ESTIMACIÓN DE LA ETTI PARA LA GESTIÓN PASIVA DE CARTERAS DE RENTA FIJA

MÁSTER OFICIAL EN BANCA Y FINANZAS

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES

UNIVERSIDAD DE LA CORUÑA

Autor: Francisco Rodeiro Gómez

Tutores: Lucía Boedo Vilabella

Begoña Álvarez García

Año 2010

ÍNDICE:

Págs

<u>GRÁFICOS:</u>

TABLAS:

1. INTRODUCCIÓN

El trabajo que aquí se presenta es el primer trabajo de investigación realizado al finalizar el Master de Banca y Finanzas de la Universidad de A Coruña. El tema que en este trabajo se trata es el relativo a la determinación de la Estructura Temporal de los tipos de interés (ETTI), es decir, la determinación de los tipos de mercado a los diferentes plazos. Este es un tema central en Finanzas, puesto que la ETTI real no es observable, por lo que se han propuesto complejos modelos financieros para su estimación. El objetivo de este trabajo es proponer un nuevo modelo, de estructura más sencilla, para la determinación de la ETTI no observable a partir de la curva de rentabilidad observable.

El modelo ha sido diseñado a partir de las explicaciones y el posterior estudio de la materia financiera relativa a la valoración y gestión del riesgo de los activos de renta fija. Estos conocimientos han sido impartidos en dos asignaturas: Valoración de Activos Financieros y Gestión de Riesgos Financieros. El estudio de estas asignaturas me ha proporcionado la base financiera y el razonamiento matemático que hizo que se me ocurriese el estudio empírico planteado. Dicha idea se fue madurando a través de la realización de multitud de cálculos y pruebas. Soy consciente de que el modelo planteado es únicamente una aproximación más, quizás no sea la más rigurosa. No obstante, lo que considero más meritorio es la novedad y singularidad del estudio empírico, ya que ha sido en su totalidad gestado o ideado por mí. Además, este modelo presenta, al contrario que muchos otros, una estructura sencilla y fácilmente comprensible.

Para la comprensión del modelo empírico se realiza en primer lugar la exposición teórica de diversos temas, que consideramos de la envergadura suficiente para este tipo de trabajos. En una segunda parte se propone el modelo. Y por último se se realizan dos contrastes que pusieran de manifiesto que este modelo no comete grandes errores en la estimación de la ETTI [1].

El trabajo implica gran cantidad de cálculos y pruebas. Algunos de ellas se muestran en forma de anexos al final del mismo. El motivo es hacer más sencilla la lectura y comprensión del cuerpo central del trabajo.

Las conclusiones finales sintetizan y valoran el trabajo realizado. Además de las conclusiones tradicionales relativas a las ventajas e inconvenientes del trabajo presentado, se incluyen también un tipo de conclusiones en el que se describen las implicaciones que a nivel formativo me ha supuesto la realización de este primer trabajo de investigación, en concreto se mencionan los principales problemas que me he encontrado y cuáles son los principales beneficios que a nivel personal he obtenido con la realización de este trabajo.

[1] En el epígrafe siguiente, relativo a la estructura general del trabajo, se sintetiza y explica el contenido de éste de una forma más detallada.

2. RESUMEN Y PLANTEAMIENTO GENERAL DEL TRABAJO

En este trabajo se propone un modelo para aproximar la estructura temporal de los tipos de interés (ETTI) a partir de la curva de rentabilidad (yield curve en terminología anglosajona). Se parte del conocimiento de que la curva de rentabilidad y la ETTI son curvas parecidas, aunque no exactamente iguales. Con los datos reales del mercado no es posible obtener la curva de tipos al contado, sin embargo es fácil obtener la curva de rentabilidad. El modelo propuesto corrige el valor de las TIR mediante un índice, para la obtención del spot no observable.

Después de un largo examen sobre qué factores son los principales distorsionadores de la curva de rentabilidad, a la hora de ser utilizada como aproximación de la ETTI, nos hemos percatado que podríamos resumirla en cuatro variables diferentes, que integrarían este índice corrector: el vencimiento del bono, el cupón del mismo, el intervalo entre la TIR final y la TIR inicial y el tipo de interés inicial. Las conclusiones obtenidas con respecto a estas cuatro variables son las siguientes:

1) El cupón pagado por los bonos utilizados para la construcción de la curva de rentabilidad. En relación a esta variable, cuanto mayor sea el cupón pagado por dichos bonos, mayor será el error cometido por la curva de rentabilidad.
2) El vencimiento de los bonos utilizados para la construcción de la curva de rentabilidad. En este caso, cuanto más días resten hasta el vencimiento del bono, el error que comete la curva de rentabilidad también es mayor
3) El intervalo existente entre la TIR del bono correspondiente al plazo sobre el cual pretendemos estimar el tipo spot y la TIR correspondiente al bono con el

menor vencimiento. En cuanto a esta variable, cuanto más grande sea dicho intervalo, mayor será la cuantía del error que comete la curva de rentabilidad

4) El tipo de interés inicial. Como hemos visto, esta última variable es la que menos afecta al error pero cuanto mayor sea la TIR del bono correspondiente al menor vencimiento, mayor será la cuantía del error cometido por la curva de rentabilidad.

La obtención del valor del índice corrector se obtiene a partir de una regresión lineal en la que las variables explicativas son las cuatro variables estudiadas. El valor del índice corrector se sumará o restará en función, respectivamente, de si la ETTI se suponga creciente o decreciente.

$$r_{0,t} = TIR_t \pm (\beta_0 + \beta_1 X_c + \beta_2 X_{vto} + \beta_3 X_{int} + \beta_4 X_{i_0} + \varepsilon_t)$$

El trabajo empírico finaliza con dos contrastes. El primero de ellos consiste simplemente en la comparación de la ETTI teórica inicial de partida con la curva resultante de la aplicación del modelo propuesto. A través de la simple observación y comparación de los valores obtenidos para cada una de las curvas mencionadas podemos captar una primera idea sobre la bondad del estudio realizado. En el segundo contraste se trata de comprobar si el modelo es adecuado para realizar una estrategia pasiva a través de una inmunización simple. En concreto se examinarán las pérdidas en las que se podría incurrir como consecuencia de la utilización del modelo propuesto de ETTI.

En cuanto a la estructuración de este trabajo de investigación, podemos diferenciar fundamentalmente tres partes:

1. Una primera parte de tipo descriptivo en la cual expondremos los conceptos y los conocimientos que han sido utilizados como base para el desarrollo del modelo propuesto. Esta parte teórica se centra en la definición y comprensión de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI), de la Curva de Rentabilidad, qué es lo que debemos tener en cuenta para la estimación de dichas curvas o cuáles son sus aplicaciones prácticas. Dentro de las aplicaciones de la ETTI nos detendremos en la gestión de carteras de renta fija, centrándonos en la gestión pasiva, para lo que será necesario explicar con anterioridad qué variables miden los distintos riesgos inherentes a este tipo de activos, en qué se basan y cómo se construyen dichas variables, cómo deben ser interpretadas y cuáles son sus limitaciones.

2. En la segunda parte del trabajo se desarrolla un modelo empírico de determinación de la ETTI a partir de la curva de rendimientos. En esta segunda parte del trabajo se detallarán los pasos seguidos para la construcción del modelo, las distintas relaciones que hemos observado entre las variables, su posterior contrastación.

3. El trabajo finaliza con una serie de conclusiones en las que se exponen cuáles son, a nuestro entender, las limitaciones y ventajas del modelo que proponemos. También se incluyen las aportaciones que, a nivel formativo y personal, ha supuesto la realización de este primer trabajo de investigación.

3. LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS

3.1. CONCEPTO

Antes de comenzar la explicación de qué es la ETTI: cómo se construye, cómo se interpreta y cuáles son sus aplicaciones, nos parece pertinente introducir una serie de cuestiones previas para facilitar el entendimiento de un concepto en principio complejo, tanto conceptual como operativamente.

Una primera cuestión sería la comprensión del concepto "tipo de interés". Se trata de un concepto financiero básico que es utilizado en el lenguaje común. No obstante, la mayoría de las personas no lo interpreta correctamente. Estrictamente el tipo de interés es la relación de intercambio del dinero entre dos momentos del tiempo diferentes.

- Así, para el que renuncia a un dinero hoy a cambio de su recuperación en el futuro, es lo que obtendría de más en ese momento futuro a cambio de renunciar a la disposición actual. Sería pues su recompensa.
- Para el que hoy no dispone de dinero y lo ha de tomar prestado con el compromiso de devolverlo en el futuro, sería la cantidad adicional a pagar en el futro sobre lo estrictamente tomado en préstamo. En este caso sería el coste derivado del disfrute hoy de un dinero no suyo.

Este coste para uno y recompensa para otro, no se expresa en términos absolutos (cantidad de euros o, en general, unidades monetarias) sino en términos relativos sobre cada 100 euros tomados en préstamo (o prestados) y para una referencia temporal de un año. Así, un tipo de interés del 5% significa que por cada 100 euros tomados o cedidos en préstamo durante un año, se ha de pagar o recibir 5 euros. Este mismo tipo de interés es, para el que toma en préstamo, el coste financiero que asume y, para el que presta el dinero, la rentabilidad que obtiene.

Una operación financiera es un intercambio de capitales entre dos individuos, de modo que uno presta y el otro toma prestado. Continuando con el ejemplo de la explicación, un individuo estaría prestando al 5% y el otro tomando en préstamo a ese coste. Surge aquí la siguiente pregunta: ¿Cómo se fija este tipo de interés (rentabilidad para uno y coste para otro)? Depende, esencialmente, del grado de riesgo que tal intercambio de capitales implique. En toda operación financiera existe incertidumbre, puesto que se está intercambiando un capital hoy (por lo tanto cierto) por otro futuro y el futuro siempre es incierto. Si esta incertidumbre es muy baja al tipo a aplicar se le denomina "tipo de interés libre de riesgo". A medida que esta incertidumbre aumenta, el prestamista (el que entrega el capital hoy) exigirá una mayor rentabilidad como compensación por asumir ese mayor riesgo, por lo que el tipo de interés ha de aumentar por encima del tipo de interés libre de riesgo. A la diferencia entre el tipo de interés libre de riesgo y el aplicado se le denomina "prima de riesgo".(por ejemplo, una operación será más arriesgada cuanto más sea el plazo hasta la devolución del dinero, cuanta peor capacidad de devolución tenga el prestatario, cuanto menor sea el conocimiento sobre el valor de recuperación de la inversión realizada, etc.).

Una vez comprendido de forma genérica lo que es un tipo de interés, se ha de señalar que en Finanzas existen muchas clases de tipo de interés, cada uno con una interpretación diferente. Dentro de estos explicaremos dos en concreto: el tipo de interés al contado o spot y la tasa interna de rentabilidad.

El Tipo de interés al contado o tipo de interés spot: Es el tipo de interés por período que el mercado exige por el intercambio de dinero hoy por dinero en un momento futuro determinado y en un único plazo.

La tasa interna de rentabilidad, comúnmente conocida por sus siglas TIR, indica la rentabilidad que ofrece un título y se calcula como aquel tipo de interés que hace equivalente el precio que se ha de pagar por un bono y los cobros que dicho bono reportará en el futuro.

El tipo de interés al contado es un tipo del mercado, es decir, es lo que el mercado exige por renunciar a un dinero en el momento actual a cambio de una única cantidad en el futuro. Por el contrario, la TIR es un tipo de interés relativo a un título, es la rentabilidad concreta que un título en cuestión reporta.

Los tipos de interés en el mercado no permanecen fijos. Sin entrar en una explicación del porqué, sabemos que según el ciclo de la economía, la tasa de ahorro, las diversas políticas económicas, etc…, los tipos de interés cambian y se denomina riesgo de tipo de interés o riesgo de mercado el riesgo que tiene su origen en estos cambios (por ejemplo, el cambio de la cuota de una hipoteca como consecuencia de estar contratada con referencia al Euribor).

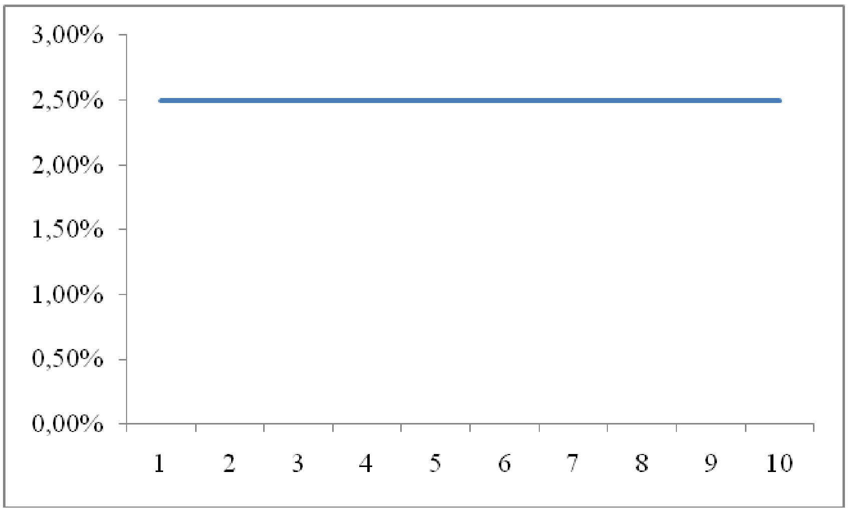
Tras estos conceptos previos, se inicia a continuación la explicación del concepto y determinación de la estructura temporal de los tipos de interés, a la que con frecuencia los manuales se refieren simplemente con sus siglas (ETTI).

Se entiende por Estructura Temporal de los Tipos de Interés la relación funcional existente en un momento dado entre los tipos de interés spot y sus plazos respectivos. Su representación gráfica se denomina curva de tipos de interés al contado o simplemente curva de tipos, aunque es frecuente denominar ETTI tanto a la relación funcional en si como a su representación gráfica.

Las tres formas básicas de la curva de tipos son:

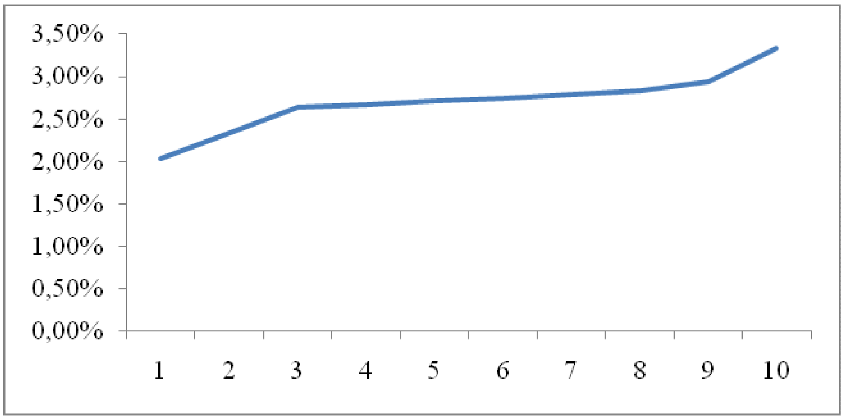
- Horizontal o plana: La ETTI adquiere esta forma cuando los tipos de interés spot tienen siempre el mismo valor independientemente del plazo con el que se relaciona. Se trata de algo muy poco frecuente, sin embargo, en muchos estudios se utiliza como hipótesis de partida ya que facilita enormemente el tratamiento del riesgo de los bonos y el cálculo de diversos índices que permiten realizar estrategias de gestión de carteras.

Gráfico nº1: ETTI horizontal o plana



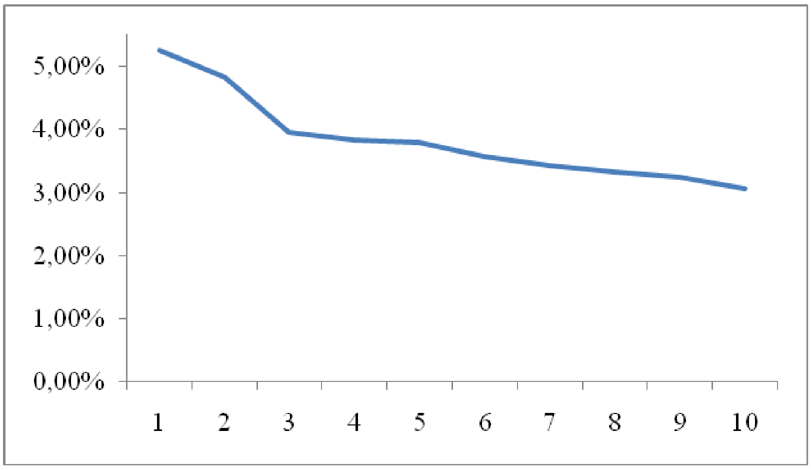
- Creciente: Se da en el caso de que los tipos de interés spot fuesen aumentando a medida que el plazo fuese mayor.

Gráfico nº2: ETTI creciente



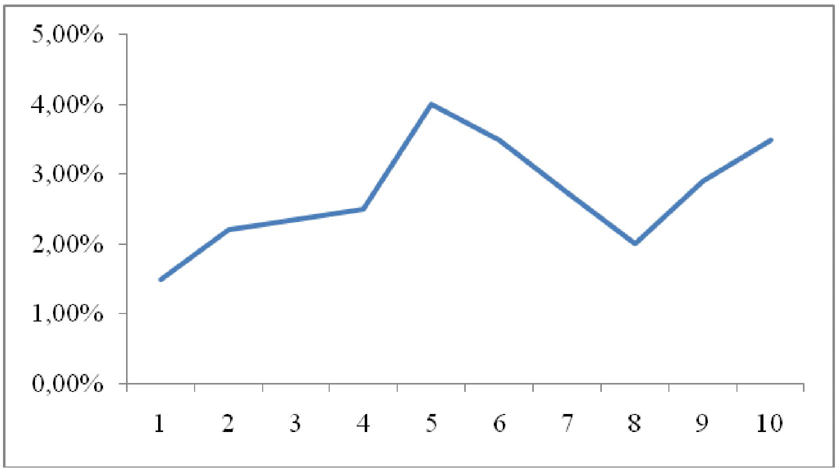
- Decreciente: Sería el caso contrario a la ETTI creciente, es decir, los tipos de interés disminuyen a medida que el plazo aumenta.

Gráfico nº3: ETTI decreciente



- Mixta: Es la ETTI más habitual y en ella se alternan fases crecientes, decrecientes y planas.

Gráfico nº4: ETTI mixta



3.2. CONSTRUCCIÓN DE LA ETTI

Como ya se ha puesto de manifiesto en el apartado 3.1, en todo intercambio de capitales existe incertidumbre. Por tanto, los tipos de interés toman un valor que es resultado de la suma de dos componentes diferentes: el coste de dinero libre de riesgo y la prima de riesgo

TIPOS DE INTERÉS
- ◦ coste del dinero
- ◦ prima de riesgo

El riesgo puede tener su origen en diversas circunstancias. En la construcción de la ETTI se han de eliminar todos los riesgos a excepción del denominado "riesgo de mercado", es decir, aquel producido por los cambios en el tipo de interés del mercado.

Por ello, los activos que se incluyen para calcular los tipos spots deben cumplir las condiciones siguientes:

1. Activos que se negocien en el Mercado de Deuda Pública de los países desarrollados. Si construyésemos la ETTI mediante los tipos de interés exigidos en los diferentes intercambios o transacciones entre personas, estaríamos incorporando el componente “prima de riesgo” con un valor distinto de cero, como consecuencia de los diferentes grados de riesgo de insolvencia del prestatario (el que recibe hoy el dinero). Ello provocaría la existencia tipos de interés totalmente distintos para un mismo vencimiento. El mercado de deuda pública de los países desarrollados parece ser el más adecuado para eliminar el riesgo de insolvencia. El precio de estos activos no incorpora este riesgo, puesto que se puede aceptar que las Haciendas Públicas de estos países son plenamente solventes.

2. Activos que no realicen pagos intermedios. En la definición de tipos spot se menciona que la devolución del dinero debe realizarse en un momento único. Por ello, para calcular los tipos de interés spot no se pueden utilizarlos bonos del Mercado de Deuda Pública que realicen pagos intermedios. En efecto, lo que se trata de determinar es el tipo de interés que el mercado asigna a una inversión a un año, a una inversión a dos años, a tres años, etc. Si los activos con esos vencimientos liberasen pagos intermedios, la rentabilidad que ofrecen no podría considerarse estrictamente como la rentabilidad para las inversiones a esos plazos. Se han de utilizar pues únicamente bonos cupón cero, esto es, aquellos que no proporcionan ningún pago antes de su vencimiento. Al llegar éste, se abona a su poseedor la amortización y los intereses capitalizados hasta ese

momento; También se pueden utilizar bonos emitidos al descuento, éstos tampoco producen pagos intermedios, ya que se emiten a un precio inferior al valor nominal y al vencimiento se recibe el nominal. Esta forma de emisión es frecuente en los bonos a menos de un año.

