ROBOT NADADOR TIPO FLAGELO BACTERIANO PLANO: ESTUDIO Y SIMULACIÓN DEL MECANISMO DE PROPULSIÓN

José Emilio Traver, Blas M. Vinagre, Inés Tejado

Escuela de Ingenierías Industriales, Universidad de Extremadura, (06006) Badajoz.

e-mail: {jetraverb,bvinagre,itejbal}@unex.es

Resumen

Este artículo propone una nueva técnica de propulsión para entornos viscosos basada en el movimiento de los peces que puede ser idónea para la propulsión de robots de pequeñas dimensiones. Se estudian y simulan diferentes formas de generar un movimiento de onda viajera, optando por el movimiento realizado por la categoría de peces Carangiforme. La propulsión de este tipo de peces podría modelarse mediante un filamento elástico excitado por un conjunto de actuadores piezoeléctricos distribuidos.

Palabras clave: Microrrobots, propulsión, onda viajera.

1. INTRODUCCIÓN

La robótica de pequeña escala, es decir, robots de dimensiones de varios centímetros o incluso inferior (escala micro o nano), va camino de revolucionar muchos aspectos en diversos ámbitos. También llamada microrrobótica en muchos trabajos de la bibliografía especializada, como aplicaciones más destacables se pueden mencionar las siguientes: en medicina, como técnicas mínimamente invasivas [10, 24] o en diagnóstico y tratamiento de enfermedades [3, 18, 22], en tareas inspección, por ejemplo de infraestructuras [30, 36] o de maquinaria [6], en labores de búsqueda y rescate en catástrofes [17, 23, 34], e incluso en entretenimiento y juegos [33]. El lector interesado puede consultar [25, 29] y las referencias que allí se incluyen para una revisión más detallada de otras aplicaciones de este tipo de robots.

Sin embargo, trabajar en escala micro impone muchos desafíos, principalmente relativos a la fabricación de los robots, control y suministro de energía. La locomoción también es una cuestión clave a considerar en este tipo de robots, ya que sobre ella también se reflejan los efectos del escalado. En ese sentido, el número de Reynolds (en adelante, Re), relación entre las fuerzas inerciales y las de fricción o viscosas, dependiendo del medio en el que se encuentre el robot, suele ser otra con-

sideración a la hora del diseño del método de locomoción del robot. En la actualidad, una de las tendencias que inspira los avances en este campo consiste en reproducir las funciones de locomoción de ciertos animales, especialmente el nado de criaturas acuáticas y el vuelo de insectos [31].

Dentro de este contexto existen diferentes propuestas de mecanismos de propulsión basados en la propulsión tipo flagelo artificial bacteriano (ABF, de sus siglas en inglés), distinguiendo dos categorías: plano y helicoidal. En la implementación de ambas estrategias existen dos líneas de trabajo claramente diferenciadas, mediante la actuación de campos magnéticos [7, 15] o a través de actuadores rotativos [27] o piezoeléctricos [16] en los casos de ABF helicoidal y plano, respectivamente. En el marco de ABF plano se destacan los estudios que caracterizan el movimiento de onda viajera del flagelo de las células eucariotas [8], y su implementación a través de segmentos rígidos constituidos por actuadores piezoeléctricos [14].

Considerando como punto de partida la biomimesis de los peces, el objetivo de este artículo es estudiar el mecanismo de propulsión de robots ABF plano, es decir, el análisis, la descripción y la simulación del movimiento de la onda viajera generada con segmentos flexibles estimulados mediante actuadores piezoeléctricos. Para ello, se propondrá la descripción del movimiento de onda viajera de acuerdo al movimiento de nado de los peces *Carangiform* y el flagelo de las células eucariotas, así como la caracterización de la velocidad de avance de acuerdo al movimiento de onda viajera propuesto. La descripción y simulación del comportamiento elástico del AFB tendrá su base en la constitución de la espina dorsal de los peces y las proteínas que forman el flagelo. Por otro lado, se apostará por la metodología de actuadores distribuidos a lo largo del AFB, ya que ésta reproduce la técnica de estimulación del flagelo de las células eucariotas.

