

IV Reunión de Geomorfología
Grandal d'Anglade, A. y Pagés Valcarlos, J., Eds.
1996, Sociedad Española de Geomorfología
O Castro (A Coruña)

PERFILRU: UN PROGRAMA PARA EL ANÁLISIS DE LA RUGOSIDAD DE PERFILES MICROTOPOGRÁFICOS MEDIANTE EL ESTUDIO DE LA GEOMETRÍA FRACTAL

Gallart, F.¹ y Pardini, G.²

¹ Institut de Ciències de la Terra 'Jaume Almera' (CSIC). Solé i Sabarís s/n,
08028 Barcelona

² Istituto per la Chimica del Terreno (CNR), Pisa-Universitat de Girona, Dep.
EQUATA, Unitat Ciència del Sòl. Avda. Lluís Santaló s/n, 17071 Girona

RESUMEN

Presentamos un programa de ordenador para el estudio de la rugosidad de perfiles y su variación con la escala. El análisis se basa en la obtención de la dimensión fractal del perfil para intervalos de escala seleccionables, calculada mediante métodos de regresión lineal, lo que permite su análisis estadístico. Este método ha sido puesto a punto para estudiar los efectos meteorizantes causados por ciclos de helada experimentales sobre muestras de roca arcillosa.

Palabras clave: Microperfiles, rugosidad, dimensión fractal, meteorización por helada

ABSTRACT

A computer program for the analysis of profile roughness and its variation with scale is presented. The analysis is based on the calculation of the fractal dimension of the profile for selectable ranges of scale, performed through lineal regression method, that enables further statistical analysis. This program has been set up in order to study the weathering effects of experimental freezing cycles on mudrock samples.

Keywords: Microprofiles, roughness, fractal dimension, freeze weathering

INTRODUCCIÓN

La rugosidad de un perfil suele definirse a partir de la desviación estandard de las alturas relativas respecto a un nivel de referencia o mediante la relación entre la anchura del perfil y la longitud de su perímetro, medido usualmente con una cuerda o cadena tendida sobre el suelo siguiendo sus rugosidades. Sin embargo, la medida de la rugosidad es solamente adecuada para una escala de trabajo determinada, de modo que diremos que un perfil es rugoso a escala kilométrica (cordillera), hectométrica (montaña, vertiente),

métrica (lapiaz, canchal, morrena o caos de bolos), centimétrica (barra de gravas, surcos de arado), o milimétrica (agregados del suelo). Cada escala tiene su naturaleza distinta y el método de medida es también distinto.

A fin de estudiar la geometría de las alteraciones producidas experimentalmente por helada en muestras arcillosas procedentes de una zona de cárcavas (REGÚÉS *et al.*, 1995, PARDINI *et al.*, in press), hemos utilizado un perfilómetro láser que tiene una resolución vertical de 24µm y horizontal de 147_m (PARDINI *et al.*, 1995). El problema que nos ha surgido es que con este instrumento podemos realizar medidas a través de tres órdenes de magnitud, de modo que la descripción más usual de rugosidad nos era insuficiente.

En efecto, la medida de la longitud de un perfil rugoso (perímetro) es un problema clásico de geometría fractal: depende de la longitud de nuestra unidad de medida o de la escala de observación. En otras palabras, pretendemos medir un objeto no rectilíneo (perfil) pero solamente somos capaces de medir distancias entre puntos (rectas); como más pequeña sea la distancia entre los puntos sucesivos de medida, mayor será la longitud que obtendremos del perfil. Se dice que este objeto (perfil) tiene una dimensión fractal, es decir está entre 1 (recta) y 2 (plano). El estudio clásico de este problema se refería a la longitud de una línea de costa (MANDELBROT, 1967), y se puso de moda en geomorfología durante los años 80 (GOODCHILD & MARK, 1987; ANDRLE & ABRAHAMS, 1989).

Suponiendo que la rugosidad del perfil sea la misma para cualquier escala, (o dentro de un rango de escalas) la relación entre longitud y tamaño del elemento de medida viene definido por la relación de similaridad (Richardson, 1961):

$$L = M * G^{(1-D)}$$

donde L es la longitud obtenida del perfil, M es una constante positiva, G es la longitud de la unidad o intervalo de medida, y D es la denominada dimensión fractal.

