



UNIVERSIDADE DA CORUÑA



Escola Politécnica Superior

**TRABALLO FIN DE GRAO**

**CURSO 2018/19**

---

*Análise por elementos finitos de elementos estruturais  
de formigón armado*

---

**Grao en Enxeñaría Mecánica**

**ALUMNO**

KEVIN VÁZQUEZ GONZÁLEZ

**TITOR**

MANUEL LÓPEZ LÓPEZ

**DATA**

XUÑO 2019

## TÍTULO E RESUMO

### **ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE FORMIGÓN ARMADO**

No presente proxecto lévase a cabo o deseño e a posterior análise do modelo dunha viga de formigón armado.

O deseño e a análise serán realizados mediante o método dos elementos finitos co programa ABAQUS/CAE 2017.

O modelo realizarase con dúas xeometrías e disposicións de cargas distintas e compararase a deformación vertical obtida co resultado obtido pola Norma EHE-08 e o artigo publicado por López, N.(2008). Análisis de la aplicación del método de los elementos finitos al modelado de elementos de hormigón armado. Neste artigo tamén se inclúe información sobre o ensaio dunha viga armada real, co cal faremos unha comparación para concluír se o modelo se adapta á realidade.

## **TÍTULO Y RESUMEN**

### **ANÁLISIS POR ELEMENTOS FINITOS DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE HORMIGÓN ARMADO**

En el presente proyecto, se lleva a cabo el diseño y posterior análisis del modelo de una viga de hormigón armado.

El diseño y el análisis serán realizados utilizando el método de los elementos finitos con el programa ABAQUS/CAE 2017.

El modelo se realizará con dos geometrías y disposiciones de carga diferentes y se comparará la deformación vertical obtenida con el resultado obtenido por la Norma EHE-08 y el artículo publicado por López, N. (2008). Análisis de la aplicación del método de los elementos finitos al modelado de elementos de hormigón armado. Este artículo también incluye información sobre el ensayo de una viga armada real, con la cuál haremos una comparación para concluir si el modelo se adapta a la realidad.

## **ABSTRACT**

### **FINITE ELEMENT ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURAL ELEMENTS**

In the present project, the design and subsequent analysis of the model of a reinforced concrete beam is carried out.

The design and analysis will be carried out using the finite element method with the ABAQUS/CAE 2017 program.

The model will be made with two different geometries and loading arrangements and the vertical deformation obtained will be compared with the result obtained by the Norma EHE-08 and the article published by López, N. (2008). Análisis de la aplicación del método de los elementos finitos al modelado de elementos de hormigón armado. This article also includes information about the test of an actual armed beam, with which we will make a comparison to conclude if the model adapts to reality.



UNIVERSIDADE DA CORUÑA



Escola Politécnica Superior

**TRABALLO FIN DE GRAO**

**CURSO 2018/19**

---

*Análise por elementos finitos de elementos estruturais  
de formigón armado*

---

**Grao en Enxeñaría Mecánica**



## Índice

1.	Obxectivo .....	5
2.	Alcance .....	6
3.	Introducción .....	7
	O formigón armado .....	7
	Análise por elementos finitos .....	10
	Modelos constitutivos de formigón en ABAQUS .....	10
	Interacción con armaduras.....	13
4.	Modelo en ABAQUS .....	15
	Metodoloxía.....	15
	Xeometría dos modelos .....	20
	Materiais.....	22
5.	Cálculo da frecha mediante Norma EHE-08.....	29
	Resultados de frecha mediante Norma EHE-08 .....	31
6.	Resultados .....	32
	Modelo para a comparación con Norma EHE-08 .....	32
	Modelo para a comparación con López, N. (2008) e con ensaio experimental .....	33
7.	Conclusión .....	36
	Futuras liñas de investigación .....	36
8.	Referencias .....	37

