

Diseño de un control adaptativo general basado en lógica borrosa

A. Javier Barragán, Juan M. Enrique, Miguel A. Martínez, José M. Andújar

Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Huelva
{antonio.barragan, juanm.enrique, bohorquez, andujar}@diesia.uhu.es

Resumen

En este trabajo se presenta el desarrollo que permite aplicar la conocida regla del MIT para el ajuste adaptativo de controladores borrosos de tipo Takagi-Sugeno (TS), junto con un ejemplo de aplicación. El citado desarrollo se realiza desde un punto de vista general. Esto es, el marco teórico no impone ningún tipo de restricción sobre la dimensión del modelo borroso de la planta en número de entradas, salidas o reglas. De igual forma, tampoco se impone ningún tipo de restricción al modelo en cuanto al tipo de función de pertenencia o la distribución en sus antecedentes. La misma generalidad se aplica al modelo borroso del controlador, obteniéndose un desarrollo aplicable a cualquier sistema no lineal del que se disponga de un modelo borroso de tipo TS.

Palabras clave: Control adaptativo, control borroso, control inteligente, regla del MIT, sistemas borrosos, Takagi-Sugeno

1. Introducción

Los controladores borrosos se han mostrado muy capaces de solventar problemas de control complejos, desde los iniciales controladores basados en información heurística procedente de expertos, hasta los complejos sistemas híbridos actuales, cuya estabilidad puede asegurarse matemáticamente [1]. Pese a esta capacidad actual de controlar sistemas complejos, en la práctica no se ha producido una penetración importante de los controladores borrosos fuera de entornos de investigación, al menos, no tanto como cabría esperar de sus cualidades. Un motivo podría ser la dificultad para adaptar los controladores a cambios en los sistemas, junto con las restricciones que suelen emplearse para su diseño, las cuales dificultan su adecuación a sistemas reales no tan restringidos. Una posible solución pasaría por añadir la capacidad de adaptación al controlador que éste pueda adaptarse a nuevas dinámicas y comportamientos no contemplados en los modelos. Existen multitud de algoritmos y técnicas para diseñar sistemas de control adaptativos basados en lógica borrosa [2, 3, 4], sin

embargo, su diseño se basa nuevamente en incorporar multitud de restricciones al modelo o al sistema, lo cual merma su grado de utilidad real. En este artículo se propone la utilización de una regla muy básica del control adaptativo, la conocida como regla del MIT, para el autoajuste de controladores borrosos [5]. La regla del MIT fue de los primeros algoritmos que permitieron la adaptación de los parámetros de un controlador en base al error de seguimiento, y tuvo gran aceptación en sus inicios [6]. Este hecho, unido a su sencillo planteamiento, ha sido el motivo por el que se ha decidido emplearlo en este trabajo como inicio de una línea de trabajo de adaptación de controladores borrosos desde un punto de vista general. Los problemas de estabilidad de la adaptación de la regla del MIT son de sobra conocidos [7], por lo que los autores desean hacer hincapié en que la elección no es por su utilidad práctica, si no por su utilidad como método inicial sencillo para validar el inicio del trabajo realizado.

2. Formulación del problema

Con la intención de mantener la máxima generalidad posible durante todo el diseño, se emplearán modelos borrosos de tipo TS para el modelado de la planta y el controlador, pero sin imponer ningún tipo de restricción sobre el tamaño de los vectores de entrada, salida, el tipo de funciones de pertenencia a emplear, o su distribución sobre el universo de discurso de las variables de entrada de cada uno de los modelos. Siguiendo este planteamiento, un modelo TS equivalente de un sistema discreto puede ser representado por [8]:

$$R_p^{(l,i)} : \text{Si } x_1(k) \text{ es } A_{1i}^l \text{ y } \dots \text{ y } x_n(k) \text{ es } A_{ni}^l \\ \text{ y } u_1(k) \text{ es } B_{1i}^l \text{ y } \dots \text{ y } u_m(k) \text{ es } B_{mi}^l \\ \text{Entonces } x_i^l(k+1) = \sum_{j=0}^n a_{ji}^l \tilde{x}_j + \sum_{q=1}^m b_{qi}^l u_q, \quad (1)$$

donde n el orden del sistema y m su número de entradas, $l = 1..M_i$ es el índice de la regla y M_i el número de reglas que modelan la i -ésima ecuación diferencial del proceso, $x_i(k+1)$. \tilde{x}_j es la j -ésima coordenada del vector de estado extendido [9, 8]

$\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}_0, \tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n)^\top = (1, x_1, \dots, x_n)^\top$. La salida del modelo borroso de la planta puede calcularse mediante:

$$x_i(k+1) = \sum_{j=0}^n a_{ji}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \tilde{x}_j + \sum_{q=1}^m b_{qi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) u_q, \quad (2)$$

siendo $a_{ji}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ y $b_{qi}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ coeficientes variables [9].

