

Departamento de
Electrónica e Sistemas
UNIVERSIDADE DA CORUÑA

Tesis Doctoral

Técnicas basadas en decisión para sistemas MIMO

Josmary Labrador Briceño

2013

Tesis Doctoral

Técnicas basadas en decisión para sistemas MIMO

Josmary Labrador Briceño

2013



Departamento de Electrónica y Sistemas
Universidade da Coruña

Departamento de Electrónica y Sistemas
Universidade da Coruña



TESIS DOCTORAL

Técnicas basadas en decisión para sistemas MIMO

Josmary Labrador Briceño

Enero 2013

Directoras de la Tesis Doctoral:
Adriana Dapena Janeiro
Paula M. Castro Castro

Dña. Adriana Dapena Janeiro y Dña. Paula M. Castro Castro

CERTIFICAN:

Que el trabajo original titulado “Técnicas basadas en decisión para sistemas MIMO”, ha sido realizado por Dña. Josmary Labrador Briceño bajo nuestra dirección en el Departamento de Electrónica y Sistemas de la Universidade da Coruña y concluye la tesis que presenta para optar al grado de Doctora.

A Coruña, 15 de octubre de 2012

Fdo: Dña. Adriana Dapena Janeiro
Directora de la Tesis Doctoral
Titular de Universidad
Dpto. de Electrónica y Sistemas
Universidade da Coruña

Fdo: Dña. Paula María Castro Castro
Directora de la Tesis Doctoral
Contratada Doctora
Dpto. de Electrónica y Sistemas
Universidade da Coruña

Tesis Doctoral: Técnicas basadas en decisión para sistemas MIMO

Autora: Dña. Josmary Labrador Briceño

Directoras: Dña. Adriana Dapena Janeiro y Dña. Paula María Castro Castro

Fecha: 11 de enero de 2013

Tribunal

Presidente:

Vocal 1:

Vocal 2:

Vocal 3:

Secretario:

A mi madre y a mi tía.

Agradecimientos

Quiero agradecer a mis tutoras, Dra. Paula María Castro Castro y Dra. Adriana Dapena Janeiro, por ayudarme a realizar esta tesis. Sin su ayuda este trabajo no sería posible.

Al Dr. Luis Castedo Ribas por el apoyo que me ha dado. A Fran, Tiago y José Antonio por las discusiones que hemos mantenido acerca de temas relacionados con esta tesis. A Cris y, en general, a todos los becarios que han ido pasando por el laboratorio y al resto de la gente del departamento, por haber hecho el trabajo más llevadero.

También me gustaría agradecer a los compañeros del departamento de Física en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo por apoyarme desde el principio hasta el final en la realización de esta tesis.

Quiero agradecer la financiación que me han proporcionado para poder realizar esta tesis a la institución FUNDAYACUCHO, por la beca que me ha otorgado para cubrir mis estudios en España, y al proyecto de investigación PRECODHARQ de la Xunta de Galicia.

Finalmente quiero dar gracias a mi familia por estar siempre ahí cuando los he necesitado.

Resumen

En esta tesis veremos dos esquemas para sistemas de comunicaciones inalámbricas con múltiples antenas en el transmisor y en el receptor (MIMO, del inglés *Multiple-Input Multiple-Output*) que van a llevar gran parte del procesado de señal desde los receptores al transmisor: aquéllos que implementan técnicas de ecualización en transmisión (también conocidas como *precodificación*) y los que emplean codificación de canal. Puesto que en sistemas dúplex por división de frecuencia (FDD, del inglés *Frequency Division Duplex*) no es posible estimar el canal en el enlace ascendente, ya que no son recíprocos, éste debe ser estimado en el receptor durante el enlace descendente y enviado al transmisor a través de un canal de retorno, usualmente limitado en ancho de banda. La mayoría de los estándares de comunicaciones inalámbricas hacen uso de este canal de realimentación para enviar periódicamente información desde los receptores al transmisor. Sin embargo, ninguno de estos estándares, incluso los que se encuentran en desarrollo, hacen uso de esta información para decidir si el transmisor debe enviar o no símbolos piloto, de forma que estos símbolos son enviados por el transmisor sin tener en cuenta si el receptor realmente los necesita para realizar el seguimiento de las variaciones temporales del canal. Esta situación produce una fuerte degradación del sistema en cuanto a eficiencia espectral, energía transmitida y velocidad de transmisión. Los objetivos de las soluciones propuestas en los esquemas con precodificación tratarán de optimizar el uso de este canal de retorno a través del cual el transmisor obtiene la información del canal (CSI, del inglés *Channel State Information*), que necesita para construir los filtros del precodificador, de simplificar de esta forma el transmisor y evidentemente el receptor, además de reducir la cantidad de símbolos piloto enviada desde el transmisor al receptor. En el caso de las soluciones propuestas en los esquemas con codificación de canal, en particular, con codificación de Alamouti, la finalidad de las mismas es alcanzar los dos últimos objetivos que acabamos de mencionar. A lo largo de este trabajo nos referiremos a estas soluciones basadas en decisión como soluciones *híbridas*.

Una cuestión importante es cómo determinar cuando el canal ha sufrido una variación significativa. Para ello, planteamos en esta tesis una regla de decisión sencilla la cual, en función de unos umbrales que se obtienen en una fase de entrenamiento previa a la transmisión, determinará si es necesario o no el envío de pilotos desde el transmisor y la estimación del canal en el receptor.

Tal y como veremos en los resultados de simulación por ordenador que mostraremos en este trabajo, en el caso de canales MIMO con fluctuaciones de nivel no muy acusadas se consigue una reducción muy importante tanto en el número de símbolos piloto enviados desde el transmisor al receptor como en el coste computacional del receptor derivado de la estimación del canal.

Resumo

Nesta tese veremos dous esquemas para sistemas de comunicacións inarámicas con múltiples antenas no trasmisor e no receptor (MIMO, do inglés *Multiple-Input Multiple-Output*) que van a levar a meirande parte do procesado de sinal dende os receptores ao trasmisor: aqueles que implementan técnicas de ecualización en transmisión (tamén coñecidas como *precodificación*) e os que empregan codificación da canle. Posto que en sistemas dúplex por división en frecuencia (FDD, do inglés *Frequency Division Duplex*) non é posible estimar a canle no enlace ascendente, xa que non son recíprocas, a canle ten que ser estimada no receptor durante o enlace descendente e enviada ao trasmisor a través da canle de retorno, usualmente limitada en canto a ancho de banda. A maior parte dos estándares de comunicacións inarámicas fan uso desta canle de realimentación para enviar periódicamente información dende os receptores ao trasmisor. Nembargantes, ningún destes estándares, mesmo os que se atopan en fase de desenvolvemento, empregan esta información para decidir se o trasmisor debe enviar ou non símbolos piloto, de xeito que estes símbolos son enviados polo trasmisor sen ter en conta se no receptor realmente fan falla para realizar o seguimento das variacións temporais da canle. Esta situación produce unha forte degradación do sistema en canto a eficiencia espectral, enerxía transmitida e velocidade de transmisión. Os obxetivos das solucións propostas nos esquemas con precodificación tratarán de optimizar o uso da canle de retorno a través da cal o trasmisor vai obter a información da canle (CSI, do inglés *Channel State Information*), que precisa para construír os filtros do precodificador, de simplificar desta forma o trasmisor e evidentemente o receptor, ademáis de reducir a cantidade de símbolos piloto enviada dende o trasmisor ao receptor. No caso das solucións propostas nos esquemas con codificación da canle, máis en concreto con codificación de Alamouti, a finalidade das mesmas é acadar os dous últimos obxetivos que mencionabamos anteriormente. Ao longo deste traballo, ímonos referir a estas solucións baseadas en decisión como solucións *híbridas*.

Unha cuestión importante é cómo determinar cando a canle ven de sufrir unha variación significativa. Para conseguir isto, plantexamos nesta tese unha regra de decisión moi sinxela que, en función duns umbrais que se obteñen nunha fase de entreno previa á transmisión, vai determinar se é necesario ou non o envío de pilotos dende o trasmisor e a estimación da canle no receptor.

Tal e como veremos nos resultados de simulación por ordenador que amosaremos neste traballo, no caso de canles MIMO con fluctuacións de nivel non moi acusadas imos conseguir unha diminución moi importante tanto no número de símbolos piloto enviados dende o trasmisor ao receptor como no custo computacional do receptor derivado da estimación da canle.

Summary

In this work we focus on two schemes for wireless communication systems with multiple antennas at both the transmitter and the receiver sides of the link, so-called *Multiple-Input Multiple-Output* (MIMO) systems, which lead most of signal processing tasks from the receiver to the transmitter: schemes implementing transmit equalizing (also termed as *precoding*), and those with channel coding. Since it is not possible in *Frequency Division Duplex* (FDD) systems to estimate the channel during the uplink because the channels are not reciprocal, it has to be obtained at the receiver in the downlink via estimation to be sent to the transmitter through a feedback channel, usually strongly limited in terms of bandwidth. Most recent wireless standards make use of such a feedback channel to send periodically information from the receiver to the transmitter. However, any standard, even those recently developed, uses that information to decide if the transmitter has to transmit or not pilot symbols, so that the pilots are sent independently from the need of the receiver for time-varying channel tracking. This situation produces a strong system degradation in terms of spectral efficiency, transmitted energy, and effective transmission rate. The goals of the proposed solutions for precoding schemes will try to optimize the feedback channel use that facilitates to the transmitter channel information, so-called *Channel State Information* (CSI), essential for precoder filter updating, to simplify both transmitter and receiver, and also to decrease the amount of pilots required by the receiver from the transmitter for estimation purposes. On the other hand, in the proposed solutions for channel coding, in particular for Alamouti coding, the goals agree with the last two points already explained in the case of precoding. In the following, such techniques based on decision are termed as *hybrid* solutions.

An important question is how to determine when the channel has suffered a significant variation. For that purpose, in this thesis we will propose a simple decision rule, which determines if the sending of pilots from the transmitter is required or not as a function of fixed thresholds obtained by means of a training step prior to transmission.

As it can be seen from the computer simulation results shown throughout this work, for MIMO channels with smooth level fluctuations a significant reduction of both pilots, sent by the transmitter to the receiver, and receiver computational cost, derived from channel estimation, can be achieved.

Contenido

Lista de figuras	XIX
Lista de tablas	XXI
1. Introducción	1
1.1. Motivación y objetivos generales	1
1.2. Metodología	2
1.3. Organización de la tesis	3
1.4. Aportaciones	4
1.4.1. Aportaciones en congresos y revistas	4
1.5. Notación	5
2. Modelo de señal	7
2.1. Dispersión de retardo y desvanecimiento selectivo en frecuencia	8
2.2. Dispersión Doppler y desvanecimiento selectivo en tiempo	9
2.3. Dispersión de ángulo y desvanecimiento selectivo espacial	10
2.4. Pérdida de trayecto media	11
2.5. Desvanecimiento	12
2.5.1. Desvanecimiento macroscópico	12
2.5.2. Desvanecimiento microscópico	12
2.6. Sistemas MIMO	16
2.7. Modelo de canal	17
2.8. Información del canal en sistemas TDD y FDD	18
2.9. Conclusiones	21
3. Técnicas para estimación del canal	23
3.1. Modelo de señal	24
3.2. Métodos supervisados	26
3.2.1. LS: Criterio de mínimos cuadrados	27
3.2.2. LMMSE: Criterio de error cuadrático medio mínimo lineal	29

3.3.	Métodos no supervisados	30
3.3.1.	Métodos no supervisados adaptativos	31
3.3.2.	Métodos no supervisados bloque	33
3.4.	Conclusiones	37
4.	Sistemas con ecualización en transmisión	39
4.1.	Ecualización lineal en transmisión	41
4.1.1.	Precodificación lineal de cero forzado	43
4.1.2.	Precodificación lineal MMSE	44
4.2.	Ecualización no lineal en transmisión	45
4.2.1.	Precodificación Tomlinson-Harashima de cero forzado	48
4.2.2.	Precodificación Tomlinson-Harashima MMSE	51
4.3.	Soluciones robustas para CSI imperfecta	54
4.3.1.	Receptores robustos en precodificación lineal	56
4.3.2.	Receptores robustos en precodificación Tomlinson-Harashima	56
4.4.	Comparativa de rendimiento con TCSI en el transmisor	57
4.5.	Aportación: Precodificación híbrida basada en decisión	60
4.5.1.	Regla de decisión	64
4.5.2.	Parámetros de las simulaciones	66
4.5.3.	Fase de entrenamiento	67
4.5.4.	Fase de transmisión	69
4.6.	Conclusiones	78
5.	Sistemas con codificación de Alamouti	85
5.1.	Codificación de Alamouti	86
5.1.1.	Modelo equivalente	89
5.2.	Estimación del canal en sistemas de Alamouti	90
5.2.1.	Técnicas supervisadas	90
5.2.2.	Técnicas no supervisadas	91
5.2.3.	Simulaciones de los distintos métodos de estimación del canal	92
5.3.	Aportación: Sistema de Alamouti basado en decisión	98
5.3.1.	Reducción del coste computacional del receptor	102
5.3.2.	Reducción del número de pilotos	104
5.4.	Conclusiones	109
6.	Conclusiones y líneas de trabajo futuras	111
6.1.	Conclusiones	111
6.2.	Líneas de trabajo futuras	112

A. Derivaciones de los filtros del precodificador lineal	113
A.1. Precodificador lineal de cero forzado	113
A.2. Precodificador lineal MMSE	114
B. Derivaciones de los filtros del precodificador Tomlinson-Harashima	117
B.1. Precodificador no lineal Tomlinson-Harashima de cero forzado	117
B.2. Precodificador no lineal Tomlinson-Harashima MMSE	120
C. Propiedades de las matrices	123
C.1. Lema de inversión de matrices	123
C.2. Propiedades del operador traza	124
C.3. Derivadas de funciones vectoriales y matriciales	125
C.3.1. Derivadas reales	125
C.3.2. Derivadas complejas	126
C.4. Gradientes vectoriales y matriciales	127
D. Condiciones Karush-Kuhn-Tucker	129
E. Lista de acrónimos	131
Bibliografía	134

Lista de figuras

2.1. Desvanecimiento selectivo en tiempo, en frecuencia y espacial.	8
2.2. Desvanecimiento macroscópico y microscópico.	13
2.3. Desvanecimiento microscópico: (a) PDF de una distribución Rayleigh; (b) PDF de una distribución Rice con $\mu = 1$	15
2.4. Sistema de comunicaciones MIMO con precodificación.	17
2.5. Obtención de CSI en el transmisor usando reciprocidad.	19
2.6. Obtención de CSI en el transmisor usando realimentación.	19
3.1. Esquema de comunicaciones con igualador adaptativo.	26
4.1. Sistema con ecualización lineal en transmisión y recepción.	41
4.2. Sistema MIMO con precodificación lineal.	42
4.3. Sistema con ecualización no lineal en transmisión (precodificación TH). .	46
4.4. Operador módulo. (a) QPSK; (b) 16QAM.	47
4.5. Equivalente lineal del precodificador TH.	49
4.6. Constelación QPSK.	58
4.7. Ecualización lineal y no lineal en transmisión y recepción vs. SNR para TCSI en el transmisor.	59
4.8. Precodificación LP-MMSE vs. SNR para PCSI en el transmisor.	61
4.9. Precodificación THP-MMSE vs. SNR para PCSI en el transmisor.	62
4.10. Rendimiento de LP-MMSE y THP-MMSE con PCSI y estimador LMMSE con símbolos piloto ortogonales y no ortogonales.	63
4.11. Estructura de tramas: trama clásica (arriba) y trama de usuario (abajo). . .	66
4.12. Etapa de entrenamiento: Determinar la SNR_{umbral} de aplicación de LP y THP.	68
4.13. Evaluación de la medida DCSI[q] en cada trama en función de la SNR. . .	70
4.14. BER vs. SNR con HP robusto (HP-R) y no robusto (HP-NR) evaluados para diferentes umbrales $p_{i,SNR}$	73
4.15. BER vs. SNR para LP, THP y HP.	75
4.16. Porcentaje de actualización del precodificador (%).	76
4.17. Lena, Elaine, and Mandrill: Imágenes originales.	80

4.18. Lena, Elaine, and Mandrill: Imágenes reconstruidas para una SNR de 15 dB con $\alpha = 0, 2$	81
4.19. Lena, Elaine, and Mandrill: Imágenes reconstruidas para una SNR de 15 dB con $\alpha = 0, 5$	82
4.20. BER en función de la SNR promediando los resultados obtenidos para las tres imágenes transmitidas.	83
4.21. PSNR en dB en función de la SNR promediando los resultados obtenidos para las tres imágenes transmitidas.	83
4.22. Porcentaje promedio de actualización del precodificador (%) para las tres imágenes transmitidas.	84
5.1. Código de Alamouti 2×1	86
5.2. Simulaciones: Resultado de los criterios supervisados para distintas longitudes de la secuencia de entrenamiento y 100 símbolos de usuario (canal estático).	94
5.3. Simulaciones: Resultado de los criterios supervisados para distintas longitudes de la secuencia de entrenamiento y 500 símbolos de usuario (canal estático).	95
5.4. Simulaciones: Resultado de los criterios supervisados para una secuencia de entrenamiento de 10 símbolos piloto (canal estático).	96
5.5. Simulaciones: Resultado de los algoritmos no supervisados para $K = 100$ y $K = 500$ símbolos de usuario (canal estático).	97
5.6. Simulaciones: Comparación del algoritmo no supervisado con el algoritmo supervisado <i>Bloque 3</i> (canal estático).	97
5.7. Simulaciones: Resultado de los criterios supervisados para una secuencia de entrenamiento de 10 pilotos (canal variante).	99
5.8. Simulaciones: Resultado de los algoritmos no supervisados para $K = 100$ y $K = 500$ símbolos de usuario (canal variante).	100
5.9. Izquierda: trama clásica (arriba) y trama de usuario (abajo). Derecha: Canal de retorno FDD.	100
5.10. Simulaciones: Esquema basado en decisión para el algoritmo BCEES. . .	105
5.11. Simulaciones: Porcentaje de actualizaciones para los umbrales de decisión $p_{10,SNR}$, $p_{20,SNR}$, $p_{25,SNR}$ y $p_{30,SNR}$	106
5.12. Simulaciones: Esquema basado en decisión para el algoritmo <i>Bloque 3</i> . .	107

Lista de tablas

2.1.	Desvanecimiento en función de la dispersión de retardo.	9
2.2.	Desvanecimiento en función de la dispersión Doppler.	10
2.3.	Exponentes de la pérdida de trayecto.	12
4.1.	Realimentación en THP.	48
4.2.	Pseudocódigo de THP-ZF con ordenamiento óptimo.	51
4.3.	Pseudocódigo de THP-MMSE con ordenamiento óptimo.	54
4.4.	Umbrales $p_{i,\text{SNR}}$ para $\alpha = 0,2$ (tabla superior) y $\alpha = 0,5$ (tabla inferior). .	71
4.5.	Porcentaje de actualizaciones del precodificador en función de la SNR en dB para $\alpha = 0,2$ (tabla superior) y para $\alpha = 0,5$ (tabla inferior) con $p_{2,\text{SNR}}$. .	77
5.1.	Umbrales para el esquema basado en decisión simplificado.	102
5.2.	Porcentaje de actualizaciones en función de la SNR en dB para el umbral de decisión $p_{10,\text{SNR}}$	104
5.3.	Porcentaje de actualizaciones en función de la SNR en dB para el umbral de decisión $p_{20,\text{SNR}}$	106

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación y objetivos generales

Los canales inalámbricos pueden sufrir variaciones temporales que van a degradar el rendimiento de los sistemas con múltiples antenas en el transmisor y en el receptor si no se realiza un adecuado seguimiento de las mismas. Existen dos grupos de métodos con los que realizar dicho seguimiento o estimación del canal: en primer lugar, los denominados métodos supervisados, que, mediante el envío periódico de secuencias de entrenamiento cuyos símbolos conoce previamente el receptor, estiman los coeficientes del canal, y, en segundo lugar, los métodos denominados no supervisados o ciegos, que estiman dichos coeficientes mediante diversas técnicas sin la necesidad de transmisión de esas secuencias de entrenamiento. De esta forma las técnicas ciegas consiguen aumentar tanto la eficiencia espectral como la tasa de información (también denominada *throughput*).

En esta tesis plantearemos esquemas en el transmisor ampliamente conocidos y utilizados en los últimos años. La igualación en el transmisor y la codificación de Alamouti ofrecen importantes ventajas con respecto a la igualación en el receptor u otros tipos de codificación o sistemas sin codificación, como iremos viendo a lo largo de este trabajo. Por lo tanto, en esta tesis nos ocuparemos del estudio de ambos esquemas en entornos inalámbricos con múltiples antenas tanto en el transmisor como en el receptor.

Sin embargo, el principal inconveniente con el que nos encontramos es la necesidad de disponer de información del canal en el transmisor. Si esa información es perfecta el rendimiento de estos sistemas es óptimo, pero si esa información es errónea las degradaciones pueden ser realmente importantes. Por lo tanto, es fundamental realizar un adecuado seguimiento de las variaciones en las fluctuaciones del canal mediante técnicas de estimación del canal, bien supervisadas o bien ciegas, y el envío de esa información desde los receptores al transmisor a través de un canal de retorno habitualmente disponible en los estándares de comunicaciones inalámbricas más recientes. Sin embargo, puesto que

además este canal está fuertemente limitado en cuanto a ancho de banda, nos planteamos como objetivos generales de esta tesis los siguientes:

- Optimizar el envío de secuencias de entrenamiento para incrementar la eficiencia espectral del sistema global y la tasa de información. Para ello es fundamental elegir adecuadamente el método de estimación del canal, utilizando algoritmos ciegos si es posible.
- Reducir la sobrecarga del canal de retorno, minimizando la cantidad de información a enviar por dicho canal desde los receptores.
- Puesto que los esquemas planteados llevan la complejidad del procesado de señal de los receptores al transmisor, los algoritmos no deberían en ningún caso conllevar un coste computacional elevado al extremo receptor: deben ser algoritmos sencillos con un consumo de recursos escaso.

Hemos tenido en cuenta estos objetivos para realizar los diseños propuestos y, como veremos, los resultados de simulaciones por ordenador que iremos mostrando a lo largo de este trabajo tratarán de demostrar en qué medida se han alcanzado los objetivos que acabamos de enumerar.

1.2. Metodología

El primer paso en la elaboración de esta tesis ha sido realizar una revisión bibliográfica tanto de los métodos más conocidos y ampliamente utilizados para estimación del canal de comunicaciones inalámbrico como de las estrategias de igualación en el transmisor (denominadas de aquí en adelante precodificación). Este tipo de estrategias llevan la complejidad y el consumo de recursos de los receptores al transmisor con rendimientos iguales o mejorados a los de igualación tradicional en el receptor, siempre y cuando el transmisor sea capaz de obtener la información del canal necesaria para construir los filtros del precodificador.

Tras realizar esta revisión inicial, se han planteado nuevos esquemas con precodificación de canal y con codificación de Alamouti, cuya aplicación práctica se ha estudiado tanto en entornos de procesado de imagen como de comunicaciones digitales. Mediante simulaciones por ordenador utilizando el software MATLAB se han realizado comparativas de rendimiento adecuadas que permiten al lector de esta tesis comprobar el correcto funcionamiento de los esquemas propuestos en canales MIMO tipo Rayleigh.

Finalmente, se plantean también posibles líneas futuras que podrían continuar el trabajo realizado que se recoge con este documento.

1.3. Organización de la tesis

El trabajo de tesis recogido en este documento se estructura de la siguiente forma.

En el capítulo 2 se introducen algunas de las características más importantes de un canal radio con propagación multitrayecto: la dispersión de retardo, la dispersión Doppler, la dispersión de ángulo, la pérdida de trayecto media y el fenómeno de desvanecimiento, tanto a gran escala como a pequeña escala. A continuación presentamos el modelado del canal MIMO que utilizaremos a lo largo de todo el trabajo y terminaremos el capítulo con una pequeña discusión sobre la necesidad de un canal de retorno en los sistemas dúplex por división en frecuencia, objeto de estudio de esta tesis.

El capítulo 3 describe los métodos de estimación del canal, tanto supervisados como no supervisados, que se utilizarán para adquirir información del canal en el receptor.

En el capítulo 4 se realiza en primer lugar una pequeña revisión teórica de dos de las técnicas de procesado de señal en transmisión, lineal y no lineal, más usadas y ampliamente conocidas, como son la precodificación lineal y la precodificación Tomlinson-Harashima, respectivamente. A continuación presentamos el esquema basado en decisión propuesto que, como mostraremos mediante resultados de simulación por ordenador, claramente alcanza los objetivos que nos habíamos planteado y que hemos descrito en la sección 1.1.

El capítulo 5 describe brevemente un sistema con codificación de Alamouti con dos antenas transmisoras y una única antena receptora. A continuación evaluamos las técnicas de estimación del canal presentadas en el capítulo 3 en dicho sistema y planteamos finalmente un esquema basado en decisión para detectar las variaciones del canal, que, como veremos en las simulaciones correspondientes, permiten reducir tanto el envío de pilotos como el coste computacional del procesado de señal en recepción.

En el capítulo 6 se recogen las conclusiones extraídas a partir del trabajo realizado y posibles líneas de continuación del mismo en los próximos años.

A continuación se presentan una serie de apéndices que aclaran algunos aspectos recogidos en los capítulos anteriores. En el apéndice A se derivan de forma detallada las expresiones de los filtros del precodificador lineal de cero forzado y MMSE. Las expresiones de los filtros del precodificador no lineal Tomlinson-Harashima se obtienen paso a paso en el apéndice B, también teniendo en cuenta ambos criterios de diseño. En el apéndice C se muestran las propiedades de matrices más importantes que se han utilizado a lo largo de este trabajo y en el apéndice D se explica brevemente el problema de optimización no lineal sujeto a condiciones de igualdad y desigualdad.

1.4. Aportaciones

Tal y como puede verse en los resultados de simulaciones por ordenador que se muestran a lo largo de esta tesis, los esquemas propuestos permiten alcanzar los objetivos que nos habíamos planteado inicialmente: en primer lugar, reducir el coste computacional en la transmisión; en segundo lugar, reducir el envío de símbolos piloto aumentando así la eficiencia espectral del sistema; y, por último, minimizar la sobrecarga de los canales de retorno que existen en la mayoría de los estándares de comunicaciones más recientes, usados para el envío de todo tipo de información desde el receptor al transmisor. El principal problema que presentan dichos canales es que usualmente están muy limitados en cuanto a ancho de banda, por lo que es necesario optimizar el volumen de datos enviados periódicamente al transmisor a través de este recurso.

El trabajo realizado ha llevado a la publicación de varios artículos tanto en revistas de prestigio como en congresos internacionales y nacionales, que se detallan a continuación.

1.4.1. Aportaciones en congresos y revistas

La realización de esta tesis ha originado la publicación de algunos de los resultados parciales o ideas que se han ido evaluando en la misma en revistas internacionales y congresos, tanto nacionales como internacionales.

Enumeramos a continuación las aportaciones a revistas y congresos que se han derivado del trabajo contenido en esta tesis:

- Revistas internacionales indexadas JCR

[1] *Paula M. Castro, Adriana Dapena, José A. García-Naya, Josmary Labrador*, “A Low-Cost Decision-Aided Channel Estimation Method for Alamouti OSTBC”, *Neural Computing and Applications*, 2012, ISSN: 0941-0643, DOI: 10.1007/s00521-012-1112-1 Aceptado, pendiente de publicación. Factor de impacto en 2011: 0.699 (Q3, posición 80/111).

[2] *Josmary Labrador, Paula M. Castro, Francisco J. Vázquez-Araújo, Adriana Dapena*, “Channel Estimation Techniques for Linear Precoded Systems: Supervised, Unsupervised, and Hybrid Approaches”, enviada a *Image and Vision Computing*, 2013, Elsevier Science, ISSN: 0262-8856. Factor de impacto 2011: 1.723 (Q1 T1 59/245 Computer Science, Engineering, Electrical and Electronic).

- Congresos internacionales

[3] *Josmary Labrador, Paula M. Castro, Francisco J. Vázquez-Araújo, Adriana Dapena*, “Hybrid Precoding Scheme with Partial CSI at the Transmitter”, *Proc. of 16th International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information*

and Engineering Systems (KES 2012) (CORE B según ERA 2010), San Sebastián, Spain, Sep. 2012, ISBN: 978-978-1-61499-104-5, DOI: 10.3233/978-1-61499-105-2-1685.

[4] Adriana Dapena, Josmary Labrador, Paula M. Castro, José A. García-Naya, “A Novel Channel Estimation Scheme Combining Adaptive Supervised and Unsupervised Algorithms”, *Proc. of 16th International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems (KES 2012) (CORE B según ERA 2010), San Sebastián, Spain, Sep. 2012, ISBN: 978-978-1-61499-104-5, DOI: 10.3233/978-1-61499-105-2-288.*

[5] Josmary Labrador, Paula M. Castro, Héctor J. Pérez-Iglesias, Adriana Dapena, “A Novel Strategy for Improving the Quality of Embedded Zerotree Wavelet Images Transmitted over Alamouti Coding Systems”, *Lecture Notes in Computer Science, Springer, vol. 6691, pp. 489-496, Jun. 2011, ISBN: 978-3-642-21500-1, DOI: 10.1007/978-3-642-21501-8.*

[6] Adriana Dapena, Paula M. Castro, Josmary Labrador, “Combination of Supervised and Unsupervised Algorithms for Communication Systems with Linear Precoding”, in *Proc. of World Congress on Computational Intelligence (WCCI 2010), Barcelona, Spain, July 2010.*

- Congresos nacionales

[7] Josmary Labrador Briceño, Paula M. Castro Castro, Luis Castedo Ribas, “Rendimiento de Sistemas MIMO con Precodificación en Canales Interiores a 5GHz”, in *Proc. XIV Symposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI), Cantabria, Spain, Sep. 2009.*

1.5. Notación

\approx	Aproximadamente igual a
\ll	Mucho menor que
\gg	Mucho mayor que
\cdot	Operador de multiplicación
$*$	Operador convolución
$\sqrt{x}, x^{1/2}$	Raíz cuadrada de x
$\operatorname{argmin}_x f(x)$	Valor de x que minimiza la función $f(x)$
$\delta(x)$	Función Delta de Dirac
$\exp(x)$	e^x

$I_0(x)$	Función Bessel modificada de orden cero
$L(x)$	Transformada de Laplace de x
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	Distribución gaussiana (normal) de media μ y varianza σ^2
\mathbf{I}_{N_r}	Matriz identidad $N_r \times N_r$
$\mathbf{0}_{N_r}$	Vector de ceros con N_r elementos
$E[\bullet]$	Esperanza matemática
$ x $	Valor absoluto de x
$\Re(\bullet)$	Parte real del argumento
$\Im(\bullet)$	Parte imaginaria del argumento
$\text{tr}(\bullet)$	Traza de una matriz
$(\bullet)^*$	Conjugada compleja
$(\bullet)^T$	Trasposición
$(\bullet)^H$	Conjugada traspuesta
$(\bullet)^{-1}$	Inversa
$\text{diag}(\mathbf{X})$	Vector con los elementos de la diagonal de la matriz \mathbf{X}
$\det(\bullet)$	Determinante de una matriz
$\ \bullet\ _2$	Norma euclídea
x_i	Elemento i -ésimo de un vector \mathbf{x}

Capítulo 2

Modelo de señal

En sistemas de comunicaciones inalámbricas el canal es variante en el tiempo (LTV, del inglés *Linear Time-Varying*), por lo que predecir las variaciones futuras es una tarea complicada. Esto no ocurre en sistemas cableados, en los que el canal permanece prácticamente constante. En este trabajo nos centramos en canales en exteriores. En este tipo de canales es fundamental modelar adecuadamente sus variaciones para conseguir un diseño adecuado del sistema inalámbrico. Vamos a introducir en este capítulo algunas de las características comunes de los entornos de propagación radio.

Una señal que se propaga a través de un canal inalámbrico alcanza su destino a través de diferentes trayectos o caminos. Este fenómeno se conoce como efecto multitrayecto. Estos trayectos diferentes se producen por dispersión (en inglés *scattering*), reflexión y difracción de la energía radiada de los objetos del entorno o por refracción en el medio. Esta propagación multitrayecto produce dispersión de la señal en tres dimensiones diferentes: tiempo, frecuencia y ángulo de llegada. Así, hablamos de dispersión de retardo (en inglés *delay spread*), dispersión Doppler y dispersión de ángulo (en inglés *angle spread*), respectivamente.

Adicionalmente, el nivel de la señal recibida experimenta fluctuaciones, denominadas desvanecimiento (en inglés *fading*). Estas variaciones en la señal se deben a tres efectos: pérdida de trayecto media, desvanecimiento a gran escala y desvanecimiento a pequeña escala. La pérdida de trayecto media depende de la distancia entre el transmisor y el receptor, de las características de las antenas y de la atenuación media introducida por el canal. El desvanecimiento a gran escala (en inglés *long-term channel variation*) depende del tipo de escenario entre el transmisor y el receptor, mientras que el desvanecimiento a pequeña escala (en inglés *short-term channel variation*) se produce como consecuencia de la combinación tanto destructiva como constructiva de los diferentes trayectos.

El presente capítulo se estructura de la siguiente forma. Puesto que las dispersiones de retardo, Doppler y de ángulo, la pérdida de trayecto media y el desvanecimiento, tanto a gran escala como a pequeña escala, constituyen los principales efectos de un canal

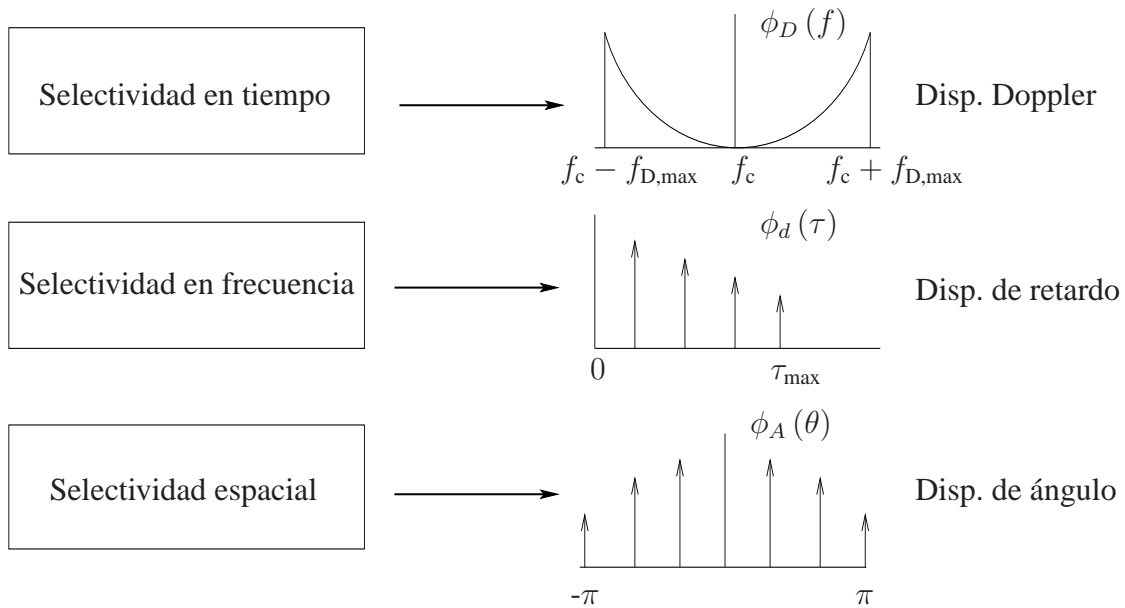


Figura 2.1: Desvanecimiento selectivo en tiempo, en frecuencia y espacial.

radio serán estudiados respectivamente en las secciones 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 y 2.5 de este capítulo. La sección 2.6 muestra el modelo de señal de un sistema con múltiples antenas tanto en transmisión como en recepción y la sección 2.7 detalla el modelo de canal que se va a considerar a lo largo de este trabajo en este tipo de sistemas. Finalmente, la sección 2.8 presenta una breve discusión sobre la forma en la que el transmisor puede obtener información del canal si ésta no es perfectamente conocida.

2.1. Dispersión de retardo y desvanecimiento selectivo en frecuencia

En un entorno con propagación multitrayecto, el receptor consigue versiones escaladas y retardadas de la señal transmitida. Si la señal sólo sufre atenuación (es decir, no hay componentes retardadas), todas las componentes frecuenciales de la señal experimentarán la misma magnitud de desvanecimiento. Este efecto se denomina desvanecimiento plano (en inglés *flat fading*). Por el contrario, si algunas señales llegan retardadas al receptor, las diferentes componentes en frecuencia de la señal experimentarán un desvanecimiento incorrelado, que se denomina desvanecimiento selectivo en frecuencia (en inglés *frequency-selective fading*) (ver la figura 2.1). La dispersión de retardo (en inglés *delay spread*) se puede interpretar como la diferencia entre el tiempo de llegada de la primera componente de la señal, normalmente la correspondiente a línea de visión

Plano	Selectivo en frecuencia
1. BW de la señal $< B_c$	1. BW de la señal $> B_c$
2. Dispersión de retardo $< T_s$	2. Dispersión de retardo $> T_s$

Tabla 2.1: Desvanecimiento en función de la dispersión de retardo.

directa (LOS, del inglés *Line-Of-Sight*), y el tiempo de llegada de la última componente multitrayecto. Aunque existen múltiples formas de definirla, comúnmente se define como la media cuadrática (RMS, del inglés *Root Mean Square*) de los retardos de todas las componentes recibidas, τ_{RMS} . Valores típicos de la dispersión de retardo son del orden de microsegundos en entornos inalámbricos en exteriores y de nanosegundos en entornos inalámbricos en interiores.

Cuando la distancia entre dos frecuencias es mayor que la inversa de la dispersión de retardo, estas dos frecuencias experimentan una atenuación a su paso por el canal totalmente diferente. Si la separación es menor que dicha inversa, sufrirán atenuaciones similares. Por lo tanto, la característica de selectividad en frecuencia del canal va a depender de la comparación entre el ancho de banda de la señal transmitida y la inversa de la dispersión de retardo, también denominada ancho de banda de coherencia del canal, B_c , es decir:

$$B_c \approx \frac{1}{\tau_{\text{RMS}}}.$$

Las señales con un ancho de banda menor que el ancho de banda de coherencia experimentan atenuación en frecuencia plana, mientras que si es mayor la atenuación será diferente en función de la frecuencia, es decir, hablaremos de desvanecimiento selectivo en frecuencia. La tabla 2.1 muestra los dos tipos de desvanecimiento (plano y selectivo en frecuencia) en función de la dispersión de retardo.

2.2. Dispersión Doppler y desvanecimiento selectivo en tiempo

Otra característica importante del canal radio es la movilidad relativa entre el transmisor y el receptor. Cuando un receptor (o los elementos dispersivos de su entorno) se encuentra en movimiento, esa velocidad causa un desfase en la frecuencia de la señal transmitida a lo largo de cada trayecto de propagación de la señal.

Las señales que se propagan a través de múltiples trayectos pueden tener desfases en frecuencia por efecto Doppler diferentes. Estas diferencias se conocen con el nombre de dispersión Doppler (en inglés *Doppler spread*). Tal y como hemos definido en el caso de la dispersión de retardo, se utiliza el valor RMS de la dispersión Doppler. Esto produce que

Rápido	Lento
1. Dispersión Doppler elevada	1. Dispersión Doppler baja
2. $T_c < T_s$	2. $T_c > T_s$
3. Variaciones del canal más rápidas que las variaciones de la señal banda base	Variaciones del canal más lentas que las variaciones de la señal banda base

Tabla 2.2: Desvanecimiento en función de la dispersión Doppler.

el canal radio sea variante en el tiempo, es decir, con retardos y atenuaciones variantes en el tiempo para cada una de las componentes individuales. Este fenómeno se conoce como desvanecimiento selectivo en tiempo (en inglés *time-selective fading*). El tiempo de coherencia (en inglés *coherence time*), T_c , es el tiempo durante el cual el comportamiento del canal permanece aproximadamente constante, sin cambios. Este tiempo de coherencia va a ser inversamente proporcional a la dispersión Doppler, es decir:

$$T_c \approx \frac{1}{f_{\text{RMS}}},$$

donde T_c mide el tiempo mínimo requerido para que la magnitud del canal en un instante dado sea incorrelada con respecto a un valor anterior. Teniendo en cuenta esta selectividad en tiempo, se dice que el canal experimenta un desvanecimiento lento (en inglés *slow fading*) si su tiempo de coherencia es mucho mayor que el periodo de símbolo T_s . En caso contrario, el canal experimenta desvanecimientos rápidos (en inglés *fast fading*). La tabla 2.2 muestra los dos tipos de desvanecimiento (lento y rápido) en función de la dispersión Doppler.

Tanto la selectividad en frecuencia como la selectividad en tiempo son elementos críticos desde el punto de vista de la calidad del enlace en un sistema inalámbrico. Se van a utilizar numerosas técnicas de procesamiento de señal en el transmisor para mitigar estos efectos, incluyendo, por ejemplo, técnicas de igualación de canales variantes, codificación, precodificación y esquemas con diversidad en transmisión.

2.3. Dispersión de ángulo y desvanecimiento selectivo espacial

La dispersión de ángulo (en inglés *Angle Spread*) en el receptor se refiere a la dispersión en los ángulos de llegada (AoA, en inglés *Angles of Arrival*) de las componentes multitrayecto. De forma similar, la dispersión de ángulo en el transmisor se refiere a la dispersión en los ángulos de partida (AoD, en inglés *Angles of Departure*)

para aquellas señales multitrayecto que finalmente alcanzan el receptor (ver la figura 2.1). Conviene indicar que estamos hablando de AoAs y no de AoDs, ya que en este trabajo nos ocupamos únicamente del canal descendente. De nuevo, se considera el valor RMS de la dispersión de ángulo. Esta dispersión de ángulo produce desvanecimiento selectivo espacial, lo que significa que las amplitudes en la señal recibida dependen de la localización espacial de las antenas. El desvanecimiento selectivo espacial se caracteriza por la distancia de coherencia (en inglés *coherence distance*), D_c , que es inversamente proporcional a la dispersión de ángulo, es decir:

$$D_c \propto \frac{1}{\theta_{\text{RMS}}}.$$

Dispersiones de ángulo mayores implican distancias de coherencia más pequeñas. Si la separación entre las antenas es mayor que la distancia de coherencia, la amplitud de la señal depende de la localización de las mismas y viceversa, es decir, si la separación es menor que la distancia de coherencia, las señales que llegan a las diferentes antenas experimentan atenuaciones similares.

Aunque la selectividad espacial no ha sido estudiada de forma tan exhaustiva como la temporal o la frecuencial antes explicadas, este asunto ha adquirido una importancia creciente en los últimos años debido al creciente número de antenas que se están empleando tanto en el transmisor como en el receptor.

2.4. Pérdida de trayecto media

La pérdida de trayecto es la relación entre la potencia transmitida y la recibida (ver figura 2.2) expresada en la forma:

$$\frac{P_r}{P_t} = G_t G_r \frac{\lambda^2}{(4\pi)^2 d^\gamma L}, \quad (2.1)$$

donde P_t y P_r son las potencias transmitida y recibida, respectivamente, d es la distancia entre el transmisor y el receptor y G_t y G_r son las ganancias de potencia de las antenas transmisora y receptora, respectivamente. L se refiere a las pérdidas debidas a las características de las antenas y a la atenuación media del canal. γ es el índice de la pendiente cuyo valor oscila entre 2, para espacio libre, y 6, dependiendo del entorno. En la tabla 2.3 se muestran algunos valores de γ en función del entorno. Se han desarrollado numerosos modelos empíricos de pérdida de trayecto tanto para sistemas microcelulares como macrocelulares, como pueden ser los modelos de Okumura, Hata o Cost-231 [1].

Entorno	γ
Espacio libre	2
Rural llano	3
Rural ondulado	3,5
Suburbano, pendiente suave	4
Urbano denso, rascacielos	4,5

Tabla 2.3: Exponentes de la pérdida de trayecto.

2.5. Desvanecimiento

El desvanecimiento es debido a dos fenómenos multiplicativos: efectos microscópicos y macroscópicos (ver la figura. 2.2), a los que también nos vamos a referir, como decíamos antes, como variaciones del canal a pequeña escala y gran escala, respectivamente, y que describiremos en los dos subapartados siguientes.

2.5.1. Desvanecimiento macroscópico

El desvanecimiento macroscópico se produce por cambios en el escenario, es decir, alteraciones en el entorno (rural, suburbano, urbano...) o como resultado de configuraciones del terreno (llano, abierto, montañoso, rugoso...). La desviación del desvanecimiento macroscópico sobre la pérdida de propagación media se modela como una variable aleatoria que se considera lognormal. Su función de densidad de probabilidad es la siguiente:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.2)$$

donde x es la variable aleatoria expresada en decibelios (dB) que representa las fluctuaciones en la potencia de la señal a gran escala sobre la pérdida de trayecto media. Las variables μ y σ son la media y la desviación típica de x , respectivamente. Ambas, μ y σ , se expresan en dB. El valor medio, μ , es igual a la pérdida de propagación media de la sección anterior. La desviación típica, σ , toma valores aproximados de 8 dB en muchos entornos.

2.5.2. Desvanecimiento microscópico

En muchas situaciones prácticas el transmisor y el receptor no tienen visión directa entre ellos. Esta situación se conoce como propagación con visión no directa (NLOS, del inglés *Non-Line-Of-Sight*). La señal recibida es la suma de las múltiples señales producidas por reflexión desde los elementos que rodean al transmisor y al receptor. Esto

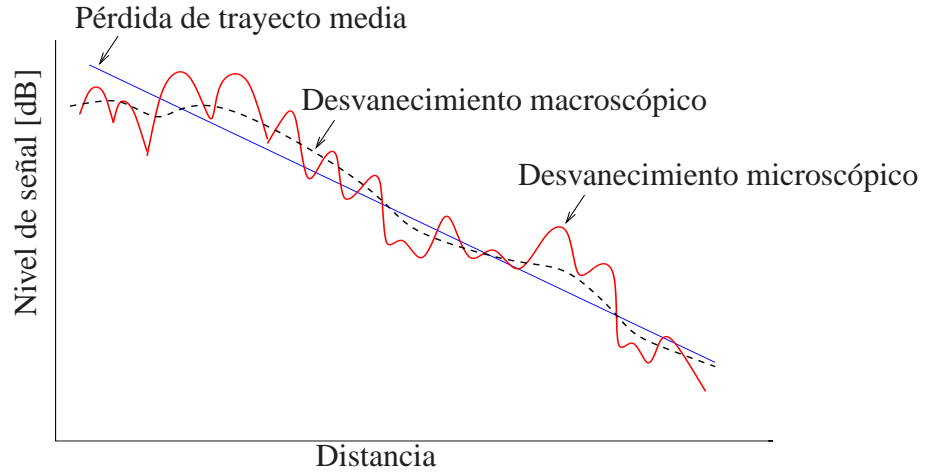


Figura 2.2: Desvanecimiento macroscópico y microscópico.

produce fluctuaciones rápidas sobre la media de la señal recibida que se conocen como desvanecimiento microscópico [2, 3].

Para caracterizar el factor de escala aleatorio causado por el multitrayecto vamos a considerar como señal transmitida en tiempo continuo $s(t)$ una portadora no modulada [3–5], es decir:

$$s(t) = \Re \{ e^{j2\pi f_c t} \} = \cos(2\pi f_c t),$$

donde t es el tiempo en segundos y f_c es la portadora de frecuencia en Hz. Puesto que en general, $s(t) = \Re \{ u(t)e^{j2\pi f_c t} \}$, en este caso la señal equivalente pasabajo de $s(t)$ es $u(t) = 1, \forall t$.