Índice  
Kevin Vázquez González

## Índice de ilustracións

Ilustración 1: Disposición de armaduras .....	7
Ilustración 2: Diagrama tensión-deformación do formigón para realizar o diagrama de dominios.....	8
Ilustración 3: Diagrama tensión-deformación do aceiro para realizar o diagrama de dominios .....	8
Ilustración 4: Diagrama de dominios.....	9
Ilustración 5: Curva tensión-deformación despois da fisuración.....	11
Ilustración 6: Curva de retención de cortante despois da fisuración .....	11
Ilustración 7: Diagrama tensión-deformación do modelo "Concrete Smeared Cracking" ....	12
Ilustración 8: Diagrama tensión-deformación a compresión en modelo CDP.....	12
Ilustración 9: Diagrama tensión-deformación a tracción en modelo CDP.....	13
Ilustración 10: Comportamento linear e non linear dun "Spring element".....	13
Ilustración 11: Modelo de fricción en ABAQUS .....	14
Ilustración 12: Ensamblaxe de armaduras tipo beam.....	16
Ilustración 13: Interacción tipo "embedded element" .....	17
Ilustración 14: Disposición de cargas para o modelo a comparar ca Norma EHE-08 .....	17
Ilustración 15: Disposición de cargas para o modelo a comparar co artigo López, N.(2008).....	18
Ilustración 16: Configuración de viga desexada .....	18
Ilustración 17: Apoios da esquerda que evitan o desprazamento vertical e horizontal .....	19
Ilustración 18: Apoio da dereita que evita o desprazamento vertical.....	19
Ilustración 19: Maia.....	20
Ilustración 20: Alzado do modelo a comparar ca Norma EHE-08 .....	21
Ilustración 21: Perfil do modelo a comparar ca Norma EHE-08 .....	21
Ilustración 22: Perfil do modelo a comparar ca artigo López, N. (2008).....	22
Ilustración 23: Alzado do modelo a comparar co artigo López, N. (2008) .....	22
Ilustración 24: Diagrama tensión-deformación simplificado do aceiro .....	23
Ilustración 25: Vista en 3D da superficie Drucker-Prager .....	23
Ilustración 26: Diagrama tensión-deformación a tracción en modelo CDP .....	24
Ilustración 27: Diagrama tensión-deformación a compresión en modelo CDP .....	24
Ilustración 28: Diagrama tensión-deformación segundo o Eurocódigo 2 .....	25
Ilustración 29: Tabla 3.1 do Eurocódigo 2 .....	26
Ilustración 30: Comportamento a compresión en modelo CDP .....	26
Ilustración 31: Comportamento a tracción en modelo CDP .....	27
Ilustración 32: Comprobación de diagrama tension-deformación.....	27
Ilustración 33: Valor de $\alpha$ segundo o tipo de árido.....	29
Ilustración 34: Coeficiente $\beta_c$ .....	30
Ilustración 35: Resultados obtido por Norma EHE-08 .....	31
Ilustración 36: Deformación vertical do modelo a comparar ca Norma EHE-08.....	32
Ilustración 37: Tensión Von Misses do modelo a comparar ca Norma EHE-08 .....	32
Ilustración 38: Comparación ABAQUS e Norma EHE-08 .....	33
Ilustración 39: Deformación vertical do modelo a comparar con artigo López, N. (2008) ....	33
Ilustración 40: Tensión Von Misses do modelo a comparar co artigo López, N. (2008).....	34
Ilustración 41: Localización de fisuras do modelo a comparar con artigo López, N. (2008).34	34
Ilustración 42: Localización real das fisuras .....	34
Ilustración 43: Comparación de resultados.....	35

Índice  
Kevin Vázquez González

## 1. Obxectivo

O presente traballo consiste na análise por elementos finitos do modelo dunha viga de formigón armado. Para iso vaise a utilizar o software ABAQUS/CAE 2017.

O principal obxectivo é conseguir realizar o modelo dunha viga de formigón armado que fronte a unha determinada carga simule unhas deformacións e unhas tensións que se asemellen a realidade. Para demostrar a veracidade do modelo, compararase co resultado obtido pola Norma EHE-08 e polo modelo xa realizado por López, N. (2008). O cal no seu artigo publicado inclúe información sobre o ensaio en laboratorio dunha viga armada.

Cada comprobación realizaase con un modelo de xeometría e disposición de cargas distintas. O modelo comparado ca Norma EHE segue unha xeometría arbitraria e con unha carga uniformemente distribuída ó longo da viga. En cambio, o modelo comparado co artigo de López, N. (2008) ten a xeometría e a disposición de cargas que el utiliza, a cal é a mesma que a utilizada na viga ensaiada en laboratorio.

Para acadar este obxectivo, será necesario cumplir cos sub-obxectivos seguintes:

- Comprender o método dos elementos finitos.
- Familiarizarse ca interface de ABAQUS.
- Crear un modelo que consiga compilar e que proporcione un resultado coherente.

## 2. Alcance

O alcance deste proxecto é a obtención das curvas carga/deformación para a súa comparación cas curvas obtidas pola Norma EHE, o modelo realizado por López, N. (2008) e a viga ensaiada.