De igual forma, un controlador borroso TS completamente general e independiente de la planta en cuando a estructura, puede ser descrito como:

$$R_c^{(r,i)} : \text{ Si } x_1(k) \text{ es } C_{1q}^r \text{ y } \dots \text{ y } x_n(k) \text{ es } C_{nq}^r \\ \text{ Entonces } u_q^r(k) = \sum_{j=0}^n c_{jq}^r \tilde{x}_j, \quad (3)$$

y su salida puede calcularse mediante:

$$u_q(k) = \sum_{j=0}^n c_{jq}(\mathbf{x}) \tilde{x}_j, \quad (4)$$

siendo $c_{jq}(\mathbf{x})$ un coeficiente variable [9].

3. Aplicación de la regla del MIT a un sistema de control borroso general

El esquema de ajuste adaptativo basado en modelos de referencia fue propuesto inicialmente por Whitaker *et. al*[10]. Las especificaciones del diseño se facilitaban en forma de un modelo de referencia que determinaba cómo debería ser la respuesta ideal del sistema de control. Bajo este esquema, mostrado en la figura 1 para el caso de un modelo y controlador borroso, el sistema de control está compuesto por dos bucles: uno de ajuste del controlador, y otro que se corresponde con el clásico bucle de control de la planta y el regulador. En este esquema, el modelo de referencia pasa a formar parte del propio sistema de control. El ajuste del controlador se realiza en base al error de seguimiento del sistema respecto del modelo de referencia escogido. El problema principal radica en la elección del método de ajuste de los parámetros para conseguir el objetivo de seguimiento del modelo de referencia. La siguiente función de ajuste fue propuesta en el artículo original, denominada "regla del MIT":

$$\frac{d\theta}{dt} = K e(t) \text{grad}_{\theta} e(t) \quad (5)$$

En (5), $e(t)$ denota el error de seguimiento, θ el conjunto de parámetros del controlador, y K es

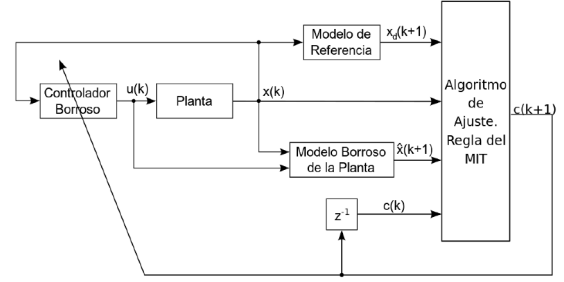


Figura 1: Esquema del controlador borroso adaptativo.

una ganancia que determina el grado de ajuste. Habitualmente se emplea una función de coste basada en el error cuadrático como función de sensibilidad, además, lo habitual es emplearlo en sistemas discretos, por lo que la regla de ajuste puede reescribirse como:

$$\Delta\theta = \theta(k+1) - \theta(k) = -\Gamma \frac{\partial J(k)}{\partial \theta(k)} \quad (6)$$

siendo Γ una constante positiva, y la función de coste $J(k) = \frac{1}{2} \mathbf{e}^\top(k) \mathbf{e}(k)$.

La regla del MIT permite realizar un ajuste en línea de cualquier controlador, y responde de forma adecuada siempre que los cambios de la señal de referencia no sean bruscos. Habitualmente se suelen emplear valores pequeños de Γ que hacen del ajuste más lento pero seguro, frente a valores altos que suelen provocar oscilaciones e incluso la inestabilidad del sistema.

Aunque la regla del MIT se ha sustituido por otros enfoques más garantistas, basados fundamentalmente en la teoría de estabilidad de Lyapunov, es un buen punto de partida para iniciar la investigación sobre controladores adaptativos borrosos generales debido a su facilidad de implementación. El principal problema para la aplicación de la regla del MIT consiste en el cálculo de la sensibilidad del cambio del error frente a los parámetros del controlador.

