

MODELADO CINEMÁTICO Y DINÁMICO DEL ROBOT UHP EN EL MODO DE REHABILITACIÓN WRIST

Aitziber Mancisidor Asier Zubizarreta Itziar Cabanes Pablo Bengoa Iñigo Sesar
 {aitziber.mancisidor, asier.zubizarreta, itziar.cabanes, pablo.bengoa, inigo.sesar}@ehu.eus

Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática,
 Escuela Superior de Ingeniería de Bilbao, UPV/EHU

Resumen

Una de las tareas más críticas de la robótica de rehabilitación es controlar la interacción entre el robot y el paciente. El diseño de un controlador adecuado y robusto requiere de un modelo preciso del robot, por ello, en este trabajo se presenta el modelo cinemático y dinámico del UHP. El Universal Haptic Pantograph (UHP) es un robot de rehabilitación configurable, idóneo para realizar ejercicios de brazo y/o muñeca, siendo este último el objetivo de este artículo. Para resolver el modelo cinemático, se emplean ecuaciones de cierre vectoriales, mientras que se aplica la formulación Lagrangiana para estimar la fuerza de interacción. Con el fin de demostrar la eficiencia del modelo, se han realizado varias pruebas experimentales. Los resultados demuestran que el error medio de movimiento es de 1mm, mientras que el error estimado de fuerza es menor del 10%.

Palabras clave: Rehabilitación de los miembros superiores, Robots de rehabilitación, Modelado cinemático, Modelado dinámico, Validación experimental.

1. INTRODUCCIÓN

Según la Organización Mundial de Salud (OMS) las enfermedades cerebrovasculares representan la tercera causa de muerte y la primera causa de discapacidad física. Se diagnostican más de 15 millones de ataques anuales de ictus, de los cuales, 5 millones no consiguen sobrevivirlo [4].

Las tres cuartas partes de estos ataques afectan a pacientes mayores de 65 años, por lo tanto, debido al envejecimiento global de la población, se prevé que en los próximos años se incremente el número de personas afectadas por el ictus.

Por otro lado, gracias a la implantación de los nuevos protocolos de activación, cada día son más los afortunados que consiguen superarlo, es decir, existe una tendencia decreciente en cifras de mortalidad. Este hecho, junto al envejecimiento de la población, produce un incremento constante de pacientes afectados por enfermedades cerebrovas-

culares. Esto conlleva a que hoy en día cerca de 33 millones de personas tengan que vivir con alguna secuela del ictus [13], siendo la hemiplejía, es decir, parálisis completa o parcial de un lado del cuerpo, una de las más usuales.

En la actualidad, no existe ningún tratamiento quirúrgico ni farmacológico para las afectaciones cerebrales, pero según distintas investigaciones, gracias a la plasticidad del cerebro, los pacientes pueden llegar a recuperar la mayoría de sus capacidades mediante la realización de ejercicios de rehabilitación [12]. Sin embargo, estos tratamientos, además de precisar de la constante supervisión de un fisioterapeuta, suelen ser bastante largos, lo que aumenta su coste económico, y conduce a la reducción de los tiempos de rehabilitación.

Ante esta situación, conociendo la importancia de la rehabilitación, se observan los beneficios que puede aportar la robótica de rehabilitación a la mejora de la calidad de vida de los enfermos que han sufrido un ictus [15]. Los robots replican los ejercicios que un fisioterapeuta puede realizar obteniendo tratamientos de mayor duración, precisión y frecuencia. Además, el dispositivo puede funcionar como una herramienta de medición que permite cuantificar fuerzas y/o movimientos, con el objetivo de evaluar la evolución del paciente y adaptar los ejercicios a sus necesidades. Y por otro lado, con ayuda de un interfaz gráfico puede llegar a construir un entorno de realidad virtual facilitando e incentivando aún más el proceso de rehabilitación.

Desde que a inicios de los noventa diseñarán el primer robot de rehabilitación, han sido muchas las estructuras propuestas [2]. Los trabajos iniciales se basaron en robots serie utilizados con gran éxito en otras aplicaciones de la industria. Por ejemplo, el MIT-Manus [6], primer robot de rehabilitación comercializado, es un robot serie de estructura SCARA de dimensiones similares a las del brazo humano. O MIME (Mirror Image Movement Enabler) [7], otro dispositivo temprano que está basado en el robot industrial serie PUMA 560.

La estructura simple de los robots serie ofrece grandes ventajas de diseño, fabricación y control.

Pero el hecho de que el elemento terminal tenga un solo punto de contacto, imposibilita controlar el movimiento y la fuerza ejercida con cada parte de la extremidad. Por ello, este tipo de estructuras no son muy apropiadas para la rehabilitación.

Con la intención de suplir los vacíos de los robots serie para la rehabilitación, se desarrollaron los exoesqueletos, siendo el Armin [8], L-Exos [5] y WOTAS [11] alguno de los muchos que se pueden encontrar en la bibliografía.

El término exoesqueleto se utiliza en biología para describir la estructura exterior y rígida de insectos o crustáceos. Por extensión, en el campo de la robótica se utiliza para describir las estructuras externas rígidas que proporcionan soporte a las funciones motoras de la persona. De esta manera, se define un exoesqueleto robótico como un mecanismo estructural externo cuyos segmentos y articulaciones se corresponden con las del cuerpo humano, por lo que permite controlar la posición y la fuerza realizada con cada parte del miembro [3].

Esta estructura es muy ventajosa para la rehabilitación, pero los exoesqueletos capaces de rehabilitar todo el brazo tienen un gran número de grados de libertad y resulta una estructura muy compleja, lo que dificulta su diseño, fabricación y control.

