o caso) e da devolución final do nominal do activo

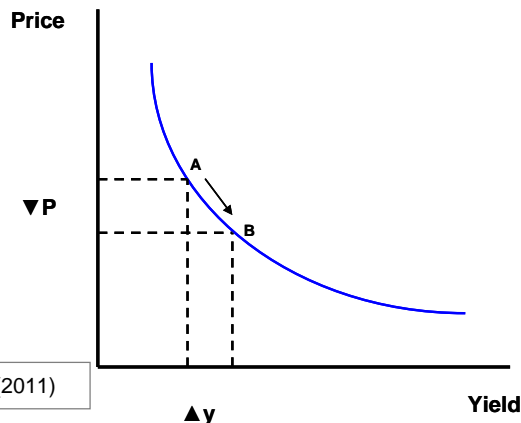
- ▶ Onde a taxa de desconto aplicable,  $r$ , é o tipo de xuro de mercado
- ▶ De momento asumimos que a taxa de desconto é a mesma para todas as maturities (datas de pago dos cupóns e principal). Un suposto que, como veremos, non é moi realista na práctica



# II. Valoración de Activos de renda fixa.

## □ A curva prezo - rendemento

- IDEA: Dada a ecuación do prezo dun bono, vemos a relación inversa entre P e r



Source: Antelo and Peón (2011)

$$P_0 = \sum \frac{CF_t}{(1+r)^t} = \sum \frac{i \cdot N}{(1+r)^t} + \frac{N}{(1+r)^T}$$

→ a medida que o tipo de xuro no mercado –aplicable á valoración do bono– aumenta, o prezo do bono diminúe, e viceversa.

Ver **Exercicio 1**

## □ Rendibilidade a vencemento

- IDEA: Se coñecemos o prezo ao que está cotizando o bono, a través da ecuación de P podemos coñecer a súa rendibilidade a vencemento

▶ *Cando só hai un único tipo de xuro no mercado para cada clase de activos, rendemento dun bono = esa taxa de desconto única.*

▶ *≠ rendibilidades entre ≠ activos = ▶ medida risco de crédito (credit spread)* Ver **Exercicio 2**

# SUMARIO

- I. Activos de renda fixa. Tipoloxía
- II. Valoración de activos de renda fixa
  - Curva prezo - rendemento
- III. A Estrutura temporal dos tipos de xuro**
  - Tipos spot e forward
  - Rendibilidade a vencemento
  - Term structure
- IV. Medición do risco de tipo de xuro
  - Duración
  - Volatilidade ( $D_{\text{modif}}$ )
  - Convexidade

# III. A Estrutura temporal de tipos

## ☐ Tipos spot e forward

- **IDEA:** Habitualmente no mercado non hai un único tipo de xuro aplicable á valoración de todos os fluxos de caixa xenerados por unha familia de activos de RF. Xeneralmente hai máis dun tipo de xuro, cada un aplicable a cada posible vencemento dos cupóns e/ou principal.

- **Estrutura temporal de tipos de xuro** (*TS, Term Structure of interest rates*)

*Relación existente, nun momento dado, entre os tipos de xuro ao contado de instrumentos de igual calidade crediticia, e os seus prazos a vencemento*

- Tipos de xuro ao contado (spot): Tomado un intervalo (0,T), obtemos o tipo spot que ofrece un **bono i de cupón cero** aplicando a lei de capitalización/desconto, coñecidos os prezos  $P_0$  e  $P_T$ :

$$\boxed{P_0 = \frac{P_T}{(1+r_T)^T}} \longrightarrow \boxed{r_T = \sqrt[T]{\frac{P_T}{P_0}} - 1}$$

- **Valoración dun bono con cupóns:** Se coñecemos todos os tipos spot ( $r_1, r_2, \dots, r_T$ ) correspondentes ás  $n$  *maturities* dos cupóns e o principal, a maneira correcta de valorar o bono será:

$$\boxed{P_0 = \sum \frac{C}{(1+r_t)^t} + \frac{N}{(1+r_T)^T}}$$

onde  $C = i \cdot N$

Ver **Exercicio 3**

# III. A Estrutura temporal de tipos

## ■ Tipos de xuro implícitos a prazo (forward):

A partir dos tipos spot  $(0, n)$  denominamos **tipo forward** ao tipo de xuro implícito nun prazo intermedio concreto. Asociado a calquer periodo intermedio  $(s, t)$ , será tipo forward aquel que cumpla a ecuación:

$$(1 + r_t)^t = (1 + r_s)^s \cdot (1 + f_{s,t})^{t-s}$$

onde  $f_{s,t}$  é o tipo de xuro implícito para o intervalo  $(s, t)$  ou tipo *forward*. Despexando:

$$f_{s,t} = \left[ \frac{(1 + r_t)^t}{(1 + r_s)^s} \right]^{1/(t-s)} - 1$$

## ■ Interpretación

Dacordo á *Estrutura temporal* dos tipos de xuro no mercado, o tipo implícito  $(s, t)$  é o tipo spot previsto no periodo  $s$  para o prazo  $t - s$ .

- Esta interpretación correspóndese có modelo puro de expectativas insesgadas. Afirma que os investidores sosteñen expectativas acerca dos tipos de xuro que rexirán no futuro no mercado.
- A teoría de expectativas insesgadas e a teoría da preferencia pola liquidez (os investidores, aversos ao risco, prefiren títulos a c/p) son as dúas teorías máis relevantes que explican a existencia e estimación da *Estrutura temporal* dos tipos de xuro.

# III. A Estrutura temporal de tipos

## □ Rendibilidade a vencemento

- **IDEA:** Dado que agora non temos un único tipo de xuro para valorar os distintos cash flows dun bono, necesitamos coñecer cal é o seu rendemento medio a vencemento. Ese rendemento medio coñécese como rendibilidade a vencemento, tanto interno de rendemento (TIR) ou *yield to maturity*.

- TIR dun bono cupón cero:

A que resulta de resolver a expresión...

$$P_0 = \frac{P_T}{(1 + TIR_T)^T}$$

► Para un bono cupón cero a TIR coincide có tipo spot  $r_T$

- TIR dun bono con cupóns:

A que resulta de resolver a expresión...

$$P_0 = \sum \frac{C}{(1 + TIR_T)^t} + \frac{N}{(1 + TIR_T)^T}$$

► O cálculo das diferentes TIR para cada título da mesma familia con diferentes maturities permite obter as denominadas **curvas de rendemento** (yield curve). Term structure e yield curve só coinciden para bonos cupón cero, para o resto a yield curve será unha aprox. da T.S.

Ver **Exercicios 4 e 5**

# III. A Estrutura temporal de tipos

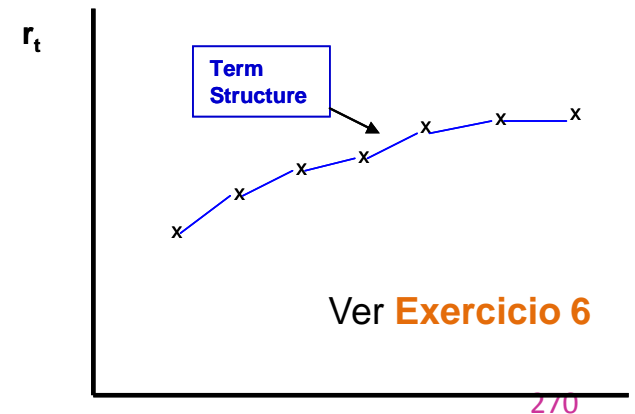
## ☐ *Term Structure*

- **IDEA:** A partir dos bonos cupón cero negociados nos mercados de débeda podemos obter a Estrutura temporal dos tipos de xuro: relación entre vencemento e tipo de xuro aplicable
  - **IMP:** Existe unha TS para cada familia de activos de RF. O habitual na práctica é obter a TS da débeda pública (en España, a partir das cotizacións de Letras, Bonos e Obligaciones del Estado) e para activos de emisores privados traballar con spreads de crédito sobre esa TS.
- **Estimación da TS:**

Como no mercado non se negocia un número suficiente de bonos cupón cero (s/ todo no I/p), é preciso estimar a TS. Nos mercados de débeda pública unha axuda nesta estimación son os **STRIPs**, valores de RF obtidos por segregación (*stripping*) dos pagos por cupón e principal dun bono, de maneira que cada un deles se negocie por separado

Cada un dos **STRIP** é en si mesmo un bono cupón cero. Nos mercados de débeda pública hai múltiples emisións de bonos con cupóns de vencementos diversos, segregables cada un deles en STRIPs, o que permite obter unha 'nube' de tipos para cada *maturity*.

A TS obtense por interpolación desa nube ata obter unha curva, suavizando previamente a liña quebrada resultante



# SUMARIO

- I. Activos de renda fixa. Tipoloxía
- II. Valoración de activos de renda fixa
  - Curva prezo - rendemento
- III. A Estrutura temporal dos tipos de xuro
  - Tipos spot e forward
  - Rendibilidade a vencemento
  - Term structure
- IV. Medición do risco de tipo de xuro**
  - Duración
  - Volatilidade ( $D_{\text{modif}}$ )
  - Convexidade

# IV. Medición do risco de tipo de xuro

☒ **Exemplo (ver Ferruz 2009, p. 68)** Un investidor desexa rentabilizar un capital que non precisa ata dentro dun ano, momento no que debe realizar un determinado gasto. Inverte así en bonos del Estado, que cotizan ao 101,5%, con cupón anual do 8,25% e aos que lles restan dous anos para seren amortizados. Comentar o tipo de risco ao que se enfrenta este investidor.

☒ **Exemplo (ver Ferruz 2009, p. 69)** Unha empresa ten unha punta de tesouraría da que poderá dispoñer cando menos durante un ano. Para rendibilizala, adquiriu Letras del Tesoro ao 97% e vencemento a cinco meses. Comentar o tipo de risco ao que se enfrenta esta empresa.

■



# IV. Medición do risco de tipo de xuro

## ☐ Medición do risco de xuro

- **IDEA:** Vimos ó principio do tema a '**curva prezo – rendemento**': prezos e rendementos están inversa e non linealmente relacionados. Queremos ir máis aló: medir a sensibilidade do prezo dun bono a variacións nos tipos de xuro aplicables para valoralo.
  - O prazo a vencemento NON ofrece, en xeral (\*), suficiente información para determinar o risco soportado, pois habitualmente parte do investimento vaise recuperando de xeito paulatino ao ofrecer o activo financeiro fluxos periódicos en forma de cupóns, etc.

(\* si é unha magnitude informativa nos bonos cupón cero ou aqueles aos que só lles resta o último fluxo
  - Requerimos, polo tanto, outra medida do risco dun bono: a **DURACIÓN**.
  - Así, para evitar o risco de tipo de xuro (mercado e reinvestimento), un investidor debe igualar o seu horizonte de planificación coa Duración dos seus investimentos, NON có prazo ata vencemento dos mesmos. A este proceso se lle chama inmunización.
- **NOTA:** *A partir de este punto volvemos traballar de novo cun único tipo de xuro (i.e., supoñemos que no mercado hai unha TS plana), pero un estudo completo de duration, volatilidade e convexidade requiriría analizar o prezo dun bono cando cupóns e principal se descuentan a tipos diferentes.*

# IV. Medición do risco de tipo de xuro

## □ Duración

- **IDEA:** A variabilidade do prezo dun bono depende da curva de tipos cupón cero subxacente, pero tamén dos distintos cash-flows do bono e a súa ubicación temporal.
- **DEF:** A **duración**,  $D$ , é a media ponderada do prazo de cada CF.

$$D = \sum \frac{t \cdot CF_t \cdot (1+r)^{-t}}{P_0}$$

► É, polo tanto, unha medida da vida financeira do título.

Ver **Exercicio 7**

### ▪ Factores determinantes da duración:

1. Plazo a vencemento do bono ( $n$ ) -----► Análise de sensibilidade Duración – vencemento
2. Tipo de xuro dos cupóns ( $i$ ) -----► Análise de sensibilidade Duración – tipo de xuro dos cupóns
3. Tipo de desconto (TIR do bono,  $r$ ) -----► Análise de sensibilidade Duración – tipo de desconto
4. O mero paso do tempo ( $t$ )
5. Outras variables (cupón corrido, opcións de amortización anticipada, etc.)

# IV. Medición do risco de tipo de xuro

## ■ Factores determinantes da duración:

1. Plazo a vencemento do bono ( $n$ ) -----▶ Análise de sensibilidade Duración – vencemento
2. Tipo de xuro dos cupóns ( $i$ ) -----▶ Análise de sensibilidade Duración – tipo de xuro dos cupóns
3. Tipo de desconto (TIR do bono,  $r$ ) -----▶ Análise de sensibilidade Duración – tipo de desconto
4. O mero paso do tempo ( $t$ )
5. Outras variables (cupón corrido, opcións de amortización anticipada, etc.)

### 1. Análise de sensibilidade **Duración – vencemento**

- A Duración dun bono só coincide coa súa maturity para bonos cupón cero (ou bonos cun único fluxo de caixa pendente). En calquer outro caso, a duración será sempre inferior ao vencemento
- A relación Duración – vencemento é monótona crecente para bonos cupón cero e crecente (a taxa decrecente) para o resto
- Cando  $n \rightarrow \infty$  pódese demostrar que  $D = (1+r) / r$  para bonos que pagan cupón e  $D = \infty$  para bonos cupón cero.

### 2. Análise de sensibilidade **Duración – tipo de xuro dos cupóns**

- A Duración dun bono decrece, menos que proporcionalmente, en función do aumento do tipo de xuro do cupón.

### 3. Análise de sensibilidade **Duración – tipo de desconto**

- Relación inversa entre Duración dun bono que paga cupóns e o tanto interno de rendemento

Ver **Exercicio 8**

# IV. Medición do risco de tipo de xuro

## □ Volatilidade ( $D_{\text{modif}}$ )

- **IDEA:** Medir a sensibilidade do prezo (en %) a variacións infinitesimais do tipo de xuro.
- A **Duración modificada** é unha medida da volatilidade dos activos de RF
- DEF:  $D_{\text{modif}}$  ven dada pola derivada do prezo con respecto ao rendemento dividido polo prezo

$$\boxed{D_m = \frac{dP/P}{dr}} \xrightarrow[\text{Ver } \mathbf{Exercicio 9}]{\text{Demostración}} \boxed{D_m = \frac{-D}{1+r}} \quad \text{e} \quad \boxed{\frac{\Delta P}{P} = D_m \cdot \Delta r}$$

## ▪ CONCLUSIÓN

- O prezo dos activos de RF varía en sentido inverso aos tipos de xuro
- A Duración modificada actúa como un multiplicador (a maior Duración, maior  $D_{\text{modif}}$  ergo maior impacto no prezo ante un cambio nos tipos de xuro no mercado)
- Dada unha determinada  $D_{\text{modif}}$  canto maiores sexan as variacións no tipo de xuro, maior será a porcentaxe de cambio no prezo

Ver **Exercicio 10**

# IV. Medición do risco de tipo de xuro

## Convexidade

### IDEA:

$D_{\text{modif}}$  é unha aproximación lineal dunha relación convexa (entre  $P$  e  $r$ ). Debe ser, polo tanto, empregada de xeito prudente: o **erro** cometido na aproximación do prezo é maior canto maior sexa a variación no rendemento.

