MODELOS PREDICTIVOS DE LA DEFORMACIÓN PERMANENTE DE LAS CAPAS DE BASE DE MATERIALES GRANULARES SUELTOS EMPLEADOS EN LOS FIRMES FLEXIBLES

Ignacio Pérez Pérez; perez@iccp.udc.es
Vicente Navarro Gamir; vnavarro@iccp.udc.es
Universidad de La Coruña
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
Campus de Elviña, s/n.
15192 A Coruña
Fax: 981.167.170

Manuel Romana García; tr02@dumbo.caminos.upm.es
Universidad Politécnica de Madrid
E. T. S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Departamento de Ingeniería Civil. Transportes
Ciudad Universitaria, s/n
28040 Madrid

1. INTRODUCCIÓN

Como es sabido, los firmes de carreteras están expuestos a cargas del tráfico de diferente magnitud y número. A la hora de predecir el comportamiento del firme es de gran importancia conocer si, bajo la acción de un número determinado de dichas cargas, un firme experimentará una progresiva acumulación de la deformación permanente que conduzca a un estado de colapso o si por el contrario el incremento de dicha deformación cesará dando lugar a una respuesta estable y elástica.

Por ello, uno de los principales objetivos de la investigación del comportamiento de los firmes flexibles de carreteras consiste en establecer relaciones constitutivas que permitan dar predicciones exactas de la deformación permanente de los materiales granulares sueltos que conforman las capas de base. Durante años, diversos investigadores han intentado perfilar procedimientos que predigan la deformación permanente en estos materiales. En esta comunicación se va a realizar una breve descripción de los diferentes modelos constitutivos.

2. CORRELACIÓN ENTRE EL COMPORTAMIENTO PLÁSTICO Y RESILIENTE

Veverka (1979) publicó una sencilla correlación entre las propiedades de deformación resiliente y permanente de los materiales granulares:

$$\varepsilon_{1,p} = a \cdot \varepsilon_r \cdot N^b \qquad (1)$$

donde:

$\varepsilon_{1,p}$	=	Deformación permanente acumulada después de **N** repeticiones de carga.
ε_r	=	Deformación resiliente.
a, b	=	Parámetros del material.
N	=	Número de ciclos de carga

La ecuación anterior sugiere una relación lineal entre la deformación permanente y resiliente. En una investigación del comportamiento permanente, tanto de diferentes materiales sueltos empleados en capas de base como de arenas, realizada por Sweere (1990) no se pudo validar la ecuación anterior. Hasta el momento ningún investigador ha confirmado dicha ecuación.

3. DEFORMACIÓN PERMANENTE Y NÚMERO DE CICLOS DE CARGA

Barksdale (1972) llevó a cabo ensayos triaxiales con cargas cíclicas con el fin de realizar un extenso estudio del comportamiento de una serie de materiales granulares de base. Después de haber sometido dichos materiales a 10^5 aplicaciones de carga con una presión de confinamiento constante y una onda de esfuerzos triangular, Barksdale verificó que la acumulación de la deformación axial permanente es proporcional al logaritmo natural del número de ciclos de carga. Esta consideración la expresó mediante la ecuación siguiente:

$$\varepsilon_{1,p} = a + b \cdot \log(N) \qquad (2)$$

donde:

$\varepsilon_{1,p}$	=	Deformación axial permanente acumulada después de **N** repeticiones de carga.
N	=	Número de repeticiones de carga.
a, b	=	Constante de regresión.

Los valores de **a** y **b** son diferentes para cada muestra dependiendo de la densidad y la presión de confinamiento.