Con el propósito de dar respuesta a las necesidades mencionadas de los robots de rehabilitación, en este trabajo se emplea el robot de rehabilitación UHP (Universal Haptic Pantograph) [9]. El UHP es un dispositivo innovador de forma pantógrafa accionado por dos SEAs (Series Elastic Actuator). Para reducir los grados de libertad y simplificar el mecanismo, el dispositivo posee articulaciones bloqueables/desbloqueables que permiten cambiar fácilmente la estructura y aumentar los tipos de tareas de rehabilitación [10]. En este artículo, entre los diferentes modos de funcionamiento que posee es dispositivo se utiliza el modo Wrist, que permite realizar ejercicios de entrenamiento de la muñeca.

Tal y como se ha mencionado anteriormente, en los últimos años se han logrado grandes avances en el área de la robótica de rehabilitación, sin embargo, todavía existen áreas de mejora, tales como el diseño de un control adecuado y robusto, que precisan de más estudio para ser solucionados.

En la literatura se pueden encontrar diferentes enfoques para intentar controlar la iteración robot-humano, siendo en casi todos necesario un modelo adecuado y robusto del robot [1]. Por ello, en este trabajo se presenta el modelo cinemático y dinámico del robot de rehabilitación UHP.

El resto del artículo se organiza de la siguiente forma. En la sección II, se describe el robot de rehabilitación UHP. En la sección III, se define el modelo cinemático y dinámico del robot. En la sección IV, se valida el modelo comparando sus resultados con los valores obtenidos de ensayos experimentales. Por último, en la sección V, se resumen las ideas más importantes extrayendo las conclusiones finales.

2. EL ROBOT HÁPTICO UHP

El Universal Haptic Pantograph (UHP) es un robot de rehabilitación diseñado para el entrenamiento de los miembros superiores después de un ictus. Una de sus ventajas principales es la posibilidad de variar su estructura mecánica mediante el uso de articulaciones bloqueables/desbloqueables, lo que permite ejecutar hasta ocho tipos de modos de rehabilitación diferentes con el mismo robot. De esta manera, el UHP, con la configuración adecuada, puede realizar la rehabilitación del hombro, el codo y la muñeca [9, 10].

Entre los diferentes robots de rehabilitación que se pueden encontrar en la bibliografía, actualmente, la rehabilitación de la muñeca es una de las tareas más complejas y menos desarrolladas. El UHP proporciona una configuración mecánica, llamada Wrist, que permite realizar movimientos de pronación/supinación, radial/no-radial y flexión/extensión de la muñeca.

Con el fin de permitir estos movimientos, el UHP está compuesto por dos subsistemas (Figs. 1 y 2). La interacción con el paciente se lleva a cabo con una estructura cerrada de forma pantógrafa, mientras que su actuación se realiza a través de dos SEAs (Series Elastic Actuator). Como ambos subsistemas están conectados en el punto de transmisión \mathbf{P}_{Tr} , el par ejercido por los motores ($\boldsymbol{\tau}_m = [\tau_{m_1} \ \tau_{m_2}]^T$) y la fuerza ejercida por el paciente en el punto de contacto \mathbf{P}_{Cn} (\mathbf{F}_{Cn}) se transmiten de forma bilateral en forma de fuerza (\mathbf{F}_{Tr}) y movimiento (\mathbf{x}_{Tr}).

El sistema de accionamiento está formado por dos SEAs perpendiculares compuestas por dos motores rotativos (m_1 y m_2), cuatro muelles (M_A , M_B , M_C y M_D) y una serie de poleas (Fig. 1).

La transmisión de fuerza y movimiento se lleva a cabo mediante el uso de cables de forma que la fuerza (\mathbf{F}_{Tr}) y el movimiento ($\mathbf{x}_{Tr} = \overrightarrow{\mathbf{P}_0\mathbf{P}_{Tr}}$) se transmiten al Pantógrafo en dos direcciones perpendiculares (x y y). De esta manera, el motor m_1 y los muelles M_A y M_C actúan en la dirección x de \mathbf{P}_{Tr} (x_{Tr}), mientras que m_2 , M_B y M_D accionan la dirección y (y_{Tr}).

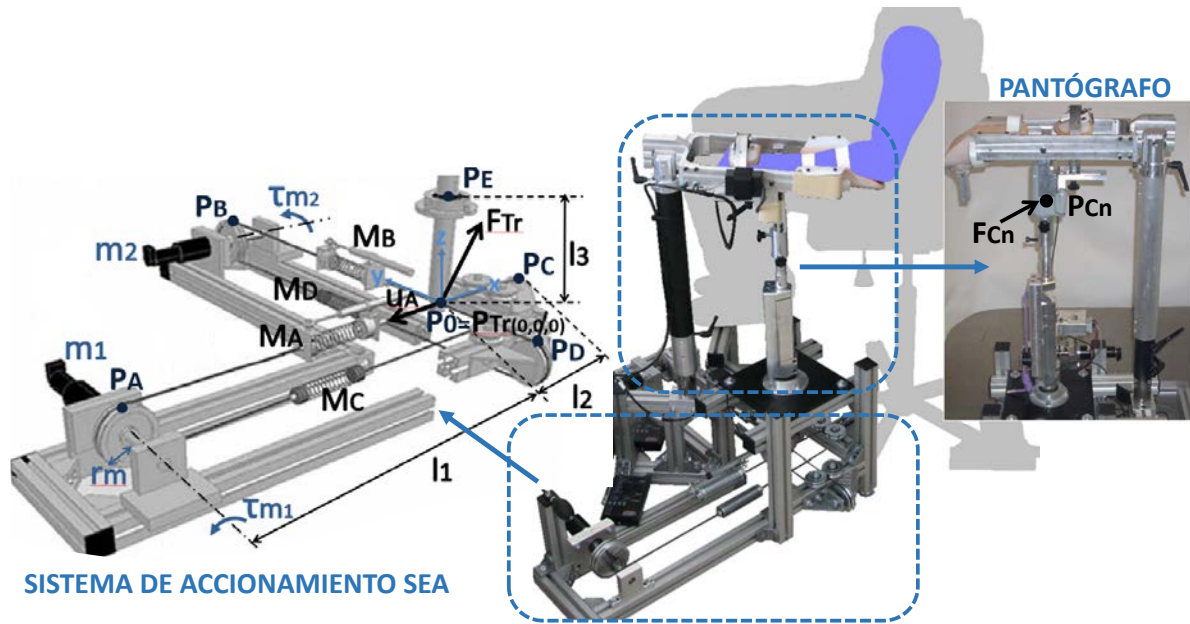


Figura 1: Universal Haptic Pantograph (UHP)