El documento se encuentra estructurado en cinco secciones. La sección 2 trata las principales características del entorno que serán claves para el estudio y análisis del movimiento de propulsión. En la sección 3 se analizan las formas de onda y sus rela-

ciones con la fuerza de propulsión y la velocidad de avance obtenidas. La forma de simular dicho movimiento, así como los resultados de simulación obtenidos se presentan en la sección 4. Finalmente, la sección 5 resume las principales conclusiones extraídas del presente trabajo.

2. CARACTERÍSTICAS DEL ENTORNO

Para conseguir el movimiento de los microrrobots es necesario realizar un correcto diseño del sistema de propulsión, capaz de reducir los principales factores que se oponen al movimiento, como refleja la Figura 1, y a la vez ser capaz de utilizar las propias características del entorno en su beneficio.

La hidrodinámica de objetos nadadores macroscópicos viene gobernada por la ecuación de Navier-Stokes, que para un fluido incompresible viene dada por la ecuación

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} - \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \mathbf{F} \quad (1)$$

donde t es el tiempo, ρ es la densidad del fluido, μ la viscosidad dinámica, $\mathbf{V}$ es el vector velocidad, P es la presión, y $\mathbf{F}$ representa otras fuerzas externas. Dicha ecuación es aplicable a regímenes con alto número de Reynolds, es decir, aquellos en los que los términos inerciales (los dos primeros en la ecuación (1)) son mucho mayores que los viscosos. Todo indica que un nadador en estos regímenes se basa en la inercia para nadar.

Sin embargo, a pequeña escala (hasta cientos de micras), las fuerzas viscosas dominan sobre las inerciales dando como resultado bajos Re , experimentando los objetos nadadores una hidrodinámica diferente. En estos regímenes la ecuación (1) se reduce a la ecuación de Stokes:

$$-\frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{V} + \frac{1}{\rho} \nabla P = \mathbf{F} \quad (2)$$

Figura 1: Factores implicados en el movimiento a escalas micrométricas.

Las estrategias de locomoción utilizadas en estos casos son bastante diferentes a las utilizadas a nivel macroscópico, pues la deriva debida a la inercia ya no funciona. La estrategia de la venera (*scallop*) de cerrar sus valvas a gran velocidad y abrirlas a una velocidad más lenta no produce propulsión en estos dominios, puesto que el cambio de velocidad en los movimientos genera fuerzas inerciales insignificantes. Por lo tanto, para nadar en estos casos es necesario un movimiento no recíproco, irreversible en el tiempo, y los dos que más se han estudiado en la literatura son los que se obtienen batiendo o rotando un flagelo, o lo que es lo mismo, imprimiendo en el flagelo una onda plana o helicoidal.

En el caso de querer obtener a escala macroscópica condiciones de bajos Re , se tendrá que escalar el resto de las magnitudes que intervienen en este parámetro adimensional. Teniendo en cuenta la expresión para el número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu}, \quad (3)$$

establecido el tamaño del robot (L), deberemos utilizar un fluido que, a las velocidades de desplazamiento esperadas (V), tenga la relación ρ/μ adecuada.

3. PROPULSIÓN

Diversos estudios indican que el tipo de propulsión más adecuada es aquella que imite los movimientos de natación de los microorganismos [1], quienes evidencian la capacidad de navegar por un entorno de las propiedades descritas. Existen diferentes metodologías de propulsión, así como mecanismos o dispositivos necesarios para llevarlas a cabo. Se distinguen principalmente dos formas: autónoma o inducida. La primera metodología se centra en el estudio de los mecanismos internos necesarios para lograr la propulsión, independiente de cualquier otro sistema (propulsión activa), mientras que la segunda se enfoca en estudiar los microrrobots como elementos pasivos, gobernados por un sistema exterior e independiente a éstos (propulsión pasiva). Independientemente del tipo de implementación, ambas técnicas tienen como objetivo reproducir el movimiento de onda viajera de las células eucariotas (ver Figura 2a) mediante un AFB flexible o de segmentos rígidos, o el movimiento helicoidal de las bacterias con un AFB completamente rígido (ver Figura 2b). Se ha demostrado que ambos movimientos generan un movimiento no recíproco (no estacionario) y proporcionan la fuerza de propulsión necesaria para desplazarse [13, 35].