Sweere (1990) también investigó, mediante una serie de ensayos triaxiales con cargas repetidas, la respuesta permanente a largo plazo de los materiales granulares. Este investigador argumentó que se producía un buen ajuste entre los valores predichos por la ecuación 2 y los resultados de los ensayos triaxiales debido a que el número ciclos empleado por Barksdale era solamente de 10^5. En este sentido, Sweere manifestó que los requisitos actuales de proyecto hacen necesario que el período de servicio del firme incorpore al menos 10^6 aplicaciones de carga. Por este motivo Sweere realizó ensayos con 10^6 ciclos de carga observando que la ecuación 2 no se ajustaba a los resultados de los mismos. Esto era así porque a partir de ciclos de carga superiores a 10^5 dicha ecuación no era capaz de reflejar el marcado incremento de la acumulación de la deformación permanente. A raíz de estas consideraciones modificó la ecuación 2, calculando también el logaritmo de la deformación permanente, observando un buen ajuste para un gran número de repeticiones de carga. De esta manera la ecuación de la deformación permanente axial es la siguiente:

$$\log\left(\varepsilon_{1,p}\right) = a + b \cdot \log(N) \tag{3}$$

donde:

$\varepsilon_{1,p}$	=	Deformación axial permanente acumulada después de **N** repeticiones de carga.
N	=	Número de repeticiones de carga.
a, b	=	Constantes de regresión.

Posteriormente, Wolff (1992) midió la deformación permanente vertical en estructuras de firmes que incorporaban capas de base granulares. Estas mediciones las llevo a cabo realizando en una serie de ensayos a gran escala, con varios millones de aplicaciones de carga, mediante simulación de vehículos pesados (**HVS**). Él ajustó los datos obtenidos mediante el **HVS** a la ecuación 3 propuesta por Sweere. Los resultados alcanzados refutaron la aplicabilidad de esta ecuación. Este investigador observó que en la parte inicial del ensayo, la ecuación 3 daba un ajuste razonable pero que, para un gran número de aplicaciones de carga, finalmente tendía a divergir de los datos observados. Por último, Wolff propuso un modelo diferente de la deformación permanente derivada de la aplicación de un gran número de repeticiones de carga en las capas de base construidas con materiales granulares:

$$\varepsilon_{1,p} = (m \cdot N + a) \cdot \left(1 - e^{-bN}\right) \tag{4}$$

donde:

$\varepsilon_{1,p}$	=	Deformación axial permanente acumulada después de **N** repeticiones de carga.
N	=	Número de repeticiones de carga.
a, b, m	=	Constantes de regresión.

Según Wolff el crecimiento de la deformación permanente se divide en dos fases diferentes. En una primera fase se produce un rápido desarrollo de la deformación permanente que tiene lugar con la repetición de las cargas. Durante esta fase el ritmo del incremento de la deformación permanente no es constante sino que disminuye continuamente. En la segunda fase el desarrollo de la deformación permanente es mucho menor y la velocidad de crecimiento se aproxima a un valor constante.

Como se puede observar, en las ecuaciones vistas anteriormente se asume que la acumulación de la deformación permanente con el número de ciclos es indefinida. Sin embargo, diversos investigadores han argumentado que, al menos a ciertos niveles de los esfuerzos aplicados, la deformación permanente converge hacia un límite de equilibrio. En este orden de ideas, Kherd (1985) ejecutó ensayos triaxiales con cargas repetidas con presión de confinamiento variable (**VCP**) con el fin de llevar a cabo una investigación donde estudió el desarrollo de la deformación permanente de una piedra caliza machacada. Estos ensayos se realizaron con varios niveles de esfuerzos así como con diferentes densidades y contenidos de humedades. En su investigación, Kherd concluyó que el ritmo de crecimiento de la deformación permanente acumulada decrece logaritmicamente con el número de repeticiones de carga:

$$\frac{\varepsilon_{1,p}}{N} = A \cdot N^{-m} \qquad (5)$$

donde:

$\varepsilon_{1,p}$	=	Deformación axial permanente acumulada después de **N** repeticiones de carga.
N	=	Número de repeticiones de carga.
A	=	Parámetro del modelo.
m	=	Parámetro del modelo.

