

SOILH: UN PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE LA DIMENSIÓN FRACTAL DEL RELIEVE

Vivas Miranda, José García

Facultad de Ciencias. Universidad de A Coruña. A Zapateira, 15.071, A Coruña.

SUMMARY

SOILH: A program to calculate the relief fractal dimension

Relief random roughness produced by the succession of macro- and microstructures as a result of the chaotic organisation of particles and aggregates builds up a complex system, so that it remains difficult to find an efficient single numerical index to synthesize the whole information included in such a system. In searching into this index lies the key to describe the relief evolution owing to dynamical agents like rainfall, wind, rivers, etc. In the last years fractal indices have been extensively utilised to characterize complex systems with better results than other indices; furthermore, fractals add a robust theoretical base to the description of the analyzed structural features. In this work fractal theory was applied to topographic surfaces; algorithms were presented and discussed and a computer program was developed to calculate the relief fractal dimension. The developed methodology, a variational type model, allows to compute the scaling exponent following a algorithm proposed by MOREIRA and KAMPHORST (1994); next, the fractal dimension is obtained from this exponent by means of a direct relation. A computer program was developed in C-language to calculate, according to the above men-

tioned algorithm, a fractal relief index from grid data. This program was used to compute both, the fractal dimension from simulated theoretical surfaces and from a real surface representative of a seedbed type surface microrelief. Fractal dimension values calculated using the proposed methodology are similar to those computed from relief semivariogram.

Key words: Fractal surface, variational method, C-language, semivariogram, soil microrelief.

RESUMEN

La rugosidad del relieve, formada por el conjunto de macro- y microestructuras que se suceden aleatoriamente forma un sistema complejo, para el que resulta difícil encontrar un único índice numérico que sea eficiente y capaz de sintetizar toda la información que contiene dicho sistema. En la investigación de este índice puede estar la clave para el análisis de la evolución del relieve por acción de agentes dinámicos como la lluvia, el viento, los ríos, etc. En los últimos años los índices fractales vienen siendo utilizados con frecuencia para la caracterización de sistemas complejos con mejores resultados que otros índices; además, los fractales aportan una base teórica robusta para describir los rasgos de las estructuras objeto de análisis. En este trabajo se aplica la teoría fractal al estudio de superficies topográficas; se discuten los algoritmos presentados y se elabora un programa de ordenador que permite calcular la dimensión fractal del relieve. El método presentado, de tipo variacional, permite calcular el exponente de escalamiento mediante el algoritmo propuesto por MOREIRA y KAMPHORST (1994); a continuación, la dimensión fractal se obtiene a partir de este exponente mediante una relación directa. Se elaboró un programa en lenguaje C para calcular, según dicho algoritmo, el índice fractal del relieve a partir de datos tomados en rejilla regular. Este programa se aplicó al cálculo de la dimensión fractal de superficies simuladas y de una superficie real, característica del microrrelieve del lecho de siembra de un suelo de cultivo. Los valores de dimensión fractal obtenidos con el método propuesto son similares a los calculados a partir del semivariograma que describe el relieve.

Palabras clave: Superficie fractal, método variacional, semivariograma, lenguaje C, microrrelieve.

INTRODUCCIÓN

La caracterización de la estructura del relieve mediante el análisis fractal es una poderosa herramienta para el análisis de sistemas dinámicos, como la evolución del microrrelieve del suelo por acción de la lluvia (ELTZ and NORTON, 1997), o debido a secuencias de hielo y deshielo (PARDINI y GALLART, 1997), y podría tener utilidad para evaluar el almacenamiento temporal de agua en la superficie del suelo (MITCHELL & JONES, 1976). Existen varios índices, de carácter empírico, que son utilizados en esta tarea, como por ejemplo la desviación estándar de las alturas respecto a un nivel de referencia (rugosidad aleatoria, definida por ALLMARAS et al; 1967) o la relación entre la distancia real, medida a lo largo de un perfil y la distancia más corta o distancia horizontal (BOIFFIN, 1984). Estos índices empíricos presentan la desventaja de que no proporcionan una interpretación en términos físicos de la organización espacial de las medidas de altura, ni tampoco información sobre el aspecto de los agregados o unidades estructurales de la superficie, de modo que, en determinadas circunstancias, dos superficies con unidades estructurales muy diferentes pueden tener el mismo valor de rugosidad.

Por otro lado la geometría fractal, nos transmite la idea de que la naturaleza se rige por procesos y genera formas irregulares y de topología fraccionaria. Esta concepción ha permitido poner de manifiesto cómo procesos no lineales deterministas muy simples pueden producir una gran complejidad y también cómo procesos aleatorios pueden generar formas deterministas (IBAÑEZ y ALBA, 1995; MARTIN, 1995). En muchos casos se han podido reproducir mediante fractales irregularidades que se creían fruto de la superposición de un gran número de factores aleatorios y, por lo tanto, solo abordables con las técnicas estadísticas clásicas. Estas formas irregulares se presentan constantemente en diversos ámbitos de las ciencias de la naturaleza. Así por ejemplo a partir de perfiles microtopográficos, se obtienen estructuras del microrelieve que sugirieron inmediatamente el uso de la geometría fractal para su estudio y modelización (ELTZ, 1997; PARDINI y GALLART, 1997; VIVAS MIRANDA y PAZ GONZÁLEZ, 1998).

El parámetro básico para caracterizar a un objeto fractal es su dimensión, un concepto puramente geométrico. Los objetos no fractales llevan asociada a su estructura una dimensión topológica que viene dada por un número natural. Así, se dice que una curva tiene dimensión 1, una superficie tiene dimensión 2 y una región sólida del espacio tiene dimensión 3. Por contra, los fractales pueden tomar valores reales intermedios entre los enteros, dado que representan estructuras de transición entre curvas y superficies o superficies y regiones sólidas.

La geometría fractal ha progresado hasta llegar a desarrollar un aparato conceptual y metodológico muy importante. Hoy en día se habla de diversos tipos de fractales, tales como los fractales autosimilares, autoafines y los multifractales (KORVIN, 1992). El hecho de que las partes que componen un conjunto geométrico sean semejantes al total se expresa diciendo que el conjunto fractal es autosimilar; el concepto de auto-similitud se ilustra en la figura 1, en donde se aprecia la idea de invariabilidad de escala, es decir la independencia de la estructura geométrica respecto a la escala de observación.