En el siguiente apartado se abordarán las princi-

Figura 2: Propulsión (a) onda viajera y (b) helicoidal.

pales características del movimiento de onda viajera, y la forma de implementación escogida para reproducirlo.

3.1. FUERZA DE PROPULSIÓN Y VELOCIDAD DE AVANCE

Para lograr replicar el movimiento de onda viajera es necesario previamente conocer algunas de las características que permiten a las células eucariotas realizarlo, para con ello llegar a moverse por un entorno viscoso.

La estructura interna del flagelo de una célula eucariota está constituido por pares de microtúbulos y otras proteínas asociadas. El movimiento tiene su origen en un motor molecular que a través de la hidrólisis de trifosfato de adenosina (ATP) genera el deslizamiento de unos microtúbulos contra otros [2]. Este movimiento se traduce en un simple deslizamiento, pero la existencia de un conjunto de proteínas distribuidas uniformemente sobre los microtúbulos, creando uniones entre ellos, origina su deformación. El resultado de esta deformación se puede observar fácilmente a escala macroscópica, donde el conjunto de microdeformaciones a lo largo del flagelo se transforman en una onda viajera.

Del movimiento de un espermatozoide es posible afirmar que éste puede ser modelado mediante un filamento elástico pasivo, que recibe una excitación en uno de sus extremos. Posteriormente, esta excitación es traducida en una deformación que se propaga a lo largo de toda su longitud, y que deberá vencer las fuerzas elásticas, correspondientes a las características del material, y las fuerzas viscosas del entorno. Sin embargo, este comportamiento fue estudiado en [21] y se comprobó que el movimiento generado por los microorganismos, y por lo tanto el comportamiento del flagelo, no puede deberse únicamente a un comportamiento elástico pasivo, pues éste implicaría una reducción de la amplitud conforme se propaga. A pesar de que este modelo no representa fielmente el movimiento del flagelo, sí es válido para una primera aproximación de la reproducción del movimiento, como se demuestra en [9], estudio en el cual se logra reproducir el movimiento del flagelo considerando un modelo sencillo de doble masa-muelle con un actuador externo.

El mismo estudio también pone de manifiesto la existencia de elementos activos (elementos contráctiles) distribuidos en el flagelo, cuyo objetivo es mantener una amplitud constante de la oscilación [21, 26]. Es éste el motivo por el cual se decidirá desarrollar el movimiento de onda viajera con elementos activos, es decir, con actuadores distribuidos en el filamento. También cabe destacar que la energía que deberá aportar cada elemento activo será directamente proporcional a la viscosidad del medio, la frecuencia de oscilación e inversamente proporcional a la elasticidad.

Respecto a la velocidad lograda debido a la fuerza de propulsión, ésta fue analizada en [8], donde se determinó que para un flagelo de dimensiones y velocidad de propulsión relativamente pequeñas, la fuerza ejercida por un elemento infinitesimal del flagelo viene determinado por la siguiente ecuación:

$$\frac{dF}{ds} = \frac{(C_N - C_L) \frac{dy}{dt} \frac{dy}{dx} - V_x \left(C_L + C_N \frac{dy}{dx} \right)}{1 + \frac{dy}{dx}^2}, \quad (4)$$

donde $y(x, t)$ define la forma de onda, C_N y C_L representan el coeficiente de rozamiento normal y tangencial, V_x es la velocidad de avance, $\frac{dy}{dt}$ es la velocidad transversal y $\frac{dy}{dx}$ el ángulo de inclinación del elemento considerado respecto al eje de desplazamiento. Suponiendo unas dimensiones y oscilaciones relativamente pequeñas, es posible aproximar el diferencial de superficie por un diferencial de longitud ($ds \approx dx$), y calcular la velocidad de avance conociendo que la fuerza de propulsión total para una oscilación completa es igual a la fuerza necesaria para vencer la fuerza de arrastre debida al cuerpo, descrita como:

