

ANALISIS NO LINEAL DE MALLAS ESPACIALES DE DOBLE CAPA CON DIMENSIONADO ESTRICTO

Por FRANCISCO JAVIER ESTEVEZ CIMADEVILA
Doctor Arquitecto
Profesor de la E.T.S.A. de La Coruña

El presente artículo constituye un resumen de la Tesis Doctoral leída en la E.T.S.A. de La Coruña, el pasado 6 de noviembre de 1990.

INTRODUCCION.

En primer lugar, es importante señalar que si bien todo el desarrollo analítico y el modelo de cálculo propuesto son válidos para mallas de doble capa de cualquier tipología y dimensionado, la acotación del título, restringiendo el estudio a las mallas con dimensionado estricto, se debe a que la apoyatura informática y los sistemas CAD-CAM hacen que las estructuras con dimensionados uniformes o por zonas, consecuencia la mayoría de las veces de las limitaciones de los métodos de cálculo utilizados, sean poco justificables hoy en día y, desde luego, se alejan de las últimas realizaciones arquitectónicas importantes.

El dimensionado de una estructura espacial precisa de la consideración de dos *estados límites*:

ESTADO LIMITE DE SERVICIO O UTILIZACION para el que es válido en general, en estructuras de doble capa, un análisis lineal donde las deformaciones y esfuerzos son funciones lineales de las cargas aplicadas.

ESTADO LIMITE ULTIMO DE AGOTAMIENTO, bien *resistente*, de *inestabilidad por pandeo* o porque la *estructura se convierte en un mecanismo*. En este caso, se precisa un análisis no lineal de la estructura como consecuencia de que tenemos que considerar dos tipos de efectos no lineales que afectan a su comportamiento:

NO LINEALIDAD RESISTENTE, que englobaría la no linealidad mecánica y geométrica de las barras que conforman la malla una vez superado el límite de proporcionalidad del material que las constituye.

NO LINEALIDAD GEOMETRICA DE LA ESTRUCTURA, cuando los desplazamientos de los nudos de la estructura son lo suficientemente importantes como para invalidar el planteamiento de las condiciones de equilibrio sobre la geometría no deformada.

La consideración de estos efectos no lineales nos obliga, en un primer momento, al estudio de las relaciones constitutivas de las barras de la malla y, más específicamente, al estudio del PANDEO DE BARRAS BIARTICULADAS constituidas por perfiles tubulares de sección circular por ser las de utilización más frecuentes en esta tipología estructural.

ECUACIONES CONSTITUTIVAS DE LOS PERFILES TUBULARES HUECOS DE SECCION CIRCULAR.

Para la obtención de la formulación analítica de las ecuaciones constitutivas se ha dividido el estudio en los apartados que siguen:

PANDEO DE BARRAS PERFECTAS.

En este primer apartado se ha planteado el estudio del pandeo de barras biarticuladas en el tramo no proporcional de la ley tensión deformación.

La aplicación de la *teoría del módulo tangente* nos da la **TENSION CRITICA REDUCIDA O COEFICIENTE DE REDUCCION DEL PANDEO**, cuyo valor no depende de la forma de la sección y constituye el límite inferior de la resistencia máxima de una barra comprimida o instante en el cual se inicia la flexión lateral de la barra. Dicho valor viene dado por:

$$[1] \quad \bar{N} = K_1 + \sqrt{K_1^2 - 2 \cdot \bar{\sigma}_p - 1}$$

siendo K_1 :

$$K_1 = \bar{\sigma}_p - \frac{1 - \bar{\sigma}_p^2}{2 \cdot \bar{\sigma}_{euler}}$$

Por otra parte, la *teoría del módulo reducido o módulo doble*, donde se plantea un módulo tangente para los incrementos de carga y el módulo de Young para los decrementos y que constituye la solución teórica correcta del pandeo en el intervalo no proporcional si consiguiésemos mantener la barra recta con la ayuda de restricciones exteriores hasta alcanzar el valor de carga crítica (es decir, constituye el límite superior de la resistencia máxima de una barra comprimida), depende de la forma de la sección por lo que fue precisa su aplicación a los perfiles tubulares huecos de sección circular con objeto de obtener la expresión del coeficiente de reducción al pandeo. Este coeficiente se obtiene a partir de la intersección de las ecuaciones [2] y [3] obtenidas la primera a partir del planteamiento del equilibrio de tensiones en la sección transversal de la barra y la segunda por aplicación de la teoría de Euler donde el módulo de elasticidad se sustituye por el módulo reducido obtenido a partir del momento de flexión:

[2]

$$\bar{N} = K_4 + \sqrt{K_4^2 - \bar{\sigma}_p + \frac{(1 - \bar{\sigma}_p)^2}{K_2}}$$

con

$$K_2 = 1 - \frac{1}{\pi} \cdot \left[\beta - \frac{3 \cdot \text{sen } 2\beta}{2 \cdot (1 + 2 \cdot \cos^2 \beta)} \right]$$

$$K_3 = \bar{\sigma}_p - \frac{\lambda^2}{2 \cdot \pi^2 \cdot E} \cdot \frac{(\sigma_f - \bar{\sigma}_p)^2}{K_2}$$

$$K_4 = \bar{\sigma}_p - \frac{(1 - \bar{\sigma}_p)^2}{2 \cdot K_2 \cdot \bar{\sigma}_{\text{euler}}}$$

[3]

$$\bar{N} = \bar{\sigma}_p + (1 - \bar{\sigma}_p) \cdot \sqrt{\frac{\pi}{\text{tg } \beta - \beta + \pi}}$$

En definitiva, con las ecuaciones [1], [2] y [3] tenemos relacionada la TENSION CRITICA POR PANDEO con la esbeltez de la pieza, con lo que estamos en condiciones de abordar el problema del pandeo en barras imperfectas con el objetivo de conseguir la formulación de las funciones de estabilidad para su empleo en el análisis no lineal de mallas espaciales.

BARRAS IMPERFECTAS.

Las piezas empleadas en la realidad no son piezas ideales ni perfectas tanto desde un punto de vista geométrico como desde un punto de vista físico o mecánico, y la existencia de un cierto grado de imperfecciones es la causa de que las tensiones críticas de pandeo no coincidan con las formulaciones teóricas desarrolladas para el caso de barras perfectas.

Frecuentemente las imperfecciones se engloban en dos grupos:

(A) IMPERFECCIONES GEOMETRICAS. Este primer grupo comprende las variaciones en las dimensiones de las piezas, su falta de rectitud y la inevitable excentricidad en la aplicación de la sollicitación axial. Habitualmente se engloban en una curvatura inicial.

(B) IMPERFECCIONES ESTRUCTURALES. Comprenderían la falta de homogeneidad del material, la existencia de tensiones residuales como consecuencia del propio proceso de fabricación, así como las variaciones del límite elástico del material sobre la sección de la barra.