En la ecuación anterior **m** es un parámetro que depende solamente del material. El parámetro **A** representa la deformación residual después de aplicarse el primer ciclo de carga a la muestra. Este parámetro depende tanto del material como de la relación de esfuerzos octaédricos y del Módulo Resiliente:

$$A = s_1 \cdot (R_0)^{s_2} \cdot (M_r)^{s_3} \qquad (6)$$

donde:

s_1, s_2, s_3	=	Constantes de regresión.
R_o	=	τ_0 / σ_o =Relación entre la tensión octaédrica tangencial y la normal.
M_r	=	Módulo Resiliente.

Sustituyendo la ecuación 6 en la 5 se obtiene el modelo constitutivo propuesto por Kherd que describe la deformación permanente de una capa de base de material granular en función del Módulo Resiliente. Dicho modelo refleja la resistencia del material, el estado de esfuerzos y el número de aplicaciones de cargas:

$$\frac{\varepsilon_p}{N} = s_1 \cdot (R_0)^{s_2} \cdot (M_r)^{s_3} \cdot N^{-m} \qquad (7)$$

Finalmente, a este respecto cabe añadir que, aunque en todos las muestras ensayados Kherd obtuvo coeficientes de correlación cercanos a la unidad, en la literatura científica no se ha encontrado ninguna verificación de este modelo.

Paute et al (1988) sugirieron que la deformación permanente aumenta gradualmente hacia un valor asintótico. Desde este punto de vista expresaron la relación entre la deformación axial permanente y el número de ciclos de la forma siguiente:

$$\varepsilon^{*}_{1,p} = \frac{A\sqrt{N}}{\sqrt{N}+D} \qquad (8)$$

donde

$\varepsilon_{1,p}$	=	Deformación axial permanente acumulada después de los 100 primeros ciclos de carga.
N	=	Número de repeticiones de carga.
A	=	Parámetro de regresión del modelo.
D	=	Parámetro de regresión del modelo.

En una investigación posterior Paute et al (1996) propusieron un modelo nuevo con el objeto de expresar la influencia del número de aplicaciones de carga en el desarrollo de la deformación permanente de los materiales granulares. Dicho modelo está basado en las hipótesis siguientes:

- La deformación permanente se mide a partir de ensayos **VCP** de 80000 ciclos de carga.
- El modelo solamente se aplica en la deformación permanente axial ya que ésta es más importante a la hora de estimar las deformaciones plásticas longitudinales (roderas).
- El modelo solamente considera la deformación axial permanente que se produce después de un período de asentamiento de 100 ciclos. Esta deformación se denomina $\varepsilon^{*}_{1,p}$.
- La deformación permanente axial tiene un valor límite.

Este nuevo modelo se basó en el análisis de la velocidad de crecimiento de la deformación permanente $\delta\varepsilon_{1,p}/\delta N$. En este sentido, estos investigadores realizaron sobre una gran variedad de materiales granulares ensayos triaxiales donde se mostraba que existe una relación lineal entre el logaritmo del ritmo de crecimiento $\ln(\delta\varepsilon_{1,p}/\delta N)$ y el logaritmo del número de ciclos $\ln(N)$. Por lo tanto, esta relación se puede expresar mediante la ecuación siguiente:

$$\ln\left(\frac{\delta\varepsilon_{1p}}{\delta N}\right) = a + b \cdot \ln(N) \qquad (9)$$

donde

$\delta\varepsilon_{1,p}$	=	Deformación axial permanente acumulada.

N	=	Número de repeticiones de carga.
a, b	=	Parámetros de regresión del modelo.

Seguidamente, Paute et al llevaron a cabo la sencilla integración de la ecuación 9 obteniendo como resultado la expresión siguiente:

$$\varepsilon_{1p}(N) = \left(\frac{e^{a}}{b+1}\right) \cdot (N)^{b+1} + c \qquad (10)$$

siendo **c** una constante de integración. A continuación, estos autores realizaron algunas modificaciones con el fin de expresar la ecuación anterior en términos de ε^{*}_{1p}. Finalmente, utilizando una notación más sencilla obtuvieron:

$$\varepsilon^{*}_{1p}(N) = \varepsilon_{1p}(N) - \varepsilon_{1p}(100) = A\left[1 - \left(\frac{N}{100}\right)^{-B}\right] \qquad (11)$$

donde

$\delta^{*}\varepsilon_{1,p}$**(N)**	=	Deformación axial permanente acumulada restando los 100 primeros ciclos de carga.
$\delta\varepsilon_{1,p}$**(N)**	=	Deformación axial permanente acumulada después de **N** ciclos de carga.
$\delta\varepsilon_{1,p}$**(100)**	=	Deformación axial permanente acumulada en los 100 primeros ciclos de carga.
N	=	Número de repeticiones de carga.
A, B	=	Parámetros de regresión del modelo.