Deste xeito, se o resultado é aceptable, as características do formigón introducidas no modelo e a interacción deste cas armaduras, poderán ser introducidas en futuros modelos de formigón armado independentemente da súa xeometría e disposición de cargas.

Un modelo que resulte preciso posibilitará a optimización dos recursos utilizados en canto a fabricación de estruturas de formigón armado. O cal ademais de minimizar costes, supón unha redución do impacto ambiental.

### 3. Introdución

#### O formigón armado

O formigón é un material composto constituído por un material rochoso (area ou grava) no seno dun medio conglomerante. Un conglomerante é un producto que amasado con auga, fragua e endurece, manténdose estable e inalterable posteriormente en contacto ca auga. O máis importante é o cemento. Ademais, tamén se poden engadir adicións o aditivos para provocar efectos beneficiosos como: acelerar o fraguado, reducir a retracción ou fluidificar a mestura.

O formigón ten unha moi boa resistencia a compresión  $f_{ck}$  (de 25 a 180 MPa), pero moi reducida a tracción (do orde do 10% de  $f_{ck}$ ). De aí a necesidade de colocar barras de aceiro que aporten resistencia a tracción onde sexa necesario.

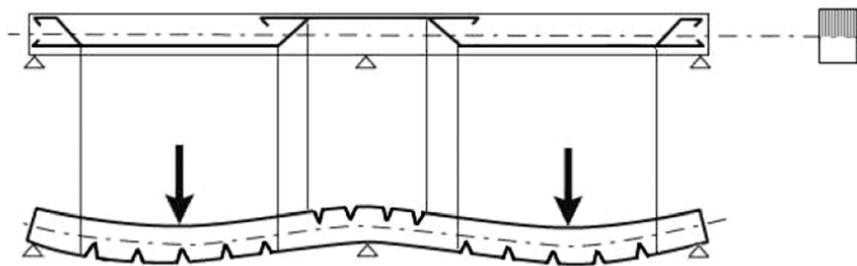


Ilustración 1: Disposición de armaduras

Para coñecer como se pode suceder a falla estrutural do formigón é necesario coñecer os diagramas de dominio. O diagrama de dominio ou diagramas dos tres pivotes indica as posibles ubicacións que adoptan as seccións planas, logo de que se producisen deformacións provocadas por esforzos normais. É dicir, co diagrama de dominios é posible visualizar no estado límite último as leis que regulan as posicións das seccións transversais sometidas a solicitacións que provocan esforzos normais (desde a tensión ata a compresión pura).

Para realizar o diagrama de dominios considéranse 5 hipóteses:

- Existe adherencia perfecta entre o formigón e as barras de aceiro.
- Considérase a hipótese de Bernoulli, que considera que durante a deformación, as seccións normais á directriz mantéñense planas e normais á directriz deformada.
- Ao realizar o equilibrio de forzas na sección e dado que a resistencia á tracción do formigón é relativamente pequena, non se considera a súa contribución á resistencia última.
- A deformación dunha fibra de concreto ou de aceiro define o valor do esforzo en dita fibra. Para o caso do formigón é común que se adopte un diagrama de parábola e rectángulo:

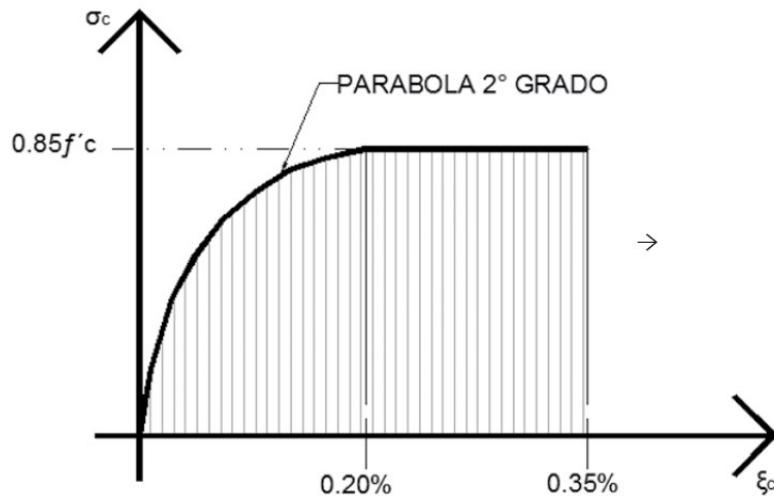


Ilustración 2: Diagrama tensión-deformación do formigón para realizar o diagrama de dominios

