

# *Niveles de comprensión de conceptos inferenciales en el nivel de secundaria*

ANTONIO MORENO  
ANGUSTIAS VALLECILLOS

Universidad de Granada

## *Resumen:*

*En este trabajo describimos los niveles de comprensión de conceptos inferenciales básicos determinados mediante un estudio de casos basado en el marco teórico ERIE, Moreno (2003), realizado con la participación de alumnos de secundaria. El estudio de casos nos ha permitido mostrar que ERIE puede describir distintos niveles de aprendizaje de la inferencia estadística elemental y trazar perfiles de los alumnos que pueden ser útiles para evaluar su aprendizaje y mejorar la enseñanza del tema.*

## *Abstract:*

*In this paper we describe the basic inferential concepts understanding levels determinate by a cases study based in the framework ERIE, Moreno (2003), carried out with secondary level students. This cases study has shown ERIE can describe different learning levels of elemental inferential statistics and trace students profiles that can be useful for assessing their learning and improve the teaching of the topic.*

## 1. INTRODUCCIÓN

La formación estadística y probabilística de los ciudadanos del mundo moderno es una necesidad reconocida hoy día en los sistemas educativos para todos los niveles de enseñanza, no sólo para la educación superior, NCTM (2000), MEC (1990, 1992). En Andalucía, las últimas reformas curriculares para los niveles de primaria y secundaria, han incluido la inferencia estadística como novedad, Junta de Andalucía (1992; 1994; 1997; 2002). Los contenidos recomendados para la ESO, Junta de Andalucía (1992; 2002), se refieren a la obtención de datos y a los métodos para su análisis así como al acercamiento intuitivo a la representatividad de las muestras y a las afirmaciones que cabe extraer de su estudio. Para el caso del Bachillerato, Junta de Andalucía (1994; 1997), el currículo incluye el muestreo, los problemas relacionados con la elección de las muestras, las condiciones para su representatividad y el análisis de las conclusiones que cabe extraer de su estudio, así como la iniciación al muestreo y sus distintos tipos.

Esta nueva situación de la enseñanza de la estadística ha propiciado un florecimiento del campo de la investigación en Educación Estadística muy prometedor que está

aportando información teórica y empírica acerca de los procesos de aprendizaje de los estudiantes de todos los niveles de enseñanza muy útiles para informar la enseñanza y el aprendizaje en todos los niveles, Garfield y Ahlgren (1988), Konold (1991), Batanero y Serrano (1995). En el campo específico de la inferencia y en relación con su introducción en secundaria las referencias de investigación son muy escasas, dada la novedad del tema. En este ámbito se inscriben Moreno (2000), Moreno y Vallecillos (2001a; 2001b; 2002) y Vallecillos y Moreno (2002; 2003) que describen el aprendizaje de estudiantes de secundaria sobre algunos aspectos clave como los de población y muestra o los tipos de muestreo.

El estudio de casos que sintetizamos en este trabajo forma parte de un amplio trabajo de investigación teórico y empírico descrito en Moreno (2003). Éste se planteó con un doble objetivo: a) describir el conocimiento informal de los alumnos participantes sobre los conceptos inferenciales básicos y b) formular y validar un marco teórico para la instrucción y la evaluación de la estadística inferencial elemental. Este marco teórico, ERIE (acrónimo de Esquema de Razonamiento en Inferencia Estadística), está situado en el modelo de desarrollo cognitivo SOLO (Bigg y Collis, 1982; 1991) y en la línea del formulado por Jones y cols. (2000) para el razonamiento estadístico. Ha sido validado con la participación de estudiantes del nivel de secundaria. Algunos trabajos previos sobre el desarrollo del citado marco teórico son Vallecillos y Moreno (2002; 2003a; 2003b).

El marco teórico ERIE consta de cuatro constructos que son los siguientes: 'Población y muestra' (PM), 'Proceso de inferencia' (PI), 'Tamaño de la muestra' (TAM) y 'Tipos de muestreo' (TIM). En cada uno de los constructos anteriores hemos determinado cuatro niveles de razonamiento: Idiosincrásico (N1), De transición (N2), Cuantitativo (N3) y Analítico (N4) que constituyen un continuo. Por ejemplo, sobre el concepto de población las respuestas subjetivas o no centradas en el concepto se clasifican en el Nivel 1, las que se centran en una única característica para identificarla se clasifican en el Nivel 2, las que se centran en más de una característica se clasifican en el Nivel 3 y, finalmente, las que incluyen todas las características necesarias para describir la población y las relacionan adecuadamente se clasifican en el Nivel 4. La caracterización completa del ERIE formulado aparece en la Tabla 1, y su descripción más completa puede verse en Moreno (2003).