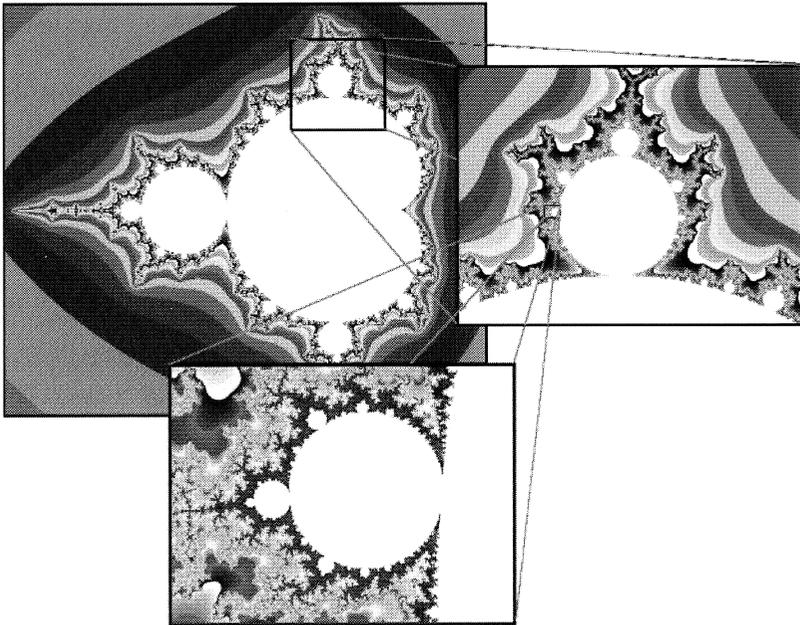


Figura 1. En la parte superior a la izquierda se observa un objeto fractal, a la derecha un detalle de ese objeto, abajo un detalle del detalle. Dado que un detalle ampliado es semejante al todo se dice que ese objeto presenta auto-similitud.

En este trabajo se pone a punto una metodología, con sus respectivos algoritmos y programas, para el estudio de la dimensión fractal del relieve a diferentes escalas. A título de ejemplo se calcula la dimensión fractal del microrelieve del suelo determinado a partir de medidas puntuales que definen sucesivos perfiles topográficos.

MATERIAL Y MÉTODOS

Una descripción detallada de los métodos de determinación de la dimensión fractal de perfiles y superficies se puede encontrar en la bibliografía (MANDELBROT and WALLIS, 1969; FEDER, 1988; RUSS, 1994). Dado que la metodología utilizada no es todavía muy conocida, a continuación se hará una breve revisión de los conceptos esenciales.

Actualmente se dispone de diversos métodos de cálculo de la dimensión fractal que se desarrollaron a lo largo de las últimas décadas. Cada uno de ellos tiene su grado de precisión y su ámbito de aplicación; en la tabla 1 se resumen algunos de los métodos más utilizados.

MÉTODO	RELACIÓN	ESTIMACIÓN
1. Longitud de segmento	$L(r)=Kr^{1-D}$ r = tamaño del segmento K = cte.	Gráfico $\text{Log}(L) - \text{Log}(r)$, donde la pendiente es 1-D
2. Area/perímetro	$A = K p^{2/D}$ A = Area estimada P = Perímetro estimado K = cte.	Gráfico $\text{Log}(A) - \text{Log}(p)$, donde la pendiente es 2/D
3. "Box counting" funcional	$N(L) \sim L^{-D}$ N(L) = Número de cuadrados de lado L	Gráfico $\text{Log}(N(L)) - \text{Log}(L)$, donde la pendiente es -D.
4. Variograma	$2 \gamma(h) = h^{4-2D}$ h = intervalo de muestreo	Gráfico $\text{Log}(\gamma(h)) - \text{Log}(h)$, donde la pendiente es 4-2D.
5. Espectro potencial	$P(\omega) = \omega^{-(5-2D)}$ P(ω) = Potencia ω = frecuencia	Gráfico $\text{Log}(P(\omega)) - \text{Log}(\omega)$, donde la pendiente es -(5-2D).
6. Ley empírica de Koreak/Zipf para islas	$N(A>a) = Fa^{(D/2)}$ N(A>a) = N° de islas mayores que el tamaño a. F = cte.	Gráfico $\text{Log}(N(A>a)) - \text{Log}(a)$, donde la pendiente es -D/2.
7. Desviación típica.	$w(L) = FL^{(2-D)}$ w(L) = Desviación típica a una escala L. F = cte.	Gráfico $\text{Log}(w(L)) - \text{Log}(L)$, donde la pendiente es (2-D).

Tabla 1. Métodos más frecuentes para la estimación de la dimensión fractal.

En este trabajo se calculó la dimensión fractal con dos métodos: el método del variograma, citado en el apartado 4 de la tabla 1, y una modificación del método de la desviación típica, descrito en el apartado 7 de la misma tabla, llamado desviación con respecto a la mejor recta de ajuste en un entorno (que en adelante se llamará ASD), propuesto por MOREIRA and KAMPHORST (1994). Ambos se encuadran en el grupo de los métodos variacionales, dado que pretenden averiguar como será afectada una medida de dispersión (por ejemplo: desviación media, recorrido, varianza, etc.) en la dirección y , al cambiar la escala en x . A continuación se hará una breve descripción de los fundamentos en que se basan estos métodos.

Análisis de Perfiles Fractales

Si se consideran como objeto de estudio fractal perfiles como los definidos por valores discretos de altura del relieve, y si se utiliza un método variacional para la determinación de su dimensión fractal, es necesario admitir las siguientes hipótesis:

1. El conjunto discreto de puntos que componen un perfil es unívoco.
2. La medida de la desviación estándar de las alturas del perfil en la proximidad de un punto es aproximadamente la misma para todo el perfil. Es decir, el objeto estudiado es homogéneo.

Método ASD

De acuerdo con la hipótesis de la homogeneidad, la desviación típica de cada perfil dependerá solamente de la escala que se utiliza para medirla, o sea:

$$w = f(L)$$

donde, w es la desviación típica y L la escala.

De tal modo que al llevar a cabo un cambio de la escala de medida (lo que equivale a multiplicar por un factor b_x), la función será modificada (por un factor b_y), lo que permite definir la siguiente regla de transformación de escala:

$$b_y w = f(b_x L) \tag{1}$$

donde b_y y b_x son los factores de escalamiento en las direcciones y y x , respectivamente.