Normalmente el ancho de banda de coherencia del canal es mucho menor que la inversa de la dispersión de retardo (ver la sección 2.1), lo que implica que el retardo asociado con la componente multitrayecto m -ésima $\tau_m(t) \leq \tau_{\text{RMS}}$ para cualquier m y, por lo tanto, podemos considerar un modelo de desvanecimiento de banda estrecha (en inglés *narrowband fading model*). Ahora el canal equivalente pasabajo variante en el tiempo $h(t)$ se modela como la suma de la componente de visión directa y cada una de las M componentes multitrayecto de la forma:

$$h(t) = \sum_{m=0}^M \alpha_m(t) e^{-j\psi_m(t)} \delta(t), \quad (2.3)$$

donde $\alpha_m(t)$ representa las diferentes amplitudes o atenuaciones para cada trayecto y $\psi_m(t)$ se expresa como sigue:

$$\psi_m(t) = 2\pi f_c \tau_m(t) - \psi_{\text{D},m}. \quad (2.4)$$

En esta ecuación $\psi_{D,m}$ es el desplazamiento de fase Doppler para cada componente multitrayecto obtenida como:

$$\psi_{D,m} = \int_t 2\pi f_{D,m}(t) dt,$$

donde $f_{D,m}(t)$ se conoce como desfase Doppler en frecuencia y se expresa como:

$$f_{D,m}(t) = \frac{v \cos(\theta_m(t))}{\lambda}, \quad (2.5)$$

donde v es la velocidad del receptor y λ es la longitud de onda. $\theta_m(t)$ es el ángulo de llegada de cada componente multitrayecto con respecto a la dirección de movimiento.

Por lo tanto, la señal recibida obtenida de la convolución entre la señal transmitida equivalente pasobajo $u(t)$ y la respuesta equivalente pasobajo del canal $h(t)$ puede expresarse como:

$$\begin{aligned} r(t) &= \Re \{ [u(t) * h(t)] e^{j2\pi f_c t} \} = \Re \left\{ \left[\sum_{m=0}^M \alpha_m(t) e^{-j\psi_m(t)} \right] e^{j2\pi f_c t} \right\} \\ &= r_I(t) \cos(2\pi f_c t) - r_Q(t) \sin(2\pi f_c t), \end{aligned}$$

donde las componentes en fase y cuadratura se obtienen como:

$$\begin{aligned} r_I(t) &= \sum_{m=1}^M \alpha_m(t) \cos(\psi_m(t)), \\ r_Q(t) &= \sum_{m=1}^M \alpha_m(t) \sin(\psi_m(t)). \end{aligned}$$

En el caso de muchos trayectos, es decir M grande, podemos aplicar el teorema central del límite junto con el hecho de que tanto $\alpha_m(t)$ como $\psi_m(t)$ son independientes para las diferentes componentes para aproximar r_I y r_Q como un proceso aleatorio conjuntamente gaussiano. Esta propiedad se mantiene también incluso si $\alpha_m(t)$ sigue una distribución Rayleigh o si $\psi_m(t)$ es uniformemente distribuida en $[-\pi, \pi]$. Sea σ^2 la varianza de ambas componentes en fase y en cuadratura. De esta forma, la envolvente de la señal

$$x(t) = |r(t)| = \sqrt{r_I^2(t) + r_Q^2(t)}$$

sigue una distribución Rayleigh con función de densidad de probabilidad (PDF, del inglés *Probability Density Function*) (ver figura. 2.3):

$$f(x) = \frac{2x}{P_r} e^{-\frac{x^2}{P_r}} = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad x \geq 0,$$

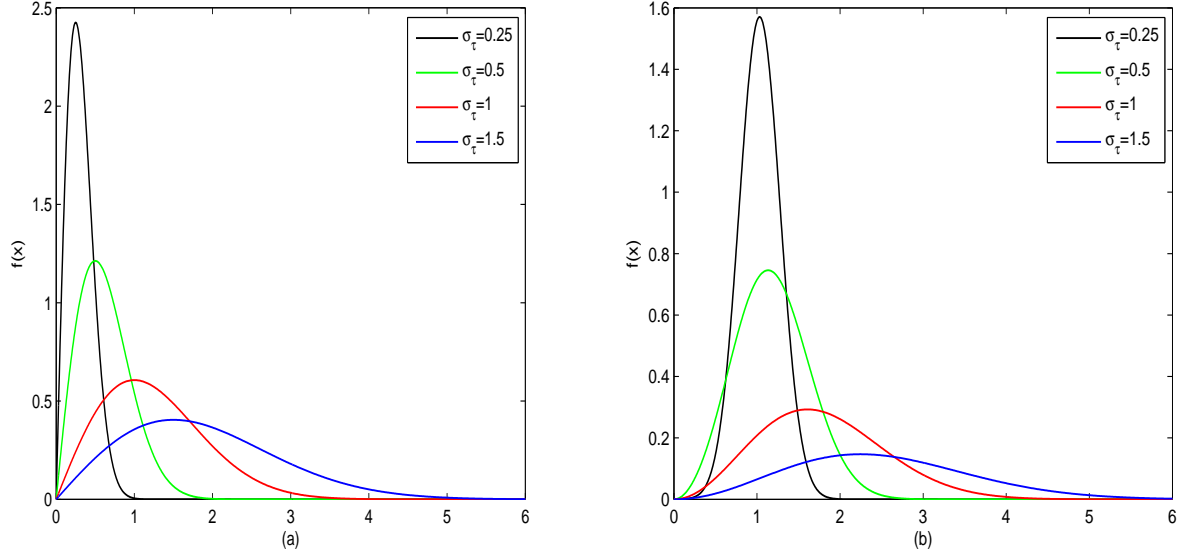


Figura 2.3: Desvanecimiento microscópico: (a) PDF de una distribución Rayleigh; (b) PDF de una distribución Rice con $\mu = 1$.

donde $\bar{P}_r = \sum_m E[\alpha_m^2] = 2\sigma^2$ es la potencia media de la señal recibida.

En el caso de que no exista un trayecto directo entre el transmisor y el receptor, la envolvente de la señal no es Rayleigh y los estadísticos de la amplitud de la señal siguen una distribución Rice. El desvanecimiento Rice está formado por la suma de una señal con una distribución Rayleigh y una señal de visión directa. En este caso, el módulo de $r(t)$ sigue una distribución Rice y su PDF es (ver figura. 2.3):

$$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2 + \mu^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{x\mu}{\sigma^2}\right) \quad x \geq 0,$$

donde $I_0(\bullet)$ es la función de Bessel modificada de orden cero, $\mu^2 = \alpha_0^2$ es la potencia de la componente LOS y $2\sigma^2 = \sum_{m, m \neq 0} E[\alpha_m^2]$ es la potencia media de las componentes multitrayecto NLOS. La potencia recibida media en el caso de un desvanecimiento Rice es:

$$\bar{P}_r = \int_0^\infty x^2 f(x) dx = \mu^2 + 2\sigma^2.$$

Por lo tanto, la distribución Rice puede expresarse de forma alternativa en función del factor K definido como el cociente entre la potencia de la componente LOS y la potencia de las componentes NLOS, es decir:

$$K = \frac{\mu^2}{2\sigma^2},$$

lo que conduce a la expresión alternativa para la PDF de la distribución Rice:

$$f(x) = \frac{2(K+1)x}{\bar{P}_r} e^{\left(-K - \frac{(K+1)x^2}{\bar{P}_r}\right)} I_0 \left(2\sqrt{\frac{K(K+1)}{\bar{P}_r}} x \right) \quad x \geq 0,$$

haciendo las sustituciones $\mu^2 = K\bar{P}_r/(K+1)$ y $2\sigma^2 = \bar{P}_r/(K+1)$. Puesto que $I_0(0) = 1$, la distribución Rice se reduce a la distribución Rayleigh cuando $K = 0$. En caso contrario, cuando $K \rightarrow \infty$, no tendremos desvanecimiento, es decir, no hay multitrayecto puesto que sólo existe componente LOS.

2.6. Sistemas MIMO

Las señales multitrayecto en comunicaciones inalámbricas han sido consideradas una verdadera molestia en recepción hasta 1970, fecha en la que se iniciaron los estudios para aprovechar este fenómeno multitrayecto utilizando múltiples antenas tanto en el transmisor como en el receptor, lo que se conoce como sistemas MIMO (del inglés *Multiple-Input Multiple-Output*) [2–4, 6]. En esencia, la utilización de múltiples antenas proporciona nuevas ramas de diversidad cuyo aprovechamiento redundante en una reducción significativa de la probabilidad de error. Se introduce, por tanto, la dimensión espacial, de ahí que los sistemas MIMO también se denominen sistemas espacio-temporales (ST, del inglés *Spatio-Temporal*) [3, 7–10].

Las técnicas de comunicaciones existentes para canales MIMO dependen básicamente del grado de conocimiento de la información del canal (CSI, del inglés *Channel State Information*) en el transmisor y/o receptor.

La figura 2.4 muestra el esquema de un sistema genérico MIMO con equalización tanto en el transmisor como en el receptor, en el que un transmisor centralizado equipado con N_t antenas se comunica con un receptor equipado con N_r antenas. El transmisor genera la señal a transmitir $\mathbf{x}[n] = [x_1[n], \dots, x_{N_t}[n]]^T$ (donde $\mathbf{x}[n] \in \mathbb{C}^{N_t}$) en el instante n , a partir de los bits fuente $\mathbf{u}[n] = [u_1[n], \dots, u_{N_t}[n]]^T$. En un entorno con desvanecimiento plano, la señal obtenida a la salida del precodificador se propaga por el canal $\mathbf{H}[q] \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ al receptor y es perturbado por un ruido blanco aditivo gaussiano (AWGN, del inglés *Additive White Gaussian Noise*) $\boldsymbol{\eta}[n] \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, \mathbf{C}_{\boldsymbol{\eta}}) \in \mathbb{C}^{N_r}$, con matriz de covarianza $\mathbf{C}_{\boldsymbol{\eta}} = \sigma_{\boldsymbol{\eta}}^2 \mathbf{I}$, para formar la señal recibida $\mathbf{y}[n]$. El canal $\mathbf{H}[q]$ se define como

$$\mathbf{H}[q] = \begin{pmatrix} h_{1,1}[q] & h_{1,2}[q] & \cdots & h_{1,N_t}[q] \\ h_{2,1}[q] & h_{2,2}[q] & \cdots & h_{2,N_t}[q] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1}[q] & h_{N_r,2}[q] & \cdots & h_{N_r,N_t}[q] \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}, \quad (2.6)$$

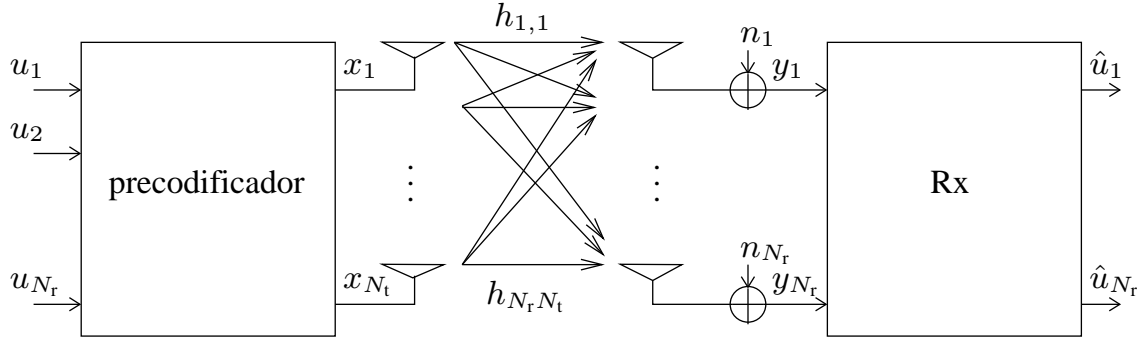


Figura 2.4: Sistema de comunicaciones MIMO con precodificación.

donde $h_{j,i}[q]$ denota el elemento correspondiente a la antena receptora j -ésima y a la i -ésima antena transmisora. Los índices n y q representan el índice temporal y el índice de trama o slot, respectivamente.

La señal x_i correspondiente a la antena transmisora i se propaga por el canal con el coeficiente $h_{j,i}$ a la antena receptora j -ésima, junto con las señales de las otras antenas transmisoras, y es perturbada por un ruido AWGN η_j , de tal forma que la señal recibida por la j -ésima antena receptora es la siguiente:

$$y_j[n] = \sum_{i=1}^{N_t} h_{j,i}[q] x_i[n] + \eta_j[n], \quad (2.7)$$

que se puede expresar en forma matricial como:

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{H}[q] \mathbf{x}[n] + \boldsymbol{\eta}[n] \in \mathbb{C}^{N_r}, \quad (2.8)$$

donde $\mathbf{y}[n] = [y_1[n], \dots, y_{N_r}[n]]^T$, $\boldsymbol{\eta}[n] = [\eta_1[n], \dots, \eta_{N_r}[n]]^T$ y $\mathbf{H}[q]$ está expresado tal y como se ha indicado en la ecuación (2.6).

Este modelo discreto equivalente será el que se usará para modelar el sistema MIMO. La señal transmitida $\mathbf{x}[n]$ debe satisfacer una restricción de potencia transmitida, es decir, $E[\|\mathbf{x}[n]\|_2^2] = E_{\text{tx}}$.

2.7. Modelo de canal

Como se ha mencionado en el apartado anterior, el tiempo de variación del canal es diferente al tiempo de variación de la señal, lo que se conoce como desvanecimiento tipo bloque (en inglés *block fading*) o cuasiestático. Es decir, el canal permanece constante durante un bloque temporal de una o varias tramas de K símbolos y cambia de un bloque temporal a otro. Por tanto, el índice q indicativo de trama no coincide con el índice temporal n .

El canal en el slot temporal q se denota como $\mathbf{H}[q]$. Este canal es el clásico canal MIMO con desvanecimiento Rayleigh i.i.d. (del inglés, *independent and identically distributed*) cuyos elementos $h_{j,i} \sim i.i.d. \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(0, 1)$, con $j = 1, \dots, N_r$ e $i = 1, \dots, N_t$.

Conviene indicar que, de acuerdo con nuestro modelo, el canal \mathbf{H} es estacionario. Los canales realistas, sin embargo, son normalmente no estacionarios, es decir, o bien la localización del receptor o bien la geometría del escenario pueden cambiar. En estos casos la matriz de covarianza del canal no puede asumirse constante (en nuestro caso, la identidad) y debe realizarse un seguimiento adecuado de la misma mediante estimación. Sin embargo, puesto que la matriz de covarianza del canal cambia muy lentamente en comparación con las fluctuaciones del mismo, es realista asumir que es constante y perfectamente conocida tanto en el transmisor como en el receptor. Por otro lado, puesto que el canal de retorno suele estar fuertemente limitado en cuanto a ancho de banda debemos diseñar adecuadamente la realimentación de las realizaciones de canal.

Por último, las variaciones temporales del canal, puesto que se trata de un canal variante en el tiempo, se modelan de la siguiente forma:

$$\text{Si } q = bF, b = 1, 2, \dots, \mathbf{H}[q] = \frac{(1 - \alpha) \mathbf{H}[q - 1] + \alpha \mathbf{H}_R[q]}{\sqrt{(1 - \alpha)^2 + \alpha^2}},$$

$$\text{en otro caso, } \mathbf{H}[q] = \mathbf{H}[q - 1], \quad (2.9)$$

donde F indica el número de tramas durante las cuales el canal permanece constante. $\mathbf{H}_R[q]$ es generado de forma aleatoria de acuerdo con una distribución Rayleigh. El parámetro α determina la velocidad en las fluctuaciones del canal. Si α es 0, el canal permanece sin cambio alguno y cuando α es 1 el canal es completamente aleatorio de un bloque al siguiente.

2.8. Información del canal en sistemas TDD y FDD

Resulta evidente que el transmisor sólo puede adquirir la CSI indirectamente, ya que la señal atraviesa el canal una vez que ha dejado el transmisor [6]. Por lo tanto, la CSI tiene que obtenerse o bien usando el *principio de reciprocidad* o bien usando el canal de retorno desde los receptores.

La reciprocidad del canal inalámbrico implica que el canal de la antena A a la antena B puede estimarse durante la transmisión en la dirección opuesta (B a A) ya que es idéntico a la traspuesta del canal de B a A (ver, por ejemplo, [11, 12]), como se muestra en la figura 2.5. Para la estimación del canal se usan con frecuencia símbolos piloto. La reciprocidad se mantiene si ambos enlaces ascendente y descendente se realizan en la misma frecuencia, tiempo y localización de las antenas. En sistemas prácticos,

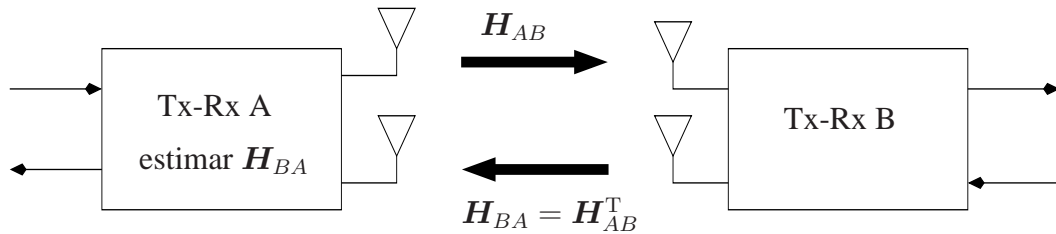


Figura 2.5: Obtención de CSI en el transmisor usando reciprocidad.

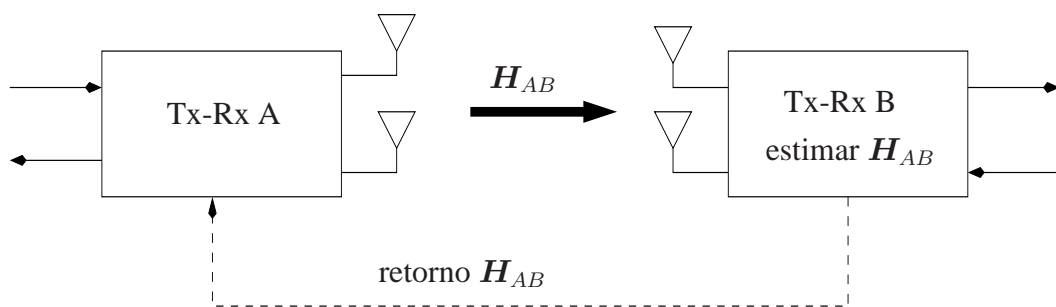


Figura 2.6: Obtención de CSI en el transmisor usando realimentación.

sin embargo, los enlaces ascendente y descendente no pueden usar idéntica frecuencia, tiempo y localización espacial. A pesar de esto, el principio de reciprocidad puede mantenerse de forma aproximada en algunas situaciones. Por ejemplo, en la dimensión temporal, el principio de reciprocidad se mantiene si cualquier lapso temporal Δ_t entre la transmisión ascendente y descendente es mucho menor que el tiempo de coherencia del canal T_c . De forma similar a ésta, en la dimensión frecuencial, cualquier offset de frecuencia Δ_f debe ser mucho menor que el ancho de banda de coherencia del canal B_c , y en la dimensión espacial, las diferencias en la localización de las antenas en los dos enlaces tienen que ser mucho menores que la distancia de coherencia del canal D_c [4].

Puesto que la mayoría de los sistemas de comunicaciones son bidireccionales, los canales ascendente y descendente pueden separarse utilizando dimensiones de transmisión ortogonales. Esta separación se denomina duplexado.

La adquisición de canal práctica basada en reciprocidad puede aplicarse en sistemas TDD-TDMA (del inglés *Time-Division Duplex-Time-Division Multiple Access*) [3, 6, 13, 14]. TDMA consiste en dividir la duración de trama T_f en T subintervalos no solapados, cada uno de duración T_f/T . Cada usuario que quiere transmitir tiene que usar un subintervalo particular dentro de cada trama. En sistemas TDD, se asignan ranuras temporales ortogonales a cada receptor para transmitir a la estación base o para recibir de la misma. Aunque los sistemas TDD-TDMA tienen bandas de frecuencia y localizaciones espaciales de antenas para el enlace ascendente y descendente idénticas, existe un lapso

temporal entre ambos enlaces que, como se mencionaba antes, es insignificante en comparación con el tiempo de coherencia del canal. Incluso en este caso, es difícil garantizar la reciprocidad ya que es necesaria una excelente calibración [15].

En sistemas de acceso múltiple por división de frecuencia (FDMA, del inglés *Frequency-Division Multiple Access*), comúnmente usados para que múltiples usuarios puedan transmitir voz o datos, el ancho de banda de canal disponible se divide en F subcanales de frecuencia no solapados. Cada subcanal se asigna a un usuario bajo demanda. Con dúplex por división en frecuencia (FDD, del inglés *Frequency-Division Duplex*) bandas de frecuencia separadas se asignan a cada usuario para transmitir o recibir de una estación base. Por lo tanto, los sistemas FDD-FDMA tienen frecuentemente idénticas dimensiones temporal y espacial, pero el offset de frecuencia entre los enlaces ascendente y descendente es usualmente mucho mayor que el ancho de banda de coherencia del canal. Por lo tanto, el principio de reciprocidad no puede aplicarse normalmente en sistemas FDD. De hecho, el canal de retorno debería usarse para enviar información del canal del transmisor al receptor, tal y como se muestra en la figura 2.6. La respuesta del canal se estima en el receptor B durante la transmisión del enlace descendente (A a B) y la información se envía al transmisor A a través de dicho canal de retorno. Estos canales de retorno están actualmente implementados en la mayoría de los estándares [16–18]. Por lo tanto, en estos sistemas los errores de calibración son estimados como parte de la CSI de forma que no se producen problemas especiales derivados de la calibración, como ocurre en TDD. Sin embargo, el lapso de tiempo, D , entre la medida del canal en los receptores y su uso en el transmisor es una fuente de error a menos que éste sea mucho menor que el ancho de banda de coherencia.

Además, la velocidad de transmisión de los datos del canal de retorno suele estar muy limitada. Un inconveniente importante de la realimentación es la posible sobrecarga de este canal y el consumo importante de recursos en el transmisor. Por lo tanto, los métodos para reducir la sobrecarga del canal de retorno de forma simple son cruciales en las implementaciones prácticas. Y este es precisamente uno de los objetivos de esta tesis. Sin embargo, esta minimización de la cantidad de información a enviar por este canal desde los receptores al transmisor es una fuente de error en la CSI disponible finalmente en el transmisor. Por lo tanto, estas estrategias deben diseñarse cuidadosamente, tal y como describiremos en este trabajo.

La realimentación puede usarse también para enviar los estadísticos del canal que cambian muy lentamente en comparación con el canal propiamente dicho. En [11, 19, 20], puede verse una discusión muy interesante sobre la estimación de los estadísticos del canal. En este trabajo asumiremos un conocimiento perfecto, sin errores, de los estadísticos del canal. Adicionalmente, asumiremos que los estadísticos del canal son constantes y conocidos tanto en el transmisor como en el receptor. Sin embargo, el requerimiento de lapso temporal en el caso de realimentación de los estadísticos no es

tan fuerte como en el caso de los coeficientes del canal.

2.9. Conclusiones

El objetivo de este capítulo era la descripción del entorno de propagación radio que existe en un sistema de comunicaciones inalámbrico. Las principales características de un canal radio han sido explicadas: pérdida de trayecto media, desvanecimiento macroscópico y microscópico y efectos multitrayecto. Este análisis proporciona un modelo de canal válido en la mayoría de los entornos inalámbricos. Se describe el modelado tanto de las correlaciones temporales como espaciales del canal que usaremos en este trabajo, de forma que el canal resultante puede expresarse como un sistema lineal y variante en el tiempo. Por último, una pequeña discusión ilustra de forma adecuada la necesidad del canal de retorno en sistemas FDD en los que, dado que no se verifica el principio de reciprocidad, la información del canal debe obtenerse en recepción durante el enlace descendente para su envío al transmisor mediante un canal de retorno disponible en la mayoría de los estándares de comunicaciones inalámbricas más recientes.

Capítulo 3

Técnicas para estimación del canal

La estimación del canal es un paso clave en todo sistema de comunicaciones. En particular, en el presente trabajo será necesaria la adquisición de la CSI (del inglés *Channel State Information*) para calcular los coeficientes de los precodificadores del transmisor y para recuperar, en el receptor, las señales transmitidas. Las técnicas de estimación del canal pueden ser clasificadas obedeciendo a distintos criterios.

Según su naturaleza, las técnicas se pueden clasificar en dos grandes grupos: deterministas y estadísticas. Un ejemplo de aproximación determinista a nuestro problema sería utilizar la inversa de la matriz de canal. Esta aproximación, sin embargo, puede no resultar adecuada si existe ruido en las observaciones y, lo que es más importante, requiere un conocimiento exacto del canal, lo cual contradice nuestras hipótesis. Por ello, en el presente trabajo nos centraremos exclusivamente en aproximaciones estadísticas que no necesitan conocer el canal.

A su vez, las técnicas estadísticas pueden subdividirse en dos grupos: bloque y adaptativas. Las técnicas bloque calculan el sistema de recuperación de una forma directa a partir de un bloque de datos de entrada, mientras que las adaptativas lo hacen de forma recursiva, lo que les permite aprovechar los resultados obtenidos al procesar muestras anteriores. No existe un criterio claro para determinar cuál de los dos métodos es el mejor. Por un lado, las técnicas adaptativas obtienen una salida cada vez que llega una muestra y, como consecuencia, su implementación necesita menos memoria, menos coste computacional y proporcionan los resultados con un retardo menor. Sin embargo, necesitan más muestras que las de tipo bloque para conseguir una buena estimación, presentando además problemas de convergencia a la solución óptima global y una fuerte dependencia del paso de adaptación del algoritmo.

Las técnicas estadísticas también admiten otra interesante subdivisión en función del uso o no para la estimación de secuencias de entrenamiento (pilotos). En este sentido, podemos hablar de técnicas supervisadas, no supervisadas (o ciegas) y semi-supervisadas (o híbridas). El criterio de mínimos cuadrados (LS, del inglés *Least*

Squares) [21, 22] es, sin lugar a dudas, el método supervisado más conocido. La idea básica es minimizar el error cuadrático medio (MSE, del inglés *Mean Square Error*) entre los pilotos transmitidos y las señales recibidas. En el caso de sistemas de comunicaciones, estos pilotos son transmitidos en cada trama, lo cual produce una fuerte degradación en el rendimiento, eficiencia espectral y energía transmitida. Por otro lado, las técnicas no supervisadas estiman el canal directamente a partir de las observaciones, sin necesitar símbolos piloto [23–29]. Como desventajas podemos citar que presentan dos ambigüedades (permutación y amplitud) y que necesitan más muestras para poder alcanzar una buena estimación del canal. Con el objeto de aprovechar sus buenas propiedades, y mitigar las deficiencias, tanto de las técnicas no supervisadas como de las supervisadas, distintos autores [24, 30, 31] han propuesto sistemas híbridos donde el tipo de algoritmo se selecciona según algún criterio de decisión.

El presente capítulo se estructura de la siguiente forma. En la sección 3.1 se describe el modelo de señal empleado para la estimación del canal. En la sección 3.2 se presentan las técnicas de estimación del canal supervisadas de mínimos cuadrados y de error cuadrático medio mínimo lineal (LMMSE, del inglés *Linear Minimum Mean Square Error*). En la sección 3.3 estudiaremos las técnicas no supervisadas de maximización de la información (InfoMax, del inglés *Information-Maximization*), de diagonalización conjunta aproximada de las automatrices (JADE, del inglés *Joint Approximate Diagonalization Eigenmatrices*) y de estimación ciega del canal basada en la dispersión de autovalores (BCEES, del inglés *Blind Channel Estimation based on Eigenvalue Spread*).

3.1. Modelo de señal

Consideraremos un sistema genérico donde la señal recibida $\mathbf{Y}[q]$ es una combinación lineal de las señales transmitidas $\mathbf{S}[q]$ obtenida siguiendo el modelo conocido como *mezclas lineales instantáneas* que obedece a la siguiente expresión:

$$\mathbf{Y}[q] = \mathbf{H}[q]\mathbf{S}[q] + \boldsymbol{\eta}[q]. \quad (3.1)$$

Conviene recordar que q es el índice de trama y que, en general, consideraremos que el canal permanece constante durante una o varias tramas. Las matrices $\mathbf{Y}[q]$ y $\mathbf{S}[q]$ contienen K muestras (K denota, por tanto, el tamaño o número de símbolos de la trama) de las N_r señales recibidas (observaciones) y de las N_t transmitidas (fuentes),

respectivamente. Más concretamente, estas matrices tienen la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}[q] &= (\mathbf{y}[0]\mathbf{y}[1]\cdots\mathbf{y}[K-1]) \\ &= \begin{pmatrix} y_1[0] & y_1[1] & \cdots & y_1[K-1] \\ y_2[0] & y_2[1] & \cdots & y_2[K-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N_r}[0] & y_{N_r}[1] & \cdots & y_{N_r}[K-1] \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{N_r \times K}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}[q] &= (\mathbf{s}[0]\mathbf{s}[1]\cdots\mathbf{s}[K-1]) \\ &= \begin{pmatrix} s_1[0] & s_1[1] & \cdots & s_1[K-1] \\ s_2[0] & s_2[1] & \cdots & s_2[K-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N_t}[0] & s_{N_t}[1] & \cdots & s_{N_t}[K-1] \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{N_t \times K}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

donde los vectores $\mathbf{y}[n]$ y $\mathbf{s}[n]$, con $n = 0, \dots, K-1$, contienen, respectivamente, la muestra n -ésima de la señal recibida correspondiente a cada una de las antenas receptoras y la muestra n -ésima de los símbolos piloto enviados por cada antena transmisora.

La matriz de mezcla viene dada por la siguiente expresión:

$$\mathbf{H}[q] = \begin{pmatrix} h_{1,1}[q] & h_{1,2}[q] & \cdots & h_{1,N_t}[q] \\ h_{2,1}[q] & h_{2,2}[q] & \cdots & h_{2,N_t}[q] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1}[q] & h_{N_r,2}[q] & \cdots & h_{N_r,N_t}[q] \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}, \quad (3.4)$$

donde cada coeficiente $h_{j,i}$ representa el canal desde la i -ésima antena transmisora hasta la j -ésima antena receptora. La componente $\boldsymbol{\eta}[q] \in \mathbb{C}^{N_r \times K}$ representa la matriz de ruido blanco aditivo gaussiano (AWGN, del inglés *Additive White Gaussian Noise*) con matriz de covarianza $\mathbf{C}_\eta = \mathbb{E}[\boldsymbol{\eta}[q]\boldsymbol{\eta}^H[q]] \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$.

Dado que el sistema de mezcla es lineal e instantáneo, la estimación del canal puede realizarse utilizando un sistema también lineal e instantáneo donde las salidas se calculan multiplicando las observaciones por cierta matriz de separación $\mathbf{W}[q]$. Por tanto, el modelo que seguiremos para estimar el canal (y para recuperar las señales) será el siguiente:

$$\mathbf{Z}[q] = \mathbf{W}[q]\mathbf{Y}[q]. \quad (3.5)$$

El objetivo de este sistema es encontrar una matriz $\mathbf{W}[q]$ de forma que $\mathbf{Z}[q]$ sea una estimación de $\mathbf{S}[q]$. Una forma de conseguirlo es mediante el empleo de algoritmos adaptativos donde la matriz $\mathbf{W}[q]$ es ajustada utilizando un sistema como el que se muestra en la figura 3.1. La función que rige la adaptación puede adoptar distintas formas. En concreto, en el presente trabajo nos interesarán los *algoritmos de gradiente*.

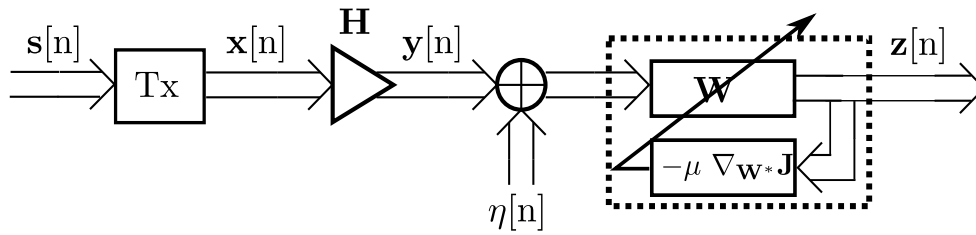


Figura 3.1: Esquema de comunicaciones con igualador adaptativo.

En líneas generales, podemos decir que un algoritmo de gradiente adapta la matriz de separación cada vez que llega una nueva muestra, con el objeto de optimizar una función de coste. Para ello, se plantea la recursión:

$$\mathbf{W}[n + 1] = \mathbf{W}[n] - \mu \nabla_{\mathbf{W}^*} J(\mathbf{W}), \quad (3.6)$$

donde $\nabla_{\mathbf{W}^*} J(\mathbf{W})$ es el gradiente de la función de coste $J(\mathbf{W})$ con respecto a \mathbf{W}^* y $\mu > 0$ es el paso de adaptación. La principal ventaja de emplear este tipo de recursión es que puede proporcionarse una salida cada vez que llega una nueva muestra a la entrada y, por tanto, tanto el retardo como las necesidades de almacenamiento son mínimas. Sin embargo, muchas veces la convergencia es lenta y, lo que es más preocupante, puede converger a mínimos (o máximos) indeseados.

La otra forma de encontrar la matriz $\mathbf{W}[q]$ es con las aproximaciones tipo bloque que procesan simultáneamente un bloque de datos. Una gran parte de los algoritmos tipo bloque surgen de determinar la matriz $\mathbf{W}[q]$ para la cual el gradiente de una función de coste se anula, es decir $\nabla_{\mathbf{W}^*} J = 0$. En otras palabras, la aproximación bloque calcula directamente el punto al que converge el algoritmo de gradiente. Al contrario de lo que sucedía con las aproximaciones adaptativas, las primeras requieren una mayor memoria pero, en general, alcanzan una buena estimación con muy pocas muestras.

3.2. Métodos supervisados

Los métodos supervisados estiman la matriz del canal a partir de un conjunto de símbolos conocidos, llamados símbolos de entrenamiento o pilotos. Este tipo de técnicas han recibido una enorme atención en el campo de las redes neuronales [21, 32–37] debido a sus múltiples aplicaciones en procesamiento de imagen, comunicaciones digitales, etc. Por ejemplo, los estándares actuales de comunicaciones definen la inclusión de ciertos símbolos conocidos dentro de las tramas que se envían.

3.2.1. LS: Criterio de mínimos cuadrados

El criterio de mínimos cuadrados es, sin lugar a dudas, el método supervisado más conocido. Considerando el modelo que hemos presentado en la sección anterior, podemos plantearnos minimizar el error cuadrático entre las señales transmitidas (pilotos) y las salidas del sistema de separación dadas en la ecuación (3.5). El criterio LS tiene, por tanto, la siguiente forma:

$$\hat{\mathbf{W}}_{\text{es}}^{(\text{LS})}[q] = \underset{\mathbf{W}[q]}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{W}[q]\mathbf{Y}[q] - \mathbf{S}[q]\|_2^2, \quad (3.7)$$

con $\mathbf{W}[q] \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$. Desarrollando la expresión anterior se tiene:

$$\begin{aligned} J(\mathbf{W}) &= \|\mathbf{W}[q]\mathbf{Y}[q] - \mathbf{S}[q]\|_2^2 \\ &= \operatorname{tr}(\mathbf{W}[q]\mathbf{Y}[q]\mathbf{Y}^H[q]\mathbf{W}^H[q] - \mathbf{W}[q]\mathbf{Y}[q]\mathbf{S}^H[q] - \mathbf{S}[q]\mathbf{Y}^H[q]\mathbf{W}^H[q]) \\ &\quad + \operatorname{tr}(\mathbf{S}[q]\mathbf{S}^H[q]). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Utilizando las definiciones dadas en el apéndice C, se obtiene que el gradiente de esta función de coste tiene la siguiente forma:

$$\nabla_{\mathbf{W}^*} J(\mathbf{W}) = \mathbf{W}[q]\mathbf{Y}[q]\mathbf{Y}^H[q] - \mathbf{S}[q]\mathbf{Y}^H[q]. \quad (3.9)$$

Igualando esta expresión a cero, obtenemos que la matriz $\mathbf{W}[q]$ correspondiente al único punto estacionario de $J(\mathbf{W})$ es:

$$\boxed{\hat{\mathbf{W}}_{\text{es}}^{(\text{LS})}[q] = \mathbf{S}[q]\mathbf{Y}^H[q] (\mathbf{Y}[q]\mathbf{Y}^H[q])^{-1}}. \quad (3.10)$$

Calculando el hessiano, puede demostrarse que este punto corresponde a un mínimo de la función de coste. La aproximación tipo bloque consiste en calcular directamente la matriz $\hat{\mathbf{W}}_{\text{es}}^{(\text{LS})}[q]$ empleando la ecuación (3.10) para un bloque de datos.

A partir de las ecuaciones (3.6) y (3.9) se puede plantear implementar un algoritmo de gradiente que adapte la matriz de separación cada vez que llega una nueva muestra de las observaciones al receptor. Este algoritmo, conocido como mínimos cuadrados promedio (LMS, del inglés *Least Mean Squares*) y que denominaremos *LS adaptativo*, tiene la forma:

$$\boxed{\mathbf{W}[n+1] = \mathbf{W}[n] - \mu (\mathbf{W}[n]\mathbf{y}[n]\mathbf{y}^H[n] - \mathbf{s}[n]\mathbf{y}^H[n])}, \quad (3.11)$$

en el que la ecuación (3.5) se expresa como $\mathbf{z}[n] = \mathbf{W}[n]\mathbf{y}[n]$, con $\mathbf{y}[n]$ y $\mathbf{s}[n]$ dados en las ecuaciones (3.2) y (3.3), respectivamente.

Una forma alternativa de plantear el criterio LS surge cuando nos centramos en calcular directamente la matriz del canal $\mathbf{H}[q]$, en vez de la matriz $\mathbf{W}[q]$. En este caso

proponemos minimizar el error cuadrático entre la señal recibida, $\mathbf{Y}[q]$, y la señal que debería haberse recibido, $\mathbf{H}[q]\mathbf{S}[q]$. La función a minimizar será la siguiente:

$$\hat{\mathbf{H}}_{\text{es}}^{(\text{LS})}[q] = \underset{\mathbf{H}[q]}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{H}[q]\mathbf{S}[q] - \mathbf{Y}[q]\|_2^2. \quad (3.12)$$

Desarrollando la expresión anterior se obtiene

$$\begin{aligned} J(\mathbf{H}) &= \|\mathbf{H}[q]\mathbf{S}[q] - \mathbf{Y}[q]\|_2^2 \\ &= \operatorname{tr}(\mathbf{H}[q]\mathbf{S}[q]\mathbf{S}^H[q]\mathbf{H}^H[q] - \mathbf{H}[q]\mathbf{S}[q]\mathbf{Y}^H[q] - \mathbf{Y}[q]\mathbf{S}^H[q]\mathbf{H}^H[q]) \\ &\quad + \operatorname{tr}(\mathbf{Y}[q]\mathbf{Y}^H[q]). \end{aligned} \quad (3.13)$$

El gradiente de esta función de coste viene dado por:

$$\nabla_{\mathbf{H}^*} J(\mathbf{H}) = \mathbf{H}[q]\mathbf{S}[q]\mathbf{S}^H[q] - \mathbf{Y}[q]\mathbf{S}^H[q]. \quad (3.14)$$

Es inmediato comprobar que esta expresión se anula en un único punto,

$$\boxed{\hat{\mathbf{H}}_{\text{es}}^{(\text{LS})}[q] = \mathbf{Y}[q]\mathbf{S}^H[q] (\mathbf{S}[q]\mathbf{S}^H[q])^{-1}}. \quad (3.15)$$

Este resultado corresponde a la solución bloque para el cálculo de la matriz del canal a partir de la secuencia de pilotos.

Comparación de los métodos tipo bloque LS

Vamos a comparar los dos métodos tipo bloque que hemos descrito anteriormente para calcular el estimador LS:

- Método 1:

$$\hat{\mathbf{W}}_{\text{es}}^{(\text{LS})}[q] = \mathbf{S}[q]\mathbf{Y}^H[q] (\mathbf{Y}[q]\mathbf{Y}^H[q])^{-1}.$$

- Método 2:

$$\hat{\mathbf{H}}_{\text{es}}^{(\text{LS})}[q] = \mathbf{Y}[q]\mathbf{S}^H[q] (\mathbf{S}[q]\mathbf{S}^H[q])^{-1}.$$

A simple vista podemos observar que el segundo método tiene un menor coste computacional ya que la matriz $\mathbf{\Delta}_s[q] = \mathbf{S}[q]\mathbf{S}^H[q]$ es perfectamente conocida en el receptor.

Por otro lado, recordemos que la recuperación de las señales se realiza con un sistema lineal cuya salida tiene la forma $\mathbf{Z}[q] = \mathbf{W}[q]\mathbf{Y}[q]$. Por tanto, utilizando el modelo de

señal dado en la ecuación (3.1), obtenemos que el primer algoritmo en ausencia de ruido recupera la siguiente señal:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}[q] &= \hat{\mathbf{W}}_{\text{es}}^{(\text{LS})}[q] \mathbf{Y}[q] = \mathbf{S}[q] \mathbf{Y}^{\text{H}}[q] (\mathbf{Y}[q] \mathbf{Y}^{\text{H}}[q])^{-1} \mathbf{Y}[q] \\
&= \mathbf{S}[q] \mathbf{S}^{\text{H}}[q] \mathbf{H}^{\text{H}}[q] (\mathbf{H}[q] \mathbf{S}[q] \mathbf{S}^{\text{H}}[q] \mathbf{H}^{\text{H}}[q])^{-1} \mathbf{H}[q] \mathbf{S}[q] \\
&= \mathbf{\Delta}_s[q] \mathbf{H}^{\text{H}}[q] (\mathbf{H}[q] \mathbf{\Delta}_s[q] \mathbf{H}^{\text{H}}[q])^{-1} \mathbf{H}[q] \mathbf{S}[q] \\
&= \mathbf{\Delta}_s[q] \mathbf{\Delta}_s^{-1}[q] \mathbf{H}^{\text{H}}[q] \mathbf{H}^{-\text{H}}[q] \mathbf{H}^{-1}[q] \mathbf{H}[q] \mathbf{S}[q] \\
&= \mathbf{S}[q],
\end{aligned}$$

donde hemos utilizado el hecho de que los pilotos son ortogonales y, por lo tanto, la matriz $\mathbf{\Delta}_s[q]$ es diagonal. En definitiva, para valores de SNR elevados el método 1 permite la perfecta recuperación de la señal.

Consideremos ahora el segundo método LS. En este caso la recuperación de la señal implica la inversión de la matriz del canal. Es decir, la señal se estima utilizando:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}[q] &= \left(\hat{\mathbf{H}}_{\text{es}}^{(\text{LS})}[q] \right)^{-1} \mathbf{Y}[q] = \left(\mathbf{Y}[q] \mathbf{S}^{\text{H}}[q] (\mathbf{S}[q] \mathbf{S}^{\text{H}}[q])^{-1} \right)^{-1} \mathbf{Y}[q] \\
&= (\mathbf{H}[q] \mathbf{S}[q] \mathbf{S}^{\text{H}}[q] \mathbf{\Delta}_s^{-1}[q])^{-1} \mathbf{H}[q] \mathbf{S}[q] \\
&= (\mathbf{H}[q] \mathbf{\Delta}_s[q] \mathbf{\Delta}_s^{-1}[q])^{-1} \mathbf{H}[q] \mathbf{S}[q] = \mathbf{H}^{-1}[q] \mathbf{H}[q] \mathbf{S}[q] \\
&= \mathbf{S}[q],
\end{aligned}$$

donde de nuevo hemos considerado pilotos ortogonales y $\text{SNR} \rightarrow \infty$. Es interesante notar que para matrices de canal ortogonales, como es el caso de la codificación de Alamouti que veremos en el capítulo 5, la recuperación del canal se realiza como $\mathbf{Z}[q] = \hat{\mathbf{H}}_{\text{es}}^{(\text{LS}),\text{H}}[q] \mathbf{Y}[q]$ y no como $\mathbf{Z}[q] = \hat{\mathbf{H}}_{\text{es}}^{(\text{LS}),-1}[q] \mathbf{Y}[q]$, lo que reduce notablemente la complejidad de este método.

3.2.2. LMMSE: Criterio de error cuadrático medio mínimo lineal

La estimación del canal LMMSE plantea minimizar el error cuadrático medio entre el canal y el canal estimado. A diferencia del criterio LS, la matriz que se calculará, \mathbf{W} , será de tamaño $N_t \times K$ donde, recordemos, N_t es el número de antenas transmisoras y K es el número de muestras. Otra diferencia importante es que el criterio se plantea como un promedio a lo largo de todos los bloques de datos.

La función a optimizar tiene la forma:

$$\underset{\mathbf{W}[q]}{\text{argmin}} J(\mathbf{W}) = \underset{\mathbf{W}[q]}{\text{argmin}} \text{E} \left[\left\| \mathbf{H}^{\text{H}}[q] - \mathbf{W}[q] \mathbf{Y}^{\text{H}}[q] \right\|_2^2 \right]. \quad (3.16)$$

Hay que resolver el problema de minimización de manera análoga a la del apartado anterior. En primer lugar, desarrollaremos la función de coste:

$$J(\mathbf{W}) = \text{E} [\text{tr}(\mathbf{H}^H[q]\mathbf{H}[q]) - \text{tr}(\mathbf{H}^H[q]\mathbf{Y}[q]\mathbf{W}^H[q]) - \text{tr}(\mathbf{W}[q]\mathbf{Y}^H[q]\mathbf{H}[q]) + \text{tr}(\mathbf{W}[q]\mathbf{Y}^H[q]\mathbf{Y}[q]\mathbf{W}^H[q])]. \quad (3.17)$$

El gradiente de esta función viene dado por la siguiente expresión:

$$\nabla_{\mathbf{W}^*} J(\mathbf{W}) = -\text{E}[\mathbf{H}^H[q]\mathbf{Y}[q]] + \mathbf{W}[q] \text{E}[\mathbf{Y}^H[q]\mathbf{Y}[q]]. \quad (3.18)$$

Por tanto, el filtro LMMSE es:

$$\mathbf{W}_{\text{es}}^{(\text{LMMSE})}[q] = \mathbf{C}_{HY} \mathbf{C}_Y^{-1}, \quad (3.19)$$

donde las matrices de covarianza se han definido como $\mathbf{C}_{HY} = \text{E}[\mathbf{H}^H[q]\mathbf{Y}[q]]$ y $\mathbf{C}_Y = \text{E}[\mathbf{Y}^H[q]\mathbf{Y}[q]]$.

Teniendo en cuenta la ecuación (3.1) se deduce que:

$$\mathbf{C}_{HY} = \text{E}[\mathbf{H}^H[q]\mathbf{Y}[q]] = \mathbf{C}_H \mathbf{S}[q] \quad (3.20)$$

$$\mathbf{C}_Y = \text{E}[\mathbf{Y}^H[q]\mathbf{Y}[q]] = \mathbf{S}^H[q]\mathbf{C}_H \mathbf{S}[q] + \mathbf{C}_\eta, \quad (3.21)$$

con $\mathbf{C}_H = \text{E}[\mathbf{H}^H[q]\mathbf{H}[q]] = N_r \mathbf{I}$. Si se introducen las expresiones anteriores de \mathbf{C}_{HY} y \mathbf{C}_Y en la ecuación (3.19), el filtro LMMSE puede escribirse como:

$$\mathbf{W}_{\text{es}}^{(\text{LMMSE})}[q] = \mathbf{C}_H \mathbf{S}[q] (\mathbf{S}^H[q]\mathbf{C}_H \mathbf{S}[q] + \mathbf{C}_\eta)^{-1}. \quad (3.22)$$

Finalmente, la estimación del canal se obtiene como $\hat{\mathbf{H}}_{\text{es}}^{(\text{LMMSE})}[q] = \mathbf{Y}[q]\mathbf{W}_{\text{es}}^H[q]$, por lo tanto:

$$\hat{\mathbf{H}}_{\text{es}}^{(\text{LMMSE})}[q] = \mathbf{Y}[q] (\mathbf{S}^H[q]\mathbf{C}_H \mathbf{S}[q] + \mathbf{C}_\eta)^{-1} \mathbf{S}^H[q]\mathbf{C}_H. \quad (3.23)$$

Resulta obvio demostrar que cuando el ruido es AWGN ($\mathbf{C}_\eta = \sigma_\eta^2 \mathbf{I}$) y la varianza del ruido converge a cero ($\sigma_\eta^2 \rightarrow 0$) la solución LMMSE converge a la solución LS. Por lo tanto, la estimación LS es claramente subóptima en el caso de ruido correlado. Sin embargo, si el ruido es incorrelado puede considerarse una alternativa práctica a la estimación LMMSE, ya que no es necesaria ninguna información estadística acerca de la señal para el diseño del estimador.