## 2. ESTUDIO DE CASOS

Una vez formulado el marco teórico ERIE en el que se establecen niveles jerárquicos para la estructura de las respuestas de los alumnos ante tareas que caracterizan el pensamiento estadístico inferencial, nos proponemos su validación. En primer lugar, mediante los dos estudios empíricos realizados, hemos podido comprobar que la caracterización de los constructos y niveles nos ha permitido describir el conocimiento de los participantes sobre la estadística inferencial elemental. Posteriormente, hemos realizado un estudio de casos, que describimos seguidamente.

### 2.1. Metodología

Las entrevistas realizadas se pueden clasificar como semiestructuradas pues, aunque disponíamos de un guión de entrevista, éste podía modificarse en función de las res-

puestas de los alumnos con la finalidad de aclararlas. A continuación se describen los tres elementos que la constituyen: a) los objetivos perseguidos; b) el instrumento de observación y c) el modo en que se realiza.

*2.1.1. Objetivos.* Nos proponemos un doble objetivo: a) completar la información obtenida por medio de los cuestionarios escritos y b) validar inicialmente ERIE en un estudio de laboratorio. Describimos aquí la parte que se refiere al segundo objetivo perseguido. El análisis de las entrevistas nos permitirá situar a los grupos de alumnos (por cursos) en sus niveles de respuesta y a cada alumno en su nivel en cada constructo validando así los constructos y niveles y, globalmente, ERIE en su conjunto.

*2.1.2. Guión de la entrevista.* Para satisfacer los objetivos del estudio de casos, en la realización de las entrevistas hemos utilizado como guión los cuestionarios utilizados en el segundo estudio experimental (Moreno (2003)) realizado con anterioridad a éstas. De este modo profundizamos en el análisis de las respuestas aportadas por los sujetos y validamos la caracterización de ERIE. Son cinco partes que incluyen preguntas que se refieren a los cuatro núcleos conceptuales determinados, planteadas en tres contextos, concreto, narrativo y numérico. Sobre este cuestionario, completado por el alumno antes de realizar la entrevista, el investigador ha ido haciendo a lo largo del desarrollo de la misma una serie de preguntas orientativas que podían ser modificadas (añadiendo o eliminando) en función de las explicaciones aportadas por los estudiantes sobre sus respuestas al cuestionario.

*2.1.3. Procedimiento de realización de la entrevista.* Las entrevistas fueron realizadas personalmente por el investigador en Mayo de 2003 y el proceso constó de dos partes. En primer lugar, se convocó a los alumnos en grupos de tres y se les explicó el objetivo de la entrevista procurando crear un clima en el que el estudiante se sintiese relajado. A continuación se les proporcionó un cuestionario para su cumplimentación. Dispusieron para ello de una calculadora y del tiempo que consideraron necesario, entre una hora y hora y cuarto. Una vez cumplimentado el cuestionario, el investigador lo revisa y selecciona aquellas preguntas donde incidirá en la entrevista, que realizó a continuación.

Cada entrevista, grabada en audio y transcrita posteriormente, tuvo una duración en torno a 20 minutos procurando atender a la fatiga del entrevistado. En la realización de éstas se ha procurado, presentar cada cuestión en los términos, el lenguaje y la perspectiva de cada entrevistado y generar un clima de confianza con el mismo.

*2.1.4. Descripción de la muestra.* La muestra es intencional, esto es, ha sido tomada a juicio del investigador utilizando los criterios de selección siguientes: estudiantes que no tienen grandes dificultades con la asignatura de matemáticas, equilibrio entre géneros, de todos los cursos participantes de ESO y Bachillerato y que sean comunicativos para que proporcionen respuestas ricas.

Los alumnos entrevistados han sido finalmente ocho, tres de cada uno de los cursos 3º y 4º de ESO y dos de 2º de Bachillerato. No se han podido entrevistar alumnos de 1º de Bachillerato por razones ajenas a la investigación.