Esta ecuación nos traduce en forma matemática el hecho de que al variar la unidad G nos varia la longitud medida L (siguiendo una potencia negativa), y como más distinto a la unidad sea D (más rugoso sea el perfil), más marcada (más curvada) será esta relación. Lo más interesante de esta relación es que para definir la rugosidad ya no nos interesa la longitud del perfil (que nunca podremos medir exactamente), sino cómo varía la longitud medida al variar la longitud de la celda de medida. Si expresamos esta relación en un diagrama logarítmico, se nos vuelve lineal:

$$\log(L) = \log(M) + \log(G) * (1-D)$$

Es decir, la dimensión fractal nos viene indicada por la pendiente de la recta que relaciona el logaritmo de la longitud medida del perfil con el logaritmo del intervalo de medida. Esta pendiente será negativa para dimensiones fractales mayores que la unidad.

En la práctica esta relación resulta muy útil, ya que permite analizar la dimensión fractal de un perfil mediante técnicas simples de regresión lineal, no solamente atribuyendo un valor global de la rugosidad o dimensión fractal a

todo el perfil, sino analizando cómo varía la rugosidad para diversos rangos de escala, y pudiendo comparar los resultados obtenidos con criterios estadísticos. Esta tarea es la que nos viene facilitada por el programa PERFILRU que presentamos en este trabajo (el cálculo de las regresiones se ha basado en Press *et al.*, 1989)

EL EJEMPLO DE LOS PERFILES DE MUESTRAS SOMETIDAS A HELADA

En el problema planteado se trata de perfiles superficiales de muestras que tienen una longitud de 180 mm, obtenidos mediante un perfilómetro que realiza una medida de la altura de la superficie a intervalos de $147\mu\text{m}$, lo que proporciona un total de unas 1200 lecturas por perfil (véase PARDINI *et al.* 1995 para más detalles). La figura 1 muestra el aspecto de tres perfiles realizados sobre la misma línea después de un número creciente de ciclos hielo-deshielo. Esta figura muestra un aumento de la rugosidad en los 12 primeros ciclos y la aparición de discontinuidades así como extrusiones y concavidades al llegar a 21 ciclos. Las líneas verticales son un artefacto creado por el perfilómetro cuando el haz láser es interceptado por las rugosidades y no retorna al sensor; antes del análisis cuantitativo es necesario eliminar estos artefactos del perfil.

Una vez eliminados los artefactos, el programa realiza una serie de cálculos de la longitud del perímetro del perfil, primero utilizando todas las medidas, y luego utilizando una de cada dos, una de cada tres, etc, hasta llegar a la medida de la amplitud rectilínea del perfil entre los dos extremos. Los resultados obtenidos mediante este cálculo (que se puede realizar con una hoja de cálculo pero sería muy tedioso) se representan en la figura 2 superior, sobre escalas logarítmicas.

El análisis de esta figura nos muestra ya algunos elementos interesantes: la pendiente de los tres perfiles es similar para intervalos de medida inferiores al valor 0 (1 mm), y la pendiente de las curvas aumenta con el número de ciclos, además de sufrir un cierto desplazamiento hacia valores mayores del intervalo de medida.

La Figura 2 inferior nos muestra los valores de la dimensión fractal de los perfiles estudiados en relación con el tamaño de la unidad de medida. Se ha utilizado un intervalo de un orden de magnitud del tamaño de celda para calcular las regresiones. Este gráfico nos ayuda a interpretar mejor el gráfico anterior: los valores elevados en éste corresponden a pendientes más negativas de aquél. Obsérvese que los valores de dimensión fractal son casi idénticos para tamaños de celda de menos de 1 mm, que la dimensión fractal aumenta con el número de ciclos, sufriendo un desplazamiento hacia valores mayores del tamaño de celda (macrorrugosidades), y, por último, que los tres perfiles tienen un valor similar de rugosidad para los valores máximos de celda.

El primer hecho observado, la baja y constante microrrugosidad la hemos interpretado como un artefacto del sistema de medida. Efectivamente, el punto luminoso del láser tiene un diámetro de aproximadamente 0.5 mm, por lo que realiza un 'suavizado' de las rugosidades inferiores a este tamaño.

El último hecho destacado, la rugosidad baja e invariante para los valores máximos de celda, debe también considerarse como un artefacto, ya que

nos hallamos aquí cerca del límite de la escala de trabajo y sería necesario saltar a intervalos decimétricos de medida para muestrear este rango de valores.