A relación exacta entre prezo e rendemento ven dada pola expansión en serie de Taylor (a partir do 3º termo se considera despreziable)

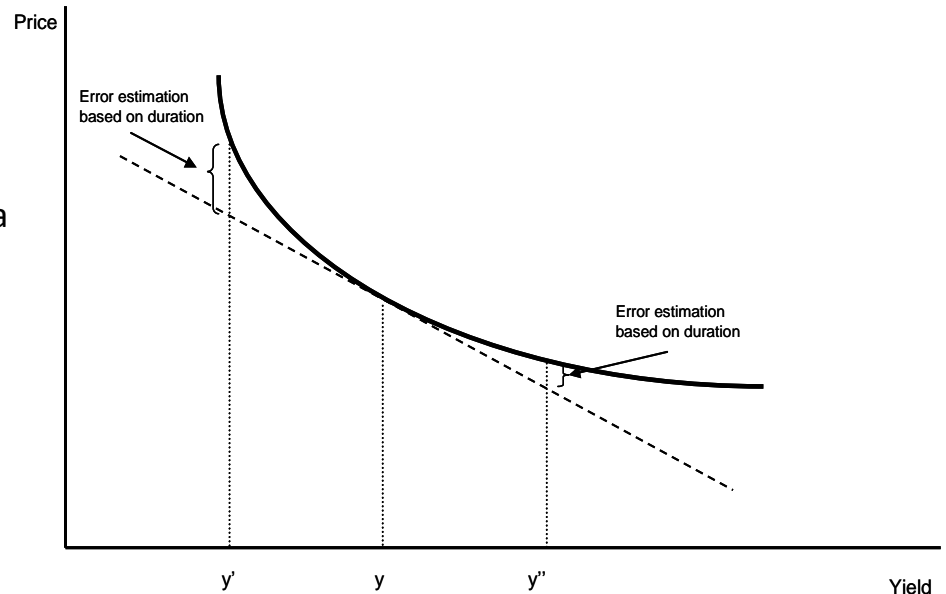
$$\Delta P = \frac{dP}{dr} \Delta r + \frac{1}{2} \frac{d^2 P}{dr^2} (\Delta r)^2 + \dots$$

Dividindo por  $P$  para obter a variación porcentual do prezo:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{dP}{dr} \frac{1}{P} \Delta r + \frac{1}{2} \frac{d^2 P}{dr^2} \frac{1}{P} (\Delta r)^2 + \dots$$

Entón, a **Convexidade** defínese como

$$C_x = \frac{1}{2} \frac{d^2 P}{dr^2} \frac{1}{P}$$



Source: Antelo and Peón (2011)

# IV. Medición do risco de tipo de xuro

## ■ Erro de convexidade

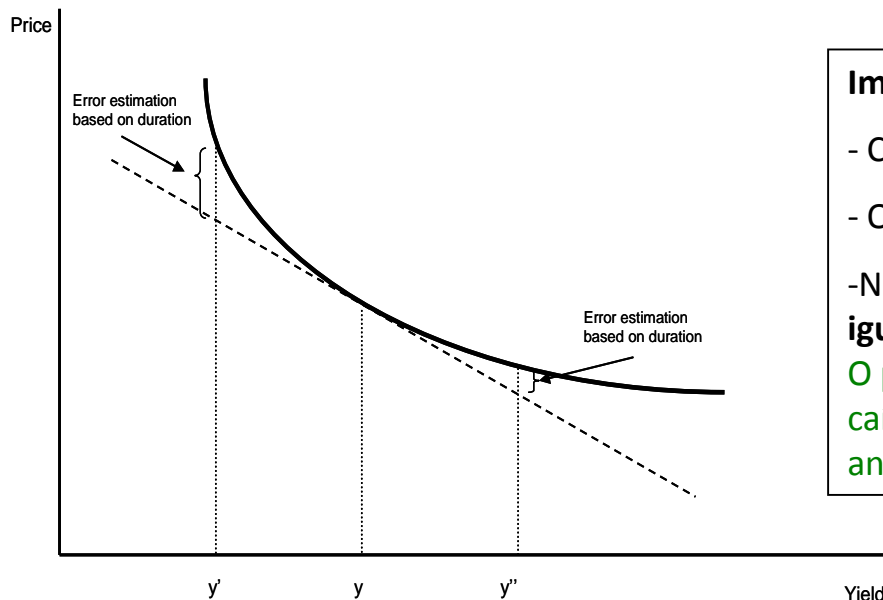
O erro de empregar  $D_{\text{modif}}$  para calcular a variación do prezo dun bono ante variacións nos tipos de xuro ven dado por

↳ Onde o segundo elemento pode ser estimado como

$$Erro = \frac{1}{2} \frac{d^2 P}{dr^2} \frac{1}{P} (\Delta r)^2$$

$$\frac{d^2 P}{dr^2} = \sum_{t=1}^n \frac{t(t+1)CF_t}{(1+r)^{t+2}}$$

Ver **Exercicio 11**



### Importante:

- $C_x$  é sempre positivo
- O erro cometido pola duración é maior canto maior  $C_x$
- No noso contexto (TS plana, movementos paralelos da TS), a **igualdade de duración é preferible máis convexidade a menos**: O prezo dos títulos con maior convexidade é máis sensible a caídas do tipo de xuro (maior aumento do prezo) e máis rixido ante aumentos do mesmo (menor caída do prezo). Ver gráfica.

# Cuestionario tipo TEST

## Sinala a resposta CORRECTA

- a) A volatilidade permite medir a sensibilidade do prezo do bono ante variacións no tipo de xuro
- b) De acordo coa Term Structure actual, o tipo implícito  $f_{1,2}$  é o tipo de xuro ao contado vixente no momento actual para o prazo de dous anos
- c) Se dous bonos se diferencian só en que un é americano e outro cupón cero, a Duración deste último é menor
- d) Todas as anteriores son correctas

## Sinala a resposta CORRECTA

- a) Dous títulos idénticos a excepción do seu cupón teñen a mesma Duración
- b) Para un bono cupón cero con vencemento a dous anos, a rendibilidade a vencemento (TIR) coincide co tipo forward  $f_{1,2}$
- c) Un activo de renda fixa xenera un rendemento fixo en base a unhas regras e un vencemento determinados de antemán
- d) Todas as anteriores son incorrectas

# TEMA 11

## Futuros e Forwards



# BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- I. **Hull, J. C. (2009), *Introducción a los mercados de futuros y opciones*, Pearson.**
- II. Piñeiro, C., de Llano, P. (2009), *Principios y modelos de dirección financiera*, Andavira.
- III. **Piñeiro, C., de Llano, P. (2010), *Dirección financiera, un enfoque centrado en valor y riesgo*, Delta.**
- IV. Suárez, A. (2005), *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*, 21 edición, Pirámide.

# SUMARIO

---

## I. Derivados financeiros

- Fundamentos
- Tipoloxía

## II. Forwards

- FRAs

## III. Futuros

- Futuros vs Forwards
- Futuro sobre accións
- Futuro sobre tipo de xuro
- Outros

# I. Derivados Financeiros

## □ Fundamentos dos derivados financeiros

### ■ Un pouco de Historia

Durante séculos, principal fonte de incerteza para o ser humano → malas colleitas e continxencias no comercio. Obxectivo dos derivados financeiros → evitar ou limitar eses riscos.

Orixes dos derivados: Europa (Tulipmania) e Xapón no s. XVII (primeiros contratos estandarizados de 'futuros' no mercado de arroz de Osaka).

1º mercado de derivados: Chicago Board of Trade (CBOT), en 1848. En Chicago, principal centro de almacén e venda de cereais, os prezos disparábanse tras as colleitas (non había almacéns para todo o grano a un tempo) e de ahí á baixa. Alternativa do CBOT: almacenar o gran noutros almacéns fora de Chicago, e fixar por adiantado o prezo ao que o gran sería vendido cando fose entregado en Chicago.

### ■ **DEF:** Derivados financeiros son contratos que crean dereitos ou obrigacións relativos a un activo subxacente, xenerando cobramentos ou pagamentos en función da evolución do activo

- Os derivados permiten transferir riscos no activo subxacente dun axente a outro
- Polo tanto, os motivos de suscribir un derivado poden ser, en principio, dobre:
  - motivo cobertura (cubrirse do risco no prezo do activo subxacente)
  - motivo especulación (maximizar o beneficio no mínimo tempo posible).
- Adicionalmente, permiten correxir valoracións incorrectas ('motivo arbitraje')

# I. Derivados Financeiros

## ■ Características

- Non subministran financiamento
- Separan propiedade e risco
- Contido: dereito ou obrigaón (o dereito dunha parte representa unha obriga para a contraparte)
- Elementos:
  - Activo subxacente: *Commodities*, activos financeiros (accións, bonos, etc.) e outros (tipos de xuro, tipos de cambio, índices bursátiles, etc)
  - Parte e contraparte
  - Prezo e vencemento
- Negociación e cotización independente do subxacente
- Liquidables en data futura
- Apancamento
- Negociables en mercados organizados ou mercados non organizados (OTC, 'Over the counter')

## ■ Consecuencias:

- Aceleran cambios nos prezos e, en teoría, reducen os movementos meramente especulativos
- Ofrecen **información sobre as expectativas** reais do mercado, i.e., anticipan o comportamento futuro do mercado subxacente.

# I. Derivados Financeiros

## ■ Tipoloxía. Mercados

### 1. Mercados organizados

- Relación anónima
- Vantaxes:
  - Estandarización en instrumentos, vencementos e prezos
  - Liquidez e profundidade de mercado
  - Garantías (Cámara de compensación, depósitos) minimizan o risco de crédito
- Principal inconveniente: rixidez

### 2. Mercados OTC

- Relación directa entre parte e contraparte
- Vantaxe: Flexibilidade
- Inconvintes:
  - Riscos de crédito en insolvencia
  - Riscos de liquidación e cancelación anticipada
  - Riscos legais

## ■ Tipoloxía. Derivados financeiros

- Contratos a prazo (Forward) e Futuros
- Opcións e warrants
- Permutas financeiras (Swaps)

# SUMARIO

---

## I. Derivados financeiros

- Fundamentos
- Tipoloxía

## II. **Forwards**

- FRAs

## III. Futuros

- Futuros vs Forwards
- Futuro sobre accións
- Futuro sobre tipo de xuro
- Outros

# II. Contratos a plazo (Forwards)

## □ Forwards

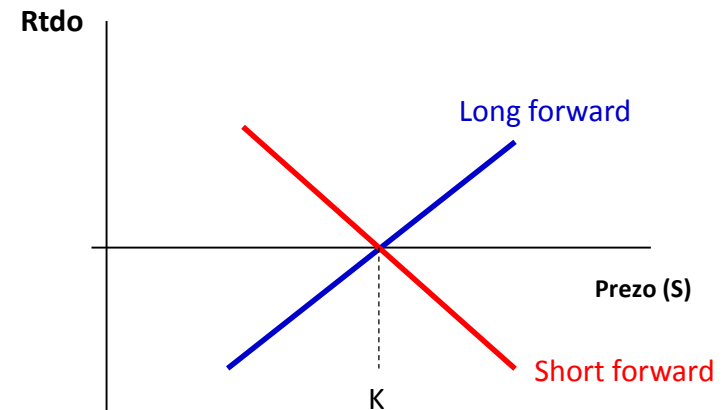
- Contrato para intercambiar...
  - un activo específico (subxacente)
  - nun momento concreto do tempo (vencemento)
  - por un prezo pactado de antemán
- Características
  - **Contrato OTC**
  - Irrenunciable e vinculante
  - Non hai desembolso inicial
  - Risco bilateral
- Subxacentes
  - Tipo de xuro (*Forward Rate Agreement*, FRA)
  - Tipo de cambio (Seguro de cambio, FXA)
  - *Commodities*
  - Accións, etc.

# II. Contratos a prazo (Forwards)

## □ Forwards

### ▪ Posicións

- Longa (*long*), compradora
  - cobertura ilimitada ante subida de prezos no subxacente (beneficios potenciais ilimitados)
  - renuncia ilimitada ante baixada de prezos no subx. (pérdidas potenciais ilimitadas)
- Curta (*short*), vendedora
  - cobertura ilimitada ante baixada de prezos (beneficios potenciais ilimitados)
  - renuncia ilimitada ante subida de prezos (pérdidas potenciais ilimitadas)



### ▪ Partícipes

- Comprador
  - cobertura fronte a subida de prezos no subxacente
  - renuncia aos beneficios da baixada
- Vendedor
  - cobertura fronte a baixada de prezos no subxacente
  - renuncia aos beneficios da subida



# II. Contratos a plazo (Forwards)



## Exemplo 1 (Forward sobre accións)

A empresa ZZ conta cunha carteira de 10.000 accións REP. Sabendo que precisará liquidez dentro de 3m, acorda có seu banco habitual a venda do paquete de accións REP por 24 eur nesa data de vto.

Comentarios:

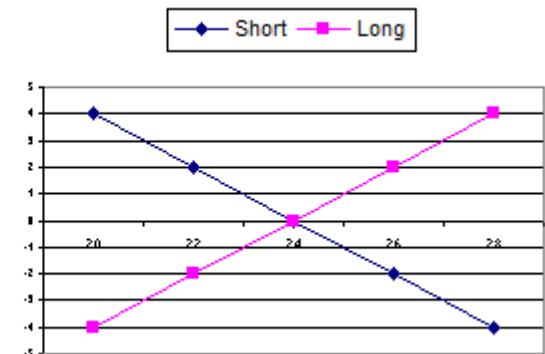
- A operación supón a contratación dun instrumento derivado: 'contrato a prazo', ou *forward*. Xenera novos dereitos e obrigacións relativos a un activo preexistente, xuridicamente separados deste e negociados separadamente.
- Activo subxacente: a carteira de accións REP
- Prezo pactado: 24 eur, é o prezo a prazo ou *prezo de entrega*.
- Implica dereitos e obrigas simétricas: a vencemento, o cliente está obrigado a entregar as accións e ten dereito a percibir 24 eur por cada unha delas; o banco viceversa, dereito a percibir as accións e obriga de abonar o importe.
- ZZ é *vendedor* do subxacente: ten un futuro vendido, ou '*posición curta*'. Cúbrese (beneficiase) de posibles caídas no prezo de REP nos vindeiros 3m, renunciando á posibilidade de beneficiarse se sube o prezo. O banco, pola contra, ten un futuro comprado ou '*long position*'. Beneficiase das subidas e renuncia aos beneficios das baixadas.

PAYOFFS a vencemento:

- posición longa  $payoff = S_T - K$

- posición curta  $payoff = K - S_T$

$S_T$	Resultado a vto.	
	ZZ (short)	Banco (long)
20	4	-4
22	2	-2
24	0	0
26	-2	2
28	-4	4



# II. Contratos a plazo (Forwards)

## □ Valoración dun Forward

PREGUNTA:

Se nun caso un axente é o beneficiado e outro o perxudicado, e viceversa, oferta e demanda estarán dacordo en fixar un prezo de intercambio para o cual as expectativas de gañancia e perdas sexan as mesmas para ambos. Como calculalo?

- Variables a considerar
  - Prezo ao contado,  $S_t$ , ou *Spot price*. Valor actual do subxacente (no momento  $t$ )
  - Prezo a prazo,  ${}_tF_T$ , ou *Forward price*. É o prezo de entrega para un contrato negociado no momento  $t$
  - Factores de influencia:
    - Expectativas dos axentes
    - Taxa libre de risco,  ${}_t r_T$ , correspondente ao periodo  $t \rightarrow T$
    - Outros (para bens físicos, almacenaxe, custodia, seguros, transporte...)
- Interpretación:
  - A valoración observada no mercado para un Forward depende das expectativas dos axentes sobre  $S_T$ , o valor a vencemento do subxacente...
  - ... pero limitada por unha condición de arbitraje: **Forward = spot + cost of carry**
  - Esa condición de arbitraje permite establecer un valor teórico do Forward (ou cando menos unha banda de fluctuación na que non existan oportunidades de arbitraje)
  - Esta dobre relación (expectativas – arbitraje) fai que mercado spot (o do subxacente) e mercado forward (o do derivado) estén interrelacionados, *‘arrastrando un polo outro’*.

} cost of carry

# II. Contratos a plazo (Forwards)

**NOTA 1** – Analizaremos só a valoración teórica (aínda que, como vimos, o valor na práctica depende de expectativas e é máis flexible)

**NOTA 2** – Iremos considerar como cost of carry únicamente a taxa libre de risco (isto é, consideramos os custos de almacenaxe, etc. despreciables)

**NOTA 3** – Por simplicidade (e dado que habitualmente traballaremos con vencementos inferiores a 1 ano) aplicaremos capitalización simple

- Polo tanto, para non existir oportunidades de arbitraje, o prezo a prazo debería ser...

$${}_t F_T = S_t (1 + {}_t r_T)$$

Forward e spot converxen a vencemento evitando arbitraje

# II. Contratos a plazo (Forwards)

## □ Forward sobre *commodities*

### ➤ **Exemplo 2** (Forward sobre *commodities*)

O prezo spot do ouro é de 800 \$/oz. e a taxa libre de risco a un ano é do 5%.

a) Calcular o valor teórico dun forward para a compra-venta de ouro a un ano

$$F = S_t(1 + r) = 800 \cdot (1 + 0,05) = 840\$$$

b) Que estratexia de arbitraje seguirías se...

**b.1) ... o forward se contratase a un prezo  $F = 850\$$**

▶ 1º Interpretar a situación: Forward caro, spot barato

- Estrat. • préstamo de 800\$ ao 5% anual e compramos ouro a 800\$
- Estrat. • vendemos contrato forward a un ano por 850\$
- A vto. • a vencemento, devolver o préstamo con xuros (840\$)...
- A vto. • ... e liquidar o forward (vendemos ouro, cobramos 850\$)

BFO da operación: 10\$ Rto subxacente:  $(850-800)/800 = 6,25\% > 5\%$

A oferta xeralizada de forwards presionará á baixa o seu prezo

**b.2) ... o forward se contratase a un prezo  $F = 810\$$**

▶ 1º Interpretar a situación: Forward barato, spot caro

- Estrat. • vendemos unha onza de ouro por 800\$ que investimos ao 5%
- Estrat. • compramos contrato forward a un ano por 810\$
- A vto. • a vencemento, retirar o investimento cós seus xuros (840\$)...
- A vto. • ... e liquidar o forward (mercamos ouro por 810\$)

BFO da operación: 30\$ Rto subxacente:  $(810-800)/800 = 1,25\% < 5\%$

A demanda xeralizada de forwards presionará á alza o seu prezo

# II. Contratos a plazo (Forwards)

## ➤ Exemplo 2 (continuación)

c) Un artesán contrata cun proveedor un *forward* polo que se compromete a comprar 1.000 onzas de ouro a 840 \$/oz. nun ano.