Para emplear la regla del MIT en un sistema borroso como el presentado en el apartado 2, es necesario calcular $\partial J(k) / \partial \theta(k)$. En primer lugar, esta derivada puede descomponerse como:

$$\frac{\partial J(k)}{\partial \theta(k)} = \frac{\partial J(k)}{\partial \mathbf{e}(k)} \frac{\partial \mathbf{e}(k)}{\partial \theta(k)}. \quad (7)$$

Si la planta es de orden n , la primera parte de la derivada se resuelve fácilmente sustituyendo $J(k) = \frac{1}{2} \mathbf{e}^\top(k) \mathbf{e}(k) = \frac{1}{2} (e_1^2(k) + e_2^2(k) + \dots + e_n^2(k))$; esto es,

$$\frac{\partial J(k)}{\partial \mathbf{e}(k)} = \mathbf{e}^\top(k). \quad (8)$$

Para el cálculo de la segunda parte de (7) se tendrá en cuenta que el error de seguimiento, $\mathbf{e}(k)$, es la diferencia entre el estado del modelo de referencia, es decir, el estado deseado $\mathbf{x}_w(k)$, y el estado actual del sistema, $\mathbf{x}(k)$. Por lo tanto,

$$\frac{\partial \mathbf{e}(k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)} = \frac{\partial (\mathbf{x}_w(k) - \mathbf{x}(k))}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)}. \quad (9)$$

La salida del modelo de referencia es independiente de los parámetros del controlador, por lo que la expresión anterior puede simplificarse a:

$$\frac{\partial \mathbf{e}(k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)} = -\frac{\partial \mathbf{x}(k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)}. \quad (10)$$

Sustituyendo (8) y (10) en (7) se obtiene:

$$\frac{\partial J(k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)} = -\mathbf{e}^T(k) \frac{\partial \mathbf{x}(k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)}, \quad (11)$$

por lo que el método de ajuste de los parámetros del controlador queda como:

$$\boldsymbol{\theta}(k+1) = \boldsymbol{\theta}(k) + \Gamma \mathbf{e}^T(k) \frac{\partial \mathbf{x}(k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)} \quad (12)$$

La evolución del estado del sistema, $\mathbf{x}(k)$, se puede prever mediante un modelo discreto del mismo, $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k))$, por lo que $\partial \mathbf{x}(k)/\partial \boldsymbol{\theta}(k)$ de (12) se puede calcular a partir de dicho modelo como:

$$\frac{\partial \mathbf{x}(k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}(k-1), \mathbf{u}(k-1))}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)} \quad (13)$$

Si además se considera que el controlador tiene la forma $\mathbf{u}(k) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(k))$, entonces

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{x}(k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)} &= \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}(k-1), \mathbf{u}(k-1))}{\partial \mathbf{x}(k-1)} \frac{\partial \mathbf{x}(k-1)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)} \\ &+ \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}(k-1), \mathbf{u}(k-1))}{\partial \mathbf{u}(k-1)} \frac{\partial \mathbf{u}(k-1)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)} \end{aligned} \quad (14)$$

La expresión anterior puede simplificarse, ya que el estado en un instante de muestreo dado no dependerá de los parámetros del controlador en ese mismo instante de muestreo, puesto que esos parámetros no han influido aún en la señal de control. Por lo tanto, $\partial \mathbf{x}(k-1)/\partial \boldsymbol{\theta}(k) = 0$, y la expresión anterior puede simplificarse a:

$$\frac{\partial \mathbf{x}(k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}(k-1), \mathbf{u}(k-1))}{\partial \mathbf{u}(k-1)} \frac{\partial \mathbf{u}(k-1)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)} \quad (15)$$

Si el modelo del sistema es un modelo borroso como el dado por (1), $\mathbf{f}(\cdot)$ vendrá dada por (2).

Igualmente, si el controlador aplicado es un controlador borroso como el dado por (3), $\mathbf{g}(\cdot)$ vendrá dada por (4).

Las expresiones anteriores ya han sido obtenidas en trabajos previos: $\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}(k-1), \mathbf{u}(k-1))}{\partial \mathbf{u}(k-1)}$ fue obtenida en [11], y $\frac{\partial \mathbf{u}(k-1)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k)}$ se resolvió en [12]; por lo que únicamente es necesario sustituir dichas expresiones en (15) para poder realizar el ajuste de los parámetros.