Se puede deducir fácilmente que la función que satisface la relación de escala (1) es:

$$f(L) = L^H, \text{ o sea } w = L^H \quad (2)$$

donde, H se denomina exponente de escalamiento o exponente de Hurst, que viene dado por:

$$H = \frac{\ln(b_y)}{\ln(b_x)} \quad (3)$$

El exponente H y la dimensión fractal del perfil (D) se relacionan, de acuerdo con FEDER (1988) mediante la expresión:

$$D=2-H \quad (4)$$

Como se puede apreciar en las expresiones (3) y (4), el exponente H, o la dimensión fractal, D, están íntimamente relacionados con las características geométricas del perfil, de tal modo que acopia gran parte de la información relacionada con el escalamiento del mismo.

El primer método utilizado en este trabajo, propuesto por MOREIRA and KAMPHORST (1994), se basa en estos conceptos. La diferencia, con respecto al método de la desviación típica (citado en el apartado 7 de la tabla 1, estriba en que en lugar de la dispersión en torno a la media (desviación típica), se utiliza el valor medio de la dispersión en torno a la recta que mejor se ajusta a los puntos, dentro de la escala usada para el cálculo. El algoritmo utilizado se puede expresar mediante la ecuación:

$$\overline{W}(l) = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^{N/l} \left\{ \frac{1}{l} \sum_{i=u}^{u+l} [I_i - f(i)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

Siendo $f(i)$ la función lineal que mejor se ajusta a los puntos del intervalo $[i, i+l]$, que a su vez seguirá la relación descrita en la sección 7 de la tabla 1, de modo que:

$$W \propto l^H \quad (6)$$

De donde se infiere que el valor de H puede ser determinado por la pendiente del gráfico log-log (doble logarítmico) de W versus l .

Método de la varianza

De acuerdo con KORVIN (1992) este método consiste, en síntesis, en calcular la variación media de los incrementos de la superficie para cada escala o intervalos de distancias (autocorrelación de las alturas). Aplicado a perfiles, el algoritmo utilizado, se basa en la siguiente ecuación,

$$\sigma(k) = \frac{\langle (S_i - S_{i+k})^2 \rangle}{2} \quad (7)$$

donde, k es la distancia al origen (escala) y S_i es la altura del perfil en el punto i .

Se puede demostrar (KORVIN, 1992) que, para perfiles fractales, se cumple que,

$$\sigma(K) \propto k^{2H} \quad (8)$$

En este trabajo se utilizará este método con el propósito de comparar los resultados proporcionados por el mismo, con los obtenidos mediante el método ASD.

Como sugieren las ecuaciones (3) y (8), el exponente H aporta información sobre la geometría del perfil analizado. Por ello se puede afirmar que la dimensión fractal, D , describe las características de ocupación del espacio, pudiendo asumir valores no enteros. Es decir, a medida que H disminuye, D se aproxima a 2, por lo que el perfil se vuelve tan tortuoso como si en realidad el espacio comenzase a ser ocupado a modo de un plano, y no solo mediante una línea sinuosa. De esta forma el exponente H es un índice excelente para la caracterización de perfiles rugosos, debido a su capacidad de identificar patrones de ocupación del espacio. En la figura 2 se muestra un ejemplo de esta característica, en el se aprecian distintos perfiles generados mediante el algoritmo conocido como movimiento Browniano Fraccionario, en adelante FBM, (RUSS 1994), que permite generar perfiles con un exponente H conocido.

Otra característica importante del exponente H es la de informar sobre la persistencia, o no, del proceso estudiado. De acuerdo con FEDER (1988) para $H > 1/2$ se aprecia persistencia; así un incremento positivo en el pasado aumenta la posibilidad de un incremento positivo en el futuro. Para $H < 1/2$ ocurre antipersistencia, lo que indica que para un incremento positivo en el pasado, incrementos positivos en el futuro tendrán mayor probabilidad. El parámetro $H = 1/2$ caracteriza a un sistema no correlacionado, como es el caso del movimiento browniano.

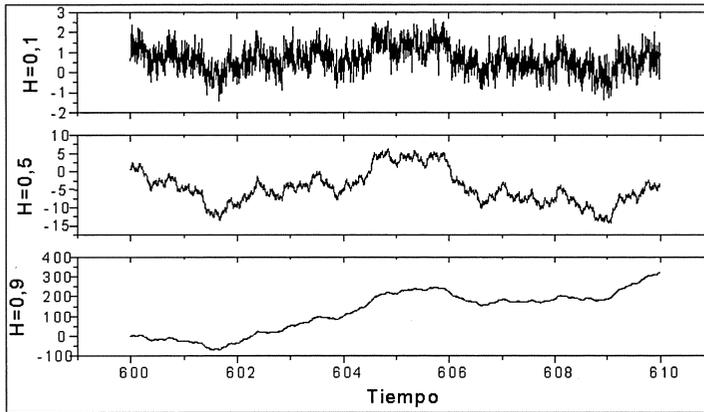


Figura 2- Movimiento browniano fraccionario para diversos valores del exponente de Hurst. $H=0,1$ (superior), $H=0,5$ (centro) e $H=0,9$ (inferior).

ANÁLISIS DE SUPERFICIES FRACTALES

Tanto el método ASD como el método de la varianza se pueden aplicar al cálculo de la dimensión fractal, no solo en el caso de perfiles, sino también en el de superficies, como se indica a continuación.

Método ASD

La utilización del método ASD para el cálculo de la dimensión fractal de superficies, se basa en la idea propuesta por MANDELBROT (1983), quien puso de manifiesto el hecho de que la dimensión fractal de una superficie puede ser obtenida a través de sus perfiles de corte. La relación entre ambas dimensiones es,

$$D_s = D_p + 1. \quad (9)$$

en donde D_s es la dimensión de la superficie y D_p la dimensión de sus perfiles de corte.

En suma, la dimensión fractal de una superficie puede ser calculada por medio de sus perfiles, lo que permite aplicar los métodos descritos anteriormente. Dichas superficies se consideran como una unidad formada por enhebrado de los perfiles, uno detrás del otro. En la práctica, se une el punto final de cada perfil con el inicial del

siguiente más próximo. El hecho de que los puntos de contacto entre los perfiles vecinos no sean adyacentes, podría implicar errores de cálculo. Por esta razón los cálculos se efectuaron siguiendo dos técnicas: a) considerando los perfiles como independientes, obteniendo la dimensión fractal de cada uno y calculando la media para el valor final de la superficie; b) con los perfiles enhebrados uno tras otro. El resultado obtenido con los dos métodos fue exactamente el mismo, por lo que, por simplicidad, se aplicó el segundo.