En la Tabla 1 se da un ejemplo del análisis estadístico que puede realizarse mediante el programa, comparando las rugosidades (dimensiones fractales) y sus desviaciones típicas de los distintos perfiles para tamaños de celda de 2, 6.32 y 20 mm. Para ello el programa permite seleccionar interactivamente el intervalo de escala que se quiere estudiar, y calcula las características de la regresión lineal. Posteriormente, la comparación entre distintos perfiles o tramos de un perfil puede realizarse mediante un test estadístico como el de Student.

Ciclos \ celda	2mm	6.32mm	20mm
1 ciclo	1.069 _ 0.003	1.030 _ 0.003	1.007 _ 0.002
12 ciclos	1.113 _ 0.014	1.067 _ 0.009	1.010 _ 0.015
21 ciclos	1.069 _ 0.006	1.106 _ 0.009	1.055 _ 0.019

Tabla 1. Dimensiones fractales y sus desviaciones típicas calculadas para tres tamaños de celda distintos para los tres perfiles

El descenso relativo observado en la rugosidad fina del perfil correspondiente a los 21 ciclos puede ser originado por dos causas distintas. Por un lado parece que los ciclos de helada pueden haber destruido los agregados causantes de esta rugosidad, pero también hay que tener en cuenta las limitaciones del instrumento de medida para describir la rugosidad de superficies de fuerte pendiente.

Consideramos que el método de análisis de perfiles propuesto, basado en la geometría fractal, es riguroso desde el punto de vista geométrico, y resulta útil y fácil de utilizar. Por otra parte, resulta más adecuado y más sencillo que las técnicas basadas en análisis de la señal (Fourier) o en geoestadística (variogramas).

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo ha sido realizado dentro del Proyecto PROHIDRADE (AMB95-0986-C02-01), financiado por la CICYT. Agradecemos a G. Guidi (CNR, Pisa) la cesión temporal del perfilómetro láser con el que se han realizado las mediciones.

BIBLIOGRAFÍA

- ANDRLE, R. & ABRAHAMS, A.D. (1989). Fractal techniques and the surface roughness of talus slopes. *Earth Surface Processes and Landforms*, **14**: 197-209.
- GOODCHILD, M.F. & MARK, D.M. (1987). The fractal nature of geographic phenomena. *Annals of the Association of American Geographers*, **77**: 265-278.
- MANDELBROT, B. (1967). How long is the coast of Britain?. Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science*, **156**: 636-638.
- PARDINI, G., PINI, R., BARBINI, R., REGÜÉS, D., PLANA, F., GALLART, F. (1995). Laser elevation measurements of a smectite-rich mudrock following freeze-thawing and wet-drying cycles. *Soil Technology*, **8**(2): 161-175.
- PARDINI, G., VIGNA GUIDI, G., PINI, R., REGÜÉS, D., GALLART, F. (in press). Structural changes of smectite-rich mudrocks experimentally induced by freeze-thawing and wetting-drying cycles. *Catena*.
- PRESS, W.H., FLANNERY, B.P., TEUKOLSKY, S.A., VETTERLING, W.T. (1989). *Numerical recipes*. Cambridge University Press, Cambridge, 702 pp.
- REGÜÉS D., PARDINI G. & GALLART F. (1995). Regolith behaviour and physical weathering of clayey mudrock in a gullied area, as dependent on seasonal weather conditions. *Catena*, **25**: 199-212
- RICHARDSON, L.F. (1961). The problem of contiguity: an appendix of statistics of deadly quarrels. *General Systems Yearbook*, **6**: 139-187.

ANEXO: LISTADO DEL PROGRAMA (QuickBASIC)

```

REM  program perfilu
REM  analyzes rugosity of laser profiles
REM  needs ASCII files with two columns: X, Y
REM  the fourth first lines are not considered (header)
REM  Francesc Gallart, 1996
REM
DIM pp(2000), hp(2000), dif2(2000), d(2000), np(500), sp(500)
DIM x(500), y(500), ar(40), br(40), sar(40), sbr(40), rr(40)
DIM fite$(20), sn(40), sx(40), xd(100), yd(100)
itr = 0
CLS
SCREEN 1
LOCATE 4, 1
PRINT "  program PERFILRU "
PRINT ""
PRINT "Francesc Gallart, Giovanni Pardini, 1996"
PRINT ""
PRINT "  fgallart@ija.csic.es"
LOCATE 20, 20
PRINT "hit a key"
1 re$ = INKEY$
IF re$ = "" GOTO 1
5 CLS
m = 0
SCREEN 2
h = 15
l = 0
j = 0
LOCATE 1, 1