$$nF = C_C V_x \quad (5)$$

donde n es el número oscilaciones simultáneas que recorren el flagelo y C_C representa el coeficiente de arrastre de la cabeza, que para una esfera de radio a viene dado por la expresión

$$C_C = 6\pi\mu a. \quad (6)$$

Así pues, la velocidad de avance se encuentra afectada por los siguientes factores: la forma de la onda, la diferencia entre los coeficientes de arrastre tangencial y normal, y la longitud del filamento. También cabe destacar que el diseño del cuerpo juega un papel crucial en el rendimiento y la velocidad de avance, ya que un diseño adecuado permitirá alcanzar una velocidad cercana a la que se alcanzaría teóricamente con el filamento. Es por lo tanto aconsejable un diseño en forma de disco, dando una mayor eficiencia respecto a una esfera o cilindro [15].

3.2. FORMAS DE ONDA Y VELOCIDAD DE AVANCE

El sistema equivalente a escala macroscópica de los microorganismos navegando por un medio líquido son los *Peces*. Aunque las condiciones que propician la propulsión de los peces difieren del mecanismo estudiado, la dinámica de su movimiento es similar a la realizada por las células eucariotas, pudiendo ser utilizadas éstas por lo tanto para describir su movimiento.

Según la ictiología, la mayoría de los peces nadan doblando su cuerpo en forma de onda viajera [28]. Este tipo de movimiento es denominado “*body and caudal fin*” (BCF) y comprende diferentes categorías en función de la longitud y amplitud de la onda generada por el movimiento de la cola. La categoría con mayor similitud al movimiento del flagelo de las células es la *Carangiform*. El movimiento descrito por este tipo de peces fue sugerido originalmente por Lighthill [19], y su expresión matemática es

$$y(x, t) = (c_1x + c_2x^2) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - V_pt)\right), \quad (7)$$

donde x es el desplazamiento sobre el eje principal, V_p la velocidad de propagación de las ondas respecto al cuerpo y de sentido contrario a la velocidad de avance, λ la longitud de onda y c_1 y c_2 los coeficientes lineal y cuadrático de la amplitud de la onda, respectivamente. Esta expresión recoge la dinámica del movimiento *Carangiform* realizado desde el punto de unión del cuerpo hasta el extremo final de la cola [11, 12, 20]. Para recoger en una misma expresión la posibilidad de una onda viajera armónica como la estudiada para los flagelos en [8], se debe introducir un nuevo coeficiente c_0 quedando la expresión anterior de la forma

$$y(x, t) = (c_0 + c_1x + c_2x^2) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - V_pt)\right). \quad (8)$$

En (8), el coeficiente c_0 permite definir el movimiento armónico puro de la onda viajera, como se ilustra en la Figura 3, pero no define el realizado por la cola de un pez. Es necesario sustituirlo por el coeficiente c_1 , que impone la condición de contorno $y(0, t) = 0$, es decir, el inicio de la cola se encuentra unido a la cabeza en todo instante de tiempo. Sin embargo, dicho coeficiente define una onda viajera cuya amplitud crece linealmente en el eje principal (ver Figura 3). Para corregir este comportamiento se introduce el término cuadrático c_2 , con el cual es posible modular el crecimiento de la onda viajera para alcanzar una amplitud mantenida sobre el eje principal.

Figura 3: Comparación de la onda viajera para diferentes coeficientes de definición.

Para posteriores análisis se considerarán los coeficientes c_0 y c_2 nulos, pues como se comprueba en la Figura 4 la dinámica descrita se identifica con la realizada por el flagelo de un espermatozoide, y el crecimiento lineal de la onda viajera es relativamente pequeño para longitudes pequeñas del flagelo.