Además, dado que el enhebrado se lleva a cabo en una dirección determinada, al utilizar este método solo se puede tomar en consideración una superficie isótropa. De esta forma, el primer paso para evaluar la dimensión fractal, previo al enhebrado, es eliminar todas las características de la superficie que puedan modificar su isotropía (tendencia o alguno patrón de repetición).

Aplicando el método de ASD, se obtiene la relación $W(r)$ versus r que según la ecuación (6) es de la forma,

$$W(r) \propto r^H.$$

Posteriormente, ajustando los datos experimentales en un gráfico doble logarítmico mediante una recta, se obtiene el exponente H que, como se ha visto, está relacionado con la dimensión fractal de los perfiles por la expresión $D_p = 2 - H$. Por último mediante la relación (9), se obtiene la dimensión fractal referida a la superficie $D_s = 3 - H$.

Método de la varianza

La aplicación del método de la varianza a superficies es inmediata. Según las ecuaciones (7) y (8), se puede calcular la varianza (σ) para distintos rangos de escala (k) dado un perfil. Si se consideran superficies, el método de la varianza, se puede aplicar admitiendo sencillamente que la escala k vendrá dada por la distancia al origen de cada punto que define la superficie, o sea,

$$k = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \quad (10)$$

donde, x_i y y_i son las coordenadas del i -ésimo punto de la superficie.

Téngase en cuenta que para aplicar el método de la varianza al cálculo de la dimensión fractal de una superficie, los puntos experimentales que definen la misma no han de ser tomados necesariamente siguiendo una rejilla regular. Por lo tanto este método resulta, a priori, muy adecuado para el cálculo de la dimensión fractal del relieve a partir de datos topográficos puntuales.

RESULTADOS Y DISCURSIÓN

Se calculó la dimensión fractal a partir de dos tipos de series de datos, que correspondan a superficies teóricas y reales, respectivamente. A continuación se presentan las características de estas dos series de datos.

Superficies teóricas

Se conocen determinadas funciones teóricas o algoritmos, capaces de simular superficies fractales con mayor o menor precisión, una vez conocido el exponente H . Estas superficies teóricas son muy útiles, ya que permiten evaluar y comparar entre sí diferentes métodos de cálculo de la dimensión fractal.

En este trabajo se llevó a cabo una simulación con objeto de analizar la sensibilidad y comparar entre sí dos métodos de cálculo del exponente, H . El algoritmo utilizado en la simulación de las superficies fue el FBM, antes mencionado (MANDELBROT, 1983). En la figura 3 se muestran las superficies teóricas obtenidas por simulación y que han sido utilizadas en este trabajo. El algoritmo FBM garantiza el valor exacto de H de las superficies simuladas únicamente para un número grande de iteraciones (será exacto para infinitas iteraciones). En las superficies de la figura 3 se utilizaron 8 iteraciones; esto significa que las superficies simuladas no tienen exactamente el valor del exponente H utilizado como parámetro en el cálculo de las mismas.

Superficies reales

Los datos de superficies experimentales que se obtuvieron en laboratorio corresponden a una superficie similar a la de un lecho de siembra, preparada artificialmente con una mezcla de agregados naturales de distinto calibre, en proporciones que intentan reconstruir la estructura de la superficie de un suelo de cultivo durante la siembra de cereales. Los agregados de mayores dimensiones se dispusieron aleatoriamente. En cada superficie experimental, de 58 cm x 58 cm, se midieron 270 perfi-

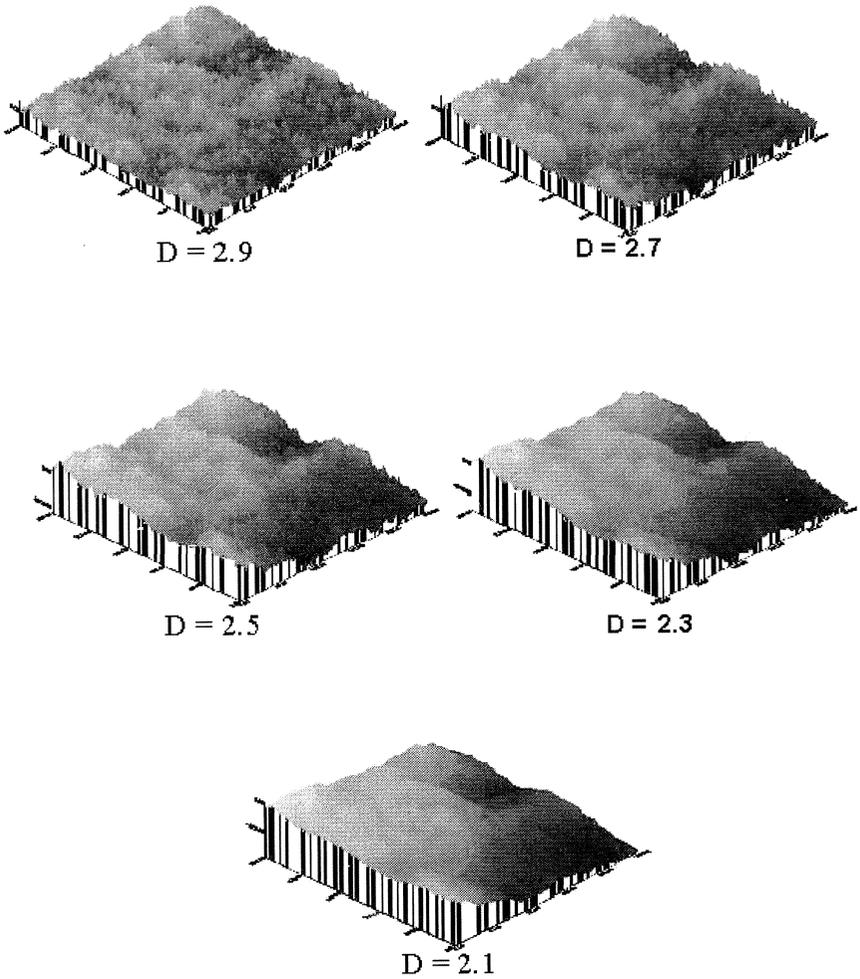


Figura 3. Superficies fractales con un valor D conocido, obtenidas mediante el algoritmo FBM y con 250×250 puntos y ocho interacciones.

les separados entre sí 2 mm; cada perfil, a su vez, constaba de más de 330 puntos de medida individuales y cada punto distaba de sus vecinos menos de 2 mm (PAZ GONZÁLEZ *et al.*, 1998). La figura 4 muestra el relieve de una de las superficies estudiadas, obtenido por digitalización. Para obviar posibles efectos de borde, no se tuvieron en cuenta los puntos más externos de la superficie experimental. En suma, los ficheros de entrada cuya estructura espacial se pretende analizar constan de 82830 datos puntuales.