```

```

INPUT "input data file "; fien$
OPEN fien$ FOR INPUT AS #1
FOR k = 1 TO 4
LINE INPUT #1, res$
NEXT k
nart = 0
10 IF EOF(1) GOTO 20
l = l + 1
INPUT #1, pp(l), hp(l)
IF l > 1 THEN
dif2(l) = (hp(l) - hp(l - 1)) ^ 2
IF dif2(l) > 12 AND dif2(l - 1) > 12 THEN
BEEP
nart = nart + 1
END IF
END IF
REM pp(i) = pp(i) / 10
REM PRINT pp(i), hp(i)
ahp = ahp + hp(l)
REM PSET (i / 3, 150 - (hp(i) * 2))
GOTO 10
20 CLOSE (1)
dp = pp(2) - pp(1)
n = 2 * (l / 2)
ahp = ahp / n
FOR l = 1 TO n
hp(l) = hp(l) - ahp + h
PSET (l / 3, 100 - (hp(l) * 2))
NEXT l
IF nart > 0 THEN
LOCATE 2, 40
PRINT "ARTIFACT POINTS DETECTED N = "; nart
END IF
PRINT " hit a key: continue (1), restart (3) quit (4)"
50 re$ = INKEY$
IF re$ = "" GOTO 50
IF re$ = "3" GOTO 5
IF re$ = "4" GOTO 900
IF re$ = "1" GOTO 55
GOTO 50
55 CLS
IF nart = 0 GOTO 70
REM esborrat automatic artefactes
LOCATE 1, 1
PRINT " automatic artifact deletion"
LOCATE 2, 80
PRINT " hit a key: continue (1), bypass (2) o quit (4)"
60 re$ = INKEY$
IF re$ = "" GOTO 60
IF re$ = "2" GOTO 70
IF re$ = "4" GOTO 900
IF re$ = "1" GOTO 61
GOTO 60
61 CLS

```

```

l=1
FOR j=2 TO n-1
IF dif2(j) < 1000 AND (dif2(j) < 12 OR dif2(j+1) < 12) THEN
  l=l+1
  pp(l) = pp(j)
  hp(l) = hp(j)
END IF
NEXT j
REM i = i + 1
REM j = j + 1
REM pp(i) = pp(j)
REM hp(i) = hp(j)
REM LOCATE 1, 1: PRINT n, i
n=l
FOR l=1 TO n
PSET (l/3, 100 - (hp(l) * 2))
NEXT l
LOCATE 1, 1
PRINT " artifacts deleted "
LOCATE 1, 80
PRINT " hit: continue (1), re-delete (2) restart (3) or quit (4)"
65 re$ = INKEY$
IF re$ = "" GOTO 65
IF re$ = "1" GOTO 70
IF re$ = "2" GOTO 61
IF re$ = "3" GOTO 5
IF re$ = "4" GOTO 900
GOTO 65
CLS
REM calcul de la dimensio de similaritat
70 CLS
k=1
yi = n
lmax = yi / 2
dmin = 1000000
FOR l=1 TO lmax
isw = 0
distac = 0
l = 1
npt = 0
80 i2 = l + 1
IF i2 >= n THEN
  i2 = n
  isw = 1
END IF
dist = SQR((pp(i2) - pp(l)) ^ 2 + (hp(i2) - hp(l)) ^ 2)
distac = dist + distac
IF isw = 1 GOTO 90
l = i2
npt = npt + 1
GOTO 80
90 IF npt = np(k) GOTO 100
k = k + 1
d(k) = distac