- Interpretación: forward comprado ou vendido?
- O resultado final da operación dependerá do prezo do ouro no mercado dentro dun ano:
  - i. Se un ano despois o ouro cotiza a 810 \$/oz.

- Resultado comprador:  $(810 - 840) \cdot 1.000 = - 30.000 \$$

- Resultado vendedor:  $(840 - 810) \cdot 1.000 = 30.000 \$$

$$\begin{aligned} \text{pq} \quad \text{payoff} &= S_T - K \\ \text{payoff} &= K - S_T \end{aligned} \quad \text{x nº contratos}$$

- ii. Se un ano despois o ouro cotiza a 850 \$/oz.

- Resultado comprador:  $(850 - 840) \cdot 1.000 = 10.000 \$$

- Resultado vendedor:  $(840 - 850) \cdot 1.000 = - 10.000 \$$

# II. Contratos a plazo (Forwards)

## □ FRAs

- *Forward Rate Agreement*, FRA. Contrato OTC a prazo onde **o subxacente é un tipo de xuro**
- Tipo fixo contratado no FRA, tipo variable observado no mercado nunha data (p.ex. euribor)
- Non hai intercambio de principal, senón liquidación por diferencias
- Partícipes:
  - a) Comprador: busca cubrirse fronte a subidas do tipo de xuro
    - Prestatario a tipo variable
    - Prestamista a tipo fixo

Fluxo de caixa: Tipo variable – Fixo contratado no FRA
  - b) Vendedor: busca cubrirse fronte a baixadas do tipo de xuro
    - Prestatario a tipo fixo
    - Prestamista a tipo variable

Fluxo de caixa: Fixo contratado no FRA – Tipo variable
- Os prazos exprésanse como quebrados (p.ex. 3/6)
  - Numerador: nº meses desde a data que se pacta o contrato ata que se comeza a actuar (espera)
  - Denominador: meses desde a data que se pacta o contrato ata que se deixa de actuar (total)
  - A diferenza entre ambos expresa o tempo de execución do contrato FRA

# II. Contratos a plazo (Forwards)



## Exemplo 3 (FRA, exemplo prestatario)

A 01.07.2011 a empresa ZSA sabe que o 01.10.2011 terá que endebedarse por 5 millóns de euros durante 3 meses (ata o 01.01.2012) a tipo variable EURIBOR + 1%. Decide pactar coa súa entidade de crédito habitual a compra dun FRA 3/6 a tipo fixo 3%.

- Interpretación: prestatario a tipo variable buscando cubrirse de subidas no tipo de xuro → compra FRA
- A 01.10.2011 obsérvase o Euribor
  - i. Euribor3m = 2,25%
    - Resultado débeda (01/01/2012):  $5M \cdot (-3,25\%) \cdot (3/12) = -40.625$  eur
    - Resultado FRA (01/01/2012):  $5M \cdot (3,25\% - 3\%) \cdot (3/12) = 3.125$  eur
    - Rendemento neto (01/01/2012):  $[(-40.625 + 3.125) / 5M] \cdot (12/3) = -3\%$
  - ii. Euribor3m = 1,5%
    - Resultado débeda (01/01/2012):  $5M \cdot (-2,5\%) \cdot (3/12) = -31.250$  eur
    - Resultado FRA (01/01/2012):  $5M \cdot (2,5\% - 3\%) \cdot (3/12) = -6.250$  eur
    - Rendemento neto (01/01/2012):  $[(-31.250 - 6.250) / 5M] \cdot (12/3) = -3\%$
- Resultado: a empresa sabe de antemán que o custo da débeda contraída de 5M será sempre do 3%, independentemente de que eso lle favoreza (tipo variable á alza) ou lle perxudique (euribor á baixa)

NOTA: É práctica habitual que o FRA se liquide na mesma data que se observa o euribor (i.e., na data na que o FRA comeza a actuar), polo que habería que calcular o VA do resultado do FRA (3.125 eur e -6.250 eur, respectivamente) a día 01.10.2012.

En calquer caso, ao ser derivados OTC as partes poden pactar as condicións que sexa, polo que nós imos prescindir dese cálculo.

# II. Contratos a plazo (Forwards)



## Exemplo 4 (FRA, exemplo prestamista)

A 01.06.2011 a empresa PSL sabe que a 01.08.2011 terá un excedente de 500.000 eur dispoñible para investir durante 6 meses (ata o 01.02.2012) a tipo variable EURIBOR – 0,10%. Pacta coa súa entidade de crédito habitual a venta dun FRA 2/8 a tipo fixo 2%.

- Interpretación: prestamista a tipo variable buscando cubrirse de baixadas no tipo de xuro → venta FRA
- A 01.08.2011 obsérvase o Euribor
  - i. Euribor6m = 2,5%
    - Resultado investimento (01/02/2012):  $0,5M \cdot (2,4\%) \cdot (6/12) = 6.000$  eur
    - Resultado FRA (01/02/2012):  $0,5M \cdot (2\% - 2,4\%) \cdot (6/12) = - 1.000$  eur
    - Rendemento neto (01/02/2012):  $[(6.000 - 1.000) / 0,5M] \cdot (12/6) = 2\%$
  - ii. Euribor6m = 1,5%
    - Resultado investimento (01/01/2012):  $0,5M \cdot (1,4\%) \cdot (6/12) = 3.500$  eur
    - Resultado FRA (01/01/2012):  $0,5M \cdot (2\% - 1,4\%) \cdot (6/12) = 1.500$  eur
    - Rendemento neto (01/01/2012):  $[(3.500 + 1.500) / 0,5M] \cdot (12/6) = 2\%$
- Resultado: a empresa sabe de antemán que o retorno do investimento de 0,5M será sempre do 2%, independentemente de que eso lle favoreza (tipo variable á baixa) ou lle perxudique (euribor á alza)



# II. Contratos a plazo (Forwards)

## □ FXAs

- *Forward Exchange Agreement, FXA* ('seguro de cambio').
- Def.: Contrato OTC a plazo onde **o subxacente son divisas**
- Características
  - Permite cubrir riscos asociados a fluctuacións do tipo de cambio (de ahí o nome 'seguro de cambio')
  - Pode haber intercambio de principal ou liquidación por diferencias, segundo se explicita no contrato
  - Son contratados habitualmente entre unha empresa exposta a tipo de cambio e unha entidade financeira
- Partícipes:
  - a) Comprador: busca cubrirse fronte a subidas do tipo de cambio

$$\text{Payoff} = \text{t.c.} - \text{tipo contratado no FXA}$$
  - b) Vendedor: busca cubrirse fronte a baixadas do tipo de cambio

$$\text{Payoff} = \text{tipo contratado no FXA} - \text{t.c.}$$

# II. Contratos a plazo (Forwards)



## Exemplo 5 (FXA)

Unha empresa europea sabe que dentro de 3 meses recibirá 2M \$.

a) Para cubrirse dunha potencial caída do dólar... que debe facer?

Fronte a baixadas no tipo de cambio (expresado en euros por dólar) debemos contratar un forward vendido (short, posición curta)

b) A empresa vende un FXA a 0,80 €//\$

- Tres meses despois, o resultado da operación dependerá do tipo de cambio:
  - i. Se sube a 0,84 €//\$
    - Cobro:  $2M \$ \cdot 0,84 \text{ €/} \$ = 1.680.000 \text{ eur}$
    - Resultado FXA:  $2M \$ \cdot (0,80 - 0,84) \text{ €/} \$ = - 80.000 \text{ eur}$
    - Resultado cobertura:  $[(1.680.000 - 80.000) \text{ €} / 2M \$] = 0,80 \text{ €/} \$$
  - ii. Se cae a 0,78 €//\$
    - Cobro:  $2M \$ \cdot 0,78 \text{ €/} \$ = 1.560.000 \text{ eur}$
    - Resultado FXA:  $2M \$ \cdot (0,80 - 0,78) \text{ €/} \$ = 40.000 \text{ eur}$
    - Resultado cobertura:  $[(1.560.000 + 40.000) \text{ €} / 2M \$] = 0,80 \text{ €/} \$$
- Resultado: a empresa sabe de antemán o importe en euros que percibirá, independentemente da evolución futura do tipo de cambio.

# SUMARIO

---

## I. Derivados financeiros

- Fundamentos
- Tipoloxía

## II. Forwards

- FRAs

## III. Futuros

- Futuros vs Forwards
- Futuro sobre accións
- Futuro sobre tipo de xuro
- Outros

# III. Futuros

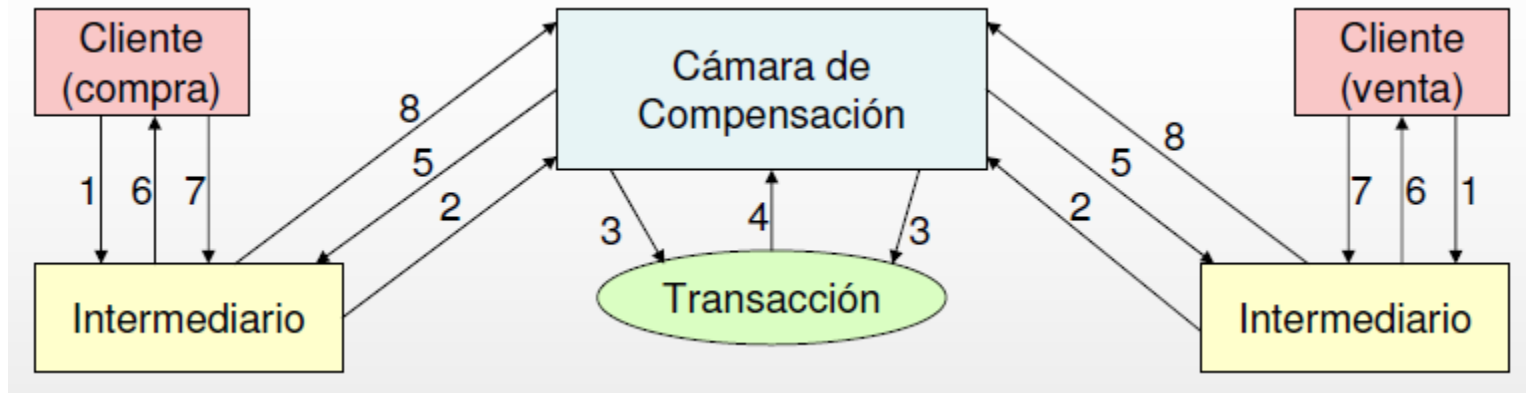
## □ Futuros. Introducción

- **DEF:** Contratos a plazo normalizados sobre subxacentes estandarizados que se negocian en mercados organizados.
- Características
  - un futuro especifica de antemán os parámetros principais do contrato: subxacente, vencemento e modo/momento de liquidación
  - é un contrato irrenunciable e intransferible: desfacer unha posición en futuros require compensar cunha posición contraria.
  - Cámara de compensación: actúa entre as dúas partes dun contrato (non hai relación directa entre comprador e vendedor), rexistra e casa as ordes de compra-venta, exige aportación de depósitos de garantía, compensa perdas e ganancias, e establece límites operativos de risco así como en xeral a operativa básica de funcionamento do mercado.
- Mercado de Futuros en España: MEFF (Mercado Español de Futuros Financieros)
  - Mercado de futuros e opcións sobre divisas, accións, índices bursátiles, débeda pública e outros
  - Recentemente (marzo.11) inclúe o rexistro de futuros e swaps OTC sobre enerxía (electricidade)

**Nota** – Habitualmente un futuro ten por subxacente un múltiplo (de accións, etc). P. ex., en MEFF un futuro (idem unha opción) sobre accións ten por subxacente 100 accións, mentras un futuro sobre ibex35 ten por multiplicador 10 euros ('mini ibex' multiplicador 1), etc.

# III. Futuros

## ■ Procedemento de negociación nos mercados de futuros



1. O cliente solicita ao intermediario unha orde (compra ou venda)
2. O intermediario traslada a orde á Cámara de Compensación (CdC)
3. Casamento de ordes
4. Rexistro da(s) orde(s) na CdC
5. Infórmase da transacción executada ao intermediario e solicítanse a garantía inicial e comisión cobrada pola CdC
6. Infórmase da transacción ao cliente e solicítanse garantía inicial e comisión do intermediario
7. Pago da garantía inicial (e comisión do cliente ao intermediario)
8. Pago da garantía inicial (e comisión do intermediario á CdC)

Unha vez o futuro comeza a cotizar, ademáis da garantía inicial solicítase unha garantía de mantemento que se regulariza diariamente en función da valoración do derivado

# III. Futuros

## ❑ Futuros vs Forward

	FUTUROS	FORWARDS
<b>Tipo de mercado</b>	Organizado	Non organizado
<b>Mercado</b>	Sede concreta	Calquera
<b>Relación entre as partes</b>	Anónima (a través da Cámara de Compensación)	Bilateral
<b>Vencemento</b>	Estándarizado	Negociable
<b>Condições do contrato</b>	Estándar (excepto o prezo)	A medida
<b>Prezo</b>	Cotización	Negociable
<b>Depósitos</b>	Fixado pola Cdc	Non existen
<b>Vixencia do contrato</b>	Cancelable por compensación ('peche de posición')	Vixente ata vencemento
<b>Obxecto do contrato</b>	Liquidez e seguridade	Entrega física
<b>Actualización</b>	Diaria	Non existe
<b>Límite de fluctuación diaria</b>	Regulado pola CdC	Libre
<b>Risco de insolvencia</b>	Asumido pola CdC	Asumido polas partes
<b>Información sobre prezos</b>	Pública	Pouco transparente
<b>Perdas e ganancias</b>	Diaria e a vencemento	A vencemento
<b>Cumplimento</b>	Entrega física (inusual) Liquidación monetaria Cancelación anticipada	Entrega física

# III. Futuros

## 📄 Futuro sobre acciones

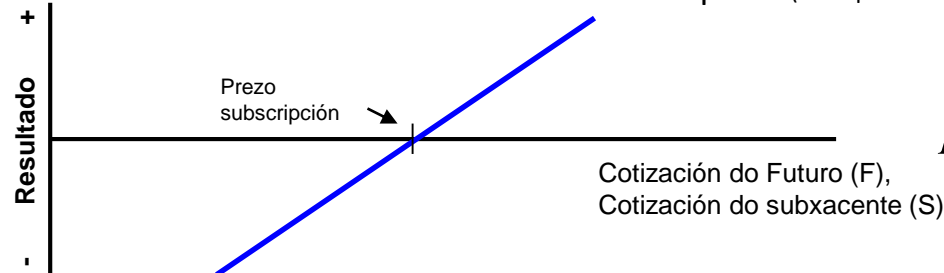
■ **Prezo teórico** (Condición de arbitraje)

$${}_t F_T = S_t (1 + {}_t r_T)$$

■ **Posicións**

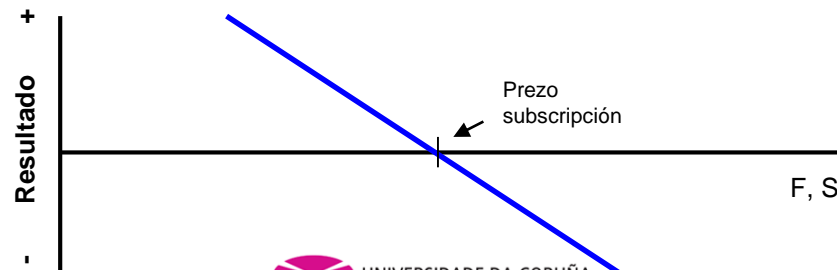
i. Long: compra de acciones a vencemento a un prezo predeterminado.

obxectivo: cobertura fronte a futuras subidas do prezo (ou especulación)



ii. Short: venta de acciones a vencemento a un prezo determinado.

obxectivo: cobertura fronte a futuras baixadas do prezo (ou especulación)



# III. Futuros



## Exemplo 6

a) A 15.03.2011 compramos ao contado 1.000 accións IBE a 6,45 eur. Para cubrir o risco en carteira, que posición debemos tomar nun futuro sobre accións?

Resposta: queremos cubrirnos dun risco á baixa no prezo → vender 10 futuros sobre IBE

b) Contratamos unha posición curta nun futuro sobre IBE, vencemento 15.06.2011, por 6,50 eur. Cal é a taxa (teórica) libre de risco?