No caso do aceiro é común que se adopte un diagrama simplificado bilinear composto:

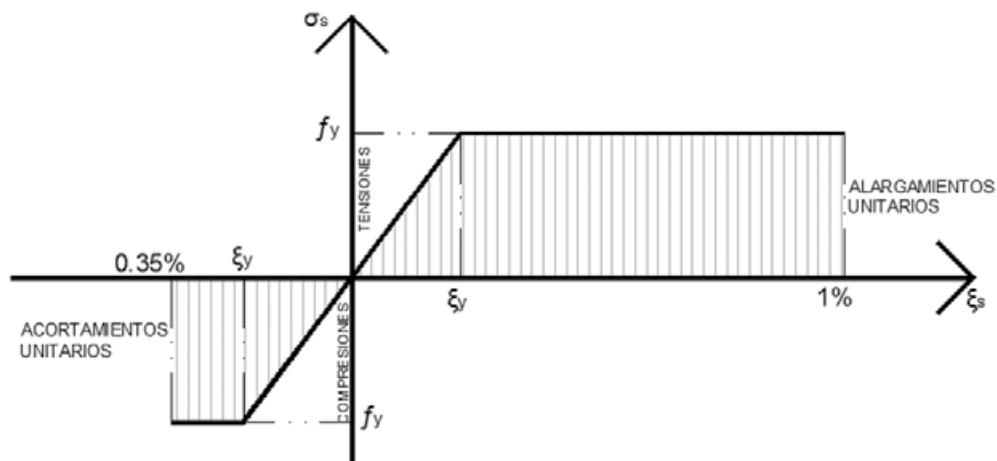


Ilustración 3: Diagrama tensión-deformación do aceiro para realizar o diagrama de dominios

- En xeral, considérase que unha sección de formigón armado atópase en estado límite último de esgotamento resistente cando se alcanza certos niveles de deformacións nas fibras características da sección.

As deformacións límite das seccións, segundo a natureza da solicitación, conducen a admitir os seguintes dominios:

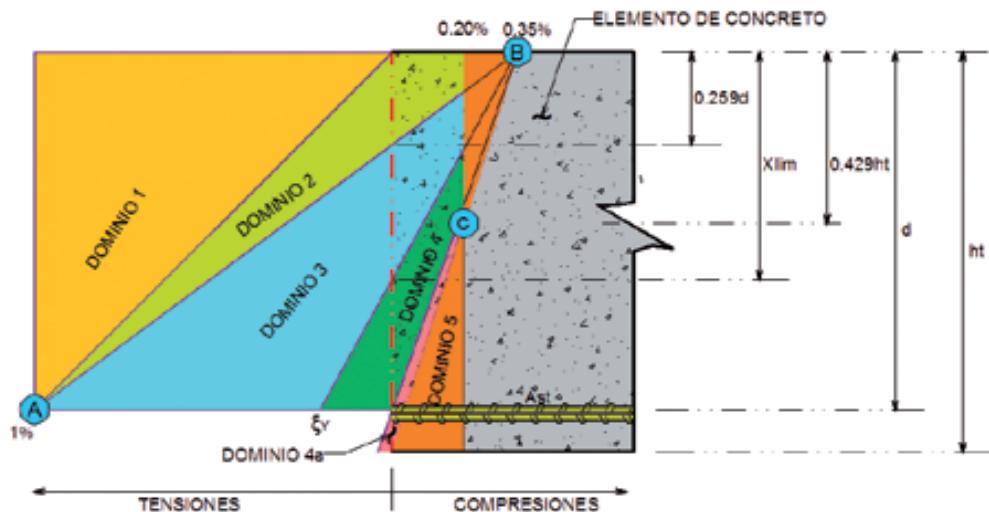


Ilustración 4: Diagrama de dominios

- Dominio 1: Tracción simple ou composta onde a sección está a tracción. As rectas de deformación xiran arredor do punto A, correspondente a un alargamento da armadura máis traccionada do 1%, como se pode ver na ilustración 3.
- Dominio 2: Flexión simple ou composta onde o formigón non alcanza a deformación de rotura por flexión. As rectas de deformación xiran arredor do punto A.
- Dominio 3: Flexión simple ou composta onde as rectas de deformación xiran arredor do punto B, corresponde á deformación de rotura por flexión do formigón definida na ilustración 2. O alargamento das armaduras comprendese entre 1% e  $\epsilon_y$ . Sendo  $\epsilon_y$  o alargamento correspondente ao límite elástico do aceiro.
- Dominio 4: Flexión simple ou composta onde as rectas de deformación xiran arredor do punto B. O alargamento da armadura máis traccionada está comprendida entre  $\epsilon_y$  e 0.
- Dominio 4a: Flexión composta onde todas as armaduras están comprimidas e existe unha pequena zona de formigón en tracción. As rectas de deformación xiran arredor do punto B.
- Dominio 5: Compresión simple e composta onde ambos materiais traballan a compresión. As rectas de deformación xiran arredor do punto C, definido pola recta correspondente á deformación de rotura do formigón por compresión  $\epsilon_{c0}$  definido na ilustración 2.

A combinación formigón-aceiro é posible pola compatibilidade física, mecánica e química entre ambos:

- Similitude de coeficientes de dilatación.
- Desarrollo de adherencia química entre materiais.
- Protección do aceiro fronte a corrosión no ambiente alcalino do formigón.

As desvantaxes do uso do formigón, xa sexa armado ou non, para a construcción son poucas. O formigón sofre de efectos adversos como son o entumecemento. Algunxs materiais experimentan dilatacóns ou retraccións cando aumenta ou diminúe a cantidade de auga que conteñen. Polo tanto, si estes

movementos son impedidos xéranse tensións de tracción ou compresión que, no caso do formigón, poden orixinar fisuras. Pero en obras modernas, a desvantaxe máis clara do formigón armado e polo cal hoxe en día se opta por diferentes opcións é o seu peso.

Unha solución para reducir a cantidade de formigón usado nunha construcción e, polo tanto, reducir o seu peso, é o uso do formigón pretensado.

Pretensar unha estrutura consiste en introducir nela un estado previo de cargas, de valor coñecido e en posicións localizadas, de tal forma que ao introducir cargas externas se creen estados de tensións e deformacións dentro duns límites prefixados.

## Análise por elementos finitos

ABAQUS é un programa de simulación levado a cabo por Dassault Systems e baseado no método dos elementos finitos

O método dos elementos finitos (MEF en castelán ou FEM en inglés) é un método numérico xenérico utilizado na aproximación de solucións a ecuacións diferenciais parciais empregadas en problemas de enxeñería. Este método permite obter unha solución numérica aproximada sobre un corpo ou estrutura, sobre o cal están definidas certas ecuacións diferenciais que caracterizan o comportamento do problema, dividíndoo en un conxunto de elementos denominados “elementos finitos”. Dentro de cada elemento distínguense unha serie de puntos representativos chamados “nodos”. Ó conxunto de nodos, considerando a súas relacións, denominase “maia”.

A solución obtida polo MEF é só aproximada, coincidindo ca solución exacta nos puntos onde se atopa cada nodo. O resto de puntos que non son nodos a solución é unha interpolación a partir dos resultados obtidos polos nodos próximos.

Algúns tipos de análises en enxeñería que usan o método dos elementos finitos son:

- Análise estático: emprégase cando a estrutura está sometida a accións estáticas, é dicir, que non dependen do tempo.
- Análise vibracional: usado para analizar unha estrutura sometida a vibracións aleatorias, choques ou impactos.
- Análise de fatiga: axuda ao deseñadores a predecir a vida do material ou da estrutura, predicindo o efecto dos ciclos de carga.
- Análise térmico: para modelos de análise de transferencias de calor.

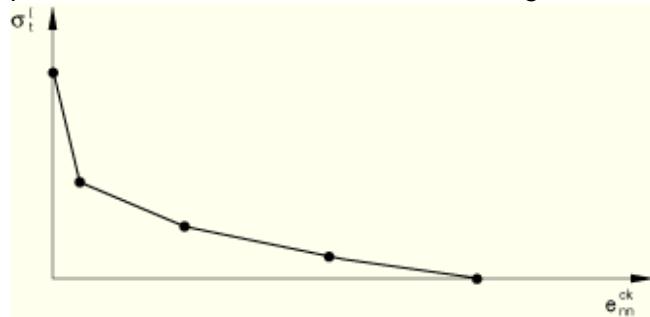
## Modelos constitutivos de formigón en ABAQUS

ABAQUS incorpora tres tipos de modelos distintos para o comportamento do formigón: “Brittle Cracking Model”, “Concrete Damaged Plasticity” e “Concrete Smeared Cracking”