Figura 4. Mapa de elevación digital de la superficie de un suelo agrícola (cotas en mm).

PROGRAMA SOILH: PARA EL CÁLCULO DE LA DIMENSIÓN FRACTAL

Para el cálculo de la dimensión fractal de superficies se elaboró el programa SOILH, en lenguaje ANSI C. Se utilizaron técnicas de asignación dinámica de memoria, lo que permite trabajar con superficies definidas por series exhaustivas, independientemente del tamaño de la superficie estudiada (en nuestro caso 250x250 puntos medidos en una superficie de 50cm x 50cm). El listado del programa se presenta el Anexo I.

La base para el cálculo de la dimensión fractal es la expresión (5), es decir el algoritmo propio del método ASD, que el programa SOILH ejecuta, de forma optimizada.

La sintaxis para hacer operativo el programa se reduce a:

SOILH {*archivo de entrada*} {*archivo de salida*} {*escala inicial*} {*escala final*} {*precisión*}

archivo de entrada: archivo donde están los datos puntuales, experimentales o simulados, que definen la superficie, en formato ASCII, con 3 columnas (X, Y y Z) y con un espacio entre ellas.

archivo de salida: Archivo donde estarán los valores del parametro ASD para cada escala., en formato ASCII con dos columnas, siendo la primera la escala y la segunda el valor de la desviación típica media (ASD).

escala inicial: La menor distancia utilizada en el cálculo.

escala final: La mayor distancia utilizada en el cálculo.

precisión: Factor de escalamiento, $(escala)_{i+1} = (escala)_i * (precisión)$.

El programa lee el archivo con los datos puntuales que definen la superficie (***archivo de entrada***) y calcula la desviación típica media para cada intervalo de distancia de la superficie en el rango comprendido entre la menor distancia ("***escala inicial***") y la mayor distancia ("***escala final***"). Los valores de ASD calculados y la escala correspondiente a los mismos se guardan en "***archivo de salida***".

El cálculo del exponente H también esta integrado en el programa SOILH. Para ello se hace un ajuste lineal entre las dos variables registradas en el archivo de salida, es decir se calcula la regresión del valor logarítmico de la escala versus el logaritmo del parámetro ASD. El resultado del ajuste se puede visualizar en pantalla, incluyendo el valor medio del exponente H su desviación estándar y el coeficiente de regresión de ASD versus escala.

Aplicación de SOILH a superficies teóricas

El software desarrollado se utilizó para calcular el exponente H de superficies teóricas mediante los dos métodos antes descritos, el método ASD, presentado en este trabajo, y el método del semivariograma.

Los valores de H de las superficies de la figura 3 se calcularon, con estos dos métodos, para el rango de escala comprendido entre 5 y 80 puntos. Los resultados se consiguan en la tabla 2 y se representan en la figura 5.

H Teórico	H calculado	
	SEMIVARIOGRAMA	ASD
0,1	0,161±0,004	0,239± 0,006
0,3	0,287± 0,002	0,344± 0,004
0,5	0,449± 0,003	0,497± 0,003
0,7	0,620± 0,004	0,677± 0,002
0,9	0,772± 0,002	0,835± 0,003

Tabla 2. Exponente H para superficies teóricas y valores de H calculados con dos métodos (datos medios y la desviación estándar de los mismos).

Los resultados ponen en evidencia que, independientemente del método usado, la diferencia entre el valor teórico y el valor calculado del exponente H es mayor cuando son extremos (cerca de cero o cerca de 1) que para los valores intermedios (próximos a 0,5). Estas diferencias no se deben únicamente a errores de cálculo de cada uno de los métodos usados, sino también a la imprecisión durante el proceso de generación de superficies. Las diferencias entre los métodos presentan casi siempre una magnitud similar, con un valor medio de 0,06, denotando un valor de "offset" o disparidad entre ellos, lo que, de cierta forma, indica una concordancia entre los métodos o un error sistemático, reforzando la idea de que la diferencia entre el H calculado y el teórico se debe más a errores al generar las superficies que a errores de los métodos de cálculo del exponente H , propiamente dicho.

Esta diferencia sistemática puede ser explicada por la distinta sensibilidad de los métodos en relación con la anisotropía de las superficies simuladas. El método del semivariograma lleva a cabo el cálculo para todas las direcciones, y el ASD no puede tener en cuenta la presencia de anisotropía.

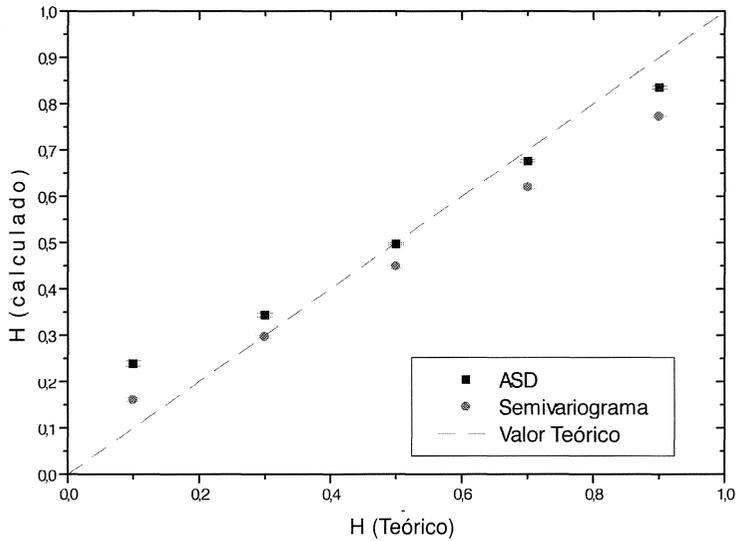


Figura 4. Comparación entre dos métodos de cálculo del exponente H.