Resposta:  ${}_t F_T = S_t (1 + r \cdot \frac{92}{365}) \rightarrow 6,5 = 6,45 [1 + (r \cdot \frac{92}{365})]$   
 $r = 3,08\%$

Nos forwards (OTC) traballabamos con meses. Os futuros liquidan diariamente, traballamos con días

c) Analizar a efectividade da cobertura a vencemento se a cotización do subxacente é 1. 7 eur; 2. 6 eur

- Cotización a 7 euros**
  - Resultado nas accións:  $1.000 \cdot (7 - 6,45) = 550$  eur
  - Resultado nos futuros:  $(10 \times 100) \cdot (6,5 - 7) = - 500$  eur  $\longrightarrow$   $payoff = K - S_T$
  - Resultado neto: 50 eur
  - Rendemento neto da operación:  $[(550 - 500) / 6.450] \cdot (365/92) = 3,08\%$
- Cotización a 6 euros**
  - Resultado nas accións:  $1.000 \cdot (6 - 6,45) = - 450$  eur
  - Resultado nos futuros:  $(10 \times 100) \cdot (6,5 - 6) = 500$  eur  $\longrightarrow$   $payoff = K - S_T$
  - Resultado neto: 50 eur
  - Rendemento neto da operación:  $[(550 - 500) / 6.450] \cdot (365/92) = 3,08\%$

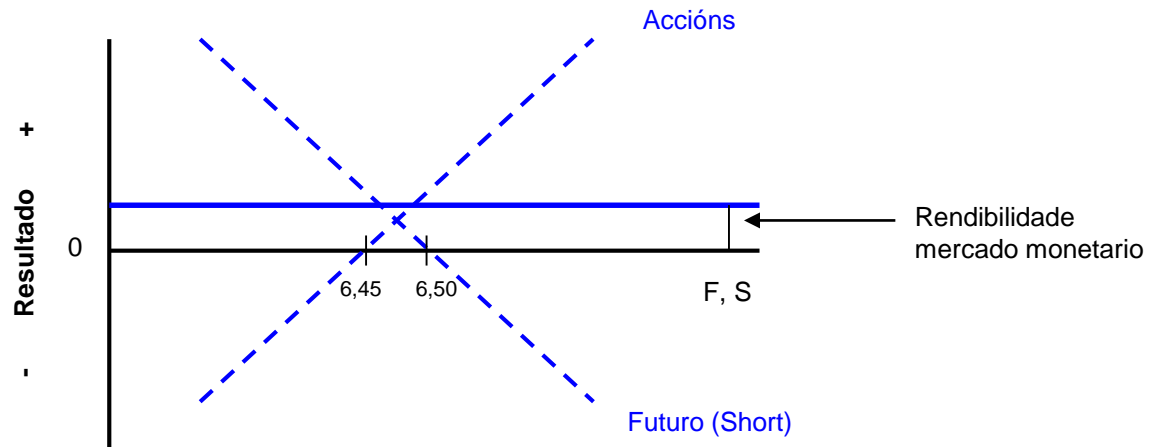


# III. Futuros



## Exemplo 6 (continuación)

• Gráficamente



**d) Peche posición: 1 mes despois a cotización IBE caeu tanto que consideramos asumible o risco á baixa.**

• Pechamos posición comprando 10 contratos de futuro (long position, mesmo vto) sobre IBE a 6,20

• Analizar resultado a vencemento se o subxacente vale 1. 7 eur; 2. 6 eur

1.	Cotización a 7 euros	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resultado posición curta: <math>(10 \times 100) \cdot (6,5 - 7) = -500</math> eur</li> <li>• Resultado posición longa: <math>(10 \times 100) \cdot (7 - 6,2) = 800</math> eur</li> </ul>	}	Neto 300 eur
2.	Cotización a 6 euros	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resultado posición curta: <math>(10 \times 100) \cdot (6,5 - 6) = 500</math> eur</li> <li>• Resultado posición longa: <math>(10 \times 100) \cdot (6 - 6,2) = -200</math> eur</li> </ul>	}	Neto 300 eur

# III. Futuros

## □ Futuro sobre índices

### ▪ Toda cobertura exige

- i. que a data final do periodo de cobertura e o vencemento do futuro coincidan
- ii. que a carteira a cubrir e o subxacente do futuro sexan iguais
- iii. que o futuro estexa ben valorado (que non haxan oportunidades de arbitraje)

Risco de **Maturity mismatch**

Risco de correlación,  
**Asset mismatch**

### ▪ Futuros sobre índices.

Máis habituais que os futuros sobre accións (en MEFF apenas 10 futuros con *open interest*\* significativo) SON os futuros sobre índices

Ex., en MEFF, Futuro Ibex-35 (multiplicador 10 eur) e Futuro Mini Ibex-35 (multiplicador 1).

Dado que a carteira a cubrir e o subxacente do futuro son diferentes, existe risco de correlación (Asset mismatch) nas operacións de cobertura

→ Polo tanto (pola condición ii.) as operacións de cobertura exixirán calcular unha ratio de cobertura:

$$\text{nº contratos a vender} = \frac{\text{Valor monetario da carteira de accións} \times \text{Beta promedio da carteira}}{\text{Índice bursátil ao contado} \times \text{Multiplicador}}$$

\* **Open interest**, ou interese aberto, é o número de contratos dun derivado (futuro, opción, etc.) abertos nun momento de tempo dado.

É un indicador de actividade e liquidez nun mercado de derivados para un subxacente concreto

# III. Futuros

## ■ Garantías na CdC:

Os futuros non requiren investimento inicial, pero si o depósito dunha garantía ante a CdC.

- Exs.(a 2012): 8.000 eur Ibex, 800 eur Mini Ibex, 2.500 eur Eurex, 10-15% accións RV España, etc.
- A garantía é regularizada diariamente en función da cotización do futuro
- A variación na garantía expresa a gañancia ou perda temporal no derivado
- Requerirase a renovación íntegra da garantía cando as perdas consuman unha porcentaxe indicada de antemán

## ■ Apancamento dos derivados e rendibilidade

Consecuentemente, os futuros (todos os derivados en xeral) son instrumentos de investimento fortemente apancados.

- Exs.: Ibex e Mini Ibex apancados 10 veces (aprox, dato para Ibex a 12.000 puntos), 7- 8 veces os futuros sobre accións españolas, 40 veces o futuro sobre euribor en Eurex, etc.

Consecuencia: os futuros (derivados en xeral) proporcionan expectativas de rendibilidade (ou de sufrir perdas!) moi por riba de calquer outro investimento

- convertíronse en instrumentos máis empregados para operacións de especulación (apostas alcistas ou baixistas, ver T.15 sobre opcións) que operacións de cobertura como as analizadas neste tema.

Ver **Exercicio 7**

# III. Futuros

## ☐ Outros tipos de Futuro

### 1. Futuro sobre tipos de xuro

- Os futuros de referencia na zona Euro son os '*contratos sobre bono nocional*' negociados en Eurex (Frankfurt). Toman como referencia un bono teórico (ficticio) deseñado polo mercado para poder usalo como subxacente. (En MEFF, futuro sobre 'Bono 10')

✓ Consecuencia: Posición longa nun futuro sobre tipos de xuro = bono comprado (e viceversa)

#### ■ Posicións

- Long: compra do bono ficticio a vencemento a un prezo predeterminado.  
obxectivo: cobertura fronte a futuras baixadas no tipo de xuro

Fluxo de caixa:

Tipo fixo – Tipo variable de referencia

- Short: venda do bono ficticio a vencemento a un prezo determinado.  
obxectivo: cobertura fronte a futuras subidas no tipo de xuro

Fluxo de caixa:

Tipo variable de referencia – Tipo fixo

Ao revés que nun FRA

- Cotización do futuro:  $(1 - \text{tipo de xuro}) \times 100$  (3 decimais) ← Non imos ver como se calcula na práctica
- Liquidacións a vencemento non habituais, entrégase débeda pública alemá 8 – 10 anos.

# III. Futuros

## 2. Futuro sobre renda fixa

- Válidos para cobertura de tipos de xuro pero empregando directamente un título de renda fixa (e.g. Bund alemán, Bonos del Tesoro español, etc.)

## 3. Futuro sobre tipos de cambio

- Mesma utilidade que os forward sobre tipos de cambio vistos...
- ... pero a operativa inclúe unha cotización oficial e 'ticks' de variación que non imos estudar

## 4. Futuro sobre *commodities*

- Habituais por exemplo para a operativa con barrís de petróleo.

## 5. etc.

# Cuestionario tipo TEST

## Sinala a resposta INCORRECTA

- a) Os derivados non subministran financiamento, pero permiten transferir riscos no subxacente dun axente a outro
- b) A principal vantaxe de negociar derivados OTC é a súa flexibilidade; o inconvinte: os maiores riscos asumidos
- c) Nos *forward* o depósito dunha garantía inicial que se regulariza diariamente é requisito imprescindible
- d) A valoración dun futuro ou *forward* depende das expectativas dos axentes sobre o valor do subxacente a vencemento, pero limitada por unha condición de arbitraje entre os mercados *spot* e *forward*

## No uso de futuros e *forwards* en estratexias de cobertura...

- a) Usaremos unha posición longa nun futuro sobre accións para cubrinos fronte a futuras baixadas do prezo da acción
- b) Para cubrinos fronte a futuras subidas do tipo de xuro empregaremos un futuro vendido sobre tipos de xuro
- c) Compraremos un FRA se somos prestamistas a tipo variable, para cubrinos fronte a baixadas no tipo de xuro
- d) Ningunha das anteriores é correcta

# TEMA 12

## Opcións

# BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- I. **Hull, J. C. (2009), *Introducción a los mercados de futuros y opciones*, Pearson.**
- II. Piñeiro, C., de Llano, P. (2009), *Principios y modelos de dirección financiera*, Andavira.
- III. **Piñeiro, C., de Llano, P. (2010), *Dirección financiera, un enfoque centrado en valor y riesgo*, Delta.**
- IV. Suárez, A. (2005), *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*, 21 edición, Pirámide.



# SUMARIO

---

- I. **Fundamentos das Opcións financeiras**
- II. Clasificación e perfís de risco
- III. Valoración de opcións
  - Opcións. Valor e resultado
  - Valoración de opcións polo método binomial
  - Valoración de opcións pola fórmula de Black & Scholes
- IV. Análise de sensibilidade
- V. Estratexias con opcións

# I. Fundamentos das opcións

## □ Fundamentos das opcións financeiras

- **Opcións:** Contratos que outorgan ao comprador o dereito, pero non a obriga, a decidir unilateralmente se compra ou vende previo pago dunha prima (prezo da opción)...
  - certa cantidade dun subxacente específico
  - nunha data preestablecida ('opción europea') ou durante un periodo de tempo ('opción americana')
  - a un prezo pactado de antemán (*strike* ou prezo de exercicio)
- **Warrants:** Contratos autónomos ou incorporados a certos bonos, pero negociables separadamente deles, que outorgan ao comprador o dereito a adquirir...
  - un número de accións da entidade emisora
  - nunha data (ou periodo) preestablecida
  - a un prezo pactado de antemán
- Diferencia warrants vs opcións:
  - warrants emitidos pola propia empresa
  - con repercusións futuras no balance
  - instrumentos de máis longo prazo
  - **Warrants: asociados á emisión de obrigacións convertíbeis. Implican a emisión de novas accións → repercuten no balance**
  - **Opcións (en mercados organizados ou OTC): instrumentos de curto prazo referidos a un subxacente xa existente**

# I. Fundamentos das opcións

## ■ Características

- Asimetría:       - Obriga para o vendedor  
                      - Dereito para o comprador (ten potestade para decidir)
- Prima (prezo da opción que o comprador paga ao vendedor polo dereito a executar a opción)
- Subxacente:     - Activos financeiros: accións, renda fixa, índices, divisas, etc.  
                      - Derivados financeiros: opcións sobre futuros, opcións compostas (opc. sobre opcións)  
                      - Outros: ver opcións exóticas
- Prezo de exercicio, *strike price*
- Data de vencemento
- Apancamento
- Negociables tanto en mercados organizados como en OTC
- VANTAGES       - Non limitan as posibilidades de aproveitar movementos favorables  
                      - Gran flexibilidade para estratexias de cobertura
- INCONVENIENTES   - Máis caras que outros instrumentos de cobertura  
                      - Nos mercados OTC poden encarecerse e/ou ser instrumentos pouco líquidos

# SUMARIO

---

- I. Fundamentos das Opcións financeiras
- II. Clasificación e perfís de risco**
- III. Valoración de opcións
  - Opcións. Valor e resultado
  - Valoración de opcións polo método binomial
  - Valoración de opcións pola fórmula de Black & Scholes
- IV. Análise de sensibilidade
- V. Estratexias con opcións

# II. Clasificación e perfís de risco

## ☐ Opcións. Tipoloxía

### ▪ Opcións estándar (*'plain vanilla'*).

Segundo a natureza do dereito, distinguimos:

- Opcións de compra, *call*
- Opcións de venda, *put*

Para cada unha existen dúas posibles posicións:

- Long position (comprador da opción, ten o dereito)
- Short position (vendedor da opción, ten a obriga)

	CALL	PUT
Long	Dereito a comprar	Dereito a vender
Short	Obriga de vender (se o require o comprador)	Obriga de comprar (se o require o comprador)

Táboa (1)

### ▪ Opcións segundo o momento de exercicio

- Opcións Europeas: executables só na data de expiración
- Opcións Americanas: executables ata a data de expiración

As opcións plain vanilla, nas súas 4 posicións alternativas, determinan os 4 perfís de risco fundamentais nas estratexias con opcións. Adicionalmente, eses 4 perfís pódense corresponder ben con opcións executables só a vencemento (Europeas) ou en calquer momento ata vencemento (Americanas).

Eses 8 tipos de opcións serán o obxectivo de estudo na presente asignatura. Pero debemos saber que hai moito máis...

# II. Clasificación e perfís de risco

## ☐ Opcións. Tipoloxía (continuación)

- Opcións exóticas → Modifican unha ou varias características convencionais das opcións estándar

### Características diferenciais:

- Determinación do strike ou do prezo do subxacente
  - Opcións con memoria (o resultado non depende só do valor final do subxacente, tamén da evolución durante a vida da opción): opcións asiáticas, barreira, lookback, ladder, cliquet, shout...
  - Opcións con relación de pagos modificada: opcións dixitais ou binarias, opcións con prima continxente...
- Elección do propio subxacente e número de subxacentes
  - Opcións Rainbow (2 ou máis subxacentes): opcións basket, best of, worst of, spread, quanto...
- Condicións de pago da prima
- Modificación das datas de vencemento
  - Opcións time dependent: opcións bermuda ('case americanas'), chooser, forward start...
- Mecanismos de activación e desactivación da opción
- Outras → Opcións sobre opcións (primas moi baixas), opcións de apancamento (primas elevadas: power, ballon ou turbo)

### ▪ VANTAXES das opcións exóticas

- mellora de rendementos
- primas máis baratas (reducción de custos)
- maior flexibilidade