Tabla 1. Esquema de Razonamiento

Constructos	N1 Idiosincrásico	N2 De transición
<i>Población y muestra</i> <i>PM</i>	<p>Concepto de población usual. No define el concepto de población en términos estadísticos ni el de muestra.</p> <p>No identifica la población de estudio ni la muestra en la mayoría de los contextos.</p> <p>No reconoce la de variabilidad muestral en el proceso de muestreo.</p> <p>No construye el espacio muestral.</p>	<p>Concepto de población usual. Puede presentar dificultades en el uso del término población en sentido estadístico. El estudiante se centra en elementos simples al definir la muestra: una característica de la definición o un ejemplo. En algunas ocasiones pueden mencionar varios aspectos asociados con la definición de muestra, usualmente secuenciados, sin terminar de relacionar. Identifica la población centrándose en una única característica en la mayoría de los contextos. No identifica la muestra en la mayoría de los contextos.</p> <p>El alumno reconoce que habrá variación en las distintas muestras que se extraigan y acusará al azar de ello.</p> <p>Construcción del espacio muestral en poblaciones de tipo discreto. No sistematiza su construcción.</p>
<i>Proceso de inferencia</i> <i>PI</i>	<p>El alumno aborda la tarea pero no la completa o la respuesta no tiene sentido. Las respuestas obedecen a expectativas personales sobre la composición de la población en la mayoría de los contextos. Manifiesta la concepción previa.</p>	<p>Respuestas condicionadas por un único aspecto: variabilidad (concepción determinista), sesgo de equiprobabilidad, naturaleza de la población estudiada. Manifiesta la concepción determinista.</p>
<i>Tamaño de la muestra</i> <i>TAM</i>	<p>Indiferencia ante el tamaño de la muestra. La estimación se basa en criterios personales. Ausencia de criterio, en la mayoría de los contextos, para establecer un tamaño muestral adecuado.</p>	<p>Selección del tamaño muestral basado en aspectos poco relevantes como expectativas personales sobre la composición de la población o facilidad de cálculo.</p> <p>Criterio determinista sobre el proceso de muestreo. Eligen un tamaño muestral de entre los presentados y su elección se fundamenta en un único aspecto relevante en la mayoría de los contextos.</p>
<i>Tipos de muestreo</i> <i>TIM</i>	<p>La elección del método de muestreo está sujeta a expectativas personales de respuesta irrelevantes con la tarea.</p> <p>No encuentra diferencias entre los muestreos aleatorios.</p> <p>No reconoce las fuentes de sesgos en los muestreos no aleatorios</p>	<p>Para la valoración de los tipos de muestreo utiliza algunas ideas estadísticas.</p> <p>Los métodos estadísticos no le parecen adecuados (afirmación determinista).</p> <p>No usa criterios estadísticos para optar por uno de entre diferentes muestreos aleatorios.</p> <p>No identifica los sesgos en los muestreos no aleatorios ni valora adecuadamente el muestreo aleatorio.</p>

## Inferencia Estadística

N3 Cuantitativo	N4 Analítico
<p>La población se describe usando más de un aspecto aunque no se ofrece una descripción completa de la población de estudio. Define el concepto de población en términos estadísticos. Describe la muestra en varios contextos. La descripción de la muestra hace referencia a todos los elementos requeridos para hacerlo de forma coordinada o menciona varios aspectos asociados con ella, usualmente secuenciados, sin terminar de relacionar. Reconoce la variabilidad muestral aunque no en todos los contextos y emplea criterios estadísticos para justificarla. Construye el espacio muestral en poblaciones de tipo discreto. Realiza esta tarea de forma sistemática.</p>	<p>Describe completamente la población. Refiere el concepto de población en términos estadísticos. Identifica la muestra. Describe el concepto de muestra refiriéndose a todos los elementos requeridos para identificarla de forma coordinada. Reconoce la variabilidad muestral y la justifica con criterios estadísticos. Conoce el concepto de espacio muestral y lo construye de forma sistemática.</p>
<p>Describe la composición de la población como similar a la de la muestra en la mayoría de los contextos. Criterios numéricos para su cálculo. Usa la concepción identidad.</p>	<p>No se puede asegurar la composición de la población a partir de una de sus muestras. Usa criterios numéricos y expresión formal. Esto en la mayoría de los contextos. Usa la concepción inferencial.</p>
<p>Reconoce la influencia del tamaño de la muestra en la estimación aunque las justificaciones de la relación entre ambas son insuficientes. Tiene un criterio para establecer un tamaño de muestra adecuado en cada tarea en la mayoría de los contextos.</p>	<p>Reconoce la influencia del tamaño de la muestra. Las respuestas emplean criterios estadísticos elaborados. Presenta criterios para analizar la adecuación del tamaño de la muestra en relación al tamaño de la población presentada.</p>
<p>Reconoce los sesgos en el muestreo no aleatorio. No siempre identifica las fuentes reales de sesgos en los muestreos no aleatorios. Reconoce que los muestreos no aleatorios aportan más sesgos que los aleatorios. Encuentran diferencias entre los métodos aleatorios pero éstas no son siempre correctas.</p>	<p>Reconoce la posibilidad de que los datos sean sesgados en el muestreo no aleatorio. Identifican las fuentes de errores de los muestreos no aleatorios. Para realizar una encuesta prefieren los métodos aleatorios sobre los no aleatorios. Son conscientes del carácter aleatorio del muestreo aleatorio simple. Encuentran adecuadas diferencias entre distintos métodos aleatorios de muestreo.</p>

### 2.2. Resultados: Estructura de la respuesta de los alumnos

Los estudiantes de 4º de ESO entrevistados han sido Nicolás, Regina y Ángela. Las respuestas de Nicolás en los constructos PM y TAM se sitúan en el Nivel cuantitativo (N3), en PI en el Nivel idiosincrásico (N1) y en TIM en el Nivel de transición (N2). Las respuestas de Regina en los constructos PM y TIM se sitúan en el Nivel de transición (N2) mientras que en los otros dos se sitúan en el nivel cuantitativo. Ángela es la tercera entrevistada de 4º de ESO cuyas respuestas se sitúan en los constructos PM y TIM en el Nivel idiosincrásico (N1), en PI en el cuantitativo (N3) y en TAM en el de transición (N2). En el Gráfico 1 hemos representado sus respuestas.