3.3. Métodos no supervisados

Los símbolos piloto necesarios para estimar la matriz de canal (o el sistema de recuperación) utilizando métodos supervisados pueden ser evitados usando algoritmos

de separación ciega de fuentes (BSS, del inglés *Blind Source Separation*) que estiman simultáneamente la matriz de canal (o matriz de mezcla), $\mathbf{H}[q]$, y las señales originales (fuentes), $\mathbf{S}[q]$, directamente a partir de las realizaciones correspondientes del vector observado $\mathbf{Y}[q]$, asumiendo que tanto las fuentes como el canal son completamente desconocidos en el receptor [23–29, 31]. La clave de los métodos ciegos reside en el aprovechamiento de determinadas propiedades estadísticas de las fuentes. En particular, una gran parte de los métodos propuestos utilizan el hecho de que las fuentes son estadísticamente independientes entre sí y, por tanto, las salidas del sistema separador también deberían serlo.

Recordemos que estamos asumiendo un modelo lineal e instantáneo tanto en el sistema de mezcla como en el sistema separador:

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}[q] &= \mathbf{H}[q]\mathbf{S}[q] + \boldsymbol{\eta}[q], \\ \mathbf{Z}[q] &= \mathbf{W}[q]\mathbf{Y}[q].\end{aligned}\tag{3.24}$$

Si combinamos ambas ecuaciones encontramos que las salidas del sistema separador tienen la forma:

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}[q] &= \mathbf{W}[q]\mathbf{H}[q]\mathbf{S}[q] + \mathbf{W}[q]\boldsymbol{\eta}[q] \\ &= \mathbf{G}[q]\mathbf{S}[q] + \mathbf{W}[q]\boldsymbol{\eta}[q],\end{aligned}\tag{3.25}$$

donde $\mathbf{G}[q] = \mathbf{W}[q]\mathbf{H}[q]$ es la matriz de ganancias. Es inmediato deducir que el proceso de mezcla podrá invertirse cuando la matriz $\mathbf{G}[q]$ sea la identidad. Sin embargo, también se consideran válidas aquellas soluciones donde las fuentes son recuperadas en otro orden o con una cierta ganancia distinta de uno. Como consecuencia, los métodos no supervisados presentan dos indeterminaciones que no aparecen en los métodos supervisados: el cambio de orden y de amplitud (en muchos casos compleja) de las señales recuperadas con respecto a las señales originales.

3.3.1. Métodos no supervisados adaptativos

Los primeros trabajos sobre este tema datan del año 1980 y surgieron en el contexto de las redes neuronales artificiales (ANN, del inglés *Artificial Neural Networks*). En concreto, el algoritmo se debe a los investigadores franceses Héroult y Jutten [38], quienes propusieron utilizar un sistema separador cuya salida es realimentada a la entrada. La existencia de realimentaciones complica la implementación software ya que se hace necesario realizar la inversión de la matriz de separación. Para evitar esta operación, Cichocki y Undebauen [39] realizaron una sencilla modificación que permite llevar a cabo la separación utilizando una estructura sin realimentaciones. El algoritmo de Cichocki y

Undebauen actualiza los pesos del sistema separador cada vez que se recibe una nueva muestra utilizando la siguiente recursión:

$$\mathbf{W}[n+1] = \mathbf{W}[n] + \mu (\mathbf{A} - \mathbf{g}(\mathbf{z}[n])\mathbf{f}^H(\mathbf{z}[n])) \mathbf{W}[n], \quad (3.26)$$

donde \mathbf{A} es una matriz diagonal y $\mathbf{f}^H(\mathbf{z}[n]) = [f^*(z_1[n]), \dots, f^*(z_{N_i}[n])]$ y $\mathbf{g}(\mathbf{z}[n]) = [g(z_1[n]), \dots, g(z_{N_i}[n])]^T$ son dos vectores formados por funciones no lineales de las salidas $f(\bullet)$ y $g(\bullet)$, respectivamente, que introducen estadísticos de orden superior al segundo a la recursión para forzar la independencia estadística de las salidas del sistema.

En el año 1995, Bell y Sejnowski [26] propusieron utilizar uno de los paradigmas más importantes del aprendizaje de las ANN: el principio de InfoMax propuesto por Linsker [40]. De acuerdo con este principio, los parámetros de una red neuronal se ajustan con el objetivo de maximizar la transferencia de información entre la entrada y la salida. Se conjetura que determinados mecanismos de aprendizaje de los seres vivos funcionan de esta manera. El criterio ha dado lugar a dos tipos de algoritmos adaptativos:

- *Algoritmo de gradiente ascendente de máxima pendiente:*

$$\mathbf{W}[n+1] = \mathbf{W}[n] + \mu (\mathbf{W}[n]^{-H} - \mathbf{g}(\mathbf{z}[n])\mathbf{y}^H[n]). \quad (3.27)$$

- *Algoritmo de gradiente relativo:* se obtiene a partir del anterior multiplicando el factor de incremento de la ecuación (3.27) por $\mathbf{W}^H[n]\mathbf{W}[n]$ de la forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}[n+1] &= \mathbf{W}[n] + \mu (\mathbf{W}[n]^{-H} - \mathbf{g}(\mathbf{z}[n])\mathbf{y}^H[n]) \mathbf{W}^H[n]\mathbf{W}[n] \\ &= \mathbf{W}[n] + \mu (\mathbf{I} - \mathbf{g}(\mathbf{z}[n])\mathbf{z}^H[n]) \mathbf{W}[n]. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Otra importante familia de criterios de separación ciega es la conocida como *contraste*, término acuñado por Comon [41] para designar a ciertas funciones de coste que cumplen una serie de condiciones que garantizan la correspondencia entre sus máximos y los estados de separación. Esta aproximación permite conseguir la separación ajustando los coeficientes del sistema recuperador mediante algoritmos de gradiente ascendente. Más concretamente, tanto Comon [41] como Moreau y Macchi [42] propusieron distintos contrastes basados en maximizar funciones no lineales de las salidas definidas a partir de otros estadísticos de orden superior (denominados *cumulantes*), en concreto de cuarto orden. El cálculo de los coeficientes del sistema separador se realiza mediante un algoritmo de gradiente ascendente.

Estos son algunos de los algoritmos más destacados, aunque existen otros que han tenido y siguen teniendo gran relevancia en el contexto de BSS como, por ejemplo, la separación adaptativa equivariante vía independencia (EASI, del inglés *Equivariant Adaptive Separation via Independence*) [43], el análisis de componentes independientes (FastICA, del inglés *Fast Independent Component Analysis*) y sus variantes [44–46], etc. Sin embargo, la tendencia es buscar implementaciones tipo bloque o soluciones algebraicas.

3.3.2. Métodos no supervisados bloque

Una importante familia de algoritmos no supervisados se basa en la diagonalización de matrices de cumulantes de cuarto orden. En particular, la diagonalización conjunta aproximada de las automatrices, conocida como algoritmo JADE [25], es uno de los algoritmos tipo bloque más conocidos y utilizados debido a su gran robustez. A continuación explicaremos los fundamentos de esta técnica y un caso especial que surge de la consideración de matrices de canal ortogonales.

Estos algoritmos definen una nueva matriz de observaciones de la forma [47]:

$$\tilde{\mathbf{Y}}[q] = \mathbf{B}[q]\mathbf{Y}[q], \quad (3.29)$$

donde la matriz $\mathbf{B}[q]$ se denomina matriz de preblanqueo. Esta matriz debe garantizar que la matriz de correlación de estas señales así redefinidas verifique:

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{Y}}} = \mathbb{E}[\tilde{\mathbf{Y}}[q]\tilde{\mathbf{Y}}^H[q]] = \mathbf{I}, \quad (3.30)$$

es decir, que el nuevo conjunto de observaciones sea ahora blanco. La matriz de preblanqueo que asegura dicha propiedad se expresa como:

$$\mathbf{B}[q] = \mathbf{\Lambda}^{1/2}[q]\mathbf{U}^H[q], \quad (3.31)$$

donde las matrices $\mathbf{\Lambda}[q]$ y $\mathbf{U}[q]$ se obtienen de la descomposición en autovalores (EVD, del inglés *EigenValue Decomposition*) de la matriz $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}}$, es decir:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}} = \mathbf{U}[q]\mathbf{\Lambda}[q]\mathbf{U}^H[q]. \quad (3.32)$$

Utilizando el modelo general de la ecuación (3.1) pero sin el ruido, podemos ver que la matriz de correlación $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{Y}}}$ tiene la forma:

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{Y}}} = \mathbf{B}[q]\mathbf{H}[q]\mathbf{S}[q]\mathbf{S}^H[q](\mathbf{B}[q]\mathbf{H}[q])^H = \mathbf{U}[q]\mathbf{S}[q]\mathbf{S}^H[q]\mathbf{U}^H[q]. \quad (3.33)$$

Asumiendo que $\mathbf{S}[q]\mathbf{S}^H[q] = \mathbf{I}$ (o, en general, una matriz diagonal $\mathbf{\Delta}_s[q]$), obtenemos que, para que se verifique la condición de la ecuación (3.30), debe cumplirse que $\mathbf{U}[q] = \mathbf{B}[q]\mathbf{H}[q]$ sea una matriz ortogonal. La cuestión que se plantea ahora es cómo estimar precisamente esta matriz ortogonal $\mathbf{U}[q]$.

JADE: Diagonalización conjunta aproximada de las automatrices

Una forma de medir la relación entre distintas señales es mediante el empleo de cumulantes de orden cuatro definido como sigue:

$$\begin{aligned} \text{cum}(\tilde{y}_i, \tilde{y}_j, \tilde{y}_k, \tilde{y}_l) &= \mathbb{E}[\tilde{y}_i\tilde{y}_j\tilde{y}_k\tilde{y}_l] - \mathbb{E}[\tilde{y}_i\tilde{y}_j]\mathbb{E}[\tilde{y}_k\tilde{y}_l] - \mathbb{E}[\tilde{y}_i\tilde{y}_l]\mathbb{E}[\tilde{y}_j\tilde{y}_k] \\ &\quad - \mathbb{E}[\tilde{y}_i\tilde{y}_k]\mathbb{E}[\tilde{y}_j\tilde{y}_l]. \end{aligned}$$

Por razones de sencillez, obviaremos los índices n y q tanto en las señales como en las matrices de mezcla y separación.

El trabajo realizado por Cardoso [25] para definir el algoritmo JADE se basa en crear matrices de cumulantes de cuarto orden a partir de una matriz binaria (con ceros y unos) denotada por M . Matemáticamente, dada una matriz M , la matriz de cumulantes de cuarto orden asociada, $Q_{\tilde{Y}}(M)$, es:

$$[Q_{\tilde{Y}}(M)]_{ij} = \sum_{k,l=1}^{N_r} \text{cum}(\tilde{y}_i, \tilde{y}_j^*, \tilde{y}_k, \tilde{y}_l^*) m_{lk}, \quad (3.34)$$

donde $m_{lk} = [M]_{lk}$. Lo interesante de esta definición es que para un canal AWGN con fuentes estadísticamente independientes, la matriz cumulante puede descomponerse como sigue:

$$Q_{\tilde{y}}(M) = U \Delta_M U^H, \quad (3.35)$$

donde Δ_M es una matriz diagonal de la forma:

$$[\Delta(M)]_{ii} = \mathbf{u}_i^H M \mathbf{u}_i, \quad (3.36)$$

siendo \mathbf{u}_i la i -ésima columna de U . Si identificamos U como la matriz de autovectores y $[\Delta(M)]_{ii}$ el autovalor asociado al i -ésimo autovector, podemos deducir que nuestro objetivo de calcular la matriz U puede ser alcanzado mediante la diagonalización de la matriz $Q_{\tilde{y}}$. Más concretamente, JADE utiliza el algoritmo de Jacobi [48].

En general, esta aproximación JADE se realiza en tres pasos:

- Para el caso de N_r observaciones, se calculan N_r^2 matrices de cumulantes de cuarto orden.
- De esas N_r^2 posibilidades, se eligen las N_r más significativas siguiendo un proceso basado en descomposición de valores singulares.
- Se diagonalizan simultáneamente las N_r matrices de cumulantes de cuarto orden seleccionadas.

Como puede deducirse fácilmente, el coste computacional de este algoritmo crece considerablemente a medida que aumenta el número de antenas receptoras.

BCEES: Estimación del canal ciega basada en dispersión de autovalores

Con el objeto de reducir la complejidad de JADE, Dapena y otros [30] han propuesto un método para determinar la “mejor” matriz M . La idea de la estimación del canal ciega basada en dispersión de autovalores, a la que nos referiremos como BCEES, se basa en

que la eficiencia de los métodos basados en la descomposición de autovectores depende de la dispersión de los autovalores de la matriz a diagonalizar. En particular, es bien conocido que la matriz de autovectores solamente puede ser calculada si los autovalores son distintos. El objetivo, por tanto, es encontrar la matriz \mathbf{M} óptima que maximice la diferencia absoluta entre autovalores.

Dado que este método va a ser utilizado para el caso de la codificación de Alamouti que se explicará en el capítulo 5, consideraremos únicamente el caso de matrices \mathbf{U} de dos filas y dos columnas que tengan la siguiente forma:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \\ u_2^* & -u_1^* \end{bmatrix}. \quad (3.37)$$

Para el caso de la matriz de cumulantes $\mathbf{Q}_{\tilde{y}}(\mathbf{M})$, la dispersión de autovalores de la ecuación (3.36) viene dada por la siguiente expresión:

$$L(\mathbf{M}) = \|\mathbf{u}\|_2^2 |\mathbf{u}_1^H \mathbf{M} \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2^H \mathbf{M} \mathbf{u}_2| = \|\mathbf{u}\|_2^2 |\tilde{\mathbf{u}}^H \mathbf{m}|, \quad (3.38)$$

donde $\tilde{\mathbf{u}}$ es un vector que tiene la siguiente forma:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} |u_1|^2 - |u_2|^2 \\ 2u_1^* u_2^* \\ 2u_1 u_2 \\ |u_2|^2 - |u_1|^2 \end{bmatrix}, \quad (3.39)$$

y \mathbf{m} se define a partir de la matriz \mathbf{M} como sigue:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{21} \\ m_{12} \\ m_{22} \end{bmatrix}. \quad (3.40)$$

Determinaremos ahora el vector \mathbf{m} que maximiza la dispersión de los autovalores, esto es:

$$\mathbf{m}_{\text{opt}} = \underset{\|\mathbf{m}\|_2^2=1}{\text{argmax}} |\tilde{\mathbf{u}}^H \mathbf{m}|. \quad (3.41)$$

Es bien conocido que el producto escalar entre dos vectores, en nuestro caso $\tilde{\mathbf{u}}$ y \mathbf{m} , es máximo cuando tienen la misma dirección y sentido. Por lo tanto, el valor óptimo será:

$$\mathbf{m}_{\text{opt}} = \frac{\tilde{\mathbf{u}}}{\|\tilde{\mathbf{u}}\|_2}. \quad (3.42)$$

Y, como resultado, tenemos que la matriz óptima es:

$$\mathbf{M}_{\text{opt}} = \frac{1}{\sqrt{2 + 2|\gamma|^2}} \begin{bmatrix} 1 & \gamma \\ \gamma^* & -1 \end{bmatrix}, \quad (3.43)$$

donde

$$\gamma = \frac{2u_1u_2}{|u_1|^2 - |u_2|^2}. \quad (3.44)$$

Una forma subóptima de elegir la matriz \mathbf{M} es considerar únicamente las dos posibilidades siguientes:

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.45)$$

Para cada una de estas dos matrices, la suma de cumulantes de la ecuación (3.34) se reduce al cálculo de tan sólo una matriz de cumulantes de cuarto orden.

El criterio para seleccionar la “mejor” matriz \mathbf{M} es determinar cuál tiene mayor dispersión de autovalores. Utilizando la ecuación (3.38), podemos determinar que la dispersión de autovalores para los dos casos anteriores es:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{M}_1) &= \|\mathbf{u}\|_2^2 | |u_1|^2 - |u_2|^2 |, \\ L(\mathbf{M}_2) &= \|\mathbf{u}\|_2^2 2|u_1u_2|. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Como consecuencia, la matriz se elegirá utilizando la siguiente regla:

$$|\gamma| = \frac{\|\mathbf{u}\|_2^2 2|u_1u_2|}{\|\mathbf{u}\|_2^2 | |u_1|^2 - |u_2|^2 |} = \frac{2|u_1||u_2|}{| |u_1|^2 - |u_2|^2 |} \begin{matrix} \mathbf{M}_1 \\ \leq 1, \\ \mathbf{M}_2 \end{matrix} \quad (3.47)$$

donde $|\gamma|$ puede ser estimado utilizando:

$$|\gamma| = \frac{|cum(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2^*, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2^*)|}{|cum(\tilde{y}_1, \tilde{y}_1^*, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2^*)|}. \quad (3.48)$$

Al igual que en JADE, la matriz \mathbf{U} se obtiene mediante el cálculo de los autovectores de $\mathbf{Q}_{\tilde{\mathbf{y}}}(\mathbf{M})$.

Por lo tanto, el algoritmo *BCEES* puede resumirse como sigue:

- Calcular $|\gamma| = \frac{|cum(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2^*, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2^*)|}{|cum(\tilde{y}_1, \tilde{y}_1^*, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2^*)|}$.
- Si $|\gamma| < 1$ entonces calcular $\mathbf{C} = \mathbf{Q}_{\tilde{\mathbf{y}}}(\mathbf{M}_1)$ y, en otro caso, calcular $\mathbf{C} = \mathbf{Q}_{\tilde{\mathbf{y}}}(\mathbf{M}_2)$.
- Calcular los autovectores de \mathbf{C} .

Como puede observarse, la complejidad de *BCEES* es considerable menor que la de *JADE*. Sin embargo, es conveniente resaltar que este procedimiento es válido únicamente para sistemas con dos antenas.

3.4. Conclusiones

En este capítulo hemos introducido las técnicas supervisadas y no supervisadas (adaptativas y bloque) que emplearemos en el resto del presente trabajo tanto para estimar la matriz de canal como para recuperar las señales transmitidas.

Las técnicas supervisadas clásicas se basan fundamentalmente en el criterio de mínimo error cuadrático medio o de mínimos cuadrados y requieren conocer parte de la señales deseadas. En los sistemas de comunicaciones, esto se consigue transmitiendo pilotos junto con los símbolos de datos, lo que produce una degradación en la tasa efectiva de transmisión.

Una alternativa para evitar la transmisión de pilotos son los métodos denominados ciegos o no supervisados, que pueden recuperar las fuentes con muchas menos restricciones en el grado de información que necesitan para trabajar correctamente. La clave de los métodos ciegos reside en el aprovechamiento de determinadas propiedades estadísticas de las fuentes. En particular, puede demostrarse que la independencia estadística y la naturaleza no gaussiana de las fuentes son suficientes para poder llevar a cabo la separación de forma ciega.

Tanto los métodos supervisados como no supervisados pueden clasificarse en dos tipos: adaptativos y bloque. Los primeros están íntimamente relacionados con las redes de neuronas artificiales porque el sistema de estimación puede ser interpretado como los pesos sinápticos de una red neuronal de una sola capa y los algoritmos adaptativos como reglas de aprendizaje no supervisadas para redes neuronales. Por otro lado, los algoritmos tipo bloque procesan simultáneamente un conjunto de observaciones realizando, por ejemplo, promedios temporales. Las ventajas de unos sobre otros no está nada clara porque, aunque es cierto que los algoritmos adaptativos nos permiten obtener una salida cada vez que nos llega una entrada, también es cierto que para obtener una salida válida tenemos que procesar un conjunto de datos comparable al que requiere un algoritmo tipo bloque.

Capítulo 4

Sistemas con ecualización en transmisión

La necesidad de disponer de dispositivos móviles de bajo consumo, económicos y de pequeño tamaño ha propiciado que la investigación se centre en los últimos años en el desarrollo de sistemas donde el procesamiento más complejo de la señal se realice en el transmisor. La principal tarea al transmitir en canales con múltiples antenas en el transmisor y/o el receptor es la separación o igualación de los datos transmitidos. La optimización conjunta de los filtros transmisores y receptores ha sido ampliamente estudiada en los últimos años. Sin embargo, esta aproximación no es el objeto de este trabajo, puesto que lo que se pretende es simplificar uno de los extremos del enlace de comunicaciones, el del receptor. Por lo tanto, el procesado en el transmisor, denominado precodificación (en inglés, *precoding*) es una solución subóptima obtenida al asumir que el filtro en el receptor es simplemente un escalar.

La precodificación es una buena estrategia para pre-igualar el canal antes de la transmisión, estrategia que se ha incluido ya en la mayoría de los estándares recientes de comunicaciones inalámbricas con el objetivo como decíamos de simplificar el equipamiento del receptor trasladando la tarea de igualación del receptor al transmisor. Sin embargo, esta precodificación necesita información del canal (CSI, del inglés *Channel State Information*) en el transmisor, de forma que dicha información en sistemas dúplex por división de frecuencia (FDD, del inglés *Frequency Division Duplex*) tiene que obtenerse en el receptor mediante estimación del canal para su envío al transmisor a través de un canal de retorno o realimentación (en inglés, *feedback channel*), también disponible habitualmente en estos estándares. Sin embargo, este canal de realimentación no es necesario en sistemas dúplex por división temporal (TDD, del inglés *Time Division Duplex*) ya que el canal en este caso se obtiene en el transmisor en el enlace ascendente (de receptor a transmisor) usando la propiedad de reciprocidad del canal entre los enlaces descendente y ascendente.

La precodificación lineal y no lineal han sido ampliamente estudiadas en la literatura, especialmente la primera de ellas. Aunque para relaciones señal a ruido elevadas (SNR, del inglés *Signal-to-Noise Ratio*), los criterios de cero forzado (ZF, del inglés *Zero-Forcing*) y Wiener (también denominado MMSE, del inglés *Minimum Mean Square Error*) convergen, el diseño de Wiener de ambos tipos de precodificación claramente supera en rendimiento al diseño ZF, por lo que, aunque detallaremos en este capítulo ambos criterios, únicamente utilizaremos el criterio de Wiener para el diseño de los filtros en las soluciones híbridas adaptativas que propondremos también en este capítulo. La precodificación no lineal Tomlinson-Harashima (THP, del inglés *Tomlinson-Harashima Precoding*) es una de las técnicas de precodificación más conocidas por su adecuado compromiso entre rendimiento y complejidad computacional. A pesar del ordenamiento óptimo propuesto en [49], en donde se plantea cómo reducir la complejidad computacional de THP -evaluada en un sistema MIMO con el mismo número de antenas transmisoras y receptoras mediante un procesador con idénticas operaciones para sumas y multiplicaciones- de N_r^4 a N_r^3 , la complejidad computacional de THP es todavía 1,6 veces más elevada que la que presenta un precodificador lineal (LP, del inglés *Linear Precoding*).

El objetivo de las técnicas de decisión que planteamos en este capítulo es precisamente reducir la complejidad del sistema completo sin penalización significativa en el rendimiento global de dicho sistema. Para ello intentaremos limitar al máximo la actualización de los precodificadores, bien LP o bien THP, y así evitar tanto la sobrecarga del canal de retorno como la pérdida de tasa efectiva de información producida por el envío de pilotos requerido para reestimar el canal y poder así posteriormente actualizar el precodificador en el transmisor. Por lo tanto, de acuerdo con una regla de decisión que determinará si el canal ha sufrido fluctuaciones de nivel importantes o no, el receptor enviará una petición de envío de símbolos piloto al transmisor a través del canal de retorno sólo bajo condiciones de canal adversas. De esta forma, tratamos de compensar los efectos dañinos producidos por dichos canales durante la transmisión inalámbrica. El receptor obtiene así una nueva estimación del canal que enviará a través del canal de retorno al transmisor para que éste puede recomputar los precodificadores de acuerdo con esta CSI actualizada. Esta estrategia adaptativa va a permitir principalmente simplificar el sistema alcanzando rendimientos adecuados si la elección del parámetro de decisión, como veremos en los resultados de simulación por ordenador, es adecuada. Además, el uso de precodificadores lineales podría combinarse con estrategias ciegas de estimación del canal (BSS, del inglés *Blind Source Separation*) evitando así el envío de símbolos piloto en los métodos supervisados, que reducen de forma importante la eficiencia espectral del sistema. En este capítulo hemos decidido no incorporar estos métodos ciegos puesto que sería necesario un número considerable de observaciones (símbolos recibidos) para asegurar la convergencia del algoritmo de estimación del canal correspondiente.

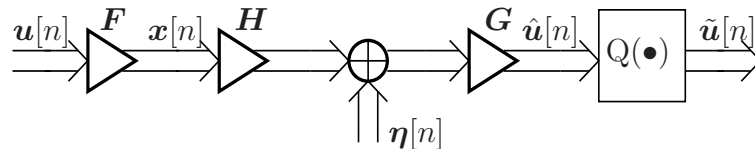


Figura 4.1: Sistema con ecualización lineal en transmisión y recepción.

El presente capítulo se estructura de la siguiente forma. En primer lugar, mostraremos en las secciones 4.1 y 4.2 el diseño de ambos precodificadores, LP y THP, respectivamente, de acuerdo a los dos criterios mencionados anteriormente, MMSE y ZF. Con el objetivo de asegurar en la formulación soluciones válidas, incluiremos siempre una restricción sobre la energía total transmitida. La sección 4.3 deriva las soluciones robustas LP y THP en el caso de CSI imperfecta en el transmisor con el objetivo de compensar el desajuste entre la CSI verdadera y aquella de la que finalmente se dispone en el transmisor. Tras esta breve revisión, mostraremos en la sección 4.4 una comparativa de rendimiento entre la igualación en el transmisor LP y THP y las alternativas clásicas de igualación en el receptor, en función del método de estimación del canal empleado en el receptor o de las características de la secuencia de pilotos enviada a tal efecto, y siempre evaluado en términos de probabilidad de error de bit (BER, del inglés *Bit Error Rate*). A continuación describiremos en la sección 4.5 la solución híbrida basada en decisión que se plantea en este capítulo, incluyendo de nuevo resultados de simulación que nos van a permitir demostrar el correcto funcionamiento de esta aproximación cuando no se dispone de información perfecta del canal en transmisión y ésta debe ser enviada desde el receptor al transmisor a través del canal de realimentación.

4.1. Ecualización lineal en transmisión

La figura 4.1 muestra el diagrama de bloques de un sistema con ecualización lineal tanto en recepción como en transmisión. La señal de datos $\mathbf{u}[n] \in \mathbb{C}^{N_t}$ pasa por un filtro de transmisión $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ para obtener la señal transmitida $\mathbf{x}[n] = \mathbf{F}\mathbf{u}[n] \in \mathbb{C}^{N_t}$. Después de la propagación de la señal transmitida por el canal $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ y de la suma del ruido aditivo gaussiano $\boldsymbol{\eta}[n] \in \mathbb{C}^{N_r}$, la señal resultante es transformada por el filtro en recepción $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ para obtener la señal recibida $\hat{\mathbf{u}}[n]$ en la forma [50]:

$$\hat{\mathbf{u}}[n] = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{u}[n] + \mathbf{G}\boldsymbol{\eta}[n] \in \mathbb{C}^{N_r}. \quad (4.1)$$

Los símbolos $\tilde{\mathbf{u}}[n]$ se recuperan tras pasar por el decisor $Q(\bullet)$. El filtro \mathbf{F} en el transmisor debe optimizarse conjuntamente con el filtro \mathbf{G} en el receptor, dependiendo del tipo de ecualización que se vaya a usar. En este trabajo se usan las optimizaciones ZF

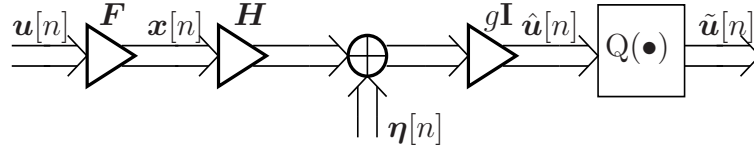


Figura 4.2: Sistema MIMO con precodificación lineal.

y MMSE.

La optimización ZF se basa en la minimización del MSE con una restricción de cero forzado $\mathbf{GHF} = \mathbf{I}$ y otra sobre la energía transmitida $E[\|\mathbf{x}[n]\|_2^2] \leq E_{\text{tx}}$, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{F}_{\text{ZF}}^{\text{LP}}, \mathbf{G}_{\text{ZF}}^{\text{LP}}\} &= \underset{\{\mathbf{F}, \mathbf{G}\}}{\operatorname{argmin}} E[\|\mathbf{u}[n] - \hat{\mathbf{u}}[n]\|_2^2] \\ \text{sueto a: } &\mathbf{GHF} = \mathbf{I} \text{ y } E[\|\mathbf{x}[n]\|_2^2] \leq E_{\text{tx}}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

La optimización MMSE se basa en la minimización del MSE entre los símbolos transmitidos y los símbolos recibidos, de nuevo con la restricción adicional sobre la energía transmitida $E[\|\mathbf{x}[n]\|_2^2] \leq E_{\text{tx}}$, es decir:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{F}_{\text{MMSE}}^{\text{LP}}, \mathbf{G}_{\text{MMSE}}^{\text{LP}}\} &= \underset{\{\mathbf{F}, \mathbf{G}\}}{\operatorname{argmin}} E[\|\mathbf{u}[n] - \hat{\mathbf{u}}[n]\|_2^2] \\ \text{sueto a: } &E[\|\mathbf{x}[n]\|_2^2] \leq E_{\text{tx}}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

La restricción de la energía transmitida se puede reescribir como:

$$E[\|\mathbf{x}[n]\|_2^2] = \operatorname{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H) \leq E_{\text{tx}}, \quad (4.4)$$

donde hemos sustituido $\mathbf{x}[n] = \mathbf{F}\mathbf{u}[n]$ y $\mathbf{C}_u = E[\mathbf{u}[n]\mathbf{u}^H[n]]$ es la matriz de covarianza de los símbolos fuente.

Cuando se pretende simplificar los dispositivos receptores, el procesamiento más complejo se debe realizar en el extremo del transmisor. Por tanto, el transmisor realiza una pre-ecualización o precodificación del canal antes de efectuar la transmisión. En estos sistemas se considera que el filtro en recepción es la matriz identidad multiplicada por un escalar $g \in \mathbb{C}$, es decir $\mathbf{G} = g\mathbf{I} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ (ver figura 4.2), y se busca el filtro transmisor óptimo $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$. Los símbolos estimados se obtienen ahora como:

$$\hat{\mathbf{u}}[n] = g\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{u}[n] + g\boldsymbol{\eta}[n] \in \mathbb{C}^{N_r}, \quad (4.5)$$

donde el canal $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ debe ser ecualizado por el filtro transmisor $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$. En los siguientes apartados se indican brevemente los filtros ZF y MMSE para el procesado en el transmisor, es decir, las soluciones a las ecuaciones (4.2) y (4.3), respectivamente, teniendo en cuenta la restricción $\mathbf{G} = g\mathbf{I}$ en el receptor.

4.1.1. Precodificación lineal de cero forzado

El precodificador lineal de cero forzado se basa en la minimización del MSE con una restricción de cero forzado $g\mathbf{H}\mathbf{F} = \mathbf{I}$ y otra sobre la energía transmitida $\text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H) \leq E_{\text{tx}}$ [50, 51], es decir:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{F}_{\text{ZF}}^{\text{LP}}, g_{\text{ZF}}^{\text{LP}}\} &= \underset{\{\mathbf{F}, g\}}{\text{argmin}} \text{E} [\|\mathbf{u}[n] - \hat{\mathbf{u}}[n]\|_2^2] \\ &\text{sueto a: } g\mathbf{H}\mathbf{F} = \mathbf{I} \quad \text{y} \quad \text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H) \leq E_{\text{tx}}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Sustituyendo $\hat{\mathbf{u}}[n]$ de la ecuación (4.5) en la expresión del MSE y teniendo en cuenta que $\text{E}[\|\mathbf{q}\|_2^2] = \text{E}[\text{tr}(\mathbf{q}\mathbf{q}^H)] = \text{tr}(\text{E}[\mathbf{q}\mathbf{q}^H])$, donde \mathbf{q} es un vector, se obtiene la siguiente función lagrangiana:

$$L(\mathbf{F}, g, \lambda) = |g|^2 \text{tr}(\mathbf{C}_\eta) + 2\Re(\boldsymbol{\Lambda}(g\mathbf{H}\mathbf{F} - \mathbf{I})) + \lambda (\text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H) - E_{\text{tx}}),$$

donde $\mathbf{C}_u = \text{E}[\mathbf{u}[n]\mathbf{u}^H[n]]$ es la matriz de covarianza de los símbolos fuente, $\mathbf{C}_\eta = \text{E}[\boldsymbol{\eta}[n]\boldsymbol{\eta}^H[n]] = \sigma_\eta^2 \mathbf{I}$ es la matriz de covarianza del ruido, $\boldsymbol{\Lambda} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ es la matriz multiplicadora de Lagrange y $\lambda \in \mathbb{R}^{0,+}$ es un multiplicador de Lagrange. El término $2\Re(\text{tr}(\boldsymbol{\Lambda}(g\mathbf{H}\mathbf{F} - \mathbf{I})))$ indica la restricción de cero forzado y se puede reescribir como:

$$2\Re(\text{tr}(\boldsymbol{\Lambda}(g\mathbf{H}\mathbf{F} - \mathbf{I}))) = \text{tr}(\boldsymbol{\Lambda}(g\mathbf{H}\mathbf{F} - \mathbf{I})) + \text{tr}((g^* \mathbf{F}^H \mathbf{H}^H - \mathbf{I}) \boldsymbol{\Lambda}^H).$$

El término $\lambda (\text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H) - E_{\text{tx}})$ indica la restricción en la energía transmitida.

A partir de la función lagrangiana se obtienen las siguientes condiciones KKT (*Karush-Kuhn-Tucker*) (ver apéndice D):

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \mathbf{F}^*} &= g^* \mathbf{H}^H \boldsymbol{\Lambda}^H + \lambda \mathbf{F}\mathbf{C}_u = \mathbf{0} \\ \frac{\partial L(\bullet)}{\partial g} &= g^* \text{tr}(\mathbf{C}_\eta) + \text{tr}(\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{H}\mathbf{F}) = 0 \\ g\mathbf{H}\mathbf{F} &= \mathbf{I} \\ \text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H) &\leq E_{\text{tx}} \\ \lambda (\text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H) - E_{\text{tx}}) &= 0 \quad \text{con } \lambda \geq 0. \end{aligned} \quad (4.7)$$

En el apéndice A.1 se realiza de forma detallada la derivación de los filtros a partir de estas condiciones KKT. Así, se puede ver que, finalmente, si g es positivo y real ($g \in \mathbb{R}^+$), la solución para los filtros del precodificador lineal de cero forzado es la siguiente [52, 53]:

$$\boxed{\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{ZF}}^{\text{LP}} &= g_{\text{ZF}}^{\text{LP}, -1} \mathbf{H}^H (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \\ g_{\text{ZF}}^{\text{LP}} &= \sqrt{\frac{\text{tr}((\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{C}_u)}{E_{\text{tx}}}}. \end{aligned}} \quad (4.8)$$

Esta solución corresponde a una situación en la que el transmisor conoce perfectamente el canal, es decir, dispone de CSI total o perfecta (TCSI, del inglés *Total Channel State Information*). Sin embargo, esto no sucede en sistemas FDD, en los que debe ser estimada en el receptor y enviada al receptor a través del canal de retorno. La premisa básica del modelo de error del canal es la interpretación del canal verdadero \mathbf{H} como una matriz de variables aleatorias, mientras que la estimación del canal $\hat{\mathbf{H}}$ disponible en el transmisor es determinista. La relación entre \mathbf{H} y $\hat{\mathbf{H}}$ [11, 19, 20] será:

$$\mathbf{H}[q] = \hat{\mathbf{H}}[q] + \boldsymbol{\Theta}[q], \quad (4.9)$$

donde $\boldsymbol{\Theta}[q] = \mathbf{H}[q] - \hat{\mathbf{H}}[q]$ es la matriz de error en la CSI disponible en el transmisor.

Teniendo en cuenta este modelo de error, resulta evidente que la solución de cero forzado para el precodificador lineal con CSI parcial o imperfecta (PCSI, del inglés *Partial Channel State Information*) se obtiene como:

$$\boxed{\begin{aligned} \hat{\mathbf{F}}_{\text{ZF}}^{\text{LP}} &= \hat{g}_{\text{ZF}}^{\text{LP},-1} \hat{\mathbf{H}}^{\text{H}} (\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^{\text{H}})^{-1} \\ \hat{g}_{\text{ZF}}^{\text{LP}} &= \sqrt{\frac{\text{tr}((\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^{\text{H}})^{-1} \mathbf{C}_{\mathbf{u}})}{E_{\text{tx}}}}, \end{aligned}} \quad (4.10)$$

expresiones que llevarán, como veremos en las simulaciones, a una degradación en el rendimiento del sistema que trataremos de mitigar realizando un adecuado seguimiento del canal.

4.1.2. Precodificación lineal MMSE

Los filtros del precodificador lineal MMSE minimizan el MSE bajo la restricción de la energía transmitida $\text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_{\mathbf{u}}\mathbf{F}^{\text{H}}) \leq E_{\text{tx}}$ [54, 55]:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{F}_{\text{MMSE}}^{\text{LP}}, g_{\text{MMSE}}^{\text{LP}}\} &= \underset{\{\mathbf{F}, g\}}{\text{argmin}} \text{E} [\|\mathbf{u}[n] - \hat{\mathbf{u}}[n]\|_2^2] \\ \text{sujeto a: } &\text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_{\mathbf{u}}\mathbf{F}^{\text{H}}) \leq E_{\text{tx}}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Sustituyendo $\hat{\mathbf{u}}[n]$ (ver ecuación (4.5)) en la expresión del MSE y teniendo en cuenta que $\text{E}[\|\mathbf{q}\|_2^2] = \text{E}[\text{tr}(\mathbf{q}\mathbf{q}^{\text{H}})] = \text{tr}(\text{E}[\mathbf{q}\mathbf{q}^{\text{H}}])$, donde \mathbf{q} es un vector, se obtiene la siguiente función lagrangiana:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{F}, g, \lambda) &= \text{tr}(\mathbf{C}_{\mathbf{u}}) - \text{tr}(g^* \mathbf{C}_{\mathbf{u}} \mathbf{F}^{\text{H}} \mathbf{H}^{\text{H}}) - \text{tr}(g \mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_{\mathbf{u}}) + |g|^2 \text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_{\mathbf{u}} \mathbf{F}^{\text{H}} \mathbf{H}^{\text{H}}) \\ &\quad + |g|^2 \text{tr}(\mathbf{C}_{\boldsymbol{\eta}}) + \lambda (\text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_{\mathbf{u}}\mathbf{F}^{\text{H}}) - E_{\text{tx}}), \end{aligned}$$

donde el término $\lambda (\text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_{\mathbf{u}}\mathbf{F}^{\text{H}}) - E_{\text{tx}})$ indica la restricción en la energía transmitida, $\lambda \in \mathbb{R}^{0,+}$ es el multiplicador de Lagrange, $\mathbf{C}_{\mathbf{u}} = \text{E}[\mathbf{u}[n]\mathbf{u}^{\text{H}}[n]]$ es la matriz de covarianza de los símbolos fuente y $\mathbf{C}_{\boldsymbol{\eta}} = \text{E}[\boldsymbol{\eta}[n]\boldsymbol{\eta}^{\text{H}}[n]] = \sigma_{\boldsymbol{\eta}}^2 \mathbf{I}$ es la matriz de covarianza del ruido.

Teniendo en cuenta que $\text{tr}(\mathbf{A}) = \text{tr}(\mathbf{A}^T)$ y que el MSE en la ecuación (4.11) no es convexo, derivando con respecto a \mathbf{F}^* y g se obtienen las siguientes condiciones KKT (ver apéndice D):

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \mathbf{F}^*} &= -g^* \mathbf{H}^H \mathbf{C}_u + |g|^2 \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_u + \lambda \mathbf{F} \mathbf{C}_u = \mathbf{0} \\ \frac{\partial L(\bullet)}{\partial g} &= -\text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_u) + g^* \text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_u \mathbf{F}^H \mathbf{H}^H) + g^* \text{tr}(\mathbf{C}_\eta) = 0 \\ \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{C}_u \mathbf{F}^H) &\leq E_{\text{tx}} \\ \lambda (\text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{C}_u \mathbf{F}^H) - E_{\text{tx}}) &= 0 \quad \text{con } \lambda \geq 0. \end{aligned} \quad (4.12)$$

En el apéndice A.1 se realiza de forma detallada la derivación de los filtros a partir de estas condiciones KKT. Finalmente, la solución para los filtros del precodificador lineal MMSE, si se considera g positivo y real ($g \in \mathbb{R}^+$), es la siguiente: [52, 56]

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{MMSE}}^{\text{LP}} &= g_{\text{MMSE}}^{\text{LP},-1} (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \xi \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \\ g_{\text{MMSE}}^{\text{LP}} &= \sqrt{\frac{\text{tr}((\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \xi \mathbf{I})^{-2} \mathbf{H}^H \mathbf{C}_u \mathbf{H})}{E_{\text{tx}}}}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

donde, por brevedad, se introduce la notación:

$$\xi = \frac{\text{tr}(\mathbf{C}_\eta)}{E_{\text{tx}}}. \quad (4.14)$$

Se puede ver que la solución MMSE converge a la solución de cero forzado para $\xi = \frac{\text{tr}(\mathbf{C}_\eta)}{E_{\text{tx}}} \rightarrow 0$, es decir $\text{SNR} \rightarrow \infty$.

De nuevo, teniendo en cuenta el modelo de error descrito en la ecuación (4.9), las expresiones de los filtros del precodificador lineal MMSE para PCSI serán:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{F}}_{\text{MMSE}}^{\text{LP}} &= \hat{g}_{\text{MMSE}}^{\text{LP},-1} (\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} + \xi \mathbf{I})^{-1} \hat{\mathbf{H}}^H \\ \hat{g}_{\text{MMSE}}^{\text{LP}} &= \sqrt{\frac{\text{tr}((\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} + \xi \mathbf{I})^{-2} \hat{\mathbf{H}}^H \mathbf{C}_u \hat{\mathbf{H}})}{E_{\text{tx}}}}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

4.2. Ecuación no lineal en transmisión

Como se ha mencionado anteriormente, los ecualizadores pueden ser lineales o no lineales. Aunque los precodificadores lineales presentan la ventaja de su baja complejidad,

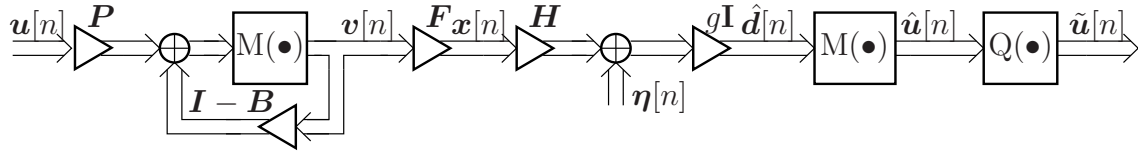


Figura 4.3: Sistema con ecualización no lineal en transmisión (precodificación TH).

su rendimiento puede no ser suficiente en determinadas situaciones. En estos casos puede ser necesario recurrir a la precodificación no lineal.

La precodificación no lineal TH (*Tomlinson-Harashima*) [57,58] es una de las técnicas de precodificación más utilizadas en los últimos años, por su adecuado compromiso en cuanto a complejidad y rendimiento en términos de BER (en inglés, *Bit Error Rate*) si se compara con otras técnicas de precodificación, tanto lineales como no lineales.

El procesamiento no lineal en el transmisor basado en el precodificador de Tomlinson-Harashima se propuso inicialmente para sistemas SISO (del inglés, *Single-Input Single-Output*), pero también puede extenderse fácilmente a sistemas MIMO cuando el canal y los estadísticos del ruido son conocidos por el transmisor y el receptor.

Tal y como se muestra en la figura 4.3, THP es un sistema de precodificación no lineal que utiliza un filtro lineal F (en inglés *feedforward filter*) y otro de realimentación $I - B$ (en inglés *feedback filter*), al igual que el tradicional igualador por decisiones realimentadas (DFE, del inglés *Decision Feedback Equalizer*), pero que se mueven al transmisor con la finalidad de conseguir receptores de baja complejidad. La tarea de la matriz F es forzar la causalidad espacial (esto es, que las salidas dependan de entradas presentes y pasadas, pero no de entradas futuras).

De nuevo, los filtros del precodificador pueden diseñarse usando diferentes criterios, siendo los más empleados los criterios ZF y MMSE bajo una restricción en la energía transmitida $E[\|\mathbf{x}[n]\|_2^2] \leq E_{tx}$. En THP se realimentan los símbolos ya transmitidos para reducir la interferencia en recepción, en lugar de realimentar los símbolos ya detectados, como ocurre en el DFE, con lo que se elimina la propagación de errores en el receptor inherente al DFE.

Las estrategias de ordenamiento permiten mejorar el rendimiento del precodificador TH, utilizando para ello algoritmos iterativos que convergen a la ordenación óptima. En este caso, la señal de entrada $u[n]$ es transformada por el filtro de permutación P antes de realizarse la precodificación. Esta matriz de permutación P se define como:

$$P \in \{0, 1\}^{N_r \times N_r}. \quad (4.16)$$

Obviamente, si no hay ordenamiento esta matriz de permutación será una matriz identidad. La matriz de permutación P satisface $P^{-1} = P^T$.

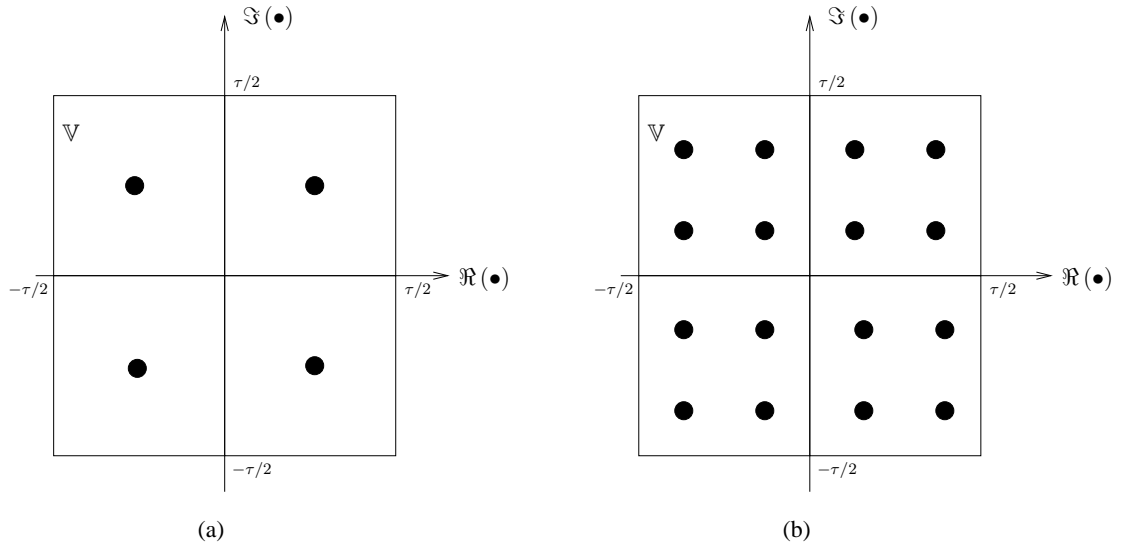


Figura 4.4: Operador módulo. (a) QPSK; (b) 16QAM.