Los estudios han demostrado que los parámetros de la ecuación anterior son siempre positivos. Este resultado es importante porque cuando **B>0**, $\varepsilon^{*}_{1p}(N)$ tiende hacia un límite finito igual a **A** para **N** infinito. Por consiguiente, el parámetro **A** es considerado como el valor límite de la deformación axial permanente total cuando el número de aplicaciones de carga tiende a infinito.

Por otra parte, dichos investigadores realizaron ensayos con diferentes trayectorias de tensiones en los cuales se demostraba que la variación de **A** con el nivel de esfuerzo se podría expresar mediante la ecuación siguiente:

$$A = \frac{\dfrac{q}{(p+p^{*})}}{a - b \cdot \dfrac{q}{(p+p^{*})}} \qquad (12)$$

donde:

A	=	Valor límite para la deformación permanente máxima.
q	=	Esfuerzo desviador máximo.
p	=	Esfuerzo normal máximo medio.
$\mathbf{p^*}$	=	Parámetro de esfuerzo definido mediante la intersección de la línea de fallo estático y el eje de **p** en el espacio de tensiones **p-q**.
a	=	Parámetro de regresión.
b	=	Parámetro de regresión.

En la ecuación anterior se tiene que si la línea de falla es igual a $\mathbf{q_f = m \cdot p + s}$ entonces el valor de $\mathbf{p^*}$ es igual a **s/m**. Esta relación hiperbólica es parecida a la propuesta por Lenz y Baladi (1981) que será analizada en el próximo apartado. Esta ecuación indica, por un lado, que **A** incrementa cuando la relación **q/p** aumenta y, por otro, que **A** es infinita cuando hay se alcanza un valor límite para la relación $\mathbf{q/(p+p^*)}$ igual a **m= a/b**. Este planteamiento sugiere que la línea de fallo estático definida mediante los parámetros **m** y $\mathbf{p^*}$ podría estimarse utilizando los resultados de ensayos **VCP**.

4. CORRELACIÓN ENTRE ENSAYOS DE CARGA ESTÁTICA Y DINÁMICA

Algunos investigadores han correlacionado la información procedente de los ensayos triaxiales con cargas repetidas con los resultados obtenidos en los ensayos con cargas estáticas. Este planteamiento ha provocado reacciones de diversas índole ya que, como se sabe, el comportamiento de los materiales granulares es muy complejo y la respuesta estructural inducida por las cargas cíclicas y por las estáticas no son esencialmente iguales.

En un principio, Lentz y Baladi (1981) partieron de la ecuación 2 propuesta por Barksdale que relacionaba la deformación permanente con el número de ciclos de carga. En esta ecuación, según dichos investigadores, la constante **a** representa la deformación permanente que ocurre durante el primer ciclo de carga y la constante **b** es el ritmo de crecimiento de la deformación permanente con el incremento del número de cargas. Estas constantes difieren en cada muestra dependiendo de la densidad, la presión de confinamiento y el esfuerzo desviador. Se planteó obtener una relación constitutiva que predijera la deformación permanente bajo cualquier número de cargas y a cualquier nivel de esfuerzo. Esta relación debería tener en cuenta las variables de la muestra (densidad, contenido de humedad), la presión de confinamiento, los esfuerzos desviadores cíclicos y el número de aplicaciones de carga. Dado que la ecuación 2 expresa la deformación permanente acumulada en función del número de repeticiones de carga y que los parámetros **a** y **b** representan las características del comportamiento de la muestra bajo condiciones particulares de ensayo, se consideró conveniente desarrollar un modelo constitutivo partiendo de dicha expresión.