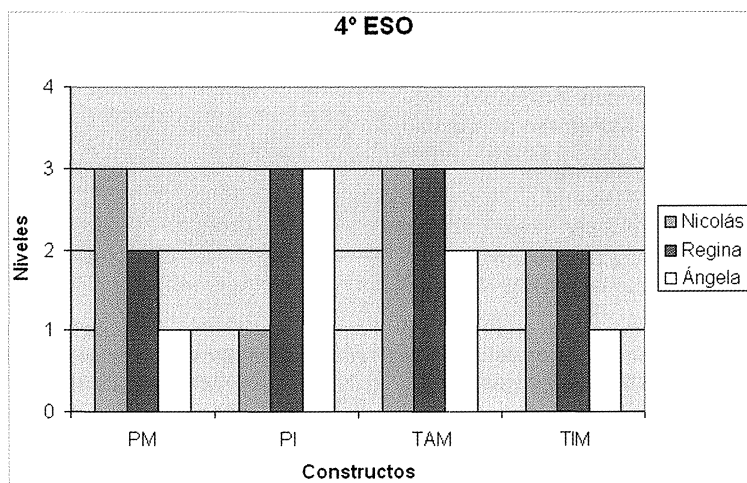


Gráfico 1: Niveles en 4º de ESO

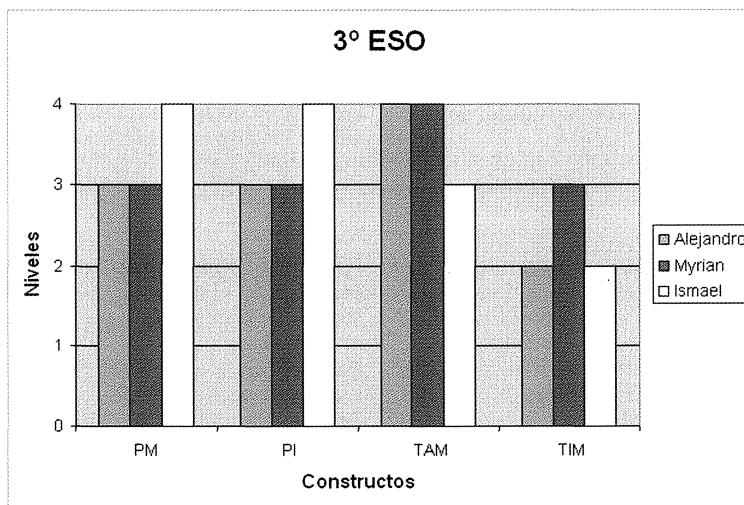


Gráfico 2: Niveles en 3º de ESO

Ningún estudiante de 4º de ESO da respuestas de Nivel analítico en ninguno de los constructos aunque, en la mayoría de los casos, se sitúan en los Niveles de transición y cuantitativo en al menos dos de ellos. Uno de ellos da respuestas clasificadas en el Nivel idiosincrásico en dos de los constructos.

Los tres estudiantes de 3º de ESO entrevistados son Alejandro, Myrian e Ismael. Las respuestas de Alejandro se sitúan en el Nivel cuantitativo en los constructos PM y PI y en los Niveles analítico y de transición en TAM y TIM, respectivamente. Myrian da respuestas clasificadas en el Nivel cuantitativo en los constructos PM, PI y TIM mientras que en TAM se sitúan en el Nivel analítico. Ismael da respuestas clasificadas en el Nivel analítico en los PM y PI, cuantitativo en TAM y de transición en TIM. En el gráfico 2 hemos representado sus respuestas.

Los alumnos de 3º de ESO han dado, globalmente, respuestas de mayor nivel que los de 4º, a pesar de tener uno año menos que ellos. Como vemos en el Gráfico 2, la mayoría ha dado respuestas de los dos niveles superiores en tres de los constructos determinados. Las respuestas de Nivel 1 corresponden al constructo TIM, que se refiere a los tipos de muestreo, en donde hemos encontrado mayores dificultades, en general, y concepciones erróneas básicas sobre el azar, etc.

Los dos estudiantes de 2º de Bachillerato entrevistados son Cristina y Jesús. Cristina da respuestas clasificadas en los Niveles de transición para los constructos PM y TIM y cuantitativo en PI y TAM, respectivamente. Las respuestas de Jesús se clasifican, sin embargo, en los Niveles idiosincrásico para PI y TIM y de transición para PM y TAM, respectivamente. A continuación podemos ver en el Gráfico 3 los datos correspondientes a estos alumnos.