El Pantógrafo (Fig. 2) está compuesto por una estructura fija, tres barras móviles (accionamiento, transversal y paralela) y cinco articulaciones (P_E , P_F , P_G , P_H y P_I). La barra de accionamiento está formado por tres elementos (E_1 , E_2 y E_3), separados por una deslizadera de longitud variable (d_1) y una articulación universal bloqueable/desbloqueable (P_F).

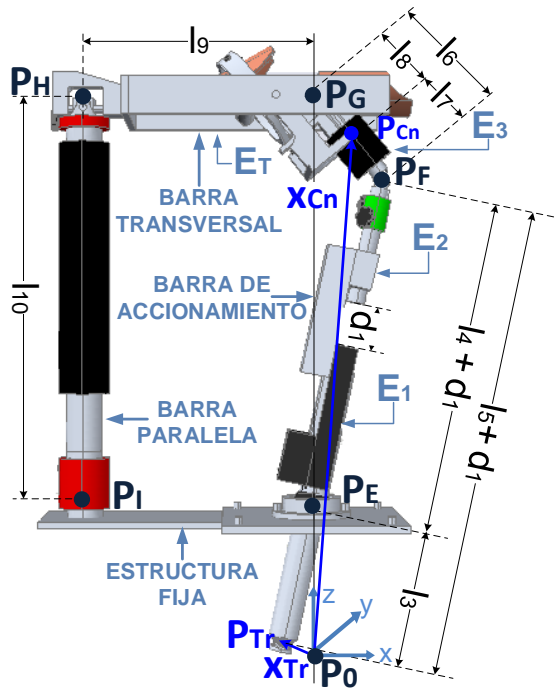


Figura 2: Pantógrafo en el modo Wrist

En el modo de funcionamiento Wrist, las articulaciones P_H y P_I están parcialmente y totalmente

bloqueadas, respectivamente. Por lo tanto, la barra paralela esta totalmente bloqueada, y la barra transversal (es decir, el elemento E_T) está bloqueada en paralelo a la estructura fija, por lo que no se puede trasladar, pero puede rotar a lo largo de su eje $P_H P_G$.

Con el fin de permitir el movimiento de la barra de accionamiento, la junta universal P_F y la deslizadera están desbloqueadas, por lo que la longitud de la barra varía durante el ejercicio (d_1 variable). Por lo tanto, el agarre del robot ejecuta movimientos semiesféricos permitiendo realizar ejercicios de entrenamiento de la muñeca en todas las direcciones posibles.

La posición de equilibrio del UHP, que define el origen de la referencia (P_0), se logra cuando la barra de accionamiento se encuentra en posición vertical ($x_{Tr} = P_0 P_{Tr} = [0 \ 0 \ 0]^T$) (Fig. 2).

3. MODELADO CINEMÁTICO Y DINÁMICO

Como se ha mencionado anteriormente, con el fin de controlar la fuerza de interacción entre el robot y el paciente, se requiere de un modelo matemático que relacione la fuerza de interacción del robot (F_{Cn}) con el par realizado por los actuadores (τ_m). Por ello, en esta sección, se presenta el modelo cinemático y dinámico del UHP. En primer lugar, en la sección 3.1, se obtiene el modelo del sistema de accionamiento SEA, y a continuación, en la sección 3.2, se calcula el modelo del Pantógrafo en el modo de funcionamiento Wrist.

3.1. MODELO DEL SISTEMA DE ACCIONAMIENTO SEA

3.1.1. Modelo cinemático del SEA

En primer lugar, se analiza la cinemática del sistema de accionamiento, que está compuesto por dos SEAs perpendiculares con un actuador rotativo y dos muelles en cada uno. Los motores y los muelles superiores están sensorizados por medio de encoders y potenciómetros lineales.

Por lo tanto, el objetivo principal de esta sección es definir la relación entre las variables medibles, el ángulo de rotación de los motores ($\mathbf{q}_m = [q_{m_1} \ q_{m_2}]^T$) y la longitud variable de los muelles superiores (n_{M_A} y n_{M_B}), y el movimiento de transmisión ($\mathbf{x}_{Tr} = \mathbf{P}_0 \mathbf{P}_{Tr}$).

De la Fig. 1, teniendo en cuenta que los cables son rígidos,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_{Tr}} &= \overrightarrow{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_A} + \overrightarrow{\mathbf{P}_A \mathbf{P}_{Tr}} \\ \overrightarrow{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_{Tr}} &= \overrightarrow{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_B} + \overrightarrow{\mathbf{P}_B \mathbf{P}_{Tr}} \end{aligned} \quad (1)$$

Operando estas ecuaciones,

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{l}}_A &= \overrightarrow{\mathbf{P}_A \mathbf{P}_{Tr}} = \overrightarrow{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_{Tr}} - \overrightarrow{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_A} \\ &= \begin{bmatrix} x_{Tr} \\ y_{Tr} \\ z_{Tr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \vec{\mathbf{l}}_B &= \overrightarrow{\mathbf{P}_B \mathbf{P}_{Tr}} = \overrightarrow{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_{Tr}} - \overrightarrow{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_B} \\ &= \begin{bmatrix} x_{Tr} \\ y_{Tr} \\ z_{Tr} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ l_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

donde l_1 es la distancia entre el punto de equilibrio (\mathbf{P}_0) y la posición de los motores, y $\vec{\mathbf{l}}_i$ es la distancia entre \mathbf{P}_i y el punto de transmisión \mathbf{P}_{Tr} , para $i = A, B, C, D$ (Fig. 1).