A continuación, y dentro del bucle de realimentación, se aplica el operador no lineal módulo $M(\bullet)$ para controlar que la amplitud de la salida sea limitada, puesto que el bucle de realimentación llevaría a un incremento paulatino de la energía transmitida [59]. El operador módulo tiene la siguiente expresión:

$$M(x) = x - \left(\left\lfloor \frac{\Re(x)}{\tau} + \frac{1}{2} \right\rfloor \tau + j \left\lfloor \frac{\Im(x)}{\tau} + \frac{1}{2} \right\rfloor \tau \right) \in \mathbb{V}, \quad (4.17)$$

donde $x \in \mathbb{C}$ y $\tau \in \mathbb{R}^+$. La constante τ depende del tipo de modulación utilizada, siendo, por ejemplo, $\tau = 2\sqrt{2}$ para una modulación por desplazamiento de fase en cuadratura (QPSK, del inglés *Quadrature Phase Shift Keying*), y $\tau = 8/\sqrt{10}$ para una modulación de amplitud en cuadratura (QAM, del inglés *Quadrature Amplitude Modulation*) 16QAM (ver figura 4.4). La función “suelo” $\lfloor \bullet \rfloor$ devuelve el número entero menor o igual que la variable que contiene, de forma que la región de Voronoi \mathbb{V} correspondiente es:

$$\mathbb{V} = \left\{ x \in \mathbb{C} \mid -\frac{\tau}{2} \leq \Re(x) < \frac{\tau}{2}, -\frac{\tau}{2} \leq \Im(x) < \frac{\tau}{2} \right\}.$$

Para compensar el efecto del operador módulo implementado en el transmisor se debe emplear el operador módulo de nuevo en recepción para recuperar los símbolos transmitidos. El pseudocódigo para la realización del bucle de realimentación se muestra en la Tabla 4.1.

Como se puede ver en la figura 4.3, la señal $\mathbf{v}[n]$ pasa a través del filtro $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ para obtener la señal a transmitir:

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{F}\mathbf{v}[n] \in \mathbb{C}^{N_t}. \quad (4.18)$$

$$\begin{array}{l}
\mathbf{v} = \mathbf{P}\mathbf{u} \\
\text{for } i = 1, \dots, N_r \\
\quad \mathbf{v}(i) = \mathbf{M}(\mathbf{v}(i) - \mathbf{B}(i, :)\mathbf{v}) \\
\mathbf{x} = \mathbf{F}\mathbf{v}
\end{array}$$

Tabla 4.1: Realimentación en THP.

Ésta se propaga por el canal $\mathbf{H}[q] \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ al receptor y es perturbada por un ruido AWGN. La señal recibida $\mathbf{y}[n]$ se puede expresar como:

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{v}[n] + \boldsymbol{\eta}[n] \in \mathbb{C}^{N_r}. \quad (4.19)$$

Esta señal pasa por un filtro g para formar la señal $\hat{\mathbf{d}}[n]$:

$$\hat{\mathbf{d}}[n] = g\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{v}[n] + g\boldsymbol{\eta}[n] \in \mathbb{C}^{N_r}. \quad (4.20)$$

La restricción en la energía transmitida puede reescribirse como:

$$\mathbb{E} [\|\mathbf{x}[n]\|_2^2] = \text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_v\mathbf{F}^H) \leq E_{\text{tx}},$$

cuando se sustituye $\mathbf{x}[n]$ por la expresión de la ecuación (4.18) y donde \mathbf{C}_v es la matriz de covarianza de la señal $\mathbf{v}[n]$ de la forma:

$$\mathbf{C}_v = \mathbb{E} [\mathbf{v}[n]\mathbf{v}^H[n]] = \text{diag}(\sigma_{v,1}^2, \dots, \sigma_{v,N_r}^2), \quad (4.21)$$

cuyas entradas son $\sigma_{v,i}^2 = \tau^2/6$, $i = 2, \dots, N_r$ y $\sigma_{v,1}^2 = \sigma_u^2 = 1$.

La representación lineal del THP se muestra en la figura 4.5. Como se puede ver, se ha suprimido el operador no lineal módulo cuyo efecto se modela con una perturbación aditiva a los símbolos transmitidos $\mathbf{a}[n] \in \tau\mathbb{Z}^{N_r} + j\tau\mathbb{Z}^{N_r}$. Este vector de perturbación se obtiene a partir de una búsqueda en una retícula en la precodificación vectorial [60]. Si los elementos de este vector se computan de forma sucesiva el vector de perturbación puede incluirse dentro del lazo de realimentación mediante el operador módulo, lo que da lugar a la aproximación subóptima de THP. Según este esquema la señal deseada $\mathbf{d}[n]$ se puede escribir como:

$$\mathbf{d}[n] = \mathbf{P}^T \mathbf{B}\mathbf{v}[n]. \quad (4.22)$$

4.2.1. Precodificación Tomlinson-Harashima de cero forzado

Los filtros THP de cero forzado se basan en la minimización del MSE con una restricción de cero forzado $\hat{\mathbf{d}}[n]|_{\eta=0} = \mathbf{d}[n]$, otra restricción sobre la energía transmitida $\text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_v\mathbf{F}^H) \leq E_{\text{tx}}$ y una restricción adicional para que el filtro de realimentación sea

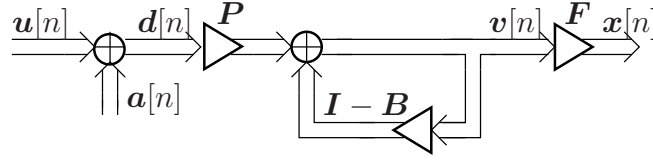


Figura 4.5: Equivalente lineal del precodificador TH.

espacialmente causal, es decir, debe cumplirse que \mathbf{B} sea una matriz triangular inferior [49, 52, 60, 61]. Por lo tanto, esa minimización MSE puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \{ \mathbf{P}_{\text{ZF}}^{\text{THP}}, \mathbf{F}_{\text{ZF}}^{\text{THP}}, \mathbf{B}_{\text{ZF}}^{\text{THP}}, g_{\text{ZF}}^{\text{THP}} \} &= \underset{\{ \mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{B}, g \}}{\text{argmin}} \text{E} \left[\left\| \mathbf{d}[n] - \hat{\mathbf{d}}[n] \right\|_2^2 \right] \\ &= \underset{\{ \mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{B}, g \}}{\text{argmin}} \varepsilon_{\text{ZF}}^{\text{THP}} (\mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{B}, g), \end{aligned} \quad (4.23)$$

donde $\mathbf{d}[n]$ es la señal deseada de la ecuación (4.22) y $\hat{\mathbf{d}}[n]$ es la señal estimada de la ecuación (4.20).

Desarrollando la expresión del MSE $\varepsilon_{\text{ZF}}^{\text{THP}}$ se tiene:

$$\varepsilon_{\text{ZF}}^{\text{THP}} (\mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{B}, g) = \text{E} \left[\left\| \mathbf{d}[n] - \hat{\mathbf{d}}[n] \right\|_2^2 \right] = \text{E} \left[\left\| \mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{v}[n] - g \mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{v}[n] - g \boldsymbol{\eta}[n] \right\|_2^2 \right]. \quad (4.24)$$

La restricción de cero forzado $\hat{\mathbf{d}}[n]|_{\eta=0} = \mathbf{d}[n]$ implica que $g \mathbf{H} \mathbf{F} = \mathbf{P}^T \mathbf{B}$, por tanto el MSE se simplifica a:

$$\varepsilon_{\text{ZF}}^{\text{THP}} (\mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{B}, g) = \text{E} \left[\left\| \mathbf{d}[n] - \hat{\mathbf{d}}[n] \right\|_2^2 \right] = |g|^2 \text{tr} (\mathbf{C}_\eta).$$

El lagrangiano se obtiene al añadir a la ecuación anterior las restricciones antes mencionadas, es decir:

$$\begin{aligned} L (\mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{B}, g, \lambda, \boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{\mu}_1, \dots, \boldsymbol{\mu}_{N_r}) &= |g|^2 \text{tr} (\mathbf{C}_\eta) + 2\Re (\text{tr} (\boldsymbol{\Lambda} (\mathbf{P}^T \mathbf{B} - g \mathbf{H} \mathbf{F}))) \\ &+ \lambda (\text{tr} (\mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H - E_{\text{tx}})) + 2\Re \left(\sum_{i=1}^{N_r} \text{tr} (\boldsymbol{\mu}_i^T (\mathbf{S}_i \mathbf{B} \mathbf{e}_i - \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i)) \right), \end{aligned} \quad (4.25)$$

donde el término $\lambda (\text{tr} (\mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H - E_{\text{tx}}))$ indica la restricción de la energía transmitida y $\lambda \in \mathbb{R}^{0,+}$ es un multiplicador de Lagrange. El término $2\Re (\text{tr} (\boldsymbol{\Lambda} (\mathbf{P}^T \mathbf{B} - g \mathbf{H} \mathbf{F})))$ indica la restricción de cero forzado, donde $\boldsymbol{\Lambda} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ es la matriz multiplicadora de Lagrange. Por último, $2\Re (\sum_{i=1}^{N_r} \text{tr} (\boldsymbol{\mu}_i^T (\mathbf{S}_i \mathbf{B} \mathbf{e}_i - \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i)))$ es la restricción para que la matriz \mathbf{B} sea una matriz triangular inferior, ya que se verifica:

$$\mathbf{S}_i \mathbf{B} \mathbf{e}_i = \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i, \quad i = 1, \dots, N_r,$$

donde e_i es la i -ésima columna de la matriz identidad. Se ha incluido la matriz de selección S_i , definida como:

$$S_i = [I_i, \mathbf{0}_{i \times (N_r - i)}] \in \{0, 1\}^{i \times N_r}. \quad (4.26)$$

Se tienen entonces N_r restricciones lineales que son definidas usando N_r vectores lagrangianos $\mu_i \in \mathbb{C}$, $i = 1, \dots, N_r$.

Derivando con respecto a F^* , B^* y g se obtiene un problema de programación no convexo y las siguientes condiciones KKT son necesarias para la solución global (ver apéndice D):

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\bullet)}{\partial F^*} &= \lambda F C_v - g^* H^H \Lambda^H = \mathbf{0} \\ \frac{\partial L(\bullet)}{\partial B^*} &= \sum_{i=1}^{N_r} S_i^T \mu_i^* e_i^T + P \Lambda^H = \mathbf{0} \\ \frac{\partial L(\bullet)}{\partial g} &= g^* \text{tr}(C_v) - \text{tr}(\Lambda H F) = 0 \\ P^T B &= g H F \\ S_i B e_i &= S_i e_i \\ \text{tr}(F C_v F^H) &\leq E_{\text{tx}} \\ \lambda (\text{tr}(F C_v F^H) - E_{\text{tx}}) &= 0 \quad \text{con } \lambda \geq 0. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Teniendo en cuenta la factorización descrita en el apéndice B se pueden reescribir las expresiones de los filtros F y B de las ecuaciones (B.10) y (B.11), respectivamente, como [49]:

$$\begin{aligned} F_{\text{ZF}}^{\text{THP}} &= g_{\text{ZF}}^{\text{THP}, -1} H^H P^T L^H D \\ B_{\text{ZF}}^{\text{THP}} &= L^{-1}, \end{aligned} \quad (4.28)$$

donde la matriz de permutación P se obtiene como se indica en la ecuación (4.16) y en la tabla (4.2) y será la identidad cuando no se implementa ordenamiento. El factor de ganancia g también puede ser reescrito como:

$$g_{\text{ZF}}^{\text{THP}} = \sqrt{\frac{\text{tr}(C_v D)}{E_{\text{tx}}}}. \quad (4.29)$$

Sustituyendo estos resultados en la expresión del MSE de la ecuación (4.24) se demuestra que:

$$\varepsilon_{\text{ZF}}^{\text{THP}} = \xi \text{tr}(C_v D) = \xi \sum_{i=1}^{N_r} \sigma_{v,i}^2 d_i, \quad (4.30)$$

donde ξ se define como en la ecuación (4.14).

En concordancia con todo lo antes expuesto se representa el pseudocódigo de THP de cero forzado con ordenamiento óptimo en la tabla 4.2 [49].

```

 $\Phi^{-1} \leftarrow (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1}$ 
 $\mathbf{P} \leftarrow \mathbf{I}_{N_r}, \mathbf{D} \leftarrow \mathbf{0}_{N_r \times N_r}$ 
for  $i = N_r, \dots, 1$ 
   $q \leftarrow \underset{q'=1, \dots, i}{\operatorname{argmin}} \Phi^{-1}(q', q')$ 
   $\mathbf{P}_i \leftarrow \mathbf{I}_{N_r}$  cuyas  $i$ -ésimas y  $q$ -ésimas filas son intercambiadas
   $\mathbf{P} \leftarrow \mathbf{P}_i \mathbf{P}$ 
   $\Phi^{-1} \leftarrow \mathbf{P}_i \Phi^{-1} \mathbf{P}_i^T$ 
   $\mathbf{D}(i, i) \leftarrow \Phi^{-1}(i, i)$ 
   $\Phi^{-1}(1 : i, i) \leftarrow \Phi^{-1}(1 : i, i) / \mathbf{D}(i, i)$ 
   $\Phi^{-1}(1 : i - 1, 1 : i - 1) \leftarrow \Phi^{-1}(1 : i - 1, 1 : i - 1)$ 
     $- \Phi^{-1}(1 : i - 1, i) \Phi^{-1}(1 : i - 1, i)^H \mathbf{D}(i, i)$ 
   $\mathbf{L}^H \leftarrow$  parte triangular superior de  $\Phi$ 
   $\mathbf{B} \leftarrow \mathbf{L}^{-1}, \mathbf{F} \leftarrow \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{L}^H \mathbf{D}$ 

```

Tabla 4.2: Pseudocódigo de THP-ZF con ordenamiento óptimo.

En el caso de PCSI en el transmisor, las expresiones de los filtros obtenidas con esa información parcial del canal serán las siguientes:

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{F}}_{\text{ZF}}^{\text{THP}} &= \hat{g}_{\text{ZF}}^{\text{THP}, -1} \hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{P}}^T \hat{\mathbf{L}}^H \hat{\mathbf{D}} \\
 \hat{\mathbf{B}}_{\text{ZF}}^{\text{THP}} &= \hat{\mathbf{L}}^{-1} \\
 \hat{g}_{\text{ZF}}^{\text{THP}} &= \sqrt{\frac{\operatorname{tr}(\mathbf{C}_v \hat{\mathbf{D}})}{E_{\text{tx}}}},
 \end{aligned}$$

donde las matrices $\hat{\mathbf{P}}$, $\hat{\mathbf{L}}$ y $\hat{\mathbf{D}}$ resultan de la factorización de Cholesky permutada de la matriz $\mathbf{P}\Phi^{-1}\mathbf{P}^T = \mathbf{P}(\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H)^{-1}\mathbf{P}^T$.

4.2.2. Precodificación Tomlinson-Harashima MMSE

Los filtros del precodificador Tomlinson-Harashima MMSE se basan en la minimización del MSE con una restricción sobre la energía transmitida $\operatorname{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_v\mathbf{F}^H) \leq E_{\text{tx}}$ y una restricción para que el filtrado de realimentación sea espacialmente causal, es

decir, debe cumplirse que \mathbf{B} sea una matriz triangular inferior [49, 52, 60, 62]:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{P}_{\text{MMSE}}^{\text{THP}}, \mathbf{F}_{\text{MMSE}}^{\text{THP}}, \mathbf{B}_{\text{MMSE}}^{\text{THP}}, g_{\text{MMSE}}^{\text{THP}}\} &= \underset{\{\mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{B}, g\}}{\operatorname{argmin}} \operatorname{E} \left[\left\| \mathbf{d}[n] - \hat{\mathbf{d}}[n] \right\|_2^2 \right] \\ &= \underset{\{\mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{B}, g\}}{\operatorname{argmin}} \varepsilon_{\text{MMSE}}^{\text{THP}}(\mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{B}, g), \end{aligned} \quad (4.31)$$

donde $\mathbf{d}[n]$ es la señal deseada de la ecuación (4.22) y $\hat{\mathbf{d}}[n]$ es la señal estimada de la ecuación (4.20). Desarrollando la expresión del MSE se obtiene la siguiente expresión para $\varepsilon_{\text{MMSE}}^{\text{THP}}$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{MMSE}}^{\text{THP}}(\mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{B}, g) &= \operatorname{E} \left[\left\| \mathbf{d}[n] - \hat{\mathbf{d}}[n] \right\|_2^2 \right] = \operatorname{E} \left[\left\| \mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{v}[n] - g \mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{v}[n] - g \boldsymbol{\eta}[n] \right\|_2^2 \right] \\ &= \operatorname{tr}(\mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{C}_v \mathbf{B}^H \mathbf{P}) - g^* \operatorname{tr}(\mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H \mathbf{H}^H) \\ &\quad - g \operatorname{tr}(\mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{B}^H \mathbf{P}) + |g|^2 \operatorname{tr}(\mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H \mathbf{H}^H) + |g|^2 \operatorname{tr}(\mathbf{C}_\eta). \end{aligned} \quad (4.32)$$

El lagrangiano se obtiene al añadir a la ecuación anterior las restricciones antes mencionadas:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{B}, g, \lambda, \boldsymbol{\mu}_1, \dots, \boldsymbol{\mu}_{N_r}) &= \varepsilon_{\text{WF}}^{\text{THP}}(\mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{B}, g) + \lambda (\operatorname{tr}(\mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H) - E_{\text{tx}}) \\ &\quad + 2\Re \left(\sum_{i=1}^{N_r} \operatorname{tr}(\boldsymbol{\mu}_i^T (\mathbf{S}_i \mathbf{B} \mathbf{e}_i - \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i)) \right), \end{aligned} \quad (4.33)$$

donde el término $\lambda (\operatorname{tr}(\mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H) - E_{\text{tx}})$ indica la restricción en la energía transmitida y $\lambda \in \mathbb{R}^{0,+}$ es el multiplicador de Lagrange. El término $2\Re(\sum_{i=1}^{N_r} \operatorname{tr}(\boldsymbol{\mu}_i^T (\mathbf{S}_i \mathbf{B} \mathbf{e}_i - \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i)))$ indica la restricción para que la matriz \mathbf{B} sea una matriz triangular inferior, ya que:

$$\mathbf{S}_i \mathbf{B} \mathbf{e}_i = \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i, \quad i = 1, \dots, N_r,$$

donde \mathbf{e}_i es la i -ésima columna de la matriz identidad y \mathbf{S}_i está definida de acuerdo con la ecuación (4.26). Se tienen entonces N_r restricciones lineales que son definidas usando N_r vectores lagrangianos $\boldsymbol{\mu}_i \in \mathbb{C}$, $i = 1, \dots, N_r$.

Derivando con respecto a \mathbf{F}^* , \mathbf{B}^* y g se obtienen las condiciones KKT (ver

apéndice D):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L(\bullet)}{\partial \mathbf{F}^*} &= -g^* \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{C}_v + |g|^2 \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_v + \lambda \mathbf{F} \mathbf{C}_v = \mathbf{0} \\
\frac{\partial L(\bullet)}{\partial \mathbf{B}^*} &= \mathbf{B} \mathbf{C}_v - g \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_v + \sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T \boldsymbol{\mu}_i^* \mathbf{e}_i^T = \mathbf{0} \\
\frac{\partial L(\bullet)}{\partial g} &= -\text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{B}^H \mathbf{P}) + g^* \text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H \mathbf{H}^H) \\
&\quad + g^* \text{tr}(\mathbf{C}_\eta) = 0 \\
\mathbf{S}_i \mathbf{B} \mathbf{e}_i &= \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i \\
\text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H) &\leq E_{\text{tx}} \\
\lambda (\text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H) - E_{\text{tx}}) &= 0 \quad \text{con } \lambda \geq 0.
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Finalmente, tal y como se demuestra en el apéndice B si se considera g positivo y real ($g \in \mathbb{R}^+$), la solución para THP-MMSE es la siguiente:

$$\boxed{
\begin{aligned}
\mathbf{F}_{\text{MMSE}}^{\text{THP}} &= g_{\text{MMSE}}^{\text{THP},-1} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{L}^H \mathbf{D} \\
\mathbf{B}_{\text{MMSE}}^{\text{THP}} &= \mathbf{L}^{-1} \\
g_{\text{MMSE}}^{\text{THP}} &= \sqrt{\frac{\text{tr}(\mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{L}^H \mathbf{D}^2 \mathbf{C}_v \mathbf{L} \mathbf{P} \mathbf{H})}{E_{\text{tx}}}},
\end{aligned}
} \tag{4.35}$$

donde la matriz de permutación \mathbf{P} se obtiene tal y como se indica en la ecuación (4.16) y en la tabla 4.3, en la que se representa el pseudocódigo de THP-MMSE con ordenamiento óptimo [49]. Esta matriz será la identidad cuando no se implementa ordenamiento.

Sustituyendo estos resultados en la expresión del MSE de la ecuación (4.32) se demuestra que:

$$\varepsilon_{\text{MMSE}}^{\text{THP}}(\mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{B}, g) = \xi \text{tr}(\mathbf{C}_v \mathbf{D}) = \xi \sum_{i=1}^{N_r} \sigma_{v,i}^2 d_{i,i}. \tag{4.36}$$

Nótese que cuando $\xi \rightarrow 0$, es decir, para altas SNR, el criterio MMSE converge al criterio ZF, puesto que $(\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \xi \mathbf{I})^{-1} \rightarrow (\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1}$.

Evidentemente estos resultados se obtienen en el caso óptimo de CSI total o perfecta en el transmisor, lo que no sucede en la realidad, ya que éste obtiene esa CSI vía estimación en el receptor y su posterior envío a través del canal de retorno. Por lo tanto, si la CSI disponible es parcial, las expresiones de los filtros del precodificador TH MMSE

```

 $\Phi^{-1} \leftarrow (\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \xi\mathbf{I})^{-1}$ 
 $\mathbf{P} \leftarrow \mathbf{I}_{N_r}, \mathbf{D} \leftarrow \mathbf{0}_{N_r \times N_r}$ 
for  $i = N_r, \dots, 1$ 
   $q \leftarrow \underset{q'=1, \dots, i}{\operatorname{argmin}} \Phi^{-1}(q', q')$ 
   $\mathbf{P}_i \leftarrow \mathbf{I}_{N_r}$  cuyas  $i$ -ésimas y  $q$ -ésimas filas son intercambiadas
   $\mathbf{P} \leftarrow \mathbf{P}_i \mathbf{P}$ 
   $\Phi^{-1} \leftarrow \mathbf{P}_i \Phi^{-1} \mathbf{P}_i^T$ 
   $\mathbf{D}(i, i) \leftarrow \Phi^{-1}(i, i)$ 
   $\Phi^{-1}(1 : i, i) \leftarrow \Phi^{-1}(1 : i, i) / \mathbf{D}(i, i)$ 
   $\Phi^{-1}(1 : i - 1, 1 : i - 1) \leftarrow \Phi^{-1}(1 : i - 1, 1 : i - 1)$ 
     $- \Phi^{-1}(1 : i - 1, i) \Phi^{-1}(1 : i - 1, i)^H \mathbf{D}(i, i)$ 
 $\mathbf{L}^H \leftarrow$  parte triangular superior de  $\Phi$ 
 $\mathbf{B} \leftarrow \mathbf{L}^{-1}, \mathbf{F} \leftarrow \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{L}^H \mathbf{D}$ 

```

Tabla 4.3: Pseudocódigo de THP-MMSE con ordenamiento óptimo.

son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{F}}_{\text{MMSE}}^{\text{THP}} &= \hat{g}_{\text{MMSE}}^{\text{THP}, -1} \hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{P}}^T \hat{\mathbf{L}}^H \hat{\mathbf{D}} \\
 \hat{\mathbf{B}}_{\text{MMSE}}^{\text{THP}} &= \hat{\mathbf{L}}^{-1} \\
 \hat{g}_{\text{MMSE}}^{\text{THP}} &= \sqrt{\frac{\operatorname{tr} \left(\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{P}}^T \hat{\mathbf{L}}^H \hat{\mathbf{D}}^2 \mathbf{C}_v \hat{\mathbf{L}} \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{H}} \right)}{E_{\text{tx}}}},
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

donde las matrices $\hat{\mathbf{P}}$, $\hat{\mathbf{L}}$ y $\hat{\mathbf{D}}$ resultan de la factorización de Cholesky permutada de la matriz $\mathbf{P}\hat{\Phi}^{-1}\mathbf{P}^T = \mathbf{P}(\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H + \xi\mathbf{I})^{-1}\mathbf{P}^T$.

4.3. Soluciones robustas para CSI imperfecta

La CSI debe ser obtenida en el receptor para ser enviada al transmisor usando un canal de retorno que habitualmente tiene un ancho de banda limitado. La CSI se ve afectada por diferentes fuentes de error, lo que provoca que todos los parámetros de la precodificación sean diseñados usando una versión errónea del canal en lugar del canal verdadero. Los errores en la CSI disponible tienen un impacto significativo en el rendimiento de la precodificación. En este apartado se presenta un diseño de un receptor robusto para mejorar la precodificación [11, 19, 20]. El objetivo es compensar la diferencia entre el canal verdadero y el canal erróneo enviado desde los receptores mediante un diseño óptimo del receptor que mitigue su efecto, es decir, que sea más *robusto* ante errores en la CSI.

Aunque podría hacerse un diseño robusto de los filtros del precodificador si tenemos un modelo estadístico de los mismos adecuado [56], en este trabajo nos centraremos únicamente en los receptores. Este tipo de solución robusta que implica el uso de pesos g en el receptor que tratan de compensar la diferencia entre la CSI perfecta y errónea disponible en el transmisor no supone un incremento significativo en la complejidad computacional de los equipos finales ni un envío adicional de símbolos piloto para estimar la respuesta conjunta del filtro y el precodificador puesto que ésta puede ser estimada mediante los símbolos del preámbulo (ver sección 4.5).

Para el diseño del precodificador hemos utilizado un modelo de receptor muy simple en el que se aplica el mismo peso real escalar en todas las antenas receptoras, al contrario que en [12]. Esta asunción asegura soluciones de forma cerrada para los precodificadores. Como se demuestra en [12], la corrección de fase en los receptores es crucial para un sistema con CSI errónea en el transmisor. En ese caso, los receptores deben corregir tanto las amplitudes como las fases incorrectas de las señales recibidas, producidas por los errores de CSI en el transmisor. El objetivo se alcanza usando los coeficientes de recepción MMSE.

Por lo tanto, el diseño de la solución robusta es el siguiente. Basándonos en la CSI parcial, el transmisor diseña los precodificadores bajo la asunción de que todas las antenas receptoras aplican el mismo peso y tienen los mismos errores que el transmisor en su CSI. Esta asunción conservadora se compensa aplicando los pesos MMSE en recepción que introduciremos en esta sección. Así, tenemos un ligero desajuste entre los pesos en recepción utilizados en el diseño del precodificador y los pesos MMSE utilizados realmente en recepción, que explicaremos a continuación.

Para obtener el coeficiente escalar MMSE para la antena k , formulamos un MSE $\varepsilon(g_k)$ que depende del peso escalar g_k :

$$\begin{aligned}\varepsilon(g_k) &= \text{E} [|x_k - g_k y_k|^2] = \text{E} [x_k x_k^* - g_k^* x_k y_k^* - g_k y_k x_k^* + g_k y_k y_k^* g_k^*] \\ &= c_{xx,k} - g_k^* c_{xy,k} - g_k c_{yx,k} + |g_k|^2 c_{yy,k},\end{aligned}$$

donde x_k e y_k son, respectivamente, la señal deseada y recibida. Los coeficientes de correlación se definen como $c_{xx,k} = \text{E}[|x_k|^2]$ y $c_{yy,k} = \text{E}[|y_k|^2]$, y la correlación cruzada entre la señal recibida y la deseada se obtiene como $c_{xy,k} = \text{E}[x_k y_k^*]$. Cuando se calcula la derivada con respecto a g_k^* y se iguala a cero, se obtiene:

$$\frac{\partial \varepsilon(g_k)}{\partial g_k^*} = -c_{xy,k} + g_k c_{yy,k} = 0,$$

lo que permite calcular el coeficiente lineal MMSE robusto para la antena k , expresado como:

$$g_{\text{RMMSE},k} = c_{xy,k} c_{yy,k}^{-1}. \quad (4.38)$$

La estimación de $c_{yy,k}$ es directa, es decir, se puede hallar promediando en el tiempo, pero la estimación de $c_{xy,k}$ es más delicada y depende del tipo de precodificador. En las siguientes subsecciones indicaremos cómo hallar $c_{xy,k}$ para cada uno de los precodificadores estudiados en esta tesis.

4.3.1. Receptores robustos en precodificación lineal

Como se ha mencionado anteriormente, con el objetivo de corregir la diferencia entre la fase y la amplitud causada por la CSI imperfecta, utilizamos los pesos MMSE en recepción en lugar de los pesos obtenidos directamente de la optimización MMSE [56]. Para la antena k la correlación cruzada $c_{xy,k}$ en (4.38) entre la señal deseada $u_k[n]$, donde $u_k[n]$ denota el elemento k -ésimo de los símbolos transmitidos $\mathbf{u}[n]$ correspondientes a la antena k , y la señal recibida obtenida como:

$$y_k[n] = \mathbf{h}_k^T \mathbf{F} \mathbf{u}[n] + \eta_k[n],$$

donde \mathbf{h}_k^T es la k -ésima fila de la matriz de canal \mathbf{H} correspondiente a la antena receptora k , será:

$$c_{xy,k} = E[u_k[n]y_k^*[n]] = E[u_k[n] (\mathbf{u}^H[n] \mathbf{F}^H \mathbf{h}_k^* + \eta_k^*[n])] = \mathbf{e}_k^T \mathbf{F}^H \mathbf{h}_k^*, \quad (4.39)$$

donde asumimos que $\mathbf{C}_u = E[\mathbf{u}[n]\mathbf{u}^H[n]] = \mathbf{I}_{N_r}$ y \mathbf{e}_k denota la k -ésima columna de la matriz identidad \mathbf{I}_{N_r} .

Por otro lado, la varianza de la señal recibida $c_{yy,k}$ en (4.38) viene dada simplemente por:

$$\begin{aligned} c_{yy,k} &= E[|y_k[n]|^2] = E[(\mathbf{h}_k^T \mathbf{F} \mathbf{u}[n] + \eta_k[n]) (\mathbf{u}^H[n] \mathbf{F}^H \mathbf{h}_k^* + \eta_k^*[n])] \\ &= \mathbf{h}_k^T \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{h}_k^* + \sigma_{\eta,k}^2, \end{aligned}$$

donde $\sigma_{\eta,k}^2$ es la varianza del ruido para la antena k y se ha asumido que $\mathbf{C}_u = \mathbf{I}_{N_r}$.

Por lo tanto, el peso MMSE en recepción será:

$$g_{\text{RMMSE},k}^{\text{LP}} = \mathbf{e}_k^T \mathbf{F}^H \mathbf{h}_k^* (\mathbf{h}_k^T \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{h}_k^* + \sigma_{\eta,k}^2)^{-1}. \quad (4.40)$$

4.3.2. Receptores robustos en precodificación Tomlinson-Harashima

Siguiendo un razonamiento similar al del precodificador lineal robusto, es preferible utilizar los coeficientes MMSE en el receptor en lugar de los pesos reales $g_{\text{MMSE}}^{\text{THP}}$ [56]. Esto es así debido a que los coeficientes MMSE son capaces de corregir no sólo el desajuste de amplitud sino también el de fase, causados ambos por los errores de CSI cuando se calculan los filtros precodificadores TH. En THP, la señal recibida para la antena k es

$y_k[n] = \mathbf{h}_k^T \mathbf{F} \mathbf{v}[n] + \eta_k[n]$, mientras que la señal deseada viene dada por $\mathbf{e}_k^T \mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{v}[n]$. Así, la correlación cruzada $c_{xy,k}$ entre estas señales deseada y recibida se expresa como sigue:

$$\begin{aligned} c_{xy,k} &= \text{E} \left[\left(\mathbf{e}_k^T \mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{v}[n] \right) \left(\mathbf{v}^H[n] \mathbf{F}^H \mathbf{h}_k^* + \eta_k^*[n] \right) \right] \\ &= \mathbf{e}_k^T \mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H \mathbf{h}_k^*, \end{aligned} \quad (4.41)$$

mientras que la varianza de la señal recibida es:

$$c_{yy,k} = \text{E} \left[|y_k|^2 \right] = \mathbf{h}_k^T \mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H \mathbf{h}_k^* + \sigma_{\eta,k}^2.$$

De esta forma, los coeficientes MMSE que serán usados en los esquemas THP robustos se obtienen de la siguiente forma:

$$g_{\text{RMMSE},k}^{\text{THP}} = \left(\mathbf{e}_k^T \mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H \mathbf{h}_k^* \right) \left(\mathbf{h}_k^T \mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H \mathbf{h}_k^* + \sigma_{\eta,k}^2 \right)^{-1}. \quad (4.42)$$

4.4. Comparativa de rendimiento con TCSI en el transmisor

Las simulaciones realizadas en MATLAB corresponden a un sistema MIMO 4×4 implementando los distintos precodificadores, tanto lineales como no lineales, explicados en este capítulo. El rendimiento se evalúa en términos de BER en función de SNR, donde SNR se define como:

$$\text{SNR} = \frac{\text{tr}(\mathbf{C}_\eta)}{E_{\text{tx}}}, \quad (4.43)$$

comparándolo con el de las técnicas más tradicionales, tanto lineales como no lineales, de igualación en el receptor. Se transmiten 1 000 000 bits, modulados mediante una constelación QPSK (ver figura 4.6). Se considera una restricción en la energía transmitida $E_t = N_t = 4$, es decir, se asume que la potencia media transmitida por símbolo es la unidad. Los datos han sido transmitidos en tramas de $K = 1000$ símbolos a través de un canal Rayleigh i.i.d. Se asume que el flujo de datos transmitidos y el ruido son incorrelados, es decir, $\mathbf{C}_u = \sigma_u^2 \mathbf{I} = \mathbf{I}$ y $\mathbf{C}_\eta = \sigma_\eta^2 \mathbf{I}$, respectivamente. Finalmente, la señal pasa por el ecualizador y el decisor de máxima verosimilitud (ML, del inglés *Maximum Likelihood*). Se han repetido las simulaciones hasta completar 100 realizaciones de canal.

Tanto para el criterio ZF como MMSE, mostramos en la figura 4.7 una comparativa para TCSI en el transmisor entre la ecualización lineal en el receptor (en la gráfica, Rx-ZF o Rx-MMSE), en donde el filtro transmisor de la figura 4.1 se reduce a $p\mathbf{I}$ [63–67]; la ecualización lineal en el transmisor o precodificación lineal [50–55, 68] (en

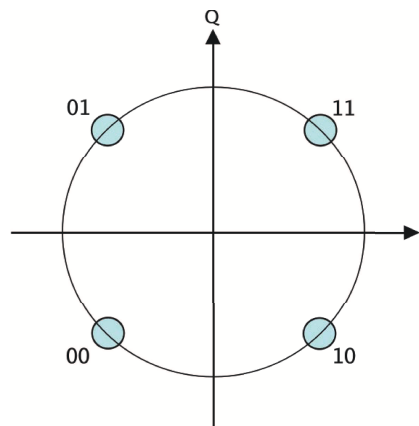


Figura 4.6: Constelación QPSK.

la gráfica, LP-ZF o LP-MMSE); la ecualización no lineal en el receptor, en concreto, la tradicional igualación por decisiones realimentadas (DFE, del inglés *Decision Feedback Equalization*) [53, 69–72] (en la gráfica, DFE-ZF o DFE-MMSE); y la ecualización no lineal en el transmisor basada en THP [49, 52, 57–62, 71, 73, 74] (en la gráfica, THP-ZF o THP-MMSE). En la figura 4.7 se puede apreciar que los sistemas con ecualización en transmisión alcanzan mejores rendimientos en términos de BER para valores de la relación señal a ruido medias y altas, y sólo se ven superados ligeramente por los esquemas clásicos de ecualización en recepción para SNR muy bajas. La propagación de errores debida a la realimentación de decisiones erróneas inherente al DFE se evita con THP, ya que la realimentación de señal en el transmisor, que se realiza en el esquema con THP, depende exclusivamente de la señal de datos, que es conocida por el transmisor. También puede observarse que los sistemas con precodificación no lineal TH presentan mejores rendimientos que los sistemas con precodificación lineal para valores de SNR medias y altas, aunque ligeramente peores para valores bajos de SNR.

Si el transmisor no tiene un conocimiento total de la CSI, es decir, dispone de una información del canal parcial, el rendimiento de los esquemas LP y THP será peor. Esa pérdida será tanto mayor cuanto mayor sea el error de estimación en recepción o, lo que es lo mismo, cuanto menor sea la longitud de la secuencia de entrenamiento enviada desde el transmisor al receptor para obtener dicha estimación. Las figuras 4.8 y 4.9 ilustran perfectamente la influencia en la BER del número de símbolos piloto P empleado en la estimación cuando los filtros en el transmisor de ambos esquemas, LP y THP, disponen únicamente de PCSI.

Como se puede ver en dichas figuras, las estimaciones LS y LMMSE ofrecen idénticos resultados, tal y como esperábamos en presencia de ruido incorrelado (ver sección 3.2). Podemos ver también en las figuras que cuando el número de símbolos piloto enviado

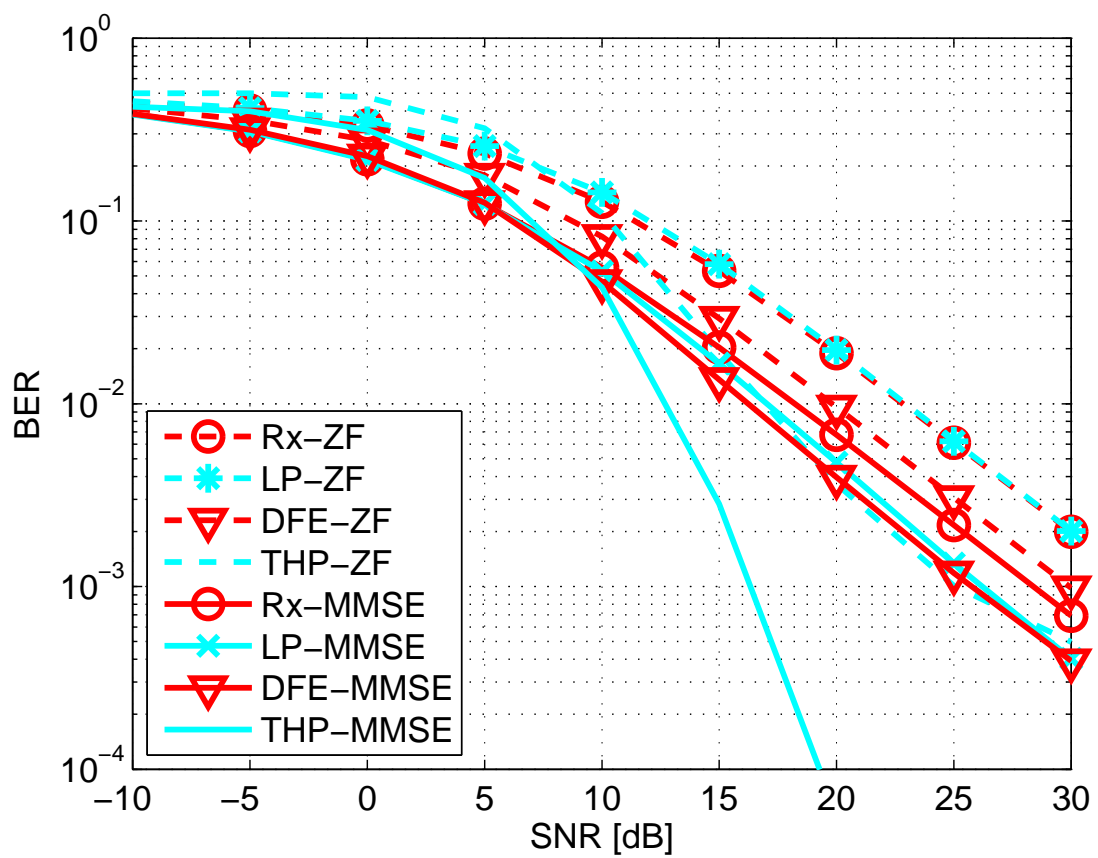


Figura 4.7: Ecuación lineal y no lineal en transmisión y recepción vs. SNR para TCSI en el transmisor.

desde el transmisor es excesivamente bajo, por ejemplo $P = 4$, se produce una pérdida importante en términos de BER con respecto a la situación ideal de canal totalmente conocido en el transmisor. De hecho, tanto para el caso de LP como de THP, dicha pérdida es de aproximadamente 7,5 dB para una BER de 10^{-2} . Por el contrario, un incremento del número de símbolos piloto enviados no conlleva mejoras significativas en la BER (ver las curvas correspondientes a $P = 16$ y $P = 20$), si bien los efectos negativos son importantes ya que estamos disminuyendo la tasa efectiva de información. Teniendo en cuenta ambas consideraciones, vamos a emplear en este capítulo secuencias de entrenamiento de $P = 8$ símbolos piloto.

Por último, en la figura 4.10 se muestra el rendimiento de LP y THP cuando se realiza un diseño óptimo de los símbolos piloto transmitidos de forma que éstos sean ortogonales [75]. Aunque al aumentar el número de pilotos la mejora no es significativa, hay que resaltar, sin embargo, que, si la cantidad de pilotos es muy pequeña, es fundamental la ortogonalidad de dichas secuencias, tal y como puede verse en la figura. De aquí en adelante consideraremos que los símbolos piloto transmitidos desde el transmisor al receptor son ortogonales.

4.5. Aportación: Precodificación híbrida basada en decisión

En esta sección proponemos un sistema MIMO con precodificación adaptativa basada en decisión que va a requerir la actualización o no de los filtros en función de las variaciones del canal. Nos referiremos de aquí en adelante a esta precodificación adaptativa como *Precodificación Híbrida* (HP, del inglés *Hybrid Precoding*). El objetivo de esta solución es reducir la complejidad computacional del sistema completo sin penalizar de forma significativa el rendimiento del mismo. Se intentará disminuir la pérdida de tasa efectiva de información, producida por el envío de símbolos piloto, y la sobrecarga del canal de retorno (con la información del canal enviada desde el receptor necesaria para adaptar los precodificadores a las variaciones temporales de dicho canal).

Conviene indicar que la derivación de los filtros detallada en el apartado anterior se obtiene asumiendo un conocimiento total del canal en el transmisor. Sin embargo, en sistemas FDD, esta información no puede obtenerse en el transmisor, ya que los canales ascendente y descendente no son recíprocos. En este escenario es necesario estimar el canal en el receptor para enviar esta información parcial del canal a través de un canal de retorno, usualmente ya implementado en los estándares inalámbricos más recientes. Esta información parcial del canal, que hemos denotado como \hat{H} , va a usarse en el diseño de los filtros del precodificador en lugar de la información total del canal, H (ver secciones 4.1 y 4.2). Para tal propósito, se transmiten en cada trama, además de los

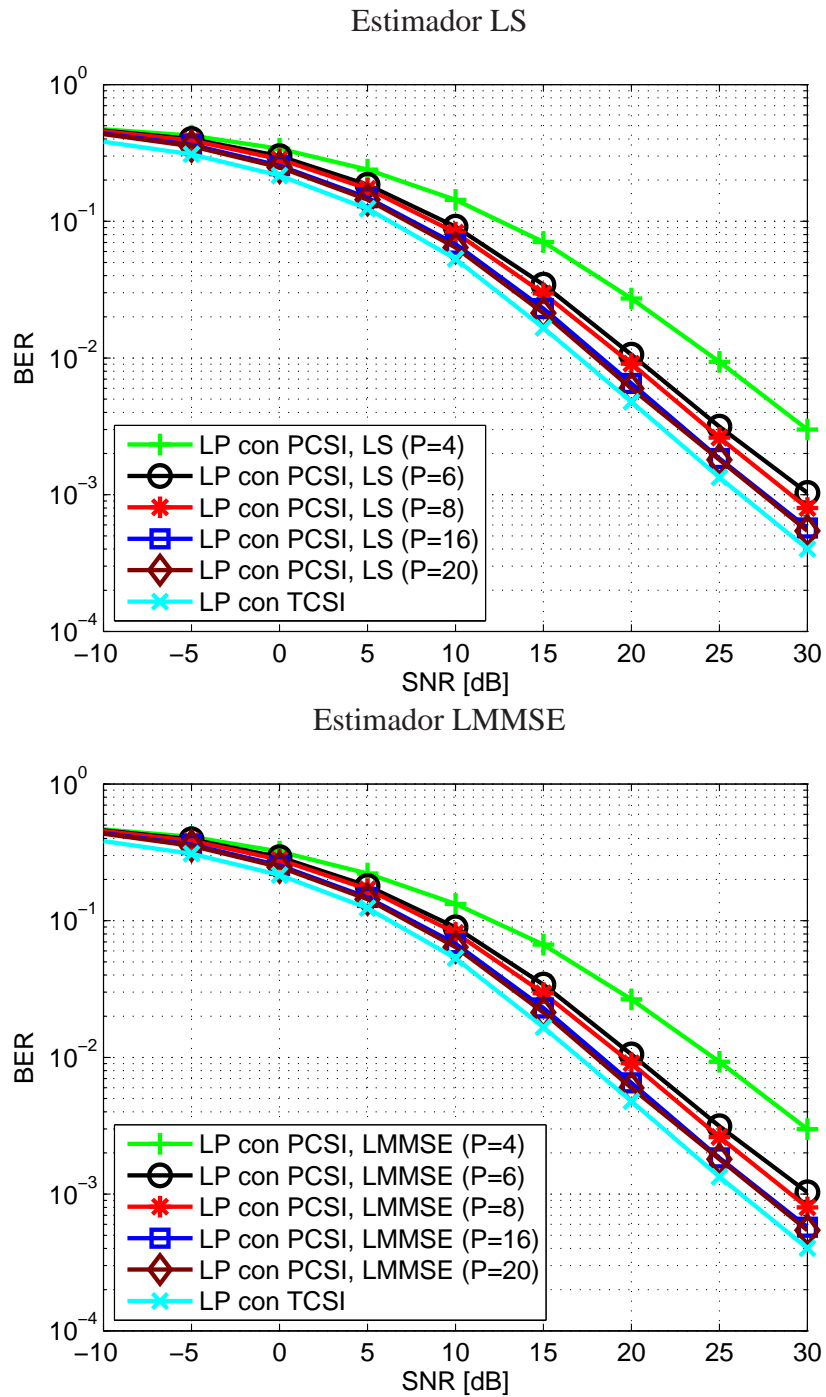


Figura 4.8: Precodificación LP-MMSE vs. SNR para PCSI en el transmisor.