4. Ejemplo de aplicación. Tanque de compensación

Los tanques de compensación son sistemas necesarios para almacenar reservas y excedentes de fluidos, los cuales permiten reducir las fluctuaciones en el flujo, composición, temperatura o presión de un proceso de fabricación. Supuesto desconocido el modelo real de un tanque, se va a diseñar un controlador borroso TS adaptativo en base a un modelo obtenido mediante datos de entrada/salida de funcionamiento del sistema. Al no poseer datos reales de un tanque de compensación, para este ejemplo se empleará el modelo de la ecuación (16), donde $u(t)$ es el flujo de entrada, $h(t)$ es el nivel de líquido en el tanque, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ es la aceleración de la gravedad, $c = 1$ es el área transversal de la tubería de salida, y $A_r = \sqrt{ah(t) + b}$ es el área de sección transversal del tanque, donde $a = 1$ y $b = 2$.

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{-c\sqrt{2gh(t)}}{A_r(t)} + \frac{u(t)}{A_r(h(t))} \quad (16)$$

En base al modelo de (16) se ha generado un conjunto de 10000 datos con un periodo de muestreo de 0,1 s, los cuales se han usado en un 80 % para modelar y un 20 % para la validación del modelo. En base a dichos datos se ha generado un modelo borroso TS con 5 reglas, obteniéndose un error de modelado de 0,02389 m, y un error de validación de 0,02327 m.

Se ha empleado el algoritmo de ajuste propuesto sobre un controlador borroso TS inicializado con los antecedentes equiespaciados y todos sus consecuentes a 0. El valor de Γ de (7) se ha establecido a un valor de 300 para el ajuste de los consecuentes, y de 30 para el ajuste de los antecedentes. El modelo de referencia deseado es un modelo de primer orden con $\tau = 2,5$ s. En la figura 2 se observa como el sistema en lazo cerrado sigue la referencia deseada, y el error se reduce rápidamente en los cambios de la señal de entrada. En la figura 3 se observa la señal de control generada, y en la figura

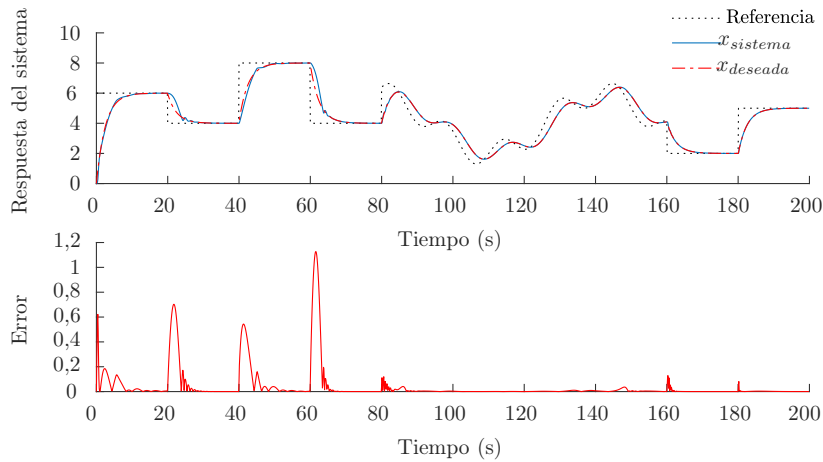


Figura 2: Respuesta del sistema.

4 se pueden observar como se modifican tanto los antecedentes como los consecuentes del controlador. Los mayores cambios se producen al inicio, ya que el controlador no está preajustado. Posteriormente los parámetros sufren leves modificaciones al cambiar la señal de referencia para reducir el error. Comparando el último escalón con los primeros, se puede observar que el controlador ha mejorado su respuesta con los ajustes realizados.

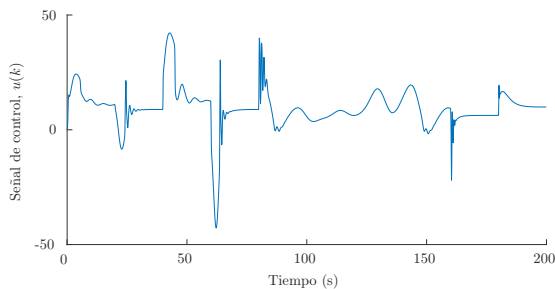


Figura 3: Señal de control.