3. Activos de una misma región. Al acotarnos a una zona concreta eliminamos el riesgo de cambio ya que los títulos estarán expresados en la misma moneda. Incluso, mediante esta condición, también erradicamos el riesgo de liquidez ya que todos los activos que están dentro de un mismo mercado tienen una liquidez semejante.

4. Para eliminar el riesgo de inflación, se deben utilizar tipos de interés nominales y no reales.

En suma, para obtener los tipos de interés spot debemos calcular las rentabilidades a través de bonos cupón cero o emitidos al descuento del Mercado de Deuda Pública de una misma región económica.

La explicación de cómo se obtienen los tipos spots a los diferentes plazos y cómo se construye la curva de tipos se irá acompañando de un ejemplo numérico.

Supongamos que en un Mercado de Deuda Pública existen los bonos emitidos al descuento que se muestran en la tabla nº 1. En la primera columna está el vencimiento, en la segunda el precio que tienen en este momento y en la tercera el valor de amortización al vencimiento.

Tabla nº 1: Bonos en circulación correspondientes a un mercado de Deuda Pública

Vencimiento	Precio	Valor amortización
1	99	100
2	97	100
3	94	100
4	92	100
5	89	100
6	86	100
7	82	100
8	79	100
9	76	100
10	73	100

Para calcular la rentabilidad anual que en este momento ofrece cada bono simplemente se ha de plantear la ecuación de equivalencia financiera según la cual la rentabilidad es la tasa que convierte un capital actual en otro disponible dentro de "t" períodos. Para ello, debemos utilizar la siguiente fórmula:

$$VF = PA\ (1+ r_{0,t})^t$$

Siendo:

VF: valor de amortización

PA: precio de adquisición

t: plazo

$r_{0,t}$: tipo de interés spot correspondiente a cada plazo

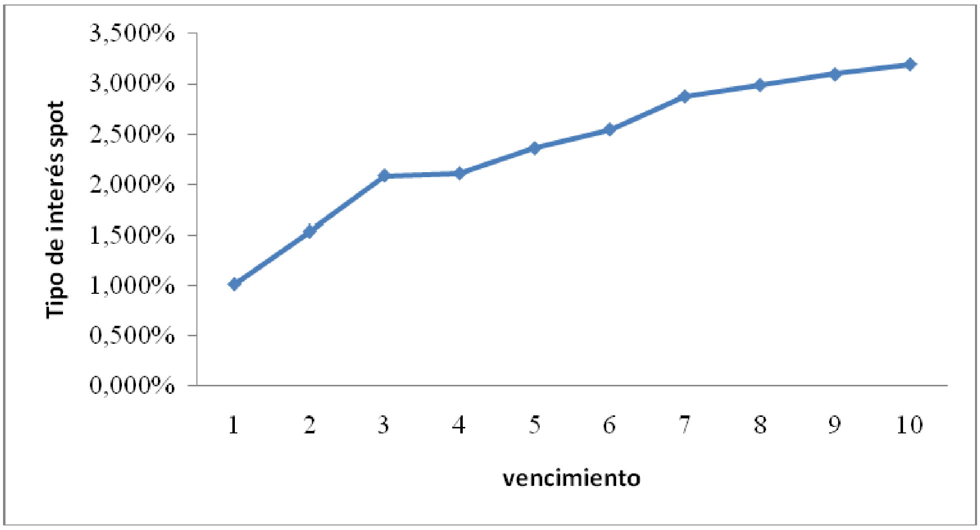
Despejando, obtendríamos la rentabilidad anual que actualmente ofrecen los bonos cupón cero a cada uno de los vencimientos posibles. Estas rentabilidades anuales serían los tipos de interés al contado o spots correspondientes a los diferentes plazos. En nuestro ejemplo, los tipos al contado serían los siguientes:

Tabla nº 2: Tipos de interés spot del ejemplo 1

Vencimiento	Tipo interés	Tipo interés (%)
1	0,01010101	1,010101%
2	0,01534616	1,534617%
3	0,02083930	2,083930%
4	0,02106418	2,106419%
5	0,02358048	2,358049%
6	0,02545575	2,545575%
7	0,02875582	2,875582%
8	0,02990368	2,990369%
9	0,03096265	3,096266%
10	0,03197152	3,197152%

A partir de esta tabla se puede dibujar fácilmente la gráfica que relaciona cada vencimiento con su spot correspondiente, gráfica denominada curva de tipos. La relación funcional entre los vencimientos y su tipo correspondiente sería la ETTI. En nuestro ejemplo, estaríamos ante una ETTI creciente, ya que los tipos de interés spot se van incrementando a medida que aumenta el vencimiento.

Gráfico nº 5: ETTI resultante de los bonos del ejemplo



3.3. APLICACIONES DE LA ETTI

Una vez obtenidos los tipos al contado o tipos spots a los diferentes plazos y construida la ETTI, pasemos a explicar cómo se interpreta y utiliza en finanzas.

Dado que los tipos spots son los tipos de interés que el mercado asigna a cada vencimiento, se pueden utilizar para hacer todo tipo de valoraciones en las que se estén manejando flujos de caja futuros a través del modelo de descuento de flujos futuros al tipo de interés correspondiente a cada uno de los vencimientos. La aplicación en Finanzas es, pues, fundamental, y múltiple. Acotemos la diversidad de aplicaciones en tres grandes tipos:

A) Valoración de activos financieros

- La ETTI nos permitirá la valoración de toda clase de activos y pasivos, ya sean financieras o reales, a partir del descuento de sus flujos de caja futuros utilizando como factor de descuento los tipos de interés spot para cada plazo

B) Valoración de activos reales

- Incluso puede ser utilizada para la valoración de empresas. Sin embargo, deberíamos de tener en cuenta que las empresas desenvuelven su actividad en un entorno con múltiples riesgos y que no son tenidos en cuenta en la elaboración de la ETTI
- También sería aplicable a la valoración de proyectos de inversión. Del mismo modo, se ha de tener en cuenta que según el grado de riesgo del

proyecto evaluado, la ETTI sería más o menos adecuada y sus valores modificados.

C) Instrumento de análisis para la gestión financiera de carteras de renta fija

- Las estrategias de gestión de carteras de renta fija utilizan la duration, y la bondad de ésta dependerán de las hipótesis que se planteen sobre la ETTI

D) Otras aplicaciones

- Contrastación empírica de los modelos que tratan de explicar las variaciones de los tipos de interés y el riesgo de interés
- Análisis del riesgo de crédito para activos financieros no incluidos en la deuda pública

Nosotros, en esta investigación, nos centraremos en la utilización de la ETTI como instrumento de análisis para gestión de carteras de renta fija.

4. RIESGOS DERIVADOS DE LA VARIACIÓN DE LA ETTI

En un entorno de estabilidad de los tipos de interés, el valor de una cartera de renta fija también se mantendría estable, es decir, no existiría el riesgo de tipo de interés. No confundir estabilidad de los tipos de interés con una ETTI plana. Los tipos de interés pueden ser estables independientemente de la forma que tenga la ETTI. La estabilidad significa que los tipos a los diferentes plazos tengan poca variación a lo largo de un período de tiempo, aunque día tras día la ETTI siga teniendo una senda creciente o decreciente o cualquier otra forma.

Sin embargo, este supuesto no refleja la realidad. Los tipos de interés varían, lo que hace que cada día la forma que tome la estructura temporal de los tipos de interés sea diferente. El riesgo derivado de la variación del tipo de interés en el mercado es analizado detalladamente por los agentes con el objetivo de cubrirse o beneficiarse de él. En este punto se ha de hacer un inciso: el riesgo no es sinónimo de pérdida. Riesgo significa volatilidad, diferencia entre el valor que se preveía y el que finalmente se ha realizado, por ello el riego puede beneficiarnos (si el valor es mejor de lo previsto) o perjudicarnos (si el valor que sucede en la realidad es peor de lo previsto)

En primer lugar analizaremos qué efectos tiene sobre una cartera los cambios de tipos de interés. Este efecto es de dos tipos:

- Riesgo de precio o riesgo de mercado ("Price risk"): Es el riesgo derivado de que cambie el precio del bono como consecuencia de cambios en los tipos de interés. La relación existente entre los tipos de interés y el precio del bono es inversa. Es decir, ante una subida del tipo de interés, el precio de nuestro bono o de nuestra cartera de bonos se verá mermado y viceversa.

• Riesgo de reinversión ("reinvestment risk"): Este riesgo aparece en el caso de bonos que paguen cupones a lo largo de su vida (es decir, en los bonos cupón cero no existe riesgo de reinversión). A medida que vayamos recibiendo cupones, éstos serán reinvertidos al tipo de interés existente en el mercado en ese momento, por lo que existirá una incertidumbre sobre a qué tipo de interés serán reinvertidos dichos cupones. Esta incertidumbre es conocida como riesgo de reinversión. En este caso, la relación entre tipos de interés y tipos de reinversión es directa. Esto es, si aumenta el tipo de interés se podrán reinvertir los cupones a tipos superiores y si disminuye, la tasa de reinversión será menor que la tasa que el titulo ofrecía. Claro está que el riesgo de reinversión no sólo se produce con los cupones, sino también con el valor de reembolso de una inversión. Al vencimiento de la inversión tendrá de invertir de nuevo este dinero a los tipos vigentes en el momento de reembolso. Los activos a corto plazo tienen pues mayor riesgo de reinversión que los activos a largo plazo.

En resumen, una variación de los tipos de interés generará dos efectos de sentido inverso. Será fundamental para el inversor conocer cuál de ellos es superior y de esta forma saber que ocurrirá con el valor de su cartera ante cambios de dicha magnitud. A continuación, vamos a ver los cuatro posibles casos que pueden llegar a darse:

1) Se produce una disminución de los tipos de interés:
    a) En el caso de que el efecto de riesgo de reinversión sea superior al de riesgo de mercado, el valor de nuestra cartera se verá reducido. Es decir, el menor

ritmo de crecimiento del valor de la cartera a lo largo del tiempo anula el efecto positivo que la disminución de tipos genera en el valor inicial de la cartera. Por lo tanto, el valor final de la cartera será menor al inicialmente esperado.

b) También puede darse el caso contrario. Es decir, que el efecto positivo que tiene sobre el valor inicial de la cartera compense el menor ritmo de crecimiento del valor de la cartera a lo largo del tiempo. Por lo tanto, el valor final de la cartera será mayor al inicialmente esperado.

2) Se produce un incremento de los tipos de interés:

a) Puede ocurrir que el efecto negativo que tiene sobre el valor inicial de la cartera (riesgo de mercado) sea compensado por un incremento del ritmo de crecimiento del valor de la cartera a lo largo del tiempo (riesgo de reinversión). Por lo tanto, el valor final de la cartera será mayor al inicialmente esperado.

b) También puede suceder lo contrario: que el efecto negativo que tiene sobre el valor inicial de la cartera (riesgo de mercado) anule el efecto positivo que tendría un mayor ritmo de crecimiento del valor de la cartera a lo largo del tiempo (riesgo de reinversión). Por lo tanto, el valor final de la cartera será menor al inicialmente esperado.

Concluimos, por tanto, que es fundamental realizar un análisis detallado de cuál es el esquema de flujos de la inversión que se realiza, ya que es esta variable, además del análisis de las formas que adquiere la ETTI, la esencial para conocer por cuál de los riesgos nos veremos en mayor medida afectados.

4.1 EL RIESGO DE MERCADO

En este epígrafe se analiza únicamente el primer tipo de riesgo provocado por la variación de los tipos de interés, el denominado riesgo de mercado, centrándonos sobre todo en los índices que se utilizan para medirlo. Es importante reseñar que estarán especialmente interesados en analizar este riesgo aquellos inversores que deseen vender su activo o cartera de renta fija antes de que llegue a su vencimiento y que pretendan conseguir un valor determinado por él/ella. Por el contrario, en el caso de que se mantenga la cartera o el activo hasta que llegue a su vencimiento, este riesgo sería nulo ya que como el activo no va a ser vendido, el que cambie el precio no nos afecta.

4.1.1 MEDICIÓN DEL RIESGO DE MERCADO. LA DURATION

Un primer indicador del riesgo de mercado de un título es su vencimiento. Cuanto mayor sea el vencimiento de un título, mayor será su riesgo de mercado. Sin embargo, esta medida presenta numerosas limitaciones ya que según esto dos bonos, independientemente del tipo del cupón, de la TIR del bono e incluso de la estructura de pagos que realicen, van a tener el mismo riesgo de mercado si a ambos le restan el mismo número de días hasta su vencimiento.

En el año 1938, Macaulay[2] obtiene otro indicador más fiable del riesgo de mercado basado también en el vencimiento de la inversión pero que no es el tiempo que resta hasta el vencimiento, sino la longevidad media de la inversión, teniendo en cuenta que los títulos normalmente liberan flujos antes de su vencimiento final. A este indicador se le denomina duration. Su cálculo se basa en la media ponderada de los vencimientos de los pagos pendientes de un título, en el que el coeficiente de ponderación es el valor actual de los pagos que se producen en cada período en relación al precio del bono (valor actual de la totalidad de los pagos del bono). Su fórmula es la siguiente:

$$D = t_1 \frac{C_1(1+r)^{-1}}{Po} + t_2 \frac{C_2(1+r)^{-2}}{Po} + \cdots + t_n \frac{C_n(1+r)^{-n}}{Po}$$

O lo que es lo mismo:

$$D = \sum_{t=1}^{n} t_j \frac{C_t(1+r)^{-t}}{P_0}$$

Donde:

◦ tj: vencimiento del j-ésimo pago generado por el título

◦ Cj: cuantía del j-ésimo pago generado por el título

◦ r: TIR del título (en la misma unidad de tiempo en que se miden los vencimientos)

◦ P_0: precio del título

◦ D: duration del título

[2] MACAULAY, Frederick: *Some Theoretical Problems Suggested by the Movement of Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices in the U.S. Since 1856*. National Bureau of Economic Research. Nueva York. 1938

La fórmula suele expresarse del modo siguiente:

$$D = t_1 * w_1 + t_2 * w_2 + \ldots + t_n * w_n$$

Siendo w_t el coeficiente de ponderación, es decir:

$$w_t = \frac{Ct\,(1+r)^{-t}}{Po}$$

Observando su cálculo, podemos deducir qué variables influyen en su valor, y por tanto, qué variables afectan al riesgo de mercado. Percibimos que, según la duration, variables como la estructura de los pagos, la TIR de un título, el vencimiento del título así como la cuantía del cupón afectan al riesgo de mercado de dicho activo. En efecto, la formulación hace que este indicador baje de valor si el título proporciona pagos iniciales de mayor cuantía (por ejemplo, un bono que devuelva nominal periódicamente), reflejando el menor riesgo de mercado de estos títulos o suba de valor si el título tiene menor tipo de cupón que otro (siendo iguales el restos de las características).

Por tanto, la duration es una medida capaz de explicar mucho mejor la exposición al riesgo de un bono que el tiempo hasta el vencimiento. Sin embargo, al igual que éste, se trata también de una medida expresada en períodos (años, semestres, según la periodicidad con la que se produzcan los pagos de un título), por lo que su comprensión es poco intuitiva ya que no expresa cómo variaría el precio de nuestro bono ante un cambio del tipo de interés, es decir, no es capaz de cuantificar el riesgo de mercado.

4.1.2. LA DURATION MODIFICADA

Es en años posteriores, cuando Fisher[3] (1966) es capaz de obtener un valor que aproxima muy bien el cambio porcentual del precio del bono ante cambios del tipo de interés de una magnitud inferior a los 50 puntos básicos[4]. Esta aproximación se consigue través de la demostración de que la duration no es más que una elasticidad y a esta nueva magnitud se le denominó duration modificada.

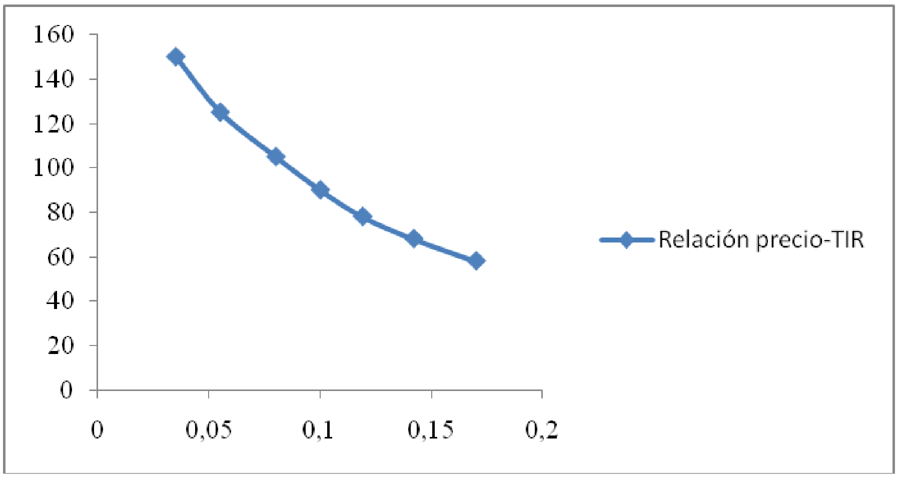
Antes de explicar en que se basa, es reseñable comentar que Fisher no es el primero en observar que la duration no es más que una elasticidad precio bono-tipo de interés, sino que anteriormente John Hicks (1939)[5] plantea el concepto de duration como medida teórica de la elasticidad. Sin embargo, a pesar de la amplia difusión de su libro, ésta magnitud no fue entendida de esta forma en el ámbito de las Finanzas hasta la publicación de Fisher en 1966.

La duration modificada se basa en lo siguiente: la relación entre el precio de un bono y su TIR es representada a través de una curva decreciente convexa. Por tanto, para analizar el cambio que provoca en el precio un cambio de los tipos de interés, matemáticamente se reflejaría con el cálculo de una pendiente respecto del punto en el cuál se encuentra el bono. Dicho cálculo se consigue mediante la derivada de la función representativa de la curva respecto del tipo de interés.

Supongamos una relación precio- rendimiento de un título como el que se muestra en el gráfico siguiente:

[3] *An algorithm for finding exact rates of return*, publicado por Journal of Business en 1966
[4] Un punto básico se corresponde con la diezmilésima parte de una unidad, es decir, en tipo de interés, un punto básico es equivalente al 0,01%
[5] *Value and Capital* (1939)

Gráfico nº 6: Relación Precio-Rendimiento de un bono



Si queremos conocer cómo cambiaría el precio de dicho bono ante un cambio del tipo de interés, podríamos obtener un valor aproximado de dicho cambio a través del cálculo de la pendiente de dicha curva en el punto de partida (la derivada de la función respecto del tipo de interés). Por tanto, para conocer cómo cambiará el precio de un bono ante cambios del tipo de interés, será necesario realizar lo siguiente:

$$P_0 = \sum \frac{C_j}{(1+TIR)^j} = C_1 * (1+TIR)^{-1} + C_2 * (1+TIR)^{-2} + \ldots + C_n * (1+TIR)^{-n}$$

$$\frac{dP}{dTIR} = -C_1 * (1+TIR)^{-1} - 2C_2 * (1+TIR)^{-2} - \ldots - n\,C_n * (1+TIR)^{-n}$$

$$S = \frac{dP}{dTIR} * \frac{1}{P} = \frac{1}{(1+TIR)} * \frac{-C_1 * (1+TIR)^{-1} - 2C_2 * (1+TIR)^{-2} - \ldots - 3\,C_n * (1+TIR)^{-n}}{P}$$

$$\frac{dP}{dTIR} * \frac{1}{P} = -\frac{1}{(1+TIR)} * Duration$$

Y a esta nueva medida se le llamó duration modificada, quedando definida de la siguiente forma:

$$DURATION\ MODIFICADA = \frac{Duration}{(1 + TIR)}$$

El valor que obtenemos de la duration modificada es el valor correspondiente a la pendiente que tiene la curva justo en el punto en el que se encuentra un bono, es decir, tenemos una medida adimensional representativa de cuánto variará el valor de “y” (precio del bono) ante un cambio de una unidad del eje “x” (tipos de interés). Dicho de otro modo, obtenemos el porcentaje de variación del precio de un bono ante un cambio de un uno por ciento de los tipos de interés. Si quisiésemos conocer el porcentaje de variación del precio ante cambios diferentes al 1% deberíamos de realizar el siguiente cálculo:

$$\frac{dP}{P} = -Duration\ modificada * dr$$

Para obtener la variación del precio del bono en términos monetarios:

Variación del precio = - P * duration modificada * dr

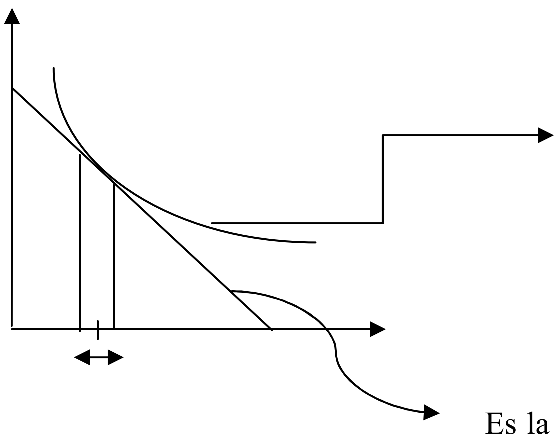
Gracias a la aparición de este término podemos calcular cuánto cambiará el precio de un bono ante cambios pequeños del tipo de interés.