Si se calcula el módulo de cada vector, se obtiene la relación entre las distancias l_A y l_B y $\mathbf{x}_{Tr} = [x_{Tr} \ y_{Tr} \ z_{Tr}]^T$,

$$\begin{aligned} l_A &= |\vec{\mathbf{l}}_A| = \sqrt{(x_{Tr} + l_1)^2 + y_{Tr}^2 + z_{Tr}^2} \\ l_B &= |\vec{\mathbf{l}}_B| = \sqrt{x_{Tr}^2 + (y_{Tr} - l_1)^2 + z_{Tr}^2} \end{aligned} \quad (3)$$

Por otro lado, la longitud variable de los muelles M_A y M_B (n_{M_A} , n_{M_B}) depende de las distancias l_A y l_B y el ángulo de rotación de los motores (q_{m_1} , q_{m_2}),

$$\begin{aligned} n_{M_A} &= l_A + q_{m_1} r_m - l_1 \\ n_{M_B} &= l_B + q_{m_2} r_m - l_1 \end{aligned} \quad (4)$$

donde r_m es el radio de las poleas.

Utilizando Ecs. 3 y 4 se calcula la relación entre el movimiento de transmisión (\mathbf{x}_{Tr}) y las variables medibles (q_{m_1} , q_{m_2} , n_{M_A} , n_{M_B}),

$$\begin{aligned} n_{M_A} - q_{m_1} r_m &= \sqrt{(x_{Tr} + l_1)^2 + y_{Tr}^2 + z_{Tr}^2} - l_1 \\ n_{M_B} - q_{m_2} r_m &= \sqrt{x_{Tr}^2 + (y_{Tr} - l_1)^2 + z_{Tr}^2} - l_1 \end{aligned} \quad (5)$$

Como \mathbf{x}_{Tr} tiene tres variables (x_{Tr} , y_{Tr} y z_{Tr}), se requiere una tercera ecuación para resolver el sistema de ecuaciones. Para ello, se analiza el movimiento de la barra de accionamiento. Dicha barra presenta una articulación esférica \mathbf{P}_E respecto a una estructura fija. Por lo tanto, el movimiento de \mathbf{P}_{Tr} (\mathbf{x}_{Tr}) queda limitada a la superficie de una esfera de radio l_3 ,

$$x_{Tr}^2 + y_{Tr}^2 + (l_3 - z_{Tr})^2 = l_3^2 \quad (6)$$

Las Ecs. 5-6 definen el modelo cinemático de entrada (\mathbf{q}_m) - salida (\mathbf{x}_{Tr}) del sistema de accionamiento SEA. Sin embargo, con el fin de definir completamente su movimiento, se debe calcular la deformación de los muelles no-sensorizados (n_{M_C} y n_{M_D}). Con este propósito, se aplica un procedimiento similar al usado para los sensorizados,

$$\begin{aligned} l_C &= |\overrightarrow{\mathbf{P}_C \mathbf{P}_{Tr}}| = |\overrightarrow{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_{Tr}} - \overrightarrow{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_C}| \\ &= \sqrt{(x_{Tr} - l_2)^2 + y_{Tr}^2 + z_{Tr}^2} \\ l_D &= |\overrightarrow{\mathbf{P}_D \mathbf{P}_{Tr}}| = |\overrightarrow{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_{Tr}} - \overrightarrow{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_D}| \\ &= \sqrt{x_{Tr}^2 + (y_{Tr} + l_2)^2 + z_{Tr}^2} \end{aligned} \quad (7)$$

La longitud variable de los muelles inferiores (n_{M_C} y n_{M_D}) en términos del ángulo de rotación del motor (q_{m_1} , q_{m_2}) y el movimiento de transmisión (\mathbf{x}_{Tr}),

$$\begin{aligned} n_{M_C} &= l_C + q_{m_1} r_m - l_2 \\ n_{M_D} &= l_D + q_{m_2} r_m - l_2 \end{aligned} \quad (8)$$

3.1.2. Modelo dinámico del SEA

Una vez definido el modelo cinemático del sistema de accionamiento SEA, se puede obtener su modelo dinámico. Como el SEA se basa en un accionamiento motor-muelle, la fuerza ejercida al Pantógrafo (\mathbf{F}_{Tr}) se calcula en función de la fuerza de los muelles (\mathbf{F}_M), que se transmite a través de los cables.

La magnitud de la fuerza de cada muelle $i = A, B, C, D$ (F_{M_i}) depende de su longitud variable (n_{M_i}) y su constante de rigidez (K_{M_i}), mientras que su dirección depende del movimiento de transmisión (\mathbf{x}_{Tr}),

$$\mathbf{F}_{M_i}(n_{M_i}, \mathbf{x}_{Tr}) = k_{M_i} n_{M_i} \mathbf{u}_i \quad (9)$$

donde \mathbf{u}_i es un vector unitario de dirección $\mathbf{P}_{\mathbf{T}r}\mathbf{P}_i$, que depende de $\mathbf{x}_{\mathbf{T}r}$.