Adoptando el criterio establecido por la Convención Europea de la Construcción Metálica (C.E.C.M.) de representar las imperfecciones en una combadura inicial y en una reducción del límite de elasticidad según el proceso de fabricación de los perfiles, podemos plantearnos el estudio analítico de la formulación de las funciones de estabilidad, tanto para el intervalo proporcional como no proporcional de la ley constitutiva del material de los perfiles, a partir del momento que origina la excentricidad de carga a lo largo del eje curvado de la pieza, lo que nos conduce a:

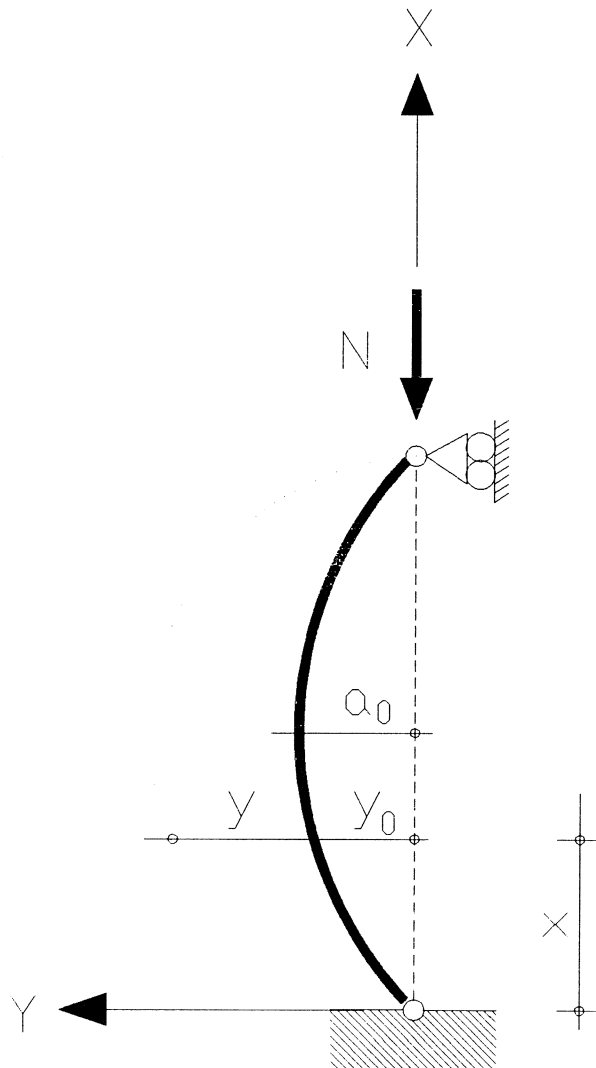


Fig. 1

Función de estabilidad del pandeo elástico:

$$[4] \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left[\frac{\pi}{F_i \cdot (1 - \bar{\sigma} \cdot \lambda^2)} \right]^2$$

con $F_i = L/a_0$, que constituye el factor de imperfección considerado.

Función de estabilidad del pandeo inelástico con aplicación de la teoría del módulo tangente:

$$[5] \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E \cdot \left[1 - \left(\frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_p}{1 - \bar{\sigma}_p} \right)^2 \right]} + \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\pi}{F_i \cdot \left[1 - \frac{\bar{\sigma} \cdot \lambda^2}{1 - \left(\frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_p}{1 - \bar{\sigma}_p} \right)^2} \right]} \right]^2$$

Función de estabilidad del pandeo inelástico con aplicación de la teoría del módulo reducido:

$$[6] \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E \cdot \left[1 - K_2 \cdot \left(\frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_p}{1 - \bar{\sigma}_p} \right)^2 \right]} + \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\pi}{F_i \cdot \left[1 - \frac{\bar{\sigma} \cdot \lambda^2}{1 - K_2 \cdot \left(\frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_p}{1 - \bar{\sigma}_p} \right)^2} \right]} \right]^2$$

COMPORTAMIENTO POSTPANDEO.

Ahora bien, dado que a nosotros nos interesa especialmente la colaboración de las barras pandeadas en la malla, es preciso el estudio teórico del postpandeo con objeto de alcanzar la formulación completa de la ecuación constitutiva.

La integración de la ecuación diferencial de la elástica obtenida con el valor exacto de la curvatura nos permite llegar a obtener la expresión del acortamiento por flexión originada por el pandeo en función del ángulo α que forma la tangente a la deformada en las articulaciones de los extremos con el eje rectilíneo de la barra.

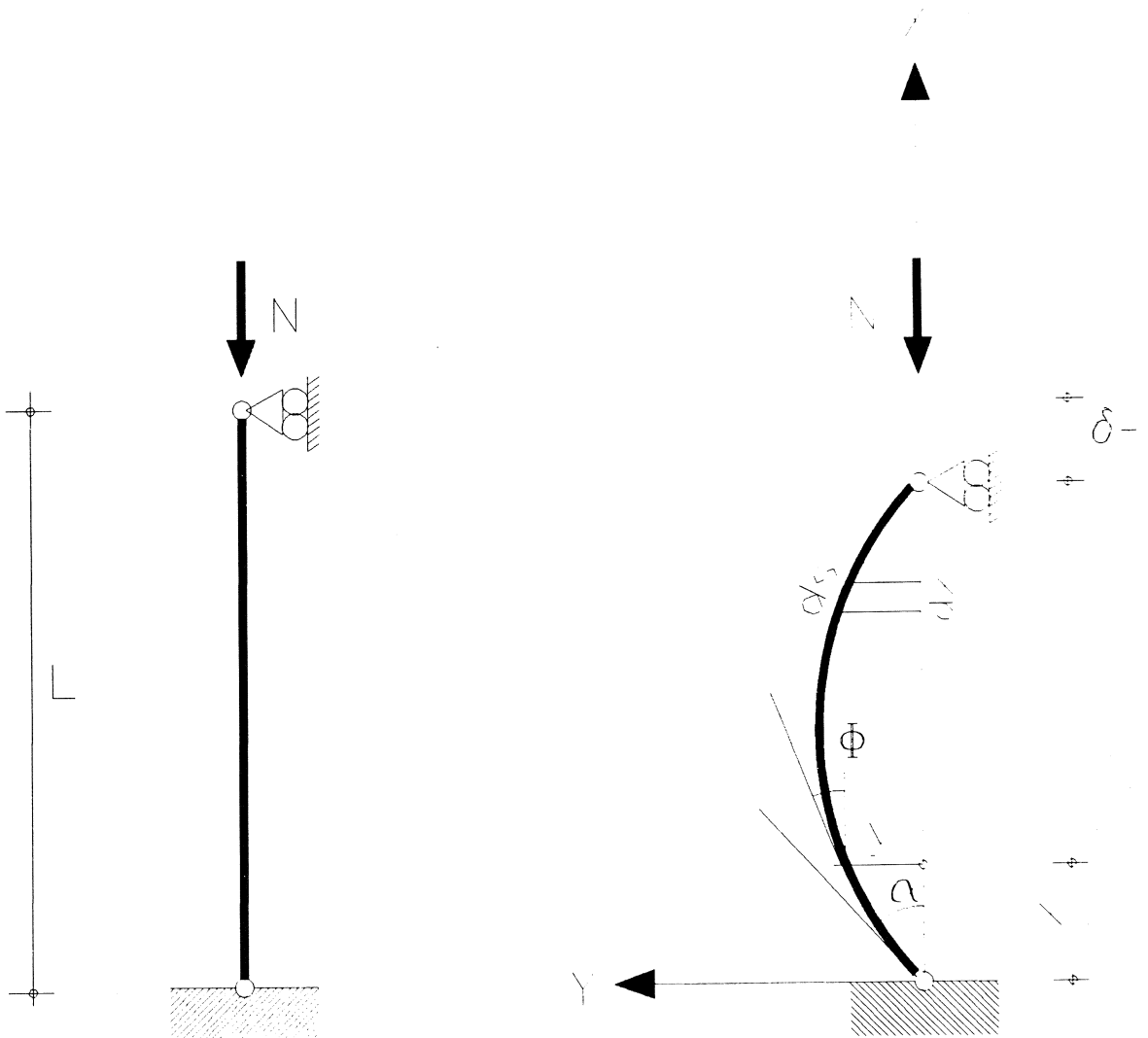


Fig. 2

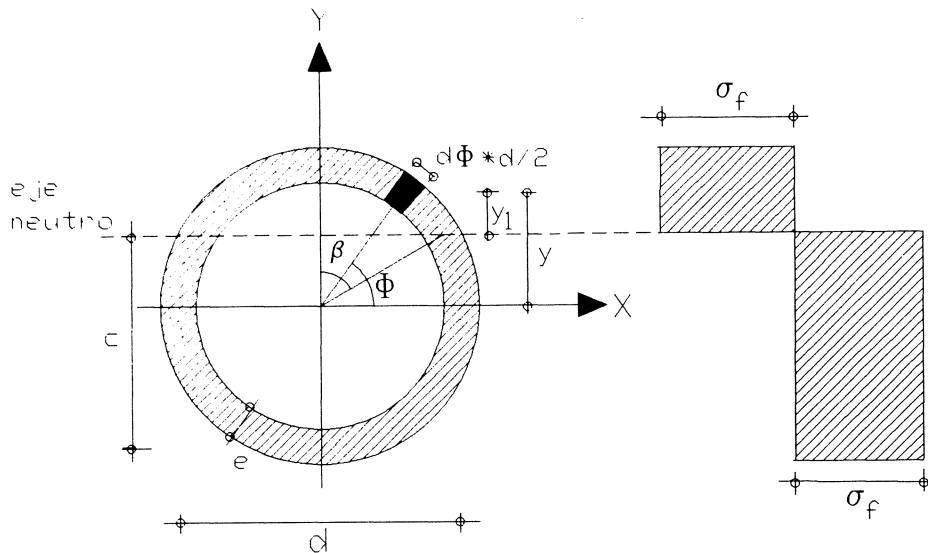


Fig. 3

que converge por ser integrales elípticas de primera y segunda especie.