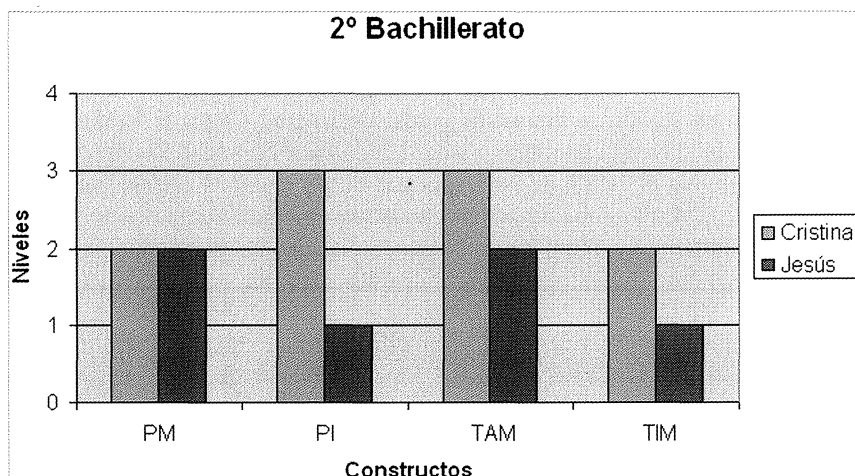


Gráfico 3: Niveles de respuesta en 2º de Bachillerato

Las respuestas de los alumnos de Bachillerato contrastan fuertemente con los resultados anteriores ya que no hemos encontrado ninguna respuesta de Nivel analítico y, además, la mayoría de ellas se encuentran en los dos primeros niveles, idiosincrásico y de

transición. En el caso de estos alumnos es preciso buscar explicaciones adicionales de tipo curricular u otro que complementen la información obtenida hasta ahora.

En el Gráfico 4 se incluyen las respuestas de los ocho estudiantes entrevistados, todos los casos analizados.

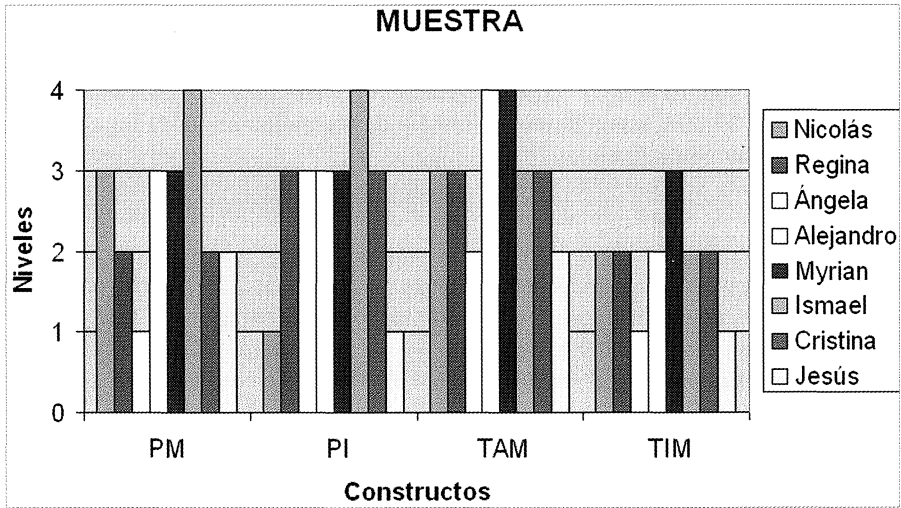


Gráfico 4: Niveles de respuesta de los alumnos de la muestra

Como podemos observar, en conjunto, la mayor parte de las respuestas de todos los alumnos de la muestra se sitúan en el Nivel cuantitativo, 40.6%, mientras que se sitúan en el Nivel analítico un 12.5%, en tres casos y tres constructos. Como el 40.6% de las respuestas se sitúan en el Nivel cuantitativo y el 31.25% en el de transición en total en estos dos niveles se agrupan el 71.8% de las respuestas de los alumnos entrevistados. Hay un único constructo, TIM, en el que no hemos encontrado ninguna respuesta de Nivel 4 que ha resultado, como hemos comentado anteriormente, dados los resultados de los análisis cuantitativos en los dos estudios empíricos realizados, ciertamente complejo para muchos estudiantes.

El predominio del nivel cuantitativo en el proceso de inferencia implica el predominio de la heurística de la representatividad. En el constructo tipos de muestreo y sesgos encontramos que el nivel dominante de los alumnos estudiados es el de transición lo que viene a indicar que este grupo de alumnos no posee criterios adquiridos de manera intuitiva para valorar las muestras obtenidas en distintos tipos de muestreo.

**Nivel 1, idiosincrásico:** los alumnos cuyas respuestas hemos incluido en el nivel idiosincrásico, se caracterizan por realizar inferencias y valorarlas empleando únicamente criterios subjetivos, esto es, por ignorar los conceptos y relaciones entre ellos imprescindibles para realizar correctamente las tareas.