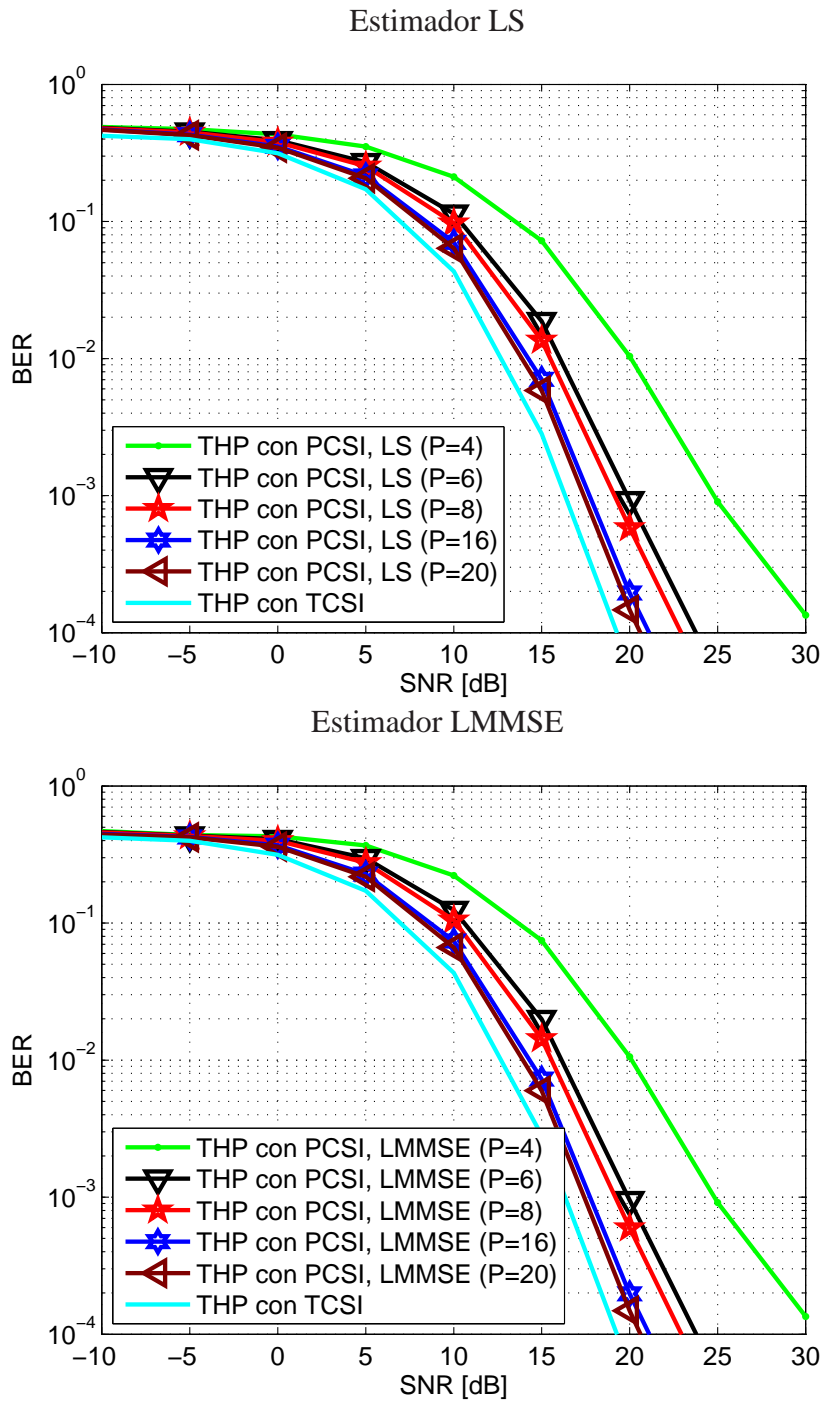


Figura 4.9: Precodificación THP-MMSE vs. SNR para PCSI en el transmisor.

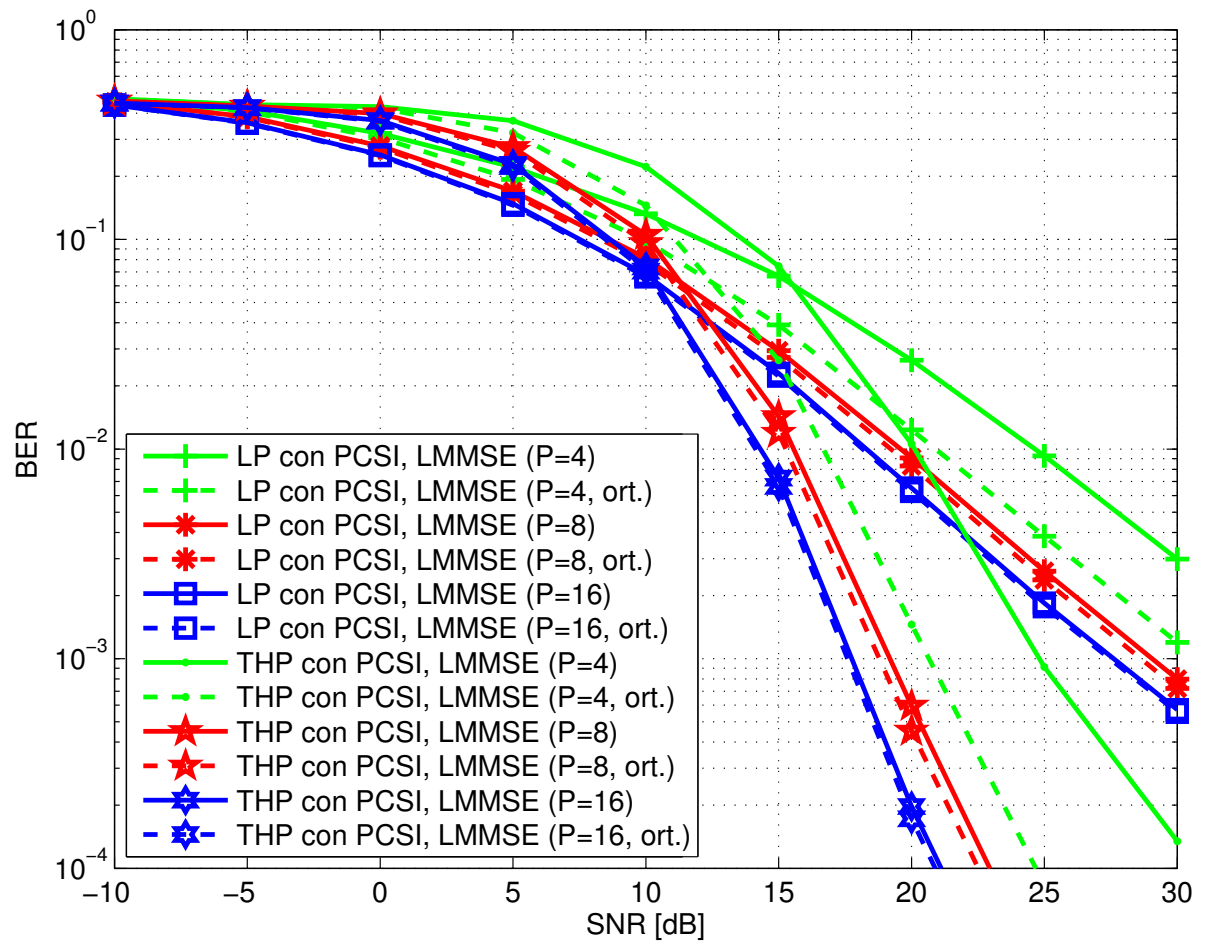


Figura 4.10: Rendimiento de LP-MMSE y THP-MMSE con PCSI y estimador LMMSE con símbolos piloto ortogonales y no ortogonales.

símbolos de datos, símbolos piloto o secuencias de entrenamiento.

El objetivo de HP es, por un lado, reducir el envío de estos símbolos piloto, incrementando así la tasa efectiva de información, y, al mismo tiempo, minimizando la cantidad de información enviada por el canal de retorno, y, por otro lado, disminuir la complejidad computacional en transmisión, debida al procesamiento de los nuevos precodificadores, o en recepción, por el procesado de estimación del canal inalámbrico. Por lo tanto, sólo van a enviarse símbolos piloto para reestimar el canal y actualizar los precodificadores en el caso de que el canal experimente variaciones de nivel importantes.

4.5.1. Regla de decisión

Una cuestión fundamental es determinar cuándo se producen variaciones en el canal lo suficientemente importantes como para que el receptor solicite el envío de pilotos para actualizar la CSI vía estimación.

Aunque podríamos haber elegido otras reglas de decisión con menor complejidad computacional (véase, por ejemplo, la regla de decisión propuesta en [76]), la regla de decisión que proponemos en esta tesis presenta igualmente una complejidad bastante reducida, determinando de forma bastante intuitiva los instantes de tiempo en los que el receptor requiere el envío de símbolos piloto para reestimar el canal [77].

Puesto que estamos considerando un canal cuasiestático, proponemos comparar la estimación de la matriz de canal correspondiente a la trama actual, denotada por $\hat{\mathbf{H}}[q]$, a la estimada en la trama anteriormente transmitida, denotada por $\hat{\mathbf{H}}[q - 1]$, ambas estimaciones obtenidas en el receptor. Por lo tanto, vamos a computar en el receptor la matriz $\mathbf{G}[q] = (\hat{\mathbf{H}}[q])^{-1}\hat{\mathbf{H}}[q - 1]$ cada vez que se transmite una nueva trama. En particular, utilizaremos la siguiente medida de error obtenida en la trama q , que denominaremos *Diferencia en CSI* (DCSI):

$$\text{DCSI}[q] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_t} \sum_{j=1, j \neq i}^{N_r} \left(\frac{|g_{ij}[q]|^2}{|g_{ii}[q]|^2} + \frac{|g_{ji}[q]|^2}{|g_{ii}[q]|^2} \right), \quad (4.44)$$

donde N es el número de términos en el sumatorio y $g_{ii}[q]$ indica el elemento i -ésimo de la diagonal de la matriz $\mathbf{G}[q]$. Así, este valor, que muestra la distancia de $\mathbf{G}[q]$ con respecto a la matriz identidad, nos proporciona una medida de las fluctuaciones del canal. Si este parámetro es alto el canal ha sufrido cambios importantes y, por lo tanto, puesto que las condiciones del entorno han variado, los precodificadores tanto lineal como no lineal van a adaptarse a las nuevas condiciones de canal, reestimándolo en el receptor y enviando dicha información al transmisor mediante el canal de retorno para que éste recalcule de nuevo los filtros del precodificador. En otro caso, si las condiciones del canal no han sufrido cambios (es decir, el parámetro obtenido de esta medida es bajo), el receptor no solicita el

envío de símbolos piloto y se mantienen, por tanto, los mismos filtros de precodificación que habían sido utilizados en la trama anterior.

Por lo tanto, una primera regla de decisión podría plantearse como sigue:

$$\begin{aligned} &\text{Si } \text{DCSI}[q] \geq \text{DCSI}_{\text{umbral}}, \text{ actualizar precodificador;} \\ &\text{en otro caso, mantener el precodificador usado en } q - 1. \end{aligned} \quad (4.45)$$

Veremos más adelante cómo vamos a seleccionar estos umbrales de decisión $\text{DCSI}_{\text{umbral}}$ en función de los cuales se conmutará a uno u otro modo de funcionamiento, es decir, a un modo de funcionamiento supervisado en el caso de que la medida $\text{DCSI}[q]$ sea mayor que el umbral fijado, y a un modo no supervisado, cuando dicha medida sea inferior a ese umbral establecido a priori. Este modo no supervisado tratará de realizar un seguimiento de esas variaciones más pequeñas del canal usando, como veremos, una solución robusta que mitigue el desajuste entre el precodificador óptimo, diseñado con una CSI estimada en la trama actual, y el precodificador erróneo, obtenido a partir de una versión de la CSI estimada en la trama anterior (ver sección 4.3).

Resulta evidente a partir de las gráficas de BER vs. SNR incluidas en la sección 4.4 que THP claramente es superior a LP en escenarios con SNR medias y altas, y que, únicamente para bajas SNR, la precodificación lineal exhibe mejor rendimiento que la no lineal. De acuerdo con estos resultados, es razonable plantear el uso de LP para bajas SNR y de THP para SNR intermedias y altas. Por lo tanto, proponemos una segunda regla de decisión de la forma:

$$\begin{aligned} &\text{Si } \text{SNR} > \text{SNR}_{\text{umbral}}, \text{ usar THP;} \\ &\text{en otro caso, usar LP,} \end{aligned} \quad (4.46)$$

donde $\text{SNR}_{\text{umbral}}$ es la SNR umbral que delimita las dos regiones de precodificación, lineal y THP, respectivamente.

Tanto en uno como en otro caso, el precodificador se actualiza únicamente cuando la evaluación del parámetro $\text{DCSI}[q]$ de la ecuación (4.44), que determina si el canal ha variado mucho o no, supera un valor umbral $\text{DCSI}_{\text{umbral}}$. Este valor umbral, que denotaremos de aquí en adelante como $p_{i,\text{SNR}}$, va a depender no sólo de las condiciones del canal –en nuestras simulaciones, modeladas mediante el parámetro α de la ecuación (2.9)– sino también de la SNR. El subíndice i se usa para designar el nivel del umbral de decisión, ya que en función de dicho nivel la reestimación del canal se decidirá con mayor o menor frecuencia. En definitiva, la regla de decisión de nuestra

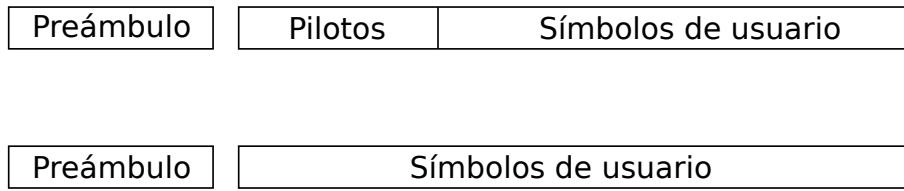


Figura 4.11: Estructura de tramas: trama clásica (arriba) y trama de usuario (abajo).

solución híbrida que combina las reglas (4.45) y (4.46) queda como sigue:

Dada una SNR

Si $\text{DCSI}[q] \geq p_{i,\text{SNR}}$, requerir símbolos piloto, estimar canal en el receptor;

Si $\text{SNR} > \text{SNR}_{\text{umbral}}$, actualizar THP;

en otro caso, actualizar LP;

en otro caso, no requerir símbolos piloto, no estimar canal en recepción

y usar precodificador de la trama anterior.

(4.47)

4.5.2. Parámetros de las simulaciones

La figura 4.11 muestra la estructura de tramas utilizadas en las simulaciones por ordenador del esquema basado en decisión que planteamos en este capítulo. Distinguiamos dos tipos de tramas:

- Tramas clásicas: contienen un preámbulo, símbolos piloto y símbolos de datos de usuario. Este tipo de tramas se solicita por el receptor cuando es necesario estimar de nuevo el canal para seguir sus variaciones temporales.
- Tramas de usuario: contienen únicamente un preámbulo y símbolos de usuario. Se transmiten cuando el sistema funciona en modo no supervisado para realizar el seguimiento de dichas variaciones.

El primer campo de la trama, el preámbulo, se envía siempre, independientemente del tipo de trama, e indica al receptor el inicio de la misma. También se utiliza habitualmente para otro tipo de tareas, fundamentalmente de sincronización. Además, si la longitud del preámbulo es suficiente, podrían enviarse los símbolos piloto durante la misma trama en la que el receptor solicita el envío de dichos pilotos sin que fuera estrictamente necesario retransmitir de nuevo los símbolos de datos de la trama de usuario en curso en la siguiente trama clásica.

Teniendo en cuenta esta estructura de tramas, en las simulaciones que mostraremos en las secciones siguientes se van a considerar los siguientes parámetros:

- $N_t = N_r = 4$ antenas en el transmisor y en el receptor;
- 1 000 experimentos independientes;
- 128 realizaciones de canal en cada experimento;
- 512 tramas de 128 símbolos;
- 512 símbolos por bloque (es decir, el canal es constante en un bloque temporal de 512 símbolos; luego cambia de acuerdo con el modelo de variaciones temporales explicado en el capítulo 2). Equivalentemente, podemos decir que el canal cambia cada $F = 4$ tramas;
- $P = 8$ símbolos piloto QPSK ortogonales por trama clásica;
- $P_r = 4$ símbolos de preámbulo QPSK ortogonales por trama, tanto clásica como de usuario;
- LMMSE como estimador de canal.

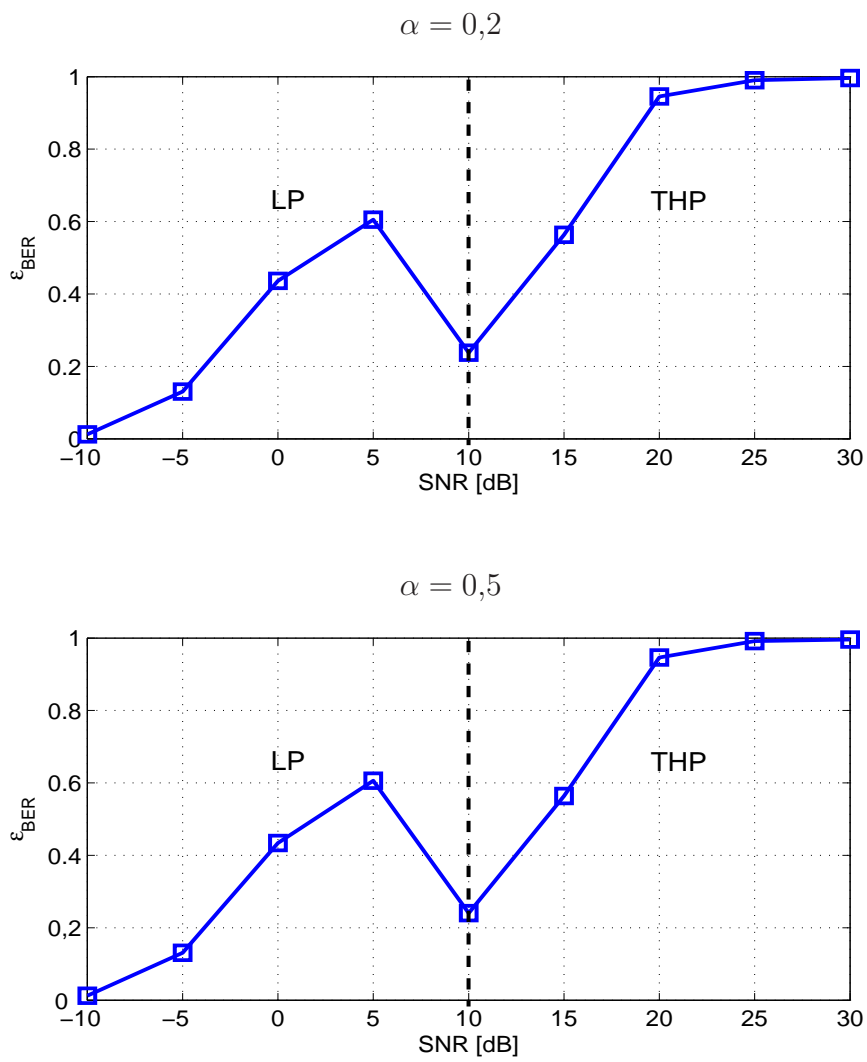
4.5.3. Fase de entrenamiento

En primer lugar, necesitamos determinar el intervalo de aplicación de cada tipo de precodificación en función de la SNR. Esta cuestión se resuelve con una fase de entrenamiento en la que se evalúa la distancia entre el rendimiento en términos de BER alcanzado por ambos precodificadores, LP y THP, cuando la información del canal, actualizada en cada trama, es parcialmente conocida en el transmisor. Se considera la transmisión de tramas clásicas, de las que el receptor usará los 8 símbolos piloto transmitidos en cada una de ellas para obtener la CSI vía estimación LMMSE.

Por lo tanto, para determinar el rango de aplicación de cada tipo de precodificador planteamos la siguiente medida de distancia:

$$\epsilon_{\text{BER}} = \frac{|\text{BER}_{\text{LP}} - \text{BER}_{\text{THP}}|}{\text{BER}_{\text{LP}}}. \quad (4.48)$$

La figura 4.12 muestra esta figura de mérito en función de la SNR definida en la ecuación (4.43), cuando el parámetro α que modela las variaciones del canal de acuerdo con la ecuación (2.9) es $\alpha = 0,2$ (figura superior) y $\alpha = 0,5$ (figura inferior). Teniendo en cuenta estos resultados, hemos decidido considerar un valor de $\text{SNR}_{\text{umbral}}$ de 10 dB en la

Figura 4.12: Etapa de entrenamiento: Determinar la SNR_{umbral} de aplicación de LP y THP.

regla definida en (4.47), de forma que LP se usa para valores de SNR menores o iguales que 10 dB y THP para SNR mayores que dicho valor.

En la figura 4.13 se muestra el resultado de la medida $DCSI[q]$ de la ecuación (4.44), evaluada para varios valores de SNR (en concreto, 0 dB, 10 dB, 20 dB y 30 dB) en las primeras 128 tramas y para ambos tipos de canales, es decir, considerando $\alpha = 0,2$ (figura superior) y $\alpha = 0,5$ (figura inferior). Vemos que para bajas SNR los valores obtenidos con esta medida son mayores, porque las estimaciones del canal son peores por el efecto del ruido. Este mismo efecto se puede ver también si el canal experimenta variaciones más bruscas (gráfica inferior), puesto que el “parecido” entre una realización del canal y la inmediatamente anterior es menor, ya que el parámetro α que determina las variaciones del canal es más elevado. Sin embargo, para SNR elevadas pueden verse claramente diferenciados los picos de señal correspondientes a índices de trama múltiplos de $F = 4$, en los que se produce el cambio del canal, puesto que $DCSI[q]$ es muy pequeña cuando el canal no cambia.

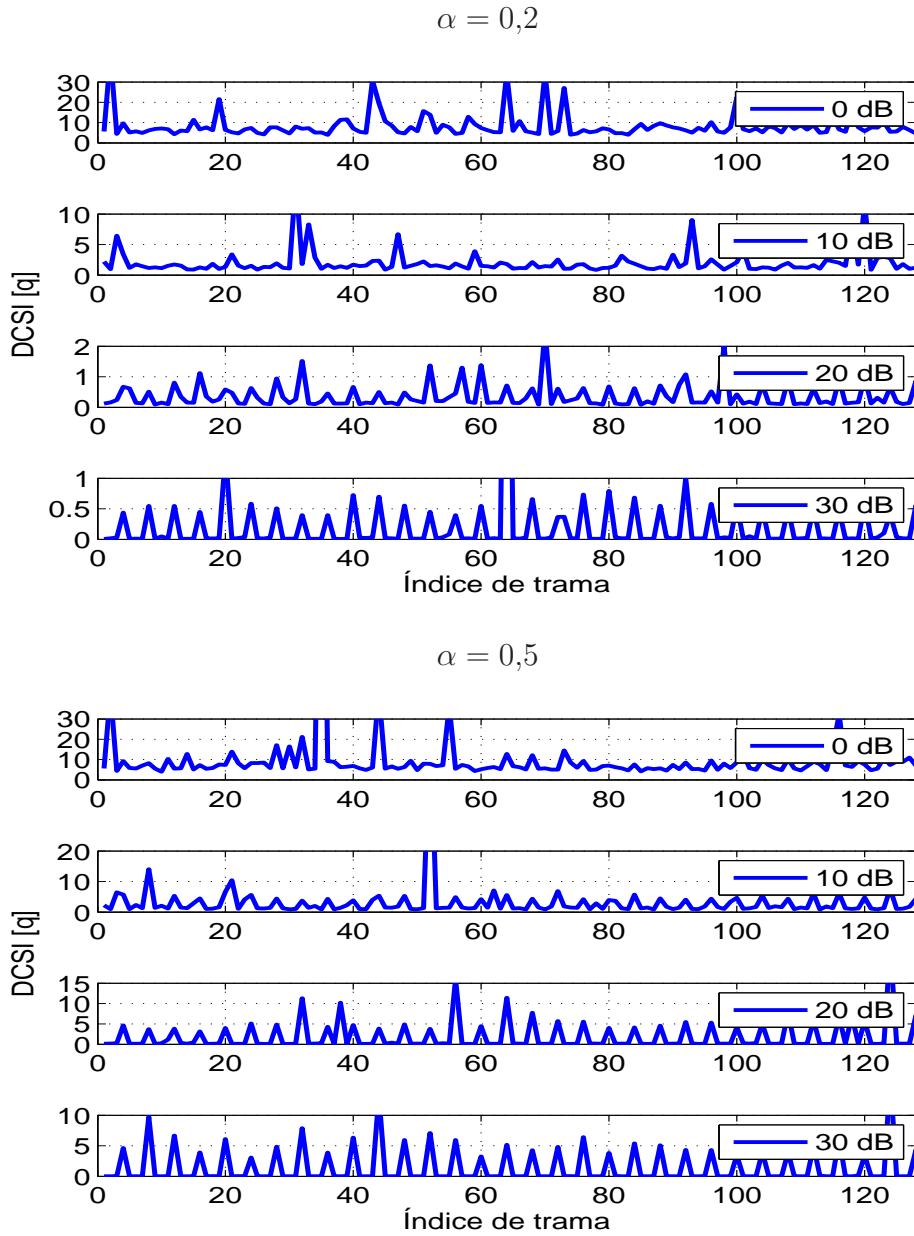
En la tabla 4.4 se muestran los valores de los umbrales $p_{i,SNR}$ en función de la SNR. Para el cálculo de dichos umbrales nos quedamos únicamente para cada SNR con los valores de la señal de la figura 4.13 correspondientes a los cambios del canal, es decir, cada 4 tramas. Esto equivale a evaluar $DCSI[q]$ en la fase de entrenamiento únicamente cada 4 tramas de símbolos puesto que se asume un modelo de canal bloque o cuasiestático. A continuación, calculamos el percentil i -ésimo, donde el $i\%$ de la muestra son valores menores que él y el $100 - i\%$ restante son mayores. Hemos seleccionado los percentiles 0, 1, 2 y 5, que, como veremos, nos servirán para ilustrar adecuadamente el funcionamiento de nuestro sistema híbrido. Denotaremos estos percentiles como $p_{0,SNR}$, $p_{1,SNR}$, $p_{2,SNR}$ y $p_{5,SNR}$, respectivamente. Como se puede apreciar claramente en la figura 4.13, $DCSI[q]$ va a ser menor cuanto mayor sea la SNR, lo que va a llevar a elegir valores umbrales $p_{i,SNR}$ distintos en función de la SNR y decrecientes con ésta. La tabla 4.4 muestra también que los umbrales son mayores en el caso de que α sea más elevado (tabla inferior), dado que las fluctuaciones de nivel en el canal van a ser obviamente mayores.

4.5.4. Fase de transmisión

Las simulaciones realizadas consideran los parámetros $SNR_{umbral} = 10$ dB y $p_{i,SNR}$ de la tabla 4.4 determinados en la fase de entrenamiento explicada anteriormente.

Durante la fase de transmisión, la medida $DCSI[q]$ de la ecuación (4.44) se evalúa en cada trama usando los 4 símbolos de preámbulo, incluidos tanto en las tramas clásicas como en las tramas de usuario. En el caso de que el receptor solicite al transmisor el envío de tramas clásicas, los símbolos piloto de dichas tramas se usarán para obtener una nueva estimación del canal.

Consideraremos en primer lugar la transmisión de bits de datos aleatorios y, en

Figura 4.13: Evaluación de la medida $DCSI[q]$ en cada trama en función de la SNR.

SNR [dB]	$p_{0,\text{SNR}}$	$p_{1,\text{SNR}}$	$p_{2,\text{SNR}}$	$p_{5,\text{SNR}}$
-10	0,2228	0,6285	0,7290	0,9180
-5	0,1825	0,5537	0,6493	0,8200
0	0,1136	0,3292	0,3933	0,5228
5	0,0375	0,1418	0,1680	0,2241
10	0,0146	0,0570	0,0682	0,0903
15	0,0107	0,0295	0,0350	0,0464
20	0,0060	0,0210	0,0249	0,0328
25	0,0045	0,0179	0,0211	0,0276
30	0,0054	0,0169	0,0201	0,0264

SNR [dB]	$p_{0,\text{SNR}}$	$p_{1,\text{SNR}}$	$p_{2,\text{SNR}}$	$p_{5,\text{SNR}}$
-10	0,1986	0,6388	0,7434	0,9281
-5	0,2139	0,6020	0,6974	0,8749
0	0,1409	0,4701	0,5541	0,7134
5	0,1057	0,3225	0,3848	0,5062
10	0,0711	0,2461	0,2947	0,3933
15	0,0564	0,2143	0,2569	0,3434
20	0,0591	0,2083	0,2502	0,3339
25	0,0599	0,2043	0,2463	0,3269
30	0,0492	0,2046	0,2454	0,3266

Tabla 4.4: Umbrales $p_{i,\text{SNR}}$ para $\alpha = 0,2$ (tabla superior) y $\alpha = 0,5$ (tabla inferior).

segundo lugar, la transmisión de tres imágenes, con el objetivo de evaluar el rendimiento de HP para ambos casos.

Ejemplo 1: Transmisión de bits de datos aleatorios

En esta sección se simula la transmisión de bits aleatorios usando la solución híbrida propuesta (denotada, como decíamos antes, por HP en las curvas de BER que mostraremos a continuación), teniendo en cuenta, por tanto, los umbrales de decisión fijados en dicha fase inicial de entrenamiento.

La figura 4.14 muestra las curvas de BER obtenidas para las soluciones híbridas basadas en la regla de decisión de la ecuación (4.47) *No Robustas* (en la leyenda, NR) frente a las denominadas *Robustas* (en la leyenda, R), con las que nos referimos, respectivamente, a los esquemas híbridos en los que no se implementan pesos MMSE en el receptor para corregir el desajuste entre el canal verdadero y el canal imperfecto disponible en el transmisor, sino que utilizan los pesos directamente obtenidos de las optimizaciones (ver secciones 4.1 y 4.2), y los sistemas que incorporan esos pesos en el receptor con el objetivo de mitigar ese desajuste (ver sección 4.3). En ambos casos, no se asume un conocimiento total del canal en recepción, usándose la misma versión estimada que en el filtro transmisor.

Tal y como se puede ver en la figura, los diseños robustos claramente mejoran los no robustos. Si nos fijamos en el umbral correspondiente al percentil 2, es decir, $p_{2,SNR}$, para altas SNR la BER disminuye desde aproximadamente un valor de 10^{-4} a 4×10^{-3} para $\alpha = 0,2$ (figura superior). Evidentemente, si el canal sufre variaciones más importantes (ver figura inferior para el caso de $\alpha = 0,5$), la degradación en términos de BER es más acusada, ya que el desajuste entre el precodificador actualizado y el precodificador erróneo correspondiente a la trama anterior es mayor. Sin embargo, puede verse que considerando los umbrales $p_{2,SNR}$ se alcanza una BER inferior a 10^{-2} para SNR mayores que 15 dB. De nuevo, la solución robusta permite reducir el efecto “suelo” en la BER para SNR elevadas desde 6×10^{-3} a 4×10^{-3} .

En la figura 4.15 puede verse la comparativa de rendimiento BER entre la precodificación híbrida propuesta en este capítulo y los esquemas no adaptativos clásicos implementando o bien LP o bien THP. En estos esquemas clásicos cuando hablamos de PCSI nos referimos a que el transmisor no conoce perfectamente el canal y, por tanto, dispone de una información parcial del mismo, aunque dicha información es actualizada en cada trama mediante su envío al transmisor desde el receptor a través del canal de retorno. Por tanto, PCSI implica el uso continuo de tramas clásicas. Es evidente que PCSI en el transmisor conlleva una pérdida en rendimiento con respecto a TCSI (es decir, información del canal total en el transmisor), tanto en el caso de LP como de THP, y que la solución híbrida propuesta, tal y como se observa en la curva correspondiente al umbral

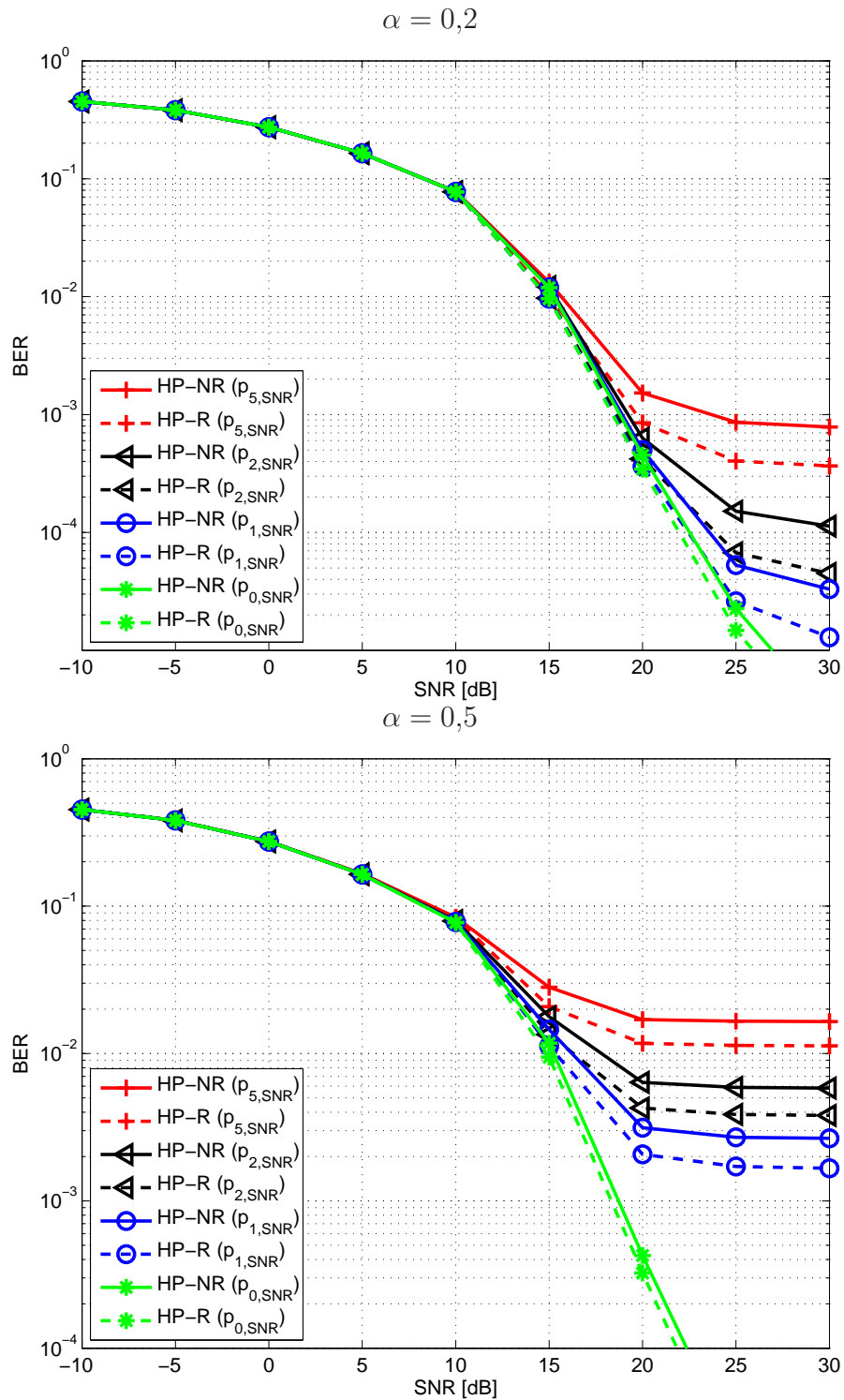


Figura 4.14: BER vs. SNR con HP robusto (HP-R) y no robusto (HP-NR) evaluados para diferentes umbrales $p_{i,SNR}$.

$p_{2,SNR}$, ofrece resultados intermedios, obviamente próximos a LP para bajas SNR y a THP para altas, de acuerdo con la regla de decisión propuesta en (4.47), pero con pérdidas a SNR elevadas debido al uso de un precodificador obsoleto si las variaciones del canal no son lo suficientemente importantes para decidir una actualización. Por lo tanto, ese desajuste entre el precodificador óptimo y el que finalmente se emplea en la transmisión produce esa pérdida para una BER de 10^{-4} de aproximadamente 1,5 dB con respecto a THP-R con PCSI para $\alpha = 0,2$ (figura superior). Cuando $\alpha = 0,5$ (figura inferior) vemos que la degradación en rendimiento con respecto a la implementación clásica de THP-R con PCSI en el transmisor es mayor, llevando a pérdidas importantes si se comparan los resultados con los obtenidos para LP con PCSI. No debe sorprendernos este hecho, ya que en el caso de LP con PCSI se actualiza el precodificador en cada trama, mientras que en el caso de HP esta actualización se realiza únicamente cuando las fluctuaciones de nivel del mismo son significativas, de acuerdo con los umbrales de decisión.

En la figura 4.16 se muestra el porcentaje de actualizaciones del precodificador en función de la SNR. Obviamente, cuanto mayor es el percentil menor es el número de actualizaciones llevadas a cabo, ya que el umbral de decisión para detectar cambios es más elevado. Conviene indicar también que, dado que LP se implementa en bajas SNR en donde domina el efecto del ruido, para SNR menores que 10 dB no hay una ganancia muy significativa de la solución híbrida con respecto a las soluciones tradicionales. Sin embargo, ya en 10 dB observamos para el valor umbral $p_{5,SNR}$ una reducción del 10 % de actualizaciones con $\alpha = 0,2$ (figura superior), lo cual implica, además de un impacto positivo en cuanto a coste computacional, un uso más eficiente del espectro, al minimizar el envío de pilotos para reestimar el canal en recepción y la sobrecarga del canal de realimentación, normalmente limitado en ancho de banda, asociada. Para SNR medias y altas se observa que el porcentaje de actualizaciones es sensiblemente menor. Por ejemplo, para un punto de operación típico en comunicaciones inalámbricas de 15 dB observamos una reducción de aproximadamente un 25 % para el valor umbral $p_{5,SNR}$ y de un 15 % para $p_{2,SNR}$ (figura superior). Observamos en la figura inferior que, si el canal varía de forma más acusada (esto es, $\alpha = 0,5$), se consigue para ese mismo punto de operación, usando los umbrales prefijados en la fase de entrenamiento, una reducción del 65 % para $p_{5,SNR}$ y del 60 % para $p_{2,SNR}$. Esta fuerte reducción explica también que el rendimiento en términos de BER sea más pobre. Este resultado es realmente interesante, ya que nos permite alcanzar tasas de BER inferiores a 10^{-2} , como veíamos en la figura 4.14, con una tasa efectiva de información considerablemente reducida en escenarios poco favorables. La complejidad computacional tanto del transmisor como del receptor disminuye de forma paralela de forma muy significativa, al reducirse, respectivamente, las actualizaciones del precodificador y las estimaciones del canal.

En la tabla 4.5 se muestra el porcentaje de actualizaciones, tanto aquéllas que se corresponden con variaciones verdaderas del canal, como aquéllas que se han producido

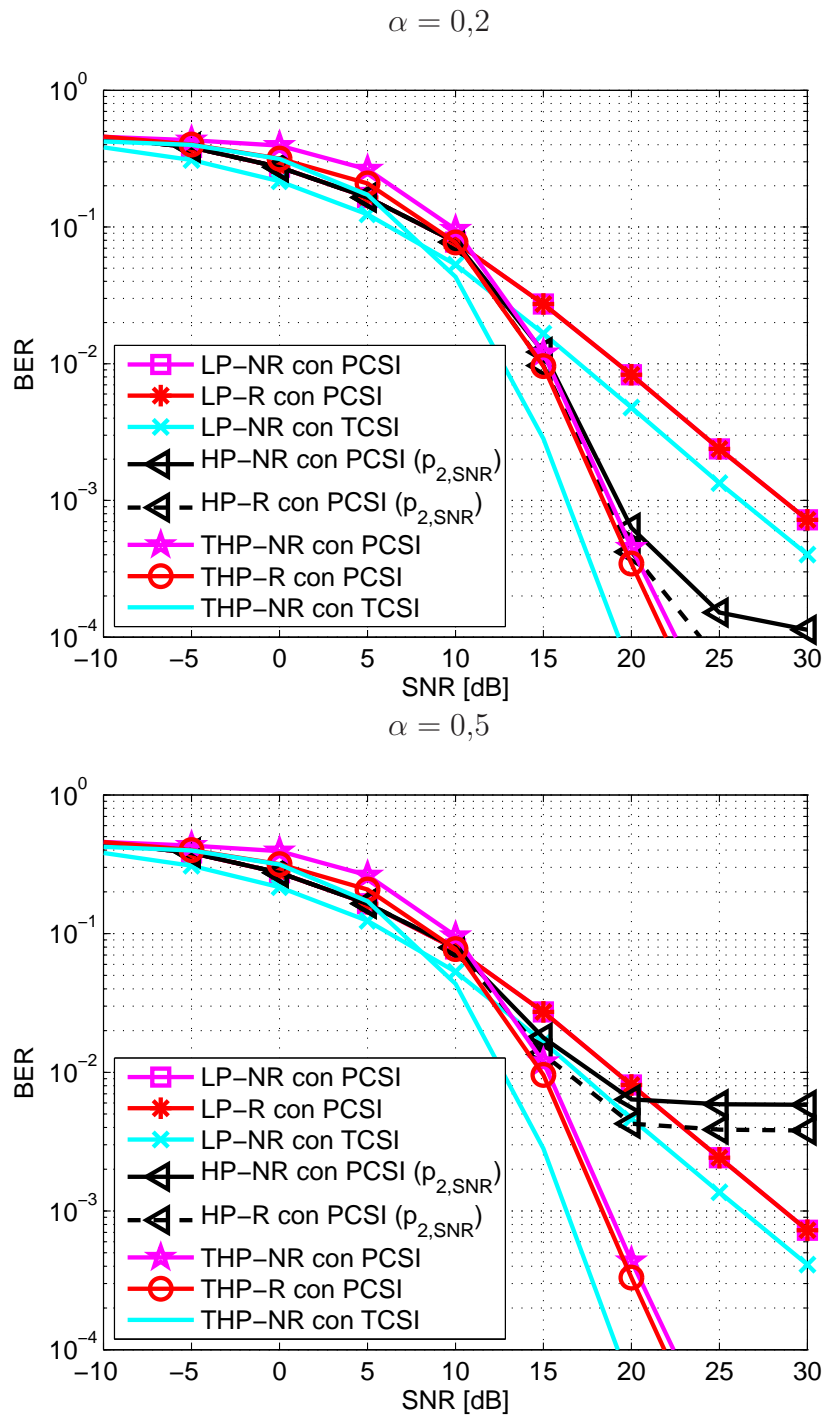


Figura 4.15: BER vs. SNR para LP, THP y HP.

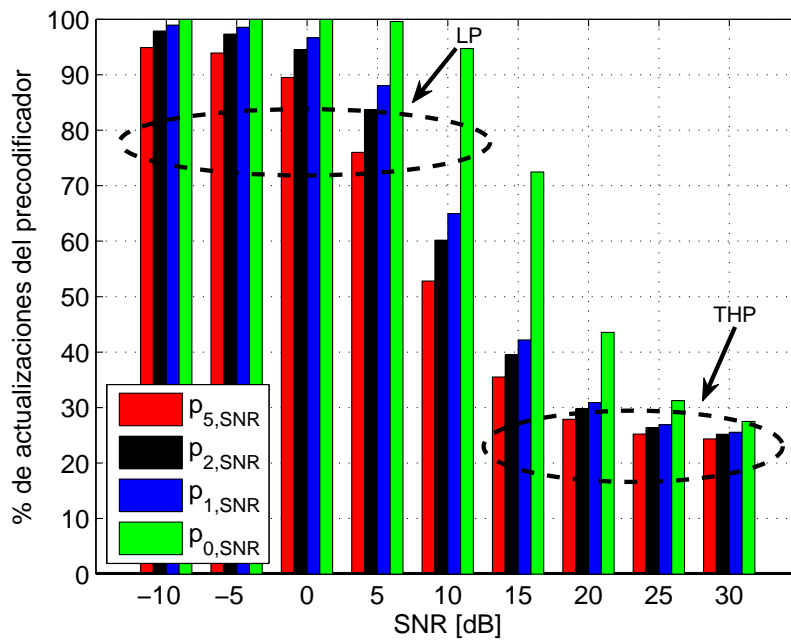
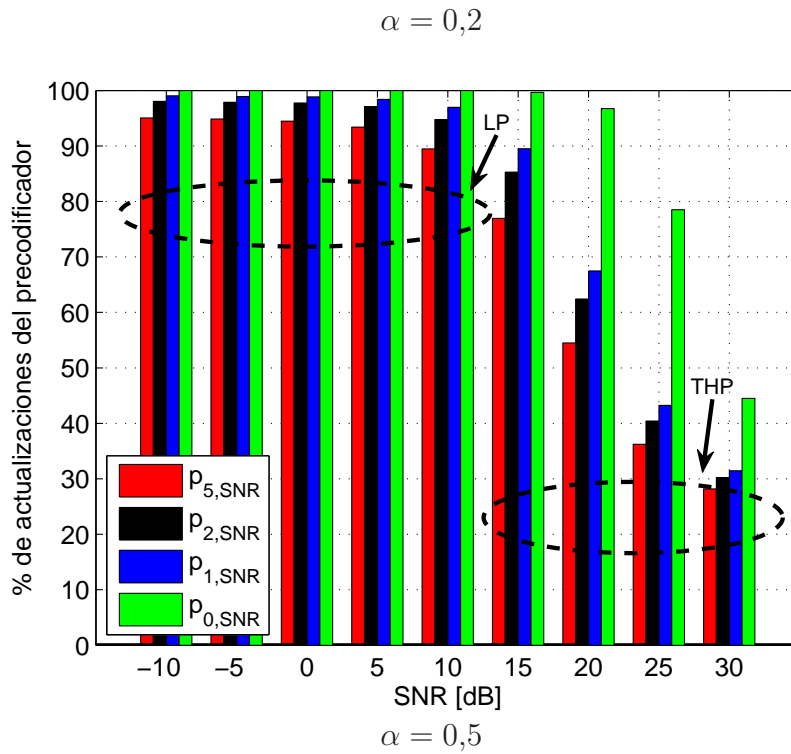


Figura 4.16: Porcentaje de actualización del precodificador (%).

Porc. de actualiz.	-10	-5	0	5	10	15	20	25	30
<i>Totales</i>	98,05	97,86	97,75	97,09	94,77	85,28	62,41	40,41	30,21
<i>Verdaderas</i>	24,50	24,50	24,50	24,50	24,50	24,50	24,50	24,50	24,50
<i>Falsas</i>	73,55	73,36	73,25	72,59	70,27	60,78	37,91	15,91	5,71

Porc. de actualiz.	-10	-5	0	5	10	15	20	25	30
<i>Totales</i>	97,89	97,32	94,54	83,72	60,16	39,50	29,76	26,36	25,21
<i>Verdaderas</i>	24,50	24,50	24,50	24,50	24,50	24,50	24,50	24,50	24,50
<i>Falsas</i>	73,39	72,82	70,04	59,22	35,66	15,00	5,26	1,86	0,71

Tabla 4.5: Porcentaje de actualizaciones del precodificador en función de la SNR en dB para $\alpha = 0,2$ (tabla superior) y para $\alpha = 0,5$ (tabla inferior) con $p_{2,SNR}$.

a pesar de que el canal no ha sufrido cambios, es decir, variaciones detectadas falsas, cuando el umbral seleccionado es $p_{2,SNR}$ con $\alpha = 0,2$ (tabla superior) y $\alpha = 0,5$ (tabla inferior). Obviamente, cuanto mayor es la SNR el porcentaje total de actualizaciones es menor (tiende al valor óptimo del 25 %, puesto que el canal cambia cada 4 tramas), tendiendo a realizarse únicamente las actualizaciones verdaderas y a minimizarse las falsas, si el umbral está adecuadamente seleccionado. Para bajas SNR, el efecto del ruido produce falsas detecciones de cambio que incrementan considerablemente el porcentaje de actualizaciones del precodificador o, lo que es lo mismo, de reestimaciones del canal.

Tal y como veíamos en la figura 4.16, tanto la regla de decisión como el criterio seleccionado para determinar los umbrales producen un número de falsas detecciones considerablemente menor en el caso de canales con fluctuaciones de nivel más acusadas (ver la figura inferior para $\alpha = 0,5$), si bien es cierto que la pérdida de un 0,5 % de actualizaciones verdaderas (piénsese que el total de actualizaciones verdaderas es del 25 %) conlleva una degradación en términos de BER mucho más importante que en el caso de variaciones del canal más suaves, puesto que tanto el diseño de los filtros del precodificador en transmisión como de los pesos en recepción se realiza con una estimación del canal anterior muy distinta al canal actual.