Figura 4: Comparación entre onda viajera creada por un espermatozoide y el movimiento de un pez *Carangiform*. A la izquierda, fotografías tomadas de Charles J. Brokaw [4].

Siguiendo el análisis descrito en [8], se puede extraer la velocidad de avance para el movimiento indicado en (8), derivando respecto del tiempo y el espacio como:

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{2\pi V_p}{\lambda}(c_0 + c_1x + c_2x^2) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - V_pt)\right), \quad (9)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2\pi}{\lambda}(c_0 + c_1x + c_2x^2) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - V_pt)\right) + (c_1 + 2c_2x) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - V_pt)\right), \quad (10)$$

siendo (9) la velocidad transversal, (10) la tangente del ángulo de inclinación del filamento y

$V_p = \lambda f$. Por tanto, la velocidad de avance puede obtenerse como:

$$V_x(t) = \pi f \left(\frac{C_N - C_L}{C_L} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{6\pi R\mu}{n\lambda C_L}} \right) \left(-\frac{2\pi}{\lambda} c_0^2 - 2\pi c_0 c_1 - \frac{4\pi c_0 c_2}{3} \right. \\ \left. + c_0 c_1 \sin(4\pi f t) + c_0 c_2 \sin(4\pi f t) - \frac{2\pi\lambda}{3} c_1^2 \right) \quad (11) \\ -\pi\lambda^2 c_1 c_2 + \frac{\lambda c_1^2}{2} \sin(4\pi f t) + \lambda^2 c_1 c_2 \sin(4\pi f t) \\ - \frac{2\pi\lambda^3}{5} c_2^2 + \frac{\lambda^3 c_2^2}{2} \sin(4\pi f t)$$

donde se puede apreciar la influencia de los factores descritos en [8]. Además cabe destacar que el movimiento no logra una velocidad constante, sino que esta oscila en torno a un valor constante que viene dado por

$$V_x = \pi f \left(\frac{C_N - C_L}{C_L} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{6\pi R\mu}{n\lambda C_L}} \right) \left(-\frac{2\pi}{\lambda} c_0^2 - 2\pi c_0 c_1 - \frac{4\pi c_0 c_2}{3} - \frac{2\pi\lambda}{3} c_1^2 - \pi\lambda^2 c_1 c_2 - \frac{2\pi\lambda^3}{5} c_2^2 \right).$$

4. SIMULACIÓN DE LA PROPULSIÓN POR ONDA VIAJERA

Como se ha comentado, la solución propuesta para simular la propulsión del ABF considera un sistema con actuadores piezoeléctricos distribuidos. (La elección de este tipo de actuador se ha hecho sobre todo teniendo en cuenta sus reducidas dimensiones, facilidad de uso e implementación.) Se sabe que en este tipo de actuadores se genera una deformación tras aplicar una diferencia de potencial entre sus caras. Por tanto, el flagelo del ABF se considera dividido en segmentos unidos por elementos elásticos, cada uno de ellos gobernado por un piezoeléctrico, cuya deformación puede ser modelada como la flexión de una viga usando la teoría de Euler-Bernoulli (ver Figura 5). Una implementación alternativa podría ser la estudiada en [15], en donde los segmentos están constituidos por bobinas de forma contigua a lo largo de un polímero flexible. El movimiento es generado como consecuencia la fuerza de Lorentz provocada al exponer un campo magnético en presencia de un campo eléctrico.

Figura 5: Onda viajera por actuadores (piezoeléctricos) distribuidos.

(a) Modelo masa-muelle-amortiguador.

(b) Modelo en SimMechanics.

Figura 6: Implementación filamento elástico.