4.1.3. LIMITACIONES DE LA DURATION

La duration como medida del riesgo de mercado de activos de renta fija tiene dos grandes limitaciones, que pasamos a exponer:

<u>1ª Limitación: la duration modificada se basa en la derivada de la función precio rendimiento y no en la propia función.</u>

La duration modificada obtiene la variación a partir de la derivada de la función precio-rendimiento y no de la propia función, tal y como se muestra en el gráfico que sigue:



Es la curva correspondiente a la relación precio-TIR de un título (cada punto corresponde al precio real dada una TIR)

Es la pendiente de la curva en un punto concreto y como hemos visto representa la duration (cada punto de la recta corresponde a un precio estimado de un bono a través de la duration dada una TIR)

A través de este gráfico se comprende que la duration modificada sólo es una media válida del riesgo de mercado para cambios pequeños de tipos de interés (representado como el cambio entre las flechas). Sin embargo, a medida que el cambio de interés es mayor, la diferencia entre el precio real del bono y el precio estimado a través de la duration es también cada vez mayor.

Además, la duration modificada subestima las alzas en el precio y sobrestima las disminuciones del precio ante igual cambio del tipo de interés en valor absoluto.

Con el objetivo de corregir estos problemas se construye otra medida a la que se denomina convexidad. Esta nueva magnitud corrige dichas subestimaciones o sobrestimaciones y puede ser definida como los cambios que se producen en el precio del título que no son explicados por la duration. Así como la duration es la pendiente de la curva en un punto concreto, la convexidad explica como varía la pendiente a lo largo de la curva.

Como ya se ha explicado, la duration se obtiene a través del cálculo de la primera derivada de la función que relaciona precio y tipo de interés respecto del tipo de interés. En este caso, la convexidad se obtiene a través del cálculo de la segunda derivada de la misma función respecto del tipo de interés. Por tanto, tenemos:

$$\frac{d2P}{d2TIR} = \sum t\,(t+1)\,C_t\,(1+r)^{-(t+2)}$$

$$Cx = \frac{1}{2}\frac{d2P}{d2TIR}\frac{1}{P}$$

Por lo que la nueva variación del precio quedaría definida por la siguiente ecuación:

$$\frac{dP}{P} = -D_c * dr + Cx * (dr)^2$$

En el anexo nº 4 se muestra qué error se comete al utilizar la duration modificada como medida del riesgo de mercado en función de la cuantía del cambio del tipo de interés. Se observa que hasta cambios de tipos de interés de 100 puntos básicos (1%), la duration modificada puede ser considerada como una medida que aproxima bastante bien el cambio real en el precio del bono ya que contemplamos que su error en ese margen de cambio oscila entre un intervalo del 0 y del 0,27% con respecto al precio real del bono. Sin embargo, a partir de cambios mayores, la duration modificada ya no será tan eficaz para estimar el cambio en el precio que sufrirá el bono.

Si a la duration modificada le incorporamos la convexidad podemos observar que la estimación conseguida del nuevo precio del bono ante cambios de tipos de interés de hasta los 400 o 500 puntos básicos (4% o 5%) es aceptable, ya que comete errores menores al 1% respecto del precio real del título.

En conclusión, podríamos decir que estas medidas son buenas para aproximar los cambios en los precios de los títulos de renta fija para cambios del tipo de interés menores al 5%. Habitualmente los cambios no son tan importantes, por lo que la utilización conjunta de duration modificada y convexidad es una buna medida del riesgo de mercado y la duration modificada en exclusiva sería también válida para cambios inferiores a un punto porcentual, lo cual ya es un cambio sensible de los tipos de interés.

2º Limitación: diversas hipótesis que subyacen en la duration

La segunda limitación y la más importante es que la duration ha sido construida bajo ciertas hipótesis que no siempre se cumplen.

Para el cálculo de la duration se ha utilizado el rendimiento del título y no los tipos spots. Esto sería válido si los tipos de mercado fuesen iguales a dicha TIR Como la TIR puede ser interpretada como una media ponderada de los tipos spot, podemos intuir que TIR y tipos spot sólo van a coincidir en todos los plazos en dos situaciones:

1) Para los bonos cupón cero o emitidos al descuento. Sólo se realiza un pago y, por tanto, TIR y tipo de interés spot van a coincidir. La media ponderada de un tipo spot va a ser el propio tipo spot.
2) Cuando la ETTI fuese plana y sus variaciones fuesen paralelas. En este caso los tipos spot también coincidirían con la TIR de los títulos. La TIR es calculada como la media ponderada de varios tipos spot cuyo valor es idéntico, por lo que media será el valor de los tipos spot, es decir, TIR y tipos spot coinciden. Además, si suponemos que la variaciones en los tipos de interés del mercado es idéntica para todos los plazos, lo que ocurre es un desplazamiento de la ETTI que provocará un aumento o disminución de la misma cuantía en todos los tipos de interés spot y también una variación idéntica de la TIR de todos los títulos con independencia de sus características.

Por tanto a modo de resumen, podríamos decir que la medida de duration modificada y convexidad está construida bajo las hipótesis de una ETTI plana y con variaciones paralelas de los tipos de interés y en caso de no cumplirse estas hipótesis estaríamos cometiendo un error al utilizarlas como medida de riesgo de mercado de los bonos

Esta segunda limitación es la causante de que la duration sea puesta en duda por algunos estudiosos, ya que está construida bajo unas hipótesis que no suelen cumplirse en la realidad.

4.2. RIESGO DE REINVERSIÓN Y ESTRATEGIAS DE GESTIÓN DE CARTERAS DE RENTA FIJA

En este apartado sólo vamos a mencionar qué es el riesgo de reinversión y explicar en qué consiste una de las estrategias de gestión de carteras de activos de renta fija: la inmunización simple, ya que es una de las estrategias más utilizadas por inversores que conforman carteras finalistas y además es la estrategia en la que centraremos una parte de nuestro estudio empírico. Entendemos por carteras finalistas aquellas, cuyo objetivo consiste en hacer frente a un pago o un conjunto de pagos futuros. Este tipo de carteras reciben también la denominación de "dedicated portfolios" o carteras aplicadas a un fin.

Tal y como se ha explicado en epígrafes precedentes (concretamente en el epígrafe cuarto), el riesgo de reinversión es un riesgo que asumen aquellos que adquieren activos a un plazo inferior a su horizonte temporal de inversión. Una vez que el activo llegue a su vencimiento, el inversor debe colocar su dinero en otro activo, puesto que su horizonte de inversión no ha finalizado, enfrentándose al riesgo de que los tipos de interés hayan cambiado desde el momento inicial.

Con el objetivo de controlar ambos riesgos (riesgo de mercado y riesgo de reinversión), los agentes llevan a cabo diferentes estrategias de gestión de sus carteras, las cuales pueden ser clasificadas en dos grandes grupos bien diferenciados: las denominadas estrategias activas y las estrategias pasivas.

- Las estrategias activas de gestión de carteras de activos de renta fija tratan de maximizar la rentabilidad esperada dado un nivel de riesgo. Se intenta obtener ventajas a través de la previsión acertada en cuanto a las variaciones en los cambios de los tipos de interés, modificaciones en la curva de rentabilidad, cambios en los diferenciales de los rendimientos o expectativas individuales sobre activos financieros. Este tipo de estrategias presentan el riesgo de equivocarse en la previsión.
- Sin embargo, las estrategias pasivas no radican en las expectativas sobre los tipos de interés, sino todo lo contrario, el objetivo de éstas es alcanzar una serie de objetivos independientemente de cuál sea la evolución de los tipos de interés. Se trata precisamente de cubrirse del riesgo de tipo de interés y es la estrategia seguida por aquellos invesores con mayor grado de aversión al riesgo. Por este motivo, son las más utilizadas por los inversores que deben realizar un pago o una serie de pagos en un momento futuro determinado ("dedicated portfolios")

4.2.1. ESTRATEGIAS PASIVAS DE GESTIÓN DE CARTERAS DE ACTIVOS DE RENTA FIJA. LA INMUNIZACIÓN SIMPLE

Como hemos citado en el apartado anterior, tienen como objetivo minimizar el riesgo de interés y es una herramienta muy útil para aquellos inversores que deben de hacer frente a un pago en el futuro. En efecto, en el caso de estar ante un contexto de certidumbre sobre los tipos de interés, el inversor sería capaz de hacer frente al pago futuro simplemente invirtiendo una cuantía igual al valor actual del pago futuro que debe realizar. Sin embargo, nos movemos en un contexto de incertidumbre, dónde nunca sabemos con plena seguridad que va a ocurrir con los tipos de interés. Por lo tanto, el inversor debe utilizar una estrategia pasiva. Las más conocidas son las siguientes:

- Cash-flow matching
- Inmunización simple
- Inmunización múltiple
- Gestión del GAP

En nuestro caso, vamos a centrarnos en la inmunización simple ya que es la estrategia sobre la cual se basará buena parte de nuestro estudio empírico.

Se dice que una cartera está inmunizada para un período de tiempo si su valor al final de dicho período de tiempo es, necesariamente y con independencia de cuál sea la evolución de los tipos de interés, como mínimo el que tendría si la función de los tipos de interés permanece constante a lo largo de dicho período de tiempo.

Según el teorema de Fisher y Weil (1971)[6] la cartera estará inmunizada cuando la duration de la cartera en el momento inicial sea igual al horizonte temporal deseado por el inversor. No profundizaremos la fundamentación teórica y matemática de este teorema, puesto que no es este nuestro objetivo, sino que simplemente se demostrará su cumplimiento de forma práctica. En el anexo nº 5 vamos a exponer un ejemplo en el cual observaremos que cuando la duration de una cartera es muy próxima al horizonte temporal de la inversión, el valor de ésta es siempre muy similar a pesar de que se produzcan cambios en los tipos de interés del mercado, tal como enuncian Fisher y Weil en su teorema. Este caso práctico nos permitirá comprender esta teoría de una forma mucho más sencilla.

[6] Lawrence Fisher y Roman Weil (1971), *Coping with the risk of interest rate fluctuations: Returns to bondholders from naive and optimal strategies*, publicado por Journal of Business

5. CÁLCULO DE LA TIR DE UN TÍTULO

La Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI) es la herramienta básica para la valoración de los activos de renta fija, comúnmente denominados bonos y obligaciones.

En efecto, el precio de un título es obtenido a través del valor actual de los pagos futuros a los que da derecho ser el poseedor de dicho activo, actualizando los pagos utilizando los diferentes tipos spot.

$$P_0 = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{C_j}{(1 + r_{0,t})^t}$$

Siendo:

P_0: precio del título

C_j: la cuantía del cupón que realiza el bono

$r_{0,t}$: tipo de interés spot correspondiente al plazo t

Una vez conocido el precio, obtendremos la TIR del título a través del cálculo del tipo de interés que iguala el precio del activo con los cobros a los que se tiene derecho.

$$P_0 = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{C_j}{(1 + r)^t}$$

Siendo "r" la TIR y la incógnita que se pretende calcular

Se deduce de este razonamiento que en realidad la TIR de un título es desde un punto de vista matemático un tipo un tipo de interés medio de los diferentes tipos spots a los que han sido actualizados los pagos. Esta media es geométrica y ponderada, siendo la ponderación la cuantía de cada pago respecto al precio del título.

$$P_0 = C_j\,(1+ r_{0,t})^{-1} + C_j\,(1+ r_{0,t})^{-2} + \ldots + C_j\,(1+ r_{0,t})^{-n}$$

$$\Downarrow$$

$$P_0 = C_j\,(1+ r)^{-1} + C_j\,(1+ r)^{-2} + \ldots + C_j\,(1+ r)^{-n}$$

5.1. LA CURVA DE RENTABILIDAD

Se puede deducir fácilmente que el cálculo de una ETTI sería prácticamente inmediato si se dispusieses de una cantidad suficiente de bonos cupón cero o emitidos al descuento por Estados desarrollados para todos los vencimientos posibles. Sin embargo esto no es así. De hecho, no es habitual encontrar bonos con estas características para vencimientos mayores a 18 meses y esto es lo que provoca que la construcción de la ETTI sea, por el contrario, una tarea ciertamente compleja, para la que se han desarrollado diversos modelos como son los propuestos por Merton (1973), Vasicek (1977), Cox, Ingersoll y Ross (1985), Nelson y Siegel (1987) o Svensson (1994).

Todos estos modelos son modelos econométricos que se centran en la estimación de la ETTI con base en la corriente deductiva. La corriente deductiva define *a priori* una forma funcional de acuerdo con la evolución de los tipos de interés e imponiendo una serie de restricciones se estima el valor de los parámetros.

Además, dentro de los modelos que se centran en la corriente deductiva podemos distinguir dos posibles variantes: modelos de no arbitraje y modelos de equilibrio general. En el caso del modelo Cox, Ingersoll y Ross (1985), quizás uno de los modelos más vanagloriados, se trata de un que plantea la determinación de la ETTI como un problema de equilibrio general. En este tipo de modelos se considera que los tipos de interés siguen una evolución estocástica y los precios de los activos financieros dependen de éstos. Por tanto, se obtiene una ecuación diferencial en la cual se especifican las variables que influyen en la determinación de los precios de los bonos.

En este trabajo se presenta un modelo de determinación de la ETTI a partir de la curva de rentabilidad. Soy consciente de que el modelo planteado es únicamente una aproximación más, quizás no sea la más rigurosa. No obstante, lo que considero más meritorio es la novedad y singularidad del estudio empírico, ya que ha sido en su totalidad gestado o ideado por mí. Además, este modelo presenta, al contrario que muchos otros, una estructura sencilla y fácilmente comprensible.

Así como no se puede disponer de bonos cupón cero a muchos vencimientos posibles, sí que se pueden encontrar en el mercado bonos con cupón con diversidad de vencimientos. A partir del precio, cotización o valor de los diferentes bonos con cupón y su esquema de flujos futuros, se calcula la rentabilidad de cada uno de estos bonos. Dado que hay una gran diversidad de bonos a un año, a dos años, a tres años, etc, se obtendrían diversos valores de TIR de bonos a un año, a dos años, a tres años, etc. No obstante, una técnica sencilla, como una regresión a partir de una nube de puntos, nos permitiría obtener una relación funcional entre el período y la rentabilidad que le corresponde. La representación gráfica de esta función sería la curva de rentabilidad.

Ante la dificultad de obtención de la curva de tipos al contado como consecuencia de la imposibilidad de encontrar bonos cupón cero a todos los vencimientos, se utiliza la curva de rentabilidad como aproximación de la curva de tipos.

A partir de las explicaciones de los apartados 3.1 y 5, en los que se muestra matemáticamente cómo se obtienen los tipos spots y cómo se realiza la valoración de los bonos con cupón a partir de los spots, sabemos que la TIR de un título es una media ponderada y geométrica de los spots que intervienen en su valoración. Esta igualdad matemática es el punto de partida y la base sobre la que se sustenta el modelo empírico que se presenta en este trabajo de determinación de la ETTI no observable en la realidad a partir de la curva TIR sí observable.

5.2. RELACIÓN ENTRE LA CURVA DE TIPOS AL CONTADO (ETTI) Y LA CURVA DE RENTABILIDAD

Comenzaremos observando cuál es la relación existente entre la ETTI y la curva de rentabilidad. Retomemos el ejemplo de la ETTI que hemos construido en el apartado 3.2.

Tabla nº 3: Ejemplo de una ETTI creciente ficticia

Vencimiento	Tipo interés
1	1,010101%
2	1,534617%
3	2,083930%
4	2,106419%
5	2,358049%
6	2,545575%
7	2,875582%
8	2,990369%
9	3,096266%
10	3,197152%

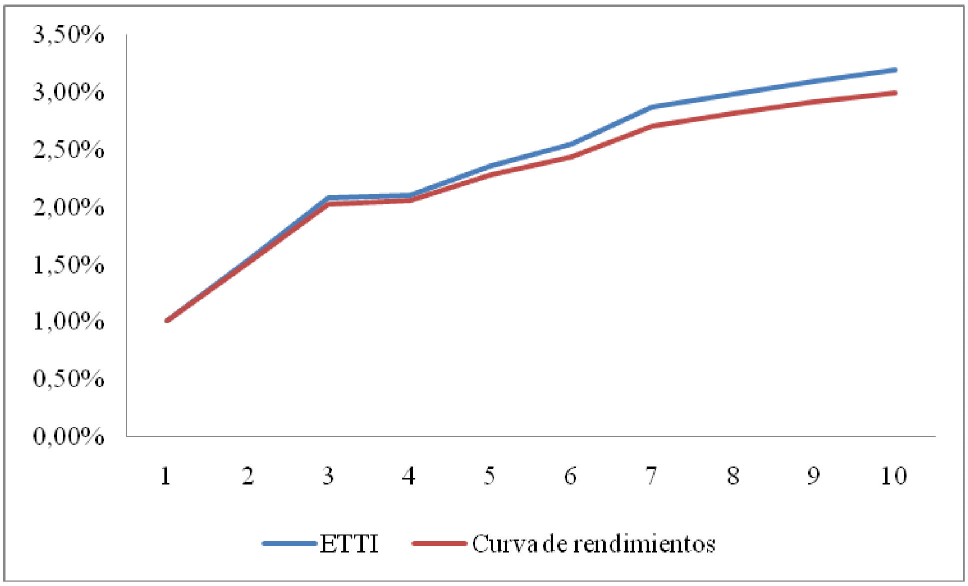
Y a continuación, calcularemos la TIR de títulos con tipo de cupón del 10% anual para cada uno de los diferentes plazos expuestos en la tabla anterior (anexo nº 6). Cada uno de los valores de la TIR que obtendremos será el correspondiente a los diferentes puntos que conforman la curva de rentabilidad. Por tanto, con la mera unión de dichos puntos ya conseguimos dicha curva:

Tabla nº 4: Curva de rentabilidad resultante del cálculo de la TIR de bonos con cupón anual del 10% con distintos plazos y con base a la ETTI ficticia de la tabla 3

Vencimiento	Tipo interés	TIR (C=10%)
1	1,010101%	1,010101%
2	1,534617%	1,511365%
3	2,083930%	2,021329%
4	2,106419%	2,057662%
5	2,358049%	2,278963%
6	2,545575%	2,443632%
7	2,875582%	2,712404%
8	2,990369%	2,818514%
9	3,096266%	2,913452%
10	3,197152%	3,000986%

Nos detendremos en este punto a observar la relación entre la curva de rentabilidad y la ETTI. Se advierte claramente que cuando la ETTI es creciente, la curva de rentabilidad se queda por debajo de dicha curva y que a medida que resta más tiempo hasta el vencimiento del bono, el error que comete la curva de rentabilidad es cada vez mayor, por lo que aparentemente ya tenemos un factor distorsionador: el vencimiento.