Ejemplo 2: Transmisión de imágenes

En la fase de transmisión se han enviado ahora al receptor tres imágenes (Lena, Elaine y Mandrill), que se muestran en la figura 4.17. El tamaño de cada una de estas imágenes es de 256×256 píxels. En las figuras 4.18 y 4.19 puede verse la reconstrucción promedio

de esas imágenes utilizando el sistema híbrido propuesto, considerando de nuevo 15 dB de SNR para $\alpha = 0,2$ y $\alpha = 0,5$, respectivamente. Apenas pueden apreciarse pérdidas de calidad significativas en las imágenes reconstruidas con respecto a las transmitidas de forma visual, tanto para $\alpha = 0,2$ como para $\alpha = 0,5$.

En la figura 4.20 puede observarse la BER promedio obtenida a partir de la transmisión de estas tres imágenes. Como puede verse, los resultados son prácticamente idénticos a los obtenidos en la transmisión de bits aleatorios de la figura 4.15. En la gráfica mostramos ya únicamente la curva correspondiente a la solución robusta.

En la figura 4.21 se muestra el promedio de las tres imágenes para la relación señal a ruido de pico (PSNR, del inglés *Peak Signal-to-Noise Ratio*) en decibelios definida como

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \left(\frac{\max_I^2}{\text{MSE}} \right), \quad (4.49)$$

donde \max_I es el valor máximo que un píxel puede tomar en la imagen, en este caso, 255, y MSE es el error cuadrático medio entre la imagen transmitida y la reconstruida. Como puede verse en la figura, aproximadamente a partir de una SNR de 20 dB se produce una pérdida de calidad en términos de PSNR en la imagen reconstruida. Esta pérdida puede cuantificarse en más de 10 dB con respecto a THP-R con PCSI, cuando se considera el canal con $\alpha = 0,2$ (ver figura de la izquierda), y en más de 30 dB, para el canal con $\alpha = 0,5$ (ver figura de la derecha). La causa de esta degradación radica en el desajuste entre el precodificador empleado en la transmisión y el precodificador óptimo que habría de utilizarse si la PCSI de la trama actual estuviera disponible en el transmisor. Sin embargo, como se puede ver en las gráficas, la PSNR alcanza en ambos escenarios los 30 dB de PSNR y, en general, a partir de 30 dB de PSNR la calidad de las imágenes reconstruidas es buena, tal y como se puede comprobar en las figuras 4.18 y 4.19 en el caso de una PSNR incluso inferior (en concreto de aproximadamente 25 dB).

Por último, la figura 4.22 ofrece los resultados de porcentajes de actualizaciones en función de la SNR. Al igual que en el caso de transmisión de bits aleatorios, aunque para SNR bajas la reducción no es muy significativa, el número de actualizaciones puede reducirse un 15 % y un 35 % para valores de SNR de 15 dB y 20 dB, respectivamente, con $\alpha = 0,2$ (ver figura superior), y un 60 % y un 70 %, respectivamente, con $\alpha = 0,5$ (ver figura inferior).

4.6. Conclusiones

En este capítulo hemos propuesto una solución híbrida que actualiza el precodificador, lineal, para bajas SNR, y THP, para medias-altas SNR, mediante una reestimación del canal que es enviada desde el receptor al transmisor a través del canal de retorno, si las

variaciones en las fluctuaciones del canal son significativas. Este esquema permite no sólo incrementar la tasa efectiva de información minimizando el envío de pilotos al receptor, sino también reducir la complejidad computacional del sistema global, ya que en la región de aplicación de THP, esto es, para SNR medias y altas, los resultados de la solución híbrida son mucho más evidentes. Esto es muy interesante puesto que, como ya hemos mencionado, la complejidad computacional inherente al cálculo de los filtros en THP es mayor que en LP. Por otro lado, la sobrecarga del canal de retorno, especialmente en entornos con un número de receptores elevado, es sensiblemente menor. El requerimiento de actualización del precodificador por parte del receptor se va a limitar únicamente a aquellas situaciones en las que el canal varíe de forma más significativa, situaciones que son detectadas mediante una sencilla regla de decisión que también se propone en este capítulo.

Tal y como ha podido observarse en los resultados de simulación, las soluciones híbridas producen pérdidas de rendimiento especialmente importantes si las variaciones del canal son menos suaves, aunque incluso en este caso más desfavorable las soluciones robustas propuestas mitigan de forma significativa el desajuste entre el precodificador utilizado en la transmisión y el óptimo, o lo que es lo mismo, entre el canal erróneo disponible en el transmisor correspondiente a una estimación en una trama anterior y el canal estimado en la trama actual.

Es obvio que, aunque cuanto más imperfecta sea la PCSI disponible en el transmisor mayores serán las pérdidas, el esquema propuesto garantiza una reducción del coste computacional del receptor y de los símbolos piloto enviados desde el transmisor, así como una optimización de los recursos disponibles en el canal de retorno. En particular, en el caso de canales con variaciones suaves conseguimos un número de pilotos para SNR mayores que 15 dB entre un 15 % y un 70 % inferior con respecto a la cantidad enviada para la solución tradicional de actualización del precodificador en cada trama. De todas formas, las probabilidades de error para elevadas SNR en escenarios no tan favorables resultan ser inferiores a 10^{-2} , con lo que un codificador de canal podría reducir considerablemente ese efecto “suelo” de nuevo sin traicionar los objetivos planteados en esta tesis que se acaban de mencionar.

Evidentemente, la elección del umbral de decisión que va a determinar si el canal ha sufrido o no cambios significativos que requieran recomputar el precodificador es un aspecto fundamental que va a condicionar las prestaciones del sistema propuesto.



Figura 4.17: Lena, Elaine, and Mandrill: Imágenes originales.



Figura 4.18: Lena, Elaine, and Mandrill: Imágenes reconstruidas para una SNR de 15 dB con $\alpha = 0, 2$.



Figura 4.19: Lena, Elaine, and Mandrill: Imágenes reconstruidas para una SNR de 15 dB con $\alpha = 0,5$.

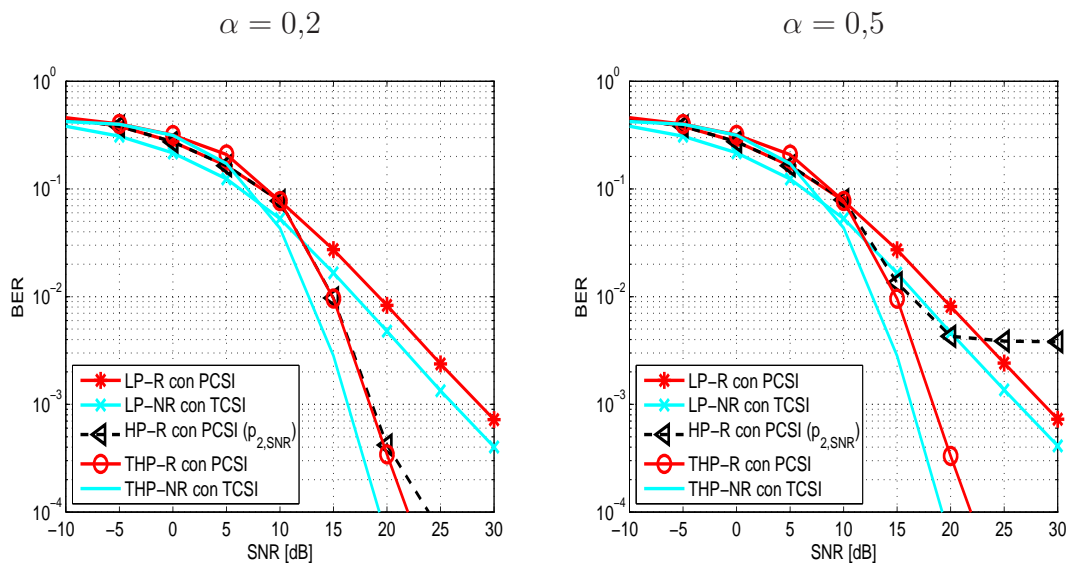


Figura 4.20: BER en función de la SNR promediando los resultados obtenidos para las tres imágenes transmitidas.

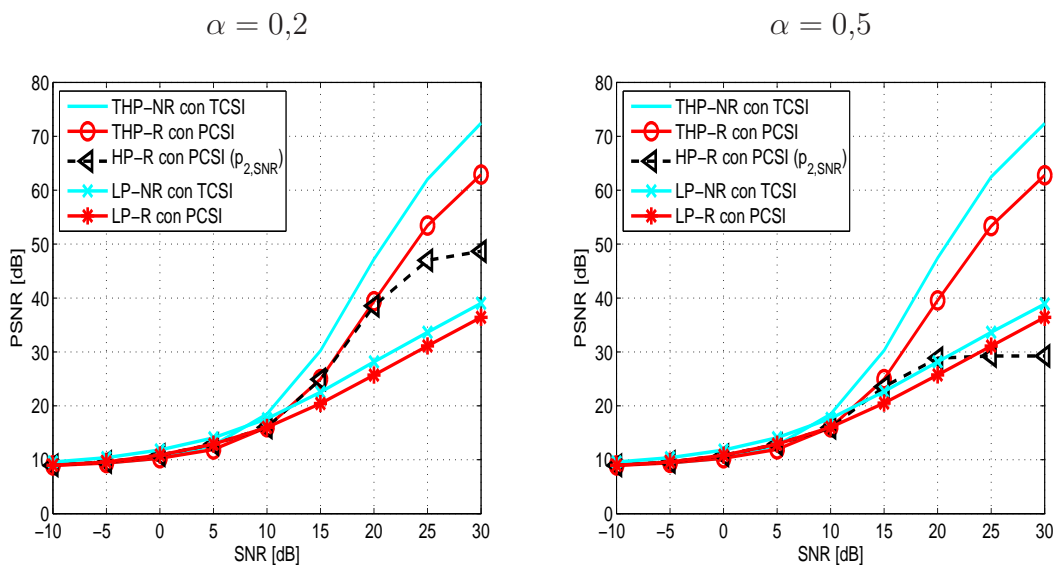


Figura 4.21: PSNR en dB en función de la SNR promediando los resultados obtenidos para las tres imágenes transmitidas.

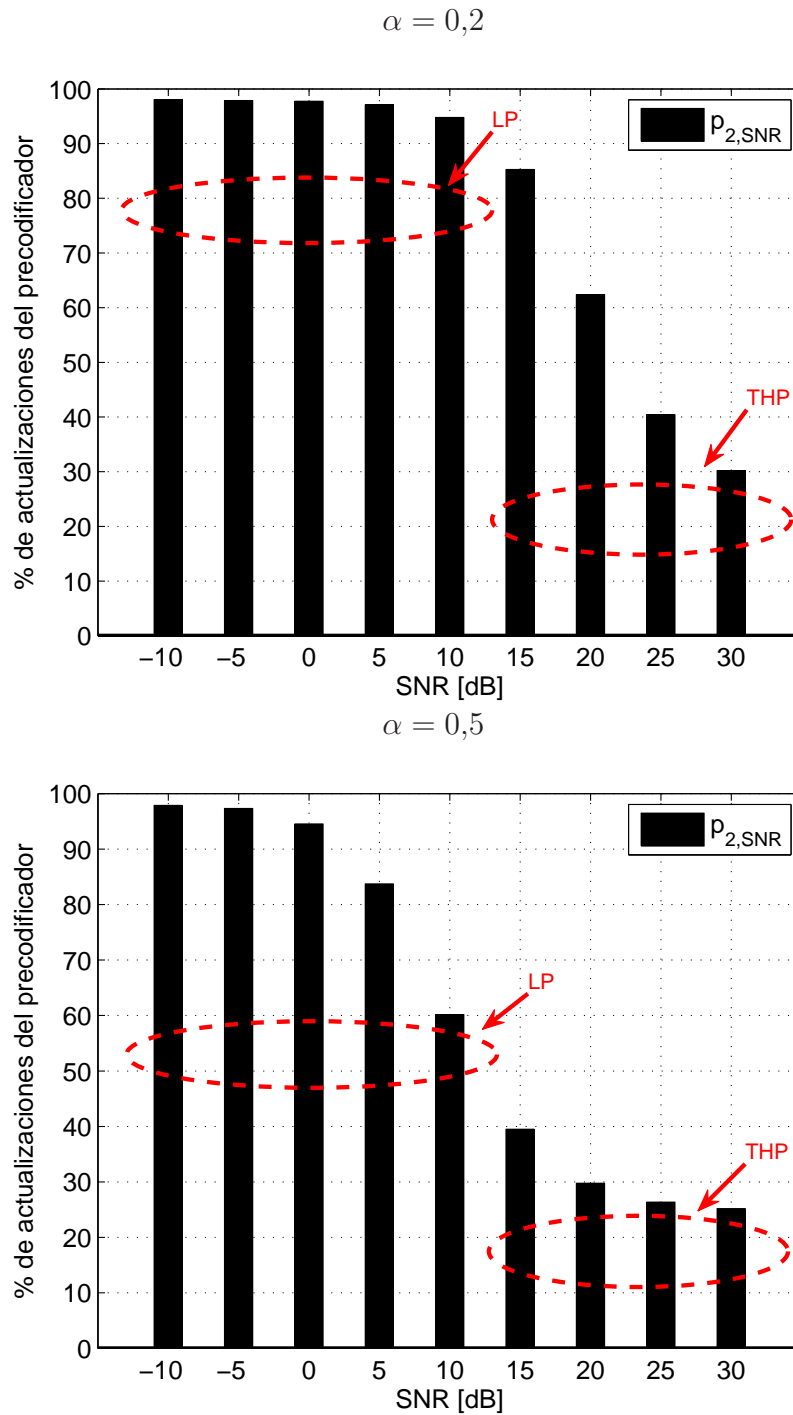


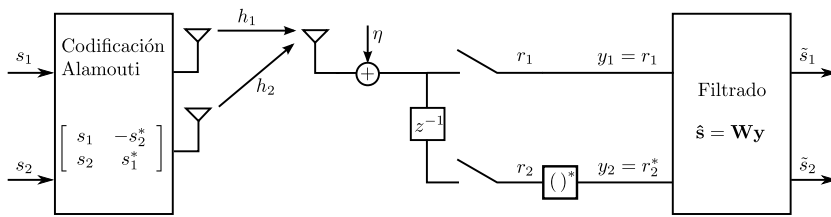
Figura 4.22: Porcentaje promedio de actualización del precodificador (%) para las tres imágenes transmitidas.

Capítulo 5

Sistemas con codificación de Alamouti

El uso de múltiples antenas en transmisión y en recepción, aún no siendo una idea totalmente nueva (aplicaciones clásicas en sonar, radioastronomía, acústica, etc), ha surgido con fuerza en los últimos años como un modo eficaz de incrementar sustancialmente la capacidad de los canales de comunicación disponibles. Su uso eficiente permite diseñar sistemas capaces de atender la incesante demanda de mayores velocidades de transmisión para dar respuesta a requerimientos cada vez más exigentes de flujos de información. En este sentido, las técnicas conocidas como códigos espacio-temporales (STC, del inglés *Space-Time Codes*) han sido desarrolladas para aprovechar la diversidad tanto temporal como espacial que aparece en estos sistemas [78]. La idea es transmitir varias veces la misma secuencia de datos, de forma que el receptor pueda combinar las múltiples copias de una forma eficiente para combatir el efecto del canal. Estas técnicas pueden clasificarse en dos grupos: códigos espacio-temporales trellis (STTC, del inglés *Space-Time Trellis Codes*), basados en distribuir un emparrado (trellis) en las antenas transmisoras, y los códigos espacio-temporales bloque (STBC, del inglés *Space-Time Block Codes*), que operan sobre un bloque de datos. Los STTC proporcionan tanto diversidad de codificación como de ganancia, mientras que los STBC proporcionan únicamente diversidad de ganancia pero tienen la ventaja de que tanto la codificación como la decodificación puede realizarse con un procesamiento de señal muy sencillo.

Un caso particular de los STBC son los conocidos como códigos espacio-temporales ortogonales bloque (OSTBC, del inglés *Orthogonal Space-Time Block Codes*), que generan secuencias ortogonales. El primer código de este tipo fue propuesto por Alamouti [79] considerando dos antenas en transmisión y una en recepción. Este código es el único OSTBC que tiene una tasa de codificación igual a uno (dos símbolos utilizan dos slots de tiempo) para modulaciones complejas. El código de Alamouti, al igual que algunos otros OSTBC, admite una descripción mediante un modelo equivalente paso-bajo discreto donde las observaciones se obtienen como una matriz de canal ortogonal multiplicada por los símbolos transmitidos. En este caso, el modelo de señal es el mismo

Figura 5.1: Código de Alamouti 2×1 .

que hemos descrito en el capítulo 3 y, por tanto, la estimación de la matriz de canal puede realizarse utilizando algoritmos supervisados y no supervisados como los descritos en ese capítulo. Los estándares de comunicaciones digitales actuales realizan una estimación del canal supervisada lo que implica transmitir pilotos junto con los datos. Sin embargo, cabe preguntarnos si es posible reducir estos símbolos piloto para aumentar el flujo de datos sin penalizar la probabilidad de error de símbolo (SER, del inglés *Symbol Error Rate*). El caso límite sería eliminarlos completamente utilizando técnicas de estimación no supervisadas pero, como mostraremos en este capítulo, esto produce una degradación en términos de SER para tamaños de tramas pequeños. En esta tesis se aborda la utilización de reglas de decisión que nos permitan mejorar las técnicas de estimación supervisadas y no supervisadas.

El presente capítulo está organizado como sigue. En la sección 5.1 presentaremos el modelo de señal correspondiente a la codificación de Alamouti para dos antenas transmisoras y una receptora. En la sección 5.2 evaluaremos el rendimiento de técnicas supervisadas y no supervisadas de estimación considerando dos escenarios: canales estáticos y canales variantes en el tiempo. En la sección 5.3 propondremos un método para detectar los cambios del canal, que aplicaremos para reducir el número de pilotos y el coste computacional.

5.1. Codificación de Alamouti

En 1998, Alamouti [79] diseñó un código para el caso de dos antenas transmisoras y una antena receptora. Aunque este autor no utilizó el término OSTBC, este método se considera el primer código de este tipo. Con el objeto de definir el código, consideraremos dos fuentes $s_1[n]$ y $s_2[n]$ estadísticamente independientes entre sí, con media cero y, por razones de sencillez, varianza unidad. Las señales pueden tomar valores en constelaciones reales o complejas como, por ejemplo, PSK, QAM, etc.

La Fig. 5.1, muestra el esquema típico de un sistema de comunicaciones con la codificación de Alamouti. Por brevedad, omitiremos de aquí en adelante los índices temporales n y q . En el transmisor, cada par de símbolos $\{s_1, s_2\}$ es transmitido utilizando

dos *slots* de tiempo contiguos. En el primer slot se transmite s_1 por la primera antena y s_2 por la segunda. En el segundo slot, se transmite $-s_2^*$ por la primera antena y s_1^* por la segunda. Denotaremos por h_1 el coeficiente del canal desde la primera antena transmisora hasta la antena receptora y por h_2 el coeficiente desde la segunda antena. Estos canales se consideran constantes durante, al menos, los dos slots de tiempo empleados para transmitir el par de símbolos. Las señales recibidas durante estos slots son:

$$\begin{aligned} r_1 &= h_1 s_1 + h_2 s_2 + \eta_1, \\ r_2 &= h_2 s_1^* - h_1 s_2^* + \eta_2, \end{aligned} \quad (5.1)$$

donde η_1 y η_2 denotan las componentes AWGN. Dado que se necesitan dos slots para transmitir dos símbolos, el código de Alamouti para dos antenas transmisoras y una receptora tiene una tasa de transmisión igual a 1. De hecho, puede demostrarse que es el único OSTBC que tiene esta propiedad para señales tanto reales como complejas [7].

Una de las características que hacen especialmente atractivos los códigos OSTBC es que la decodificación de máxima verosimilitud (ML, del inglés *Maximum Likelihood*) puede realizarse utilizando procesamiento lineal [79, 80]. En el caso del sistema de Alamouti que estamos considerando, el decodificador ML consiste en encontrar los pares (s_i, s_j) de una constelación compleja, que denotaremos como C , que minimicen la distancia Euclídea. Es decir, nos planteamos la siguiente regla

$$\begin{aligned} d^2(r_1, h_1 s_i + h_2 s_j) + d^2(r_2, h_2 s_i^* - h_1 s_j^*) \leq \\ d^2(r_1, h_1 s_k + h_2 s_l) + d^2(r_2, h_2 s_k^* - h_1 s_l^*), \quad \forall (s_k, s_l), \end{aligned} \quad (5.2)$$

donde $d^2(a, b)$ es la distancia Euclídea entre dos números complejos definida como:

$$d^2(a, b) = |a - b|^2 = (a - b)(a - b)^* = (a - b)(a^* - b^*). \quad (5.3)$$

Expandiendo los términos de la izquierda de la ecuación (5.2), obtenemos:

$$\begin{aligned} d^2(r_1, h_1 s_i + h_2 s_j) &= (r_1 - h_1 s_i - h_2 s_j)(r_1^* - h_1^* s_i^* - h_2^* s_j^*) \\ &= |r_1|^2 + |h_1|^2 |s_i|^2 + |h_2|^2 |s_j|^2 - h_1 r_1^* s_i - h_1^* r_1 s_i^* - h_2 r_1^* s_j \\ &\quad - h_2^* r_1 s_j^* + h_1 h_2^* s_i s_j^* + h_1^* h_2 s_i^* s_j \end{aligned} \quad (5.4)$$

y

$$\begin{aligned} d^2(r_2, h_2 s_i^* - h_1 s_j^*) &= (r_2 - h_2 s_i^* + h_1 s_j^*)(r_2^* - h_2^* s_i + h_1^* s_j) \\ &= |r_2|^2 + |h_2|^2 |s_i|^2 + |h_1|^2 |s_j|^2 - h_2^* r_2 s_i - h_2 r_2^* s_i^* \\ &\quad + h_1^* r_2 s_j + h_1 r_2^* s_j^* - h_1 h_2^* s_i s_j^* - h_1^* h_2 s_i^* s_j. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Al sumar estos dos términos, obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} d^2(r_1, h_1 s_i + h_2 s_j) + d^2(r_2, h_2 s_i^* - h_1 s_j^*) &= |r_1|^2 + |r_2|^2 + (|h_1|^2 + |h_2|^2)(|s_i|^2 + |s_j|^2) \\ &\quad - (h_1 r_1^* + h_2^* r_2) s_i - (h_1^* r_1 + h_2 r_2^*) s_i^* - (h_2 r_1^* - h_1^* r_2) s_j - (h_2^* r_1 - h_1 r_2^*) s_j^*. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Utilizaremos ahora la siguiente notación:

$$\begin{aligned} \tilde{s}_1 &= h_1^* r_1 + h_2 r_2^*, \\ \tilde{s}_2 &= h_2^* r_1 - h_1 r_2^*, \end{aligned} \quad (5.7)$$

de forma que la ecuación (5.6) se puede escribir como sigue:

$$\begin{aligned} d^2(r_1, h_1 s_i + h_2 s_j) + d^2(r_2, h_2 s_i^* - h_1 s_j^*) &= |r_1|^2 + |r_2|^2 + (|h_1|^2 + |h_2|^2)(|s_i|^2 + |s_j|^2) - \tilde{s}_1^* s_i - \tilde{s}_1 s_i^* - \tilde{s}_2^* s_j - \tilde{s}_2 s_j^* \\ &= (|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)(|s_i|^2 + |s_j|^2) + d^2(\tilde{s}_1, s_i) + d^2(\tilde{s}_2, s_j) \\ &\quad + |r_1|^2 + |r_2|^2 - |\tilde{s}_1|^2 - |\tilde{s}_2|^2. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Siguiendo un proceso análogo, se puede obtener que el lado de la derecha de la ecuación (5.2) toma la forma:

$$\begin{aligned} d^2(r_1, h_1 s_k + h_2 s_l) + d^2(r_2, h_2 s_k^* - h_1 s_l^*) &= (|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)(|s_k|^2 + |s_l|^2) \\ &\quad + d^2(\tilde{s}_1, s_k) + d^2(\tilde{s}_2, s_l) + |r_1|^2 + |r_2|^2 - |\tilde{s}_k|^2 - |\tilde{s}_l|^2. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Por tanto, el criterio ML de la ecuación (5.2) se transforma en la siguiente desigualdad:

$$\begin{aligned} (|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)(|s_i|^2 + |s_j|^2) + d^2(\tilde{s}_1, s_i) + d^2(\tilde{s}_2, s_j) &\leq \\ (|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)(|s_k|^2 + |s_l|^2) + d^2(\tilde{s}_1, s_k) + d^2(\tilde{s}_2, s_l), &\forall (s_k, s_l) \in C \times C. \end{aligned} \quad (5.10)$$

En esta regla puede distinguirse una parte que depende del símbolo s_i y otra que depende del símbolo s_j . Vamos, por tanto, a dividir la desigualdad en dos partes:

$$(|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)|s_i|^2 + d^2(\tilde{s}_1, s_i) \leq (|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)|s_k|^2 + d^2(\tilde{s}_1, s_k), \quad \forall s_k \in C, \quad (5.11)$$

$$(|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)|s_j|^2 + d^2(\tilde{s}_2, s_j) \leq (|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)|s_l|^2 + d^2(\tilde{s}_2, s_l), \quad \forall s_l \in C. \quad (5.12)$$

Observando esta nueva regla podemos decir que la regla ML consiste en elegir el símbolo s_i perteneciente a la constelación C que satisfaga la desigualdad (5.11) y el símbolo s_j que cumpla (5.12). En particular, para modulaciones con módulo constante ($|s_j|^2 = 1, \forall j$), la regla anterior se transforma en:

$$(|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1) + d^2(\tilde{s}_1, s_i) \leq (|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1) + d^2(\tilde{s}_1, s_k), \quad \forall s_k \in C, \quad (5.13)$$

$$(|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1) + d^2(\tilde{s}_2, s_j) \leq (|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1) + d^2(\tilde{s}_2, s_l), \quad \forall s_l \in C. \quad (5.14)$$

Por tanto, podemos descartar el término $|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1$ de ambos lados de la desigualdad, quedándonos la siguiente regla:

$$\begin{aligned} d^2(\tilde{s}_1, s_i) &\leq d^2(\tilde{s}_1, s_k), \quad \forall s_k \in C, \\ d^2(\tilde{s}_2, s_j) &\leq d^2(\tilde{s}_2, s_l), \quad \forall s_l \in C. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Observemos que el empleo del criterio ML necesita calcular los términos (5.7) que dependen de los coeficientes del canal h_1 y h_2 .

5.1.1. Modelo equivalente

Una forma alternativa para plantear el sistema de Alamouti con dos antenas transmisoras y una receptora consiste en considerar que el receptor realiza un cambio de fase (conjugado) de la segunda señal obteniendo unas nuevas observaciones $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2]^T = [r_1 \ r_2^*]^T$ (véase 5.1). Ahora, la relación entre las observaciones y las fuentes es la siguiente:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \boldsymbol{\eta}, \quad (5.16)$$

donde $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2]^T$ es el vector de fuentes, $\boldsymbol{\eta} = [\eta_1 \ \eta_2^*]^T$ es el vector de ruido y \mathbf{H} es la matriz de canal equivalente:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{pmatrix}. \quad (5.17)$$

Es interesante notar que esta matriz de canal es ortogonal y, por tanto, las señales transmitidas puede ser estimadas utilizando:

$$\mathbf{s} = \mathbf{H}^H \mathbf{y}. \quad (5.18)$$

Dado que la matriz de canal es desconocida, el receptor trabajará con una matriz \mathbf{H} estimada. Obviamente, la recuperación de las fuentes será perfecta cuando no exista ruido y cuando la matriz \mathbf{H} sea exactamente la matriz de canal.

Considerando la definición de la matriz de canal equivalente dada en la ecuación (5.17), podemos determinar que las señales recuperadas tienen la forma:

$$\begin{aligned} s_1 &= h_1^* y_1 + h_2 y_2 = h_1^* r_1 + h_2 r_2^*, \\ s_2 &= h_2^* y_1 - h_1 y_2 = h_2^* r_1 - h_1 r_2^*. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Estas señales son las mismas señales definidas en la ecuación (5.7) y, por tanto, la decisión se realizará utilizando el criterio ML de la ecuación (5.15).

5.2. Estimación del canal en sistemas de Alamouti

Tal y como se ha comentado en el capítulo 3, existen dos mecanismos para estimar la matriz de canal: técnicas supervisadas que utilizan pilotos y técnicas ciegas que realizan la estimación directamente a partir de las observaciones. Consideraremos un sistema de separación lineal de la forma $\mathbf{Z}[q] = \mathbf{W}[q]\mathbf{Y}[q]$, donde $\mathbf{W}[q]$ es la matriz de pesos que se calculará utilizando distintos algoritmos, $\mathbf{Y}[q]$ contiene un bloque de observaciones y $\mathbf{Z}[q]$ contiene un bloque de señales recuperadas. En el caso del sistema de Alamouti, los coeficientes del sistema separador los calcularemos como $\mathbf{W}[q] = \hat{\mathbf{H}}_{\text{es}}^{(\text{LS}),\text{H}}[q]$.

5.2.1. Técnicas supervisadas

El primer algoritmo supervisado que emplearemos será el que surge de minimizar el error cuadrático medio entre las salidas del sistema y los pilotos. La forma adaptativa de conseguir los coeficientes del sistema separador, que hemos denominado como *LS adaptativo*, sigue la siguiente regla de aprendizaje (ver ecuación (3.11)):

$$\mathbf{W}[n+1] = \mathbf{W}[n] - \mu (\mathbf{W}[n]\mathbf{y}[n]\mathbf{y}^{\text{H}}[n] - \mathbf{s}[n]\mathbf{y}^{\text{H}}[n]).$$

Por otro lado, la aproximación tipo bloque, que denotaremos *LS bloque 1*, calcula la matriz de separación utilizando la siguiente expresión (ver ecuación (3.10)):

$$\hat{\mathbf{W}}_{\text{es}}^{(\text{LS})}[q] = \mathbf{S}[q]\mathbf{Y}^{\text{H}}[q] (\mathbf{Y}[q]\mathbf{Y}^{\text{H}}[q])^{-1},$$

donde, recordemos, la matriz $\mathbf{S}[q]$ contiene los pilotos e $\mathbf{Y}[q]$ contiene un bloque de observaciones. En particular, para el sistema de Alamouti, estas matrices tendrán dos filas y P columnas, siendo P el número de símbolos piloto transmitidos por cada antena. Una forma alternativa de plantear el criterio LS surge cuando nos centramos en calcular directamente la matriz de canal $\mathbf{H}[q]$. Este método, que llamaremos *LS bloque 2*, sigue la siguiente expresión (ver ecuación (3.15)):

$$\hat{\mathbf{H}}_{\text{es}}^{(\text{LS})}[q] = \mathbf{Y}[q]\mathbf{S}^{\text{H}}[q] (\mathbf{S}[q]\mathbf{S}^{\text{H}}[q])^{-1}.$$

En el caso de transmitir señales ortogonales [81], $\mathbf{S}[q]\mathbf{S}^{\text{H}}[q] = P\sigma_s^2\mathbf{I}_{N_t}$, la estimación se simplifica a:

$$\hat{\mathbf{H}}_{\text{es}}^{(\text{LS})}[q] = \frac{1}{P\sigma_s^2}\mathbf{Y}[q]\mathbf{S}^{\text{H}}[q],$$

donde σ_s^2 es la varianza de los símbolos piloto.

También emplearemos la técnica supervisada LMMSE, la cual minimiza el error cuadrático medio entre el canal y el canal estimado. Como se ha visto en el capítulo 3, este método sigue la siguiente expresión (ver ecuación (3.23)):

$$\hat{\mathbf{H}}_{\text{es}}^{(\text{LMMSE})}[q] = \mathbf{Y}[q](\mathbf{S}^{\text{H}}[q]\mathbf{C}_{\mathbf{H}}\mathbf{S}[q] + \mathbf{C}_{\eta})^{-1}\mathbf{S}^{\text{H}}[q]\mathbf{C}_{\mathbf{H}},$$

donde la matriz de covarianza del canal es $\mathbf{C}_{\mathbf{H}} = \text{E}[\mathbf{H}[q]^{\text{H}}\mathbf{H}[q]]$ y la matriz de covarianza del ruido es $\mathbf{C}_{\eta} = \text{E}[\boldsymbol{\eta}^{\text{H}}[q]\boldsymbol{\eta}[q]]$ (ver capítulo 3). Recordemos que $\mathbf{C}_{\mathbf{H}} = N_r\mathbf{I}$ y $\mathbf{C}_{\eta} = \sigma_{\eta}^2\mathbf{I}$ y, por tanto, podemos reescribir la ecuación anterior como:

$$\hat{\mathbf{H}}_{\text{es}}^{(\text{LMMSE})}[q] = \mathbf{Y}[q](\mathbf{S}^{\text{H}}[q]\mathbf{S}[q] + \mathbf{C}_{\eta})^{-1}\mathbf{S}^{\text{H}}[q]. \quad (5.20)$$

Para terminar con las técnicas supervisadas, introduciremos un método para estimar el canal Alamouti de la ecuación (5.17), que denominaremos *Bloque 3*. Como se puede observar en el modelo equivalente de la ecuación (5.16), las observaciones vienen dadas por:

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1s_1 + h_2s_2 + \eta_1, \\ y_2 &= h_2^*s_1 - h_1^*s_2 + \eta_2. \end{aligned} \quad (5.21)$$

Si no tenemos en cuenta el ruido y calculamos la conjugada de y_2 tenemos:

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1s_1 + h_2s_2, \\ y_2^* &= h_2s_1^* - h_1s_2^*. \end{aligned} \quad (5.22)$$

En el caso particular de transmitir señales que cumplan $s_1 = s_2^*$ es inmediato comprobar que los coeficientes del canal h_1 y h_2 pueden obtenerse al sumar y restar ambas ecuaciones, es decir:

$$h_1 = \frac{y_1 - y_2^*}{2s_1}, \quad h_2 = \frac{y_1 + y_2^*}{2s_2} = \frac{y_1 + y_2^*}{2s_1^*}. \quad (5.23)$$

5.2.2. Técnicas no supervisadas

La inclusión de estos pilotos puede evitarse utilizando técnicas ciegas que calculan los coeficientes del sistema separador directamente a partir de las observaciones, asumiendo que tanto las señales transmitidas como el canal son desconocidos en el receptor. Como aproximación adaptativa emplearemos el algoritmo InfoMaX explicado en el capítulo 3, cuya recursión tiene la siguiente forma (ver ecuación (3.28)):

$$\mathbf{W}[n+1] = \mathbf{W}[n] + \mu(\mathbf{I} - \mathbf{g}(\mathbf{z}[n])\mathbf{z}^{\text{H}}[n])\mathbf{W}[n],$$

donde la no linealidad empleada será $g(z_i) = z_i^*(|z_i|^2 - 1)$.

Dado que la matriz de canal equivalente de la codificación de Alamouti es ortogonal, resulta especialmente útil el empleo del algoritmo ciego tipo bloque basado en la dispersión de autovalores (BCEES, del inglés *Blind Channel Estimation based on Eigenvalue Spread*) explicado en la sección 3.3.2 del capítulo 3. Recordemos que este algoritmo se basa en calcular una matriz de cumulantes de cuarto orden de las observaciones.

5.2.3. Simulaciones de los distintos métodos de estimación del canal

Con el objeto de comparar las aproximaciones descritas anteriormente, consideraremos dos tipos de situaciones. En la primera, el canal permanece constante durante la transmisión de todas las tramas mientras que, en la segunda, el canal cambia cada cierto número de tramas. Para ambos casos consideramos que:

- Las señales transmitidas siguen una modulación QPSK y se codifican siguiendo el esquema de Alamouti para $N_t = 2$ antenas transmisoras y $N_r = 1$ antenas receptoras.
- Se transmiten un total de 1 000 tramas por cada antena, formadas por paquetes con P símbolos piloto y K símbolos de usuario.
- Se usan símbolos piloto ortogonales en los algoritmos supervisados. Recordemos que para el método *Bloque 3*, los pilotos deben cumplir que $s_1 = s_2^*$.
- Los coeficientes del canal siguen una distribución Rayleigh y son generados aleatoriamente.
- En el algoritmo *LS adaptativo* la matriz de inicialización $\mathbf{W}[n]$ es una matriz diagonal con entradas $w_{ii} = 0, 1, i = 1, 2$, y el parámetro de adaptación μ es 0,01.
- En el algoritmo *InfoMax* la matriz de inicialización $\mathbf{W}[n]$ es una matriz diagonal con entradas $w_{ii} = 0, 1, i = 1, 2$, y el parámetro de adaptación μ es 0,0001.
- Las curvas de SER en función de la SNR se han obtenido promediando 1 000 experimentos independientes.

a) Canal estático

En este entorno consideraremos que el canal permanece constante durante la transmisión de todas las tramas. En primer lugar, estudiaremos paquetes de $K = 100$ símbolos de usuario. La longitud de la secuencia de entrenamiento es $P = 2, 10, 50$ (2 %, 10 %, 50 %

con respecto al número de símbolos de usuario). La figura 5.2 muestra los resultados para las aproximaciones supervisadas: las tres basadas en el criterio LS, la aproximación que hemos denominado *Bloque 3* y la aproximación LMMSE. Como puede observarse en todas las técnicas supervisadas, las curvas con $P = 2$ pilotos tienen un rendimiento peor al compararlas con las curvas con más pilotos, en particular el algoritmo *LS adaptativo* no llega a converger con tan pocos pilotos. Las aproximaciones realizadas con $P = 10$ y $P = 50$ pilotos presentan un comportamiento muy similar. Esto nos lleva a pensar que 10 pilotos por antena son suficientes para estimar el canal.

En el segundo experimento hemos aumentado el número de símbolos de usuario a $K = 500$. La longitud de la secuencia de entrenamiento es $P = 10, 50, 250$ (2 %, 10 %, 50 % con respecto al número de símbolos de usuario). La figura 5.3 muestra los resultados obtenidos con las tres técnicas supervisadas basadas en el criterio LS, la aproximación *Bloque 3* y la técnica LMMSE. Podemos ver que con $P = 10$ pilotos se obtiene un rendimiento similar a los obtenidos con más pilotos.

La figura 5.4 compara las curvas de las técnicas supervisadas para $P = 10$ pilotos con $K = 100$ y $K = 500$ símbolos de usuario. Hay que destacar que la mejora obtenida al aumentar la trama es imperceptible.

Consideraremos ahora la evaluación del comportamiento de los algoritmos no supervisados para $K = 100$ y $K = 500$ símbolos de usuario. La figura 5.5 muestra el resultado para ambos casos. Como puede verse, el algoritmo BCEES mejora al aumentar los símbolos de usuario debido a que se utilizan más símbolos para estimar los estadísticos. Observamos también que el algoritmo adaptativo InfoMax presenta un comportamiento anómalo para $K = 100$ y $K = 500$. Esto se debe a que este algoritmo diverge después de procesar un gran número de símbolos. Para solucionarlo, se podría recurrir a reinicializar el algoritmo utilizando un parámetro de adaptación μ variable.

En la figura 5.6 se compara el algoritmo BCEES con el algoritmo supervisado *Bloque 3*. Vemos que el rendimiento de las técnicas supervisadas es mejor que el de BCEES. Sin embargo, este último mejora su rendimiento al aumentar los símbolos de usuario. Además, si nos centramos en reducir el coste computacional, la decisión correcta sería utilizar cualquier algoritmo supervisado. Si, en cambio, nuestro objetivo es eliminar los pilotos, realizando así un mejor aprovechamiento del canal, está claro que deberíamos elegir BCEES.

b) Canal variante

En este caso estudiaremos el comportamiento de las técnicas anteriores cuando el canal cambia cada F tramas siguiendo el modelo de la siguiente ecuación:

$$h_i[q] = \frac{(1 - \alpha)h_i[q - 1] + \alpha h_{i,R}[q]}{\sqrt{(1 - \alpha)^2 + \alpha^2}}, \quad i = 1, 2, \quad (5.24)$$

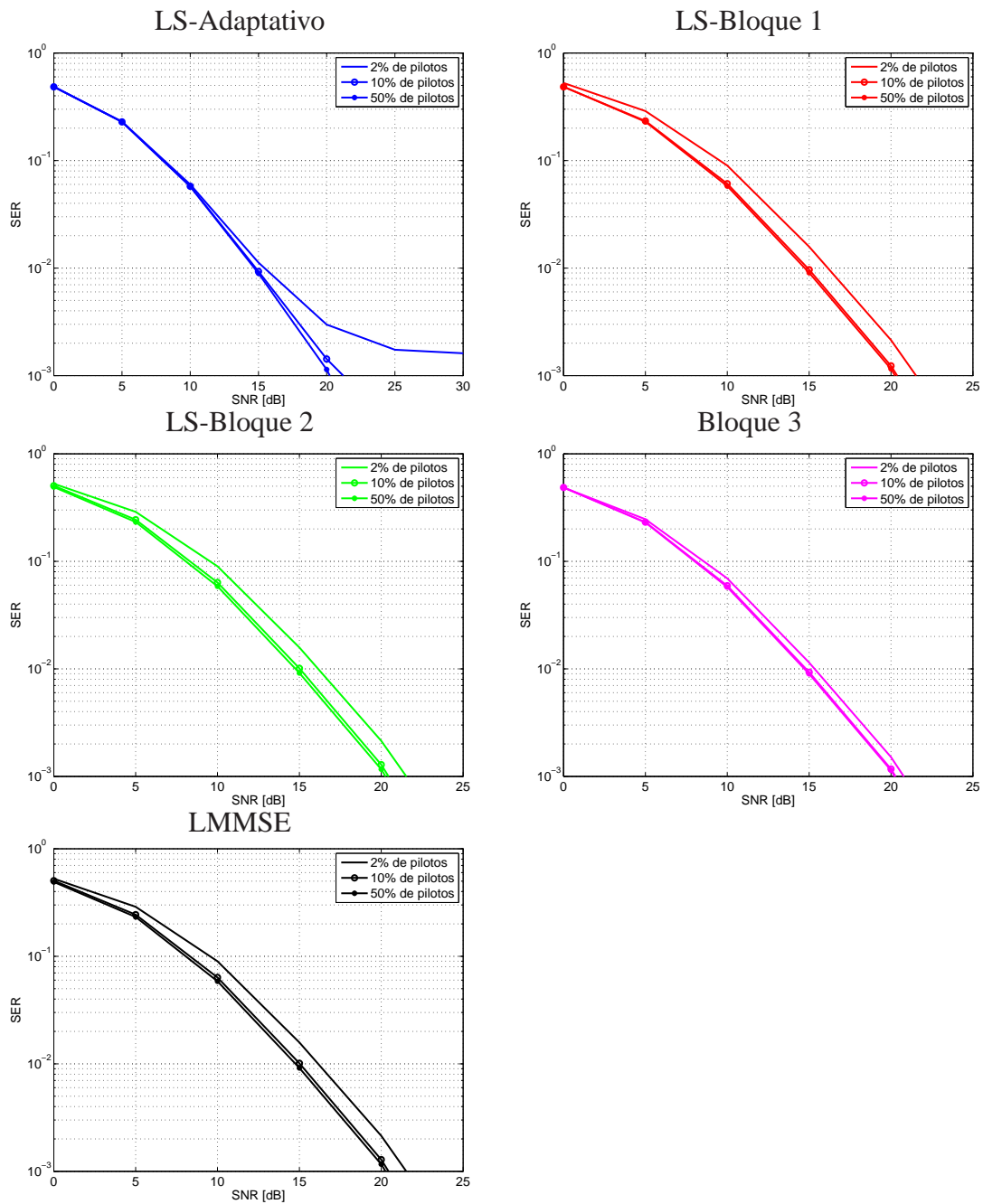


Figura 5.2: Simulaciones: Resultado de los criterios supervisados para distintas longitudes de la secuencia de entrenamiento y 100 símbolos de usuario (canal estático).

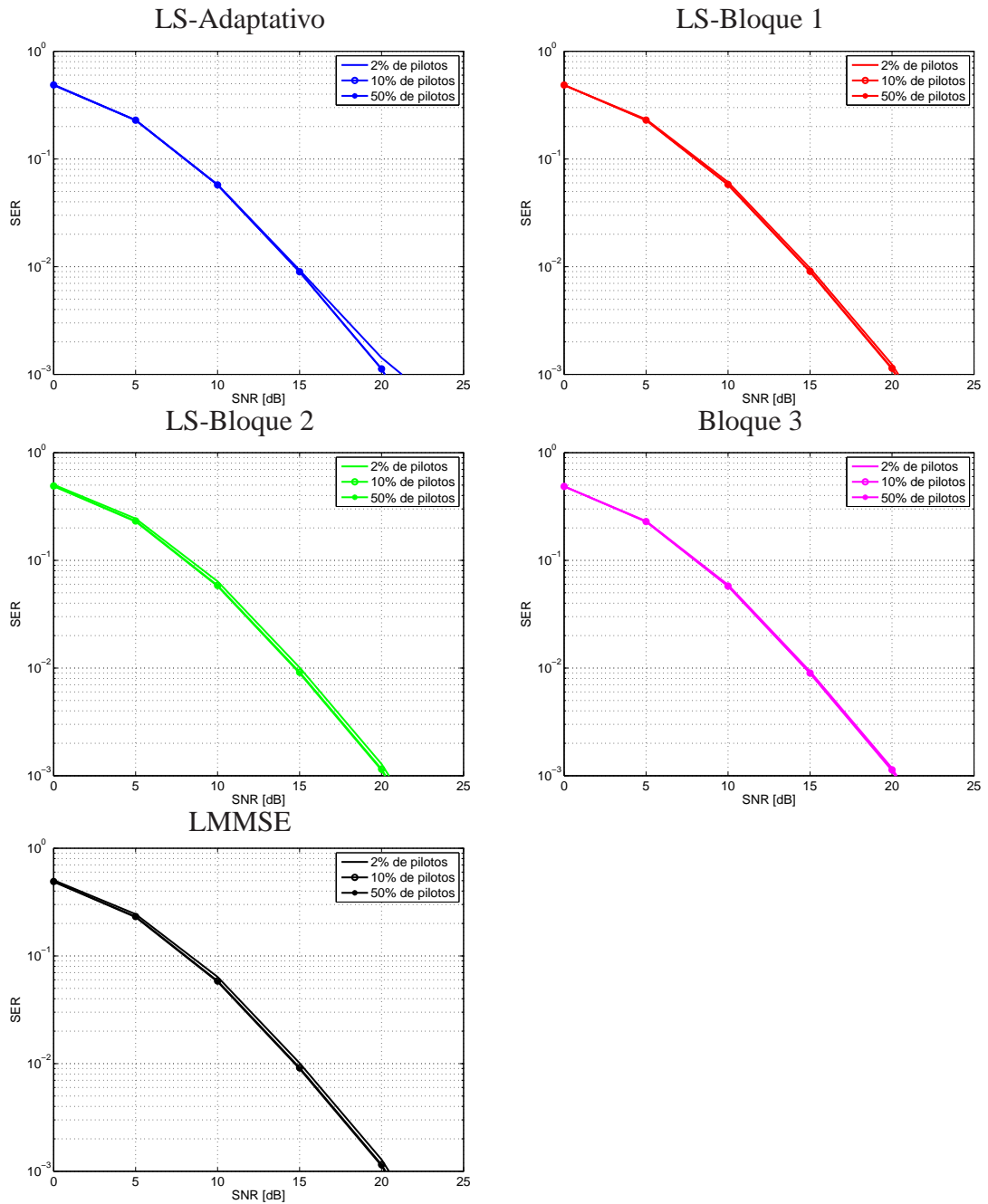


Figura 5.3: Simulaciones: Resultado de los criterios supervisados para distintas longitudes de la secuencia de entrenamiento y 500 símbolos de usuario (canal estático).