Así Nicolás o Jesús, realizan sus inferencias utilizando concepciones previas que tienen su origen en sus propias referencias culturales:

- No utilizan el mismo modelo de razonamiento en cada contexto. El desconocimiento o la incomprensión de los conceptos estadísticos (aunque no existiera una relación adecuada entre ellos) hace imposible que los estudiantes que están en el nivel idiosincrásico puedan tener criterios para la elección de un tamaño adecuado de muestra para realizar inferencias apropiadas así como que, frente a varias muestras de distinto tamaño, el estudiante se muestre indiferente en la elección de una de ellas.
- Hace imposible el análisis de los sesgos introducidos por muestreos no aleatorios y la valoración adecuada de estos.
- Estos estudiantes se situarían en el modo icónico, donde el razonamiento es intuitivo y está regido por las creencias personales y los mitos. Para dar el paso al pensamiento declarativo, propio del modo simbólico concreto, estos alumnos necesitarán la ayuda de la enseñanza formal (Collis y Romberg, 1991, citado en Reading, 1996).

**Nivel 2, de transición:** En el nivel de transición aparece ya el modo de conocimiento declarativo. En las respuestas de los alumnos clasificados en este nivel, (Nicolás, Regina, Alejandro, Cristina e Ismael en tipos de muestreo), aparecen ya algunos conceptos estadísticos de cierta complejidad como tamaño de la muestra, variabilidad, margen de error,... pero sin que se establezcan relaciones entre ellos.

Aquí se clasifican respuestas tanto del modo icónico como del simbólico concreto.

El análisis de las entrevistas ha permitido reconocer algunas de estas relaciones mal planteadas. En el nivel de transición no resulta sencillo concretar las tareas combinatorias y por esta razón no se construyen los espacios muestrales completos. Esta misma dificultad la encuentran los alumnos que razonan en modo icónico para ese constructo pero en este caso asimilan los casos raros con los imposibles. Hemos constatado que esta simplificación cuando se trata de valorar inferencias, conduce a considerar dos casos, el obtenido y otro, en términos que hemos encontrado en las entrevistas, 50% de que salga la misma muestra y 50% de que no.

**Nivel 3, cuantitativo:** El desajuste entre el margen de error y el nivel de confianza supone la negación del proceso de muestreo y la opción por los censos. También condiciona a elegir como el tamaño muestral más adecuado el tamaño de la población.

A medida que se ajusta la relación entre el nivel de confianza y el margen de error el alumno comienza a admitir la posibilidad de realizar inferencias adecuadas con tamaños muestrales inferiores al tamaño de la población pero además se inicia en la valoración de la calidad de la información obtenida a partir de diversos tipos de muestreo. El estudiante se sumerge en el nivel cuantitativo de respuesta y en él aumenta la riqueza de elementos puestos en juego en el razonamiento estocástico: se reconoce la presencia de muestras sesgadas en muestreos no aleatorios, se intuye la mejora de la estimación con el aumento del tamaño muestral y comienzan a establecerse relaciones en las que interviene uno de los conceptos fundamentales, la variabilidad muestral.

**Nivel 4, analítico:** Tan sólo cuando los conceptos que se manejan, que el individuo gestiona, están plenamente relacionados y coherentemente ajustados el sujeto se incluye en el nivel analítico.

### 2.3. Perfiles y estabilidad de los alumnos entrevistados

Con el fin de estudiar mejor la validez del ERIE en cuanto a la caracterización del razonamiento en estadística inferencial de los estudiantes de secundaria hemos trazado, finalmente, el perfil de cada uno de los estudiantes entrevistados. Para cada uno de ellos, estudiamos la estabilidad de sus respuestas en los niveles fijados en cada constructo y en cada uno de ellos.