### ▪ INCONVINTES das opcións exóticas

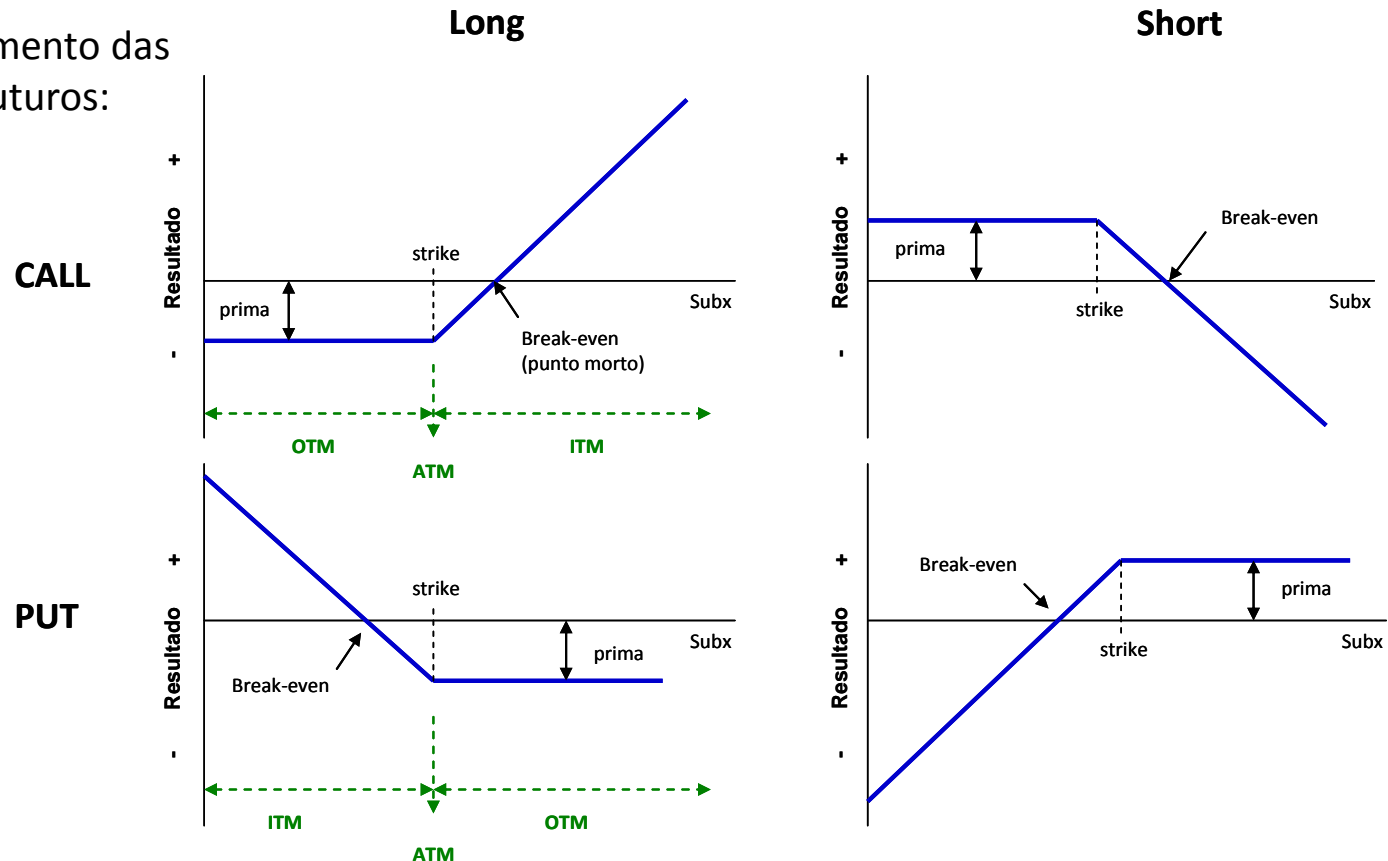
- mercado exclusivamente OTC e liquidez restrinxida
- mercado asimétrico (short pouco demandado)
- perfil de risco complexo

# II. Clasificación e perfís de risco

## ☐ Opcións. Perfís de risco

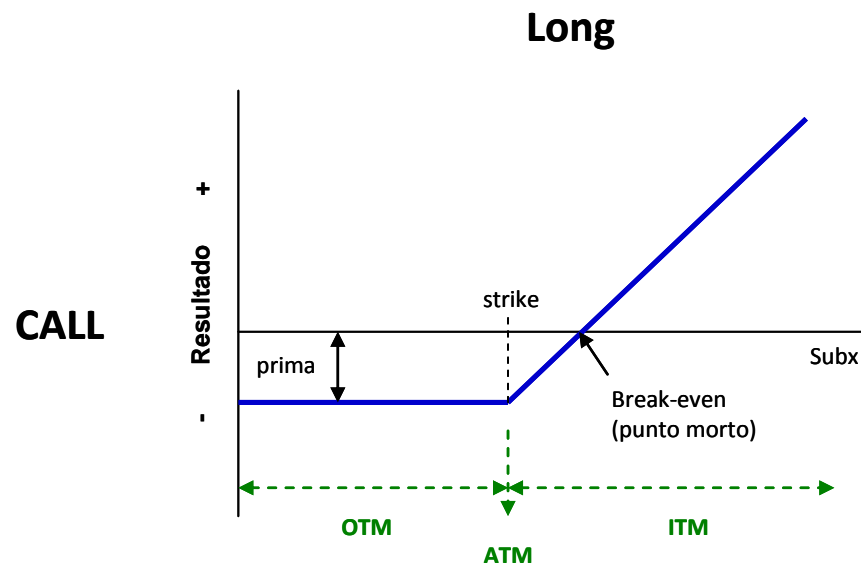
**IDEA.** O perfil risco – rendemento das opcións é diferente á dos futuros:

- Futuros: beneficios e perdas ilimitados (tanto long como short position)
- Opcións: o perfil risco – rdto dependerá da combinación da **táboa (1)** elegida →



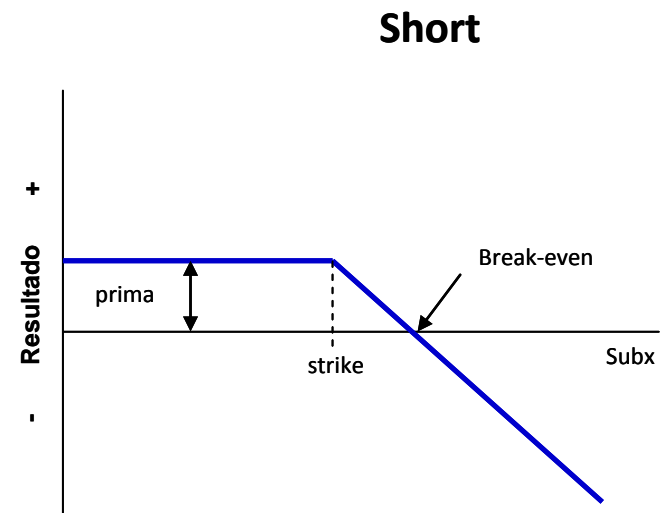
# II. Clasificación e perfís de risco

## ☐ Opcións. Perfís de risco



Compra dunha CALL (*long call*): pagamos unha prima (máx. perda) polo **dereito a comprar S** ao prezo de exercicio.

- $S < X \rightarrow$  Opción non executada, perda = prima
- $X < S < \text{break-even} \rightarrow$  Opción executada, perda < prima
- $S > \text{breakeven} \rightarrow$  Opción executada, beneficio



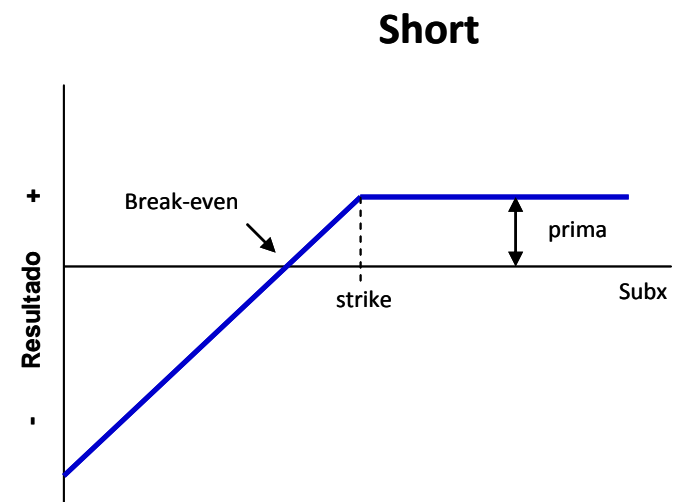
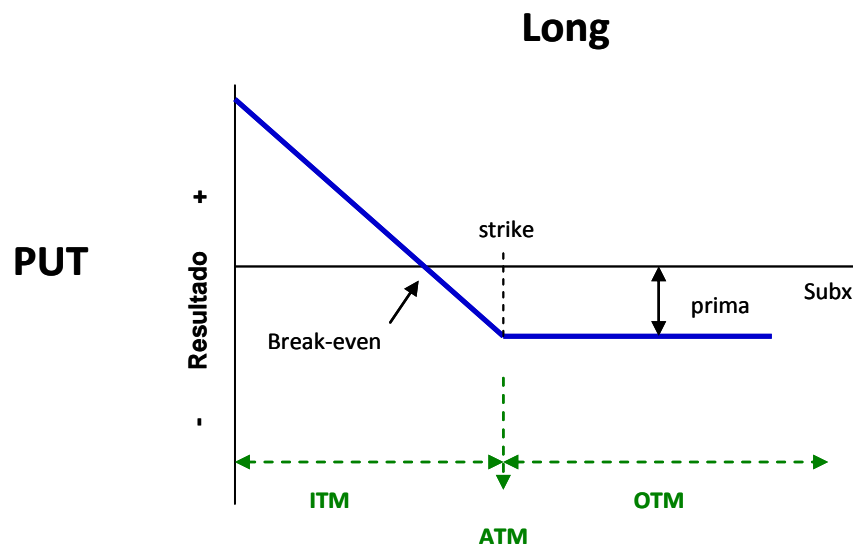
Venta dunha CALL (*short call*): cobramos unha prima (máx. bfo.) pola **obriga de vender S** ao prezo de exercicio (só no caso de que a opción sexa executada polo comprador)

- $S < X \rightarrow$  Opción non executada, beneficio = prima
- $X < S < \text{break-even} \rightarrow$  Opción executada, beneficio < prima
- $S > \text{breakeven} \rightarrow$  Opción executada, perda



# II. Clasificación e perfís de risco

## ☐ Opcións. Perfís de risco



Compra dunha PUT (*long put*): pagamos unha prima (máx. perda) polo **dereito a vender S** ao prezo de exercicio.

- $S < \text{breakeven}$  → Opción executada, beneficio
- $\text{break-even} < S < X$  → Opción executada, perda < prima
- $X < S$  → Opción non executada, perda = prima

Venta dunha PUT (*short put*): cobramos unha prima (máx. bfo.) pola **obriga de comprar S** ao prezo de exercicio (só no caso de que a opción sexa executada polo comprador)

- $S < \text{breakeven}$  → Opción executada, perda
- $\text{break-even} < S < X$  → Opción executada, beneficio < prima
- $X < S$  → Opción non executada, beneficio = prima

# SUMARIO

---

- I. Fundamentos das Opcións financeiras
- II. Clasificación e perfís de risco
- III. **Valoración de opcións**
  - Opcións. Valor e resultado
  - Valoración de opcións polo método binomial
  - Valoración de opcións pola fórmula de Black & Scholes
- IV. Análise de sensibilidade
- V. Estratexias con opcións

# III. Valoración de opciones

## ☐ Opciones. Valor e resultado

I. O valor (prezo ou prima) dunha opción desglósase en...

$$\text{Prima} = \text{Valor intrínseco} + \text{Valor temporal}$$

### ▪ Valor intrínseco

- Def.: diferenza entre o prezo de contado ( $S$ ) e o prezo de exercicio (*strike*,  $X$ )
  - In the money (ITM): a opción é exercida (máis favorable o prezo de exercicio que o mercado)
  - At the money (ATM): indiferente exercer a opción ou non (mesmas condicións que o mercado)
  - Out of the money (OTM): a opción non é exercida (strike menos favorable que o mercado)
- Consecuencia: o valor intrínseco é sempre positivo ou cero:

$$\text{Long CALL} \quad \max\{S_t - X, 0\}$$

$$\text{Long PUT} \quad \max\{X - S_t, 0\}$$

### ▪ Valor temporal

- Def.: expectativa de cambio no valor intrínseco ata a expiración

II. O resultado dunha operación con opcións...

- Def.: é o beneficio ou perda tras a expiración
- Ten en conta valor intrínseco e importe da prima

# III. Valoración de opciones



## Exemplo 1

En [www.meff.es](http://www.meff.es) temos as seguintes opcións europeas sobre Telefónica:

1. opción CALL, vto. 17-06-2011, strike 17,50 eur, prima 0,45 eur;
2. opción PUT, vto. 17-06-2011, strike 18 eur, prima 0,85 eur.

- a) Analizar valor intrínseco e resultados das posicións long e short se o prezo ao contado de Telefónica é, respectivamente, 17 eur, 17,50 eur, 18 eur e 18,50 eur.
- b) Cal é o break-even?
- c) Representar gráficamente.

CALL				
S	Valor intrínseco		Rtdo long	Rtdo short
17,0	0	OTM	-0,45	0,45
17,5	0	ATM	-0,45	0,45
18,0	0,5	ITM	0,05	-0,05
18,5	1,0	ITM	0,55	-0,55

Punto morto:  $S = 17,95$  eur

PUT				
S	Valor intrínseco		Rtdo long	Rtdo short
17,0	1	ITM	0,15	-0,15
17,5	0,5	ITM	-0,35	0,35
18,0	0	ATM	-0,85	0,85
18,5	0	OTM	-0,85	0,85

Punto morto:  $S = 17,15$  eur

**NOTA:** No mercado español (MEFF), unha opción = dereito de compra ou venda sobre 100 accións.

O prezo a desembolsar por unha opción sería, neste exemplo, 45 eur para CALL e 85 eur para PUT. Os resultados na táboa, polo tanto, tamén se verían multiplicados na práctica por 100.

# III. Valoración de opciones

## □ Propiedades básicas dos prezos das opcións

- **Idea:** No exemplo anterior comparamos valor intrínseco e resultado. Pero o valor da prima dunha opción depende, ademáis do valor intrínseco (VI), do seu valor temporal (VT). VI depende da relación *spot vs strike*; calcular VT require analizar todos os factores que poden influir na evolución de  $S_t$  no tempo. Para iso, vexamos antes as propiedades que cumpren os prezos das opcións

- Os prezos das opcións CALL satisfacen as seguintes relacións:

- $C(S, \tau, X) \geq c(S, \tau, X)$
- $C(S, \tau, X_1) \leq C(S, \tau, X_2) \rightarrow X_1 \geq X_2$
- $C(S, \tau_1, X) \geq C(S, \tau_2, X) \rightarrow \tau_1 \geq \tau_2$
- $C(S, \tau, X) \leq S$  (só se  $C(S, \tau, 0) = S$ )
- $C(0, \tau, X) = c(0, \tau, X) = 0$

- Se o subxacente da opción non paga dividendos, cúmplase que...

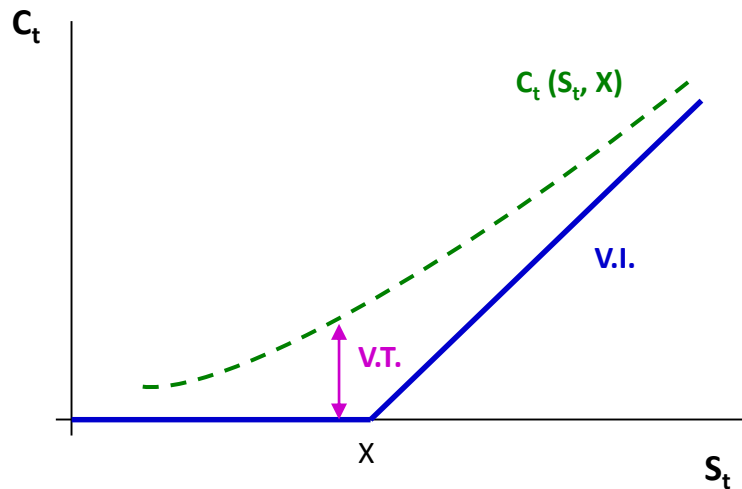
- $C(S, \tau, X) \geq \max\{S - X e^{-r\tau}, 0\}$  ← **Un CALL Americano sempre vale como mínimo o seu VI**

...polo que un CALL Americano sobre un subxacente que non paga dividendos nunca será exercitado antes de vencemento:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Valor do CALL antes de vencemento: } S_t - X e^{-r\tau} \\ \text{Valor do CALL se é executado: } S_t - X \end{array} \right\} S_t - X < S_t - X e^{-r\tau} \text{ se } r > 0 \text{ excepto para } \tau = 0$$

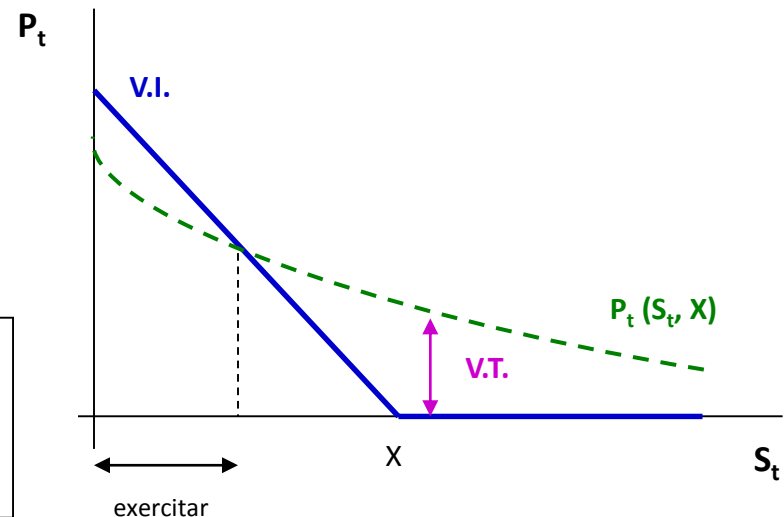
Polo tanto,  $C(S, \tau, X) = c(S, \tau, X)$  sempre que  $S$  non pague dividendos

# III. Valoración de opciones



No caso dos CALL Americanos (se o subx. non paga dividendo), o seu valor sempre é superior ao seu V.I., polo que só se executará a vencemento

No caso dos PUT Americanos, se o derivado está o suficientemente ITM, o valor do PUT pode ser inferior ao seu V.I., polo que nese caso exercitaríase anticipadamente a opción



# III. Valoración de opciones

- O resultado anterior non aplica a PUT Americano. Un PUT Americano si será executado se está suficientemente *in the money*:

Se  $S_t$  cae ata cumprirse  $S_t < X - X e^{-rT} \rightarrow$  executar o PUT reporta  $X - S_t > X e^{-rT}$  (polo tanto  $> X$  en  $T$ )

- **Paridade PUT – CALL**

Para subxacentes que non pagan dividendos cúmplase

- Opcións Europeas  $p(S, \tau, X) = c(S, \tau, X) - S + X e^{-rT}$
- Opcións Americanas  $P(S, \tau, X) \geq C(S, \tau, X) - S + X e^{-rT}$  ← Pq  $C = c$  pero  $P \geq p$

Dem.: a vencemento, payoff PUT =  $\max\{X - S_T, 0\}$ , payoff dereita =  $\max\{S_T - X, 0\} - S_T + X = \max\{0, X - S_T\}$

- **Volatilidade do subxacente**

O valor dun CALL (ou PUT) Europeo é maior canto máis risco (volatilidade) ten o activo subxacente.