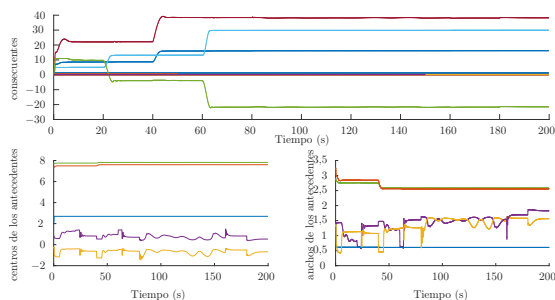


Figura 4: Evolución de los parámetros.

5. Conclusiones

En este trabajo se ha presentado el desarrollo que permite aplicar la conocida regla del MIT al ajuste adaptativo de los parámetros de un controlador

borroso TS general y un ejemplo de aplicación de dicho desarrollo. La generalidad de la propuesta se basa en que el marco teórico desarrollado no impone ningún tipo de restricción sobre la dimensión del modelo borroso de la planta en número de entradas, salidas o reglas. De igual forma, tampoco se impone ningún tipo de restricción al modelo en cuanto al tipo de función de pertenencia o la distribución en sus antecedentes. La misma generalidad se aplica al modelo borroso del controlador, obteniéndose un desarrollo aplicable a cualquier sistema no lineal del que se disponga de un modelo borroso de tipo TS. Esta propuesta debe ser comprobada en posteriores trabajos, y extendida a otras técnicas de control adaptativo más garantistas con la estabilidad del sistema.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido una contribución del proyecto H2SMART- μ GRID (DPI2017-85540-R) financiado por el Ministerio de Economía, Industria y Competitividad.

English summary

Design of a general adaptive control based on fuzzy logic

Abstract

In this paper, the development that allows to apply the well-known rule of MIT for the adaptive adjustment of fuzzy controllers of the Takagi-Sugeno (TS) type, is presented together with an application example. The aforementioned development is carried out from a general point of view. That is, the theoretical framework does not impose any type of restriction on the size of the fuzzy

model of the plant in number of inputs, outputs or rules. Likewise, no type of restriction is imposed on the model in terms of the type of membership function or distribution in its antecedents. The same generality is applied to the fuzzy model of the controller, obtaining a development applicable to any non-linear system with a TS fuzzy model available.

Keywords: Adaptive control, fuzzy control, fuzzy system, intelligent control, MIT rule, Takagi-Sugeno.

Referencias

[1] José Manuel Andújar and Antonio Javier Barragán. Hybridization of fuzzy systems for modeling and control. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial {RIAI}*, 11(2):127–141, 2014.

[2] Charles L. Karr. Design of an adaptive fuzzy logic controller using a genetic algorithm. In *4th International Conference on Genetic Algorithms, ICGA '91*, pages 450–457, San Diego, CA, USA, 1991. Morgan Kaufmann.

[3] L. X. Wang. *Adaptive fuzzy systems and control*. Prentice Hall, New Jersey, 1994.

[4] L. X. Wang. *Adaptive fuzzy systems and control*. Prentice Hall, New Jersey, 2nd edition, 1997.

[5] Shankar Sastry and Marc Bodson. *Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 1989.

[6] Karl Johan Åström. Theory and applications of adaptive control—a survey. *Automatica*, 19(5):471 – 486, 1983.

[7] P. Parks. Liapunov redesign of model reference adaptive control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11(3):362–367, July 1966.

[8] José Manuel Andújar Márquez, Antonio Javier Barragán Piña, and Manuel Emilio Gégúndez Arias. A general and formal methodology for designing stable nonlinear fuzzy control systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17(5):1081–1091, 2009.

[9] José Manuel Andújar and Antonio Javier Barragán. A methodology to design stable nonlinear fuzzy control systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 154(2):157–181, 2005.

[10] H.P. Whitaker, J. Yamron, A. Kezer, and Massachusetts Institute of Technology. Instrumentation Laboratory. *Design of Model-reference Adaptive Control Systems for Aircraft*. Report Massachusetts Institute of Technology Instrumentation Laboratory R. M.I.T. Instrumentation Laboratory, 1958.

[11] A. Javier Barragán, Juan M. Enrique, Antonio J. Calderón, and José M. Andújar. Discovering the dynamic behavior of unknown systems using fuzzy logic. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, pages 1–25, 2018.

[12] Antonio Javier Barragán, Basil Mohammed Al-Hadithi, Agustín Jiménez, and José Manuel Andújar. A general methodology for online TS fuzzy modeling by the extended kalman filter. *Applied Soft Computing*, 18(0):277—289, 2014.



© 2018 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution CC-BY-NC 3.0 license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>).