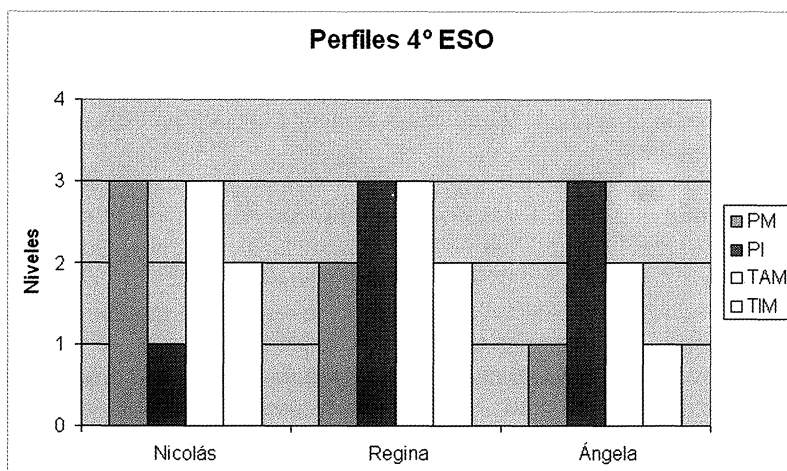


Gráfico 5: Perfiles de 4° de ESO

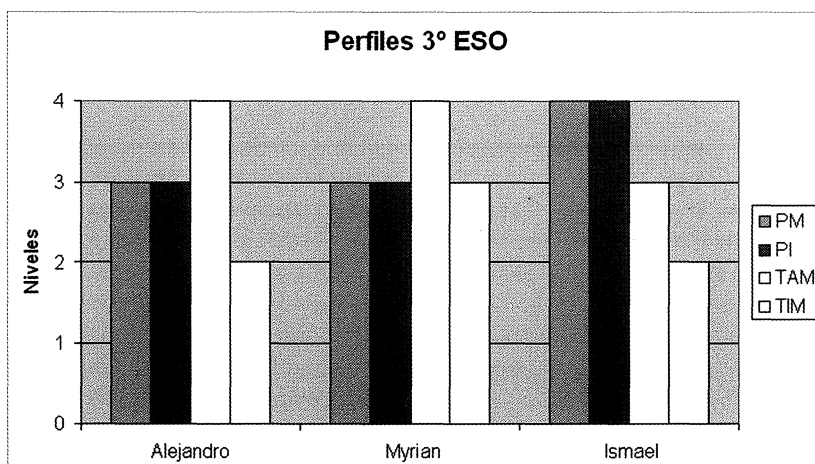


Gráfico 6: Perfiles de 3° de ESO

En 4º de ESO, Nicolás y Regina se sitúan en los niveles cuantitativo y de transición en tres/cuatro constructos mientras que Ángela lo hace en el cuantitativo e idiosincrásico. Ésta última podemos clasificarla como de razonamiento predominantemente idiosincrásico, Nicolás es predominantemente cuantitativo mientras que Regina está situada entre los niveles de transición y cuantitativo.

Los tres alumnos de 3º de ESO se sitúan claramente entre los niveles cuantitativo y analítico. Sólo Alejandro e Ismael se sitúan en el nivel de transición en el caso del constructo que se refiere a los distintos tipos de muestreo. En Ismael predomina claramente el razonamiento analítico mientras que en los otros dos estudiantes predomina el cuantitativo.

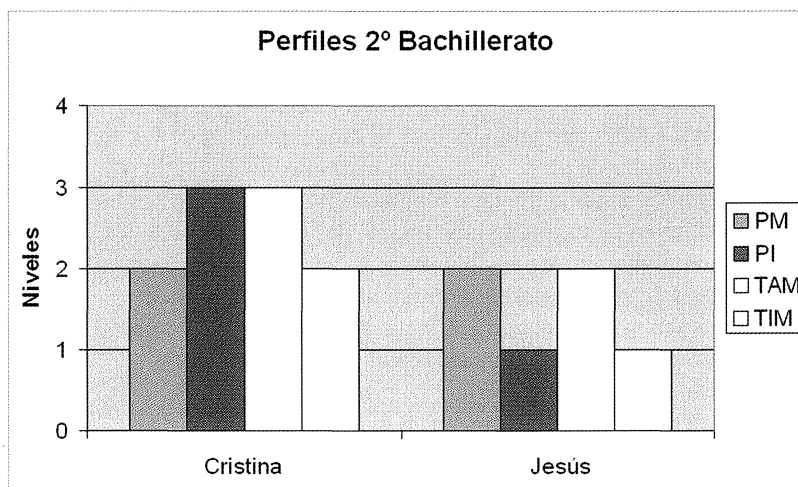


Gráfico 7: Perfiles de los alumnos de 2º de Bachillerato

Los estudiantes de 2º de Bachillerato se sitúan ambos entre los niveles de transición y cuantitativo, Cristina, y cuantitativo e idiosincrásico, Jesús. Cristina es predominantemente cuantitativa mientras que Jesús oscila entre los niveles idiosincrásico y de transición.

El perfil más estable corresponde a los alumnos de 3º de ESO que se mantienen en el Nivel cuantitativo en los tres constructos PM, PI y TAM. Consiguen un menor nivel de estructuración de repuesta en el constructo TIM que ha resultado, también aquí, más difícil para los estudiantes. La mayor parte de los alumnos son estables en dos niveles y en dos o tres constructos. En ningún caso hemos encontrado respuestas de niveles distintos en cada uno de los constructos.

Como hemos podido observar, las repuestas de los alumnos entrevistados no se han ajustado a ningún 'patrón' claro de estabilidad que nos permita determinar niveles de respuesta que pudiéramos considerar como referencia para alumnos de este nivel de enseñanza. De momento no tenemos razones fundadas para aventurar posibles causas para este hecho que, incluso, puede no ser necesario. Por ahora sólo tenemos la evidencia de la

necesidad de seguir investigando para poder validar ERIE y, posiblemente también, el marco teórico en el que se basa, SOLO.