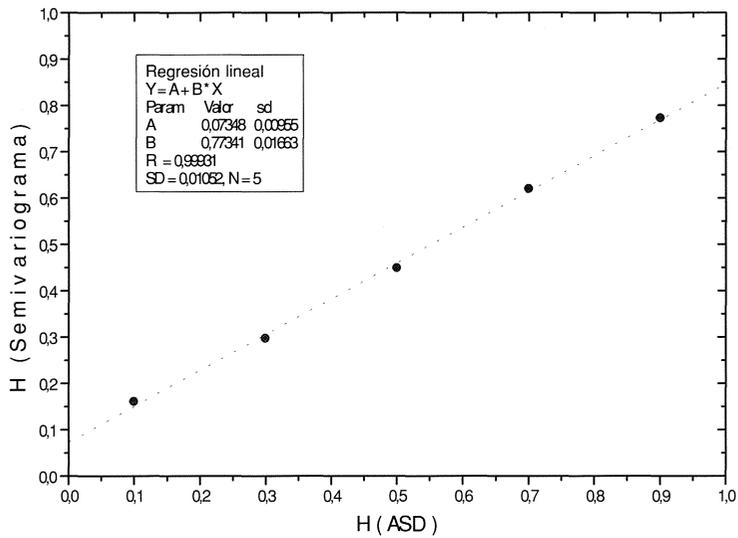


Figura 5. Correlación entre los dos métodos de cálculo del exponente H.

El ASD proporciona mejores resultados, en relación al valor teórico, para valores de H mayores o iguales que $\frac{1}{2}$, mientras que el método del semivariograma es más preciso para H menores que $\frac{1}{2}$. La desviación típica alrededor de la recta de los valores teóricos para el ASD es 0,07 y para el semivariograma de 0,08 lo que indica que el primero presenta un ajuste un poco superior al segundo.

La correlación entre los resultados proporcionados por los dos métodos se muestra en la figura 6. El coeficiente de correlación entre ambos es igual a 0,9993, lo que indica que los dos métodos caracterizan una estructura con las mismas propiedades.

Aplicación de SOILH a una superficie experimental

A título de ejemplo se ha calculado el exponente H para la superficie digitalizada mediante rugosímetro láser de alta precisión que se presenta en la figura 4.

Los datos de entrada estaban en el archivo denominado E4T1L.DAT. Por ello, la instrucción tecleada para ejecutar SOILH y calcular el exponente H fue:

Soilh E4T1L.DAT E4T1L.RUG 9 30 1

en donde E4T1L.DAT es el nombre del archivo que contiene los datos experimentales de la superficie y E4T1L.RUG es el nombre del archivo de salida, donde estará los datos de rugosidad versus escala. Los números 9, 30 y 1 son los parámetros distancia mínima ("**escala inicial**"), distancia máxima ("**escala final**") y factor de escalamiento ("**precisión**"), respectivamente.

En este ejemplo, en el archivo de salida, E4T1L.RUG, figuran los valores de rugosidad media calculada para escalas en el rango entre 9 y 30 puntos. Como la precisión del aparato es de 2mm x 2mm la gama de oscilación varía de 18 a 60 mm.

El resultado del análisis del exponente H será visualizado en la pantalla como sigue:

E4T1L.DAT, H= 0.50221 +- 0.00811 R=0.99787 Esc.I=9 Esc.F=30

Trazando un gráfico doble logarítmico con los datos de rugosidad media versus escala contenidos en el archivo E4T1L.RUG se obtiene el resultado presentado en la figura 6.

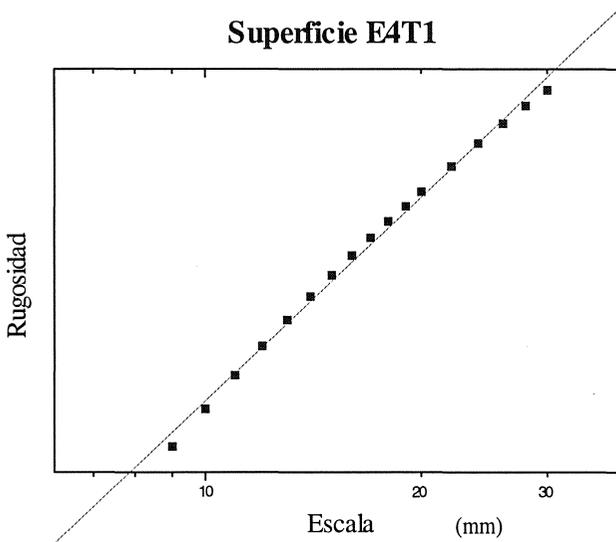


Figura 6. Relación entre rugosidad media y escala, utilizada para el cálculo del exponente H .

En el ejemplo analizado, y de acuerdo con las relaciones descritas, la dimensión fractal obtenida es 1,498, referida a la media de los perfiles, y 2,498 referida a la superficie.

CONCLUSIONES

Se escribió en lenguaje C un programa llamado SOILH para el cálculo de la dimensión fractal del relieve. Este programa puede ser utilizado a diferentes escalas, permitiendo analizar tanto el macrorrelieve de cuencas de grandes dimensiones como el microrelieve de pequeñas parcelas. La utilización de técnicas de asignación dinámica de memoria permite trabajar con superficies definidas por un gran número de datos.

En cuanto a los datos de entrada el programa requiere que sean medidos en rejilla regular, de modo que la dimensión fractal de una superficie se evalúa a partir de la que corresponde a sus perfiles individuales, considerando que dicha superficie constituye

una unidad formada por enhebrado de los perfiles uno tras otro. El método utilizado para el cálculo de la dimensión fractal es el ASD, según el algoritmo propuesto por MOREIRA and KAMPHORST (1994). La salida incluye valores de ASD versus escala y del exponente H de la superficie, a partir del cual se obtiene la dimensión fractal.