Para la simulación del movimiento, en este trabajo se considera el flagelo dividido en tres segmentos y se sitúa un actuador en cada uno de sus extremos. Por un lado, cada segmento se modela como un conjunto de elementos (de 0.5 mm), de igual forma que los peces tienen una columna formada por decenas de vértebras. La unión entre elementos se considera como un sistema masa-muelle-amortiguador, tal y como se ilustra en la Figura 6a. La Figura 6b representa el modelo de este sistema implementado en la herramienta SimMechanics de MATLAB/Simulink. Para la simulación, la constante elástica y coeficiente de amortiguamiento son calculados en función de las propiedades del material utilizado, y de acuerdo a lo descrito en [5], donde las propiedades se relacionan con el módulo de Young, el momento de inercia y el desplazamiento debido a la deformación. Los actuadores, por otro lado, se modelan de acuerdo a las especificaciones indicadas por el fabricante, y cuya deformación se manifiesta a través de una articulación prismática.

La Figura 7 muestra el modelo completo de un ABF de longitud de 36 mm. Las longitudes de los segmentos considerados son 3.9, 10 y 21 mm, basado en el trabajo presentado en [14] en el que se determinó la ubicación óptima de los actuadores para alcanzar la mayor velocidad de avance.

La señal que se pretende reproducir mediante la deformación de los actuadores es la dada por la expresión (8), que define la forma de onda que se ha de propagar a lo largo del flagelo. Para ello, los actuadores son excitados adecuadamente median-

Figura 7: Visualización 3D del ABF (el diseño de la cabeza es únicamente estético).

te una estrategia de control clásica basada en un controlador proporcional-integral (PI), con el objeto de lograr la deformación necesaria para generar el movimiento. En base a esto, la deformación física que deberán lograr los piezoeléctricos se corresponderá con la amplitud, para cada instante de tiempo, de la onda teórica en la posiciones en las que se ubican los actuadores. En otras palabras, se supone que el primer actuador es capaz de generar el movimiento con la forma de onda aproximadamente correcta, mientras que los actuadores sucesivos se encargan de corregir y adaptar este movimiento a la forma de onda deseada, además de proporcionar la energía necesaria a la onda de propagación para mantener una amplitud aproximadamente constante.

La Figura 8 muestra el estímulo exigido a cada uno de los actuadores (en azul) y el desplazamiento logrado debido a su propia acción (en rojo), y los demás actuadores, como consecuencia de las propiedades elásticas del material. Los resultados arrojan, en una primera instancia, que el movimiento realizado no se asemeja al deseado ya que la propagación de la onda y la actuación de los piezoeléctricos no logra la amplitud necesaria ni el correcto desfase en el tiempo.

Sin embargo, en la visualización 3D del movimiento simulado (ver la Figura 9 y la animación en [32]) se observa una leve propagación de la onda generada en el primer y segundo segmento, pero que ésta es paralizada por la actuación del último actuador, donde se refleja un comportamiento estacionario.

5. CONCLUSIONES

Con el presente documento se ha tratado de analizar y simular el movimiento realizado por las células eucariotas, las cuales aprovechan las características del entorno para generar un movimiento

Figura 8: Estimulación y respuesta de los actuadores.

Figura 9: Visualización 3D del movimiento simulado.

concreto que les permita propulsarse a través del medio. El movimiento realizado recibe la denominación de onda viajera (*“traveling wave”*), el cual se ha intentado aproximar mediante biomimesis del movimiento de natación de los peces. Se ha analizado la velocidad de avance que se podría alcanzar, suponiendo unas amplitud de las oscilaciones relativamente pequeña, y se ha aproximado el comportamiento del flagelo a partir de un filamento elástico en junto con un sistema de actuadores distribuidos. De los resultados de la simulación, donde se ha intentado reproducir el movimiento teórico descrito, podemos establecer diversas conclusiones: la necesidad de realizar un estudio que permita determinar las ubicaciones óptimas de los actuadores de acuerdo al modelo realizado, una selección de posibles materiales aplicables en futuras pruebas experimentales, y la caracterización de sus propiedades para poder simularlo. También puede ser conveniente utilizar una estrategia de control alternativa que gobierne la actuación de los piezoeléctricos, con el objeto de reproducir con mayor fidelidad el movimiento de onda viajera, con una amplitud constante en la propagación de la onda.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por la Ayuda a Grupos de la Junta de Extremadura con número de expediente GR15178.