$$\epsilon_M = 2 \cdot \left[1 - \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-p^2 \cdot \text{sen}^2 \Omega} \cdot d\Omega}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\Omega}{\sqrt{1-p^2 \cdot \text{sen}^2 \Omega}}} \right]$$

El valor del ángulo α lo podemos obtener planteando el equilibrio de la sección transversal correspondiente al punto medio de la barra tomando el diagrama de tensiones de la fig. 3, en la que hemos supuesto la sección totalmente plastificada, lo que nos permitirá determinar el valor de la flecha máxima que por equilibrio de la barra se corresponde con dicho diagrama y que iguala el valor de la flecha máxima de la elástica.

Por tanto, con la ecuación [8] se determina el valor de α en función del valor de la tensión reducida en el postpandeo.

[8]

$$\frac{p}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\Omega}{\sqrt{1-p^2 \cdot \text{sen}^2 \Omega}}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\lambda \cdot \pi \cdot \sigma} \cdot \cos\left(\bar{\sigma} \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

El acortamiento debido al axil puede calcularse con:

Teoría del módulo tangente.

[9]

$$\epsilon_A = \frac{\sigma_f}{E} \cdot \left[\bar{N} \cdot \frac{(\bar{N} - \bar{\sigma}_p)^2}{(1 - \bar{\sigma}_p)^2 - (\bar{N} - \bar{\sigma}_p)^2} + \bar{\sigma} \right]$$

Teoría del módulo reducido.

[10]

$$\epsilon_A = \frac{\sigma_f}{E} \cdot \left[\bar{N} \cdot \frac{(\bar{N} - \bar{\sigma}_p)^2 \cdot K_3}{(1 - \bar{\sigma}_p)^2 - (\bar{N} - \bar{\sigma}_p)^2 \cdot K_3} + \bar{\sigma} \right]$$

En definitiva, en el postpandeo, para un valor dado de tensión, el acortamiento unitario lo podemos obtener como suma del acortamiento axil y el acortamiento debido a la flexión por pandeo, empleando para ello las ecuaciones [7], [8], [9] y [10], RELACIONES CONSTITUTIVAS COMPLETAS de barras biarticuladas constituidas por perfiles tubulares huecos de sección circular con lo que estamos en condiciones de abordar el análisis no lineal de mallas espaciales.

En la fig. 4 se han graficado las referidas relaciones constitutivas para diferentes parámetros de esbeltez y para una imperfección de L/500. Se puede observar cómo dichas relaciones reproducen tanto el pandeo elástico característico de barras de elevada esbeltez (con una importante meseta plástica), como el pandeo plástico característico de barras de reducida esbeltez y, finalmente, el pandeo brusco y repentino en las barras de esbeltez intermedia.

La formulación así obtenida, además de la elevada coincidencia con los resultados experimentales de la bibliografía disponible, presenta la ventaja de su gran facilidad para el tratamiento informático y, por tanto, de su utilidad para el análisis de estructuras espaciales complejas. Dichas ecuaciones nos permiten obtener la carga crítica en función del parámetro de imperfecciones de la pieza y es válida tanto para el intervalo proporcional como para el no proporcional y tanto para perfiles acabados en frío o caliente.

ANÁLISIS NO LINEAL DE MALLAS ESPACIALES.

Para plantearnos el análisis no lineal de las mallas espaciales se precisa, por una parte, la idealización de las relaciones constitutivas de los perfiles tubulares y, por otra, el desarrollo de un programa de cálculo que a través de un algoritmo incremental iterativo nos permita describir todo el proceso carga-deformación de la estructura.

Respecto a la idealización del comportamiento de las barras se ha recurrido a la técnica de modificación del módulo de elasticidad prescindiendo de otros procedimientos tales como el de eliminación de la estructura de las barras críticas por cuanto la simplicidad de esta técnica conlleva el prescindir de la colaboración de dichas barras en el comportamiento de la malla.

El procedimiento consiste, entonces, en modificar el módulo de elasticidad de las barras que alcanzan algún estado crítico dentro de su ley tensión-deformación idealizada. Se ha utilizado con dicha técnica el concepto que hemos convenido en llamar de BANDAS CRÍTICAS, de manera que en cada iteración de cálculo se modifica el módulo de todas aquellas barras cuyos factores de carga crítica no originen variaciones de carga total en la malla superiores a un valor prefijado. Este planteamiento presenta la extraordinaria ventaja de reducir ciclos de cálculo al alcanzar situaciones críticas simultáneamente varias barras de la estructura que conforman la «BANDA CRÍTICA» de esa iteración. Además esta decisión se ha tomado tras comprobar en numerosos ejemplos que no se producían diferencias apreciables en la respuesta de la estructura.

La idealización de la curva según se ve en la fig. 5 consta de un total de siete tramos que permiten tener en cuenta el comportamiento lineal, las mesetas plásticas de tracción y compresión para enlace con la rama decreciente de postpandeo (por tanto, su longitud depende de la esbeltez de la barra), la rama de endurecimiento por deformación en la zona de tracción y los tramos de descarga del postpandeo hasta alcanzar la «carga remanente» o «residual».

Asimismo se han previsto las correspondientes ramas de descarga o recuperación elástica dentro de cada tramo.

Descripción de cada uno de los puntos de la curva:

Punto 1. Carga crítica de pandeo.

Punto 2. Punto de la rama de postpandeo cuyo acortamiento es el que corresponde al valor de la carga crítica.

Punto 3. Punto de la rama de postpandeo cuyo acortamiento es el valor medio de los correspondientes a los puntos 2 y 4. En algunos ejemplos hemos probado tomando como acortamiento el correspondiente al límite de fluencia del material pero el comportamiento de la malla se volvía más brusco.

Punto 4. Se corresponde con un acortamiento del 0.1%.

Punto 5. Se corresponde con acortamiento de 0.5%.

Punto 6. Se corresponde con el límite de fluencia del material.

Punto 7. Corresponde a un alargamiento del 2.5%.

Punto 8. Corresponde al alargamiento de rotura.

Respecto al problema de la no linealidad geométrica y también con objeto de reducir el número de ciclos de cálculo se procedió a hacer un cálculo lineal hasta el primer estado crítico con lo cual evitamos el proceder por escalones de carga, gracias a la elevada rigidez de las mallas de doble capa. A partir del primer estado crítico ya tenemos en cuenta la geometría deformada de la estructura para el planteamiento del equilibrio dado que la sucesiva entrada en situaciones críticas de barras de la estructura origina una disminución de rigidez y, en consecuencia, se incrementa su deformabilidad.