```

```

sp(k) = l * dp
np(k) = npt
REM PRINT sp(k), d(k), np(k)
IF d(k) < dmin THEN dmin = d(k)
100 NEXT l
FOR i = 1 TO k
d(i) = d(l) / dmin
PSET (sp(i), d(k))
NEXT i
REM
REM analisi grafica
101 CLS
GOSUB 910
LOCATE 1, 1
PRINT "LOG-LOG PLOT OF PERIMETER AGAINST CELL SIZE"
LOCATE 1, 80
PRINT " hit a key: continue (1), restart (3) o quit (4)"
110 re$ = INKEY$
IF re$ = "" GOTO 110
IF re$ = "3" GOTO 5
IF re$ = "4" GOTO 900
IF re$ = "1" GOTO 120
GOTO 110
120 CLS
l = 0
m = 0
FOR in = 1 TO 46
xi = in - 20
cent = LOG(2!) * (xi / 4!)
xinf = cent - LOG(2!)
xsup = cent + LOG(2!)
REM PRINT in, xinf, cent, xsup
FOR j = 2 TO k
IF xinf < LOG(sp(j)) AND LOG(sp(j)) < xsup THEN
l = l + 1
x(l) = LOG(sp(j))
y(l) = LOG(d(j))
END IF
NEXT j
IF l > 4 THEN
ndata = l
GOSUB 960
m = m + 1
xd(m) = cent
yd(m) = -(-1 + b)
REM PRINT in, l, cent, yd(m)
PSET (200! + xd(m) * 60!, 200 - (yd(m) - 1) * 1200)
l = 0
END IF
NEXT in
REM INPUT "parada provisonal", re$
LOCATE 1, 1
PRINT " PLOT OF FRACTAL DIMENSIONS FOR DIFFERENT CELL SIZES hit:"
LOCATE 1, 80

```



```

    PRINT " select range (1), write files (2), restart (3) o quit (4)"
130 re$ = INKEY$
    IF re$ = "" GOTO 130
    IF re$ = "2" GOTO 220
    IF re$ = "3" GOTO 5
    IF re$ = "4" GOTO 900
    IF re$ = "1" GOTO 135
    GOTO 130
    REM seleccio i calcul de les regressions
135 itr = itr + 1
    smin = 0
    smax = 0
140 CLS : GOSUB 910: GOSUB 950
    LOCATE 1, 1
    PRINT " hit a key: lower limit (0), upper limit (1)"
    LOCATE 1, 80
    PRINT " hit a key < o > o C for calculations"
150 re$ = INKEY$
    IF re$ = "" GOTO 150
    IF re$ = "0" THEN id = VAL(re$): GOTO 140
    IF re$ = "1" THEN id = VAL(re$): GOTO 140
    IF re$ = ">" THEN GOSUB 920
    IF re$ = "<" THEN GOSUB 940
    IF re$ = "c" OR re$ = "C" GOTO 160
    GOTO 140
160 CLS
    id = 0
    l = 0
    FOR l = 2 TO k
    IF LOG(sp(l)) < smax AND LOG(sp(l)) > smin THEN
        l = l + 1
        x(l) = LOG(sp(l))
        y(l) = LOG(d(l))
        REM PRINT i - 1, l, x(l), y(l)
    END IF
    NEXT l
    IF l < 4 THEN
        PRINT " TOO FEW POINTS SELECTED"
        BEEP
        FOR l = 1 TO 100
        NEXT l
        GOTO 140
    END IF
    np(itr) = l
    ndata = l
    GOSUB 960
    fite$(itr) = fien$
    sn(itr) = smin
    sx(itr) = smax
    ar(itr) = a
    br(itr) = b
    sar(itr) = siga
    sbr(itr) = sigb
    rr(itr) = r

```

```

REM ds
PRINT " file = ", fite$(itr)
PRINT " between ", EXP(sn(itr)); " mm and "; EXP(sx(itr)); "mm"
PRINT " npoints = ", np(itr), "log-log regression:"
PRINT " constant = ", ar(itr)
PRINT " s. dev. = ", sar(itr)
PRINT " slope = ", br(itr), " fractal dimension = "; -(-1 + br(itr))
PRINT " s. dev = ", sbr(itr)
PRINT " r = ", rr(itr)
PRINT ""
PRINT " another window : hit a key 1 = yes, 0 = no"
170 re$ = INKEY$
IF re$ = "" GOTO 170
IF re$ = "0" GOTO 200
IF re$ = "1" GOTO 135
GOTO 170
200 REM escriptura fitxers
PRINT " writing a graph file : hit a key 1 = yes, 0 = no"
210 re$ = INKEY$
IF re$ = "" GOTO 210
IF re$ = "0" GOTO 230
IF re$ = "1" GOTO 220
GOTO 210
220 CLS
INPUT " name for graph data file ", nfs$
OPEN nfs$ FOR OUTPUT AS #1
PRINT #1, fien$
FOR I = 2 TO k
PRINT #1, sp(I), d(I), np(I)
NEXT I
PRINT #1, ""
FOR I = 1 TO m
PRINT #1, xd(I), yd(I)
NEXT I
CLOSE #1
230 PRINT " analyzing another profile ?: hit a key 1=yes 0=no"
232 re$ = INKEY$
IF re$ = "" GOTO 232
IF re$ = "0" GOTO 234
IF re$ = "1" GOTO 5
GOTO 232
234 REM resultats fractals
PRINT " saving results in a file : hit a key 1 = yes, 0 = no"
240 re$ = INKEY$
IF re$ = "" GOTO 240
IF re$ = "0" GOTO 900
IF re$ = "1" GOTO 250
GOTO 240
250 CLS
INPUT " name for results file ", nfs$
OPEN nfs$ FOR OUTPUT AS #1
FOR I = 1 TO itr
PRINT #1, " file = ", fite$(I)
PRINT #1, " between ", EXP(sn(I)); " mm and "; EXP(sx(I)); "mm"