Más adelante, Lentz y Baladi (1981) emplearon la curva estática de esfuerzo-deformación de una arena para predecir la deformación permanente acumulada en una muestra idéntica pero ensayada bajo las condiciones de cargas cíclicas. En este planteamiento, las modificaciones de las características del material y de las condiciones del ensayo se reflejan a través de la variación en el comportamiento estático de la curva esfuerzo-deformación y de los cambios sufridos por los parámetros **a** y **b**. De esta manera, la normalización de los esfuerzos y deformaciones cíclicas con respecto al esfuerzo y deformación estática eliminará o reducirá los efectos de estas variables. Los datos de la curva de deformación-esfuerzo estática se obtienen de una muestra idéntica a la utilizada en el ensayo cíclico. Esto requiere un ensayo triaxial estático por cada combinación de densidad, contendido de humedad y presión de confinamiento utilizada en el programa de ensayos dinámicos.

En este sentido, Lenz y Baladi normalizaron los valores de los esfuerzos desviadores dividiendo éstos entre la resistencia estática máxima (**S**) obtenida del correspondiente ensayo triaxial estático. Seguidamente, normalizaron los valores del parámetro **a** dividiéndolos entre la deformación estática que corresponde a un esfuerzo igual al 95% de la resistencia estática máxima (**S)**.

A continuación, propusieron la siguiente relación entre el parámetro **a** y el esfuerzo desviador normalizado:

$$\mathbf{a} = \varepsilon_{0.95S} \cdot \ln\left(1 - \frac{q}{S}\right)^{-0.15} \tag{13}$$

donde:

$\varepsilon_{0.95S}$ = Deformación estática al 95% de la resistencia estática.
q = Esfuerzo desviador.
S = Resistencia estática.

Por otro lado, obtuvieron que la relación entre el parámetro **b** y el esfuerzo desviador normalizado es:

$$\mathbf{b} = \frac{\left(\frac{q}{S}\right) \cdot n}{\left[1 - m \cdot \left(\frac{q}{S}\right)\right]} \tag{14}$$

donde:

q = Esfuerzo desviador.
S = Resistencia estática.
N = Número de repeticiones de carga
n, m = Parámetros de regresión que varían de acuerdo a la presión de

confinamiento.

Según estos investigadores en la expresión anterior el coeficiente **n** se relaciona con la presión de confinamiento mediante una función lineal mientras que la relación para **m** es logarítmica. Finalmente, sustituyeron las expresiones 13 y 14 en la ecuación 2 con la intención de obtener la ecuación constitutiva siguiente:

$$\varepsilon_{1,p} = \varepsilon_{0.95S} \cdot \ln\left(1 - \frac{q}{S}\right)^{-0.15} + \left\{ \frac{n \cdot \left(\frac{q}{S}\right)}{\left[1 - m\left(\frac{q}{S}\right)\right]} \right\} \cdot \ln(N) \qquad (15)$$

donde:

$\varepsilon_{1,p}$	=	Deformación permanente acumulada después de **N** repeticiones de carga.
$\varepsilon_{0.95S}$	=	Deformación estática al 95% de la resistencia estática.
q	=	Esfuerzo desviador.
S	=	Resistencia estática.
N	=	Número de repeticiones de carga
n, m	=	Parámetros de regresión que varían de acuerdo a la presión de confinamiento.

En su investigación Lentz y Baladi obtuvieron una buena correlación entre los valores medidos y los calculados. Sin embargo, ellos puntualizaron que la ecuación estaba basada en los resultados de un material empleado en subrasantes de arena y, por lo tanto, se necesitaba más investigación.