Gráfico nº 7: Curva de rentabilidad resultante del cálculo de la TIR de bonos con cupón anual del 10% con distintos plazos y con base a la ETTI ficticia de la tabla 3



A continuación, examinaremos que ocurre ante una ETTI decreciente. Supongamos ahora el caso en el que la ETTI es expresada por los siguientes valores:

Tabla nº 5: Ejemplo de una ETTI decreciente ficticia

Vencimiento	Tipo de interés
1	5,263158%
2	4,828484%
3	3,960892%
4	3,842560%
5	3,796900%
6	3,574417%
7	3,424803%
8	3,321014%
9	3,248103%
10	3,056842%

Al igual que en el caso anterior vamos a observar qué relación existe entre la curva de rentabilidad de un bono[7] con cupón anual del 10% y la propia ETTI (anexo nº 7). Seguidamente exponemos el cuadro resultante:

Tabla nº 6: Curva de rentabilidad resultante del cálculo de la TIR de bonos con cupón anual del 10% con distintos plazos y con base a la ETTI ficticia de la tabla 5

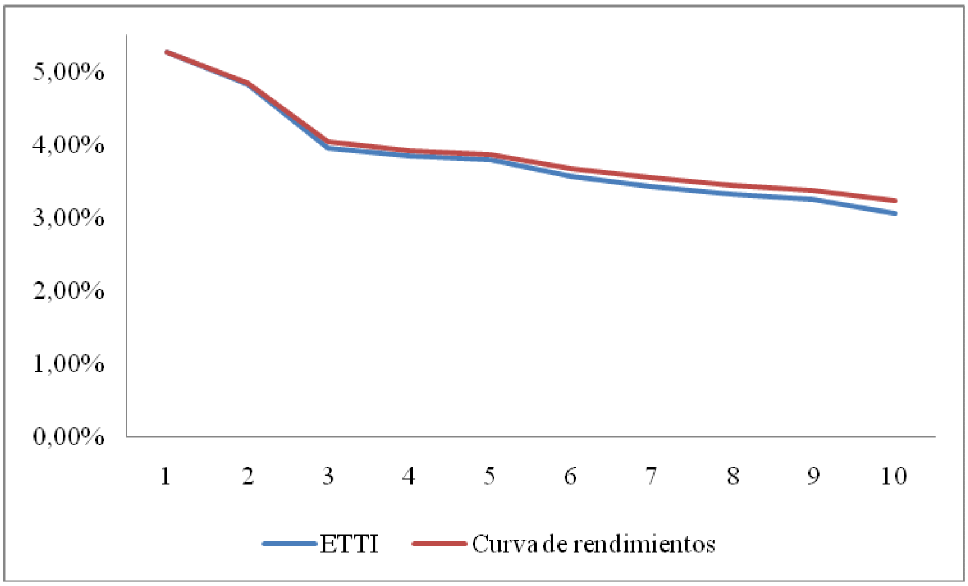
Vencimiento	Tipo de interés	TIR (C=10%)
1	5,263158%	5,263158%
2	4,828484%	4,848177%
3	3,960892%	4,048747%
4	3,842560%	3,922750%
5	3,796900%	3,868019%
6	3,574417%	3,676598%
7	3,424803%	3,545420%
8	3,321014%	3,452110%
9	3,248103%	3,384268%
10	3,056842%	3,236844%

En este caso, contemplamos que ante una ETTI decreciente, la curva de rentabilidad siempre va a estar por encima de dicha curva y, al igual que en el caso anterior, la aproximación es cada vez peor a medida que el vencimiento del bono es mayor.

Gráfico nº 8: Curva de rentabilidad resultante del cálculo de la TIR de bonos con cupón anual del 10% con distintos plazos y con base a la ETTI ficticia de la tabla 5

[7] Vamos a suponer siempre bonos americanos simples (ni emitidos con un descuento sobre el nominal ni amortizados con una prima sobre el nominal) ya que son los de mayor negociación en los mercados de Deuda Pública

[8] Vamos a suponer siempre bonos americanos simples (ni emitidos con un descuento sobre el nominal ni amortizados con una prima sobre el nominal) ya que son los de mayor negociación en los mercados de Deuda Pública



6. Variables que influyen en el error cometido por la curva de rentabilidad como aproximación de la ETTI.

A lo largo de este epígrafe se irán mostrando las variables que provocan que la diferencia que se produce entre el tipo spot y la TIR a un vencimiento sea mayor. Esto es, aquellas variables que hacen que la curva de rentabilidad sea una aproximación peor de la curva cupón cero o ETTI. Estas variables se integrarán posteriormente en un índice corrector que se ha de sumar o restar a la TIR de un plazo para obtener el spot correspondiente a dicho plazo.

Cabe resaltar que cada una de las conclusiones que hemos ido obteniendo y que vamos ir mencionando han sido conseguidas a través del exhaustivo estudio de múltiples ejemplos y no sólo de los que mostraremos a lo largo del estudio.

6.1. RELACIÓN ERROR COMETIDO POR LA CURVA DE RENTABILIDAD Y EL VENCIMIENTO DEL BONO

Los razonamientos mostrados en el epígrafe anterior, acompañados de sus respectivos ejemplos ilustrativos, permiten concluir que la curva de rentabilidad es una aproximación de la ETTI cuyo ajuste es peor a medida que aumenta el vencimiento del bono. Es decir, el error cometido por la curva de rentabilidad en relación con la ETTI es cada vez mayor a medida que el vencimiento del bono crece, *ceteris paribus*[9].

En suma, se parte de una primera afirmación que es que el vencimiento del bono es una de las características que influyen en el error que comete la curva de rentabilidad al aproximar la ETTI.

6.2. RELACIÓN ERROR COMETIDO POR LA CURVA DE RENTABILIDAD Y EL CUPÓN DEL BONO

A continuación, analizaremos cómo se comportan los errores cometidos por la curva de rentabilidad cuando calculamos la TIR de bonos que ofrecen distintos cupones. Es decir, vamos a intentar intuir la relación existente entre la cuantía del cupón del bono sobre el cual se calcula su TIR y el error que comete la curva de rentabilidad como aproximación a la ETTI. Acompañaremos de nuevo nuestros razonamientos con ejemplos, manteniendo ahora los mismos ejemplos que los utilizados anteriormente (ETTI de la tabla nº 3 y la ETTI de la tabla nº 5)

Tabla nº7: Comparación de una ETTI decreciente (tabla nº5) con curvas de rentabilidad construidas en base a dicha ETTI y bonos idénticos excepto el cupón anual que ofrecen

[9] Ceteris paribus es una expresión que significa manteniendo todo lo demás constante

Vencimiento	TIR (C=10%)	TIR (C=7,5%)	TIR (C=5%)	TIR (C=2,5%)	Spot
1	5,263158%	5,263158%	5,263158%	5,263158%	5,263158%
2	4,848177%	4,843758%	4,839026%	4,833948%	4,828484%
3	4,048747%	4,029691%	4,008875%	3,986044%	3,960892%
4	3,922750%	3,905948%	3,887229%	3,866245%	3,842560%
5	3,868019%	3,853621%	3,837273%	3,818552%	3,796900%
6	3,676598%	3,656572%	3,633436%	3,606407%	3,574417%
7	3,545420%	3,522527%	3,495636%	3,463602%	3,424803%
8	3,452110%	3,428006%	3,399236%	3,364307%	3,321014%
9	3,384268%	3,360008%	3,330604%	3,294233%	3,248103%
10	3,236844%	3,205670%	3,167372%	3,119210%	3,056842%

Mediante este ejemplo percibimos como a medida que el cupón que ofrece el bono es mayor, la aproximación de la curva de rentabilidad a la ETTI es menor. Podríamos afirmar que ante una ETTI decreciente la relación entre la cuantía del cupón y la cuantía del error cometido por la curva de rentabilidad es directa.

A continuación, veremos que ocurre ante una ETTI creciente y para ello utilizaremos la que hemos construido en la tabla nº 3.

Tabla nº 8: Comparación de una ETTI creciente (tabla nº 3) con curvas de rentabilidad construidas en base a dicha ETTI y bonos idénticos excepto el cupón anual que ofrecen

Vencimiento	ETTI	TIR (C=10%)	TIR (C=7,5%)	TIR (C=5%)	TIR (C=2,5%)
1	1,010101%	1,010101%	1,010101%	1,010101%	1,010101%
2	1,534617%	1,511365%	1,516586%	1,522174%	1,528169%
3	2,083930%	2,021329%	2,034901%	2,049730%	2,065999%
4	2,106419%	2,057662%	2,067883%	2,079267%	2,092024%
5	2,358049%	2,278963%	2,294982%	2,313164%	2,333980%
6	2,545575%	2,443632%	2,463588%	2,486655%	2,513622%
7	2,875582%	2,712404%	2,743222%	2,779506%	2,822859%
8	2,990369%	2,818514%	2,849894%	2,887464%	2,933270%
9	3,096266%	2,913452%	2,945725%	2,984999%	3,033842%
10	3,197152%	3,000986%	3,034466%	3,075854%	3,128348%

En este caso, advertimos, al igual que en el caso anterior, que la relación entre la cuantía del cupón y el error cometido por la curva de rentabilidad es directa.

Por tanto, podríamos concluir que la curva de rentabilidad empeora su aproximación respecto de la ETTI a medida que el cupón del bono sobre el cual se construye la curva de rentabilidad es mayor.

A la vista de lo que hemos visto hasta ahora, podríamos decir que si fuésemos capaces de obtener la curva de rentabilidad del mercado de Deuda Pública a través de bonos cuyo cupón sea muy reducido (1% o menor), la curva de rentabilidad sería muy parecida a la ETTI. Su utilización como ETTI aproximada no cometería muchos errores y además su construcción sería extremadamente fácil.

Sin embargo, el conseguir bonos con cupones tan reducidos para todos los plazos tampoco es tarea sencilla ya que los bonos suelen proporcionar cupones más elevados. En contraposición a esto podríamos decir que en este contexto en el que nos movemos de bajos tipos de interés (el BCE establece en el momento de realización de este trabajo, primavera del 2010, tipos en un tipo de interés en entornos del 1% o 2%), sería posible conseguir bonos con cupones bastante pequeños. A pesar de ello, nos encontraríamos ante la limitación de no ser capaces de obtener bonos con cupones tan pequeños para todos los plazos y además esta aproximación a la ETTI sólo nos sería útil para este preciso momento y en contextos similares a éste, sin embargo, en el momento en que los tipos de interés comiencen a subir, el modelo dejaría de ser válido.

6.3. RELACIÓN ERROR COMETIDO POR LA CURVA DE RENTABILIDAD Y EL INTERVALO

Como hemos expuesto en el apartado 3.2, la TIR de un título puede ser considerada como una media ponderada de los diferentes tipos spot por los que se ve afectado dicho título. De esta forma, parece razonable pensar que el error que comete la curva de rentabilidad será mayor cuando el intervalo entre el tipo de interés spot menor y el tipo de interés mayor es más grande. Razonemos esta idea:

El valor de toda media de dos cifras será un número intermedio entre estas dos cifras. A medida que estas dos cifras estén más alejadas, el valor medio también estará más alejado de ambas cifras utilizadas para calcular la media[10].

En un caso análogo nos encontramos con los tipos de interés spot que conforman la ETTI y las TIR que conforman la curva de rentabilidad. En este caso, los tipos de interés spot serían las cifras utilizadas para calcular la media y la TIR sería el valor medio (en nuestro caso estaríamos ante una media ponderada y geométrica pero a efectos de lo que estamos explicando esta circunstancia no nos afecta). La distancia que existe entre el valor medio (TIR de un título a un plazo determinado) y el último de los tipos spot que afecta al bono es lo que estamos llamando error a lo largo de todo el estudio.

Retomaremos el ejemplo de la ETTI creciente (tabla nº 4) y lo compararemos con otra ETTI creciente y su correspondiente curva de rentabilidad cuyo intervalo de tipos spots sea mayor.

Tabla nº 9: Comparación de una ETTI creciente ficticia con una curva de rentabilidad construida en base a dicha ETTI y con bonos con un cupón anual del 10% y con un intervalo pequeño

---

[10] Por ejemplo: la media de 1 y 2 es 1,5 (entre la media y las cifras sobre la que se calcula la media hay 0,5 unidades). Si las cifras en base a la cuál realizamos la media están más alejadas, el valor que obtendremos de la media se alejará también de dichas cifras. Por ejemplo, la media entre 1 y 10 es 5,5 y en este caso la distancia entre la media y las cifras en base a la cual se calcula es 4,5

[11] Por ejemplo: la media de 1 y 2 es 1,5 (entre la media y las cifras sobre la que se calcula la media hay 0,5 unidades). Si las cifras en base a la cuál realizamos la media están más alejadas, el valor que obtendremos de la media se alejará también de dichas cifras. Por ejemplo, la media entre 1 y 10 es 5,5 y en este caso la distancia entre la media y las cifras en base a la cual se calcula es 4,5

Vencimiento	Tipo interés	TIR (C=10%)	Errores cometidos
1	1,010101%	1,010101%	0,000000%
2	1,534617%	1,511365%	0,023252%
3	2,083930%	2,021329%	0,062601%
4	2,106419%	2,057662%	0,048757%
5	2,358049%	2,278963%	0,079086%
6	2,545575%	2,443632%	0,101943%
7	2,875582%	2,712404%	0,163178%
8	2,990369%	2,818514%	0,171855%
9	3,096266%	2,913452%	0,182814%
10	3,197152%	3,000986%	0,196166%

Tabla nº 10: Comparación de una ETTI creciente ficticia con una curva de rentabilidad construida en base a dicha ETTI y con bonos con un cupón anual del 10% y con un intervalo grande

Vencimiento	Tipo spot	TIR (C=10%)	Errores cometidos
1	2,010101%	2,010101%	0,000000%
2	3,062073%	3,014544%	0,047529%
3	4,005315%	3,889710%	0,115605%
4	4,842560%	4,644491%	0,198069%
5	5,827344%	5,492174%	0,335170%
6	6,627723%	6,164554%	0,463169%
7	7,347348%	6,747085%	0,600263%
8	8,046261%	7,284958%	0,761303%
9	8,768590%	7,805869%	0,962722%
10	9,556225%	8,329402%	1,226823%

Podemos constatar que a medida que este intervalo es mayor, el error que comete la curva de rentabilidad al ser utilizada como aproximación de la ETTI también es mayor.

Si en lugar de tratarse de una ETTI creciente se tratase de una ETTI decreciente, el proceso a realizar sería el mismo y observaríamos la misma evolución. El efecto que tiene un aumento del periodo sobre el error que comete la curva de rentabilidad como aproximación de la ETTI es idéntico en términos absolutos al analizado con una ETTI creciente.

Por tanto, ya tenemos una tercera variable que afecta al error que comete la curva de rentabilidad como estimación de la ETTI; esta variable la denominaremos intervalo y tiene una relación directa con el error cometido.

Se ha de resaltar que la distancia que existe entre los tipos de interés spot es desconocida, ya que nosotros precisamente a través de la TIR estamos intentando estimar dichos tipos spot. Por tanto, como indicador (variable "proxy") del intervalo entre los tipos spot, utilizaremos el intervalo existente entre la TIR de los títulos ya que su evolución va en el mismo sentido que los tipos de interés spot aunque la magnitud va a ser siempre algo menor.

Utilicemos de nuevo un ejemplo para comprender este razonamiento. Retomando el caso de la ETTI creciente y su correspondiente curva de rentabilidad que estamos utilizando en todas nuestras explicaciones, y que mostramos de nuevo en la tabla número 11. Supongamos que lo que deseamos estimar es el tipo de interés spot en el 4º año. El periodo realmente significativo sería el correspondiente entre la TIR de un bono a 4 años y la TIR de un bono 1 año.

En general pues, el período determinante o intervalo es el correspondiente entre la TIR referida al plazo que deseamos analizar y la TIR referida al primer plazo. Obsérvese que cuando el intervalo es igual a cero, es decir cuando la media se realiza de un solo término (esto ocurre en el primer punto de la curva de rentabilidad, es decir, la TIR del título con menor vencimiento), no se comete ningún error. Es decir, existe un punto en el que la curva de rentabilidad estima perfectamente la ETTI y ese punto es el correspondiente a la TIR del bono que tiene el menor vencimiento de todos los utilizados para construir la curva de rentabilidad. En ese caso concreto, la TIR de ese bono y el tipo de interés spot del mercado para ese plazo coinciden.

Tabla nº11: Ejemplo de una curva de rentabilidad construida bajo una ETTI ficticia creciente y con bonos con cupón anual del 10%.

Vencimiento	Tipo interés	TIR (C=10%)
1	1,010101%	1,010101%
2	1,534617%	1,511365%
3	2,083930%	2,021329%
4	2,106419%	2,057662%
5	2,358049%	2,278963%
6	2,545575%	2,443632%
7	2,875582%	2,712404%
8	2,990369%	2,818514%
9	3,096266%	2,913452%
10	3,197152%	3,000986%

6.4. RELACIÓN ERROR COMETIDO POR LA CURVA DE RENTABILIDAD Y EL TIPO DE INTERÉS INICIAL

Ya tenemos las tres variables más distorsionadores de la curva de rentabilidad como aproximación de la ETTI. Sin embargo, todavía existe otra que nos permite explicar parte de los errores cometidos por la curva de rentabilidad. Esta variable es la TIR correspondiente al bono con vencimiento más pequeño y a esta variable la denominaremos tipo de interés inicial.

Esta relación se debe a la matemática que hay detrás del cálculo de la TIR de los bonos. Como hemos comentado varias veces a lo largo de este trabajo, la TIR se calcula a través de la siguiente fórmula:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{C_j}{(1+TIR)^t}$$

Donde el precio del título habrá sido calculado antes de calcular la TIR a través de la siguiente fórmula:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{C_j}{(1 + r_{0,t})^t}$$

Observamos que el tipo de interés spot es elevado al vencimiento al que se refiera dicho spot, por lo que podemos intuir que a igualdad de las restantes variables, el que el primer tipo de interés spot sea mayor o menor afectará al precio del título y por tanto, afectará también a la TIR.

En este caso, sí que conocemos el tipo de interés spot correspondiente al vencimiento más pequeño (tipo de interés inicial) ya que éste coincide justo con la TIR del título para ese mismo plazo. Por ello lo que hemos hecho es analizar cómo evolucionaban los valores de los errores cometidos por la curva de rentabilidad al ser utilizada como estimación de la ETTI sólo cuando cambiaba esta única variable. A continuación, se mostrará uno de los muchos ejemplos que hemos examinado.

Retomemos la ETTI creciente con su correspondiente curva de rentabilidad que hemos estado utilizando a lo largo de todo el trabajo (tabla nº4):

Tabla nº 12: Comparación entre una ETTI creciente ficticia y la curva de rentabilidad construida en base a dicha ETTI, con bono con un cupón anual del 10% y cuyo tipo de interés inicial es el 1,01%

Vencimiento	Tipo spot	TIR (C=10%)	Errores cometidos
1	1,010101%	1,010101%	0,0000%
2	1,534617%	1,511365%	0,0233%
3	2,083930%	2,021329%	0,0626%
4	2,106419%	2,057662%	0,0488%
5	2,358049%	2,278963%	0,0791%
6	2,545575%	2,443632%	0,1019%
7	2,875582%	2,712404%	0,1632%

8	2,990369%	2,818514%	0,1719%
9	3,096266%	2,913452%	0,1828%
10	3,197152%	3,000986%	0,1962%

A continuación, contemplaremos que errores comete la curva de rentabilidad al estimar la ETTI sólo cambiando el tipo de interés inicial, manteniendo todas las restantes variables constantes. Es decir, considerando el mismo ejemplo, sumaremos o restaremos alguna unidad a todos los tipos de interés spot correspondientes a los distintos vencimientos. En nuestro caso, lo que hemos hecho es observar los errores cometidos sumándole un 1%, un 2% y un 5% y compararlos con los errores cometidos inicialmente. Obtendríamos los siguientes resultados:

Tabla nº 13: Comparación entre una ETTI creciente ficticia y la curva de rentabilidad construida en base a dicha ETTI, con bono con un cupón anual del 10% y cuyo tipo de interés inicial es el 2,01%

Vencimiento	Tipo spot	TIR (C=10%)	Errores cometidos
1	2,010101%	2,010101%	0,0000%
2	2,534617%	2,511147%	0,0235%
3	3,083930%	3,020483%	0,0634%
4	3,106419%	3,056588%	0,0498%
5	3,358049%	3,277105%	0,0809%
6	3,545575%	3,440861%	0,1047%
7	3,875582%	3,707766%	0,1678%
8	3,990369%	3,812668%	0,1777%
9	4,096266%	3,906341%	0,1899%
10	4,197152%	3,992519%	0,2046%

Tabla nº 14: Comparación entre una ETTI creciente ficticia y la curva de rentabilidad construida en base a dicha ETTI, con bono con un cupón anual del 10% y cuyo tipo de interés inicial es el 3,01%

Vencimiento	Tipo spot	TIR (C=10%)	Errores cometidos
1	3,010101%	3,010101%	0,0000%
2	3,534617%	3,510930%	0,0237%
3	4,083930%	4,019634%	0,0643%
4	4,106419%	4,055502%	0,0509%
5	4,358049%	4,275219%	0,0828%
6	4,545575%	4,438037%	0,1075%
7	4,875582%	4,703031%	0,1726%
8	4,990369%	4,806678%	0,1837%
9	5,096266%	4,899028%	0,1972%
10	5,197152%	4,983783%	0,2134%

Tabla nº 15: Comparación entre una ETTI creciente ficticia y la curva de rentabilidad construida en base a dicha ETTI, con bono con un cupón anual del 10% y cuyo tipo de interés inicial es el 6,01%

Vencimiento	Tipo spot	TIR (C=10%)	Errores cometidos
1	6,010101%	6,010101%	0,0000%
2	6,534617%	6,510278%	0,0243%
3	7,083930%	7,017064%	0,0669%
4	7,106419%	7,052169%	0,0542%
5	7,358049%	7,269389%	0,0887%
6	7,545575%	7,429247%	0,1163%
7	7,875582%	7,688247%	0,1873%
8	7,990369%	7,787839%	0,2025%
9	8,096266%	7,875873%	0,2204%
10	8,197152%	7,955952%	0,2412%

Se observa que cuando la ETTI es creciente, a medida que el tipo de interés inicial es mayor, el error que comete la curva de rentabilidad al estimar la ETTI es también mayor. Haciendo el mismo análisis para una ETTI decreciente, se advierte que la evolución de los errores en términos absolutos es idéntica.