O “Brittle Cracking Model” está deseñado para casos onde o comportamento en xeral do material está dominado pola fisuración. Xa que asume que o comportamento

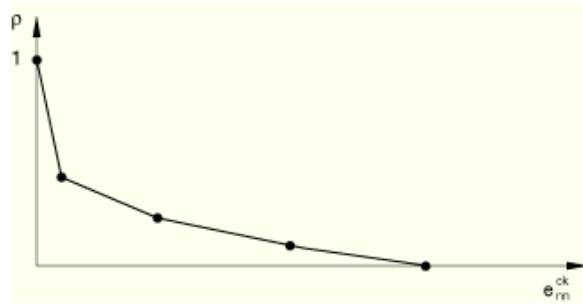
a compresión do formigón é sempre elástico lineal e que o comportamento a tracción é tamén elástico lineal ata a fisuración. Para completar o modelo é necesario:

- Definir o comportamento elástico isótropo. Este será o comportamento do formigón en compresión e tracción ata a aparición de fisuras.
- Definir a curva tensión-deformación posterior á fisuración. Cando se produce a fisuración a tensión do formigón diminúe en forma de curva:



*Ilustración 5: Curva tensión-deformación despois da fisuración*

- Definir a retención de cortante. Este modelo ten en conta que unha vez se produciu a fisuración do formigón, este sigue transmitindo cortante. Esta transmisión depende da apertura da fisura:



*Ilustración 6: Curva de retención de cortante despois da fisuración*

- O modelo “Concrete Smeared Cracking” é máis complexo que o anterior. O seu uso está orientado para elementos de formigón armado sometidos a cargas monotónicas e con baixa presión de confinamiento. O comportamento a compresión é elástico lineal ata o inicio da plastificación. E o comportamento a tracción é elástico lineal ata o inicio da fisuración. A partir do inicio da fisuración a tracción que se transmite vaise reducindo conforme aumenta a fisuración.

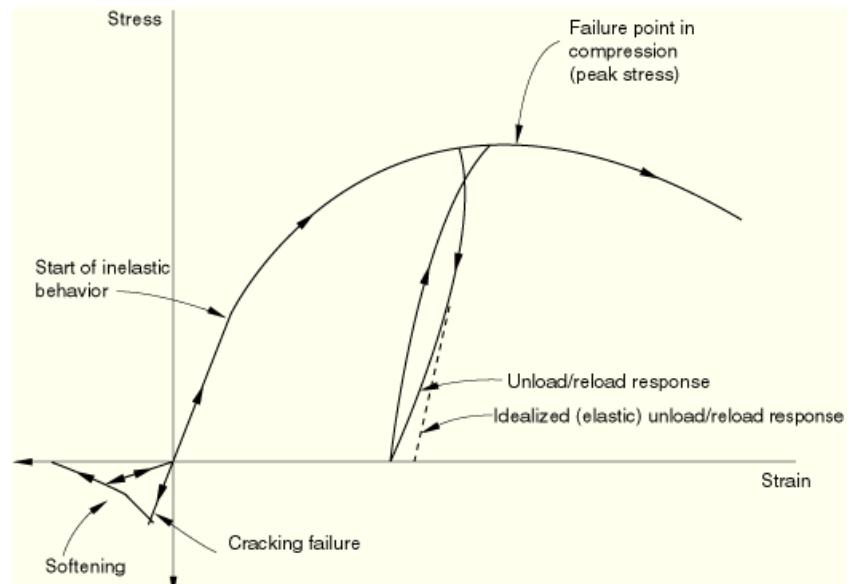


Ilustración 7: Diagrama tensión-deformación do modelo "Concrete Smeared Cracking"

Este modelo a diferencia do anterior permítenos considerar a plastificación na compresión. Como se pode apreciar a pendente da rama da descarga en compresión é a mesma que a da rama elástica, detalle que o vai diferenciar do seguinte modelo

- O modelo “Concrete Damaged Plasticity” (CDP) é o modelo máis complexo que presenta ABAQUS para o modelado do formigón. A diferencia do anterior modelo, o módulo de elasticidade en descarga non é igual ao elástico, se non que depende dun coeficiente de dano. Este coeficiente de dano é función do grado de fisuración ou plastificación alcanzado. Este é o tipo de modelo escollido, xa que é o máis complexo e é o que aconsella o manual de ABAQUS.