Como el punto de transmisión ($\mathbf{P}_{\mathbf{T}r}$) esta unido a los muelles a través de cables, se calcula la fuerza de transmisión ($\mathbf{F}_{\mathbf{T}r}$) como la suma las fuerzas transmitidas por todos los muelles,

$$\mathbf{F}_{\mathbf{T}r} = \mathbf{F}_{M_A} + \mathbf{F}_{M_B} + \mathbf{F}_{M_C} + \mathbf{F}_{M_D} = \sum_{i=A}^D \mathbf{F}_{M_i} \quad (10)$$

Por otro lado, el par ejercido por cada motor $j = 1, 2$ (τ_{m_j}) se calcula en función de su coeficiente de inercia I_{m_j} , su coeficiente de viscosidad B_{m_j} , y los coeficientes F_{c_j} y β_j del par de fricción de Coulomb [14],

$$\tau_{m_j} - \tau_{M_j} = I_{m_j} \ddot{q}_{m_j} + B_{m_j} \dot{q}_{m_j} + F_{c_j} \tanh(\beta_j \dot{q}_{m_j}) \quad (11)$$

donde $\tau_{M_1} = \tau_{M_{AC}}$ en el motor m_1 y $\tau_{M_2} = \tau_{M_{BD}}$ en m_2 definen el par realizado por los muelles,

$$\begin{aligned} \tau_{M_{AC}} &= \tau_{M_A} + \tau_{M_C} = \mathbf{F}_{M_A}^T m + \mathbf{F}_{M_C}^T m \\ \tau_{M_{BD}} &= \tau_{M_B} + \tau_{M_D} = \mathbf{F}_{M_B}^T m + \mathbf{F}_{M_D}^T m \end{aligned} \quad (12)$$

3.2. MODELO DEL PANTÓGRAFO EN EL MODO WRIST

En esta sección se analiza el modelo cinemático y dinámico del Pantógrafo en el modo Wrist.

3.2.1. Modelo cinemático del Pantógrafo

En primer lugar, se calcula el modelo cinemático que relaciona el movimiento del punto de contacto \mathbf{P}_{Cn} ($\mathbf{x}_{Cn} = \overrightarrow{\mathbf{P}_0\mathbf{P}_{Cn}} = [x_{Cn} \ y_{Cn} \ z_{Cn}]^T$) y el movimiento del punto de transmisión \mathbf{P}_{Tr} ($\mathbf{x}_{Tr} = \overrightarrow{\mathbf{P}_0\mathbf{P}_{Tr}} = [x_{Tr} \ y_{Tr} \ z_{Tr}]^T$), en base a la ecuación de cierre cinemático, de la Fig. 2,

$$\overrightarrow{\mathbf{P}_E\mathbf{P}_F} + \overrightarrow{\mathbf{P}_F\mathbf{P}_G} + \overrightarrow{\mathbf{P}_G\mathbf{P}_E} = \mathbf{0} \quad (13)$$

Resolviéndolo para \mathbf{x}_{Cn} ,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{Cn} \\ y_{Cn} \\ z_{Cn} \end{bmatrix} &= -\frac{(l_4 + d_1) l_8}{l_3 l_6} \begin{bmatrix} x_{Tr} \\ y_{Tr} \\ z_{Tr} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_3 + l_{10} + \frac{l_8(l_4 + d_1 - l_{10})}{l_6} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

Como se puede observar en la Ec. 14, para resolver el sistema de ecuaciones se debe calcular el valor de d_1 . Sabiendo que l_6 es constante, y que su modulo se puede obtener a partir de la Ec. 14, combinando con la Ec. 6, se obtiene que,

$$d_1 = l_{10} - l_4 + \frac{-l_{10}z_{Tr}}{l_3} \pm \sqrt{\left[\frac{l_{10}z_{Tr}}{l_3} - l_{10}\right]^2 - l_{10}^2 + l_6^2} \quad (15)$$

De las Ecs. 14 y 15 se define la relación entre el movimiento de entrada (\mathbf{x}_{Tr}) y el de salida (\mathbf{x}_{Cn}) del Pantógrafo.

El problema de velocidad se resuelve a partir del cálculo de la matriz Jacobiana (\mathbf{J}_x) que relaciona la velocidad de las variables de salida ($\dot{\mathbf{x}}_{Cn}$) con la derivada temporal de las variables de entrada ($\dot{\mathbf{x}}_{Tr}$). Por lo tanto, derivando las Ecs. 14 y 15 respecto al tiempo,

$$\dot{\mathbf{x}}_{Cn} = \underbrace{\mathbf{J}_x}_{3 \times 3} \dot{\mathbf{x}}_{Tr} \quad (16)$$

3.2.2. Modelo dinámico del Pantógrafo

El modelo dinámico del Pantógrafo se utiliza para determinar la relación entre la fuerza de transmisión (\mathbf{F}_{Tr}) proveniente del sistema de accionamiento y la fuerza de contacto (\mathbf{F}_{Cn}), en función del movimiento de transmisión (\mathbf{x}_{Tr}). Con este objetivo, se utiliza la formulación Lagrangiana.

En el modo Wrist no se mueven todos los elementos del robot, por ejemplo la base fija y la barra paralela están bloqueadas, por lo que su energía es nula. Además, la barra transversal (\mathbf{E}_T) sólo puede girar a lo largo de su eje, mientras que los elementos de la barra de accionamiento (\mathbf{E}_1 , \mathbf{E}_2 y \mathbf{E}_3) presentan los movimientos de rotación y traslación. Por lo tanto, la Lagrangiana (\mathbf{L}) en función de las energías cinéticas (\mathbf{K}_E) y potenciales (\mathbf{U}_E),

$$\mathbf{L} = \sum \mathbf{K}_E - \sum \mathbf{U}_E = \mathbf{K}_{E_T} + \mathbf{K}_{E_1} + \mathbf{K}_{E_2} + \mathbf{K}_{E_3} - \mathbf{U}_{E_1} - \mathbf{U}_{E_2} - \mathbf{U}_{E_3} \quad (17)$$

siendo las energías cinéticas (\mathbf{K}_{E_i}) y potenciales (\mathbf{U}_{E_i}) de cada elemento $i = 1, 2, 3, T$,

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{E_i} &= \frac{1}{2} m_{E_i} \left| \overrightarrow{\mathbf{v}_{CM_{E_i}}} \right|^T \left| \overrightarrow{\mathbf{v}_{CM_{E_i}}} \right| \\ &+ \frac{1}{2} \left| \overrightarrow{\omega_{CM_{E_i}}} \right|^T \mathbf{I}_{E_i} \left| \overrightarrow{\omega_{CM_{E_i}}} \right| \end{aligned} \quad (18)$$

$$\mathbf{U}_{E_i} = m_{E_i} g h_{CM_{E_i}}$$

donde, m_{E_i} es la masa, I_{E_i} es la inercia, CM_{E_i} es el centro de masas y $h_{CM_{E_i}}$; $\mathbf{v}_{CM_{E_i}}$ y $\omega_{CM_{E_i}}$ son la altura, la velocidad lineal y la velocidad angular del centro de masas del elemento i , respectivamente.