Por tanto, al igual que las tres variables analizadas anteriormente, percibimos que la relación entre el tipo de interés inicial y los errores cometidos por la curva de rentabilidad es directa, es decir, a mayor tipo de interés inicial, mayores son los errores cometidos.

7. CONSTRUCCIÓN DEL MODELO

7.1. Cuestiones iniciales

Llegados a este punto vamos a hacer un pequeño resumen sobre el desarrollo del trabajo hasta el momento. Se trata de una sistematización y recapitulación que permitirá comprender mejor los pasos siguientes.

1) Se parte del conocimiento de que la curva de rentabilidad y la ETTI son curvas parecidas, aunque no exactamente iguales. Con los datos reales del mercado no es posible obtener la curva de tipos al contado, sin embargo es fácil obtener la curva de rentabilidad.
2) En este trabajo se propone un nuevo modelo para la obtención de la curva de tipos al contado a partir de la curva de rentabilidad. En concreto la TIR observable se corrige mediante un "índice corrector" para obtener el spot no observable.
3) Y hemos estudiado cuatro variables que integrarían este índice corrector: el vencimiento del bono, el cupón del mismo, el intervalo entre la TIR final y la TIR inicial y el tipo de interés inicial[12].

[12] En un principio, estamos hablando de este índice corrector en valores absolutos y más tarde veremos qué signo deberá tener éste. Para aproximar la ETTI según el modelo que vamos a plantear,

4) Las conclusiones obtenidas con respecto a estas cuatro variables son las siguientes:

    a. El cupón pagado por los bonos utilizados para la construcción de la curva de rentabilidad. En relación a esta variable, cuanto mayor sea el cupón pagado por dichos bonos, mayor será el error cometido por la curva de rentabilidad.

    b. El vencimiento de los bonos utilizados para la construcción de la curva de rentabilidad. En este caso, cuanto más días resten hasta el vencimiento del bono, el error que comete la curva de rentabilidad también es mayor

    c. El intervalo existente entre la TIR del bono correspondiente al plazo sobre el cual pretendemos estimar el tipo spot y la TIR correspondiente al bono con el menor vencimiento. En cuanto a esta variable, cuanto más grande sea dicho intervalo, mayor será la cuantía del error que comete la curva de rentabilidad

    d. El tipo de interés inicial. Como hemos visto, esta última variable es la que menos afecta al error pero cuanto mayor sea la TIR del bono correspondiente al menor vencimiento, mayor será la cuantía del error cometido por la curva de rentabilidad.

---

lo que habrá que hacer es sumar o restar un índice corrector a la TIR de dichos títulos. Y este índice corrector será mayor a medida que las variables anteriormente mencionadas sean mayores.

[13] En un principio, estamos hablando de este índice corrector en valores absolutos y más tarde veremos qué signo deberá tener éste. Para aproximar la ETTI según el modelo que vamos a plantear, lo que habrá que hacer es sumar o restar un índice corrector a la TIR de dichos títulos. Y este índice corrector será mayor a medida que las variables anteriormente mencionadas sean mayores.

[14] En un principio, estamos hablando de este índice corrector en valores absolutos y más tarde veremos qué signo deberá tener éste. Para aproximar la ETTI según el modelo que vamos a plantear, lo que habrá que hacer es sumar o restar un índice corrector a la TIR de dichos títulos. Y este índice corrector será mayor a medida que las variables anteriormente mencionadas sean mayores.

7.2. Modelo propuesto

Tras este resumen aclaratorio nos centraremos a continuación en lo que es el objeto del epígrafe en sí: cómo se construye el modelo propuesto en este trabajo, integrando en él las variables expuestas.

Destaquemos en primer lugar que hasta este momento hemos estado hablando de la cuantía del error en términos absolutos. Esto se debe al motivo siguiente:

- Cuando la ETTI es creciente, la curva de rentabilidad se situará siempre por debajo de ésta por lo que podríamos decir que la curva de rentabilidad infravalora la ETTI. En otras palabras, el signo del error es siempre positivo. Esto va a provocar que en nuestro modelo el índice corrector tenga signo positivo.
- Sin embargo, cuando la ETTI es decreciente, la curva de rentabilidad se situará siempre por encima de ésta, por lo que en este caso la curva de rentabilidad está sobrevalorando la ETTI, por lo que el error adquiere siempre signo negativo. Por ello, en nuestro modelo el índice corrector será de signo negativo.

Por ello, en valores absolutos, para dos casos totalmente idénticos con la única diferencia de que se trate de una ETTI creciente o decreciente, el error será el mismo. La única diferencia será su signo.

En suma, en el modelo que se propone se sumaría un índice corrector a la TIR de los bonos que se han utilizado para construir la curva de rentabilidad cuando la ETTI es creciente y se restaría ese mismo índice corrector a la TIR de dichos bonos cuando la ETTI es decreciente. Esto se puede reflejar del modo siguiente:

ETTI creciente: $r_{0,t} = TIR_t + e_t$

ETTI decreciente: $r_{0,t} = TIR_t - e_t$

A continuación se expone cómo se obtiene este "índice corrector". Se trata en esencia de obtener un valor a partir de cuatro variables explicativas, por lo que se ha recurrido a un modelo de regresión lineal. La ecuación del modelo sería la siguiente:

$$e_t = \beta_0 + \beta_1 X_c + \beta_2 X_{vto} + \beta_3 X_{int} + \beta_4 X_{i_0} + \varepsilon_t$$

Siendo:

e_t: índice corrector

X_c: cuantía del cupón de los bonos utilizados para la construcción de la curva de rentabilidad medido en unidades[15]

X_{vto}: tiempo restante hasta el vencimiento de los bonos utilizados para la construcción de la curva de rentabilidad medido en años

X_{int}: cuantía del intervalo de los bonos utilizados para la construcción de la curva de rentabilidad medido en unidades

X_{i0}: cuantía del tipo de interés inicial utilizado para la construcción de la curva de rentabilidad medida en unidades

ε_t: perturbación aleatoria

Teniendo en cuenta que la ETTI puede ser creciente o decreciente, la ecuación anterior realmente se desdoblaría en dos:

ETTI creciente: $r_{0,t} = TIR_t + \beta_0 + \beta_1 X_c + \beta_2 X_{vto} + \beta_3 X_{int} + \beta_4 X_{i_0} + \varepsilon_t$

[15] Cuando me refiero a medido en unidades a que por ejemplo un bono que pague un cupón del 10% se incorporará a la ecuación como 0,10

[16] Cuando me refiero a medido en unidades a que por ejemplo un bono que pague un cupón del 10% se incorporará a la ecuación como 0,10

ETTI decreciente: $r_{0,t} = TIR_t - \beta_0 + \beta_1 X_c + \beta_2 X_{vto} + \beta_3 X_{int} + \beta_4 X_{i_0} + \varepsilon_t$

La duda que nos puede surgir a continuación es ¿Cómo sabemos qué forma tiene la ETTI si ésta no es observable? Esta pregunta tiene muy sencilla respuesta. La ETTI no es observable, precisamente es lo que pretendemos conseguir y por ello no conocemos su forma. Sin embargo, la curva de rentabilidad sí que es perceptible ya que esta curva no es más que la unión de varios puntos siendo éstos la TIR de los bonos a diferentes plazos existentes en el Mercado de Deuda Pública. Además, ya conocemos la relación existente entre ambas curvas y ya hemos visto que la curva de rentabilidad adopta siempre la forma de la ETTI pero con una pendiente más suave. Por tanto, ya conocemos la forma que tiene la ETTI en un momento determinado a través de la simple observación de cómo evolucionan la TIR de los títulos del mercado de Deuda Pública respecto al vencimiento de dichos títulos. Si la TIR aumenta a medida que le resta un mayor vencimiento a estos títulos, estaremos ante una ETTI creciente y utilizaremos el modelo en el cual el índice corrector adquiere signo positivo. Por el contrario, si la TIR de los títulos aumenta a medida que resta un menor tiempo para el vencimiento de dichos bonos, nos encontramos ante una ETTI decreciente y en este caso utilizaríamos el modelo en el cual el índice corrector adquiere signo negativo.

7.3. Cálculo de las betas del modelo

A continuación vamos pasar a calcular las diferentes betas de la regresión lineal, posteriormente las interpretaremos y por último examinaremos la bondad de dicho modelo.

Para resolver dicha regresión hemos utilizado una multitud de casos, utilizando diferentes curvas posibles de tipos en los cuales nos hemos inventado posibles curvas ETTI para un horizonte de 10 años así como los bonos existentes en el mercado con el objetivo de observar los errores que cometía la curva de rentabilidad al ser utilizada como estimación de la ETTI y poder resolver la regresión lineal. Hemos conseguido 560 datos distintos de cada una de las variables que pretendemos analizar (anexo nº 8) y hemos calculado los valores de las betas correspondientes, que nos permitirá obtener el valor de los errores que comete la curva de rentabilidad como estimación de la ETTI. Los resultados de la regresión son los siguientes:

Tabla nº 16: Resultados del modelo propuesto

	Coeficientes	**Error típico**	**Estadístico t**	**Probabilidad**
Intercepción	-0,002582558	0,000150432	-17,16760685	2,6569E-53
Cupón	0,024931551	0,001560849	15,97306543	1,56627E-47
Vencimiento	8,30562E-05	2,129E-05	3,901176295	0,000107468
Intervalo	0,104841123	0,003583893	29,2534187	1,605E-114
T.i. inicial	0,006133929	0,002369527	2,588672177	0,009887253

	Grados de libertad	**Suma de cuadrados**	**Promedio de los cuadrados**	**F**	**Valor crítico de F**
Regresión	4	0,00238688	0,00059672	561,355	1,9321E-193
Residuos	555	0,00058996	1,063E-06		
Total	559	0,00297684			

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0,895441604
Coeficiente de determinación R^2	0,801815667
R^2 ajustado	0,800387311
Error típico	0,001031018
Observaciones	560

Los resultados obtenidos indican que la estimación es bastante buena ya que su coeficiente de determinación es mayor al 80%, esto es, el 80% de las variaciones que se producen en el índice corrector (error que comete la curva de rentabilidad al estimar la ETTI) se deben a las cuatro variables explicativas que hemos utilizado como regresores.

En relación a los valores de los distintos coeficientes, todos son relevantes de forma individual con un nivel de significación menor al 1%. Es decir, con un 99% de confianza podríamos afirmar que cada unos de los regresores que hemos utilizado en la estimación del índice corrector son relevantes de forma individual.

Con respecto al valor de cada una de las betas, observamos que, tal y como se proponía, el signo de todas ellas es positivo. Hemos construido un índice corrector con el objetivo de solventar los errores que comete la curva de rentabilidad al estimar la ETTI. Por tanto, si el índice corrector es mayor en términos absolutos significará que el error que comete la curva de rentabilidad al estimar la ETTI es mayor; y, por tanto, que el valor de todas las betas asociadas a las variables explicativas de la regresión sean positivas significará que al aumentar el valor de cada una de estas variables, aumentará el valor del índice corrector. La relación con el error que comete la curva de rentabilidad al estimar la ETTI es pues directa.

El único valor que es un poco discordante es el valor del B_0, ya que este valor es interpretado como el valor que tendría el índice corrector si todas las variables explicativas tienen un valor igual a cero. El que todas las variables fuesen igual a cero significaría que estaríamos ante una ETTI plana cuyo tipo de interés es el 0%, y en ese caso el índice corrector debería ser 0 ya que la curva de rentabilidad estimaría a la perfección la ETTI. Sin embargo, si forzásemos a que la regresión tuviera un B_0 con valor igual a cero, tendríamos un problema que en este caso no aparece. Si B_0 fuese 0, la nueva regresión nos daría un valor para las betas correspondientes al vencimiento y al tipo de interés inicial negativo y esto tendría menos sentido todavía.

Por ello vamos a considerar el resultado de la regresión aceptable y lo que haremos será lo siguiente:

1) Siempre y cuando el valor del intervalo sea igual a cero, directamente diremos que el valor del índice corrector es igual a cero. Diremos esto porque que el intervalo sea igual a cero significa que estamos ante una ETTI plana y en ese caso la curva de rentabilidad estima a la perfección la ETTI
2) Nunca aplicaremos este modelo para calcular un punto de la ETTI estimada cuando el bono que utilizamos para ello, solamente le reste un pago para su vencimiento, ya que en este caso TIR y tipo de interés spot coinciden.

Por tanto el modelo general propuesto:

$$r_{0,t} = TIR_t \pm (\beta_0 + \beta_1 X_c + \beta_2 X_{vto} + \beta_3 X_{int} + \beta_4 X_{i_0} + \varepsilon_t)$$

Se plantearía de la siguiente forma para cada uno de los casos posibles:

• Si ETTI plana (intervalo = 0): $r_{0,t} = TIR_t$

• Si ETTI creciente: $r_{0,t} = TIR_t + \beta_0 + \beta_1 X_c + \beta_2 X_{vto} + \beta_3 X_{int} + \beta_4 X_{i_0} + \varepsilon_t$

• Si ETTI decreciente: $r_{0,t} = TIR_t - \beta_0 + \beta_1 X_c + \beta_2 X_{vto} + \beta_3 X_{int} + \beta_4 X_{i_0} + \varepsilon_t$

• Si el bono utilizado para calcular $r_{0,t}$ le resta un único pago: $r_{0,t} = TIR_t$

8. CONTRASTACIÓN DEL MODELO

Una vez construido el modelo de estimación de la ETTI y analizados los resultados obtenidos en la regresión, procederemos a continuación a su contrastación a través de dos pruebas diferentes:

1) En primer lugar partiremos d las ETTIs que hemos estado utilizando en los diversos ejemplos de este trabajo (tabla nº 3 y tabla nº 5) . Con una serie inventada de bonos del Mercado de Deuda Pública, calculamos la curva de rentabilidad. Observaremos qué estimación de la ETTI conseguiríamos mediante el modelo propuesto, comparándola con la curva de rentabilidad y con la ETTI que suponemos real (la de partida).

2) En segundo lugar vamos a contrastar la bondad del modelo que proponemos a través de una estrategia pasiva de carteras de renta fija que se basa en la duration: la inmunización simple. Lo que queremos examinar es cuáles son las cifras que podríamos llegar a perder como consecuencia de realizar una inmunización pasiva sobre la base de la duration obtenida según la ETTI que hemos estimado gracias al modelo propuesto, cuando realmente la ETTI es otra,

que puede ser parecida pero no igual. Nuestra estimación será considerada como poco adecuada cuando exista la posibilidad de perder una cantidad de dinero importante debido a un cambio en los tipos de interés. Por el contrario, cuanto menor sea la cantidad de dinero perdida en esta situación, mejor será el modelo.

Para la realización de este segundo contraste no podremos utilizar la duration de Macaulay ya que como hemos señalado en el epígrafe correspondiente a las limitaciones de la duration (apartado 5), esta variable sólo serviría para casos en la que la ETTI fuese plana. Sin embargo, en nuestro modelo, la ETTI puede ser también creciente o decreciente, por lo que la duration que utilizaremos será definida de manera distinta. En concreto, en lugar de construirse con la TIR, habría que operar los tipos de interés spot correspondiente a los plazos de cada uno del os pagos del título. Se define, pues, del modo siguiente:

$$D^* = \sum_{t=1}^{n} t_j \frac{Q_t(1 + r_{0,t})^{-t}}{P_0}$$

8.1. ETTI creciente

Comencemos por el primer tipo de contraste. Partamos de una ETTI creciente, utilizando de nuevo la que se viene mostrando en los diversos ejemplos (tabla nº 3).

Tabla nº 17: Ejemplo de una ETTI creciente ficticia

Vencimiento	Tipo interés spot
1	1,010%
2	1,535%
3	2,084%
4	2,106%
5	2,358%
6	2,546%
7	2,876%

8	2,990%
9	3,096%
10	3,197%

Y que en el Mercado de Deuda Pública existen los siguientes bonos:

3) Bono a 1 año con cupón del 2,5% y a un precio de 101,48 € (TIR=1,010%)
4) Bono a 2 años con cupón del 2,5% y a un precio del 101,90 € (TIR=1,528%)
5) Bono a 3 años con cupón del 2,5% y a un precio del 101,25 € (TIR=2,066%)
6) Bono a 4 años con cupón del 3% y a un precio del 103,46 € (TIR=2,089%)
7) Bono a 5 años con cupón del 3,25% y a un precio del 104,31 € (TIR=2,327%)
8) Bono a 6 años con cupón del 3% y a un precio del 102,71 € (TIR=2,508%)
9) Bono a 7 años con cupón del 4% y a un precio del 107,56 € (TIR=2,796%)
10) Bono a 8 años con cupón del 3,5% y a un precio del 104,13 € (TIR=2,914%)
11) Bono a 9 años con cupón del 4% y a un precio del 107,76 € (TIR=3,003%)
12) Bono a 10 años con cupón del 4,5% y a un precio del 112,02 € (TIR=3,085%)

En este caso la curva de rentabilidad estaría formada por los siguientes tipos de interés (siguiendo el proceso que explicamos en el anexo nº 6 nº 7):

Tabla nº 18: Comparación ETTI creciente inventada con la curva de rentabilidad resultante de los bonos que circulan en el mercado de deuda pública

Vencimiento	Tipo interés spot	TIR
1	1,010%	1,010%
2	1,535%	1,528%
3	2,084%	2,066%
4	2,106%	2,089%
5	2,358%	2,327%
6	2,546%	2,508%
7	2,876%	2,796%

8	2,990%	2,914%
9	3,096%	3,003%
10	3,197%	3,085%

Y según el modelo que hemos estimado los tipos de interés spot para los distintos plazos serían los siguientes (anexo nº9):

Tabla nº 19: ETTI estimada según el modelo que hemos propuesto

Vencimiento	Tipo de interés spot estimado
1	1,010%
2	1,409%
3	2,012%
4	2,058%
5	2,336%
6	2,537%
7	2,889%
8	3,015%
9	3,135%
10	3,246%

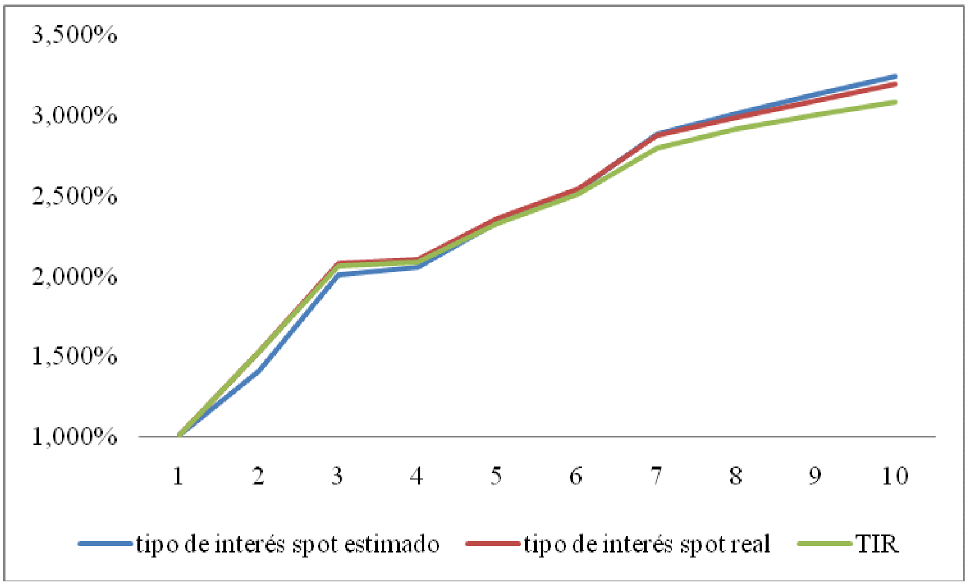
Analizaremos a continuación los valores que formarían las tres curvas y cómo sería su representación:

Tabla nº 20: Comparación ETTI real, curva de rentabilidad, y ETTI estimada a través del modelo que hemos propuesto

Vencimiento	Tipo interés spot de partida	TIR	Tipo de interés spot estimado
1	1,010%	1,010%	1,010%
2	1,535%	1,528%	1,409%
3	2,084%	2,066%	2,012%
4	2,106%	2,089%	2,058%
5	2,358%	2,327%	2,336%
6	2,546%	2,508%	2,537%
7	2,876%	2,796%	2,889%

8	2,990%	2,914%	3,015%
9	3,096%	3,003%	3,135%
10	3,197%	3,085%	3,246%

Gráfico nº 9: Representación gráfica de la ETTI real, curva de rentabilidad y ETTI estimada a través del modelo que hemos propuesto



El gráfico precedente ilustra que el modelo propuesto estima peor la ETTI que la curva de rentabilidad en los plazos iniciales. No obstante, a partir del período cinco, el modelo propuesto estima mejor la ETTI que la curva de rentabilidad. Por tanto, a través de esta simple contrastación no podemos considerar el modelo propuesto como sustancialmente mejorado con respecto a la simple utilización de la curva de rentabilidad.