```

```

PRINT #1, "npoints =", np(l)
PRINT #1, "constant =", ar(l)
PRINT #1, "s. dev. =", sar(l)
PRINT #1, "slope =", br(l), " fractal dimension = "; -(-1 + br(l))
PRINT #1, "    s. dev =", sbr(l)
PRINT #1, "r =", r(l)
PRINT #1, ""
NEXT I
CLOSE #1
900 END
910 REM subrutina dibuix grafic
FOR I = 2 TO k
  REM LOCATE 1, 1
  XI = 200! + LOG(sp(l)) * 60!
  YI = 180! - LOG(d(l)) * 400!
  REM PRINT xl, yl
  PSET (XI, YI), 3
NEXT I
FOR I = 2 TO m
  xan = 200 + xd(l - 1) * 60
  yan = 200 - (yd(l - 1) - 1) * 1200
  xara = 200 + xd(l) * 60
  yara = 200 - (yd(l) - 1) * 1200
  LINE (xan, yan)-(xara, yara)
  REM PSET (200! + xd(i) * 60!, 200 - (yd(i) - 1) * 1200)
NEXT I
RETURN
920 REM subrutina fletxes >
IF id = 0 THEN smin = smin + .05
IF id = 1 THEN smax = smax + .05
IF smin > smax THEN BEEP
RETURN
940 REM subrutina fletxes <
IF id = 0 THEN smin = smin - .05
IF id = 1 THEN smax = smax - .05
IF smin > smax THEN BEEP
RETURN
950 REM subrutina dibuix limits
xmin = 200! + smin * 60!
xmax = 200! + smax * 60!
LINE (xmin, 20)-(xmin, 180)
LINE (xmax, 20)-(xmax, 180)
LOCATE 2, 65
PRINT "window = "; itr
LOCATE 20, 1: PRINT EXP(smin); " mm"
LOCATE 20, 65: PRINT EXP(smax); " mm"
IF id = 0 THEN LOCATE 21, 1: PRINT "-INF-"
IF id = 1 THEN LOCATE 21, 70: PRINT "-SUP-"
RETURN
960 REM subrutina calcul regressio
REM FIT-pears (X(), Y(), NDATA, SIG(), A, B, SIGA, SIGB, R)
sx = 0!
sy = 0!
st2 = 0!

```

```

ax = 0
ay = 0
syt2 = 0
sxy = 0
b = 0!
FOR I = 1 TO ndata
sx = sx + x(I)
sy = sy + y(I)
NEXT I
ss = CSNG(ndata)
SXOSS = sx / ss
ax = sx / ss
ay = sy / ss
FOR I = 1 TO ndata
t = x(I) - SXOSS
st2 = st2 + t * t
b = b + t * y(I)
yt = y(I) - ay
syt2 = syt2 + yt * yt
sxy = sxy + t * yt
NEXT I
r = sxy / SQR(st2 * syt2)
b = b / st2
a = (sy - sx * b) / ss
siga = SQR((1! + sx * sx / (ss * st2)) / ss)
sigb = SQR(1! / st2)
CHI2 = 0!
FOR I = 1 TO ndata
CHI2 = CHI2 + (y(I) - a - b * x(I)) ^ 2
NEXT I
SIGDAT = SQR(CHI2 / (ndata - 2))
siga = siga * SIGDAT
sigb = sigb * SIGDAT
RETURN

```

Pies de figuras

Fig. 1: Perfiles repetidos sobre la misma línea y muestra de roca arcillosa después de un número creciente de ciclos de helada.

Fig. 2: Superior: perímetros relativos de los perfiles en relación con el tamaño de la unidad de medida utilizada, en escalas logarítmicas. Inferior: dimensión fractal de los perfiles en relación con la unidad de medida. Las dos escalas X son coincidentes