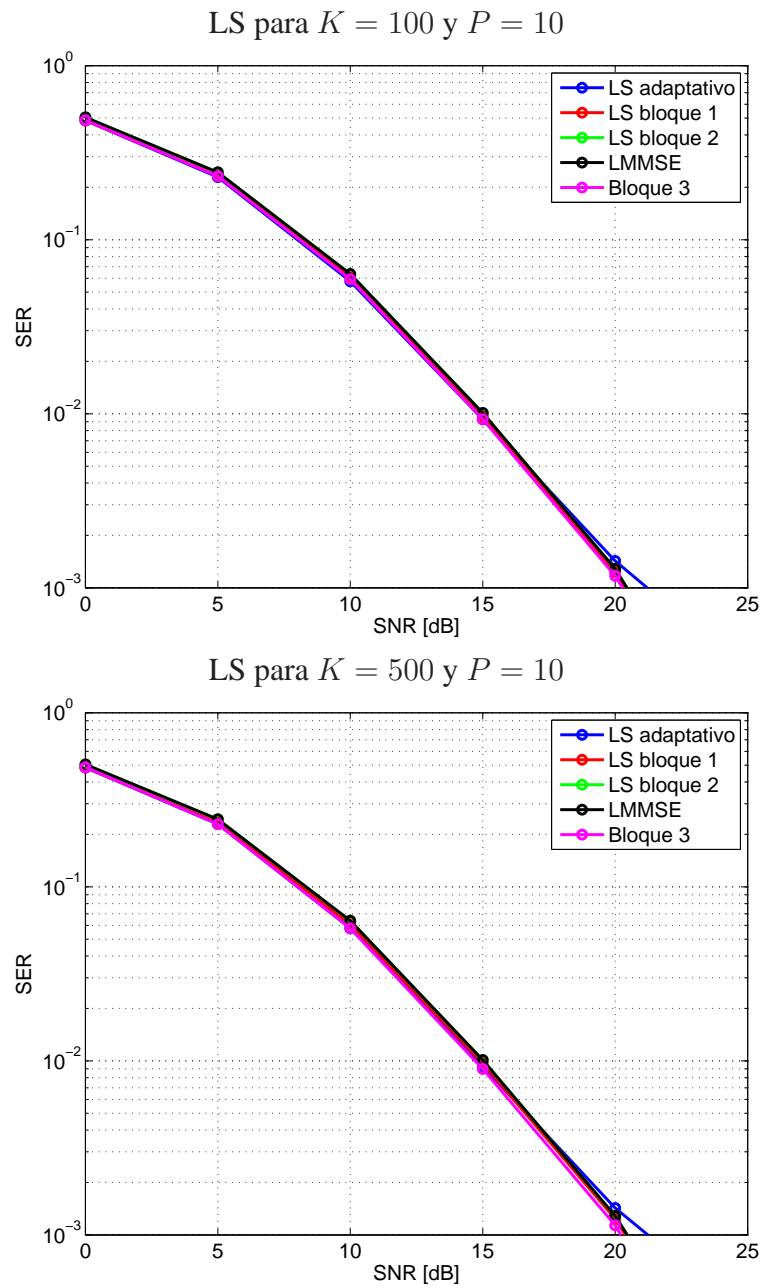


Figura 5.4: Simulaciones: Resultado de los criterios supervisados para una secuencia de entrenamiento de 10 símbolos piloto (canal estático).

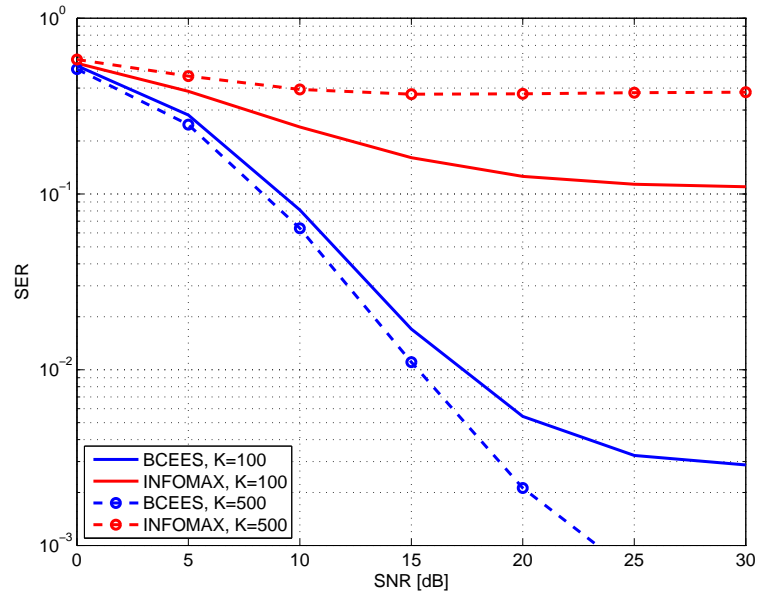


Figura 5.5: Simulaciones: Resultado de los algoritmos no supervisados para $K = 100$ y $K = 500$ símbolos de usuario (canal estático).

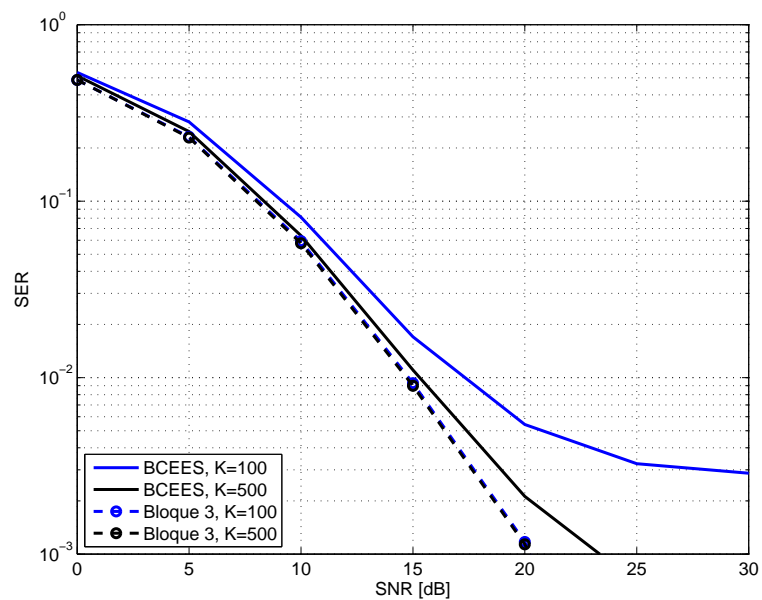


Figura 5.6: Simulaciones: Comparación del algoritmo no supervisado con el algoritmo supervisado *Bloque 3* (canal estático).

con q múltiplo de F . El coeficiente del canal $h_{i,R}[q]$ sigue una distribución Rayleigh y α determina el grado de cambio. En particular, consideraremos $F = 5$ y $\alpha = 0,5$.

La figura 5.7 muestra los resultados obtenidos con las técnicas supervisadas para $P = 10$ pilotos con $K = 100$ y $K = 500$ símbolos de usuario. Si comparamos estos resultados con los obtenidos para el caso de canales estáticos (ver figura 5.4), podemos concluir que las técnicas de bloque no sufren degradación debido a que se calculan para cada bloque de observaciones, sin tener en cuenta el resultado de los bloques anteriores. Sin embargo, el rendimiento de la implementación adaptativa sí se degrada debido a la memoria de este tipo de técnicas.

La figura 5.8 muestra las curvas de SER para las técnicas no supervisadas. Podemos observar que, al igual que sucedía con canales estáticos, el algoritmo InfoMaX sigue teniendo problemas de convergencia. Por otro lado, vemos como el algoritmo BCEES tiene el mismo rendimiento que en canales estáticos (ver figura 5.5).

5.3. Aportación: Sistema de Alamouti basado en decisión

El estudio que hemos presentado anteriormente muestra que los algoritmos supervisados permiten alcanzar una SER más baja que los no supervisados a costa de transmitir pilotos. Además, el coste computacional de los algoritmos supervisados, en especial la aproximación *Bloque 3*, es notablemente baja. Cabe preguntarnos si es posible reducir el coste computacional de los receptores y, en el caso de algoritmos supervisados, si somos capaces de reducir la carga asociada a la transmisión de pilotos. Estos dos aspectos serán abordados en la presente sección.

Consideraremos un canal que cambia cada F tramas. Es razonable pensar que el canal debería ser reestimado solamente cuando existe un cambio. Por tanto, proponemos detectar las variaciones del canal usando el método empleado en el capítulo 4. Se compara la matriz de canal estimada correspondiente a la trama actual, que denotaremos por $\hat{\mathbf{H}}[q]$, con la matriz de canal estimada en la trama anterior $\hat{\mathbf{H}}[q - 1]$. Por tanto, la matriz $\mathbf{G}[q] = (\hat{\mathbf{H}}[q])^H \hat{\mathbf{H}}[q - 1]$ (notar que, con respecto al capítulo 4, sustituimos la inversa por la hermítica) se calcula cada vez que se recibe una nueva trama. La diferencia de CSI, que hemos denominado DCSI, se calcula como:

$$\text{DCSI}[q] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_t} \sum_{j=1, j \neq i}^{N_t} \left(\frac{|g_{ij}[q]|^2}{|g_{ii}[q]|^2} + \frac{|g_{ji}[q]|^2}{|g_{ii}[q]|^2} \right), \quad (5.25)$$

donde N es el número de términos en el sumatorio y $g_{ii}[q]$ denota el i -ésimo elemento de la diagonal de la matriz $\mathbf{G}[q]$. El valor DCSI nos dice cuánto se parece la matriz $\mathbf{G}[q]$ a una matriz diagonal. Por tanto, nos da una medida de las fluctuaciones del canal.

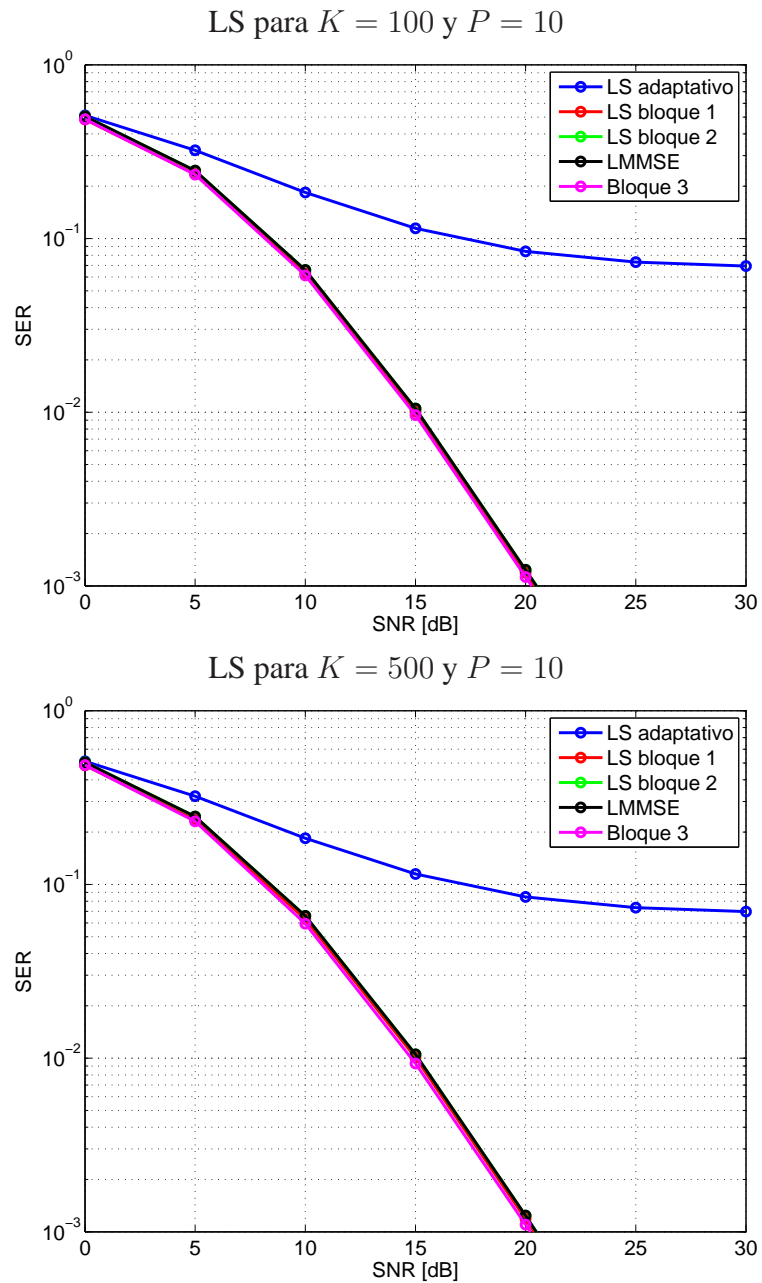


Figura 5.7: Simulaciones: Resultado de los criterios supervisados para una secuencia de entrenamiento de 10 pilotos (canal variante).

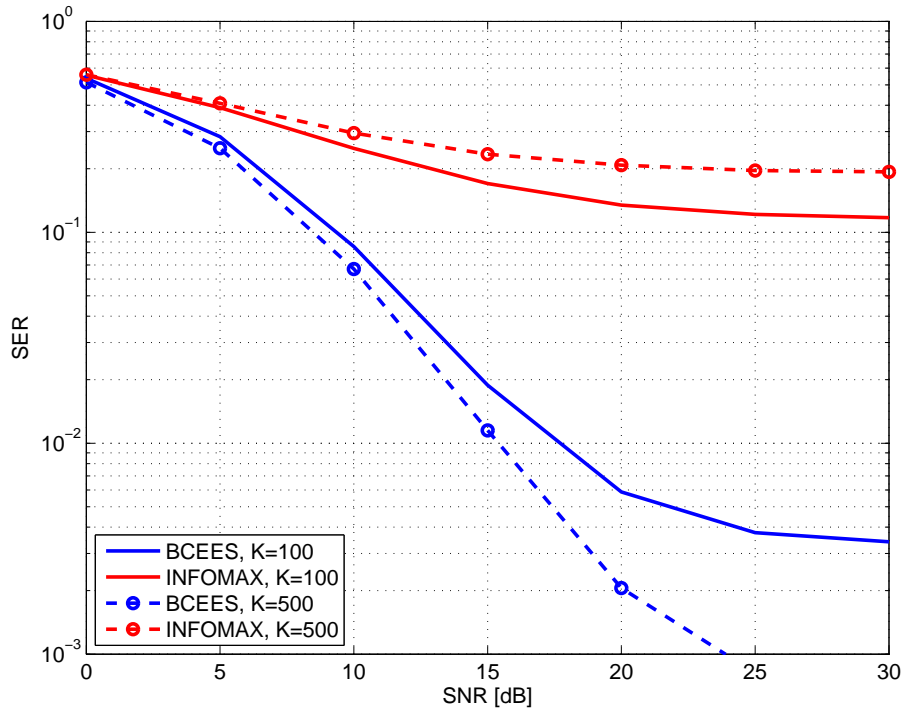


Figura 5.8: Simulaciones: Resultado de los algoritmos no supervisados para $K = 100$ y $K = 500$ símbolos de usuario (canal variante).

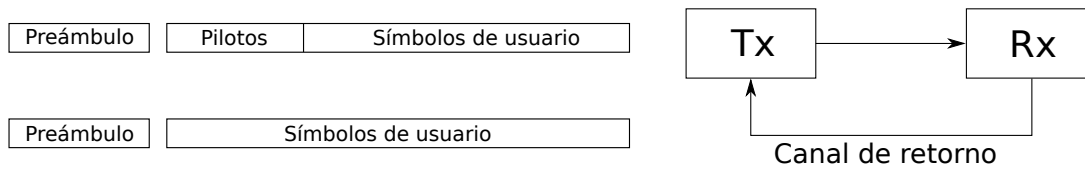


Figura 5.9: Izquierda: trama clásica (arriba) y trama de usuario (abajo). Derecha: Canal de retorno FDD.

Al calcular la matriz $\mathbf{G}[q] = (\hat{\mathbf{H}}[q])^H \hat{\mathbf{H}}[q - 1]$ para un canal equivalente Alamouti 2x1 (ecuación (5.17)) se tiene que:

$$\mathbf{G}[q] = \begin{pmatrix} \hat{h}_1^*[q]\hat{h}_1[q-1] + \hat{h}_2[q]\hat{h}_2^*[q-1] & \hat{h}_1^*[q]\hat{h}_2[q-1] - \hat{h}_2[q]\hat{h}_1^*[q-1] \\ \hat{h}_2^*[q]\hat{h}_1[q-1] - \hat{h}_1[q]\hat{h}_2^*[q-1] & \hat{h}_2^*[q]\hat{h}_2[q-1] + \hat{h}_1[q]\hat{h}_1^*[q-1] \end{pmatrix}. \quad (5.26)$$

Por lo tanto se cumple que $|g_{ii}[q]|^2 = |g_{jj}[q]|^2$ y $|g_{ij}[q]|^2 = |g_{ji}[q]|^2$, y podemos simplificar la medida DCSI[q] como:

$$\text{DCSI}[q] = \frac{|g_{ij}[q]|^2}{|g_{ii}[q]|^2}. \quad (5.27)$$

Para obtener una estimación “burda” de la matriz $\hat{\mathbf{H}}[q]$ necesaria para calcular DCSI[q] proponemos utilizar un preámbulo transmitido antes de las tramas de datos, al igual que en el capítulo 4. La consideración de estos preámbulos no representa ninguna carga adicional ya que pueden aprovecharse para realizar otras tareas como sincronización, estimación de potencia, etc. Por tanto, definiremos dos tipos de tramas (véase Fig. 5.9):

- Tramas clásicas: incluyen preámbulos, pilotos y símbolos de usuario. Son necesarias cuando se estima el canal con un algoritmo supervisado.
- Tramas de usuario: incluyen preámbulos y símbolos de usuario. Son las empleadas por las aproximaciones no supervisadas.

Como preámbulos, elegiremos símbolos que cumplan $s_1 = s_2^*$ y, por tanto, la estimación del canal se puede realizar utilizando la técnica *Bloque 3*, de acuerdo con la ecuación (5.23).

Al igual que hicimos en el capítulo 4, proponemos incorporar al receptor una simple regla de decisión que compara la medida DCSI[q] con los umbrales de decisión, basados en los percentiles, calculados durante la fase de entrenamiento. Por ello, vamos a describir el proceso que se ha seguido para determinar estos umbrales en las dos aplicaciones que abordaremos en las siguientes subsecciones.

En esta fase transmitiremos una secuencia de entrenamiento con el objetivo de determinar los valores que toma la medida DCSI[q] de la ecuación (5.27). Para la transmisión hemos considerado:

- Un canal cuasiestático definido por la ecuación (5.24), donde $\alpha = 0,5$.
- Los cambios bruscos en el canal ocurren cada $F = 5$ tramas.
- Se transmiten 1 000 tramas clásicas por cada antena en cada experimento.

SNR [dB]	$p_{10,SNR}$	$p_{20,SNR}$	$p_{25,SNR}$	$p_{30,SNR}$
0	0,0708	0,1583	0,2109	0,2693
5	0,0502	0,1125	0,1486	0,1902
10	0,0420	0,0924	0,1221	0,1553
15	0,0377	0,0849	0,1122	0,1431
20	0,0369	0,0824	0,1091	0,1395
25	0,0368	0,0820	0,1081	0,1373
30	0,0366	0,0815	0,1076	0,1371

Tabla 5.1: Umbrales para el esquema basado en decisión simplificado.

- En total se realizan 1 000 experimentos independientes.

El receptor hace una preestimación del canal usando $P_r = 2$ preámbulos y la ecuación (5.23). Posteriormente determina la medida $DCSI[q]$ con la preestimación del canal de la trama actual $\hat{H}[q]$ y con la preestimación del canal de la trama anterior $\hat{H}[q-1]$. Con los resultados obtenidos de esta secuencia de entrenamiento se determinan los umbrales de decisión, basados en percentiles, para dicha medida. Los percentiles dividen la distribución de valores en cien partes, es decir, el percentil i -ésimo implica que el $i\%$ de los valores son menores que él y el $100 - i\%$ restante son mayores. La tabla 5.1 muestra los valores de los umbrales de decisión $p_{10,SNR}$, $p_{20,SNR}$, $p_{25,SNR}$ y $p_{30,SNR}$ obtenidos con el criterio de la ecuación (5.27).

5.3.1. Reducción del coste computacional del receptor

A medida que aumentan los requisitos de rendimiento de las aplicaciones para móviles, los fabricantes de sistemas tienden a buscar técnicas que permitan reducir el coste computacional del receptor. En particular, nos centraremos en reducir la sobrecarga de reestimación del canal cuando no se ha producido ningún cambio en el mismo.

El esquema propuesto es el siguiente:

1. Se realiza una preestimación del canal usando la técnica *Bloque 3* con $P_r = 2$ preámbulos.
2. Se calcula la medida $DCSI[q]$ con la preestimación del canal para la trama actual $\hat{H}[q]$ y para la anterior $\hat{H}[q-1]$.
3. Si la medida $DCSI[q] > p_{i,SNR}$ se vuelve a estimar el canal a partir de los símbolos transmitidos en la trama.

4. Se recuperan los símbolos de usuario con el canal estimado.

La estimación del canal que se realiza en el *paso 3* puede realizarse con cualquiera de las aproximaciones descritas en este capítulo. En caso de utilizar una estimación supervisada es necesario que el sistema trabaje con tramas clásicas, mientras que si se realiza con algún algoritmo no supervisado, es necesario que se transmitan tramas de usuario. La recuperación de los símbolos se realiza con la estimación del canal obtenida en el paso 3.

A continuación mostraremos los resultados de las simulaciones tanto en técnicas supervisadas como no supervisadas. Los datos para cada tipo de algoritmo son los siguientes:

- Para la técnica no supervisada usaremos el algoritmo BCEES, ya que es el que mejor funciona. Las tramas de usuario están formadas por $P_r = 2$ preámbulos y K símbolos de usuario.
- Para la técnica supervisada usaremos el algoritmo *Bloque 3* por su menor complejidad. Las tramas clásicas están formadas por $P_r = 2$ preámbulos, $P = 10$ símbolos piloto y K símbolos de usuario.

Las simulaciones se han realizado teniendo en cuenta que:

- Se transmiten 1 000 tramas por cada antena en cada experimento.
- El canal varía según la ecuación (5.24), donde $\alpha = 0,5$.
- Los cambios bruscos en el canal ocurren cada $F = 5$ tramas, es decir, el canal varía el 20 % de los casos.
- En total se realizan 1 000 experimentos independientes para cada algoritmo.
- Las simulaciones se realizan para $K = 100$ y $K = 500$ símbolos de usuario.

La figura 5.10 muestra los resultados obtenidos con el esquema basado en decisión BCEES o BCEES híbrido, para $K = 100$ y $K = 500$. La figura 5.11 muestra cómo cambia el porcentaje de actualizaciones con el umbral de decisión, es decir, el porcentaje de actualización de la CSI y, por tanto, del coeficiente del filtro receptor.

En la figura 5.10 podemos ver que para un umbral de decisión $p_{10,SNR}$ se tiene el mismo rendimiento que el alcanzado con el algoritmo BCEES. La ventaja del sistema híbrido es que, como puede verse en la figura 5.11, se ha actualizado, promediando para todas las SNR, un 44,70 % del total. El buen rendimiento para este percentil se debe a que se han detectado casi todas las variaciones verdaderas de canal. Recordemos que ha habido cambios en el canal el 20 % de las veces y que se han detectado el 18 % de los mismos, por lo que sólo el 2 % no ha podido ser detectado.

Porc. de actualiz.	0	5	10	15	20	25	30	Media
<i>Totales</i>	85,38	76,63	57,49	34,82	21,77	18,61	18,16	44,70
<i>Verdaderas</i>	18	18	18	18	18	18	18	18
<i>Falsas</i>	67,38	58,63	39,49	16,82	3,77	0,61	0,16	26,70

Tabla 5.2: Porcentaje de actualizaciones en función de la SNR en dB para el umbral de decisión $p_{10,SNR}$.

También se tienen buenos resultados para el umbral de decisión $p_{20,SNR}$. Obsérvese que la curva de SER está muy cerca de la curva obtenida con el algoritmo BCEES. En este caso, el sistema híbrido se actualiza un 34,37%. Para umbrales de decisión mayores se dejan de detectar más variaciones del canal y, por tanto, las curvas tienen peor rendimiento en términos de SER. Si comparamos el BCEES híbrido para $K = 100$ y $K = 500$ vemos que las prestaciones mejoran al aumentar los símbolos de usuario.

Consideraremos el caso de utilizar un algoritmo supervisado para estimar el canal, más concretamente el algoritmo *Bloque 3*. La figura 5.12 muestra las curvas SER del esquema propuesto (*Bloque 3 híbrido*), para $K = 100$ y $K = 500$. El porcentaje de reestimación del canal es el mismo que para el caso del algoritmo no supervisado (véase la figura 5.11). Como puede verse, a medida que aumenta el percentil disminuye el porcentaje de actualizaciones; por ello se puede ver como la curva de SER empeora para altos percentiles. Esto se debe a que si el percentil es muy alto se dejan de detectar gran parte de las variaciones significativas del canal y, por tanto, el *Bloque 3 híbrido* tiene peor rendimiento en términos de SER.

En resumen podemos concluir que hemos obtenido un buen rendimiento en términos de SER para los umbrales de decisión $p_{10,SNR}$ y $p_{20,SNR}$, tanto en el algoritmo no supervisado BCEES híbrido como en el algoritmo supervisado *Bloque 3 híbrido*. Si nos centramos en una SNR de 15 dB, típica en muchos sistemas inalámbricos, en las tablas 5.2 y 5.3 vemos que se realizan pocas actualizaciones falsas (16,82% para un percentil de 10 y 6,20% para un percentil de 20, respectivamente). También se detectan la mayoría de las actualizaciones verdaderas del canal, es decir, del 20% de actualizaciones se detectan el 18% y el 16% para los percentiles 10 y 20, respectivamente.

5.3.2. Reducción del número de pilotos

La utilización de la técnica propuesta anteriormente con algoritmos no supervisados permite también reducir el número de pilotos transmitidos. La idea es transmitir tramas clásicas únicamente cuando se detectan variaciones del canal y, en otro caso, transmitir tramas que contengan únicamente símbolos de usuario. La implementación de este

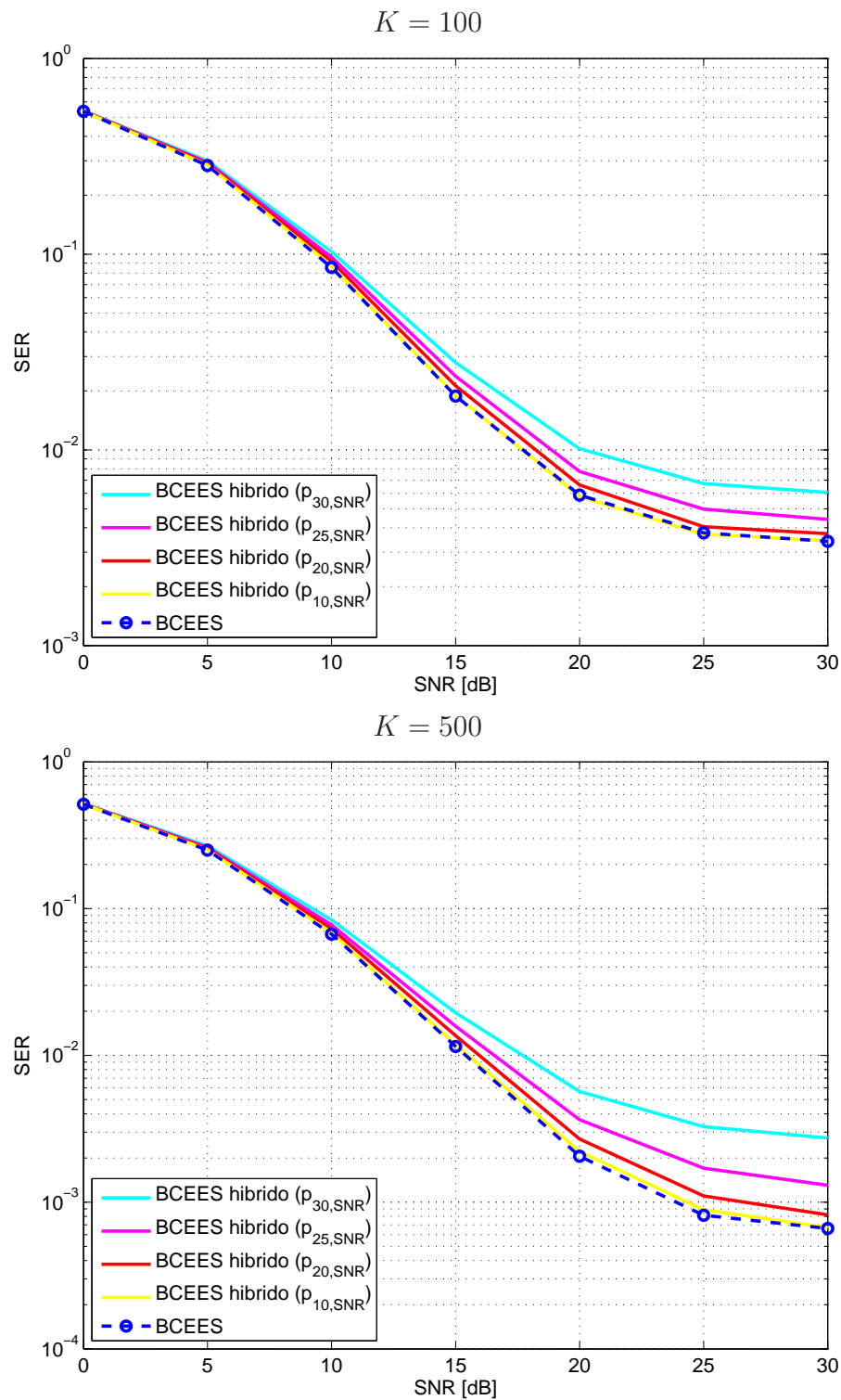


Figura 5.10: Simulaciones: Esquema basado en decisión para el algoritmo BCEES.

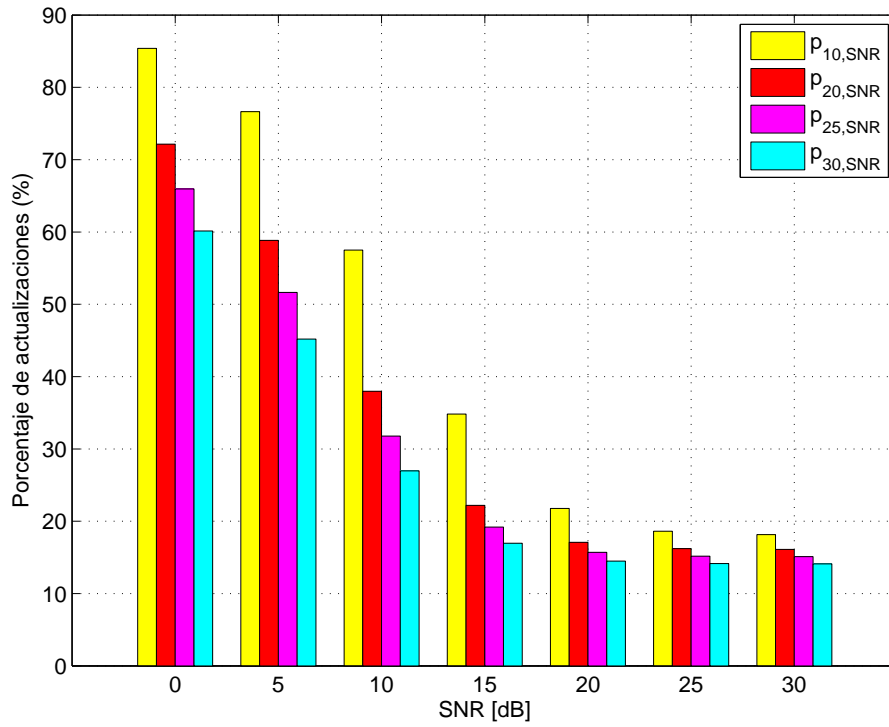


Figura 5.11: Simulaciones: Porcentaje de actualizaciones para los umbrales de decisión $p_{10,SNR}$, $p_{20,SNR}$, $p_{25,SNR}$ y $p_{30,SNR}$.

Porc. de actualiz.	0	5	10	15	20	25	30	Media
<i>Totales</i>	72,14	58,84	37,97	22,20	17,09	16,22	16,11	34,37
<i>Verdaderas</i>	16	16	16	16	16	16	16	16
<i>Falsas</i>	56,14	42,84	21,97	6,20	1,09	0,22	0,11	18,37

Tabla 5.3: Porcentaje de actualizaciones en función de la SNR en dB para el umbral de decisión $p_{20,SNR}$.

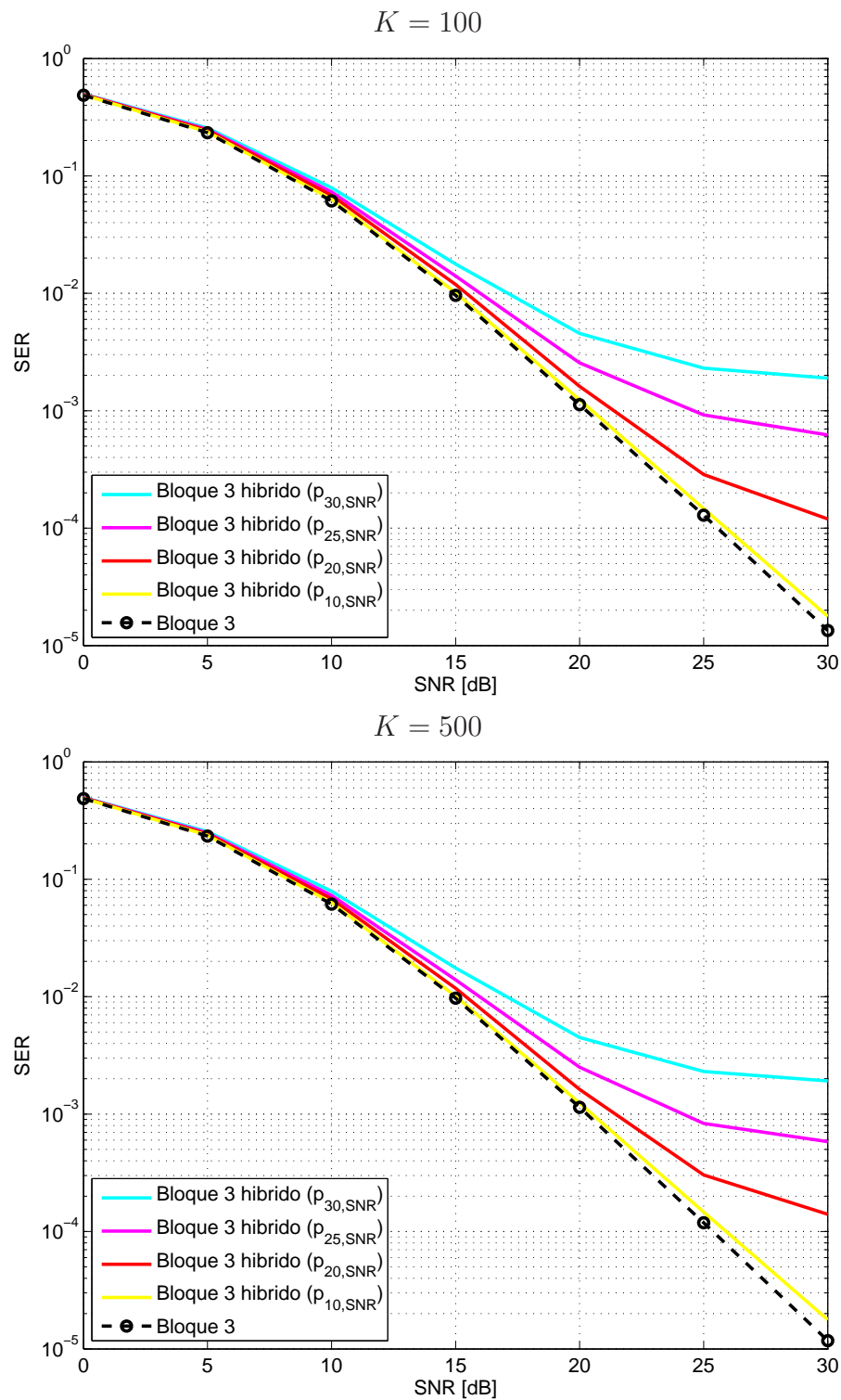


Figura 5.12: Simulaciones: Esquema basado en decisión para el algoritmo *Bloque 3*.

sistema requiere utilizar un canal de retorno entre el receptor y el transmisor (véase figura 5.9). Este canal está incluido en los sistemas de telefonía móvil actuales y se utiliza para transmitir información sobre estimación de potencia, entre otros.

El esquema propuesto es el siguiente:

1. Se realiza una preestimación del canal usando la técnica *Bloque 3* con $P_r = 2$ preámbulos.
2. Se calcula $\text{DCSI}[q]$ con la preestimación del canal para la trama actual $\hat{H}[q]$ y para la anterior $\hat{H}[q - 1]$.
3. Si la medida $\text{DCSI}[q] > p_{i,\text{SNR}}$:
 - 3.1. Se transmite una solicitud de trama clásica a través del canal de retorno.
 - 3.2. Se reestima el canal utilizando un algoritmo supervisado.
4. Los símbolos de usuario se recuperan con el canal estimado.

De acuerdo con este esquema, el porcentaje de tramas piloto que se necesita transmitir es el que se muestra en la figura 5.11, ya que se corresponde con el porcentaje de actualizaciones. Vemos en esta figura que el porcentaje de símbolos piloto se reduce de forma más significativa para altas SNR. Si nos centramos en una SNR de 15 dB podemos ver que se transmiten pilotos sólo el 34,82 % del total, con lo que se reduce su envío un 65,18 %.

El rendimiento que se obtiene en términos de SER es el mostrado en la figura 5.12. Podemos observar que para un umbral de decisión $p_{10,\text{SNR}}$ se detectan casi todos los cambios significativos del canal, lo que implica un envío óptimo de pilotos (la curva $p_{10,\text{SNR}}$ está muy próxima a la curva del algoritmo *Bloque 3*). Esto se puede observar mejor en la tabla 5.2, en la que vemos que se han detectado el 18 % de las actualizaciones verdaderas, de forma que únicamente el 2 % no han sido detectadas (recordar que el total de actualizaciones verdaderas es del 20 %).

Finalmente, podemos concluir que hemos logrado una reducción significativa de los símbolos piloto para los percentiles $p_{10,\text{SNR}}$ y $p_{20,\text{SNR}}$, sin sacrificar significativamente el rendimiento en SER. Para $p_{10,\text{SNR}}$, promediando todas las SNR, se transmiten tramas clásicas el 44,70 % de los casos, evitando así el envío continuo de pilotos (ver tabla 5.2). Para el umbral de decisión $p_{20,\text{SNR}}$, se envían pilotos sólo el 34,37 %, es decir, un 65,63 % menos (ver tabla 5.3).

5.4. Conclusiones

En el presente capítulo se han comparado distintas técnicas supervisadas y no supervisadas de estimación del canal considerando el OSTBC propuesto por Alamouti para dos antenas transmisoras y una antena receptora. Para la estimación supervisada, además de las técnicas presentadas en el capítulo 3, hemos propuesto un método basado en decisión que tiene un coste computacional extremadamente bajo debido a que básicamente realiza una suma y una resta de las señales recibidas. A este método le hemos denominado *Bloque 3*.

De la comparación de las distintas técnicas de estimación supervisadas podemos concluir que todas proporcionan las mismas prestaciones en términos de SER, excepto la técnica adaptativa. En cuanto a las técnicas no supervisadas, la conclusión que se extrae es que la técnica BCEES tiene mejores prestaciones en términos de SER que la técnica InfoMax, ya que esta última se degrada por problemas de convergencia. Asimismo, podemos concluir que los sistemas supervisados tienen mejor rendimiento que los no supervisados. Sin embargo, la inclusión de símbolos piloto reduce la tasa de transmisión del sistema.

Considerando un canal que cambia lentamente con el tiempo, hemos propuesto en este capítulo un esquema basado en decisión para realizar la reestimación del canal solamente cuando existe un cambio. Este esquema ha sido empleado con dos fines diferentes:

- Reducir el coste computacional del receptor.
- Reducir la sobrecarga asociada al envío de pilotos.

Los resultados obtenidos muestran que se puede reducir el coste computacional y la sobrecarga de pilotos aproximadamente entre un 55% y un 65% sin degradar el rendimiento en términos de SER.

Capítulo 6

Conclusiones y líneas de trabajo futuras

6.1. Conclusiones

Las técnicas basadas en decisión que hemos propuesto a lo largo de este trabajo nos han permitido diseñar sistemas que cumplen los objetivos que nos habíamos planteado en el capítulo 1: en primer lugar, aumentar la tasa efectiva de información minimizando el envío de pilotos; en segundo lugar, reducir el coste computacional del receptor; y, por último, reducir la sobrecarga de los canales de retorno cuando el transmisor no dispone de información del canal. Tal y como hemos demostrado mediante resultados de simulación realizados por ordenador, las técnicas propuestas consiguen realizar un seguimiento adecuado del canal variante en el tiempo, especialmente si éste fluctúa lentamente, reduciendo el número de reestimaciones necesarias del mismo y, por lo tanto, optimizando los recursos disponibles no sólo en ambos extremos del enlace de comunicaciones sino también del propio canal de retorno, usualmente muy limitado en cuanto a ancho de banda. Estos esquemas basados en decisión van a realizar reestimaciones del canal únicamente cuando éste experimenta un cambio significativo de acuerdo con el umbral establecido. En el esquema híbrido basado en precodificación que hemos planteado en el capítulo 4 la reducción tanto del coste computacional del receptor como del envío de pilotos varía entre un 15 % y un 70 % para SNR mayores que 15 dB con una degradación poco significativa en términos de BER para el umbral seleccionado. En el caso de los esquemas planteados en el capítulo 5 para codificación de Alamouti esta reducción oscila entre un 55 % y un 65 % sin penalizaciones en la SER.

En definitiva, podemos afirmar que un diseño adecuado basado en decisión de las estrategias de seguimiento del canal simplifica enormemente la complejidad del sistema en su conjunto optimizando los recursos disponibles. La principal dificultad de este tipo de diseño radica sin duda en el umbral de decisión, ya que un umbral inadecuado puede producir pérdidas importantes de rendimiento o complejidades computacionales próximas

a las de los esquemas tradicionales no basados en decisión.

6.2. Líneas de trabajo futuras

Son múltiples las posibles líneas de continuación del trabajo realizado en esta tesis. A continuación enumeramos algunas de ellas:

- Optimizar la selección de umbrales en función de la SNR para detección de las variaciones del canal inalámbrico.
- Diseño de nuevas reglas de decisión que pudieran llevar a mejorar los rendimientos obtenidos en este trabajo.
- Implementación de estos esquemas híbridos adaptativos en un entorno demostrativo, como puede ser la plataforma hardware desarrollada por el GTEC (*Grupo de investigación de Tecnología Electrónica y Comunicaciones*) de la Universidad da Coruña, con el objetivo de verificar el adecuado funcionamiento de estas propuestas en tiempo real.
- Considerar otros modelos para la correlación tanto espacial como temporal del canal, como podrían ser, respectivamente, el modelo de canal espacial (SCM, del inglés *Spatial Channel Model*) o el modelo de Jakes, respectivamente [56, 82, 83].
- Estudiar los efectos de un conocimiento parcial en el transmisor de los estadísticos de segundo orden del canal. En este sentido, habría que diseñar nuevos esquemas híbridos para realizar un seguimiento de dichos estadísticos y optimizar cómo, cuándo y qué tipo de información se envía desde los receptores al transmisor a través del canal de retorno.
- Extender el estudio aquí realizado para entornos multiusuario (MU, del inglés *MultiUser*), incluso con desvanecimiento selectivo en frecuencia.

Apéndice A

Derivaciones de los filtros del precodificador lineal

En este apéndice derivaremos las expresiones de los filtros del precodificador lineal, tanto con el criterio de cero forzado como con el criterio de Wiener o MMSE.

A.1. Precodificador lineal de cero forzado

A partir de las condiciones KKT de la ecuación (4.7) se obtiene, multiplicando la primera condición KKT por la derecha por \mathbf{F}^H y aplicando el operador traza:

$$\lambda \operatorname{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H) = |g|^2 \operatorname{tr}(\mathbf{C}_\eta),$$

donde se ha usado la igualdad $\operatorname{tr}^*(\mathbf{A}\mathbf{H}\mathbf{F}) = \operatorname{tr}(\mathbf{H}^H\mathbf{A}^H\mathbf{F}^H) = -g \operatorname{tr}(\mathbf{C}_\eta)$ obtenida de la segunda condición KKT. De aquí se deduce que:

$$\lambda = \frac{|g|^2 \operatorname{tr}(\mathbf{C}_\eta)}{\operatorname{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H)}. \quad (\text{A.1})$$

Por lo tanto, $\lambda > 0$ si $\mathbf{F} \neq \mathbf{0}$ y la restricción de la energía transmitida es activa con una igualdad, es decir:

$$\operatorname{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H) = E_{\text{tx}}. \quad (\text{A.2})$$

Así, reescribimos λ como:

$$\lambda = |g|^2 \xi, \quad (\text{A.3})$$

donde $\xi = \frac{\operatorname{tr}(\mathbf{C}_\eta)}{E_{\text{tx}}}$.

De la primera ecuación KKT se obtiene que el filtro transmisor \mathbf{F} es:

$$\mathbf{F} = -\frac{g^*}{\lambda} \mathbf{H}^H \mathbf{A}^H \mathbf{C}_u^{-1}. \quad (\text{A.4})$$

Sustituyendo esta expresión en la restricción de cero forzado $g\mathbf{H}\mathbf{F} = \mathbf{I}$ se obtiene:

$$\mathbf{A}^H = -\frac{\lambda}{|g|^2} (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{C}_u.$$

Con este resultado y la ecuación (A.4) se tiene:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{g} \mathbf{H} (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1}. \quad (\text{A.5})$$

A partir de esta expresión del filtro transmisor \mathbf{F} se puede obtener $|g|^2$ sustituyéndola en la restricción de la energía transmitida de la ecuación (A.2):

$$|g|^2 = \frac{\text{tr} \left((\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{C}_u \right)}{E_{\text{tx}}}.$$

Considerando g real y positivo para que la solución sea única, tenemos que:

$$g = \sqrt{\frac{\text{tr} \left((\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{C}_u \right)}{E_{\text{tx}}}}. \quad (\text{A.6})$$

A.2. Precodificador lineal MMSE

A partir de la segunda condición KKT de la ecuación (4.12) se obtiene:

$$g^* = \frac{\text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{C}_u)}{\text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H\mathbf{H}^H + \mathbf{C}_\eta)}. \quad (\text{A.7})$$

Al multiplicar la primera condición KKT por la derecha por \mathbf{F}^H y aplicando el operador traza obtenemos:

$$g^* \text{tr}(\mathbf{H}^H\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H) - |g|^2 \text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H\mathbf{H}^H) = \lambda \text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H).$$

Sustituyendo g^* tenemos la siguiente igualdad:

$$\begin{aligned} \lambda \text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H) &= \frac{\text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{C}_u)}{\text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H\mathbf{H}^H + \mathbf{C}_\eta)} \text{tr}(\mathbf{H}^H\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H) \\ &\quad - \frac{|\text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{C}_u)|^2}{\text{tr}^2(\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H\mathbf{H}^H + \mathbf{C}_\eta)} \text{tr}(\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H\mathbf{H}^H) \\ &= |g|^2 \text{tr}(\mathbf{C}_\eta), \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

ya que $\text{tr}^*(\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{C}_u) = \text{tr}(\mathbf{H}^H\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H)$.