Realicemos a continuación el segundo tipo de contrastación explicado. Para ello partamos del supuesto de que poseemos una cartera que esté formada por 227 bonos privados americanos con un cupón anual del 8% a un vencimiento a 6 años cuyo valor nominal es de 3.000 € y su precio a día de hoy es de 3.916,80 €. Es decir el valor de la cartera es de 889.113,60 € (anexo nº 10).

Si calculásemos la duration de esta cartera según los tipos de interés spot estimados obtendríamos una duration para esta cartera de 5,12 años, es decir, de 5 años y 45 días aproximadamente, cuando en realidad la duration de esta cartera es de 5 años y 43 días. Hay que resaltar que la duration de esta cartera según la curva de rentabilidad es de 5 años y 47 días por lo que la duration según la ETTI estimada se aproxima más a la obtenida con la ETTI que la obtenida con la curva de rentabilidad. Vamos a observar a continuación que consecuencias traería inmunizar la cartera a 5 años y 45 días en lugar de a 5 años y 43 días.

Según nuestra estimación de los tipos de interés spot y aplicándole una inmunización para 5 años y 45 días, el valor final esperado de la cartera para dicho período sería de de 1.000.383,90 €, cuando realmente según los tipos de interés reales el valor final de dicha cartera sería de 1.000.669,77 €. Esta equivocación no es la realmente importante; el error que sí puede tener importancia es el que vamos a calcular a continuación. Analizaremos como cambiarían dichos valores finales de la cartera ante diferentes escenarios de modificaciones de los tipos de interés.

Supongamos un escenario en el cual se produce una subida de un 1% en los tipos de interés correspondientes a todos los plazos (desplazamiento paralelo hacia arriba de los tipos de interés) y estudiemos qué ocurriría. En este contexto el nuevo valor final de la cartera según los tipos de interés reales sería de 1.000.564.24 €, es decir, el valor de la cartera ha sufrido una disminución del valor por una cuantía igual a 105,53 € (su rentabilidad ha caído en torno a un 0,0105%). Sin embargo, según el modelo que hemos propuesto, la caída de valor de la cartera que se espera ante una subida de los tipos de interés de idéntica magnitud es mayor. Ante el escenario mencionado, el valor final de la cartera para nuestra estimación era de 1.000.271,88 € es decir, se espera una disminución de su valor de 112,01 €, o lo que es lo mismo una caída de la rentabilidad en torno al 0,0112%

Observamos pues que utilizando el modelo propuesto, los cambios que se producen en el valor final de la cartera como consecuencia de subidas en los tipos de interés del mercado son sobrevalorados. Además, utilizando el modelo que hemos propuesto e inmunizando la cartera según la duration obtenida para la ETTI estimada corremos el riesgo de perder un poco de rentabilidad ante un cambio adverso de los tipos de interés ya que no estamos inmunizando perfectamente la cartera. Esto ocurre porque la duration que obtenemos no es exactamente igual a la duration real ya que los tipos de interés que utilizamos (tipos de interés estimados) no son idénticos a los reales.

Sin embargo, la pérdida que obtendríamos como consecuencia de esto sería poco significativa. Basándonos en este ejemplo advertimos que incluso la pérdida real de rentabilidad de la cartera (0,0105%) es menor a la pérdida de rentabilidad esperada (0,0112%), es decir estaríamos perdiendo un 0,0007% menos de lo esperado ante un aumento de 100 puntos básicos de los tipos de interés.

De forma simétrica, ante un descenso de los tipos de interés de igual cuantía, percibimos que el aumento de rentabilidad esperada de la cartera es de un 0,0346%, mientras que el aumento de rentabilidad real de dicha cartera es de un 0,0340%. Es decir, ante un descenso de los tipos de interés, el aumento de rentabilidad esperada de la cartera es mayor al aumento real, por tanto, al igual que en el caso anterior sigue sobrevalorando el cambio en la rentabilidad de la cartera ante un cambio beneficioso de los tipos de interés. Además, este diferencial es igual de pequeño que en el caso anterior, sobreestima la mejora de la rentabilidad de la cartera en 0,0007%.

En conclusión, podríamos decir que este modelo que hemos propuesto puede ser utilizado sin miedo a cometer grandes equivocaciones si nuestro fin es gestionar una cartera de activos de renta fija independientemente de que el valor de la cartera sea muy alto ya que las equivocaciones que tendremos serán mínimas. Lo más grave que nos podría suceder en este ejemplo es, ante incremento de 100 puntos básicos de los tipos de interés, que nuestra cartera pierda una rentabilidad del 0,01%. Es decir, en este caso que hemos propuesto, si invirtiésemos 10 millones de euros en una cartera de activos de renta fija y utilizásemos el modelo propuesto lo más grave que pudiera ocurrir es que los tipos de interés sufrieran un aumento (supongamos que este aumento fuese de 100 puntos básicos) y que el valor de nuestra cartera se viese mermado en 1.000 €, lo cual es una cantidad bastante pequeña en comparación con los 10 millones de euros invertidos.

8.2. ETTI decreciente

Vamos a realizar los mismos ejercicios de contrastación pero para el caso de una ETTI decreciente. De nuevo partimos de la del ejemplo base del trabajo (tabla nº 5). El objetivo es confirmar que nuestro modelo funciona tanto para ETTIs crecientes como para decrecientes.

Tabla nº 21: Ejemplo de una ETTI decreciente ficticia

Vencimiento	Tipo spot
1	5,263158%
2	4,828484%
3	3,960892%
4	3,842560%
5	3,796900%
6	3,574417%
7	3,424803%
8	3,321014%

9	3,248103%
10	3,056842%

Y los bonos existentes en el mercado son:

13) Bono a 1 año con cupón del 2,5% y a un precio de 97,37 € (TIR=5,263%)

14) Bono a 2 años con cupón del 2,5% y a un precio del 95,65 € (TIR=4,834%)

15) Bono a 3 años con cupón del 2,5% y a un precio del 95,88 € (TIR=3,986%)

16) Bono a 4 años con cupón del 3% y a un precio del 96,83 € (TIR=3,871%)

17) Bono a 5 años con cupón del 3,25% y a un precio del 97,43 € (TIR=3,824%)

18) Bono a 6 años con cupón del 3% y a un precio del 96,75 € (TIR=3,612%)

19) Bono a 7 años con cupón del 4% y a un precio del 103,16 € (TIR=3,484%)

20) Bono a 8 años con cupón del 3,5% y a un precio del 100,83 € (TIR=3,379%)

21) Bono a 9 años con cupón del 4% y a un precio del 105,24 € (TIR=3,317%)

22) Bono a 10 años con cupón del 4,5% y a un precio del 111,35 € (TIR=3,159%)

En este caso la curva de rentabilidad estaría formada por los siguientes tipos de interés:

Tabla nº 22: Curva de rentabilidad resultante de la ETTI de la tabla anterior y los bonos mencionados en la página anterior, existentes en el mercado de deuda pública

Vencimiento	TIR
1	5,263%
2	4,834%
3	3,986%
4	3,871%
5	3,824%
6	3,612%
7	3,484%
8	3,379%
9	3,317%
10	3,159%

Y los tipos de interés spot estimados según el modelo propuesto serían los siguientes (el proceso a seguir sería el mismo que en el anexo nº 9 pero con otros datos distintos):

Tabla nº 23: ETTI estimada según el modelo que hemos propuesto

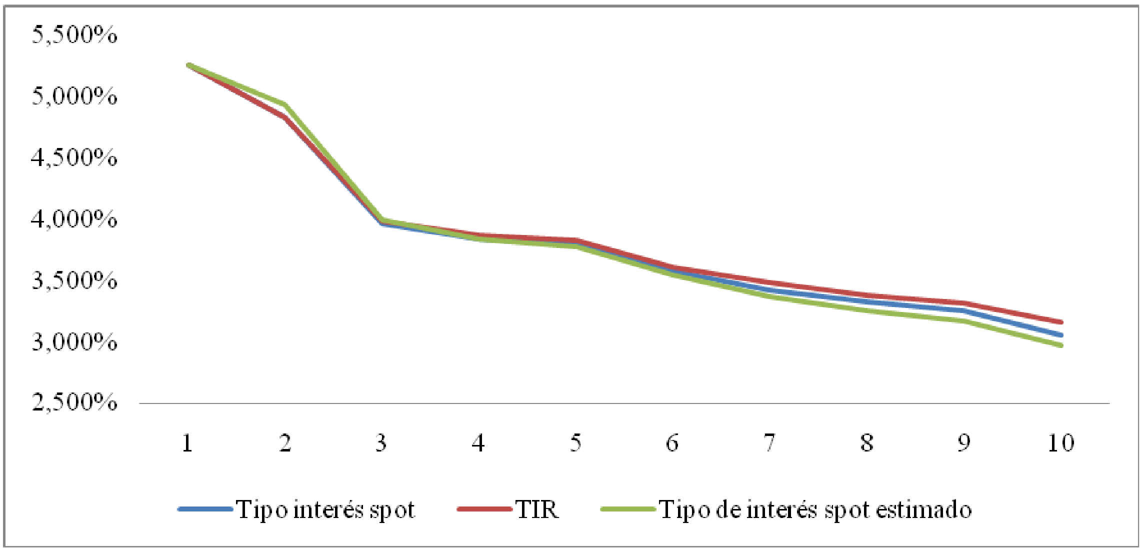
Vencimiento	Tipo de interés spot estimado
1	5,263%
2	4,936%
3	3,991%
4	3,843%
5	3,777%
6	3,540%
7	3,365%
8	3,254%
9	3,164%
10	2,969%

Vamos a examinar a continuación los valores que formarían las tres curvas y cómo sería su representación:

Tabla nº 24: Comparación ETTI real, curva de rentabilidad, y ETTI estimada a través del modelo que hemos propuesto

Vencimiento	Tipo interés spot	TIR	Tipo de interés spot estimado
1	5,263%	5,263%	5,263%
2	4,828%	4,834%	4,936%
3	3,961%	3,986%	3,991%
4	3,843%	3,871%	3,843%
5	3,797%	3,824%	3,777%
6	3,574%	3,612%	3,540%
7	3,425%	3,484%	3,365%
8	3,321%	3,379%	3,254%
9	3,248%	3,317%	3,164%
10	3,057%	3,159%	2,969%

Gráfico nº 10: Representación gráfica de la ETTI real, curva de rentabilidad y ETTI estimada a través del modelo que hemos propuesto



En este caso la estimación que proponemos con este modelo comete un error mayor que la curva de rentabilidad en vencimiento segundo, pero a partir de ahí su estimación es mejor a la de la curva de rentabilidad. En muchos momentos la estimación se acerca muchísimo al tipo de interés real. En este ejemplo, la estimación incluso es mejor al ejemplo anteriormente mostrado.

A continuación realizaremos la segunda contrastación. Consideremos la misma cartera que en el ejemplo anterior: una cartera que esté formada por 227 bonos privados americanos con un cupón anual del 8% a un vencimiento a 6 años cuyo valor nominal es de 3.000 € y cuyo precio es de 3.916,80 €, por tanto el valor total de la cartera sería de 837.629,99 € (el proceso a realizar sería el mismo al del anexo nº 10 pero con otros datos distintos).

Vamos a estudiar las consecuencias que tendría inmunizar la cartera a la duration obtenida a partir de los tipos de interés spot estimados en lugar de los tipos de interés spot reales (que en la práctica nunca conoceremos). La duration calculada según los tipos de interés spot estimados nos daría un período de 5 años y 45 días mientras que la duration calculada en base a los tipos de interés spot reales nos proporciona un valor de 5 años y 42 días. Existe pues un desfase de 3 días. Cabe resaltar que el valor de la duration obtenida de acuerdo con la curva de rentabilidad sería de 5 años y 38 días, el desfase en este caso sería de 4 días.

A continuación analizaremos las consecuencias que tendría utilizar los tipos de interés spot estimados a través del modelo que hemos propuesto a lo largo de este trabajo en lugar de los tipos de interés spot reales. Supongamos que realizamos la inmunización de nuestra cartera para 5 años y 45 días, ya que es la duration que hemos estimado en base a nuestra estimación, y vamos a observar que ocurriría con nuestros cálculos.

Para comenzar, ante un escenario en el que no se produzca ninguna variación de los tipos de interés, el valor final estimado de la cartera sería de 1.014.779,14 € cuando realmente su valor final real es de 1.014.336,46 €. Podemos ver como la estimación sobrevalora ligeramente el valor final de la cartera. Sin embargo, esta diferencia no es demasiado importante dado que lo que pretendemos estudiar es la consecuencia que tendría el realizar una inmunización imperfecta. Por ello, a continuación examinaremos los cambios de valor que estimaría el modelo propuesto y los cambios de valor que se producirían realmente antes diferentes escenarios de cambios de los tipos de interés.

Pongámonos en el caso de que se produzca un desplazamiento al alza de 100 puntos básicos de los tipos de interés. El valor final estimado de la cartera sería de 1.015.265,30 €, es decir, se produciría un aumento del valor de la cartera por una cuantía de 486,16 €, lo que viene representando un aumento del valor de la cartera de un 0,0479%. Por otro lado, la modificación del valor real de la cartera que se produciría ante dicho cambios de los tipos de interés sería de un aumento de 485,31 €, pasando a ser el valor real de la cartera de 1.014.821,76 €; expresado en términos relativos el aumento de valor de la cartera sería de una cuantía de 0,0478%. Comparando las modificaciones que se producen en la estimación frente a las modificaciones reales podríamos decir que la estimación es casi perfecta. Observamos que la estimación sobrevalora el aumento de valor de la cartera ante un aumento de los 100 puntos básicos en una cuantía correspondiente a menos de un euro, cuando estamos tratando de inversiones en torno al millón de euros, por lo que el error es increíblemente pequeño. En términos relativos, la diferencia entre la modificación de valor estimada y la real ante un aumento de 100 puntos básicos de los tipos de interés es de 0,00006%, es decir, la estimación sobrevaloraría el aumento de valor ante una subida de los tipos de interés en un importe de en torno a los 60 euros cuando estamos ante inversiones por un valor de 100 millones de euros, lo cual es una desviación irrisoria.

Vamos a continuación a realizar el mismo estudio para una disminución de los tipos de interés de la misma cuantía (100 puntos básicos). En este caso la estimación nos diría que el valor de la cartera sufriría una reducción de valor por un importe de 247,03 € (el valor final estimado de la cartera sería de 1.014.532,12 €) cuando realmente la reducción de valor es de 246,33 € (el valor final de la cartera sería de 1.014.090,13 €). En este caso volvemos a advertir como la estimación sobrevalora la modificación del valor de la cartera pero esta sobrevaloración es casi nula ya que se trata por un importe menor a un euro. En términos relativos estaríamos hablando que nuestro modelo estima una reducción del valor de la cartera de 0,02434% mientras que la reducción real de la cartera sería de 0,02428%, es decir, la estimación sobrevalora la caída de la cartera en un porcentaje casi idéntico al que sobrevaloraba la subida del valor ante un aumento de los tipos de interés, en torno al 0,00006%.

Es decir, estamos hablando de una desviación similar al escenario que hemos creado anteriormente, la estimación sobrevaloraría la reducción de valor de la cartera ante una disminución de los tipos de interés de 100 puntos básicos por un importe en torno a los 60 euros cuando estamos ante inversiones de 100 millones de euros, que como hemos dicho anteriormente, dicha desviación sería una cantidad irrisoria ante las inversiones de las que estamos tratando.

En este caso, al igual que en el ejemplo anterior, el problema más grave con el que podríamos topar es que ante una modificación desfavorable de los tipos de interés, por ejemplo una reducción de 100 puntos básicos, el valor de la cartera se viera mermado como consecuencia de una inmunización imperfecta. Hemos visto que en este caso, la pérdida de valor de la cartera es de un 0,02%, es decir, que ante una cartera de 10 millones de euros, esta se vería mermada en 2.000 euros, lo cual no es un valor demasiado elevado en comparación con el valor de la cartera.

Examinando los dos ejemplos que hemos realizado y los diferentes escenarios que hemos creado, podemos obtener algunas conclusiones. Podemos observar como utilizando el modelo propuesto para la gestión pasiva de carteras de renta fija, los errores que cometeríamos serían muy pequeños. Lo que pretendíamos con este ejemplo era estudiar las pérdidas que podríamos llegar a tener en el valor de nuestra cartera como consecuencia de una inmunización imperfecta y hemos visto en ambos ejemplos que la merma de valor como consecuencia de esto es casi insignificante (0,01% en el primer caso y 0,02% en el segundo caso). En conclusión, podríamos afirmar que el modelo que hemos propuesto puede ser utilizado para la gestión pasiva de carteras de renta fija sin miedo de que el valor de éstas se vean mermadas como consecuencia de un movimiento desfavorable de los tipos de interés.

9. APLICACIÓN PRÁCTICA DEL MODELO PARA EL CASO ESPAÑOL EN LA ACTUALIDAD

Para obtener información relativa a los tipos spots vigentes en el momento actual se ha acudido a la página web del Banco de España. Debemos de escoger aquellos títulos cuyo único riesgo sea el riesgo de interés, es decir, debemos de evitar el riesgo de insolvencia (ya lo evitamos acudiendo al mercado de deuda pública de un país desarrollado), el riesgo de cambio (también lo eludimos ya que todos los bonos están denominados en euros), el riesgo de liquidez (este riesgo lo esquivamos escogiendo aquellos activos cuyo saldo en circulación sea bastante elevado ya que a mayor saldo circulación, mayores oportunidades de realizar operaciones con dicho activo[17]. En nuestro caso, hemos considerado que un saldo de 5.000 millones de euros es suficiente para evitar el riesgo de liquidez).

Si se examina el boletín del Banco de España acerca de los bonos que están circulando en el mercado de Deuda Pública Española, observamos que apenas existen bonos cupón cero a plazos elevados que cumplan las características señaladas. En efecto, sí que existen bonos cupón cero a plazos largos, pero su saldo en circulación es tan reducido que se considera que existe elevado riesgo de liquidez y, por tanto, el tipo de interés spot que calculásemos a través de dichos bonos se verían distorsionados por

[17] Sin embargo, cuando el saldo en circulación sea reducido pueden aparecer problemas para operar con dichos activos y por tanto caeremos en el riesgo de liquidez)

dicho riesgo (el cual además no sabríamos cuantificar). Vemos, además, que los precios que aparecen de los diferentes bonos que están siendo negociados en el mercado de Deuda Pública, han sido valorados en un rango de días entre el 24 de marzo de 2010 y el 1 de Abril de 2010 por lo que la ETTI que conseguiríamos sería la ETTI estimada española de la última semana de marzo.