Referencias

- [1] J. J. Abbott, Z. Nagy, F. Beyeler, and B. J. Nelson. Robotics in the small, part i: Microbotics. *IEEE Robotics Automation Magazine*, 14(2):92–103, June 2007.
- [2] B. Alberts, D. Bray, K. Hopkin, A. Johnson, J. Lewis, M. Raff, K. Roberts, and P. Walter. *Essential Cell Biology, Fourth Edition*. Taylor & Francis Group, 2013.
- [3] R.R. Alfano, S. Alfano, Q.Z. Wang, and P.P. Ho. Remote-controllable, micro-scale

- device for use in in vivo medical diagnosis and/or treatment, May 29 2001. US Patent 6,240,312.
- [4] Charles J. Brokaw. <https://www.bbe.caltech.edu/content/charles-j-brokaw>.
 - [5] Victor Chudnovsky, Dallas Kennedy, Arnav Mukherjee, and Jeff Wendlandt. Modeling flexible bodies in SimMechanics and Simulink. *MatLab Digest*, 14(3), 2006.
 - [6] Nikolaus Correl and Alcherio Martinoli. Multirobot inspection of industrial machinery. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, pages 103–112, 2009.
 - [7] Thomas W. R. Fountain, Prem V. Kailat, and Jake J. Abbott. Wireless control of magnetic helical microrobots using a rotating-permanent-magnet manipulator. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2010)*, pages 576–581, 2010.
 - [8] J. Gray and G. J. Hancock. The propulsion of sea-urchin spermatozoa. *Journal of Experimental Biology*, 32(4):802–814, 1955.
 - [9] Christopher B. House. Sonic actuation of small-scale robots in a fluidic environment. Technical report, DTIC Document, 2014.
 - [10] Ian W. Hunter, Tilemachos D. Doukoglou, Serge R. Lafontaine, Paul G. Charette, Lynette A. Jones, Mark A. Sagar, Gordon D. Mallinson, and Peter J. Hunter. A teleoperated microsurgical robot and associated virtual environment for eye surgery. *Presence*, 2(4):265–280, 1994.
 - [11] D. Korkmaz, U. Budak, C. Bal, G. Ozmen Koca, and Z. H. Akpolat. Modeling and implementation of a biomimetic robotic fish. In *Proceedings of the 2012 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM'12)*, pages 1187–1192, June 2012.
 - [12] D. Korkmaz, O. G. Koca, and Z. H. Akpolat. Robust forward speed control of a robotic fish. In *Proceedings of the Sixth International Advanced Technologies Symposium, Elazig/Turkey*, pages 33–38, 2011.
 - [13] G. Kosa, M. Shoham, and M. Zaaroor. Analysis of a swimming micro robot. In *Proceedings of the First IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob 2006)*, pages 130–134, Feb 2006.
 - [14] G. Kosa, M. Shoham, and M. Zaaroor. Propulsion method for swimming microrobots. *IEEE Transactions on Robotics*, 23(1):137–150, Feb 2007.
 - [15] Gábor Kósa, Péter Jakab, Nobuhiko Hata, Ferenc Jólesz, Zsolt Neubach, Moshe Shoham, Menashe Zaaroor, and Gábor Székely. Flagellar swimming for medical micro robots: theory, experiments and application. In *Proceedings of the 2nd IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob 2008)*, pages 258–263. IEEE, 2008.
 - [16] Gábor Kósa, Moshe Shoham, and Menashe Zaaroor. Propulsion of a swimming micro medical robot. *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2005:1327–1331, 2005.
 - [17] Vijay Kumar, Daniela Rus, and Sanjiv Singh. Robot and sensor networks for first responders. *IEEE Pervasive Computing*, 3(4):24–33, 2004.
 - [18] H. Li, J. Tan, and M. Zhang. Dynamics modeling and analysis of a swimming microrobot for controlled drug delivery. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 6(2):220–227, 2009.
 - [19] M. J. Lighthill. Note on the swimming of slender fish. *Journal of Fluid Mechanics*, 9:305–317, 10 1960.
 - [20] Jindong Liu and Huosheng Hu. Building a 3D simulator for autonomous navigation of robotic fishes. In *Proceedings of the 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2004)*, volume 1, pages 613–618 vol.1, Sept 2004.
 - [21] K. E. Machin. Wave propagation along flagella. *Journal of Experimental Biology*, 35(4):796–806, 1958.
 - [22] Veronika Magdanz, Samuel Sanchez, and Oliver G. Schmidt. Development of a sperm-flagella driven micro-bio-robot. *Advanced Materials*, 25:6581–6588, 2013.
 - [23] R. R. Murphy, J. Kravitz, S. L. Stover, and R. Shoureshi. Mobile robots in mine rescue and recovery. *IEEE Robotics Automation Magazine*, 16(2):91–103, 2009.
 - [24] Bradley J Nelson, Ioannis K Kaliakatsos, and Jake J Abbott. Microrobots for minimally invasive medicine. *Annual review of biomedical engineering*, 12:55–85, 2010.