De aquí se deduce que:

$$\lambda = \frac{|g|^2 \text{tr}(\mathbf{C}_\eta)}{\text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H)} > 0, \quad (\text{A.9})$$

si $\mathbf{F} \neq \mathbf{0}$. Por lo tanto, la restricción de la energía transmitida es una igualdad, es decir:

$$\text{tr}(\mathbf{F}\mathbf{C}_u\mathbf{F}^H) = E_{\text{tx}}, \quad (\text{A.10})$$

y se puede reescribir λ como:

$$\lambda = |g|^2 \xi, \quad (\text{A.11})$$

donde $\xi = \frac{\text{tr}(\mathbf{C}_\eta)}{E_{\text{tx}}}$.

Por otro lado, al sustituir λ en la primera condición KKT se obtiene la expresión de \mathbf{F} :

$$\mathbf{F} = \frac{1}{g} (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \xi \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H. \quad (\text{A.12})$$

Si sustituimos este resultado en la restricción de la energía transmitida de la ecuación (A.10) se tiene que el coeficiente g del filtro receptor $\mathbf{G} = g\mathbf{I}$ es de la forma:

$$|g|^2 = \frac{\text{tr} \left((\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \xi \mathbf{I})^{-2} \mathbf{H}^H \mathbf{C}_u \mathbf{H} \right)}{E_{\text{tx}}}.$$

Considerando g real y positivo, tenemos que:

$$g = \sqrt{\frac{\text{tr} \left((\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \xi \mathbf{I})^{-2} \mathbf{H}^H \mathbf{C}_u \mathbf{H} \right)}{E_{\text{tx}}}}. \quad (\text{A.13})$$

Apéndice B

Derivaciones de los filtros del precodificador Tomlinson-Harashima

En este apéndice derivaremos las expresiones de los filtros del precodificador Tomlinson-Harashima, tanto con el criterio de cero forzado como con el criterio de Wiener o MMSE.

B.1. Precodificador no lineal Tomlinson-Harashima de cero forzado

A partir de la tercera condición KKT de la ecuación (4.27) se obtiene g^* :

$$g^* = \frac{\text{tr}(\Lambda H F)}{\text{tr}(\mathbf{C}_\eta)}.$$

Sustituyendo esta expresión de g^* en la primera condición KKT se tiene:

$$\lambda \mathbf{F} \mathbf{C}_v = g^* \mathbf{H}^H \Lambda^H = \frac{\text{tr}^*(\Lambda H F)}{\text{tr}(\mathbf{C}_\eta)} \mathbf{H}^H \Lambda^H. \quad (\text{B.1})$$

Multiplicando por la derecha por \mathbf{F}^H y aplicando el operador traza, la expresión anterior se reescribe como:

$$\lambda \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H) = \frac{|\text{tr}(\Lambda H F)|^2}{\text{tr}(\mathbf{C}_\eta)},$$

donde hemos tenido en cuenta que $\text{tr}(\mathbf{H}^H \Lambda^H \mathbf{F}^H) = \text{tr}^*(\mathbf{F} \Lambda \mathbf{H})$ (ver apéndice C). Vemos que $\lambda > 0$ y que la restricción de la energía transmitida es siempre activa si $\mathbf{F} \neq \mathbf{0}$, por lo que, finalmente, al despejar λ se tiene:

$$\lambda = \frac{|\text{tr}(\Lambda H F)|^2}{\text{tr}(\mathbf{C}_\eta) E_{\text{tx}}}.$$

La expresión de Λ^H se obtiene al despejarla de la segunda condición KKT de la ecuación (4.27):

$$\Lambda^H = -\mathbf{P}^T \sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T \boldsymbol{\mu}_i^* \mathbf{e}_i^T. \quad (\text{B.2})$$

Despejando el filtro \mathbf{F} de la primera condición KKT y sustituyendo Λ^H se obtiene:

$$\mathbf{F} = -\frac{g^*}{\lambda} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \left(\sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T \boldsymbol{\mu}_i^* \mathbf{e}_i^T \right) \mathbf{C}_v^{-1}.$$

Al multiplicar por la derecha por \mathbf{e}_i obtenemos:

$$\mathbf{F} \mathbf{e}_i = -\frac{g^*}{\lambda} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{S}_i^T \boldsymbol{\mu}_i^* \sigma_{v,i}^{-2}, \quad (\text{B.3})$$

ya que $\mathbf{e}_j^T \mathbf{C}_v^{-1} \mathbf{e}_i = 0$ para $j \neq i$ y $\mathbf{e}_i^T \mathbf{C}_v^{-1} \mathbf{e}_i = \sigma_{v,i}^{-2}$ para $j = i$. A partir de la ecuación (B.3) se obtiene la expresión de $\boldsymbol{\mu}_i^*$:

$$\boldsymbol{\mu}_i^* = -\frac{\lambda}{g^*} \sigma_{v,i}^2 (\mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{S}_i^T)^{-1} \mathbf{F} \mathbf{e}_i. \quad (\text{B.4})$$

Despejando el filtro de realimentación \mathbf{B} de la cuarta condición KKT se tiene:

$$\mathbf{B} = g \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{F}. \quad (\text{B.5})$$

Como \mathbf{B} debe ser una matriz triangular inferior, se cumple que:

$$\mathbf{S}_i \mathbf{B} \mathbf{e}_i = g \mathbf{S}_i \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{e}_i = \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i, \quad i = 1, \dots, N_r,$$

y de aquí se obtiene la igualdad siguiente:

$$\mathbf{F} \mathbf{e}_i = \frac{1}{g} (\mathbf{S}_i \mathbf{P} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i. \quad (\text{B.6})$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación (B.4) se obtiene:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_i^* &= -\frac{\lambda}{|g|^2} \sigma_{v,i}^2 (\mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{S}_i^T)^{-1} (\mathbf{S}_i \mathbf{P} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i \\ &= -\frac{\lambda}{|g|^2} \sigma_{v,i}^2 (\mathbf{S}_i \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{S}_i^T)^{-1} \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Por otro lado, la ecuación (B.2) puede reescribirse a partir de esta expresión de $\boldsymbol{\mu}_i^*$ como:

$$\Lambda^H = \frac{\lambda}{|g|^2} \mathbf{P}^T \left(\sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T \sigma_{v,i}^2 (\mathbf{S}_i \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{S}_i^T)^{-1} \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T \right). \quad (\text{B.8})$$

Ahora la ecuación (B.1) puede ser reescrita sustituyendo Λ^H como:

$$\mathbf{F}\mathbf{C}_v = \frac{1}{\lambda}g^* \mathbf{H}^H \Lambda^H = \frac{1}{g} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \left(\sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T \sigma_{v,i}^2 (\mathbf{S}_i \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{S}_i^T)^{-1} \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T \right). \quad (\text{B.9})$$

Multiplicando por la derecha por \mathbf{C}_v^{-1} se obtiene la expresión del filtro \mathbf{F} :

$$\mathbf{F} = \frac{1}{g} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T (\mathbf{S}_i \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{S}_i^T)^{-1} \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T. \quad (\text{B.10})$$

Al sustituir esta expresión de \mathbf{F} en la ecuación (B.5) se obtiene el filtro de realimentación \mathbf{B} de esta forma:

$$\mathbf{B} = \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T (\mathbf{S}_i \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{S}_i^T)^{-1} \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T. \quad (\text{B.11})$$

Se define la matriz Φ^{-1} como:

$$\Phi^{-1} = (\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1}. \quad (\text{B.12})$$

Esta matriz puede descomponerse usando la factorización de Cholesky [49, 61] de la forma:

$$\mathbf{P} \Phi^{-1} \mathbf{P}^T = \mathbf{P} (\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{P}^T = \mathbf{L}^H \mathbf{D} \mathbf{L}, \quad (\text{B.13})$$

donde \mathbf{L} es una matriz unitaria triangular inferior y \mathbf{D} es una matriz diagonal. Con esta definición de Φ^{-1} y la factorización de Cholesky de la misma de la ecuación (B.13) se pueden reescribir las expresiones de los filtros del precodificador TH \mathbf{F} y \mathbf{B} de las ecuaciones (B.10) y (B.11) de la forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \frac{1}{g} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T (\mathbf{S}_i \mathbf{L}^{-1} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}^{-H} \mathbf{S}_i^T)^{-1} \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T \\ &= \frac{1}{g} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i \mathbf{L}^H \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i \mathbf{D} \mathbf{L} \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T \\ &= \frac{1}{g} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i \mathbf{L}^H \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i \mathbf{D} \mathbf{L} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T \\ &= \frac{1}{g} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i \mathbf{L}^H \mathbf{D} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T = \frac{1}{g} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{L}^H \mathbf{D}, \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}^{-H} \mathbf{L}^H \mathbf{D} = \mathbf{L}^{-1}, \quad (\text{B.15})$$

donde se han considerado las siguientes propiedades de la matriz de selección \mathbf{S}_i :

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_i^T &= \mathbf{S}_i^{-1} \\ \mathbf{S}_i \mathbf{M} \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i &= \mathbf{S}_i \mathbf{M} \\ \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i \mathbf{M} \mathbf{e}_i &= \mathbf{e}_i \\ \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i \mathbf{N} \mathbf{e}_i &= \mathbf{N} \mathbf{e}_i,\end{aligned}\tag{B.16}$$

siendo \mathbf{M} una matriz triangular inferior con diagonal unidad y \mathbf{N} una matriz triangular superior.

Al sustituir la expresión de \mathbf{F} de la ecuación (B.14) en la restricción de la energía transmitida se tiene:

$$|g|^2 = \frac{\text{tr}(\mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{L}^H \mathbf{D}^2 \mathbf{C}_v \mathbf{L} \mathbf{P} \mathbf{H})}{E_{\text{tx}}}.\tag{B.17}$$

Considerando g real y positivo, esta ecuación lleva a la siguiente expresión para el peso receptor:

$$g = \sqrt{\frac{\text{tr}(\mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{L}^H \mathbf{D}^2 \mathbf{C}_v \mathbf{L} \mathbf{P} \mathbf{H})}{E_{\text{tx}}}}.\tag{B.18}$$

B.2. Precodificador no lineal Tomlinson-Harashima MMSE

A partir de la tercera condición KKT de la ecuación (4.34) se obtiene:

$$g^* = \frac{\text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{B}^H \mathbf{P})}{\text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H \mathbf{H}^H + \mathbf{C}_\eta)}.\tag{B.19}$$

Al multiplicar la primera condición KKT por la derecha por \mathbf{F}^H y aplicando el operador traza se obtiene:

$$\lambda \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H) = g^* \text{tr}(\mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{B}^H \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H) - |g|^2 \text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H \mathbf{H}^H).$$

Sustituyendo g^* y operando se tiene que:

$$\lambda \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H) = |g|^2 \text{tr}(\mathbf{C}_\eta),$$

y, por tanto:

$$\lambda = |g|^2 \text{tr}(\mathbf{C}_\eta) / \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H) > 0,$$

si $\mathbf{F} \neq \mathbf{0}$. En consecuencia, la restricción de energía transmitida está activa, es decir, $\text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{C}_v \mathbf{F}^H) = E_{\text{tx}}$, y $\lambda = |g|^2 \xi$, con $\xi = \text{tr}(\mathbf{C}_\eta) / E_{\text{tx}}$.

Sustituyendo λ en la primera condición KKT y aplicando el lema de inversión de matrices (ver apéndice C) se obtiene la expresión del filtro \mathbf{F} :

$$\mathbf{F} = \frac{1}{g} (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \xi \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \mathbf{B} = \frac{1}{g} \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \xi \mathbf{I})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{B}. \quad (\text{B.20})$$

Con la expresión de \mathbf{F} , la segunda condición KKT y aplicando el lema de inversión de matrices se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \mathbf{B}^*} &= \mathbf{B} \mathbf{C}_v - \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \xi \mathbf{I})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{C}_v + \sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T \boldsymbol{\mu}_i^* \mathbf{e}_i^T \\ &= \xi \mathbf{P} (\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \xi \mathbf{I})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{C}_v + \sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T \boldsymbol{\mu}_i^* \mathbf{e}_i^T = \mathbf{0}, \end{aligned}$$

de donde, despejando, se obtiene la expresión del filtro de realimentación \mathbf{B} :

$$\mathbf{B} = -\xi^{-1} \mathbf{P} (\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \xi \mathbf{I}) \mathbf{P}^T \sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T \boldsymbol{\mu}_i^* \mathbf{e}_i^T \sigma_{v,i}^{-2}. \quad (\text{B.21})$$

Se ha asumido que las señales $\mathbf{v}[n]$ son incorreladas, es decir $\mathbf{C}_v = \text{E} [\mathbf{v}[n] \mathbf{v}^H[n]] = \text{diag} (\sigma_{v,1}^2, \dots, \sigma_{v,N_r}^2)$. Multiplicando este resultado por la izquierda por \mathbf{S}_i y por la derecha por \mathbf{e}_i , se obtiene:

$$\mathbf{S}_i \mathbf{B} \mathbf{e}_i = -\xi^{-1} \mathbf{S}_i \mathbf{P} (\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \xi \mathbf{I}) \mathbf{P}^T \mathbf{S}_i^T \boldsymbol{\mu}_i^* \sigma_{v,i}^{-2} = \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i,$$

donde se ha aplicado la restricción sobre \mathbf{B} para que sea una matriz triangular inferior. También se ha usado el hecho de que $\mathbf{e}_j^T \sigma_{v,j}^{-2} \mathbf{e}_i = 0, j \neq i$ y $\mathbf{e}_i^T \sigma_{v,i}^{-2} \mathbf{e}_i = \sigma_{v,i}^{-2}$. Por tanto, los multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\mu}_i^*, i = 1, \dots, N_r$ son:

$$\boldsymbol{\mu}_i^* = -\sigma_{v,i}^2 \xi (\mathbf{S}_i \mathbf{P} (\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \xi \mathbf{I}) \mathbf{P}^T \mathbf{S}_i^T)^{-1} \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i. \quad (\text{B.22})$$

Se pueden reescribir las expresiones de los filtros \mathbf{F} y \mathbf{B} de las ecuaciones (B.20) y (B.21), respectivamente, al sustituir estos multiplicadores lagrangianos $\boldsymbol{\mu}_i^*$ en dichas expresiones. De esta forma, obtenemos:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \frac{1}{g} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^T \sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T (\mathbf{S}_i \mathbf{P} (\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \xi \mathbf{I}) \mathbf{P}^T \mathbf{S}_i^T)^{-1} \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T, \\ \mathbf{B} &= \mathbf{P} (\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \xi \mathbf{I}) \mathbf{P}^T \sum_{i=1}^{N_r} \mathbf{S}_i^T (\mathbf{S}_i \mathbf{P} (\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \xi \mathbf{I}) \mathbf{P}^T \mathbf{S}_i^T)^{-1} \mathbf{S}_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T. \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

Si definimos la matriz Φ^{-1} como [49]:

$$\Phi^{-1} = (\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \xi\mathbf{I})^{-1}, \quad (\text{B.24})$$

podemos descomponerla usando la factorización de Cholesky:

$$\mathbf{P}\Phi^{-1}\mathbf{P}^T = \mathbf{L}^H\mathbf{D}\mathbf{L}, \quad (\text{B.25})$$

donde Φ^{-1} es definida positiva, \mathbf{L} es una matriz triangular inferior y \mathbf{D} es una matriz diagonal. Teniendo en cuenta esta factorización en la ecuación (B.23) y siguiendo pasos análogos a los que se han explicado en la sección anterior para el caso de THP de cero forzado, obtenemos idénticas expresiones para los filtros del precodificador.

Apéndice C

Propiedades de las matrices

C.1. Lema de inversión de matrices

Considere una matriz cuadrada de la forma [84]:

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix},$$

donde A y D son matrices cuadradas e invertibles y M es también invertible. Por tanto, la matriz M puede ser factorizada como:

$$M = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & A^{-1}B \\ 0 & D - CA^{-1}B \end{bmatrix}.$$

Nótese que la matriz M ha sido factorizada en dos matrices que tienen a su vez una matriz identidad y una matriz de ceros. Operando se puede obtener la inversa de cada uno de estos factores como:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & I \end{bmatrix}^{-1} &= \begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ -CA^{-1} & I \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} I & A^{-1}B \\ 0 & D - CA^{-1}B \end{bmatrix}^{-1} &= \begin{bmatrix} I & -A^{-1}B(D - CA^{-1}B)^{-1} \\ 0 & (D - CA^{-1}B)^{-1} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Se tiene entonces que la matriz inversa de M se expresa como:

$$\begin{aligned} M^{-1} &= \begin{bmatrix} I & A^{-1}B \\ 0 & D - CA^{-1}B \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & I \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} I & -A^{-1}B(D - CA^{-1}B)^{-1} \\ 0 & (D - CA^{-1}B)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ -CA^{-1} & I \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A^{-1} + A^{-1}B(D - CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1} & -A^{-1}B(D - CA^{-1}B)^{-1} \\ -(D - CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1} & (D - CA^{-1}B)^{-1} \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{C.1}$$

Este resultado se conoce como el *lema de inversión de matrices para matrices particionadas*.

Se tiene entonces una factorización alternativa de M como:

$$M = \begin{bmatrix} A - BD^{-1}C & BD^{-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ C & D \end{bmatrix}.$$

Aprovechando el hecho de que la matriz M tiene submatrices identidad y nulas, la matriz inversa puede ser reescrita como sigue:

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} (A - BD^{-1}C)^{-1} & -(A - BD^{-1}C)^{-1}BD^{-1} \\ -D^{-1}C(A - BD^{-1}C)^{-1} & D^{-1} + D^{-1}C(A - BD^{-1}C)^{-1}BD^{-1} \end{bmatrix}. \quad (\text{C.2})$$

Comparando los elementos de las ecuaciones (C.1) y (C.2) se tiene:

$$(A - BD^{-1}C)^{-1} = A^{-1} + A^{-1}B(D - CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1}, \quad (\text{C.3})$$

lo que se conoce como *lema de inversión de matrices* [84].

C.2. Propiedades del operador traza

La traza de una matriz cuadrada $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ está definida como:

$$\text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{i,i}, \quad (\text{C.4})$$

donde $a_{i,i}$ es el i -ésimo elemento de la diagonal de la matriz A . Observando la definición de la traza, se deduce que es invariante a la traspuesta de su argumento, es decir:

$$\text{tr}(A^T) = \sum_{i=1}^n a_{i,i} = \text{tr}(A). \quad (\text{C.5})$$

Sin embargo, la traza no es invariante al conjugado de su argumento, por lo que se tiene:

$$\text{tr}(A^*) = \sum_{i=1}^n a_{i,i}^* = \left(\sum_{i=1}^n a_{i,i} \right)^* = \text{tr}^*(A). \quad (\text{C.6})$$

Combinando las ecuaciones (C.5) y (C.6), se obtiene que:

$$\text{tr}(A^H) = \text{tr}^*(A). \quad (\text{C.7})$$

Por otro lado, se puede demostrar, usando la definición de la ecuación (C.4), que:

$$\operatorname{tr}(\mathbf{BC}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n b_{i,j} c_{j,i} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m c_{j,i} b_{i,j} = \operatorname{tr}(\mathbf{CB}), \quad (\text{C.8})$$

donde $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ y $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{n \times m}$. De este resultado se puede concluir que la traza es igual a la suma de los autovalores, es decir:

$$\operatorname{tr}(\mathbf{A}) = \operatorname{tr}(\mathbf{U}\mathbf{\Delta}\mathbf{U}^H) = \operatorname{tr}(\mathbf{U}^H\mathbf{U}\mathbf{\Delta}) = \operatorname{tr}(\mathbf{\Delta}) = \sum_{i=1}^n \lambda_i, \quad (\text{C.9})$$

donde $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ es la matriz modal de \mathbf{A} , la cual contiene sus autovectores normalizados. La matriz \mathbf{U} es unitaria, es decir $\mathbf{U}^H\mathbf{U} = \mathbf{I}$. La matriz $\mathbf{\Delta}$ es diagonal y contiene los autovalores de \mathbf{A} , es decir $\mathbf{\Delta} = \operatorname{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$.

C.3. Derivadas de funciones vectoriales y matriciales

En esta sección se presentan algunas propiedades de las derivadas tanto de funciones vectoriales como matriciales. Estas propiedades se han usado en el desarrollo de los capítulos anteriores.

C.3.1. Derivadas reales

Sea $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$, $\mathbf{x} \mapsto f(\mathbf{x})$ con $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$. La derivada de $f(\mathbf{x})$ con respecto a \mathbf{x} es un vector columna de la forma:

$$\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_m} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^m.$$

Sea $g : \mathbb{R}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R}$, $\mathbf{X} \mapsto g(\mathbf{X})$ con $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times n}$. La derivada de $g(\mathbf{X})$ con respecto a \mathbf{X} está definida como:

$$\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial x_{1,1}} & \cdots & \frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial x_{1,n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial x_{m,1}} & \cdots & \frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial x_{m,n}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times n},$$

donde $x_{i,j}$ denota el i -ésimo elemento en la j -ésima columna de \mathbf{X} .

C.3.2. Derivadas complejas

Suponga que $\mathbf{z} = [z_1, \dots, z_m]^T = [x_1 + jy_1, \dots, x_m + jy_m]^T \in \mathbb{C}^m$ y $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ son transformadas por las funciones $f: \mathbb{C}^m \rightarrow \mathbb{C}, \mathbf{z} \mapsto f(\mathbf{z})$ y $g: \mathbb{C}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{C}, \mathbf{Z} \mapsto g(\mathbf{Z})$, respectivamente. La derivada de $f(\mathbf{z})$ con respecto a \mathbf{z} esta definida por el vector columna siguiente:

$$\frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial z_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial z_m} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial x_1} - j \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial y_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial x_m} - j \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial y_m} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^m.$$

La derivada con respecto al complejo conjugado de \mathbf{z} se obtiene como:

$$\frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}^*} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial z_1^*} \\ \vdots \\ \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial z_m^*} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial x_1} + j \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial y_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial x_m} + j \frac{\partial f(\mathbf{z})}{\partial y_m} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^m.$$

Por otro lado, la derivada de $g(\mathbf{Z})$ con respecto a la matriz \mathbf{Z} es una matriz $m \times n$ definida como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial \mathbf{Z}} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial z_{1,1}} & \dots & \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial z_{1,n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial z_{m,1}} & \dots & \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial z_{m,n}} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial x_{1,1}} & \dots & \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial x_{1,n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial x_{m,1}} & \dots & \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial x_{m,n}} \end{bmatrix} - \frac{j}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial y_{1,1}} & \dots & \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial y_{1,n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial y_{m,1}} & \dots & \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial y_{m,n}} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{m \times n}. \end{aligned}$$

De forma similar, la derivada de $g(\mathbf{Z})$ con respecto al complejo conjugado \mathbf{Z}^* será:

$$\frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial \mathbf{Z}^*} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial x_{1,1}} & \dots & \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial x_{1,n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial x_{m,1}} & \dots & \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial x_{m,n}} \end{bmatrix} + \frac{j}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial y_{1,1}} & \dots & \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial y_{1,n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial y_{m,1}} & \dots & \frac{\partial g(\mathbf{Z})}{\partial y_{m,n}} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{m \times n}.$$

Ejemplos

Para el desarrollo matemático de los capítulos se han usado las siguientes propiedades, donde $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times m}$ y $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^m$:

- $\frac{\partial \|\mathbf{z}\|_2^2}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{z}^*$

- $\frac{\partial(\operatorname{tr}(\mathbf{z}^H \mathbf{A} \mathbf{z}))}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{A}^T \mathbf{z}^*$
- $\frac{\Re(\mathbf{w}^T \mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}} = \frac{1}{2} \mathbf{w}$
- $\frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{A} \mathbf{Z})}{\partial \mathbf{Z}} = \mathbf{A}^T$
- $\frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{A} \mathbf{Z}^*)}{\partial \mathbf{Z}} = \mathbf{0}$
- $\frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{A} \mathbf{Z}^H)}{\partial \mathbf{Z}^*} = \mathbf{A}$
- $\frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{A} \mathbf{Z}^H)}{\partial \mathbf{Z}} = \mathbf{0}$
- $\frac{\partial \Re(\operatorname{tr}(\mathbf{A} \mathbf{Z}))}{\partial \mathbf{Z}} = \frac{1}{2} \frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{A} \mathbf{Z})}{\partial \mathbf{Z}} + \frac{1}{2} \frac{\partial \operatorname{tr}(\mathbf{A}^* \mathbf{Z}^*)}{\partial \mathbf{Z}} = \frac{1}{2} \mathbf{A}^T$
- $\frac{\partial(\operatorname{tr}(\mathbf{Z}^H \mathbf{A} \mathbf{Z}))}{\partial \mathbf{Z}} = \mathbf{A}^T \mathbf{Z}^*$
- $\frac{\partial(\operatorname{tr}(\mathbf{Z}^H \mathbf{A} \mathbf{Z}))}{\partial \mathbf{Z}^*} = \mathbf{A} \mathbf{Z}.$

C.4. Gradientes vectoriales y matriciales

Como las funciones de coste J_k con las que se ha trabajado a lo largo de esta tesis dependen de la matriz $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{m \times n}$, el gradiente $\nabla_{\mathbf{W}^*} J_k$ es una matriz formada por los vectores gradiente respecto a cada columna de \mathbf{W}^* de la forma:

$$\nabla_{\mathbf{W}^*} J_k = (\nabla_{w_1^*} J_k \nabla_{w_2^*} J_k \cdots \nabla_{w_n^*} J_k). \quad (\text{C.10})$$

Cada uno de estos vectores gradiente complejo se define como:

$$\nabla_{w_i^*} J_k = \left[\frac{\partial J_k}{\partial w_{i1}^*} \frac{\partial J_k}{\partial w_{i2}^*} \cdots \frac{\partial J_k}{\partial w_{im}^*} \right]^T = \frac{\partial J_k}{\partial w_{ij}^*} \Big|_{j=1}^m \quad i = 1, \dots, n. \quad (\text{C.11})$$

Ejemplo

Para ilustrar lo que se acaba de exponer, supongamos que $J_k = \operatorname{tr}(\mathbf{W}^H \mathbf{A} \mathbf{W})$. El gradiente será:

$$\nabla_{\mathbf{W}^*} J_k = \mathbf{A} \mathbf{W}. \quad (\text{C.12})$$

Este resultado evidentemente es coincidente con la última propiedad incluida en el apartado anterior.

Apéndice D

Condiciones Karush-Kuhn-Tucker

Consideremos un posible problema de optimización no lineal sujeto a restricciones de igualdad y de desigualdad:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{\text{opt}} &= \underset{\mathbf{X}}{\operatorname{argmin}} f(\mathbf{X}) \\ \text{sujeto a: } &g_i(\mathbf{X}) \leq 0 \text{ y } h_j(\mathbf{X}) = 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, l\}, j \in \{1, \dots, p\}, \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

donde \mathbf{X} y $\mathbf{X}_{\text{opt}} \in \mathbb{C}^{m \times n}$. Las funciones $f(\mathbf{X})$, $g_i(\mathbf{X})$, $i = 1, \dots, l$, y $h_j(\mathbf{X})$, $j = 1, \dots, p$, son reales con argumento complejo, es decir:

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{C}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R} \\ g_i &: \mathbb{C}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R}, \quad i = 1, \dots, l \\ h_j &: \mathbb{C}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R}, \quad j = 1, \dots, p. \end{aligned}$$

La función a minimizar es $f(\mathbf{X})$, $g_i(\mathbf{X})$ es la i -ésima restricción de desigualdad y $h_j(\mathbf{X})$ es la j -ésima restricción de igualdad, donde l es el número de restricciones de desigualdad y p es el número de restricciones de igualdad.

La optimización de la ecuación (D.1) puede ser resuelta con la función lagrangiana siguiente:

$$L(\mathbf{X}, \lambda_{1,1}, \dots, \lambda_{1,l}, \lambda_{2,1}, \dots, \lambda_{2,p}) = f(\mathbf{X}) + \sum_{i=1}^l \lambda_{1,i} g_i(\mathbf{X}) + \sum_{j=1}^p \lambda_{2,j} h_j(\mathbf{X}),$$

con $\lambda_{1,i} \in \mathbb{R}^{0,+}$, para $i = 1, \dots, l$, y $\lambda_{2,j} \in \mathbb{R}$, para $j = 1, \dots, p$.

Las condiciones *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT) son necesarias para solucionar cualquier problema de optimización [85–88]. Es una generalización del método de los multiplicadores de Lagrange para restricciones de desigualdad. Las condiciones KKT de primer

orden para el problema de optimización de la ecuación (D.1) se expresan como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\mathbf{X}, \lambda_{1,1}, \dots, \lambda_{1,l}, \lambda_{2,1}, \dots, \lambda_{2,p})}{\partial \mathbf{X}} &= \mathbf{0} \\ g_i(\mathbf{X}) &\leq 0 \quad i = 1, \dots, l \\ \lambda_{1,i} g_i(\mathbf{X}) &= 0 \quad i = 1, \dots, l \quad \text{y} \\ \lambda_{1,i} &\geq 0 \quad i = 1, \dots, l \\ h_j(\mathbf{X}) &= 0 \quad j = 1, \dots, p. \end{aligned}$$

Cualquier optimizador para la ecuación (D.1) debe cumplir estas condiciones KKT. Sin embargo, dado que las condiciones KKT no son suficientes en general, no todos los candidatos obtenidos de las condiciones KKT son óptimos.

Una función $f(\mathbf{X})$ (o $g_i(\mathbf{X})$) es convexa si su dominio $\mathbf{dom} f$ es un conjunto convexo, es decir si $\mathbf{dom} f$ contiene el segmento de línea que une dos puntos cualesquiera de dicho dominio y si para todo $\mathbf{X}, \mathbf{Y} \in \mathbf{dom} f$, con $\theta \in [0, 1]$, se cumple:

$$f(\theta \mathbf{X} + (1 - \theta) \mathbf{Y}) \leq \theta f(\mathbf{X}) + (1 - \theta) f(\mathbf{Y}). \quad (\text{D.2})$$

La convexidad de una función doblemente diferenciable también está caracterizada por su segunda derivada $\nabla^2 f(\mathbf{X})$, es decir, una función doblemente diferenciable es convexa si y sólo si su Hessiano es semidefinido positivo en su dominio, y es estrictamente convexa cuando el Hessiano es definido positivo.

Si las funciones objetivo y de restricción de desigualdad son convexas y las funciones de restricción de igualdad son lineales (o, de forma más general, afines), el problema es entonces un *problema de optimización convexa* (o problema convexo) [89]. En el caso de un problema de optimización convexo, las condiciones KKT no sólo son necesarias sino también suficientes, es decir, cualquier candidato es globalmente óptimo. Si la función de coste en la ecuación (D.1) es estrictamente convexa, entonces esta solución global es única. En este caso, las condiciones KKT son también suficientes para resolver el problema de programación convexo dado.

Apéndice E

Lista de acrónimos

ANN Artificial Neural Networks

AoA Angle of Arrival

AoD Angle of Departure

AWGN Additive White Gaussian Noise

BC Broadcast Channel

BCEES Blind Channel Estimation based on Eigenvalue Spread

BER Bit Error Rate

BS Base Station

BSS Blind Source Separation

CSI Channel State Information

dB Decibelios

DCSI Diferencia en CSI

DFE Decision Feedback Equalization

EASI Equivariant Adaptive Separation via Independence

EVD EigenValue Decomposition

FastICA Fast Independent Component Analysis

FDD Frequency-Division Duplex

FDMA Frequency-Division Multiple Access

HP Hybrid Precoding

iid independent and identically distributed

InfoMax Information-Maximization

KKT Karush-Kuhn-Tucker

NLOS Non-Line-Of-Sight

LMS Least Mean Squares

LOS Line-Of-Sight

LP Linear Precoding

LS Least Squares

LTV Linear Time-Varying

ML Maximum Likelihood

MIMO Multiple-Input Multiple-Output

MMSE Minimum Mean Square Error

MSE Mean Square Error

MU MultiUser

NR No Robusto

OSTBC Orthogonal Space-Time Block Codes

PCSI Partial Channel State Information

PDF Probability Density Function

PSNR Peak Signal-to-Noise Ratio

QAM Quadrature Amplitude Modulation

QPSK Quadrature Phase Shift Keying

R Robusto

RMS Root Mean Square

Rx Receiver

SCM Spatial Channel Model

SER Symbol Error Rate

SISO Single-Input Single-Output

SNR Signal-to-Noise Ratio

ST Spatio-Temporal

STBC Space-Time Block Codes

STC Space-Time Codes

STTC Space-Time Trellis Codes

TCSI Total Channel State Information

TDD Time-Division Duplex

TDMA Time-Division Multiple Access

TH Tomlinson-Harashima

THP Tomlinson-Harashima Precoding

Tx Transmitter

WiMAX IEEE 802.16 standard

ZF Zero-Forcing

Bibliografía

- [1] J. S. Seybold, *Introduction to RF Propagation*. John Wiley & Sons, 2005.
- [2] J. G. Proakis and J. Salehi, *Digital Communications*. McGraw Hill, 1983.
- [3] A. Goldsmith, *Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2005.
- [4] A. Paulraj, R. Nabar, and D. Gore, *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2003.
- [5] T. S. Rappaport, *Wireless Communications-Principles and Practice*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2001.
- [6] T. M. Biglieri, R. Calderbank, A. Constantinides, A. Goldsmith, A. Paulraj, and H. V. Poor, *MIMO Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2007.
- [7] I. E. Telatar, "Capacity of Multi-antenna Gaussian Channels." *Technical Memorandum, Bell Laboratories, Lucent Technologies*, October 1995.
- [8] G. G. Raleigh and J. M. Cioffi, "Spatio Temporal Coding for Wireless Communication," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, no. 3, pp. 357–366, 1998.
- [9] G. J. Foschini and M. J. Gans, "On Limits of Wireless Communications in a Fading Environment when Using Multiple Antennas," *Wireless Personal Communications*, vol. 6, pp. 311–335, 1998.
- [10] A. J. Paulraj and C. B. Papadias, "Space-Time Processing for Wireless Communications," *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 49–83, November 1997.
- [11] F. A. Dietrich, W. Utschick, and P. Breun, "Linear Precoding Based on a Stochastic MSE Criterion," in *Proc. of the 13th European Signal Processing Conference*, September 2005.
- [12] F. A. Dietrich, P. Breun, and W. Utschick, "Robust Tomlinson-Harashima Precoding for the Wireless Broadcast Channel," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 55, no. 2, pp. 631–644, February 2007.
- [13] R. Esmailzadeh and M. Nakagawa, *TDD-CDMA for Wireless Communications*. Artech House, 2002.

- [14] —, “TDD-CDMA for the 4th Generation of Wireless Communications,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 41, no. 8, pp. 8–15, August 2003.
- [15] W. Keusgen, C. M. Walke, and B. Rembold, “A System Model Considering the Influence of Front-End Imperfections on the Reciprocity of Up- and Downlink System Impulse Responses,” in *Proc. ASST 2001*, September 2001, pp. 243–248.
- [16] Philips, *Comparison Between MU-MIMO Codebook-based Channel Reporting Techniques for LTE Downlink*. 3GPP TSG RAN WG1, Tech. Rep. R1-062483, October 2006.
- [17] S. Sesia, I. Toufik, and M. Baker, *LTE, The UMTS Long Term Evolution: From Theory to Practice*. John Wiley & Sons, 2009.
- [18] J. G. Andrews, *Fundamentals of WiMAX: Understanding Broadband Wireless Networking*. Prentice Hall, 2007.
- [19] F. Dietrich, R. Hunger, M. Joham, and W. Utschick, “Robust Transmit Wiener Filter for Time Division Duplex Systems,” in *Proc. 3rd International Symposium on Signal Processing and Information Technology*, December 2003, pp. 415–418, Darmstadt, Germany.
- [20] F. A. Dietrich and W. Utschick, “Robust Tomlinson-Harashima Precoding,” in *Proc. PIMRC 2005*, vol. 1, September 2005, pp. 136–140.
- [21] S. Haykin, *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Macmillan College Publishing Company, New York, 1994.
- [22] —, *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, 1996.
- [23] J. V. Stone, *Independent Component Analysis: A Tutorial Introduction*. MIT Press, 2004.
- [24] P. Comon and C. Jutten, *Handbook of Blind Source Separation, Independent Component Analysis and Applications*. Academic Press, 2010.
- [25] J. F. Cardoso and A. Souloumiac, “Blind Beamforming for Non-Gaussian Signals,” *IEEE Proceedings-F*, vol. 140, no. 6, pp. 362–370, 1993.
- [26] A. Bell and T. Sejnowski, “An Information-Maximization Approach to Blind Separation and Blind Deconvolution,” *Neural Computation*, vol. 7, no. 6, pp. 1129–1159, November 1995.
- [27] S. Roberts and R. Everson, *Independent Component Analysis: Principles and Practice*. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [28] A. Hyvärinen, J. Karhunen, and E. Oja, *Independent Component Analysis*. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [29] A. K. Nandi and V. Zarzoso, “Fourth-Order Cumulant Based Blind Source Separation,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 3, no. 12, pp. 312–314, December 1996.

- [30] A. Dapena, H. Pérez-Iglesias, and V. Zarzoso, “Blind Channel Estimation Based on Maximizing the Eigenvalue Spread of Cumulant Matrices in (2 x 1) Alamouti’s Coding Schemes,” *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 12, no. 6, pp. 516–528, 2012.
- [31] A. Dapena, *Fundamentos de los Algoritmos Adaptativos de Separación de Señales*. Editorial Académica Española, 2011.
- [32] C. Bishop, *Neural Networks for Pattern Recognition*. Clarendon Press, 1995.
- [33] R. Callan, *The Essence of Neural Networks*. Prentice Hall Europe, 1999.
- [34] L. Fausett, *Fundamentals of Neural Networks*. Prentice Hall, 1994.
- [35] J. Hertz, A. Krogh, and R. G. Palmer, *An Introduction to the Theory of Neural Computation*. Addison Wesley, 1991.
- [36] F. M. Ham and I. Kostanic, *Principles of Neurocomputing for Science and Engineering*. McGraw Hill, 2001.
- [37] M. A. Arbib, *The Handbook of Brain Theory and Neural Networks*. MIT Press, 1995.
- [38] C. Jutten and J. Herault, “Blind Separation of Sources, Part I: An Adaptive Algorithm Based on Neuromimetic Architecture,” *Signal Processing*, vol. 24, pp. 1–10, July 1991.
- [39] A. Cichocki and R. Undehauen, “Robust Neural Networks with on-line Learning for Blind Identification and Blind Separation of Source,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 43, no. 11, pp. 894–906, 1996.
- [40] G. Deco and W. Brauer, “Nonlinear Higher-order Statistical Decorrelation by Volume-Conserving Neural Architectures,” *Neural Networks*, vol. 8, no. 4, pp. 525–535, April 1995.
- [41] P. Comon, “Blind Separation of Sources, Part II: Problems Statement,” *Signal Processing*, vol. 24, pp. 11–20, July 1991.
- [42] O. Macchi and E. Moreau, “Self-Adaptive Source Separation, Part I: Convergence Analysis of a Direct Linear Network Controlled by Herault-Jutten Algorithm,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, pp. 918–926, 1997.
- [43] J. F. Cardoso and B. Laheld, “Equivariant Adaptive Source Separation,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 44, no. 12, pp. 3017–3030, December 1996.
- [44] A. Hyvärinen, “Fast ICA for Noisy Data Using Gaussian Moments,” *In Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, vol. 5, pp. 57–61, 1999.
- [45] E. Oja and Z. Yuan., “The Fastica Algorithm Revisited: Convergence Analysis,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 14, no. 6, pp. 1370–1381, 2006.
- [46] V. Zarzoso, P. Comon, and M. Kallel., “How Fast is FastICA.” *In Proc. European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, 2006.

- [47] H. Pérez-Iglesias, *Blind Channel Estimation for Space-Time Block Codes: Novel Methods and Performance Studies. PhD dissertation.* University of A Coruña, 2010.
- [48] J. F. Cardoso and A. Souloumiac, “Jacobi Angles for Simultaneous Diagonalization.” *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 17, no. 1, pp. 161–164, 1996.
- [49] K. Kusume, M. Joham, W. Utschick, and G. Bauch, “Efficient Tomlinson-Harashima Precoding for Spatial Multiplexing on Flat MIMO Channel,” in *Proc. International Conference on Communications*, vol. 3, May 2005, pp. 2021–2025, Seoul, Korea.
- [50] M. Joham, W. Utschick, and J. A. Nossek, “Linear Transmit Processing in MIMO Communications Systems,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 8, pp. 2700–2712, August 2005.
- [51] B. R. Vojčić and W. M. Jang, “Transmitter Precoding in Synchronous Multiuser Communications,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, pp. 1346–1355, October 1998.
- [52] J. A. Nossek, M. Joham, and W. Utschick, “Transmit Processing in MIMO Wireless Systems,” in *Proc. of the 6th IEEE Circuits and Systems Symposium on Emerging Technologies: Frontiers of Mobile and Wireless Communication*, May/June 2004, pp. I–18 – I–23, Shanghai, China.
- [53] M. Joham, *Optimization of Linear and Nonlinear Transmit Signal Processing. PhD dissertation.* Munich University of Technology, 2004.
- [54] R. L. Choi and R. D. Murch, “New Transmit Schemes and Simplified Receiver for MIMO Wireless Communication Systems,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 2, no. 6, pp. 1217–1230, November 2003.
- [55] H. R. Karimi, M. Sandell, and J. Salz, “Comparison between Transmitter and Receiver Array Processing to Achieve Interference Nulling and Diversity,” in *Proc. PIMRC*, vol. 3, September 1999, pp. 997–1001.
- [56] P. M. Castro, *Design of Limited Feedback for Robust MMSE Precoding in Multiuser MISO Systems. PhD dissertation.* University of A Coruña, 2009.
- [57] M. Tomlinson, “New Automatic Equaliser Employing Modulo Arithmetic,” *Electronics Letters*, vol. 7, no. 5/6, pp. 138–139, March 1971.
- [58] H. Harashima and H. Miyakawa, “Matched-Transmission Technique for Channels with Intersymbol Interference,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 20, no. 4, pp. 774–780, August 1972.
- [59] R. F. H. Fischer, *Precoding and Signal Shaping for Digital Transmission.* John Wiley & Sons, 2002.
- [60] M. Joham, J. Brehmer, and W. Utschick, “MMSE Approaches to Multiuser Spatio-Temporal Tomlinson-Harashima Precoding,” in *Proc. of the 5th International ITG Conference on Source and Channel Coding*, January 2004, pp. 387–394, Erlangen, Germany.

- [61] K. Kusume, M. Joham, W. Utschick, and G. Bauch, "Cholesky Factorization with Symmetric Permutation Applied to Detecting and Precoding Spatially Multiplexed Data Streams," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 55, no. 6, pp. 3089–3103, June 2007.
- [62] R. F. H. Fischer, C. Windpassinger, A. Lampe, and J. H. Huber, "Space-Time Transmission using Tomlinson-Harashima Precoding," in *Proc. of the 4th ITG Conference on Source and Channel Coding*, January 2002, pp. 139–147.
- [63] D. A. Shnidman, "A Generalized Nyquist Criterion and an Optimum Linear Receiver for a Pulse Modulation System," *The Bell System Technical Journal*, vol. 46, pp. 2163–2177, November 1967.
- [64] G. K. Kaleh, "Channel Equalization for Block Transmission Systems," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 13, pp. 110–121, January 1995.
- [65] N. Wiener, *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series*. MIT Press, 1949.
- [66] A. R. Kaye and D. A. George, "Transmission of Multiplexed PAM Signals over Multiple Channel and Diversity Schemes," *IEEE Transactions on Communication Technology*, vol. COM-18, pp. 520–526, October 1970.
- [67] J. H. Winters, "Optimum Combining for Indoor Radio Systems with Multiple Users," *IEEE Transactions on Communications*, vol. COM-35, pp. 1222–1230, November 1987.
- [68] M. Joham, K. Kusume, M. H. Gzara, W. Utschick, and J. A. Nossek, "Transmit Wiener Filter for the Downlink of TDD DS-CDMA Systems," in *Proc. ISSSTA*, vol. 1, September 2002, pp. 9–13.
- [69] M. E. Austin, "Decision Feedback Equalization for Digital Communication over Dispersive Channels," *Technical report 437. M.I.T. Lincoln Laboratory*, August 1967.
- [70] A. Duel-Hallen, "A Family of Multiuser Decision-Feedback Detectors for Asynchronous Code-Division Multiple-Access Channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, no. 2/3/4, pp. 421–434, February/March/April 1995.
- [71] M. Joham and W. Utschick, "Ordered Spatial Tomlinson Harashima Precoding," in *Smart Antennas — State-of-the-Art*, ser. EURASIP Book Series on Signal Processing and Communications, T. Kaiser, A. Bourdoux, H. Boche, J. R. Fonollosa, J. B. Andersen, and W. Utschick, Eds. EURASIP, Hindawi Publishing Corporation, 2006, vol. 3, ch. III. Transmitter, pp. 401–422.
- [72] K. Kusume, M. Joham, and W. Utschick, "MMSE Block Decision-Feedback Equalizer for Spatial Multiplexing with Reduced Complexity," in *Proc. IEEE Global Telecommunications Conference*, vol. 4, November/December 2004, pp. 2540–2544, Dallas, Texas, USA.
- [73] A. Papoulis, *Signal Analysis*. McGraw Hill, 1977.

- [74] G. Ginis and J. M. Cioffi, "A Multi-User Precoding Scheme achieving Crosstalk Cancellation with Application to DSL Systems," in *Proc. Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, vol. 2, October 2000, pp. 1627–1631.
- [75] J. Balakrishnan, M. Rupp, and H. Viswanathan, "Optimal Channel Training for Multiple Antenna Systems," in *Proc. Conference on Multiaccess, Mobility and Teletraffic for Wireless Communications*, December 2000.
- [76] P. M. Castro, J. A. García-Naya, A. Dapena, and D. Iglesia, "Channel Estimation Techniques for Linear Precoded Systems: Supervised, Unsupervised and Hybrid Approaches," *Signal Processing*, vol. 91, no. 7, pp. 1578–1588, 2011.
- [77] E. Moreau and O. Macchi, "Complex Self-Adaptive Adaptive Algorithms for Source Separation Based on Higher Order Contrasts," *Signal Processing VII: Theories and Applications*, pp. 1157–1160, 1994.
- [78] D. Gesbert, M. Shafi, D. shan Shiu, P. J. Smith, and A. Naguib, "From Theory to Practice: An Overview of MIMO Space-Time Coded Wireless Systems." *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 21, pp. 281–302, 2003.
- [79] S. M. Alamouti, "A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless communications," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, pp. 1451–1458, October 1998.
- [80] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45, no. 5, pp. 1456–1467, July 1999.
- [81] J. Balakrishnan, M. Rupp, and H. Viswanathan., "Optimal Channel Training for Multiple Antenna Systems," *Proc. of the Conference on Multiaccess, Mobility and Teletraffic for Wireless Communications*, vol. 5, pp. 25–37, 2000.
- [82] W. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. John Wiley & Sons, 1974.
- [83] R. B. Ertel, P. Cardieri, K. W. Sowerby, T. S. Rappaport, and J. H. Reed, "Overview of Spatial Channel Models for Antenna Array Communication Systems," *IEEE Personal Communications*, vol. 5, pp. 10–22, February 1998.
- [84] L. L. Scharf, *Statistical Signal Processing – Detection, Estimation, and Time Series Analysis*. Addison-Wesley, 1991.
- [85] W. Karush, *Minima of Functions of Several Variables with Inequalities as Side Conditions*. M.S. Thesis. The University of Chicago, 1939.
- [86] R. Fletcher, *Practical Methods of Optimization*. John Wiley & Sons, 1967.
- [87] D. G. Luenberger, *Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley, 1989.
- [88] H. W. Kuhn and A. W. Tucker, "Nonlinear Programming," in *Proc. Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*. University of California Press, 1951, pp. 481–492.

- [89] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004.