→ doado de interpretar: se  $\sigma$  me beneficia (opción ITM), gaño. Se me perxudica (opción OTM) sigo igual: payoff = 0

- **Convexidade**

O operador  $\max\{ \}$  é unha  $f^n$  convexa. O payoff dunha opción é unha  $f^n$  convexa tanto en  $S$  como en  $X$

(nota: que a función payoff non sexa linear en  $S$  é unha das razóns polas que valorar opcións non é simple)

→ Consecuencia: Unha opción sobre unha carteira de accións é máis ríxida que unha carteira de opcións

$$\sum_i \lambda_i \cdot \max\{S_i - X, 0\} \geq \max\left\{\sum_i \lambda_i \cdot S_i - X, 0\right\} \quad \sum_i \lambda_i = 1$$

# III. Valoración de opciones

## ☐ Valoración de opciones polo método binomial

- **Idea:** É o modelo máis simple de valoración de opcións, pero o seu uso non é só 'pedagóxico' → se extendemos o modelo binomial a múltiples periodos, os prezos que ofrece o modelo converxen aos suxeridos polo modelo de Black and Scholes.

- Fragmentar periodo de estudio en  $n$  intervalos. No intervalo  $i$  ( $i = 0,1,2,\dots,n$ )  $S_t$  pode...

$$\left. \begin{array}{l} - \text{ con probabilidade } p, \text{ subir de } S_0 \text{ a } u \cdot S_0 \\ - \text{ con probabilidade } (1 - p), \text{ caer de } S_0 \text{ a } d \cdot S_0 \end{array} \right\} d < 1 < u$$

tal que a taxa media de aumento é  $x = u - 1$   
tal que a taxa media de caída é  $y = d - 1$

**Nota exercicios:** Con iso cubrimos os valores do subxacente de 0 a T.

- O valor dunha opción a vencemento é exclusivamente intrínseco ( $V_T = 0$ )

**Nota exercicios:** Calculamos o payoff da opción en T, e retrocedemos de T a 0.

- Ambos métodos (B&S e binomial) fundaméntanse na idea de valoración por arbitraje:

*"Se dous activos teñen mesmo payoff en todos os estados da natureza, deben ter mesmo prezo inicial".*

**Idea:** comparar opción vs investir en  $\Delta$  uds. do subx. S + 'B euros' en activo libre de risco ← **Hull, px 247**

- Máis simple: se o arbitraje é posible, os resultados que se obteñen valorando por arbitraje son equivalentes a valorar opcións **'como se' os axentes fosen neutrais ao risco:**

$$(1 + r)S = puS + (1 - p)dS$$



# III. Valoración de opciones

- Dividindo por S e despexando:

Where  $p$  = 'risk-neutral probability'

$$p = \frac{1+r-d}{u-d}$$

$$1-p = \frac{u-1-r}{u-d}$$

- De T a 0 imos retrocedendo calculando o valor da opción como a expectativa de valor futuro (empregando os valores agardados no periodo seguinte se S sube ou se S baixa) descontada a unha taxa  $r$ :

$$call = \frac{c_u \cdot p + c_d \cdot (1-p)}{1+r}$$

$$put = \frac{p_u \cdot p + p_d \cdot (1-p)}{1+r}$$

onde...

$$c_u = \max\{S_{i-1} \cdot u - X, 0\}$$

$$p_u = \max\{X - S_{i-1} \cdot u, 0\}$$

$$c_d = \max\{S_{i-1} \cdot d - X, 0\}$$

$$p_d = \max\{X - S_{i-1} \cdot d, 0\}$$

- Por último, para as opcións americanas debemos ter en conta en cada caso o posible exercicio anticipado da opción.

# III. Valoración de opciones



## Exemplo 2

En MEFF dispoñemos de opcións (PUT e CALL Americanas e Europeas) sobre accións de Inditex (ITX), coas seguintes características:

- prezo spot: 59,50 eur
- prezo de exercicio: 59,90 eur
- suscripción do contrato: 20 de abril de 2011
- data de exercicio: 20 de maio de 2011
- rendibilidade sen risco: 2% anual
- taxa media de incremento (x): 1,5%
- taxa media de decremento (y): - 1,25%
- nº de intervalos (cambios de prezo): 3

Calcular por simulación binomial o prezo de A) unha CALL Europea; B) unha PUT Europea; C) unha CALL Americana; D) unha PUT Americana. Para as opcións Americanas determinar se se executarían anticipadamente ou non.

## SOLUCIÓN

\* Paso 1: realizar os cálculos previos necesarios.

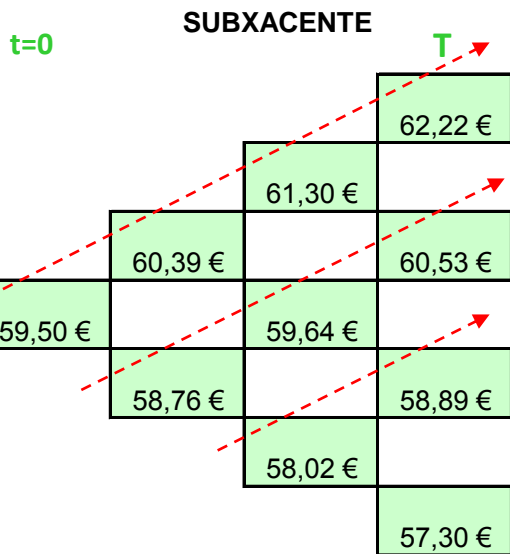
- días: 30
- días por intervalo: 10
- amplitude intervalo (base anual):  $10/365 = 0,027397$
- tipo de xuro fraccionado:  $2\%*(10/365) = 0,054795\%$
- $u = 1,015$
- $p = 0,4745$
- $d = 0,9875$
- $(1-p) = 0,5255$

\* Paso 2: construír un diagrama para os valores do subxacente

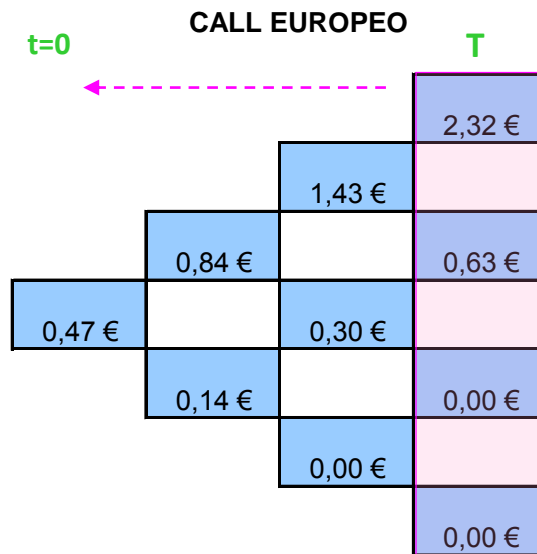
\* Paso 3: resolver o diagrama de payoffs para cada unha das opcións solicitadas.

# III. Valoración de opciones

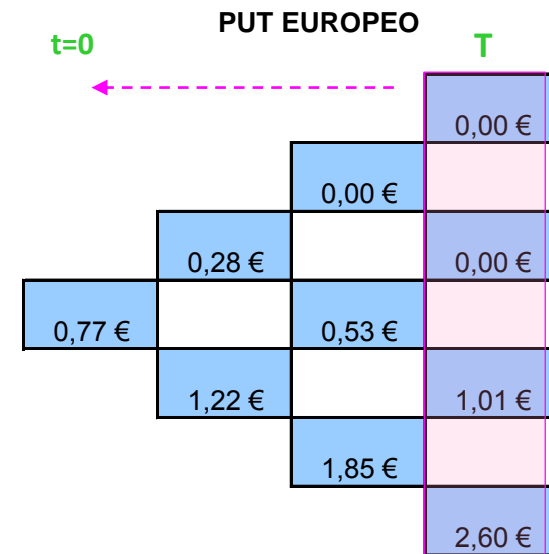
Apartados A) e B)



(suxerencia): Para evitar erros, cubrir os datos do subxacente na dirección das flechas



V.I.



V.I.

En canto aos derivados europeos...

- calcular 1º o V.I. a vencemento (nese caso, o prezo coincide con V.I. porque  $V_T = 0$ )
- logo, de T a t=0, calcular o prezo da opción en base as expresións

$$call = \frac{c_u \cdot p + c_d \cdot (1 - p)}{1 + r}$$

$$put = \frac{p_u \cdot p + p_d \cdot (1 - p)}{1 + r}$$

# III. Valoración de opciones

Apartados C) e D)

**SUBXACENTE**

t=0		T
		62,22 €
	61,30 €	
60,39 €		60,53 €
59,50 €	59,64 €	
	58,76 €	58,89 €
	58,02 €	
		57,30 €

**CALL AMERICANO**

t=0		T
		2,32 €
	1,40 €	
	1,43 €	
	0,49 €	0,63 €
	0,84 €	
0,00 €		0,00 €
0,47 €	0,30 €	
	0,00 €	0,00 €
	0,14 €	
	0,00 €	0,00 €
	0,00 €	
		0,00 €

**PUT AMERICANO**

t=0		T
		0,00 €
	0,00 €	
	0,00 €	
	0,28 €	0,00 €
0,00 €		0,00 €
0,77 €	0,26 €	
	0,53 €	
	1,14 €	1,01 €
	1,22 €	
	0,00 €	1,88 €
	1,85 €	
		2,60 €

Sobre os datos das opcións Europeas, calculamos ademáis (cor laranxa) o resultado de exercer a opción americana en cada momento

Evidentemente, en T coincide co calculado para as opcións Europeas

Nos demais casos, comparamos o valor da opción co valor intrínseco. Se V.I. é superior, exercemos a opción:

- no caso do PUT Americano, exerceríamos en t=2 (1,88 vs 1,85)

- no caso do CALL Americano, non exerceríamos anticipadamente en ningún caso (como xa anticipamos na teoría)

# III. Valoración de opciones



## Exemplo 3

En MEFF dispoñemos de opcións (PUT e CALL Americanas e Europeas) sobre accións de Telefónica (TEF), coas seguintes características:

- prezo spot: 17,60 eur
- prezo de exercicio: 17,50 eur
- suscripción do contrato: 29 de abril de 2011
- data de exercicio: 20 de maio de 2011
- rendibilidade sen risco: 2% anual
- taxa media de incremento (x): 1,75%
- taxa media de decremento (y): - 1,00%
- nº de intervalos (cambios de prezo): 3

Telefónica ten previsto o pago dun dividendo de 0,75 eur o día 6 de maio de 2011

Calcular por simul. binomial o prezo de A) CALL Europea; B) PUT Europea; C) CALL Americana; D) PUT Americana. Para as opcións Americanas determinar se se executarían anticipadamente ou non.

## SOLUCIÓN

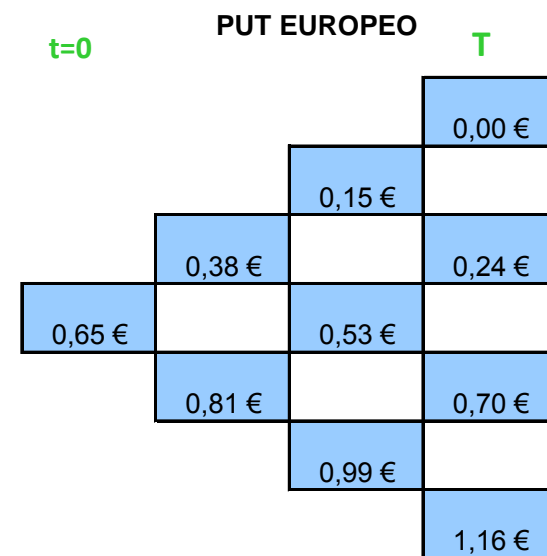
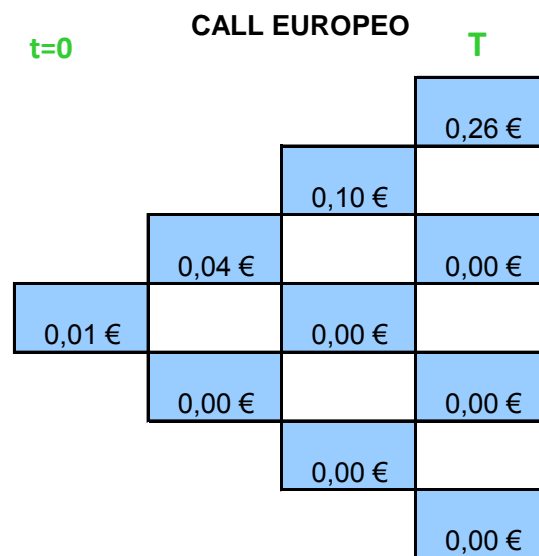
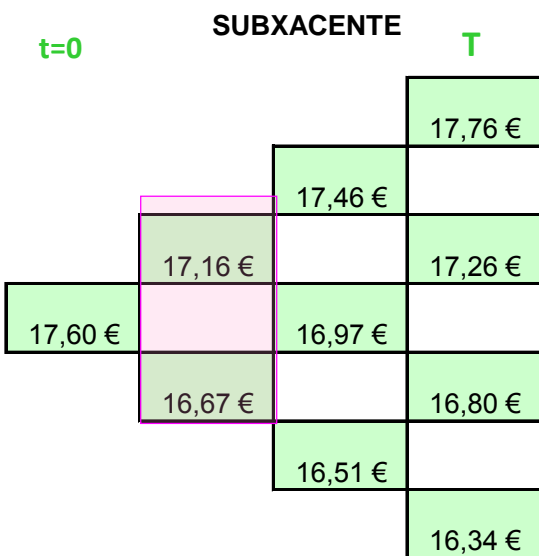
Estamos ante un problema de binomial con rendementos. O procedemento é similar ao exercicio anterior, pero correxindo o valor do subxacente no momento de abono do dividendo.

\* Paso 1: realizar os cálculos previos necesarios.

- días: 21
- amplitude intervalo (base anual):  $7/365 = 0,019178$
- $u = 1,0175$
- $d = 0,99$
- días por intervalo: 7
- tipo de xuro fraccionado:  $2\% * (7/365) = 0,038356\%$
- $p = 0,3776$
- $(1-p) = 0,6224$

# III. Valoración de opciones

Apartados A) e B)

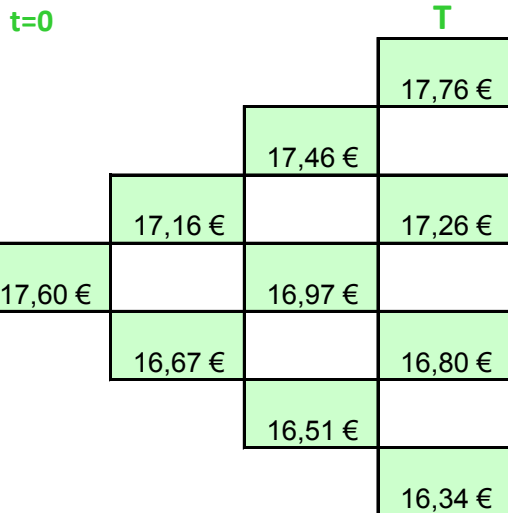


O 6 de maio (t=1) correximos a cotización de TEF á baixa en 0,75 eur, polo pagamento do dividendo.