- [25] Igor Paprotny and Sarah Bergbreiter. *Small-Scale Robotics. From Nano-to-Millimeter-Sized Robotic Systems and Applications*, volume 8336 of *Lecture Notes in Computer Science*, chapter Small-Scale Robotics: An Introduction, pages 1–15. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2014.
- [26] Robert Rikmenspoel. Elastic properties of the sea urchin sperm flagellum. *Biophysical journal*, 6(4):471, 1966.
- [27] Bruce Rodenborn, Chih-Hung Chen, Harry L. Swinney, Bin Liu, and H. P. Zhang. Propulsion of microorganisms by a helical flagellum. *Proceedings of the National Academy of Sciences of United States of America*, 110(5):E338–E347, 2013.
- [28] M. Sfakiotakis, D. M. Lane, and J. B. C. Davies. Review of fish swimming modes for aquatic locomotion. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 24(2):237–252, Apr 1999.
- [29] Metin Sitti. Microscale and nanoscale robotics systems: Characteristics, state of the art, and grand challenges. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 14(1):53–60, 2007.
- [30] D. A. Stepanenko, V. T. Minchenya, R. M. Asimov, and K. Zimmermann. Possibility of application of small-size robots with vibratory piezoelectric actuators for inspection of physical state of surfaces. In *Proceedings of the 2011 International Congress on Ultrasonics - Gdansk 2011*, 2011.
- [31] Seiichi Sudo. *Biomimetics Learning from Nature*, chapter Micro Swimming Robots Based on Small Aquatic Creatures, pages 343–362. InTech, 2010.
- [32] José Emilio Traver. Robot nadador tipo flagelo bacteriano plano: animación de la propulsión en Simscape (vídeo), 2016. Online: <http://158.49.55.50/owncloud/index.php/s/WSctWpUYONkHgfw>
- [33] Manuela Veloso, Peter Stone and Kwun Han, and Sorin Achim. *Team Description Small-Size Robot Teams. RoboCup-97: Robot Soccer World Cup I*, volume 1395 of *Lecture Notes in Computer Science*, chapter The CMUnited-97 small robot team, pages 242–256. Springer Berlin Heidelberg, 1998.
- [34] R. M. Voyles and A. C. Larson. TerminatorBot: a novel robot with dual-use mechanism for locomotion and manipulation. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 10(1):17–25, 2005.
- [35] L. Zhang, J. J. Abbott, L. Dong, B. E. Kratochvil, H. Zhang, K. E. Peyer, and B. J. Nelson. Micromanipulation using artificial bacterial flagella. In *Proceedings of the 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 1401–1406, 2009.
- [36] Raziq Asyraf Zin, Khairul Salleh Mohamed Sahari, Juniza Md Saad, Adzly Anuar, and Abd Talip Zulkarnain. Development of a low cost small sized in-pipe robot. *Procedia Engineering*, 41:1469–1475, 2012.