Las energías cinéticas y potenciales de los elementos \mathbf{E}_1 y \mathbf{E}_2 se definen en función del movimiento de transmisión (\mathbf{x}_{Tr}), mientras que el de \mathbf{E}_3 y \mathbf{E}_T se obtienen en base al movimiento del punto de contacto (\mathbf{x}_{Cn}). El cálculo de cada término se puede lograr fácilmente, por lo que no se detalla en este trabajo debido a las limitaciones de espacio. Por lo tanto, la función Lagrangiana del Pantógrafo depende de estos dos conjuntos de variables ($\mathbf{L}(\mathbf{x}_{Tr}, \dot{\mathbf{x}}_{Tr}, \mathbf{x}_{Cn}, \dot{\mathbf{x}}_{Cn})$).

Así, el modelo dinámico resultante del Pantógrafo en modo de Wrist en términos de los variables \mathbf{x}_{Tr} y \mathbf{x}_{Cn} ,

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{Tr}\ddot{\mathbf{x}}_{Tr} + \mathbf{C}_{Tr}\dot{\mathbf{x}}_{Tr} + \mathbf{G}_{Tr} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{\mathbf{x}}_{Tr}} \right) - \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{x}_{Tr}} \\ &= \sum \lambda_i \frac{\partial \Gamma(\mathbf{x}_{Tr}, \mathbf{x}_{Cn})}{\partial \mathbf{x}_{Tr}} + \mathbf{F}_{Tr} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{Cn}\ddot{\mathbf{x}}_{Cn} + \mathbf{C}_{Cn}\dot{\mathbf{x}}_{Cn} + \mathbf{G}_{Cn} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{\mathbf{x}}_{Cn}} \right) - \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{x}_{Cn}} \\ &= \sum \lambda_i \frac{\partial \Gamma(\mathbf{x}_{Tr}, \mathbf{x}_{Cn})}{\partial \mathbf{x}_{Cn}} + \mathbf{F}_{Cn} \end{aligned} \quad (20)$$

donde, $\Gamma(\mathbf{x}_{Tr}, \mathbf{x}_{Cn}) = \mathbf{0}$ es la ecuación de cierre que relaciona las variables de entrada y de salida (Ec. 13), y los términos de inercia \mathbf{D}_i , coriolis \mathbf{C}_i y gravedad \mathbf{G}_i , se pueden calcular fácilmente mediante la agrupación de aceleraciones, velocidades y términos gravitacionales.

Teniendo en cuenta que $\partial \mathbf{x}_{Cn} / \partial \mathbf{x}_{Tr} = \mathbf{J}_x$, de las Ecs. 19 y 20, se consige definir el modelo en términos de \mathbf{x}_{Tr} ,

$$\mathbf{F}_{Tr} = \mathbf{D}\ddot{\mathbf{x}}_{Tr} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}_{Tr} + \mathbf{G} + \mathbf{F}_E \quad (21)$$

donde,

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \mathbf{D}_{Tr} + \mathbf{J}_x^T \mathbf{D}_{Cn} \mathbf{J}_x \\ \mathbf{C} &= \mathbf{C}_{Tr} + \mathbf{J}_x^T \mathbf{C}_{Cn} \mathbf{J}_x + \mathbf{J}_x^T \mathbf{D}_{Cn} \dot{\mathbf{J}}_x \\ \mathbf{G} &= \mathbf{G}_{Tr} + \mathbf{J}_x^T \mathbf{G}_{Cn} \\ \mathbf{F}_E &= -\mathbf{J}_x^T \mathbf{F}_{Cn} \end{aligned}$$

Esta ecuación define la relación entre la fuerza de transmisión (\mathbf{F}_{Tr}), el movimiento de transmisión (\mathbf{x}_{Tr}) y la fuerza de contacto (\mathbf{F}_{Cn}).

4. VALIDACIÓN DEL MODELO

Para demostrar la eficiencia de los modelos cinemáticos y dinámicos obtenidos, se han realizado varias pruebas experimentales. Los modelos calculados en la sección 3 se han implementado en Matlab, y sus resultados se han comparado con los valores de las pruebas experimentales ejecutadas con el prototipo real de UHP.

La captación de datos del robot UHP se realiza mediante encoders que miden el ángulo de rotación de los motores (\mathbf{q}_m), y potenciómetros lineales que miden la longitud variable de los muelles M_A y M_B (n_{MA} , n_{MB}). Para esta validación, a estos sensores, se les ha añadido un sensor de fuerza, que mide la fuerza de contacto (\mathbf{F}_{Cn}), y un inclinómetro de 3 ejes, que sirve para medir el ángulo de inclinación de la barra de accionamiento en los ejes x y y .

Los parámetros del UHP han sido experimentalmente identificados, mientras que los parámetros de los motores han sido identificados mediante el procedimiento Grey-box [14].

En la Tabla 1 se resumen los parámetros del prototipo real. Las inercias de los elementos (I_{E_i}), se definen como centroidales, por lo que, sólo se detallan los componentes de la diagonal.