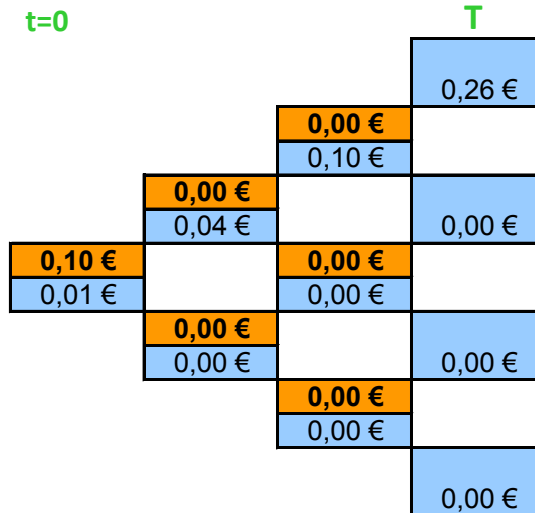
# III. Valoración de opciones

## Apartados C) e D)

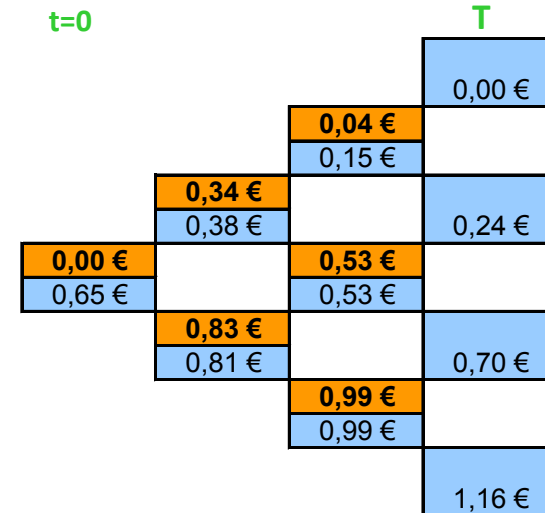
SUBXACENTE



CALL AMERICANO



PUT AMERICANO



Correxida a cotización do subxacente para reflexar o pagamento do dividendo, o resto dos cálculos son similares

Comparamos o valor da opción co valor intrínseco. Se V.I. é superior, exercemos a opción:

- no caso do PUT Americano, exerceríamos en  $t=1$  (0,83 vs 0,81)

- no caso do CALL Americano (excluído o momento da suscripción), non exerceríamos anticipadamente

(en teoría sería posible, xa que a igualdade  $C = c$  só se cumpre cando o subxacente non paga dividendo)

# III. Valoración de opciones

## ☐ Valoración de opciones por Black & Scholes

### ■ Intro

- Valoración de opciones en tempo continuo. Capitalización composta contínua:  $(1+r)^t \rightarrow e^{rt}$
- Aplicable a opcións Europeas
- Un modelo será satisfactorio se recolle os factores que inflúen sobre o valor teórico da prima:
  - i. Prezo actual do subxacente,  $S_0$
  - ii. Prezo de exercicio,  $X$
  - iii. Tempo a vencemento,  $\tau$
  - iv. Volatilidade do subxacente,  $\sigma$
  - v. Taxa de xuro libre de risco,  $r$
  - vi. Se o subxacente paga dividendo, os dividendos agardados durante a vida da opción

} = Valor intrínseco

• A maior T, maior C e P. Con opcións Europeas non é sempre certo

• A maior  $\sigma$ , maior c, p, C e P

### ■ 3 maneiras alternativas de chegar á valoración de Black & Scholes

1. Límite do **modelo binomial** de múltiples periodos
2.  $S_t$  estocástico + arbitraje  $\rightarrow$  resolvemos a **ecuación diferencial** resultante suxeita á restricción que corresponda en cada caso (e.g.,  $c(S, 0, X) = \max\{S - X, 0\}$ )  $\leftarrow$  Foi o que fixeron B&S originalmente
3. Arbitraje = valorar derivado 'como se' os axentes fosen neutrais ao risco  $\rightarrow$  **desconto do payoff agardado.**



# III. Valoración de opciones

## 1. Límite do **modelo binomial** de múltiples periodos

- Nun modelo binomial de 3 periodos (2 intervalos), o valor en  $t=0$  do derivado calcúlase, como vimos, coa expresión

$$call = \frac{p^2 c_{uu} + 2p(1-p)c_{ud} + (1-p)^2 c_{dd}}{(1+r)^2}$$

- Xeralizando a expresión a  $n$  periodos (e denotando  $i = n^\circ$  de movementos á alza no valor do prezo)

$$call = \sum_{i=a}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot p^i (1-p)^{n-i} \left[ \frac{u^i d^{n-i} S - X}{(1+r)^n} \right]$$

onde  $a$  é o menor número enteiro que fai  $u^i \cdot d^{n-i} \cdot S > X$

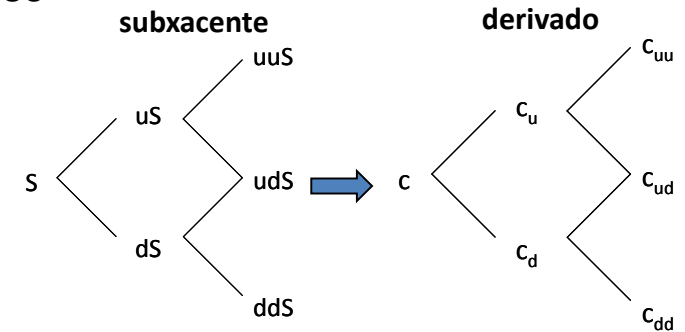
- Separando os termos en  $S$  dos termos en  $X$ , e analizando que acontece cando  $n \rightarrow \infty$  pódese demostrar polo Teorema Central do Límite que o valor da opción CALL converxe a...

$$c = S \cdot \Phi(d_2 + \sigma\sqrt{\tau}) - \frac{X}{(1+r)^\tau} \cdot \Phi(d_2)$$

onde 
$$d_2 = \frac{\log\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot \tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

e  $\Phi$  é a función de distribución normal

OLLO: f. dbón = f. probabilidade acumulada



# III. Valoración de opciones

## 2. Resolvendo a ecuación diferencial

Supostos iniciais:

- O prezo do subxacente sigue un proceso estocástico do tipo

$$dS_t = \underbrace{\mu S_t dt}_{\text{tendencia}} + \underbrace{\sigma S_t dW_t}_{\text{volatilidade}} \quad \text{Geometric Brownian motion (GBM)}$$

onde  $W_t$  é un movemento browniano (**Brownian motion**)

- O subxacente non paga dividendo, é posible prestar e/ou predir prestado a unha taxa  $r$ , os activos son perfectamente fraccionábeis e non existen custos de transacción.
- Nese caso, un derivado  $f$  sobre o subxacente  $S$  seguirá un proceso estocástico definido polo '*Lema de Ito*'.
- É posible realizar arbitraje de maneira continuada no tempo  $\rightarrow$  podemos construír unha carteira sen risco investida nunha proporción  $\alpha_t$  en  $f$  e  $(1-\alpha_t)$  en  $S$ , onde  $\alpha_t$  axústase en todo momento para eliminar o risco.

Dado que non ten risco, a carteira debe proporcionar a mesma rendibilidade que o activo sen risco,  $r$ .

Aplicando todo o anterior (Lema de Ito, arbitraje, rendibilidade  $r$ ), calquer derivado  $f$  con subxacente  $S$  cumprirá a seguinte ecuación (equivalente á ecuación diferencial do calor, *heat equation*, empregada en física):

$$rf = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial S} rS + \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \frac{\sigma^2}{2} S^2$$

Ecuación en derivadas parciais (*Partial differential equation*, PDE) coñecida como **Black – Scholes – Merton PDE**

Valorar unha opción será resolver a PDE suxeita á restricción que corresponda en cada caso

# III. Valoración de opciones

Por exemplo, para unha CALL o problema a resolver sería

$$rc = \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial c}{\partial S} rS + \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} \frac{\sigma^2}{2} S^2$$

suxeito a  $c(S, 0, X) = \max\{S - X, 0\}$



Nós non sabemos resolvelo, pero o rtdo ao que se chega é idéntico ao pto. 3

## 3. Desconto do payoff agardado.

Como vimos no modelo binomial, se o arbitraje é posible os resultados que se obteñen son equivalentes a valorar o derivado 'como se' os axentes fosen neutrais ao risco. Nese caso...

- O proceso que sigue o subxacente será da forma  $dS = rSdt + \sigma SdW$  ← Cambiando  $\mu$  por  $r$ . O mesmo na PDE
- E resolver a PDE correspondente proporcionará uns resultados idénticos a **valorar a opción como o payoff agardado a vencemento descontado a presente:**

$$c_t = E_t[\max\{S_T - X, 0\} \cdot e^{-r\tau}]$$

- Ou expresado en forma integral...

$$c_t = \int_{-\infty}^{\infty} \max\{S_T - X, 0\} dF(S_T) \cdot e^{-r\tau}$$

Onde  $F(\cdot)$  é a función de distribución da v.a.  $S_T$

# III. Valoración de opciones

**NOTA** – Non imos ver como se resolve esa integral, pero esquematizar algúns pasos da resolución axudarán a entender de onde sae a expresión definitiva da fórmula de Black e Scholes

1. Intégrase desde  $X$  a  $\infty$ , porque para valores de  $S_T < X$  o resultado de  $\max\{\}$  é 0.
2. aplicar logaritmos aos prezos  $S_t$ , así como multiplicar e dividir todo por  $S_t$ , simplifica a resolución.

Simplifica a resolución porque o proceso GBM transfórmase nun ABM:  $d \log S = \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dW$

E os ABM teñen a propiedade seguir a **distribución normal**, de maneira que neste caso se verifica o seguinte:

$$\log S_T - \log S_t = \log \left( \frac{S_T}{S_t} \right) \sim N \left[ \underbrace{\left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right) (T-t)}_{\text{media}}, \underbrace{\sigma^2 (T-t)}_{\text{varianza}} \right]$$

3. para introducir logaritmos aplicamos  $\exp(\log(\cdot))$  na expresión. Eso explica que finalmente na fórmula B-S obteñamos  $S N(\cdot)$  por un lado (simplifícanse  $\exp(\cdot)$  con  $e^{-rt}$ ) mentras  $X$  sigue descontado a presente (factor  $e^{-rt}$ )

4. pasar da distribución complementaria  $\int_{\log X/S}^{\infty}$  á dbón cumulativa  $\int_{-\infty}^{\log S/X}$

→ Non imos ver pq', pero a consecuencia do paso 4...

NORMALIZAMOS sumando (non restando) a media →

$$\frac{\log \frac{S}{X} \oplus \mu}{\sigma}$$

→

# III. Valoración de opciones

- Así, F. Black e M. Scholes propuxeron en 1973 un método de valoración de opcións Europeas, mellorado matematicamente por Robert Merton nese mesmo ano. Coñécese como **modelo de Black & Scholes (& Merton)**

$$c = S \cdot N(d_1) - e^{-r\tau} \cdot X \cdot N(d_2)$$

De maneira similar para un PUT

$$p = e^{-r\tau} \cdot X \cdot N(-d_2) - S \cdot N(-d_1)$$

onde  $d_1 = d_2 + \sigma\sqrt{\tau} = \frac{\ln \frac{S}{X} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot \tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$  e  $d_2 = \frac{\ln \frac{S}{X} + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot \tau}{\sigma\sqrt{\tau}} = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}$  Onde  $N(\cdot)$  é a f<sup>n</sup> dbón normal (f<sup>n</sup> probabilidade acumulada)

## ➤ Exemplo 4

Demostrar que se cumpre a Paridade PUT – CALL nas expresións de Black e Scholes.

A Paridade PUT – CALL ven dada pola expresión

$$p - c = X \cdot e^{-r\tau} - S$$

Sabendo que  $N(-d_1) = 1 - N(d_1)$ , entón...

$$p - c = \underbrace{e^{-r\tau} X - e^{-r\tau} X \cdot N(d_2)}_{\text{PUT}} - S + S \cdot N(d_1) - \underbrace{\left(S \cdot N(d_1) - e^{-r\tau} X \cdot N(d_2)\right)}_{\text{CALL}}$$

$$\rightarrow p - c = e^{-r\tau} X - S$$

# III. Valoración de opciones



## Exemplo 5

Calcular por B&S o prezo de PUT e CALL Europeas sobre subxacente TEF coas seguintes características:

- prezo spot: 17,60 eur
- prezo de exercicio: 17,50 eur
- rendibilidade sen risco: 2% anual
- suscripción do contrato: 29 de abril de 2011
- data de exercicio: 20 de maio de 2011
- volatilidade diaria (datos hcos): 0,0122135

Verificar a paridade PUT - CALL

### SOLUCIÓN

'versión curta':  $\log\left(\frac{S_T}{S_t}\right) \sim N[0,000067, 0,002146]$

#### Paso 1 – Cálculos previos

- tempo (en base anual):  $21 \text{ días} / 365 = 0,057534$  anos
- rendibilidade sen risco en base anual:  $r_{\text{continuo}} = \ln(1 + r) \rightarrow \ln(1,02) = 0,0198026$
- factor desconto:  $e^{-rt} = 0,9989$
- volatilidade anualizada:  $\sigma_{\text{anual}} = \sigma_{\text{diaria}} \times \sqrt{250} \rightarrow 0,0122135 \times 15,81 = 19,3112\%$

#### Paso 2 – Cálculos intermedios

ln (S/X)	0,005698	$d_1$	0,170770	$N(d_1)$	0,5678	$N(-d_1)$	0,4322
mean	0,000067	$d_2$	0,124449	$N(d_2)$	0,5495	$N(-d_2)$	0,4505
desvest	0,046321						

#### Paso 3 – Cálculo de call, put e paridade

c	0,39 €	p - c	-0,1199 €
p	0,27 €	$X \cdot e^{-rt} - S$	-0,1199 €

# III. Valoración de opciones



## Exemplo 6

Mismos datos ejercicio anterior, pero TEF paga un dividendo de 0,75 eur por acción o día 6 de maio.

- prezo spot: 17,60 eur
- suscripción do contrato: 29 de abril de 2011
- prezo de exercicio: 17,50 eur
- data de exercicio: 20 de maio de 2011
- rendibilidade sen risco: 2% anual
- volatilidade diaria (datos hcos): 0,0122135

## SOLUCIÓN

### Paso 1 – Cálculos previos

‘versión curta’:  $\log\left(\frac{S_T}{S_t}\right) \sim N[0,000067; 0,002146]$

- tempo (en base anual):  $21 \text{ días} / 365 = 0,057534$  anos
- rendibilidade sen risco en base anual:  $r_{\text{continuo}} = \ln(1 + r) \rightarrow \ln(1,02) = 0,0198026$
- factor desconto:  $e^{-rt} = 0,9989$
- volatilidade anualizada:  $\sigma_{\text{anual}} = \sigma_{\text{diaria}} \times \sqrt{250} \rightarrow 0,0122135 \times 15,81 = 19,3112\%$
- dividendo actualizado:  $0,75 \times (1 - 2\% \times (7/365)) = 0,7497$  eur
- **prezo spot descontado dividendo actualizado: 16,8503 eur**

### Paso 2 – Cálculos intermedios

ln (S/X)	-0,037833	$d_1$	-0,769012	$N(d_1)$	0,2216	$N(-d_1)$	0,7784
mean	0,000067	$d_2$	-0,815332	$N(d_2)$	0,2075	$N(-d_2)$	0,7925
desvest	0,046321						

### Paso 3 – Cálculo de call, put e paridade

$c$  0,11 €                       $p - c$  0,6298 €  
 $p$  0,74 €                         $X \cdot e^{-rt} - S$  0,6298 €

# III. Valoración de opciones

## Limitacións dos métodos binomial e B&S

- Ambos subministran unha valoración teórica
- Suposto de non arbitraje ← Asumimos unha única fonte de risco (BM). Cando hai máis fontes de risco que activos para construír a carteira de arbitraje (subxacente, derivado e activo sen risco) non podemos aplicar condición de non arbitraje.
- Supoñen condicións de estabilidade
- Extrapolación histórica da volatilidade
  1. Black & Scholes
    - Volatilidade histórica ← Asúmese válida no futuro
    - Volatilidade implícita ← Estimación da volatilidade futura do prezo dun activo, calculada a partir dos prezos de mercado das opcións sobre o activo.
  2. Modelo binomial
    - Mesmo problema que en B&S, pq na práctica os valores  $u$  e  $d$  axústanse para representar os movementos observados no subxacente, e iso require estimar  $\sigma$ . Escollemos os valores  $u$  e  $d$  que 'casan coa volatilidade' de  $S$  coas expresións
$$u = e^{\sigma\sqrt{\tau}} \qquad d = e^{-\sigma\sqrt{\tau}}$$
- Black & Scholes válido unicamente para opcións de tipo europeo



# SUMARIO

---

- I. Fundamentos das Opcións financeiras
- II. Clasificación e perfís de risco
- III. Valoración de opcións
  - Opcións. Valor e resultado
  - Valoración de opcións polo método binomial
  - Valoración de opcións pola fórmula de Black & Scholes
- IV. Análise de sensibilidade**
- V. Estratexias con opcións

# IV. Análise de sensibilidade

- **IDEA:** Igual que fixemos en valoración de Renda Fixa (1º aprendimos a valorar un bono, logo a analizar a sensibilidade do prezo do bono a factores de mercado), coñecidos os distintos métodos de valoración de opcións procedería aprender a medir a sensibilidade do prezo da opción a factores relevantes

Neste curso limitarémonos a indicar factores de sensibilidade que afectan aos bonos e medidas clásicas empregadas.