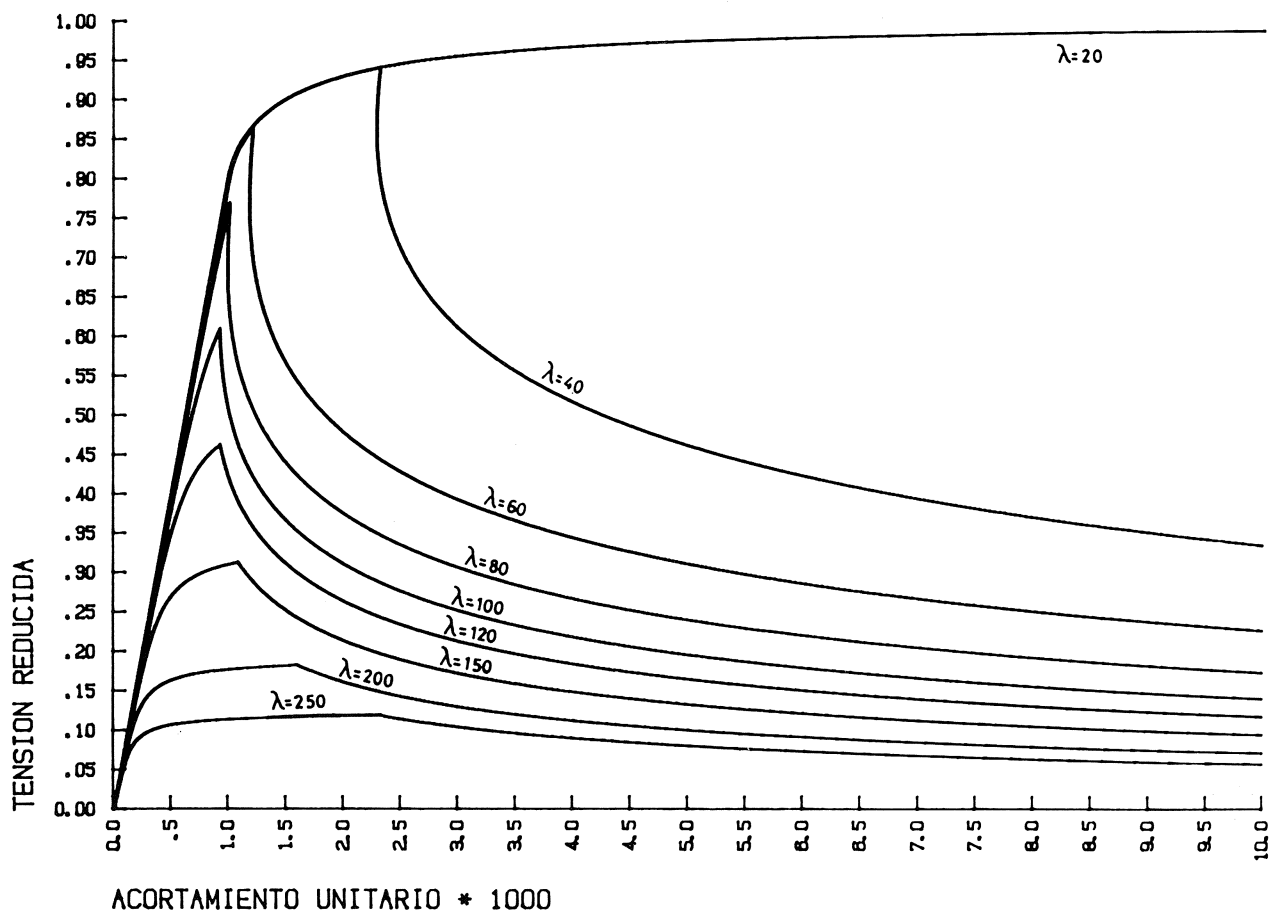
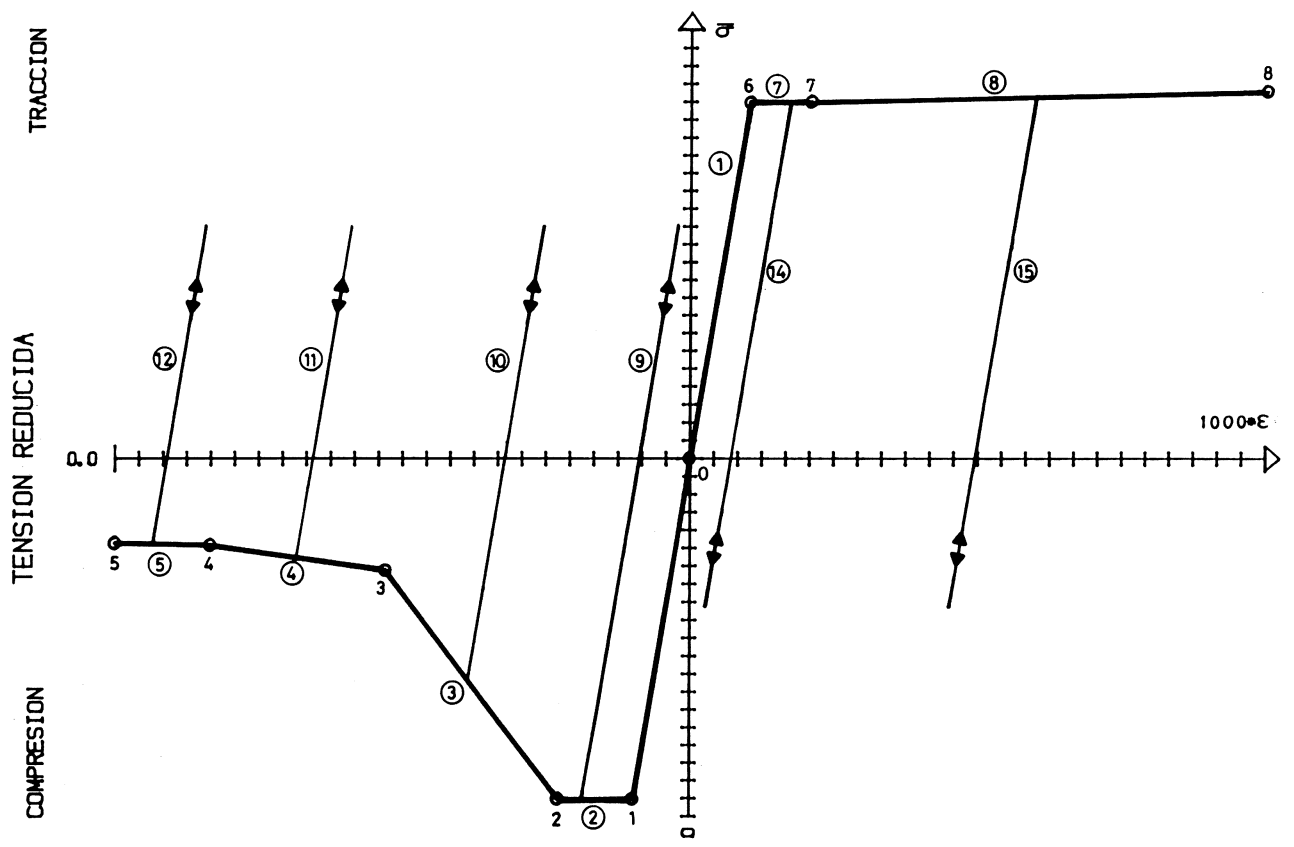


Fig. 4.—CURVAS CONSTITUTIVAS DE BARRAS COMPRIMIDAS. Imperfección $L/500$. Acero A42.