Se han de utilizar, por tanto, bonos con cupón que cumplan las condiciones señaladas anteriormente. El tipo de interés resultante será, pues, la TIR y no el tipo spot. Ordenaremos los activos elegidos de menor a mayor según el tiempo que reste hasta su vencimiento, con el objetivo de observar que forma adquiere la curva de rentabilidad y, por tanto, que forma tendrá la ETTI.

Además, realizaremos una tabla en la cual además de tener en cuenta el tiempo que reste hasta su vencimiento, también tendremos en cuenta otras características como: el cupón que ofrece el bono, el precio ex–cupón (que es el precio que nos da el Banco de España para los bonos que están en circulación en un momento dado), calcularemos por tanto el precio con cupón ya que será necesario conocerlo para calcular la TIR de cada bono y para ello a su vez también será necesario conocer el cupón corrido, el cual debemos de calcular. Conocidos todos los datos, es posible obtener el valor de la TIR de cada uno de los títulos y mediante la unión de los puntos resultantes obtendremos la curva de rentabilidad del mercado de Deuda Pública Española, que estaría conformada de la siguiente manera (para conseguir la curva de rentabilidad seguiremos el mismo proceso que se explica en el anexo nº 1 y nº 2):

A fecha 1 de abril de 2010 y para un período de en torno a 10 años, podríamos resumir los bonos del mercado de Deuda Pública española que cumplen con las condiciones que se imponen en el cuadro mostrado en el anexo nº 9 y cuyos resultados se resumen en el cuadro nº 25.

Tabla nº 25: Títulos del mercado de Deuda Pública Española a día 1 de Abril de 2010 que cumplen con las condiciones que hemos impuesto

Vencimiento (años)	Vencimiento (días)	TIR
0,334246575	122	0,1759%
1,082191781	395	0,2776%
1,334246575	487	0,6727%
1,589041096	580	0,9122%
2,082191781	760	0,9438%
2,334246575	852	1,1968%
2,589041096	945	1,4357%
3,082191781	1125	1,4625%
3,334246575	1217	1,6634%
3,84109589	1402	2,1768%
4,334246575	1582	2,1249%
4,589041096	1675	2,1792%
5,082191781	1855	2,3343%
5,843835616	2133	2,9332%
6,84109589	2497	3,1767%
7,334246575	2677	3,0007%
8,334246575	3042	3,2972%
9,334246575	3407	3,3911%
9,591780822	3501	3,5562%
10,09041096	3683	3,4288%

Se observa que a medida que resta un mayor tiempo hasta el vencimiento del bono, la TIR de los títulos es mayor, por lo que estamos ante una curva de rentabilidad creciente (por tanto, la ETTI será también creciente). En algún caso, aumenta el vencimiento y el tipo de interés se reduce (del vencimiento 2,58 al 3,08 y del vencimiento 6,84 al 7,33) pero en el siguiente período el tipo de interés vuelve a crecer por lo que esto unido a que la reducción es muy pequeña, nos permite considerar que la curva de rentabilidad es creciente, no mixta.

El que la ETTI sea creciente significa que el índice corrector debe de tener signo positivo por lo que los tipos de interés spot serán calculados a través de la siguiente expresión:

$$r_{0,t} = TIR_t + e_t$$

A continuación obtendremos los valores de los errores estimados a partir del modelo que hemos propuesto[18]:

$$e_t = \beta_0 + \beta_1 X_c + \beta_2 X_{vto} + \beta_3 X_{int} + \beta_4 X_{i_0} + \varepsilon_t$$

Tabla nº 26: Resultados del modelo a aplicar para estimar la ETTI actual española

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción	-0,002582558	0,000150432	-17,16760685	2,6569E-53
Cupón	0,024931551	0,001560849	15,97306543	1,56627E-47
Vencimiento	8,30562E-05	2,129E-05	3,901176295	0,000107468
Intervalo	0,104841123	0,003583893	29,2534187	1,605E-114
Tipo de interés inicial	0,006133929	0,002369527	2,588672177	0,009887253

Por lo que los valores correspondiente a las estimaciones de los errores serán los siguientes:

[18] Utilizaré el modelo propuesto solamente para calcular el error estimado que cometería la curva de rentabilidad al intentar estimar la ETTI en el caso de los bonos del mercado de deuda pública española que paguen cupón. No utilizamos el modelo propuesto para los bonos cupón cero del mercado de deuda pública española ya que en este caso, curva de rentabilidad y ETTI coincidirían, es decir, el error cometido sería nulo.

[19] Utilizaré el modelo propuesto solamente para calcular el error estimado que cometería la curva de rentabilidad al intentar estimar la ETTI en el caso de los bonos del mercado de deuda pública española que paguen cupón. No utilizamos el modelo propuesto para los bonos cupón cero del mercado de deuda pública española ya que en este caso, curva de rentabilidad y ETTI coincidirían, es decir, el error cometido sería nulo.

Tabla nº 27: Errores estimados según el modelo que hemos propuesto

Vencimiento (años)	Estimación error
0,334246575	0,0000%
1,082191781	-0,1353%
1,334246575	-0,0594%
1,589041096	-0,0334%
2,082191781	-0,0908%
2,334246575	-0,0061%
2,589041096	-0,0064%
3,082191781	-0,0393%
3,334246575	0,0312%
3,84109589	0,0905%
4,334246575	0,1016%
4,589041096	0,0732%
5,082191781	0,0861%
5,843835616	0,1590%
6,84109589	0,2090%
7,334246575	0,2370%
8,334246575	0,2415%
9,334246575	0,2721%
9,591780822	0,2841%
10,09041096	0,2674%

Y finalmente conseguiremos los tipos de interés spot estimados para los diferentes plazos (ETTI estimada) mediante el cálculo de la siguiente expresión:

$$r_{0,t} = TIR_t + e_t$$

Obteniendo los siguientes valores:

Tabla nº 28: ETTI actual española estimada según el modelo que hemos propuesto

Vencimiento (años)	ETTI estimada
0,334246575	0,1759%
1,082191781	0,1423%
1,334246575	0,6133%
1,589041096	0,8788%
2,082191781	0,8530%
2,334246575	1,1907%
2,589041096	1,4293%

3,082191781	1,4232%
3,334246575	1,6946%
3,84109589	2,2673%
4,334246575	2,2265%
4,589041096	2,2525%
5,082191781	2,4204%
5,843835616	3,0922%
6,84109589	3,3856%
7,334246575	3,2377%
8,334246575	3,5388%
9,334246575	3,6632%
9,591780822	3,8403%
10,09041096	3,6962%

Además, podremos conocer los tipos de interés spot para plazos inferiores al año utilizando los bonos cupón cero que se negocian en el mercado de deuda pública española a través del siguiente cálculo:

$$r_{0,t} = \sqrt[t]{\frac{VF}{PA}} - 1$$

Contemplando el anexo nº 11 los bonos cupón cero existentes en el Mercado Deuda Pública y aplicando la fórmula anterior, obtendríamos que los tipos de interés spot para plazos inferiores a un año son los siguientes:

Tabla nº 29: ETTI calculada con los bonos cupón cero que cumplen con las condiciones que hemos impuesto

Vencimiento (años)	Precio inicial	Precio final	ETTI
0,082191781	99,978	100	0,0018%
0,142465753	99,956	100	0,0063%
0,235616438	99,788	100	0,0500%
0,309589041	99,899	100	0,0313%
0,38630137	99,835	100	0,0638%
0,498630137	99,768	100	0,1159%
0,597260274	99,704	100	0,1772%
0,654794521	99,639	100	0,2371%

0,734246575	99,288	100	0,5260%
0,810958904	99,463	100	0,4376%
0,904109589	98,992	100	0,9202%
0,969863014	99,267	100	0,7161%

Por tanto, tenemos que la ETTI estimada española de la última semana de marzo del año 2010 según el modelo que hemos propuesto estaría formada por los tipos de interés spot que se muestran en la tabla número 30.

Tabla nº 30: ETTI actual española calculada a través de la rentabilidad de los bonos cupón cero que cumplen con las condiciones impuesta y el modelo que hemos propuesto y los bonos con cupón que cumplen también con las condiciones impuestas

Vencimiento (años)	ETTI estimada
0,082191781*	0,0018%
0,142465753*	0,0063%
0,235616438*	0,0500%
0,309589041*	0,0313%
0,334246575	0,1759%
0,38630137*	0,0638%
0,498630137*	0,1159%
0,597260274*	0,1772%
0,654794521*	0,2371%
0,734246575*	0,5260%
0,810958904*	0,4376%
0,904109589*	0,9202%
0,969863014*	0,7161%
1,082191781	0,1423%
1,334246575	0,6133%
1,589041096	0,8788%
2,082191781	0,8530%
2,334246575	1,1907%
2,589041096	1,4293%
3,082191781	1,4232%
3,334246575	1,6946%
3,84109589	2,2673%
4,334246575	2,2265%
4,589041096	2,2525%
5,082191781	2,4204%
5,843835616	3,0922%
6,84109589	3,3856%

7,334246575	3,2377%
8,334246575	3,5388%
9,334246575	3,6632%
9,591780822	3,8403%
10,09041096	3,6962%

En esta tabla diferenciamos entre los tipos de interés spot calculados directamente a través de los bonos cupón cero y los tipos de interés spot estimados según el modelo propuesto. Los tipos de interés spot que no están marcados con asterisco son los estimados según el modelo que hemos propuesto y los que están marcados con un asterisco son los tipos spot que han sido calculados directamente a través de los bonos cupón cero.

Si observamos detenidamente el cuadro anterior, podemos ver que del paso del vencimiento 0,96 años al vencimiento 1,08 (el paso de un tipo de interés spot real a uno estimado por el modelo propuesto) aparece una gran disminución, que contradice la forma que parece que adquiere la ETTI a lo largo de los períodos analizados (la cual parece una ETTI creciente en todo momento salvo en algún período particular, cuya disminución es muy pequeña y que vuelve a la tendencia habitual en el siguiente período). Este caso atípico puede ser debido a una infravaloración del error estimado que comete la curva de rentabilidad al estimar la ETTI en los periodos iniciales de acuerdo con el modelo que proponemos.

De acuerdo con toda la explicación de tipo descriptivo realizada a lo largo del trabajo y el trabajo empírico desarrollado, esta sería una estimación válida de la ETTI actual, la cual podría ser utilizada para todas aquellas aplicaciones de la ETTI, desde la valoración de activos hasta la gestión de carteras.

10. RESUMEN Y CONCLUSIONES

En este epígrafe se hará un resumen y una valoración del modelo presentado, y en general del trabajo en su conjunto, y se tratarán de delimitar sus ventajas y sus limitaciones.

1) El modelo ha sido diseñado por el autor de este trabajo a partir de las explicaciones y el posterior estudio y maduración de la materia financiera relativa a la valoración y gestión del riesgo de los activos de renta fija. Estos conocimientos han sido impartidos en dos asignaturas: Valoración de Activos Financieros y Gestión de Riesgos Financieros. El estudio de estas asignaturas me proporcionó la base financiera y el razonamiento matemático que hizo que se me ocurriese el estudio empírico planteado. Dicha idea se fue madurando a través de la realización de multitud de cálculos y pruebas. Soy consciente de que el modelo planteado es únicamente una aproximación más para la determinación de la ETTI no observable a partir de la curva de rentabilidad observable. Quizás no sea la más adecuada. No obstante, lo que considero más meritorio es la novedad y singularidad del estudio empírico, ya que ha sido en su totalidad gestado o ideado por mí.

2) La realización del trabajo me ha supuesto un esfuerzo en la profundización de la materia y exposición de la misma. El trabajo presenta una primera parte de tipo descriptivo en la que se explica toda la base teórica necesaria para justificar por qué se me ha ocurrido el modelo en cuestión y para permitir al lector entender dicho modelo. He de señalar que uno de los aspectos en los que he encontrado

mayores dificultades ha sido en la estructuración y adecuada expresión escrita. La tutorización en este aspecto ha sido clave y considero que uno de los grandes beneficios que he obtenido de la realización de este trabajo es que me ha ayudado a mejorar mi expresión escrita.

3) En una primera parte del trabajo se describe lo que son los tipos spots y la ETTI y los riesgos derivados de su variación, así como los instrumentos para gestionar estos riesgos. Posteriormente se explica lo que es la TIR y la curva de rentabilidad. En realidad la TIR es un tipo de interés relativo a un título, mientras que el tipo al contado o spot es un tipo relativo al mercado. Lo que se ha utilizar para hacer valoraciones es el tipo spot, esto es, la ETTI. Sin embargo, ésta no es observable, por lo que se utiliza la curva de rentabilidad como aproximación aceptable.

4) A través de la comparación de ambas curvas (curva de rentabilidad y ETTI) y de su relación matemática se propone la determinación de una ETTI partir de una curva de rentabilidad. En concreto la TIR observable se corrige mediante un "índice corrector" para obtener el spot no observable.

5) Hemos estudiado cuatro variables que integrarían este índice corrector: el vencimiento del bono, el cupón del mismo, el intervalo entre la TIR final y la TIR inicial y el tipo de interés inicial.

6) La obtención del valor del índice corrector se obtiene a partir de una regresión lineal en la que las variables explicativas son las cuatro variables estudiadas.

$$r_{0,t} = TIR_t \pm (\beta_0 + \beta_1 X_c + \beta_2 X_{vto} + \beta_3 X_{int} + \beta_4 X_{i_0} + \varepsilon_t)$$

7) El valor de este índice corrector habría que ser sumado o restado a la TIR (según se considere que la ETTI es creciente o decreciente).

ETTI creciente: $r_{0,t} = TIR_t + e_t$
ETTI decreciente: $r_{0,t} = TIR_t - e_t$

8) Hemos realizado dos contrastes que pusieran de manifiesto que este modelo no comete grandes errores en la estimación de la ETTI. El primero de los contrastes consiste simplemente en la comparación de la teórica ETTI con la curva de rentabilidad y la curva resultante de la aplicación del modelo propuesto. A través de la simple observación y comparación de los valores obtenidos para cada una de las curvas mencionadas podemos captar una primera idea sobre la bondad del estudio realizado. Además, con el afán de realizar un contraste más meticuloso, hemos probado la bondad de este modelo a través de un pequeño "test". Nos hemos inventado una cartera de activos de renta fija con un valor bastante elevado y hemos analizado que error podríamos cometer si aplicásemos la idea propuesta. Para ello, nos hemos basado en el teorema de la inmunización simple y hemos examinado que pérdidas podríamos tener en la cartera como consecuencia de haber utilizado el modelo propuesto. Estas pérdidas ocasionadas en la cartera se deberán a una inmunización imperfecta ya que aunque los valores de la ETTI y los del modelo propuesto pueden llegar a parecerse mucho, nunca va a ser idénticos.

Por tanto, en el caso de que las pérdidas que pueda sufrir la cartera como consecuencia de haber realizado una inmunización imperfecta sean significativas, podríamos considerar que el modelo no es demasiado bueno. Por la contra, si fuesen poco significativas, podríamos afirmar que la idea propuesta es aceptable.

A continuación, realizaremos una enumeración de limitaciones y ventajas del modelo propuesto, con el fin de que nos sirva para obtener unas conclusiones generales de la investigación.

1) La gran limitación de este modelo sería la no posibilidad de ser utilizado cuando la ETTI sea mixta. Si contemplamos períodos largos (veinte años en adelante), la ETTI suele adoptar la forma mixta. Sin embargo, en la gestión de carteras de renta fija, no se consideran plazos tan prolongados (es muy infrecuente una estrategia de inversión a un horizonte mayor a 10 años). Dado que esta sería la principal utilidad de nuestro modelo, consideramos que este inconveniente no resta excesiva validez al modelo.

2) El modelo que se ha propuesto es lineal. Sin embargo, la relación existente entre las variables explicativas y la explicada no siempre es lineal, por lo que ocurre lo siguiente: en los primeros períodos el modelo infraestima el valor de la variable que pretende explicar (error cometido por la curva de rentabilidad); en los intermedios ajusta muy bien el valor de la variable que pretende explicar; y en los períodos finales, sobrestima el valor de la variable a explicar. Sin embargo, estos errores que cometen en los períodos iniciales y finales no son muy significativos en la mayoría de los casos.

3) Hemos observado que este modelo estima muy bien los cambios que se producen en el valor final de la cartera ante cambios de los tipos de interés y lo más importante, que no se producen grandes pérdidas como consecuencia de una inmunización imperfecta. Sin embargo, es cierto, que entre el valor final estimado y el valor final de la cartera existe una diferencia que en ambos

ejemplos analizados se encuentra en torno a los 350 euros, pero que podría ser incluso mayor. Además, en el segundo de los casos, el valor final estimado es mayor al valor final real por lo que podríamos tener algún problema si el objetivo de nuestra gestión es conseguir una cartera cuyo valor sea más o menos conocido para poder hacer frente a un pago en un momento futuro determinado ("dedicated portfolios"). Por ello, este problema podría determinar que este modelo no sería adecuado para la gestión de carteras finalistas.

Teniendo esto en cuenta, este modelo sería más adecuado para gestionar carteras de renta fija de forma pasiva cuyo fin no sea hacer frente a un pago en un momento futuro determinado y cuyo horizonte de inversión no sea muy a largo plazo (como máximo a 15 años).

4) Los resultados que hemos obtenido han sido conseguidos mediante el análisis de muy diversos casos con características muy distintas. Sin embargo, siempre hemos estudiado el error que cometía la curva de rentabilidad al estimar la ETTI mediante el análisis de bonos americanos. Por tanto, los resultados sólo serían válidos para este tipo de bonos. Parecería una limitación importante, sin embargo, podríamos afirmar que no es problema ya que, como hemos señalado en el apartado 3.2, para obtener los tipos de interés spot, el mejor mercado al que podemos acudir es el Mercado de Deuda Pública de países desarrollados. Y dentro de estos mercados, casi la totalidad de los bonos negociados se tratan de bonos americanos. Consecuentemente, los resultados que hemos obtenido sí serían muy válidos y solventaríamos dicha limitación.

Hasta el momento se han mostrado las limitaciones del modelo. A continuación se enunciarán algunas de las ventajas que consideramos que el modelo tiene.

1) La principal ventaja del modelo es su sencillez de construcción y facilidad de comprensión. Se trata de un modelo cuyo cálculo es muy sencillo. Su comprensión operativa es pues muy intuitiva y fácil, lo que hace que sea un modelo al alcance de personas con menor cultura financiera. En efecto, muchos de los modelos de determinación de la ETTI desarrollados son ciertamente complejos, lo que hace que no sean utilizados en la práctica.

2) Otro punto a favor es que las variables que son usadas para la estimación de los tipos de interés spot son directamente observables. Su cálculo es casi inmediato y muy sencillo. Existen muchos otros modelo cuyo ajuste posiblemente sea mejor que el obtenido por éste, pero el desconocimiento de las variables que utiliza y la complicación del cálculo provoca que el usuario que los maneje crea en los resultados de dicho modelo como un dogma de fe, más que por un razonamiento lógico, ya que no es capaz de comprender la información y operativa que hay detrás.

3) El modelo se ha construido a partir de una serie de razonamientos y relaciones matemáticas. Otros modelos, por el contrario, se basan en observaciones pasadas que trasladan al futuro. Por ejemplo, muchos estudiosos afirman que el tipo de interés spot guarda relación con el diferencial entre el tipo de interés de la deuda pública a 10 años y a 1 año. El problema de estas traslaciones es que puede suceder que hasta el momento esto sea cierto pero puede cambiar en el futuro. Los acontecimientos financieros recientes nos demuestran que paradigmas aceptados pueden cambiar bruscamente. Este modelo, pues, no depende de comportamientos pasados.

4)

11. BIBLIOGRAFÍA

Boedo Vilabella, Lucía (2007): Las fuentes de financiación y su coste. Editorial Netbiblo.

Jiménez, J.I., Torres Gutiérrez J.J. y otros: La gestión del riesgo financiero (2000). Editorial Pirámide.

Ferruz Agudo, L. (2001): Dirección Financiera del riesgo de interés. Editorial Pirámide.

Mascareñas Pérez-Iñigo, J. : Gestión de activos de renta fija (2002). Editorial Pirámide.