SOILH se utilizó para el cálculo de la dimensión fractal tanto de relieves simulados mediante funciones teóricas como del microrrelieve del suelo digitalizado mediante rugosímetro láser de elevada resolución. Asimismo, la dimensión fractal de las superficies teóricas también se calculó a partir del análisis de la semivarianza. Los resultados obtenidos con los dos métodos ponen de manifiesto pequeñas diferencias sistemáticas que se deben más a errores inherentes a la simulación del relieve de superficies teóricas que a los métodos utilizados.

AGRADECIMIENTOS: Este trabajo se llevo a cabo en el marco del proyecto FAIR 1 CT95-0458, financiado por la Unión Europea.

BIBLIOGRAFÍA

- ALLMARAS, R. R., BURWELL, R. E. and HOLT, R. F. (1967). Plow layer porosity and surface roughness from tillage as affected by initial porosity and soil moisture at tillage time. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* 31:550-556.
- BOIFFIN, J. (1984). *La dégradation structurale des couches superficielles du sol sous l'action des pluies*. Thèse docteur-ingénieur. Paris INA-PG. 320 pp+annexes.
- BURROUGH, P. A. (1985). Flakes, facsimiles and facts: Fractal models of geophysical phenomena. En: *Science and Uncertainty*, edited by Nash, S. IBM UK Ltd. UK. 150-169.
- CHADOEUF, J., MONESTIEZ, P., BERTUZZI, P. and STENGEL, P. (1989). Parameter estimation in a Boolean model of rough surface: application to soil surfaces. *Acta Stereologica*, 8:635-640.
- ELTZ, F. L. F. and NORTON, L. D. (1997). Surface Roughness Changes as Affected by Rainfall Erosivity, Tillage, and Canopy Cover. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 61:1746-1755.
- FEDER, J. (1988). "Fractals" (Plenum, New York).
- GALLART, F. y PARDINI, G. (1996). PERFILRU: Un programa para el análisis de la rugosidad de perfiles microtopográficos mediante el estudio de la geometría fractal. En: *IV Reunión de Geomorfología*, editado por Grandal D'Anglade, A. y Pagés Valcarlós, J.
- GÓMEZ SUÁREZ, M. J. (1998). *Análisis de la variabilidad espacial de las propiedades generales, elementos nutritivos y metales pesados en el suelo*. Tesis Doctoral. Universidad de La Coruña. 273pp+anexos.
- GOULARD, M., CHADOEUF, J. and BERTUZZI, P. (1994). Random boolean functions: non-parametric estimation of the intensity. Application to soil surface roughness. I.N.R.A. Montfavet. Gordon and Breach Science Publishers S.A. Statistics, 25:123-136.
- IBÁÑEZ, J. J. y ALBA, S. de (1995). Aportaciones del caos a las Ciencias de la Tierra (estructura, evolución y dinámica del modelado terrestre). En: *Análisis de la variabilidad espacio-temporal y procesos caóticos en ciencias medioambientales*. Geoforma ediciones. Logroño, 43-80.

- KORVIN, G. (1992). Fractal models in the earth science. Elsevier, Netherlands. 396 pp.
- LINDEN, D. R. and VAN DOREN J., D. M. (1986). Parameters for characterizing tillage-induced soil surface roughness. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 50: 1550 - 1565.
- MANDELBROT, B. B. (1983). The fractal geometry of nature. Freeman, New York. 468 pp.
- MANDELBROT, B. B. and WALLIS, J. R. (1969). Some long-run properties of geophysical records. *Water Resources Res.*, 5: 321-340.
- MARTÍN, M. M. A. (1995). Fractal y análisis fractal en las ciencias de la naturaleza. En: *Análisis de la variabilidad espacio-temporal y procesos caóticos en ciencias medio-ambientales*. Geofoma ediciones. Logroño. 81-94.
- MITCHELL, J. K. and JONES J., B. A. (1976). Micro-relief surface depression storage: analysis of models to describe the depth-storage function. *AWRA Water Resources Bull.*, 12: 1205-1222.
- MOREIRA, J. G. and KAMPHORST LEAL DA SILVA, J. (1994). On the fractal dimension of profiles. *J. Phys. A.*, 27: 8079-8089.
- PARDINI, G. y GALLART, F. (1998). A Combination of laser technology and fractals to analyse soil surface roughness. *European J. of Soil Sci.*, 49, 197-202.
- PAZ GONZÁLEZ, A. y TABOADA CASTRO, M. T. (1996). Medida del microrrelieve del suelo y estimación de la retención hídrica en depresiones de la superficie. En: *IV Reunión de Geomorfología, editado por Grandal d'Anglade, A. y Pagés Valcarlos, J.* Sociedad Española de Geomorfología. O Castro (La Coruña). 829-841.
- PAZ, A., VIVAS MIRANDA, J. G. y BERTOLANI, F. C. (1998). Caracterización geoestadística del microrrelieve del suelo a partir de datos obtenidos con rugosímetro laser. *IV Congreso Nacional del medio ambiente, Espacios Naturales, Biodiversidad y Agua*. Madrid. 144-158
- RUSS, J. C. (1994). "Fractal Surfaces", Plenum, New York. 309 pp.
- VIVAS MIRANDA, J. G. y PAZ GONZÁLEZ, A. (1998). Influencia de las características iniciales de la precipitación en la dimensión fractal del microrrelieve del suelo. *Cad. Lab. Xeol. de Laxe*, 23:121-130.

ANEXO I

LISTADO DEL PROGRAMA "SOILH" PARA EL CÁLCULO DE LA DIMENSIÓN
FRACTAL DE SUPERFICIES

SOILH.C

```

/* Calculates the average standard deviation
around the better line that fits the data,
for different scales sizes in a surface described in
an ASCII format, with three columns (X, Y and Z).
These values are utilised to find the H exponent
(J.G.Moreira et all, 1994), and by the relation  $D=3-H$ 
we determine the fractal dimension D. */
#include <malloc.h>
#include <math.h>
#include <stdio.h>
#define qmax 1+1
struct Hstc {
double sl,sd,r;
};
long ih=0;
double s[100],p[100],xk,sx,sy,sx2,sxy,sy2,a,b,w;
double poweri (double base, long expo);
void help();
void initialize(long k);
void best();
void local(long, long, double far *);
void SoilH(double far *, long, long, double, long, FILE *);
struct Hstc Fitting(FILE *);
double *dvector(long );
void free_dvector(double far *);
void nrerror(char *);
void main(unsigned argc, char **argv)
{