ACORTAMIENTO UNITARIO * 1000

ALARGAMIENTO UNITARIO * 1000

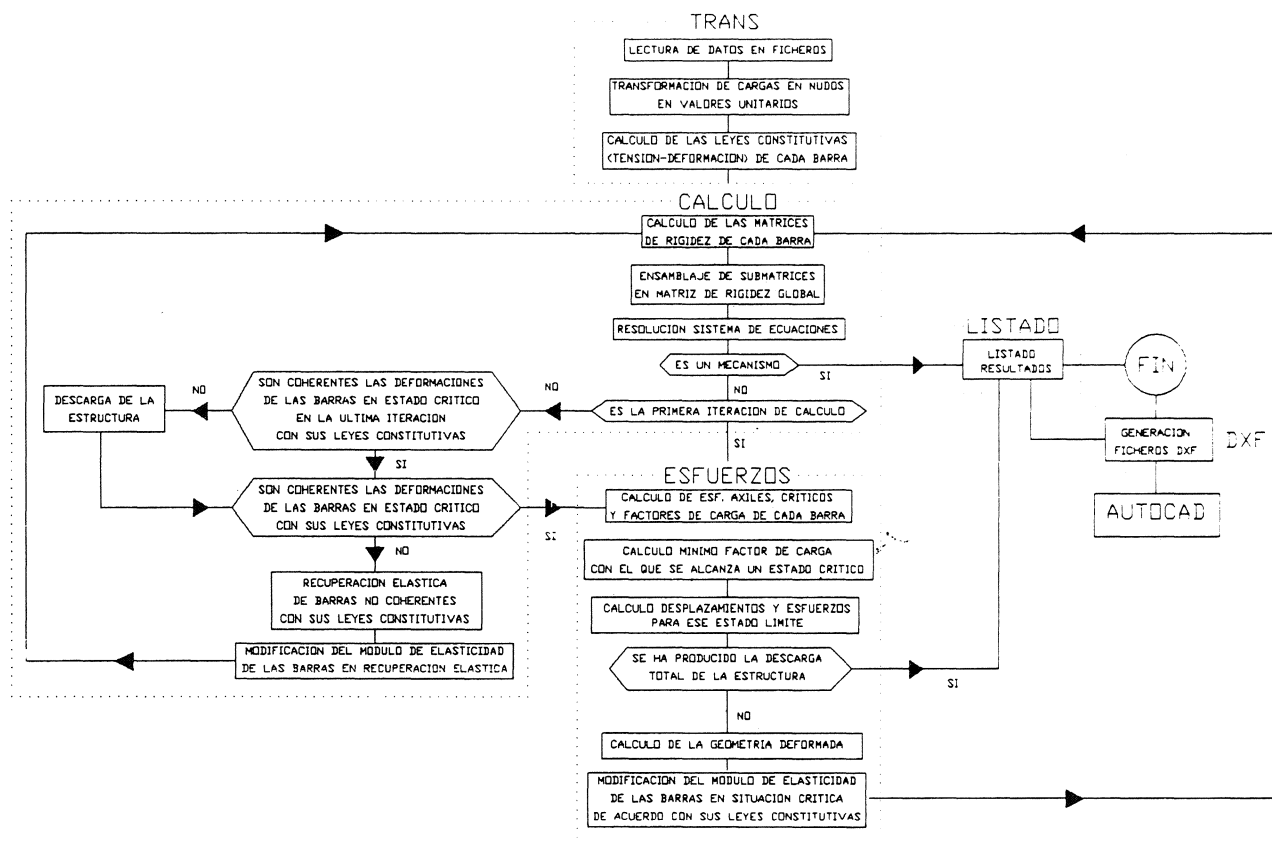


Fig. 6.—DIAGRAMA DE FLUJO DE PROGRAMAS DE ANALISIS NO LINEAL.

Con objeto de proceder al análisis no lineal de diferentes mallas se precisó la elaboración de tres paquetes de programas que han sido desarrollados en BASIC compilado e instalados en un Tandon AT.

Dichos programas son:

PROGRAMAS DE GENERACION AUTOMATICA DE MALLAS.

Permiten la generación de cuatro tipologías de malla con diferentes condiciones de carga, apoyo y borde.

PROGRAMAS DE ANALISIS LINEAL CON DIMENSIONADO AUTOMATICO DE LA ESTRUCTURA.

Para el dimensionado se ha acudido al criterio de conseguir mínimo peso aplicando las determinaciones de la MV 103.

PROGRAMAS DE ANALISIS NO LINEAL DE MALLAS ESPACIALES. (Fig. 6).

Tienen en cuenta los dos tipos de no linealidades geométrica y resistente a las que hemos aludido anteriormente.

En relación con los programas de ordenador desarrollados hay que hacer especial referencia a la vinculación tanto del programa de generación de mallas como el de análisis no lineal con los PROGRAMAS DE DIBUJO Y DISEÑO ASISTIDO a través de ficheros DXF lo que supone una notable aportación tanto para la representación y visualización de la estructura como para ver el proceso de los sucesivos estados críticos de la estructura y los esquemas de rotura de la misma.

APLICACIONES.

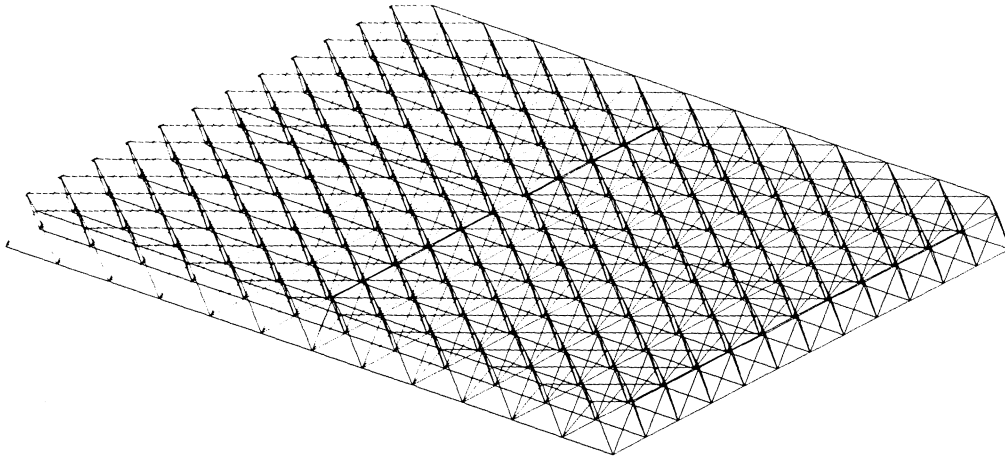


Fig. 7.—MALLA ESPACIAL PLANA MODULOS PRISMATICOS RECTOS.
S = 900 m². Q = 150 Kg/m². P = 9.79 Kg./m². Apoyada en todo el contorno.

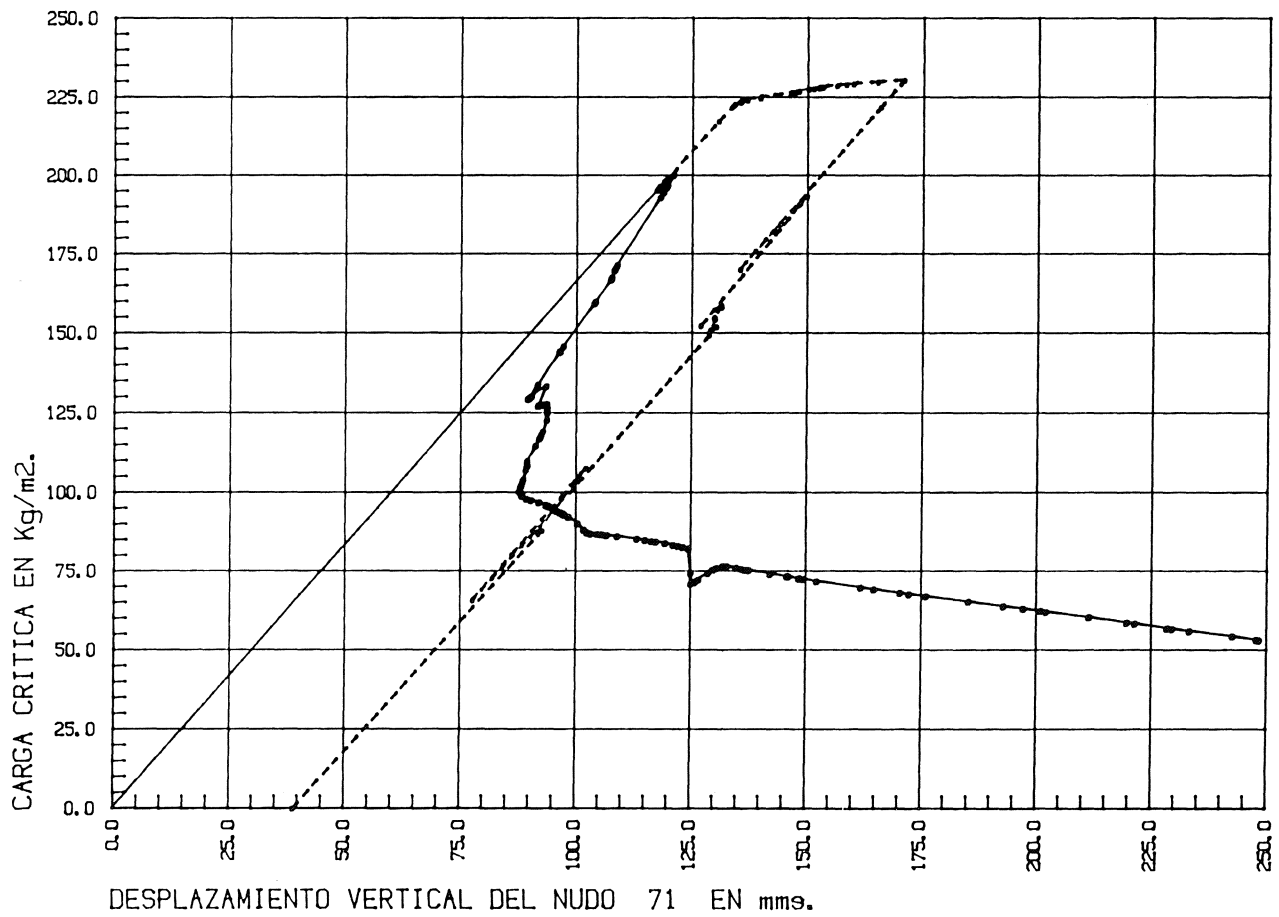


Fig. 8.—GRAFICO DEFORMACION-CARGA CRITICA MALLA PLANA.
Perfiles acabados en frio.
Perfiles acabados en caliente.

Los programas desarrollados se han aplicado al análisis no lineal de más de 100 estructuras de 4 tipologías donde se han estudiado tanto estructuras planas como cilíndricas y esféricas con diferentes condiciones de borde, apoyo y tipos de barras empleadas, así como distintas idealizaciones del comportamiento no lineal de los perfiles tubulares.

Asimismo, se han realizado estudios comparativos del modelo propuesto con los resultados teóricos y experimentales obtenidos de la bibliografía disponible, que han puesto de manifiesto su validez y utilidad para el análisis no lineal de mallas espaciales.

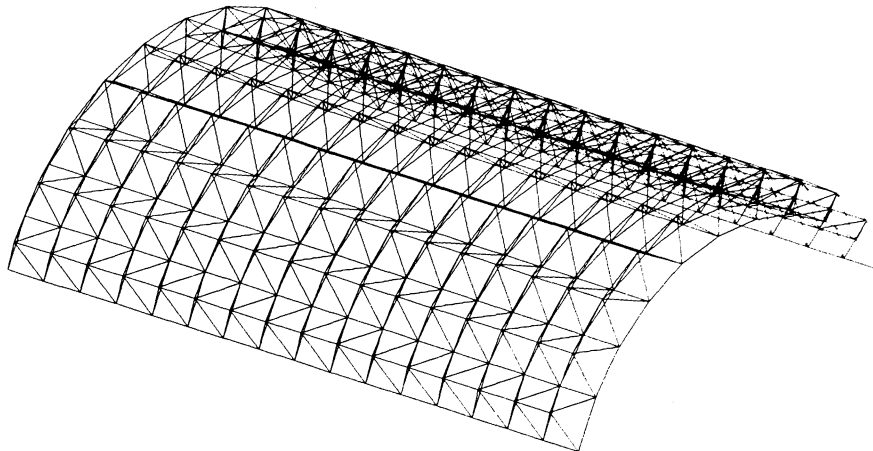


Fig. 9.—MALLA ESPACIAL CILINDRICA DE SEMIOCTAEDROS.
 $S = 1.000 \text{ m}^2$. $Q = 150 \text{ Kg/m}^2$. $P = 13.51 \text{ Kg./m}^2$. Apoyada en tímpanos.

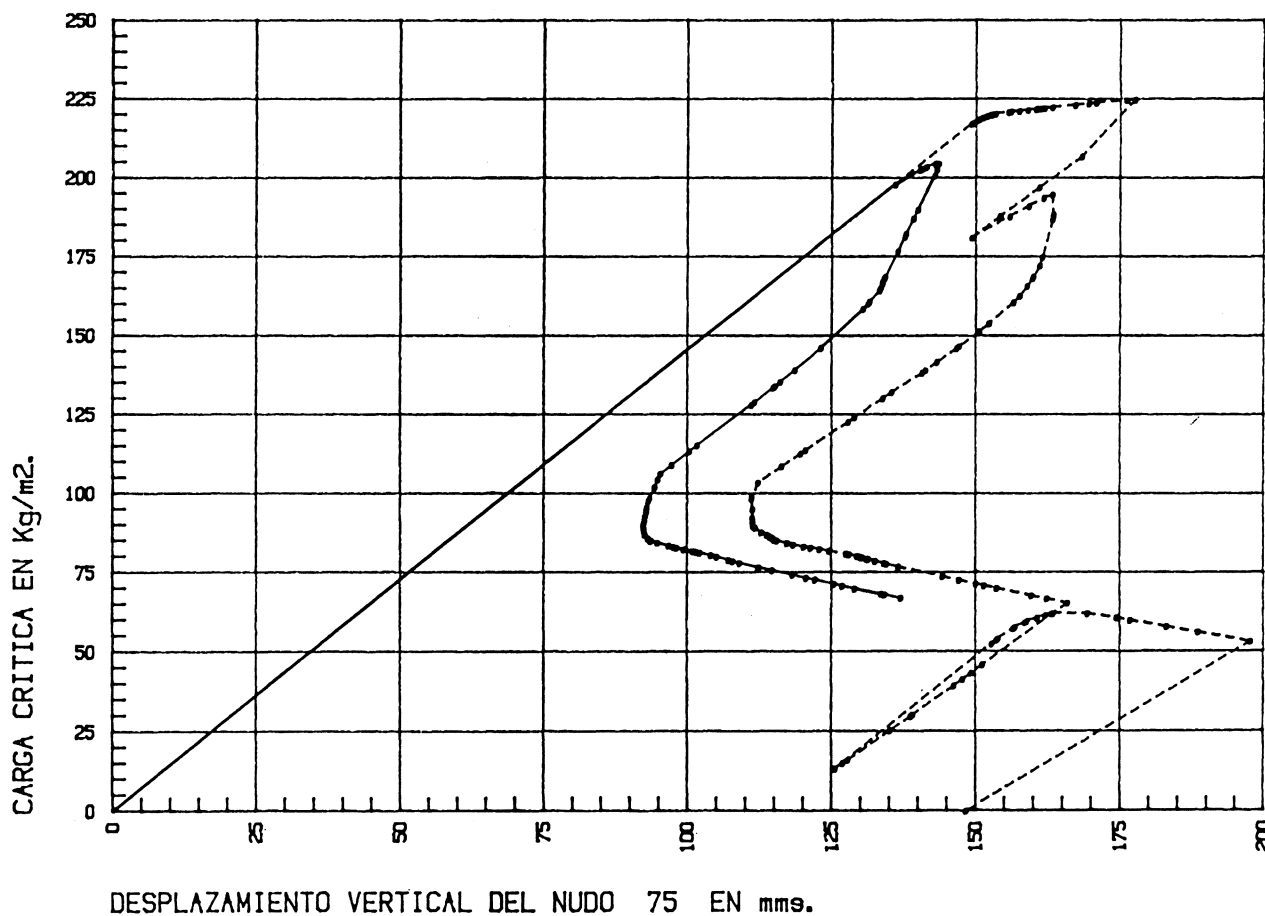


Fig. 10.—GRAFICA DEFORMACION-CARGA CRITICA MALLA CILINDRICA.
 Perfiles acabado en frío.
 Perfiles acabado en caliente.