### 3. CONCLUSIONES

El marco teórico ERIE nos ha resultado muy útil para analizar la estructura de las respuestas de los estudiantes a cuestiones sobre conceptos inferenciales elementales. ERIE nos ha permitido evaluar el conocimiento informal de los estudiantes sobre los cuatro constructos en que hemos articulado los contenidos de la estadística inferencial elemental. El estudio de casos realizado posteriormente nos ha permitido validar, en una primera fase, el marco ERIE. Afirmamos que se trata de una primera fase porque creemos que la verdadera prueba de fuego, y en consecuencia su validación definitiva, ha de llevarse a cabo en el campo de la instrucción formal y en las condiciones experimentales necesarias para ello. El marco ERIE construido incluye la caracterización de los cuatro niveles que incluyen estos dos modos de pensamiento para cada uno de los cuatro constructos teóricos fijados. Los resultados de las entrevistas realizadas posteriormente nos han permitido realizar una aplicación, en situación de laboratorio, del ERIE a estudiantes seleccionados y hemos podido comprobar que es posible situar a cada uno de los alumnos en su nivel en función del análisis de sus respuestas al cuestionario y al entrevistador.

Consideramos, por tanto, que ERIE puede ser válido para caracterizar el aprendizaje de la estadística inferencial elemental en el nivel de secundaria.

ERIE también nos permite evaluar de manera global el aprendizaje de la estadística inferencial. Además de situar al alumno en su estado de aprendizaje, el paso de un nivel a otro supone también un aprendizaje, luego podemos establecer las diferencias entre los niveles de estructuración de la respuesta en términos de aprendizaje, como el aumento en la capacidad para manejar más conceptos. Por ejemplo, relacionar el concepto de variabilidad muestral y el de tamaño muestral pero, además, relacionar éste con la variabilidad de la población y el tamaño de la población.

## REFERENCIAS

- BATANERO, C. y SERRANO, L. (1995) La aleatoriedad, su significados e implicaciones educativas. *Uno*, 5, 15-28.
- BIGGS, J.B. y COLLIS, K.F. (1982) *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy*. New York: Academic Press.
- (1991) Multimodal learning and intelligent behavior. En H. D. Rowe (Ed.): *Intelligence: Reconceptualization and measurement*, (pp. 57-76). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associated Inc.
- GARFIELD, J. y AHLGREN, A. (1988) Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19 (1), 44-63.
- JONES, G.A.; THORNTON, C.A.; LANGRALL, C.W.; MOONEY, E.S.; PERRY, B. and PUTT, I.J. (2000) A Framework for Characterizing Children's Statistical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 30(5), 269-309.
- Junta de Andalucía (1992) Decreto 106/1992 de 9 de Junio (BOJA del 20) por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la E.S.O. en Andalucía.
- (1994) Decreto 126/1994 de 7 de Junio (BOJA del 26 de Julio) por el que se establecen las enseñanzas correspondientes al Bachillerato en Andalucía.
- (1997) Currículo de Bachillerato en Andalucía.
- (2002) Decreto 148/2002, de 14 de Mayo, por el que se modifica el decreto 106/1992, de 9 de Junio, por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía (ESO). (BOJA nº 75 de 27 de Junio).
- KONOLD, C. (1991) Understanding Students' beliefs About Probability. En E. von Glaserfeld (Ed.): *Radical Constructivism in Mathematics Education*, (pp. 139-156). The Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- M.E.C. (1990) Ley Orgánica 1/1990 de Ordenación General del Sistema Educativo, (LOGSE, BOE de 4 de Octubre).
- (1992) Decreto por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes al Bachillerato, (BOE 253).
- MORENO, A. (2000) *Investigación y Enseñanza de la Estadística Inferencial en el nivel de secundaria*. Granada: El autor.
- (2003) *Estudio teórico y experimental sobre el aprendizaje de conceptos y procedimientos inferenciales en el nivel de secundaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- MORENO, A. y VALLECILLOS, A. (2001a) Influencia del nivel escolar y el contexto en el conocimiento informal de conceptos inferenciales. *Investigación en Educación Matemática. V Simposio de la SEIEM*, (pp. 187-196). Almería: Universidad de Almería.
- (2001b) Exploratory Study on Inferential' Concepts Learning in Secondary Level in Spain. In M. van der Heuvel (Ed.): *Proceedings of the 25<sup>th</sup> Conference of the PME*, (p. 343). The Netherlands: Freudenthal Institute and Utrecht University.

- (2002) Exploración de Heurísticas y Concepciones Iniciales sobre el Razonamiento Inferencial en Estudiantes de Secundaria. *Educación Matemática*, 14(1), 62-81.
- NCTM. (2000) Principles and standards for schools mathematics. Reston, VA: NCTM.
- VALLECILLOS, A. y MORENO, A. (2002) Framework for instruction and assessment on elementary inferential statistical thinking. *Proceeding of the 2<sup>nd</sup> International Conference on the Teaching of Mathematics*. USA: John Wiley. CD ROM.
- (2003a) Initial conception about sampling types in secondary level students. *Bulletin of the International Statistical Institute, Contributed Papers*, Vol. LX, Book 2, (pp. 566-567). Berlin: ISI.
  - (2003b) Esquema para la instrucción y la evaluación del razonamiento en estadística inferencial elemental. *Educación y Pedagogía*, Vol. XV, n° 35, 69-81.