Martínez Abascal, E., Guasch Ruiz, J. : Gestión de carteras de renta fija (2002). McGraw-Hill

Meneu V., Navarro E., Barreira M.T.: Análisis y gestión del riesgo de interés. (1992). Ariel Economía

Macaulay, Frederick: Some Theoretical Problems Suggested by the Movement of Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices in the U.S. Since 1856. (1938). National Bureau of Economic Research. Nueva York.

Hicks, John: Value and Capital: An Inquiry into Some Fundamental Principles of Economic Theory. (1939). Oxford: Clarendon Press.

Fisher, Lawrence: An algorithm for finding exact rates of return. (1966). Journal of Business

Fisher, Lawrence y Weil, Roman: Coping with the risk of interest rate fluctuations: Returns to bondholders from naive and optimal strategies. (1971). Journal of Business

Ferrer Lapeña, R., Navarro Arribas, E. y Nave Pineda, J.M: Análisis factorial de la estructura temporal de los tipos de interés en España. Revista Española de financiación y contabilidad. Vol. XXV, nº 86. pp. 139-160

Cox, J.C., Ingersoll J.E. y Ross, S.A: An intertemporal general equilibrium model of asset prices. (1985). Econometrica. Vol. 53, nº 2. pp. 363-384

Cox, J.C., Ingersoll J.E. y Ross, S.A: A theory of the term structure of interest rates. (1985). Econometrica. Vol. 53, nº 2. pp. 385-407.

Piñeiro Sánchez, Carlos; De Llano Monelos, Pablo (2010): Dirección Financiera. Un enfoque basado en valor y riesgo. Delta Publicaciones.

Piñeiro Sánchez, Carlos; De Llano Monelos, Pablo (2009):Principios y modelos de dirección financiera. Andavira editora.

12. Webgrafía

www.bde.es

www.ecb.int

www.tesoropublico.es

Anexos

Anexo nº1 Obtención de una curva de rentabilidad

Con la ETTI que hemos calculado para el ejemplo 1, vamos a valorar un bono americano[20] con un cupón anual del 5% y un vencimiento de 10 años.

Supongamos que el valor nominal del bono es de 100 euros, por lo que el esquema de flujos del bono sería el siguiente:

Tabla nº 31: Cálculo del precio de un título

Períodos	Q del título	Pagos actualizados al correspondiente spot
	-116,35	
1	5	4,95
2	5	4,85
3	5	4,70
4	5	4,60
5	5	4,45
6	5	4,30
7	5	4,10
8	5	3,95
9	5	3,80
10	105	76,65

En la tercera columna lo que estamos calculando es el valor actual de cada uno de los pagos a los que nos da derecho el bono por ser su titular, utilizando el tipo de interés spot correspondiente al plazo en el que se produce el pago. Por tanto, el precio del bono en el momento inicial será la suma de dichos pagos actualizados.

PRECIO = 116,35 €

[20] Un bono americano es aquel que da derecho al cobro de los intereses que devenga todos los períodos y que llegado al vencimiento se amortiza el principal del bono
[21] Un bono americano es aquel que da derecho al cobro de los intereses que devenga todos los períodos y que llegado al vencimiento se amortiza el principal del bono

Una vez que ya hemos conseguido el valor del bono, ya podemos calcular cuál es la TIR de dicho título. El valor de esta magnitud debería ser un valor que se encuentra entre 1,01% (tipo spot a una año) y 3,19% (tipo spot a 10 años) porque la TIR puede ser entendida como una media ponderada de los tipos spot utilizados para calcular el precio del bono.

Utilizando la fórmula mencionada en el apartado 3.3, obtenemos:

TIR = 3,076%

Observamos que la TIR del título se encuentra dentro del intervalo que hemos previsto y como es lógico se acerca bastante al valor del último tipo spot ya que es el momento en el cual se realiza el desembolso de fondos más importante.

Una vez hemos entendido esta metodología vamos a observar cómo se obtendría una curva de rentabilidad. A continuación, lo que tendríamos que hacer sería calcular la TIR de bonos con características similares para los restantes vencimientos. En nuestro caso, calcularemos la TIR para títulos americanos que proporcionen un cupón anual del 5% para los restantes vencimientos, consiguiendo una curva tal que así:

Tabla nº 32: Curva de rentabilidad obtenida para bonos americanos con cupón anual del 5%

Vencimiento	TIR (C=5%)
1	1,0101%
2	1,5221%
3	2,0497%
4	2,0792%
5	2,3131%
6	2,4866%
7	2,7795%
8	2,8874%
9	2,9849%
10	3,0758%

Por lo que podríamos realizar una comparación de cuál sería la ETTI y cuál sería la aproximación a esta ETTI mediante la curva de rentabilidad

Tabla nº 33: Comparación entre la ETTI y la curva de rentabilidad obtenida

Vencimiento	TIR (C=5%)	Tipo spot
1	1,01%	1,01%
2	1,52%	1,53%
3	2,05%	2,08%
4	2,08%	2,11%
5	2,31%	2,36%
6	2,49%	2,55%
7	2,78%	2,88%
8	2,89%	2,99%
9	2,98%	3,10%
10	3,08%	3,20%

Mediante este pequeño ejemplo observamos que cuando tenemos una ETTI creciente, la curva de rentabilidades se encuentra por debajo de la ETTI. En caso contrario, si la ETTI fuese decreciente, la curva de rentabilidades se encontraría por encima de la ETTI.

Este diferencial entre ETTI y curva de rentabilidades se debe principalmente al efecto cupón de los bonos. Cuanto mayor sea el cupón que proporciona el bono, mayor será la diferencia existente entre la ETTI y la curva de rentabilidades.

Anexo nº 2: Duration y Convexidad

Supongamos que poseemos un bono americano con un cupón anual del 10% anual y cuyo vencimiento es dentro de 10 años. Supongamos una ETTI plana al 10%. Vamos a calcular su duration, su convexidad y estudiaremos qué errores cometería la duration y la convexidad al estimar que precio tendría el bono ante cambios de los tipos de interés

Tabla nº 34: Cálculo duration de una cartera

Vencimiento	Cupón	Cupón actualizado	Ponderación del cupón respecto del precio	$t\, C_t\, (1+r)^{-t}$
1	10	9,090909091	0,090909091	0,090909091
2	10	8,26446281	0,082644628	0,165289256
3	10	7,513148009	0,07513148	0,22539444
4	10	6,830134554	0,068301346	0,273205382
5	10	6,209213231	0,062092132	0,310460662
6	10	5,644739301	0,056447393	0,338684358
7	10	5,131581182	0,051315812	0,359210683
8	10	4,665073802	0,046650738	0,373205904
9	10	4,240976184	0,042409762	0,381687857
10	110	42,40976184	0,424097618	4,240976184
	PRECIO =	100,00	DURATION =	6,76
			DURATION MODIFICADA =	6,14

Tabla nº 35: Cálculo convexidad de una cartera

Vencimiento	Cupón	$Ct\, (1+r)^{(-t+2)}$	$t\, (t+1)\, Ct\, (1+r)^{(-t+2)}$
1	10	7,513148009	15,02629602
2	10	6,830134554	40,98080732
3	10	6,209213231	74,51055877
4	10	5,644739301	112,894786
5	10	5,131581182	153,9474355
6	10	4,665073802	195,9330997
7	10	4,240976184	237,4946663
8	10	3,855432894	277,5911684
9	10	3,504938995	315,4445095
10	110	35,04938995	3855,432894
		SUMA =	5279,25
		CONVEXIDAD =	26,39

Por tanto, con estos datos, ya seríamos capaces de obtener una tabla en la que comparar el precio real que tendría el bono ante cambios de los tipos de interés y el precio estimado por la duration y la convexidad antes dichos cambios.

Tabla nº 36: Cuantificación de la limitación nº1 de la duration

Cambios tipos de interés	Precio real	Precio estimado por duration	Precio estimado por convexidad
10,00%	58,08 €	38,55 €	64,95 €
9,00%	60,95 €	44,70 €	66,08 €
8,00%	64,05 €	50,84 €	67,74 €
7,00%	67,39 €	56,99 €	69,92 €
6,00%	71,00 €	63,13 €	72,64 €
5,00%	74,91 €	69,28 €	75,88 €
4,00%	79,14 €	75,42 €	79,65 €
3,00%	83,72 €	81,57 €	83,94 €
2,00%	88,70 €	87,71 €	88,77 €
1,00%	94,11 €	93,86 €	94,12 €
0,90%	94,68 €	94,47 €	94,68 €
0,80%	95,25 €	95,08 €	95,25 €
0,70%	95,83 €	95,70 €	95,83 €
0,60%	96,41 €	96,31 €	96,41 €
0,50%	96,99 €	96,93 €	96,99 €
0,40%	97,58 €	97,54 €	97,58 €
0,30%	98,18 €	98,16 €	98,18 €
0,20%	98,78 €	98,77 €	98,78 €
0,10%	99,39 €	99,39 €	99,39 €
0,00%	100,00 €	100,00 €	100,00 €
-0,10%	100,62 €	100,61 €	100,62 €
-0,20%	101,24 €	101,23 €	101,24 €
-0,30%	101,87 €	101,84 €	101,87 €
-0,40%	102,50 €	102,46 €	102,50 €
-0,50%	103,14 €	103,07 €	103,14 €
-0,60%	103,78 €	103,69 €	103,78 €
-0,70%	104,43 €	104,30 €	104,43 €
-0,80%	105,09 €	104,92 €	105,08 €
-0,90%	105,75 €	105,53 €	105,74 €
-1,00%	106,42 €	106,14 €	106,41 €

-2,00%	113,42 €	112,29 €	113,34 €
-3,00%	121,07 €	118,43 €	120,81 €
-4,00%	129,44 €	124,58 €	128,80 €
-5,00%	138,61 €	130,72 €	137,32 €
-6,00%	148,67 €	136,87 €	146,37 €
-7,00%	159,71 €	143,01 €	155,95 €
-8,00%	171,86 €	149,16 €	166,05 €
-9,00%	185,24 €	155,30 €	176,68 €
-10,00%	200,00 €	161,45 €	187,84 €

Por lo que los errores cometidos en cada caso serían los siguientes:

Tabla nº 37: Cuantificación de la limitación nº1 de la duration

Cambios tipos de interés	Error cometido por duration	Error cometido por convexidad	Error cometido por duration (%)	Error cometido por convexidad (%)
10,00%	-19,52 €	6,88 €	-33,61%	11,84%
9,00%	-16,25 €	5,13 €	-26,66%	8,42%
8,00%	-13,20 €	3,69 €	-20,62%	5,76%
7,00%	-10,40 €	2,53 €	-15,44%	3,76%
6,00%	-7,87 €	1,63 €	-11,08%	2,30%
5,00%	-5,63 €	0,97 €	-7,51%	1,30%
4,00%	-3,71 €	0,51 €	-4,69%	0,64%
3,00%	-2,15 €	0,22 €	-2,57%	0,26%
2,00%	-0,99 €	0,07 €	-1,11%	0,08%
1,00%	-0,26 €	0,01 €	-0,27%	0,01%
0,90%	-0,21 €	0,01 €	-0,22%	0,01%
0,80%	-0,16 €	0,00 €	-0,17%	0,00%
0,70%	-0,13 €	0,00 €	-0,13%	0,00%
0,60%	-0,09 €	0,00 €	-0,10%	0,00%
0,50%	-0,06 €	0,00 €	-0,07%	0,00%
0,40%	-0,04 €	0,00 €	-0,04%	0,00%
0,30%	-0,02 €	0,00 €	-0,02%	0,00%
0,20%	-0,01 €	0,00 €	-0,01%	0,00%
0,10%	0,00 €	0,00 €	0,00%	0,00%
0,00%	0,00 €	0,00 €	0,00%	0,00%
-0,10%	0,00 €	0,00 €	0,00%	0,00%
-0,20%	-0,01 €	0,00 €	-0,01%	0,00%
-0,30%	-0,02 €	0,00 €	-0,02%	0,00%
-0,40%	-0,04 €	0,00 €	-0,04%	0,00%

-0,50%	-0,07 €	0,00 €	-0,07%	0,00%
-0,60%	-0,10 €	0,00 €	-0,09%	0,00%
-0,70%	-0,13 €	0,00 €	-0,13%	0,00%
-0,80%	-0,17 €	0,00 €	-0,17%	0,00%
-0,90%	-0,22 €	-0,01 €	-0,21%	-0,01%
-1,00%	-0,27 €	-0,01 €	-0,26%	-0,01%
-2,00%	-1,13 €	-0,08 €	-1,00%	-0,07%
-3,00%	-2,64 €	-0,26 €	-2,18%	-0,22%
-4,00%	-4,86 €	-0,64 €	-3,76%	-0,49%
-5,00%	-7,89 €	-1,29 €	-5,69%	-0,93%
-6,00%	-11,80 €	-2,30 €	-7,94%	-1,54%
-7,00%	-16,70 €	-3,77 €	-10,46%	-2,36%
-8,00%	-22,70 €	-5,81 €	-13,21%	-3,38%
-9,00%	-29,94 €	-8,56 €	-16,16%	-4,62%
-10,00%	-38,55 €	-12,16 €	-19,28%	-6,08%

Anexo nº 3: Teorema inmunización simple

Supongamos que dentro de cuatro años tenemos que hacer frente a un pago de 100.000 euros y que en este momento tenemos que escoger una cartera de tal forma que tengamos asegurado dicha cantidad al llegar el 4º año para poder hacer frente al pago. Las diferentes carteras que podemos escoger serían las siguientes:

- Cartera A: formada por 523 bonos americanas que pagan un cupón anual del 15% y cuyo vencimiento es dentro de 10 años

- Cartera B: formada por 604 bonos americanos que pagan un cupón anual del 13,5% y cuyo vencimiento es dentro de 5 años
- Cartera C: formada por 590 bonos americanos que pagan un cupón anual del 15% y su vencimiento es dentro de 4 años

Consideremos una ETTI tal como la del anterior anexo (ETTI plana al 10%)

Tabla nº 38: Valoración cartera A

Períodos	**Factor Descuento**	**Cupón**	**Cupón descontado**	**(C x F.D) / P**	**[t x (C x F.D)] / P**
1	0,909090909	15	13,63636364	0,104315085	0,104315085
2	0,826446281	15	12,39669421	0,094831895	0,18966379
3	0,751314801	15	11,26972201	0,086210814	0,258632441
4	0,683013455	15	10,24520183	0,078373467	0,313493868
5	0,620921323	15	9,313819846	0,071248606	0,356243032
6	0,56447393	15	8,467108951	0,06477146	0,388628762
7	0,513158118	15	7,697371773	0,058883146	0,41218202
8	0,46650738	15	6,997610703	0,053530132	0,42824106
9	0,424097618	15	6,361464276	0,048663757	0,437973811
10	0,385543289	115	44,33747828	0,339171638	3,391716383

PRECIO = 130,72 **DURATION = 6,28**

V.A. del bono =	130,72
V.F. del bono =	191,39

V.A. de la cartera =	68.368,04
V.F. de la cartera =	100.097,65

Tabla nº 39: Valoración cartera B

Períodos	Factor Descuento	Cupón	Cupón descontado	(C x F.D) / P	[t x (C x F.D)] / P
1	0,909090909	13,5	12,27272727	0,108351467	0,108351467
2	0,826446281	13,5	11,15702479	0,098501334	0,197002667
3	0,751314801	13,5	10,14274981	0,089546667	0,268640001
4	0,683013455	13,5	9,220681647	0,081406061	0,325624243
5	0,620921323	113,5	70,47457017	0,622194472	3,110972358

PRECIO = 113,27 **DURATION = 4,01**

V.A. del bono =	113,27
V.F. del bono =	165,84

V.A. de la cartera =	68.413,72
V.F. de la cartera =	100.164,53

Tabla nº 40: Valoración cartera C

Períodos	Factor Descuento	Cupón	Cupón descontado	(C x F.D) / P	[t x (C x F.D)] / P
1	0,909090909	15	13,63636364	0,11770775	0,11770775
2	0,826446281	15	12,39669421	0,107007045	0,214014091
3	0,751314801	15	11,26972201	0,097279132	0,291837396
4	0,683013455	115	78,54654737	0,678006073	2,71202429

PRECIO = 115,85 **DURATION = 3,34**

V.A. del bono =	115,85
V.F. del bono =	169,62

V.A. de la cartera =	68.351,10
V.F. de la cartera =	100.072,85

Observamos que en el momento inicial, por cualquiera de las tres carteras debemos de realizar un desembolso de en torno a los 68.400 euros y que al cabo de los 4 años vamos a obtener, siempre y cuando no cambien los tipos de interés, un importe aproximado de unos 100.00 euros (nunca una cantidad menor a los 100.00 euros), que es el que pago que debemos de afrontar. Si no cambiasen los tipos de interés durante esos 4 años, cualquiera de las tres carteras sería de nuestro agrado pero vamos a ver qué ocurriría con el valor de estas carteras si cambiasen los tipos de interés.

Supongamos un escenario en el que el tipo de interés pasa a ser del 15%

Tabla nº 41: Valoración cartera A

V.F. del bono = 174,90	**V.F. de la cartera = 91.473,03**

Tabla nº 42: Valoración cartera B

V.F. del bono = 166,11	**V.F. de la cartera = 100.328,15**

Tabla nº 43: Valoración cartera C

V.F. del bono = 174,90	**V.F. de la cartera = 103.191,37**

Observamos que ante un incremento de los tipos de interés, la cartera nº1 no sería suficiente para hacer frente al pago de los 100.000 euros. Por lo tanto, si escogiésemos la cartera nº1 correríamos el riesgo de que aumentasen los tipos de interés y por tanto no poder hacer frente a nuestra deuda en el 4º año.

Supongamos a continuación, que los tipos de interés en vez de subir, bajan hasta el 5%

Tabla nº 44: Valoración cartera A

V.F. del bono = 215,41	**V.F. de la cartera = 112.658,80**

Tabla nº 45: Valoración cartera B

V.F. del bono = 166,28	**V.F. de la cartera = 100.434,28**

Tabla nº 46: Valoración cartera C

V.F. del bono = 164,65	**V.F. de la cartera = 97.144,61**

Si se diera este caso, observamos que la cartera nº3 no sería suficiente para afrontar el pago de los 100.000 euros que debemos realizar en el año 4. Por tanto, si eligiésemos la cartera nº 3 correríamos el riesgo de que disminuyesen los tipos de interés y no fuésemos capaz de afrontar el pago de los 100.000 que debemos realizar el 4º año.

Por tanto, y como conclusión, podemos afirmar que en un entorno de incertidumbre antes las variaciones de los tipos de interés, la única cartera que nos permitiría afrontar el pago de los 100.000 euros en el 4º año, con independencia de la evolución que sigan los tipos de interés, sería la cartera nº 2.

Con este sencillo ejemplo, podemos afirmar que sí que se cumple el teorema enuncia por Fisher y Weil.

ANEXO Nº 4: Error cometido por la curva de rentabilidad. Variable cupón

En este cuadro hemos tratado de comparar la diferencia que existe entre la ETTI y la curva de rentabilidad cuando varía el cupón que nos aporta el bono. La TIR de los diferentes títulos es calculada mediante la fórmula TIR de la hoja de cálculo Excel; lo que se hace es pagar en un momento inicial el precio del bono, el cual ha sido calculado a través de la actualización de los pagos a los que me da derecho según los tipos de interés spot y éste precio debe ser equivalente a los pagos a los que nos da derecho el bono que poseemos. De esta equivalencia obtenemos un tipo de interés, que es la TIR. Al obtener la TIR de los títulos para distintos vencimientos lo que estamos haciendo es construir una curva de rentabilidad. A continuación, mostraremos un pequeño ejemplo:

Consideremos la ETTI creciente que estamos utilizando a lo largo del estudio empírico (tabla nº 3):

Tabla nº 47: Cálculo spots

Vencimiento	Precio adquisición	Valor amortización	Tipo interés	Tipo interés
1	99	100	0,01010	1,010%
2	97	100	0,01535	1,535%
3	94	100	0,02084	2,084%
4	92	100	0,02106	2,106%
5	89	100	0,02358	2,358%
6	86	100	0,02546	2,546%
7	82	100	0,02876	2,876%
8	79	100	0,02990	2,990%
9	76	100	0,03096	3,096%
10	73	100	0,03197	3,197%

Para calcular, por ejemplo, el precio de un bono americano con cupón anual del 10% y un vencimiento a 4 años y la TIR de éste, realizaríamos el siguiente cuadro: