

Preprint of the paper

"Cálculo de potenciales transferidos en grandes sistemas de redes de tierra de subestaciones eléctricas"

I. Colominas, F. Navarrina, J. Gómez Calviño, M. Casteleiro (2001)

En Actas del XVII Congreso de Ecuaciones Diferenciales y Aplicaciones y VII Congreso de Matemática Aplicada, (en CDROM). Universidad de Salamanca. (ISBN: 84-699-6144-6)

<http://caminos.udc.es/gmni>

Cálculo de Potenciales Transferidos en Grandes Sistemas de Redes de Tierra de Subestaciones Eléctricas

I. Colominas¹, F. Navarrina¹, J. Gómez-Calviño¹, M. Casteleiro²

Resumen

En este artículo se presenta el análisis mediante una formulación numérica de elementos de contorno de un problema común en la ingeniería eléctrica como es la existencia de potenciales transferidos en una instalación de puesta a tierra.

Introducción

Los principales objetivos de un sistema de tierras de una instalación eléctrica son los de garantizar la integridad de los equipos y asegurar la continuidad del suministro de electricidad, y salvaguardar que una persona que se encuentre en las proximidades de la instalación no pueda sufrir una descarga eléctrica peligrosa. Para estos fines, la resistencia equivalente del sistema de tierras debe ser lo suficientemente baja para que las corrientes de fallo se disipen principalmente en el terreno a través del sistema de tierras, en tanto que las mayores diferencias de potencial entre puntos en los que una persona pueda estar en contacto deben ser inferiores a determinados límites máximos establecidos por las normativas de seguridad de este tipo de instalaciones (tensiones de malla, tensiones de paso y tensiones de contacto)[1, 2].

Desde los años sesenta se han propuesto un gran número de métodos para el cálculo y análisis de este tipo de instalaciones, la mayor parte basados en consideraciones de tipo práctico o en ideas intuitivas[3]. Aunque estas técnicas supusieron un notable avance se han constatado numerosos inconvenientes, tales como sus limitaciones en cuanto al número máximo de conductores de la red de tierras, su disposición y el tamaño de la instalación a proteger[1], o los elevados requerimientos computacionales, los resultados poco realistas que se obtienen al incrementar la discretización de los electrodos, y la incertidumbre en el margen de error[4].

En los últimos años, los autores del presente artículo han desarrollado una formulación numérica basada en el método de elementos de contorno para el análisis de redes de tierra con modelos de terreno isótropo y homogéneo. Muchos de los métodos intuitivos empleados en la práctica se ha podido identificar como casos particulares de esta formulación general[5, 6]. De esta forma se ha podido explicar matemáticamente el comportamiento asintótico anómalo de esos métodos, se han establecido las fuentes de error y cómo subsanarlas y se han propuesto nuevas formulaciones numéricas más eficientes y precisas para la resolución de este tipo de problemas[5, 6]. Asimismo, esta

formulación se ha aplicado con éxito al análisis de tomas de tierra reales de grandes instalaciones eléctricas con un coste computacional perfectamente asumible tanto en tiempo de cálculo como de requerimientos de memoria[5, 7]. Recientemente, esta formulación de elementos de contorno se ha generalizado para el análisis de redes de tierra en terrenos estratificados, tanto vertical como horizontalmente[8].

En este artículo se presenta un problema de aplicación en la ingeniería eléctrica como es la existencia de potenciales transferidos en una instalación de puesta a tierra. La transferencia de potenciales entre la zona puesta a tierra y puntos exteriores de la misma a través del terreno hacia conductores enterrados (tales como raíles, tuberías o circuitos de comunicación) puede producir serios problemas de seguridad en las instalaciones de puesta a tierra y en su entorno[1]. Seguidamente se resume brevemente la formulación numérica empleada y se presenta el análisis de un problema de transferencia de potenciales haciendo uso de la geometría real de una red de tierras.

Modelo matemático del problema físico

El problema asociado a la disipación de corriente eléctrica en el suelo se puede modelizar mediante la Teoría del Electromagnetismo de Maxwell[9]. Así, restringiendo el estudio a la obtención de la respuesta electrocinética en estado estacionario[1, 6], y considerando que la resistencia eléctrica interna de los electrodos que forman la red de tierras es despreciable (por tanto el potencial se asume constante en la superficie de los electrodos), las ecuaciones que rigen la derivación de corriente vienen dadas por

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) = 0, \quad \boldsymbol{\sigma} = -\boldsymbol{\gamma} \operatorname{grad}(V) \text{ en } E; \quad \boldsymbol{\sigma}' \mathbf{n}_E = 0 \text{ en } \Gamma_E; \quad V = V_\Gamma \text{ en } \Gamma; \quad V \rightarrow 0, \text{ si } |\mathbf{x}| \rightarrow \infty \quad (1)$$

siendo E el terreno, $\boldsymbol{\gamma}$ su tensor de conductividad, Γ_E la superficie del terreno, \mathbf{n}_E su versor normal unitario exterior y Γ la superficie de los electrodos[6]. En consecuencia, cuando el electrodo de tierra adquiere un potencial V_Γ (sobretensión de tierra), la solución de (1) permite obtener el potencial V y la densidad de corriente $\boldsymbol{\sigma}$ en cualquier punto \mathbf{x} . Asimismo, se pueden obtener la densidad de corriente de pérdida σ que emana de un punto de Γ ($\sigma = \boldsymbol{\sigma}' \mathbf{n}$, siendo \mathbf{n} el versor normal exterior a Γ), la resistencia equivalente del sistema y la intensidad total de corriente[6].

En el presente trabajo se considerará un modelo de terreno homogéneo e isótropo, por lo que el tensor $\boldsymbol{\gamma}$ se puede sustituir por una conductividad escalar aparente γ que en la práctica se determina experimentalmente[1]. La generalización de estas técnicas para modelos multi-capa puede encontrarse en [8]. Por otra parte, si se asume que la superficie del terreno es horizontal, la simetría permite reescribir el problema (1) en términos del Problema Exterior de Dirichlet: $\Delta V = 0$ en E , $V = V_\Gamma$ en Γ y Γ' , donde la imagen Γ' es la simétrica de Γ respecto de la superficie del terreno, y V cumple condiciones normales en ∞ [5, 6]. Si a continuación se aplica la Identidad de Green a este problema se obtiene la siguiente expresión integral para el potencial:

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi\gamma} \int \int_{\boldsymbol{\xi} \in \Gamma} k(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \sigma(\boldsymbol{\xi}) d\Gamma, \quad \mathbf{x} \in E; \quad k(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|} + \frac{1}{|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}'|} \quad (2)$$

donde $\boldsymbol{\xi}'$ es el punto simétrico de $\boldsymbol{\xi}$ con respecto a la superficie del terreno[5, 6].

Dado que la expresión integral (2) se verifica también sobre la superficie de los electrodos Γ en la que el valor del potencial es conocido (la sobretensión de tierra V_Γ), la densidad de corriente de pérdida σ debe satisfacer la ecuación integral de Fredholm de primera clase definida en Γ

$$V_\Gamma = \frac{1}{4\pi\gamma} \int \int_{\boldsymbol{\xi} \in \Gamma} k(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) \sigma(\boldsymbol{\xi}) d\Gamma, \quad \boldsymbol{x} \in \Gamma, \quad (3)$$

que puede escribirse en términos de una forma variacional mediante la ecuación integral

$$\int \int_{\boldsymbol{x} \in \Gamma} w(\boldsymbol{x}) \left[V_\Gamma - \frac{1}{4\pi\gamma} \int \int_{\boldsymbol{\xi} \in \Gamma} k(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) \sigma(\boldsymbol{\xi}) d\Gamma \right] d\Gamma = 0, \quad (4)$$

si se impone que se satisfaga la ecuación (3) en el sentido de residuos ponderados para todos los miembros w de una determinada clase de funciones de test definidas en Γ [5]. Es obvio que una formulación basada en el Método de Elementos de Contorno parece la mejor elección para resolver esta forma variacional[6].

Formulación numérica de elementos de contorno

El punto de partida del desarrollo de la formulación numérica lo constituye la discretización de la densidad de corriente de pérdida σ y la superficie de los electrodos Γ , dados un conjunto de \mathcal{N} funciones de prueba definidas en Γ , un conjunto de \mathcal{M} elementos de contorno 2D y un conjunto de \mathcal{N} funciones de test definidas en Γ [5, 6]. De este modo es posible obtener las versiones discretizadas del potencial (2) y de la ecuación integral (4), así como una solución aproximada al problema mediante la resolución de un sistema de ecuaciones lineales, como es usual en los modelos de elementos de contorno y elementos finitos[5, 6]. No obstante, para el cálculo de los coeficientes de la matriz del sistema de ecuaciones resultante (que es una matriz llena) se requiere integrar dos veces en dominios bidimensionales (la superficie de los electrodos Γ), siendo además muy elevado el número total de grados de libertad cuando se analiza un problema de interés práctico. Por todo ello, se hace necesario introducir hipótesis adicionales que permitan reducir la complejidad del problema[5].

La formulación numérica final de elementos de contorno 1D (“BEM1D”) propuesta por los autores es la resultante de asumir que la densidad de corriente es uniforme a lo largo del perímetro de la sección transversal de los conductores, no tener en cuenta los efectos de disipación de corriente en los extremos y uniones entre los conductores de la red de tierras, y aproximar las distancias que intervienen en los núcleos integrales en términos de las distancias entre las proyecciones de los puntos sobre el eje de los electrodos. De hecho esta hipótesis es consecuencia de integrar mediante una cuadratura de Newton-Cotes las integrales circunferenciales que se obtienen al introducir la hipótesis de uniformidad circunferencial de la densidad de corriente de pérdida[5, 6]. Tras la aplicación de estas hipótesis, el cálculo de los coeficientes de la matriz del sistema de ecuaciones resultante requiere ahora integrar dos veces en dominios unidimensionales (los ejes de los electrodos), siendo el número total de grados de libertad mucho menor que en el modelo 2D. Desde un punto de vista matemático, existe una diferencia fundamental entre los modelos numéricos 2D y 1D: en el modelo 2D los núcleos integrales son débilmente singulares y en el modelo 1D aproximado no lo son[5].

La diferente selección de tipos de funciones de prueba y de test en el planteamiento numérico 1D permite desarrollar formulaciones específicas, e identificar los métodos intuitivos y de tipo práctico empleados en el cálculo de tierras como casos particulares de la formulación general de elementos de contorno[5]. Gracias a esta identificación es posible explicar desde un punto de vista matemáticamente riguroso los problemas encontrados con la aplicación de estos métodos[3, 4]. Dichos problemas consisten esencialmente en que cuando se aumenta el grado de discretización, los resultados obtenidos con la formulación de elementos 1D de contorno oscilan alrededor de la solución real[4, 5].

El hecho es que la aproximación de las distancias de los núcleos integrales no es válida para distancias pequeñas. Así al aumentar la discretización, el tamaño de los elementos se hace comparable al diámetro de los electrodos lo que introduce errores significativos en los coeficientes del sistema de ecuaciones, especialmente en los términos diagonales. No obstante, este efecto de mal condicionamiento debido a la mala aproximación de las integrales circunferenciales a distancias pequeñas es despreciable cuando la relación longitud/diámetro de los electrodos es elevada, por lo que no se producen resultados anómalos para elementos suficientemente largos[5]. Desde un punto de vista formal, ello es debido a que para las ecuaciones de Fredholm de primera clase el inverso de un operador completamente continuo no está acotado[10], es decir, no es posible obtener numéricamente la solución del problema 1D simplificado ya que siempre se pueden encontrar densidades de corriente de pérdida diferentes que satisfagan la condición de contorno con errores arbitrariamente pequeños. Esto explica la razón por la que se obtienen resultados poco realistas cuando aumenta la discretización y no se asegura la convergencia[11]. No obstante, se ha comprobado que los resultados obtenidos con niveles de discretización normales son suficientemente precisos en la práctica[5, 6].

Cálculo de potenciales transferidos y ejemplo de aplicación

La formulación numérica BEM1D desarrollada mediante el método de elementos de contorno permite el análisis y diseño de sistemas de puesta a tierra de grandes instalaciones eléctricas con requerimientos computacionales muy asequibles tanto en tiempo de CPU como en memoria[5, 6, 7]. En este apartado se presenta una formulación para el cálculo de potenciales transferidos en una instalación de toma de tierra (Fig. 1). Denominaremos “malla activa” a la que está conectada a la instalación eléctrica en fallo y adquiere la sobretensión de tierra en el momento de la descarga, y a través de la cual se produce la derivación y disipación de la corriente de fallo en el terreno. El objetivo de este estudio es averiguar si la presencia de un sistema conductor (como puede ser otra red de electrodos) en las proximidades de una malla de tierra activa afecta de algún modo a la distribución de la corriente en el terreno. Es decir, se pretende estudiar si puede ignorarse o no este segundo sistema cuando se analiza el fenómeno de la disipación de la corriente en la toma de tierra activa.

Tal y como se ha indicado, el sistema de toma de tierra activo adquiere un valor del potencial igual a la sobretensión de tierra cuando tiene lugar una descarga. Sin embargo, la existencia de otro sistema conductor próximo a éste origina una distribución de la corriente en el terreno distinta, aunque no haya conexión eléctrica entre ambos, dado que las propiedades conductoras del terreno cambian de una forma importante en

la zona del mismo ocupada por la malla de electrodos en la que no se produce descarga (“malla pasiva”). Al tratarse de un sistema muy conductor, esta malla adquirirá un potencial (inferior a la sobretensión de tierra) creando un efecto de homogeneización de la distribución del potencial en las inmediaciones de la malla pasiva.

Para verificar estas aseveraciones calcularemos el sistema de toma de tierra de la malla activa en dos situaciones: **a)** si no existe una segunda malla de electrodos cercana a la primera, y **b)** si existe una malla conductora próxima a la activa, pero sin conexión eléctrica directa entre ambas. El análisis del caso **a)** se puede llevar a cabo por aplicación directa de la formulación BEM1D previamente expuesta: la Fig. 2 muestra la distribución de potenciales en la superficie del terreno para una sobretensión de tierra de $V_{\Gamma} = 10$ kV, siendo la resistencia equivalente del sistema de 0.40Ω , la intensidad total 25 kA, la tensión de paso 0.86 kV y la tensión de malla 2.4 kV.

El caso **b)** es más complicado de calcular dado que inicialmente la malla activa adquiere una sobretensión de tierra fija y conocida (V_{Γ}), pero en la malla pasiva el potencial es también constante pero desconocido. El análisis de este tipo de problemas en el que existen varias mallas de toma de tierra desconectadas entre sí se puede realizar mediante la superposición de estados elementales. El estado final es el siguiente: la malla activa con una sobretensión de tierra igual a V_{Γ} y la malla pasiva con una sobretensión desconocida (igual a una fracción λ del aumento de tensión de la malla activa). Los dos estados elementales en que se puede descomponer éste son: **estado 1)** la malla activa con una sobretensión de tierra igual a 1 V y la malla pasiva a 0 V; **estado 2)** la malla activa con una sobretensión de tierra igual a 0 V y la malla pasiva a 1 V. Dado que en los dos estados elementales se conocen las sobretensiones de tierra, las intensidades totales que fluyen por unidad de voltaje de cada una de las mallas (A: activa, P: pasiva) pueden determinarse mediante la formulación BEM1D previamente expuesta en cada estado elemental (1 y 2): i_{A1} , i_{A2} , i_{P1} e i_{P2} . El estado final se obtiene de la suma de los estados elementales, ponderando el estado **1)** por V_{Γ} y el estado **2)** por el factor λV_{Γ} . Finalmente, este valor λ y la intensidad total que fluye del sistema de tierras (I_G) se obtienen sin más que imponer que la descarga eléctrica se produce en la malla activa y, por tanto,

$$I_G = V_{\Gamma} i_{A1} + \lambda V_{\Gamma} i_{A2}, \quad 0 = V_{\Gamma} i_{P1} + \lambda V_{\Gamma} i_{P2}.$$

Aplicando la formulación BEM1D en el cálculo de los dos estados elementales en que se descompone el estado final de la derivación de corriente eléctrica a través de las mallas de tierra desconectadas para una sobretensión de tierra en la malla activa de $V_{\Gamma} = 10$ kV, obtenemos una sobretensión en la malla pasiva de 3.1 kV, una intensidad total de 25.2 kA, una resistencia equivalente del sistema de 0.396Ω , una tensión de Paso de 0.95 kV y una tensión de malla de 2.5 kV. (Nótese que entre los casos **a)** y **b)** no hay diferencias significativas en la resistencia equivalente y la intensidad total que fluye, dado que la derivación de corriente se produce en una sola toma de tierra).

La Fig. 3 muestra la distribución de los niveles de potencial en la superficie del terreno en el que se encuentran las dos mallas y en las zonas adyacentes. Obsérvese que, tal y como se preveía, la presencia de una malla pasiva origina una homogeneización de los valores del potencial en la superficie del terreno; asimismo si se comparan las figuras 2 y 3 pueden observarse también zonas de gradientes de potencial mucho mayores en

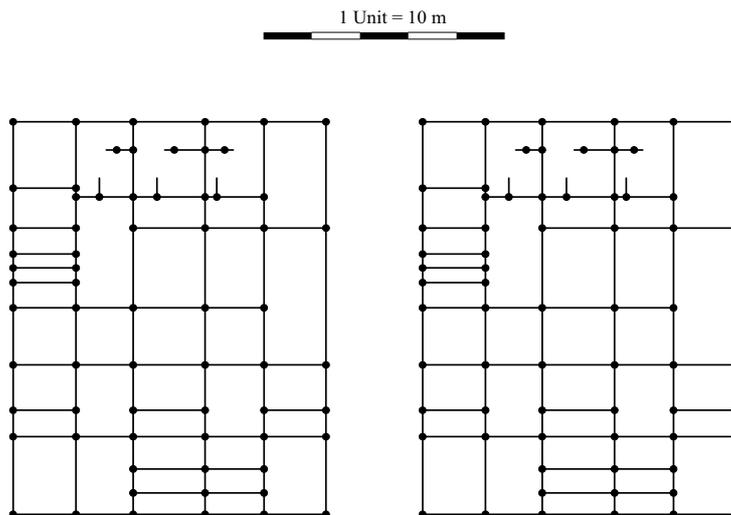


Fig. 1. Red de tierras: Las dos mallas no están unidas eléctricamente entre sí y la descarga tiene lugar en la malla de tierras de la figura izquierda (“malla activa”).

determinadas regiones del terreno donde no eran esperados: en el ejemplo de la Fig. 3 la máxima tensión de paso que se produce en la región de la superficie del terreno sobre la malla pasiva es 0.165 kV, frente a la tensión de paso de 0.016 kV que se produce en el mismo punto en ausencia de la malla no conectada (Fig. 2).

En resumen, la presencia de un sistema de conductores no conectado a una malla de toma de tierra en condiciones de fallo no modifica necesariamente ni de forma sustancial la resistencia equivalente de la malla, ni la intensidad total, ni tampoco la tensión de malla. Sin embargo, la existencia de tomas de tierra no conectadas afecta de una forma importante a la distribución de los niveles de potencial en la superficie del terreno, generándose gradientes de potencial que pueden ser muy importantes en determinadas zonas donde en un principio no se preveían. Además, se produce la energización de estos conductores que adquieren un determinado nivel de potencial, con el consiguiente riesgo que puede originar para la seguridad de las personas.

Tal y como se ha puesto de manifiesto con este ejemplo, el estudio de la conexión o no-conexión eléctrica entre sí de tomas de tierra es fundamental si éstas se encuentran próximas, debido a las graves consecuencias que puede originar el efecto de homogeneización de los niveles de potencial en la superficie del terreno. Este efecto puede tener mucha importancia en las inmediaciones de las instalaciones eléctricas con grandes tomas de tierra en las que se opera con intensidades de corriente elevadas, por la existencia de otros elementos muy conductores tales como cercas metálicas, tuberías, canalizaciones subterráneas, raíles, etc. que actúan como “mallas pasivas”, modifican la distribución de los niveles de potencial en la superficie del terreno y adquieren un determinado potencial como consecuencia de los potenciales transferidos.

Conclusiones

En este artículo se ha revisado el modelo matemático del fenómeno físico que subyace a la disipación de corriente eléctrica en un terreno a través de una toma de tierra y se han resumido los aspectos más sobresalientes de la formulación numérica de elementos

de contorno desarrollada por los autores para el análisis de este tipo de problemas. Asimismo se ha presentado una novedosa formulación numérica que por primera vez permite calcular y cuantificar los efectos debidos a los potenciales transferidos en una instalación eléctrica por la presencia de elementos conductores enterrados en las proximidades de una red de toma de tierras.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por la SGPICIT del Ministerio de Ciencia y Tecnología (#1FD97-0108), cofinanciado con fondos FEDER y la empresa Unión Fenosa Ingeniería, así como por la Secretaría Xeral de I+D de la Xunta de Galicia y por la Universidad de La Coruña mediante proyectos y becas de investigación.

Referencias

- [1] IEEE Std.80, *IEEE Guide for safety in AC substation grounding*. New York, 1999.
- [2] J.G. Sverak, W.K. Dick, T.H. Dodds, R.H. Heppe, Safe substation grounding, *IEEE Tr. Power Appar. Systems* **100** (1981) 4281-4290, y **101** (1982) 4006-4023.
- [3] R.J. Heppe, Computation of potential at surface above an energized grid or other electrode, *IEEE Tr. Power Appar. Systems* **98** (1979) 1978-1988.
- [4] D.L. Garrett, J.G. Pruitt, Problems encountered with the APM of analyzing substation grounding systems, *IEEE Tr. Power Appar. Systems* **104** (1985) 3586-3596.
- [5] I. Colominas, *Cálc. y D.A.O. de tomas de tierra en instalaciones eléctricas: Una formul. num. basada en el MEC*. Tesis Doctoral, ETSICCP, La Coruña, 1995.
- [6] I. Colominas, F. Navarrina, M. Casteleiro, A BE numerical approach for grounding grid computation, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **174**, (1999), 73-90.
- [7] M. Casteleiro, L.A. Hernández, I. Colominas, F. Navarrina, *Sistema TOTBEM de DAO de tomas de tierra de instalaciones eléctricas*. ETSICCP, La Coruña, 1994.
- [8] I. Colominas, F. Navarrina, M. Casteleiro, A numerical formulation for grounding analysis in stratified soils, *IEEE Tr. Power Deliv.* (1999) [en prensa].
- [9] E. Durand, *Électrostatique*. Masson, Paris, 1966.
- [10] A.N.Kolmogorov, S.V.Fomin, *Introductory Real Analysis*, Dover Pub., USA, 1975.
- [11] F. Navarrina, I. Colominas, M. Casteleiro, Why do computer methods for grounding analysis produce anomalous results?, *IEEE Tr. Power Deliv.* (2000) [en prensa].

1 Departamento de Métodos Matemáticos y de Representación. Universidad de La Coruña, Campus de Elviña, La Coruña (colominas@iccp.udc.es)