Según otros investigadores los ensayos triaxiales con cargas repetidas realizados sobre los materiales granulares de capa de base han demostrado que la magnitud de la deformación axial permanente, después de diferentes números de ciclo de cargas, está gobernada por el nivel de esfuerzo cortante y que la falla del material se produce por encima de un nivel critico del esfuerzo cortante. Gerrard et al (1975) formalizaron este planteamiento relacionando los contornos de la deformación del material con la envolvente de falla estática de Mohr-Coulomb. En esta representación de la envolvente de falla estática, la situación de los niveles de esfuerzos se dibuja sobre un diagrama de Mohr-Coulomb. El nivel de esfuerzos aplicado en cada ensayo triaxial cíclico se relaciona dividiendo el esfuerzo cortante cíclico crítico con la correspondiente resistencia cortante estática. La envolvente de falla estática constituye un límite natural para las deformaciones permanentes principales y los contornos de la deformación.

5. LA DEFORMACIÓN PERMANENTE Y SU RELACIÓN CON EL ESFUERZO

Como es sabido, el nivel de esfuerzo tiene una influencia significativa en el desarrollo de la deformación permanente en la estructura del firme. Diversos investigadores que han realizado ensayos triaxiales con cargas repetidas en materiales granulares sueltos han confirmado que el comportamiento de la deformación permanente está regido principalmente por alguna forma de relación de esfuerzos. En este sentido, Lashine et al (1971) realizaron ensayos triaxiales con cargas repetidas sobre una piedra machacada y encontraron que después de 20,000 aplicaciones de carga la deformación axial permanente se estabilizaba en un valor constante vinculado con la relación de esfuerzo aplicada:

$$\varepsilon_f = 0.9 \cdot \left(\frac{q_{max.}}{\sigma_{3.}} \right) \tag{16}$$

donde:

ε_p	=	Deformación permanente acumulada después de **N** repeticiones de carga.
σ_3	=	Esfuerzo de confinamiento.
$q_{max.}$	=	Esfuerzo desviador máximo.

Asimismo, Shenton (1974) propuso una relación parecida:

$$\varepsilon_{1p} = K \left(\frac{q_{max}}{\sigma_3} \right)^{\alpha} \tag{17}$$

donde:

q_{max}	=	Esfuerzo desviador máximo.
σ_3	=	Esfuerzo de confinamiento.
K	=	Constante de regresión.

Brown y Hyde (1975) han publicado resultados similares al estudiar la respuesta de una piedra machacada bajo una condición de carga triaxial cíclica con presión de confinamiento constante.

Barksdale (1972) hizo ensayos triaxiales con 10^5 aplicaciones de carga con la finalidad de vincular la deformación axial permanente con la relación entre el esfuerzo desviador repetido y la presión de confinamiento. Él empleó la expresión hiperbólica general dada por Duncan y Chang (1970) para ensayos triaxiales estáticos y encontró que las curvas de esfuerzo-deformación plástica provenientes de los ensayos dinámicos daban un buen ajuste. Barksdale (1972) planteó que para un número dado de aplicaciones de carga la dependencia de la deformación axial permanente de los esfuerzos se expresa como:

$$\varepsilon_{1,p} = \frac{\dfrac{q}{K \cdot \sigma_3^{\,n}}}{1 - \left[\dfrac{(R_f \cdot q)}{\dfrac{2(C \cdot \cos\phi + \sigma_3 \cdot \mathrm{sen}\phi)}{(1 - \mathrm{sen}\phi)}} \right]} \qquad (18)$$

donde:

$\varepsilon_{1,p}$ = Deformación axial permanente para un número de aplicaciones de carga **N**.
C = Cohesión aparente.
ϕ = Angulo de fricción interna.
R_f = Constante relacionando la resistencia a la compresión a una diferencia de esfuerzos asintótica.
$K \cdot \sigma_3^{\,n}$ = Relación definida mediante el módulo tangencial inicial como una función de la presión de confinamiento σ_3 (**K** y **n** son constantes).