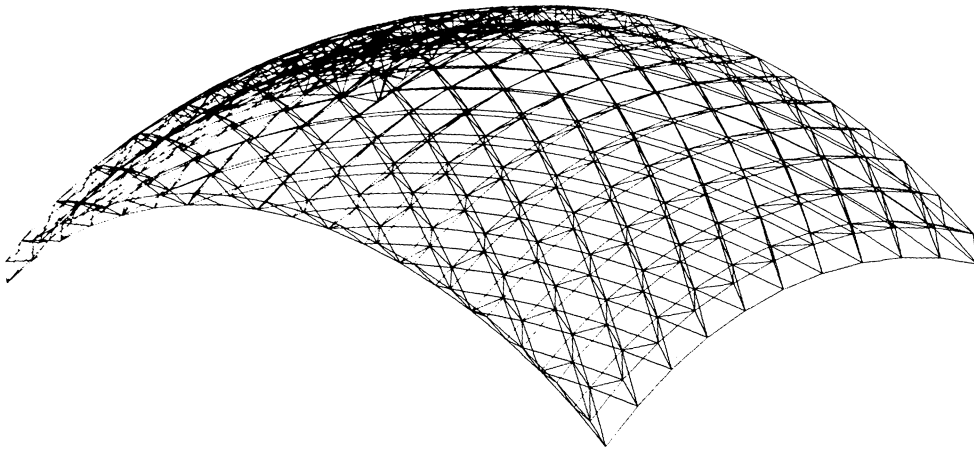


Fig. 11.—MALLA ESFERICA TETRAEDRICA.
 $S = 974 \text{ m}^2$. $Q = 100 \text{ Kg/m}^2$. $P = 11.09 \text{ Kg/m}^2$. Apoyada en cuatro soportes.

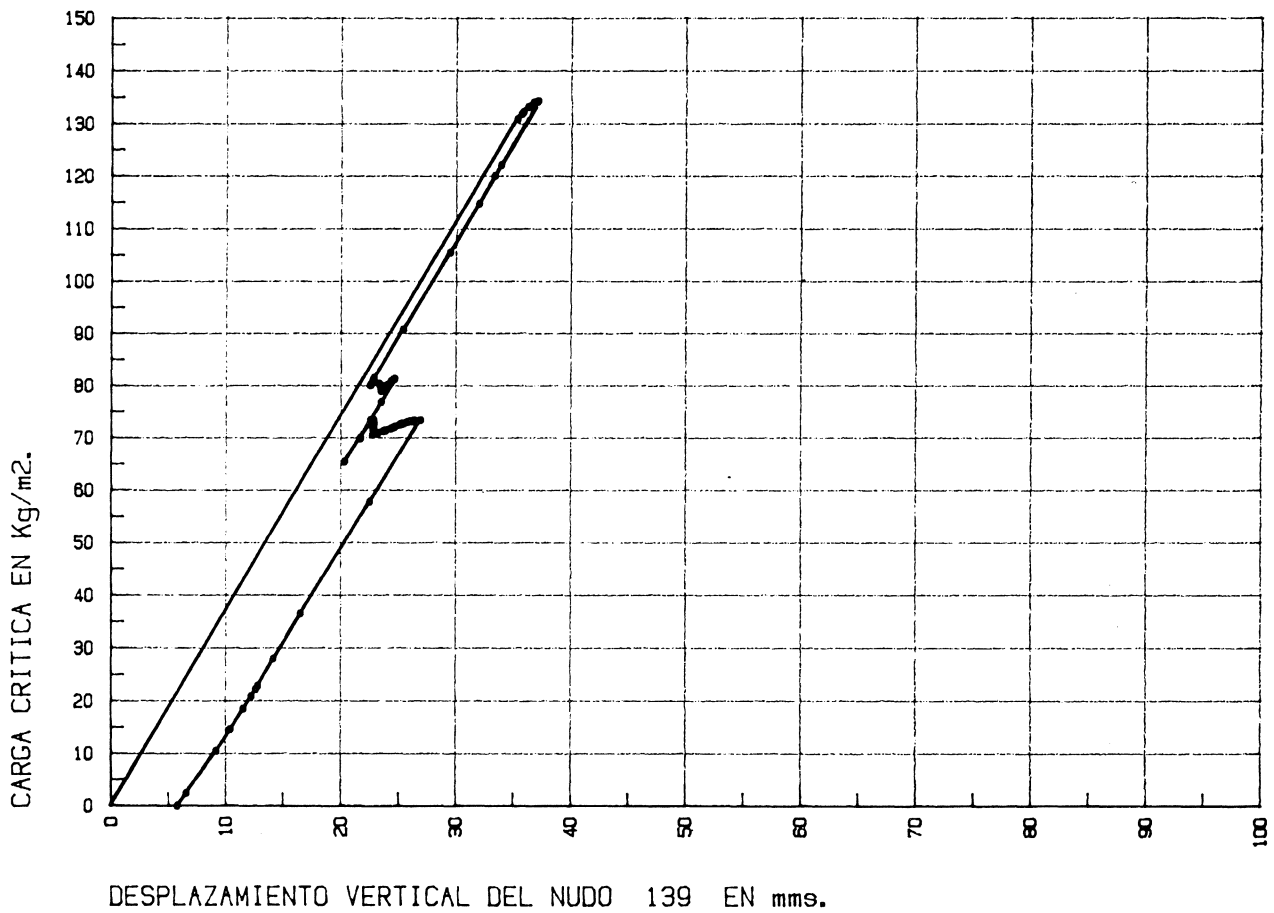


Fig. 12.—GRAFICA DEFORMACION-CARGA CRITICA MALLA ESFERICA.

La aplicación del modelo elaborado a las diferentes estructuras analizadas nos ha conducido a la obtención de las gráficas *desplazamiento vertical-carga crítica de la estructura* de las que pueden obtenerse muy interesantes conclusiones respecto al comportamiento de las mismas.

Una de las pautas generales que se han observado es la diferencia de comportamiento entre los *perfiles acabados en frío* que originan estados críticos que afectan fundamentalmente a barras comprimidas y que originan un comportamiento más brusco y repentino de la estructura sin apenas reserva de capacidad de carga y los *perfiles acabados en caliente* que originan estados críticos fundamentalmente en barras traccionadas con un comportamiento de la estructura más «plástico».

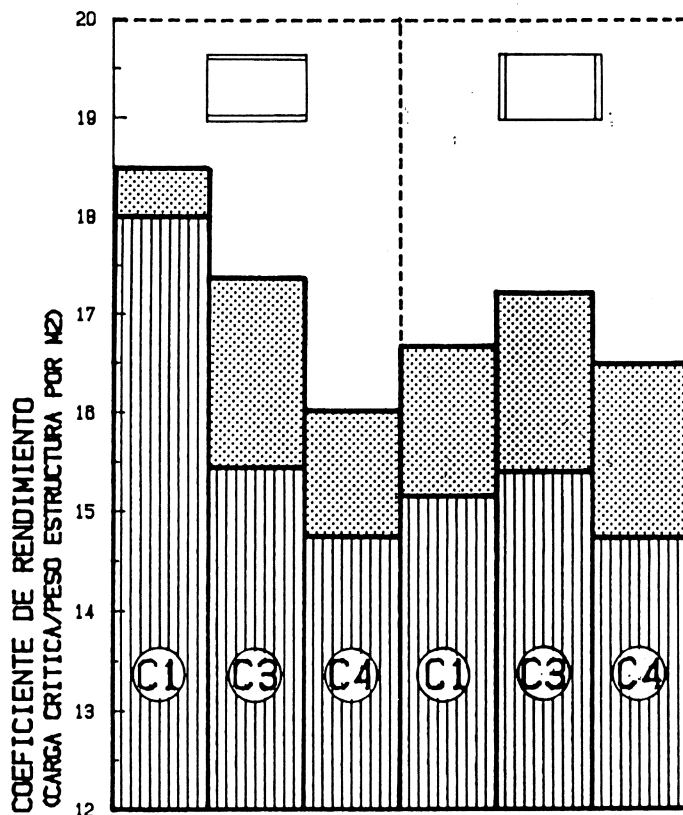
Este comportamiento es consecuencia del criterio de dimensionado de barras adoptado según la MV 103 que no distingue entre perfiles acabados en frío y caliente y que hace que las cargas críticas de pandeo que proporciona se encuentren en general entre los valores correspondientes a perfiles acabados en frío cuya carga crítica es inferior y a los acabados en caliente cuyo valor de carga crítica supera al proporcionado por la MV 103.