2 Department of Mechanical Engineering. Northwestern University, Evanston, USA.

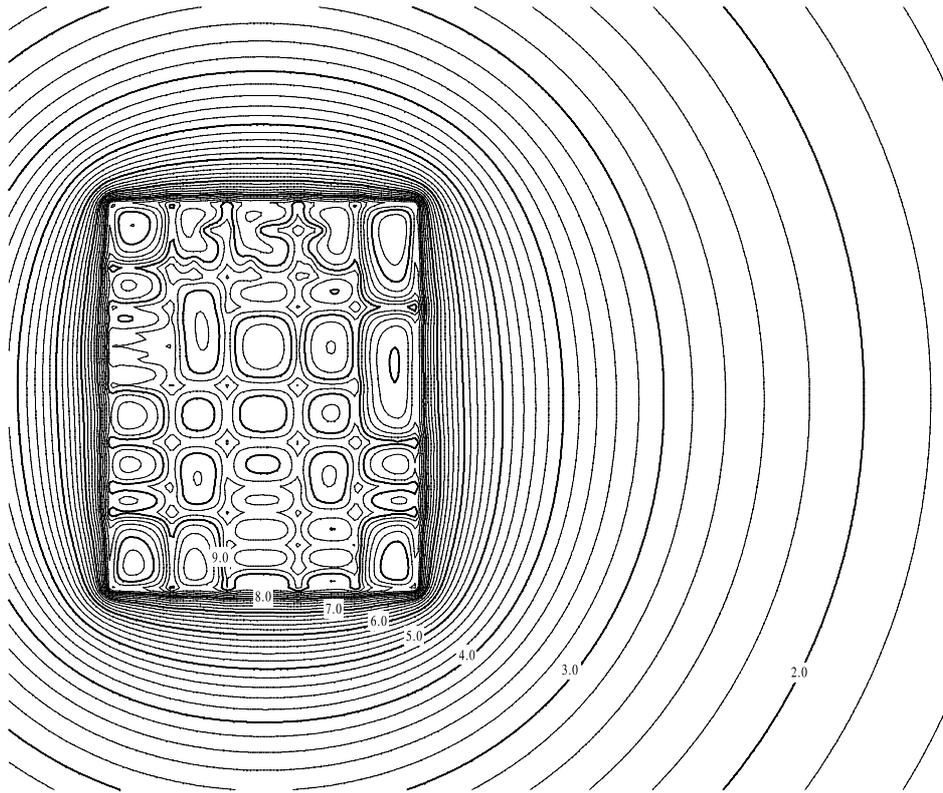


Fig. 2. Distribución de potenciales en la superficie del terreno (kV) si no se consideran los conductores enterrados cercanos a la toma de tierra.

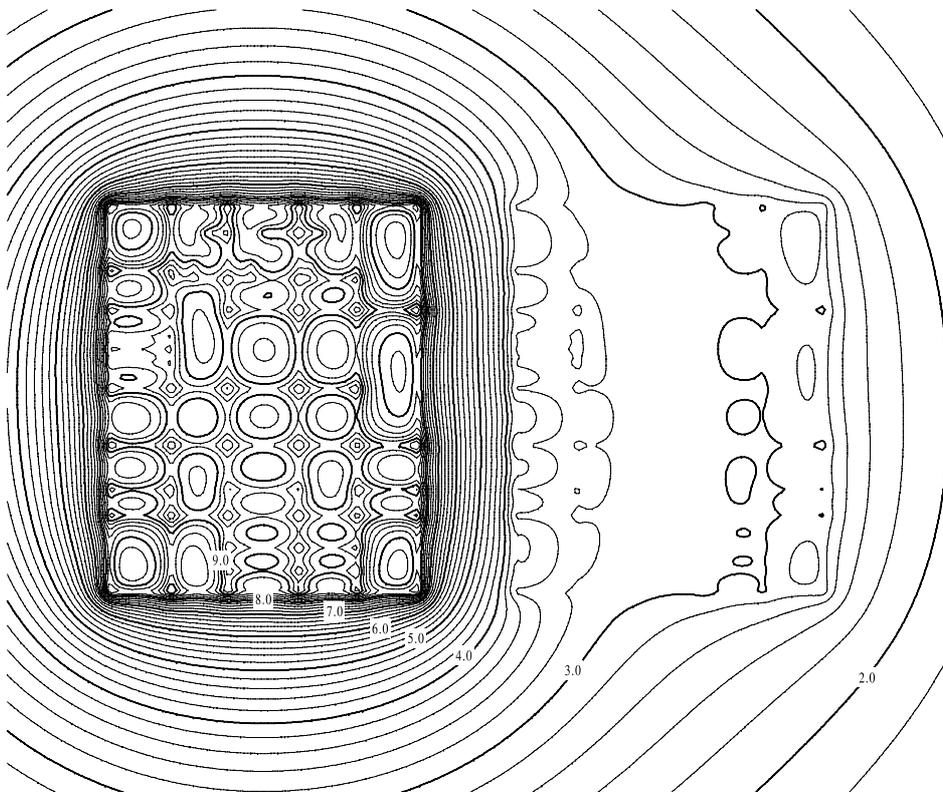


Fig. 3. Distribución de potenciales en la superficie del terreno (kV) si se consideran los conductores enterrados cercanos a la toma de tierra.