Pappin (1979) realizó ensayos **VCP** sobre muestras de caliza machacada con una granulometría continua. Él reportó que la deformación cortante permanente se puede expresar como una función de la longitud de la trayectoria de tensiones en el espacio **p-q** y de la relación de esfuerzos aplicados. El también calculó un factor de forma para la variación de la deformación permanente con el número de ciclos y expresó la deformación permanente total cortante como:

$$\varepsilon_{s,p} = (fnN) \cdot l_r \cdot \left(\frac{q_{mo}}{p_{mo}} \right)_{max.}^{2.8} \qquad (19)$$

donde:

$\varepsilon_{s,p}$ = Deformación cortante permanente acumulada
fnN = Factor de forma función del número de ciclos.
l_r = $\sqrt{p_r^{\,2} + q_r^{\,2}}$ =Longitud de la trayectoria de tensiones correspondiente a un ciclo de carga.
p_r = Doble amplitud del esfuerzo normal efectivo correspondiente a un ciclo de carga del ensayo triaxial = $(p_{max.} - p_{min.})$.
q_r = Doble amplitud del esfuerzo desviador correspondiente a un ciclo de carga del ensayo triaxial = $(q_{max.} - q_{min.})$.
q_{mo} = Esfuerzo desviador modificado= $\sqrt{2/3} \cdot q$.
p_{mo} = Esfuerzo normal medio modificado= $\sqrt{3} \cdot p$.

Aunque Pappin dijo que en el material se originan grandes deformaciones permanentes cuando está trabajando cerca del límite del fallo estático, la expresión matemática anterior no es asintótica hacia el fallo y predice deformaciones permanentes finitas que van más allá del esfuerzo de fallo estático.

6. MODULO DE DEFORMACIÓN PERMANENTE

En un trabajo realizado por Jouve et al (1987) se hizo el planteamiento de separar el crecimiento de la deformación plástica en los materiales granulares mediante la descomposición del esfuerzo y la deformación en sus componentes volumétrica y de corte. Así, de forma similar a la teoría elástica, se puede definir un módulo de deformación plástico. En este sentido, Jouve et al definieron los siguientes Módulos de Deformación Permanente:

$$K_p(N) = \frac{p}{\varepsilon_{v,p}(N)} \quad (20)$$

$$G_p(N) = \frac{q}{3\ \varepsilon_{s,p}(N)} \quad (21)$$

donde:

$K_p(N)$	=	Módulo volumétrico con respecto a la deformación permanente.
$G_p(N)$	=	Módulo transversal con respecto a la deformación permanente.
$\varepsilon_{v,p}(N)$	=	Deformación volumétrica permanente para N>100.
$\varepsilon_{s,p}(N)$	=	Deformación transversal permanente para N>100.
q	=	Esfuerzo desviador.
p	=	Esfuerzo normal medio.
N	=	Número de repeticiones de carga

A continuación, propusieron dos expresiones, similares a la ecuación 9 vista anteriormente, que verificaban los resultados experimentales y que permitían expresar el Módulo de Deformación Permanente en función del número de aplicaciones de carga:

$$G_p = \frac{A_2\sqrt{N}}{\sqrt{N}+D_2} \quad (22)$$

$$\frac{G_p}{K_p} = \frac{A_3\sqrt{N}}{\sqrt{N}+D_3} \quad (23)$$

donde:

$K_p(N)$	=	Módulo volumétrico con respecto a la deformación permanente.
$G_p(N)$	=	Módulo transversal con respecto a la deformación permanente.
$\varepsilon_{v,p}(N)$	=	Deformación volumétrica permanente para N>100.
$\varepsilon_{s,p}(N)$	=	Deformación transversal permanente para N>100.
q	=	Esfuerzo desviador.
p	=	Esfuerzo medio normal.
N	=	Número de repeticiones de carga

En la expresión anterior los parámetros $\mathbf{A_2}$, $\mathbf{A_3}$, $\mathbf{D_2}$ y $\mathbf{D_3}$ son constantes que dependen de la relación de esfuerzos **q/p**. El parámetro $\mathbf{A_2}$ es dependiente de la relación de esfuerzos mediante una expresión del tipo $\mathbf{(q/p)^n}$ mientras que los parámetros $\mathbf{A_3}$, $\mathbf{D_2}$ y $\mathbf{D_3}$ están conectados linealmente con esta relación.