```

```
FILE *Fin,*Fout;
long EscI,EscF,Siz,i;
double lx,Prec;
struct Hstc H;
double far *y;
/***** file read *****/
if(argc!=6)
{
    help();
    exit(0);
}
Fin=fopen(argv[1],"r");
Fout=fopen(argv[2],"w+");
EscI=atoi(argv[3]);
EscF=atoi(argv[4]);
Prec=atof(argv[5]);
if((Fout==NULL)+(Fin==NULL))
{
    printf("Error open file\n");
    exit(0);
}
/* Fix the size of the file */
Siz=0;
do
{
    Siz++;
    fscanf (Fin, "%lf %lf %lf\n", &lx, &lx, &lx);
}
while (feof(Fin)==0);
y=dvector(Siz);
/* Load data */
fseek(Fin,(long)0,SEEK_SET);
for(i=0;i<Siz;i++){
```

```

    fscanf (Fin, "%lf %lf %lf\n", &lx,&lx, &y[i]);
}
/* Calculate the standard deviation for each scale and put it in the file Fout */
SoilH(y,EscI,EscF,Prec,Siz,Fout);
free_dvector(y);
H=Fitting(Fout); /* Calculate the H exponent using the file Fout */
printf("\n%s = %f +- %f R=%f\n",argv[2],H.sl,H.sd,H.r);
fclose(Fin);
fclose(Fout);
}
void SoilH(double far *y, long EscI, long EscF,double C,long Tam,FILE *Fsai)
{
long i,j,k,ik,kaux=9999,q;
k=EscI;
/***** Scale variation *****/
if(!EscF)EscF=Tam-(long)(Tam/10);
while (k<=EscF)
{
    initialize(k);
    /**** inital sum ****/
    for (i=1; i<=k; i++)
    {
        sx+=i;
        sy+=y[i];
        sx2+=i*i;
        sxy+=i*y[i];
    }
    /**** better line ****/
    best();
    /**** local roughness ****/
    j=1;
    local(j, k, y);
    /**** update sum ****/

```

```

for (i=1; i<=(Tam-k-1); i++)
{
  ik=i+k;
  sx+=ik;
  sy+=y[ik];
  sx2+=ik*ik;
  sxy+=ik*y[ik];
  sx-=i;
  sy-=y[i];
  sx2-=i*i;
  sxy-=i*y[i];
  j++;
  /**** better line ****/
  best();
  /**** local rough *****/
  local (j, k,y);
}
/**** output *****/
fprintf (Fsai, "%lf ",(double) k);
fflush(Fsai);
printf ("%c%c%c%c%c%c",8,8,8,8,8,8 );
printf ("k=%5d", k);
for (q=1; q<qmax; q++)
{
  s[q]=s[q]/ih;
  fprintf (Fsai, "%le ", pow(s[q],p[q]));
}
fprintf (Fsai, "\n");
/**** new scale *****/
k=(1.0*C*k);
if (k<=kaux)
{
  k++;

```

```

        kaux=k;
    }
}
}
double poweri (double base, long expo)
{
    unsigned i;
    double aux=1.0;
    for (i=1; i<=expo; i++)
        aux*=base;
    return (aux);
}
void initialize(long k)
{
    long q;
    ih=0;
    xk=1.0/(1.0*k);
    sx=0.0;
    sy=0.0;
    sx2=0.0;
    sxy=0.0;
    for (q=1; q<qmax; q++)
    {
        s[q]=0.0;
        p[q]=1.0/(1.0*q);
    }
}
void best()
{
    double aux;
    aux=sx2-xk*sx*sx;
    a=(sxy-xk*sx*sy)/aux;
    b=(sy-a*sx)*xk;
}

```

```

}
void local(long ii,long kk, double far *y)
{
long qq, jj;
double dh[qmax], dd, ww;
for (qq=1; qq<qmax; qq++)
dh[qq] = 0.0;
for (jj=ii; jj<(ii+kk); jj++)
{
dd=fabs(y[jj]-a*jj-b);
ww=dd;
if (dd>0.0)
    for (qq=1; qq<qmax; qq++)
        {
            dh[qq]+=dd;
            dd*=ww;
        }
}
if (dh[1]>0.0)
{
ih++;
for (qq=1; qq<qmax; qq++)
{
s[qq]+=dh[qq]/kk;
}
}
}
double far *dvector(long nh)
{
double far *v;
unsigned long tam;
tam=(nh+1)*sizeof(double);
v=(double far*)farmalloc((unsigned long) tam);

```

```

    if (!v) perror("allocation failure in dvector()");
    return v;
}

void perror(char error_text[])
{
    void _exit();
    char c;
    fprintf(stderr, "Numerical Recipes run-time error...\n");
    fprintf(stderr, "%s\n", error_text);
    fprintf(stderr, "...now exiting to system...\n");
    _exit(0);
}

void help()
{
    fprintf(stderr, "usage: SoilH {input file} {output file} {init.scale} {fin.scale} {Precision}\n");
}

void free_dvector(double far *v)
{
    farfree(v);
}

struct Hstc Fitting(FILE *Fl)
{
    struct Hstc Ht;
    double s,sx=0.0,sy=0.0,sx2=0.0,sxy=0.0,sy2=0.0,x,y,a,b,r,rx,ry,w;
    int n=0;
    fseek(Fl,0L,SEEK_SET);
    /* CALCULATE THE SUM */
    do {
        fscanf(Fl,"%lf %lf\n", &x,&y);
        x=log(x);y=log(y);
        sx+=x; sy+=y;
        sxy+=x*y;
        sx2+=x*x; sy2+=y*y;
    }

```

```

    n++;
}while (feof(Fl)==0);
/* CALCULATE THE SLOPE */
/* DETERMINE THE COEFICIENTS*/
s=sx2-sx*sx/n;
a=(sxy-sx*sy/n)/s;
b=(sy-a*sx)/n;
w=sy2+a*a*sx2+n*b*b;
w=w-2.0*a*sxy-2.0*b*sy+2.0*a*b*sx;
if (w<0.0) w=0.0;
else w=sqrt(w/(n-2));
rx=sx2-sx*sx/n;
ry=sy2-sy*sy/n;
if(fabs(ry)<1.0e-10)
{
    if(fabs(a)<1.0e-10) r=1.0;
    else r=30000.0;
}
else r=a*a*rx/ry;
Ht.sl=a;
Ht.sd=w;
Ht.r=r;
return Ht;
}

```