También es interesante señalar tal como se ve en la gráficas de las figuras que acompañan el artículo, que las mallas con dimensionado estricto carecen de reserva alguna de capacidad de carga,

de manera que después del primer estado crítico no se consigue incremento de carga significativo, contrariamente a las pautas de comportamiento observadas en mallas con dimensionados uniformes.

Por otra parte, la conexión de los programas de dibujo con los de cad nos ha permitido obtener los esquemas de barras críticas bien por alargamiento excesivo o por haber alcanzado la sollicitación de pandeo.

Asimismo, el modelo de análisis desarrollado nos ha servido tanto para el estudio y comparación del comportamiento estructural de diferentes criterios de dimensionado para una misma estructura como para proponer un nuevo método de diseño optimizado de estas estructuras basado en la consecución de mínimo peso a partir del análisis no lineal modificando en sucesivas iteraciones las barras que alcanzan los primeros estados críticos y que, por tanto, constituyen los elementos que determinan el máximo valor de carga crítica alcanzable por la estructura. Este método propuesto nos permite entonces una mejora de rendimiento estructural entendido como cociente entre máxima carga por m² soportable por la estructura y peso de la misma por m² lo que constituye, en mi opinión, un nuevo avance en el aligeramiento de estas estructuras y una mejora de su seguridad.



TIPOLOGIAS DE MALLAS ESPACIALES

Fig. 13.—GRÁFICO RENDIMIENTO ESTRUCTURAL MALLAS CILINDRICAS.
 C1. Malla de semioctaedros.
 C2. Malla de módulos prismáticos rectos.
 C3. Malla tetraédrica.

Los resultados obtenidos con todas las mallas analizadas se han resumido en unos gráficos de barras relativos al rendimiento estructural para diferentes tipologías y diferentes criterios de dimensionado, de los cuales puede verse uno en la fig. 13 correspondiente a mallas cilíndricas.

CONCLUSIONES.

En definitiva, hemos obtenido la formulación analítica de las leyes constitutivas de perfiles tubulares huecos de sección circular, lo que nos da tanto la carga crítica de pandeo como la descripción completa de todo el proceso seguido por una barra comprimida antes y después de alcanzarse dicha carga crítica.

Con las ecuaciones constitutivas del comportamiento no lineal de barras comprimidas estábamos en condiciones de proponer un modelo de análisis no lineal de mallas espaciales a partir de la linealización de dichas leyes constitutivas y de la aplicación de un modelo incremental iterativo en el que en cada iteración se modifica el módulo de elasticidad de las barras en estado crítico que componen la llamada «BANDA CRÍTICA» de esa iteración, teniendo en cuenta en el planteamiento del equilibrio la geometría deformada de la estructura.

El modelo de análisis propuesto se aplicó a una amplia variedad de estructuras tanto planas como cilíndricas y esféricas que nos han permitido extraer conclusiones de gran interés tanto relativas al comportamiento de las mismas hasta alcanzarse el estado límite como a las diferencias de comportamiento de la estructura según los criterios de dimensionado empleados, como a los diferentes rendimientos estructurales de las mallas analizadas. Asimismo se propone un nuevo método de diseño basado en el análisis no lineal que conduce a una mejora de rendimiento y por tanto a un mayor aligeramiento estructural.

Especial importancia tiene la vinculación de los programas de cálculo y diseño asistido que se ha mostrado como un instrumento de extraordinaria utilidad y posibilidades de desarrollos, tanto para averiguar formas de rotura, proceso de deformación seguidos por la malla hasta alcanzar el colapso o, simplemente, representación gráfica de la estructura.

AGRADECIMIENTOS.

Este trabajo ha sido realizado con financiación proporcionada por la DGICYT a través de un proyecto de investigación en el que participa el autor.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

ATIENZA, José Ramón; MIRAGALL, Carlos; IRLES, Ramón (1986) «Relaciones constitutivas de los perfiles tubulares de pared delgada utilizados en la construcción de mallas espaciales de nudos articulados». *Informes de la Construcción*, Vol. 38, núm. 391, junio.

COLLINS, I. M. (1981) «Collapse analysis of double-layer grids». *PhD Tesis*. University of Surrey.

COLLINS, I. M.; SUPPLE, W. J. (1979) «Experimental post-buckling curves for tubular struts». *Space structural research centre report*. University of Surrey.

CHAN, S. L.; KITIPORNCHAI, S. (1988) «Inelastic post-buckling behaviour of tubular struts». *Journal of the structural engineering*. Vol. 114, págs. 1.091-1.105.

ESTEVEZ CIMADEVILA, F. J. (1990) «Análisis no lineal de mallas espaciales de doble capa con dimensionado estricto». Tesis Doctoral. Universidad de La Coruña.

KITIPORNCHAI, S.; AL-BERMANI, F. G. A.; CHAN, S. L. (1988) «Geometric and material nonlinear analysis of structures comprising rectangular hollow sections». *ENGINEERING STRUCTURES*. Vol. 10, págs. 13-23.

MEEK, J. L.; LOGANATHAN, S. (1989) «Geometric and material nonlinear behaviour of structures comprising circular and rectangular hollow sections». *10 YEARS OF PROGRESS IN SHELL AND SPATIAL STRUCTURES*. IASS. Madrid, 11-15 septiembre. Vol. 4.

SAKA, T. (1989) «Approximate analysis method for post-buckling behaviour of double-layer space grids constructed by a bolted jointing system». *10 YEARS OF PROGRESS IN SHELL AND SPATIAL STRUCTURES*. IASS. Madrid, 11-15 septiembre. Vol. 4.

SUGIMOTO, H.; CHEN, W. F. (1985) «Inelastic post-buckling behaviour of tubular members». *JOURNAL OF THE STRUCTURAL ENGINEERING*. Vol. 111, págs. 1.965-1978.

SUPPLE, W. J.; COLLINS, I. M. (1980) «Post-critical behaviour of tubular struts». *ENGINEERING STRUCTURES*.

USAMA; MADI, R.; LLOYD, D. (1984) «A finite element model for determining the constitutive relation of a compression member». *PROCEEDINGS OF THE THIRD INTERNATIONAL CONFERENCE ON SPACE STRUCTURES*. University of Surrey.

VAN DE BROEK, J. A. (1947) «English translation of Eulers on the strength of columns». *AM. J. PHYS.* Vol. 15, n.º 4, págs. 309-318.

VAN DEN BROEK, J. A. (1948) «Theory of limit desing». *JOHN WILEY & SONS*. Págs. 62-126.

NOTACION EMPLEADA

Minúsculas romanas

a_0 flecha inicial de una barra imperfecta.

Mayúsculas romanas

E módulo de elasticidad de un material.
 E_r módulo de elasticidad reducido.
 E_t módulo de elasticidad tangente.
K coeficiente adimensional.
L longitud de una barra.
N fuerza exterior.
 \bar{N} coeficiente de reducción al pandeo.
X eje coordenado.
Y eje coordenado.
Z eje coordenado.

Minúsculas griegas

α ángulo.
 β ángulo que define la posición del eje neutro en una sección.
 δ acortamiento.
 ϵ deformación unitaria.
 ϵ_A acortamiento unitario originado por el axil.
 ϵ_M acortamiento unitario originado por la flexión por pandeo.
 ϵ_T acortamiento unitario total = $\epsilon_A + \epsilon_M$.
 λ esbeltez geométrica.
 λ_r esbeltez reducida = λ / λ_e .
 λ_e esbeltez euleriana.
 σ tensión.
 σ_r tensión reducida = σ / σ_f .
 σ_p tensión límite de proporcionalidad.
 σ_f tensión de fluencia.
 σ_{crit} tensión crítica por pandeo.
 σ_{euler} tensión crítica de Euler.