8. CONCLUSIONES

Los modelos predictivos de la deformación permanente de las capas de base de materiales granulares sueltos generalmente están basados en el efecto del número de aplicaciones de carga y también en los esfuerzos aplicados. La acumulación gradual de deformación permanente normalmente se define como una función del número de repeticiones de carga. La deformación permanente acumulada después de un número determinado de ciclos también se define en función de los componentes del esfuerzo. Estos modelos son ecuaciones obtenidas mediante el ajuste estadístico de curvas cuyos datos proceden de ensayos triaxiales con cargas repetidas o de mediciones "in situ". Algunos de los modelos predictivos asumen que la acumulación de la deformación permanente es indefinida. Por el contrario, otros modelos predictivos asumen que a ciertos niveles de los esfuerzos la deformación permanente converge hacia un valor límite.

Aunque el desarrollo de modelos es un requerimiento importante para entender el comportamiento de los materiales granulares, el trabajo realizado sobre este tema es bastante limitado por lo que se necesita un mayor esfuerzo en desarrollar modelos que predigan la deformación permanente de los materiales granulares sueltos.

9. BIBLIOGRAFÍA

- Barksdale, R. D. (1972). "Laboratory evaluation of rutting in basecourse materials". Proceedings of the 3rd International Conference on the Structural Desing of Asphalt Pavement, 161-174.
- Brown, S. F., y Hyde, A. F. L. (1975). "Significance of cyclic confinning stress in repeated –load triaxial testing of granular materials". Transportation Research Record 537. Transportation Research Board. Washinngton, D. C., 49-58.
- Duncan, J. M., y Chang, C. Y. (1970). "Non linear analysis of stress and strain in soils". Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. ASCE, 96(5), 1629-1653.
- Gerrard, C. M., Morgan, J. R., y Richards, B. G. (1975). "An approach to the design of flexible pavements for Australian conditions". ARRB Proceedings, 5(8).
- Jouve, P., Martínez, J., Paute, J. L. y Ragneau, E. (1987). "Rational model for the flexible pavements deformation". Proceedings of the 6th International Conference on the Structural Desing of Asphalt Pavement, Vol. 1, 50-64.
- Khedr, S. (1985). "Deformation characteristics of granular base course in flexible pavement". Transportation Research Record 1043. Transportation Research Board. Washinngton, D. C., 131-138.
- Lashine, A. K. F. (1971). "Some aspects of the behaviour of Keuper Marl under repeated loading". PhD thesis, University of Nottingham, U. K.

- Lentz, R. W., y Baladi, G. Y. (1981). “Constitutive equation for permanent strain of sand subjected to cyclic loading”. Transportation Research Record 1043. Transportation Research Board. Washinngton, D. C., 50-54.
- Pappin, J. W. (1979). “Characteristics of a granular material for pavement analysis”. Ph D Thesis. University of Nottinham.
- Paute, J. L., Jouve, P., Martínez, J., y Ragneau, E. (1988). “Modele de calcul pour le dimensionnement des chaussées souples”. Bulletin de liasion des laboratories des Ponts et Chaussées, 156, 21-36.
- Paute, J. L., Hornych, P., y Benaben, J. P. (1996). ”Repeated load traxial testing of granular materials in the French network of Laboratories des Ponts et Chaussées”. Flexible Pavements, Proceedings of the European Symposium Euroflex 1993. Lisboa, Portugal, 20-22 Septiembre.
- Shenton, H. J. (1974). “Deformation of railway ballast under repeated loading (triaxial test)”. Report 5, British Railways Research Deparment.
- Sweere, G. T. H. (1990). “Unbound Granular bases for Roads”. Phd thesis, University of Delf, The Netherlands.
- Veverka, V. (1979) “Raming van de spoordiepte bij wegen met een bitumineuze verharding”, De Wegentechniek, 24 (3), 25-45.
- Wolff, H. (1992). “The elasto-plastic behaviour of granular pavement layers in South Africa”. PhD thesis, Department of Civil Engineering, University of Pretoria, South Africa.