- **LETRAS GREGAS**

IDEA: Cada letra grega mide unha dimensión distinta do risco dunha opción

- **Delta:** variación do prezo da opción cando varía o subxacente  $\Delta = \frac{\partial c}{\partial S}$  1ª derivada. Pendente da curva c - S
- **Theta:** variación do prezo da opción có paso do tempo  $\Theta = \frac{\partial c}{\partial t}$
- **Gamma:** variación da Delta da opción con respecto ao subxacente.  $\Gamma = \frac{\partial^2 c}{\partial S^2}$  2ª derivada. Curvatura da curva c - S  
É a segunda derivada parcial do valor da opción con respecto ao subxacente.
- **Vega:** variación do prezo da opción cando varía a volatilidade do subxacente  $\nu = \frac{\partial c}{\partial \sigma}$
- **Rho:** variación do prezo da opción cando varía o tipo de xuro  $P = \frac{\partial c}{\partial r}$

# SUMARIO

---

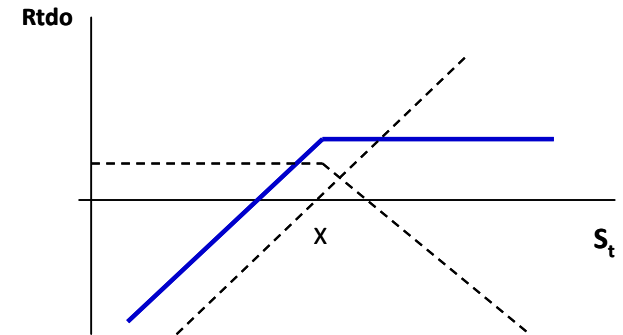
- I. Fundamentos das Opcións financeiras
- II. Clasificación e perfís de risco
- III. Valoración de opcións
  - Opcións. Valor e resultado
  - Valoración de opcións polo método binomial
  - Valoración de opcións pola fórmula de Black & Scholes
- IV. Análise de sensibilidade
- V. **Estratexias con opcións**

# V. Estratexias con opcións

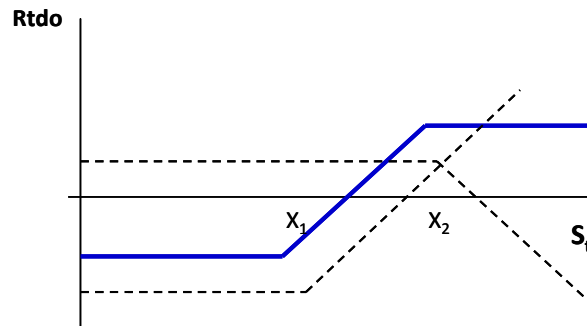
- **IDEA:** Éxito das opcións no mercado pola súa flexibilidade (dereito a exercer a opción, payoff convexo, etc.), o que permite levar a cabo estratexias de todo tipo, combinando principalmente...

## 1. Unha opción + subxacente

*e.g., Covered call* →



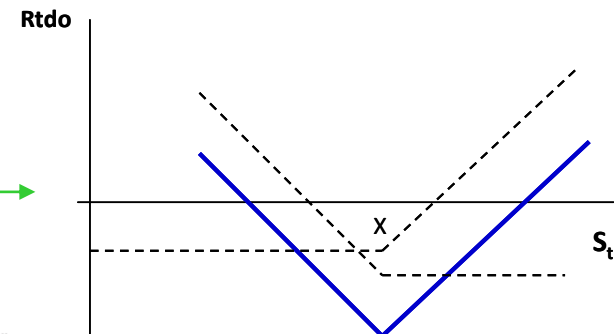
## 2. Spreads (2 ou + opcións do mesmo tipo)



← *e.g., Bull spread con opcións CALL*

## 3. Combinacións de opcións

*e.g., Straddle (long put + long call, mesmo strike)* →



# Cuestionario tipo TEST

## Sinala a resposta INCORRECTA

- a) Unha vantaxe das opcións fronte ós futuros é que non limitan as posibilidades de aproveitar movementos favorables
- b) Unha posición curta nunha PUT Americana supón unha obriga de comprar o subxacente en calquer momento ata vencemento, se así fose requerido polo comprador da opción
- c) Unha posición longa nunha PUT non dá acceso a potenciais beneficios ilimitados, ao contrario que nunha CALL
- d) Unha opción (PUT ou CALL) só será exercitada polo comprador se o prezo do subxacente é superior ao *break-even*

## En cal das seguintes situacións a posición curta nunha opción obtén un resultado positivo

- a) Cando a opción non se exerce
- b) Cando a opción se exerce e, sendo unha CALL, o prezo de mercado do subxacente supera o *strike* nunha contía inferior á prima
- c) Cando a opción se exerce e, sendo unha PUT, o *strike* supera o prezo de mercado do subxacente nunha contía inferior á prima
- d) Todas as anteriores son correctas

# TEMA 13

## Swaps

# BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- I. **Hull, J. C. (2009), *Introducción a los mercados de futuros y opciones*, Pearson.**
- II. Piñeiro, C., de Llano, P. (2009), *Principios y modelos de dirección financiera*, Andavira.
- III. **Piñeiro, C., de Llano, P. (2010), *Dirección financiera, un enfoque centrado en valor y riesgo*, Delta.**
- IV. Suárez, A. (2005), *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*, 21 edición, Pirámide.

# SUMARIO

---

- I. **Fundamentos dos Swaps**
- II. Swaps de tipos de xuro
- III. Swaps de divisa



# I. Fundamentos dos swaps

## □ Fundamentos dos swaps

- **SWAP:** Un *swap* ou permuta financeira é un acordo entre dúas empresas para intercambiar obrigas de pagamento no futuro
  - un swap pode interpretarse como unha sucesión encadeada de forwards: mentras p.ex. un FRA leva aparellado o intercambio (por diferenzas) de cash flows nunha data futura, o swap supón intercambiar cash flows en varias datas futuras.
  - son os derivados máis negociados nos mercados internacionais
  - reducen custo e risco
  - permiten superar barreiras de acceso a mercados financeiros
  - Permiten facer coberturas a máis longo prazo que futuros e opcións
- **Características**
  - Operacións OTC (["buscar en meff.es"](http://www.meff.es))
  - Compromisos irrenunciábeis e simétricos
  - Subxacentes: tipos de xuro, tipos de cambio, etc.
  - Secuencia de operacións a prazo (*'sucesión de forwards'*)
  - Superponse (non remplaza) ás obrigacións de pagamento orixinais

# SUMARIO

---

- I. Fundamentos dos Swaps
- II. Swaps de tipos de xuro**
- III. Swaps de divisa

# II. Swaps de tipos de xuro (IRS)

## ☐ Interest Rate Swaps (IRS)

- Un swap de tipo de xuro (IRS) é un contrato OTC a prazo onde **o subxacente é un tipo de xuro**
- Intercámbianse os xuros devengados por un capital teórico (valor notional do contrato)
- Persigue cubrir riscos de xuro en operacións de investimento ou financiamento
- Modalidades máis comúns
  - Unha parte paga tipo fixo e a outra tipo variable sen diferencial (*plain vanilla*)
  - Ambas partes pagan tipos variables sobre bases diferentes (*swap de bases*)  
'bases diferentes': Libor vs Euribor, Euribor3m vs Euribor6m, etc
- Non hai intercambio de principal, senón liquidación por diferencias

# II. Swaps de tipos de xuro (IRS)



## Exemplo 1

Dúas empresas, ASA e BSA, poden obter financiamento no mercado para endebedarse por 10.000 eur, tanto a tipo fixo como variable, nas seguintes condicións:

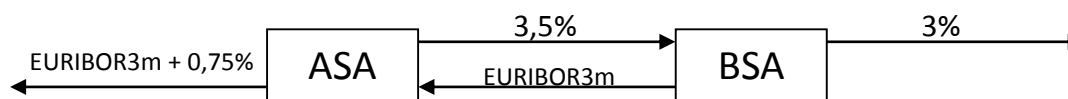
	ASA	BSA
Tipo fixo	5%	3%
Tipo variable	EURIBOR3m + 0,75%	EURIBOR3m + 0,5%

Para mellorar as súas respectivas condicións de financiamento, acordan a seguinte operación:

- 1.- ASA endebedase a tipo variable e BSA a tipo fixo
- 2.- Contratan un swap coas seguintes condicións →
  - ASA entra como pagador fixo pagando o 3,5%
  - BSA entra como pagador variable pagando EURIBOR3m

Analizar 1º pagamento anual (préstamos + swap) e o aforro para cada unha das partes se o euribor3m é do 3%

## SOLUCIÓN



### Empresa ASA

	Tipo	Importe
Pagamento préstamo	Euribor3m + 0,75%	-375
Swap entrega	3,50%	-350
Swap recibe	Euribor3m	300
Liquidación Swap		-50
Neto operación	<b>4,25%</b>	-425
Aforro	5% - 4,25% = 0,75%	75

### Empresa BSA

	Tipo	Importe
Pagamento préstamo	3%	-300
Swap entrega	Euribor3m	-300
Swap recibe	3,50%	350
Liquidación Swap		50
Neto operación	<b>Euribor3m - 0,50%</b>	-250
Aforro	(Eur3m+0,50%) - (Eur3m-0,50%) = 1%	100

# II. Swaps de tipos de xuro (IRS)

## ☐ Vantaxes e inconvintes

### ▪ Vantaxes

- Cobertura de risco de xuro máis económica e por prazo superior a outros instrumentos
- Gran flexibilidade de condicións
- Posibilidade de acollerse ao perfil de xuros máis convinte en cada caso

### ▪ Inconvintes

- Se non hai intermediario financeiro as partes asumen un grande risco de crédito
- Pode resultar caro efectuar unha cancelación anticipada

	<b>IRS</b>	<b>Divisa</b>
Liquida por diferencias	SI	NON
Intercambio de principal	NON	SI
Non reemprazan as obrigas de pagamento orixinal	Correcto	Correcto
Habitualmente a través de intermediarios	NON	SI

# SUMARIO

---

- I. Fundamentos dos Swaps
- II. Swaps de tipos de xuro
- III. Swaps de divisa**

# III. Swaps de divisa

## □ Swaps de divisa

- Contrato OTC a prazo onde as partes intercambian xuros entre capitais de contía equivalente denominados en **diferentes divisas**
- A diferenza dos IRS, existe intercambio de principal ao inicio e final da operación
- Obxectivo: salvar as dificultades de acceso a mercados restrictivos aproveitando as vantaxes de operar en mercado doméstico
- Normalmente instrumentados a través de intermediarios financeiros
- Modalidades máis comúns
  - + habitual: pagar tipo fixo nunha divisa e recibir tipo fixo noutra divisa (*'fixed for fixed' currency swap*).
  - Outras combinacións:
    - fixo – variable
    - variable – variable

# III. Swaps de divisa

## ➤ Exemplo 2 (Swap divisa sen intermediario financeiro)

O 1 de maio de 2011 ASA e BSA suscriben un swap de divisas a 5 anos: ASA pagará un tipo do 6% en EUR, recibindo o 4% en USD. O nocional en dólares é de 15 millóns, e o tipo de cambio a 1 de maio de 2011 é de EUR/USD 1,43 (0,70 EUR/USD). Determinar os cash flows da operación.

### SOLUCIÓN

Interpretación: ASA ten dólares, que cede a BSA a cambio de euros, e paga polo rendemento dos euros que recibe temporalmente a cambio.

- Nominal en euros:  $15\text{M USD} \times 0,7 \text{ EUR/USD} = 10,5\text{M EUR}$
- Nominais intercambiados: 15M USD e 10,5M EUR
- Xuros intercambiados:
  - USD:  $15\text{M} \times 4\% = 0,6\text{M USD}$
  - EUR:  $10,5\text{M} \times 6\% = 0,63\text{M EUR}$
- Dirección dos fluxos:
  - ó inicio os nocionais viaxan en dirección contraria:  
ASA cede a BSA 15M USD e BSA 10,5M EUR a ASA
  - anualmente, ASA paga a BSA 0,63M EUR e recibe 0,6M USD
  - o último ano devólvense os nocionais + os últimos xuros



### CF recibidos por ASA

	USD (mill)	EUR (mill)
01/05/2011	-15,00	10,50
01/05/2012	0,60	-0,63
01/05/2013	0,60	-0,63
01/05/2014	0,60	-0,63
01/05/2015	0,60	-0,63
01/05/2016	15,60	-11,13



# III. Swaps de divisa

➤ **Exemplo 3** (Swap divisa con intermediario financeiro)

Unha empresa americana precisa endebedarse en euros e unha empresa europea en dólares. Ambas poden pedir prestado nas seguintes condicións:

	Empresa Americana	Empresa Europea
Tipo en Euros	7%	4%
Tipo en Dólares	3%	6%

As empresas acordan un *swap* coas seguintes condicións

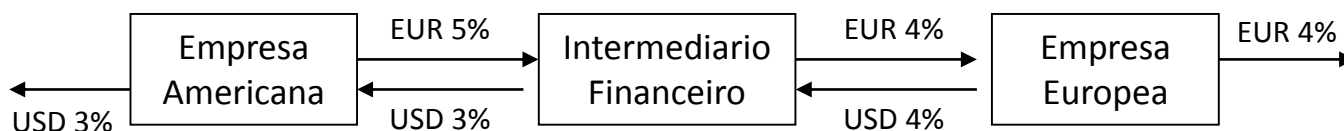
- cada empresa endebedase na súa propia divisa
- o tipo de cambio situarase en EUR/USD 1,5 (0,67 EUR/USD)
- intercambian 5M eur por 7,5M dólares
- intervén un intermediario que asume o risco de cambio, a cambio dun 1% de marxe na operativa do swap

Calcular pagamentos e cobramentos das empresas e o intermediario, neto da operación para os 3 axentes, e o aforro que obterán as empresas como efecto da contratación do *swap*.

# III. Swaps de divisa

## SOLUCIÓN

Interpretación: A empresa americana paga o 3% en dólares e a Europea o 4% en euros. Á súa vez, as empresas contratan o swap a través do intermediario financeiro, abonándolle o 5% (4% + 1%) en euros e o 4% (3% + 1%) en dólares, respectivamente. O intermediario fai chegar a cada unha das partes os tipos netos (4% en euros, 3% en dólares, respectivamente).



	Empresa Americana		Empresa Europea		Intermediario	
	Tipo	Importe	Tipo	Importe	Tipo	Importe
<b>Entrega</b>	3% USD	-225.000 USD	4% USD	-300.000 USD	3% USD	-225.000 USD
	5% EUR	-250.000 EUR	4% EUR	-200.000 EUR	4% EUR	-200.000 EUR
<b>Recibe</b>	3% USD	225.000 USD	-	-	4% USD	300.000 USD
	-	-	4% EUR	200.000 EUR	5% EUR	250.000 EUR
<b>NETO</b>	-	-	4% USD	-300.000 USD	1% USD	75.000 USD
	5% EUR	-250.000 EUR	-	-	1% EUR	50.000 EUR
<b>Aforro</b>	-	-	(6%-4%) \$	150.000 USD	-	-
	(7%-5%) €	100.000 EUR	-	-	-	-

# CONSELLOS

## ☐ Consellos para operar con derivados financeiros

- Definir de forma precisa os límites tolerables de risco
- Respetar rigurosamente os límites de risco establecidos
- Lembrar sempre que a capacidade de predicción dos mercados é limitada
- Analizar coidadosamente escenarios alternativos
- Non fiarse cegamente dos modelos
- Asegurarse de comprender completamente os instrumentos empregados
- Se o obxectivo é a cobertura, non caer na tentación de especular
- Considerar a liquidez dos instrumentos
- Vixiar constantemente o mercado

# Cuestionario tipo TEST

---

**Sinala cal das seguintes propostas sería máis axeitada para unha cobertura a longo prazo**

- a) Un futuro
- b) Unha opción negociada nun mercado organizado
- c) Unha permuta financeira ou *swap*
- d) Todas as anteriores son correctas