Se han ejecutado tres pruebas experimentales. En primer lugar, se valida el modelo cinemático del UHP en el modo Wrist (Secciones 3.1.1 y 3.2.1). Para este propósito, los motores son inducidos a realizar movimientos senoidales con un periodo de 5s, y no se aplican fuerzas exteriores de contacto (esto es, sin usuario).

En este ensayo, se miden los ángulos de rotación de los motores (\mathbf{q}_m) y la longitud variable de los muelles superiores (n_{MA} y n_{MB}), y se utilizan los ángulos de inclinación de la barra de accionamiento para estimar el movimiento del punto de contacto con el usuario (\mathbf{x}_{Cn}).

En la Fig. 3, se observan los valores reales y estimados de \mathbf{x}_{Cn} en los ejes x y y . Como se puede ver, el error medio es menor que un milímetro y el error máximo es de 6mm.

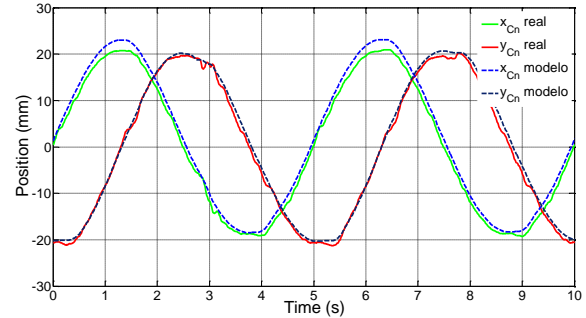


Figura 3: Resultados de la prueba de validación del modelo cinemático.

En la segunda prueba se valida el modelo dinámico del sistema de accionamiento SEA (Sección 3.1.2). Como las fuerzas del SEA están relacionados con las de los muelles, la prueba se basa en la estimación de las fuerzas de los muelles. Con este objetivo, se bloquea el Pantógrafo en la posición de equilibrio ($\mathbf{x}_{Tr} = [0 \ 0 \ 0]^T$) y los motores ejecutan movimientos senoidales de 5s de período.

En este caso, se mide el par (τ_m) y el ángulo de rotación (\mathbf{q}_m) de los motores y la longitud variable de los muelles superiores (n_{MA} y n_{MB}). Combinando las medidas de posición (\mathbf{q}_m) y de par (τ_m) del motor, se estima la fuerza de los muelles (F_{M_i}), y usando el constante de rigidez (k_{M_i}), se obtiene la longitud variable de los muelles M_A y M_B (n_{MA} y n_{MB}).

Tabla 1: Parámetros del prototipo UHP.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
l_1	0,575m	r_{p1}	0,047m
l_2	0,15m	r_{p2}	0,0325m
l_3	0,18m	I_{m1}	0,003615Ns ² /rad
l_4	0,46m	I_{m2}	0,002742Ns ² /rad
l_5	0,64m	B_{m1}	1,02 · 10 ⁻⁷ Ns/rad
l_6	0,202m	B_{m2}	5,27 · 10 ⁻⁹ Ns/rad
l_7	0,12m	F_{c1}	0,840395Nm
l_8	0,268m	F_{c2}	0,731213Nm
l_9	0,268m	β_1	4223,98
l_{10}	0,662m	β_2	4318,25
		k_{S_i}	4000N/m
m_{E1}	0,882kg	I_{E1}	[13,5 0,49 13,4] 10 ⁻³ kg m ²
m_{E2}	1,25kg	I_{E2}	[9,7 0,59 9,51] 10 ⁻³ kg m ²
m_{E3}	1,23kg	I_{E3}	[4,9 1,96 3,61] 10 ⁻³ kg m ²
m_{E_T}	1,55kg	I_{E_T}	[40 13,5 28] 10 ⁻³ kg m ²

En la Fig. 4, se observan los valores reales y estimados de n_{MA} y n_{MB} . Como se observa, el error medio es de 0,5mm y el error máximo es menor que 3mm.

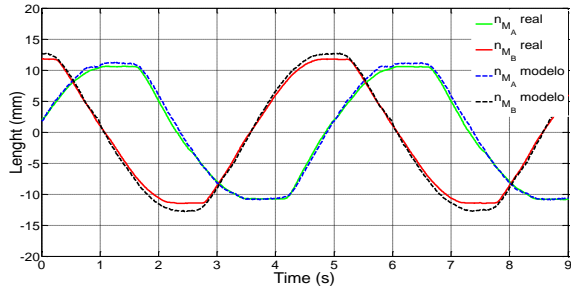


Figura 4: Resultados de la prueba de validación del modelo dinámico del SEA.

En la última prueba, se valida el modelo dinámico del UHP en el modo de rehabilitación Wrist (Sección 3.2.2). Con este fin, los motores ejecutan una trayectoria, mientras que el usuario ejerce una fuerza externa. En este caso, se miden los ángulos de rotación de los motores (\mathbf{q}_m), la longitud variable de los muelles superiores (n_{MA} , n_{MB}), el ángulo de rotación de la barra de accionamiento y la fuerza de contacto (\mathbf{F}_{Cn}).

Usando estas mediciones, se calcula la fuerza de transmisión (\mathbf{F}_{Tr}) basándose en el modelo dinámico del sistema de accionamiento SEA, validado en el ensayo anterior. Y al mismo tiempo, \mathbf{F}_{Tr} se estima mediante la medición de la fuerza de contacto (\mathbf{F}_{Cn}) y el modelo dinámico del Pantógrafo.

En la Fig. 5, se observan los valores de \mathbf{F}_{Tr} obtenidos con el modelo dinámico del sistema de accionamiento SEA y con el modelo dinámico del Pantógrafo. En este caso, el error medio es de 5N

y el error siempre es menor que el 10%.