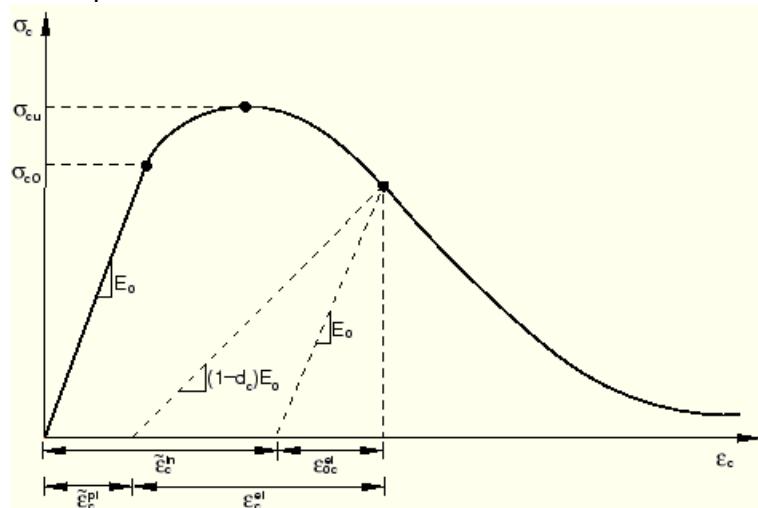


Ilustración 8: Diagrama tensión-deformación a compresión en modelo CDP

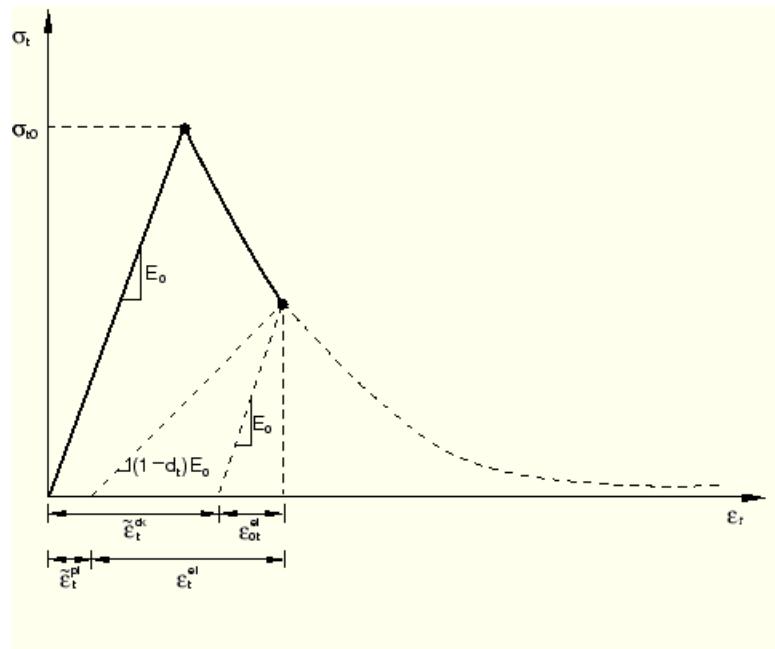


Ilustración 9: Diagrama tensión-deformación a tracción en modelo CDP

## Interacción con armaduras

O módulo “interaction” proporciona distintos métodos para simular o contacto entre o formigón e as armaduras:

- Por medio de “Springs elements”. Un “spring element” é un elemento especial de ABAQUS que se comporta como un resorte. Este resorte pode comportarse de forma lineal ou pódese definir de forma non lineal introducindo pares de valores de desprazamento relativos á forza.

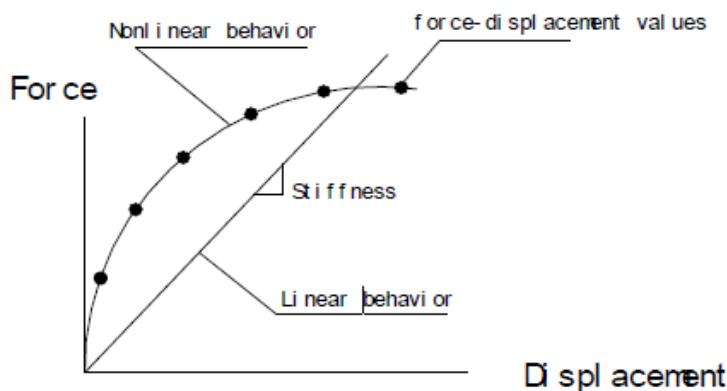


Ilustración 10: Comportamento linear e non linear dun "Spring element"

- Por fricción. A fricción é outra ferramenta dispoñible en ABAQUS que se usa para describir o comportamento do contacto entre entrar dúas superficies. A ecuación básica para este tipo de modelos é  $\tau_{crit} = \mu p$ , onde  $\tau_{crit}$  é tensión crítica a cortante donde comeza o deslizamento entre ambas superficies,  $\mu$  é o coeficiente de rozamento e  $p$  é a presión

de contacto entre as dúas superficies. Na seguinte ilustración amósase o comportamento de un modelo de fricción en ABAQUS.