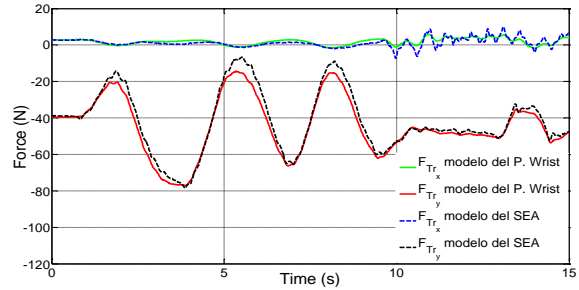


Figura 5: Resultados de la prueba de validación del modelo dinámico del UHP.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta el modelo cinemático y dinámico del robot de rehabilitación multifuncional UHP (Universal Haptic Pantograph). El UHP ofrece varios modos de funcionamiento que proporcionan diferentes ejercicios de rehabilitación. Este artículo se centra en el modo Wrist, que se usa para la rehabilitación de la muñeca.

El modelado del robot UHP se divide en dos partes, en el sistema de accionamiento, que está basado en dos SEAs, y en el Pantógrafo, que es la parte del robot que interactúa con el usuario. Para resolver el modelo cinemático, se ha apoyado en las ecuaciones de cierre vectoriales, mientras que la dinámica del robot se ha resuelto a través de la formulación Lagrangiana.

Para validar los modelos, se han ejecutado un conjunto de pruebas experimentales. Los resultados muestran que los modelos obtenidos funcionan correctamente en todos los escenarios posibles. El

error medio de movimiento en el punto de contacto con el usuario (\mathbf{P}_{Cn}) es de un milímetro, mientras que el error de la fuerza de transmisión (\mathbf{F}_{Tr}) es menor que el 10 %.

Los modelos cinemáticos y dinámicos propuestos son críticos para llevar a cabo un control adecuado de la interacción entre el UHP y el paciente. Dichos modelos serán utilizados para estimar la fuerza y el movimiento de esta interacción sin la medición directa de la fuerza de contacto, reduciendo el coste económico del robot.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad MINECO & FEDER en el marco del proyecto DPI-2012-32882, así como por las becas PRE-2014-1-152 y PRE-2015-1-0127 del Gobierno Vasco y BES-2013-066142 del Ministerio de Economía y Competitividad, el proyecto UFI11/28 de la UPV/EHU y por Euskampus Fundazioa.

Además, los autores desean expresar su agradecimiento al centro de investigación Tecnalia por su colaboración y por prestar su robot de rehabilitación Universal Haptic Pantograph.

Referencias

- [1] K. Anam and A. A. Al-Jumaily. Active Exoskeleton Control Systems: State of the Art. *Procedia Engineering*, 41:988–994, 2012.
- [2] M. Babaiasl, S. H. Mahdioun, P. Jaryani, and M. Yazdani. A review of technological and clinical aspects of robot-aided rehabilitation of upper-extremity after stroke. *Disability and Rehabilitation: Assistive Technology*, pages 1–18, jan 2015.
- [3] D. G. Caldwell, N. G. Tsagarakis, S. Kousidou, N. Costa, and I. Sarakoglou. Soft Exoskeletons for Upper and Lower Body Rehabilitation - Design, Control and Testing. *International Journal of Humanoid Robotics*, 04(03):549–573, sep 2007.
- [4] Z. Corbyn. A growing global burden. *Nature*, 510(S3):5–6, 2014.
- [5] A. Frisoli, F. Salsedo, M. Bergamasco, B. Rossi, and M. C. Carboncini. A force-feedback exoskeleton for upper-limb rehabilitation in virtual reality. *Applied Bionics and Biomechanics*, 6(2):115–126, 2009.
- [6] N. Hogan, H. Krebs, J. Charnnarong, P. Srikrishna, and A. Sharon. MIT-MANUS: a workstation for manual therapy and training. I. [1992] *Proceedings IEEE International Workshop on Robot and Human Communication*, pages 161–165, 1992.
- [7] P. S. Lum, C. G. Burgar, and P. C. Shor. Evidence for improved muscle activation patterns after retraining of reaching movements with the MIME robotic system in subjects with post-stroke hemiparesis. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 12(2):186–194, 2004.
- [8] M. Mihelj, T. Nef, and R. Riener. ARMin - Toward a six DoF upper limb rehabilitation robot. *IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, BioRob 2006*, pages 1154–1159, 2006.
- [9] J. Oblak and Z. Matjačić. Design of a series visco-elastic actuator for multi-purpose rehabilitation haptic device. *Journal of neuro-engineering and rehabilitation*, 8(January):3, jan 2011.
- [10] J. C. Perry, J. Oblak, J. H. Jung, I. Cikažlo, J. F. Veneman, N. Goljar, N. Bizoviar, Z. Matjai, and T. Keller. Variable structure pantograph mechanism with spring suspension system for comprehensive upper-limb haptic movement training. *The Journal of Rehabilitation Research and Development*, 48(4):317, 2011.
- [11] E. Rocon, J. M. Belda-Lois, A. F. Ruiz, M. Manto, J. C. Moreno, and J. L. Pons. Design and validation of a rehabilitation robotic exoskeleton for tremor assessment and suppression. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 15(1):367–378, sep 2007.
- [12] L. Sawaki. Use-dependent plasticity of the human motor cortex in health and disease. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 24(1):36–39, jan 2005.
- [13] A. G. Thrift, D. A. Cadilhac, T. Thayabaranathan, G. Howard, V. J. Howard, P. M. Rothwell, and G. A. Donnan. Global stroke statistics. *International Journal of Stroke*, 9(January):6–18, 2014.
- [14] E. Wernholt. Nonlinear identification of a physically parameterized robot model. In *SYSID*, pages 143–148, Newcastle, Australia, 2006.
- [15] S.-H. Zhou, J. Fong, V. Crocher, Y. Tan, D. Oetomo, and I. Mareels. Learning control in robot-assisted rehabilitation of motor skills a review. *Journal of Control and Decision*, 7706(March):1–25, 2016.