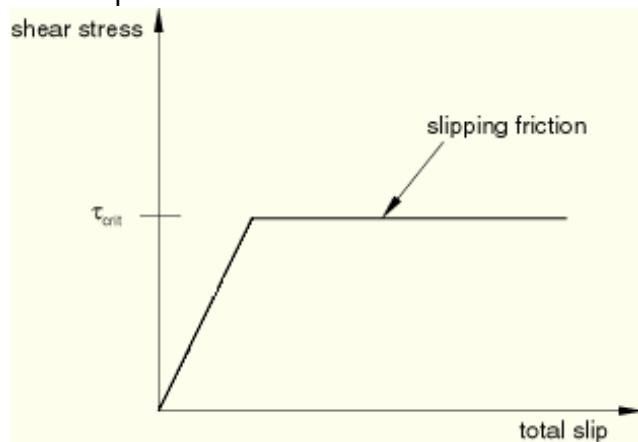


Ilustración 11: Modelo de fricción en ABAQUS

- “Embedded element”. Un “embedded element” en ABAQUS utilizase para especificar que un elemento ou grupo de elemento esta embedido noutro elemento, que se denomina como “host”. Éste tipo de método para simular a interacción entre as armaduras e o formigón é o que recomenda ABAQUS no seu manual. Hai que ter en conta que este método solo pode simular a situación de perfecta unión, xa que os grados de liberdade dos nodos dos elementos embedidos (armaduras) son forzados a ser o mesmos que os do elemento “host” (formigón). Deste xeito non se considera ningún desprazamento relativo entre os elementos.
- “Translator”. É un tipo de conector que proporcionas unha restrición de ranura entre dous nodos, é decir, aliña as súas direccións. Deste xeito, estes dous nodos poden ter un desprazamento relativo nunha dirección. Nas outras direccións considéranse un “hard-contact”. Nun “translator” pódese definir que a interacción entre eses dous nudos sexa a de un resorte elástico ou plástico. Deste modo un “translator” con propiedades de un resorte ten a mesma función que un “spring element”. Esta é a mellor e a más complexa forma de simular a interacción das armaduras co formigón.

## 4. Modelo en ABAQUS

### Metodoloxía

As variables das que depende o resultado son: o tipo de modelo utilizado para a simulación do comportamento do formigón, as propiedades do formigón e do aceiro, a interacción entre a viga de formigón e as armaduras de aceiro e a disposición das cargas. Para ambas comprobacións vanse utilizar as mesmas propiedades dos materiais, pero tanto a xeometría da viga e as armaduras como a disposición das cargas son distintas.

A metodoloxía para a realización do modelo é a mesma para ambas comprobacións:

- Creación dos elementos que constitúen o modelo.

No módulo “Part” primeiramente introducimos o tipo de elemento que queremos deseñar. No caso da viga usamos o tipo de elemento “Solid”, C3D8R, que nos permite realizar elementos tridimensionais. Para as armaduras definimos dúas partes: unha para as barras lonxitudinais e outra para os estribos. As armaduras son introducidas como elementos tipo “Wire (truss)”, T3D2.

- Creación dos materiais a utilizar.

Dentro do módulo “Property” definiremos as propiedades dos distintos materiais que conteñen o modelo. Neste caso os materiais usados son o aceiro para as armaduras e o formigón para a viga.

- Creación de seccións.

No mesmo módulo “Property” creamos as seccións, as cales serven para asignar cada material a cada parte do modelo. Neste módulo tamén se crean os perfiles, que van ser asignados no noso caso aos elementos tipo “truss”.

- Ensamblaxe dos elementos.

Despois de asignar as propiedades ás partes, estas deben ensamblarse. Para iso utilizase o módulo “Assembly”, o cal permite a creación dun ensamblado que especifique as posicións relativas entre as instancias, que son a representación das partes no modelo ensamblado. Como exemplo amósase unha viga armada con armaduras definidas como tipo “Wire (Beam)”, as cales nos permiten renderizar os perfiles circulares:

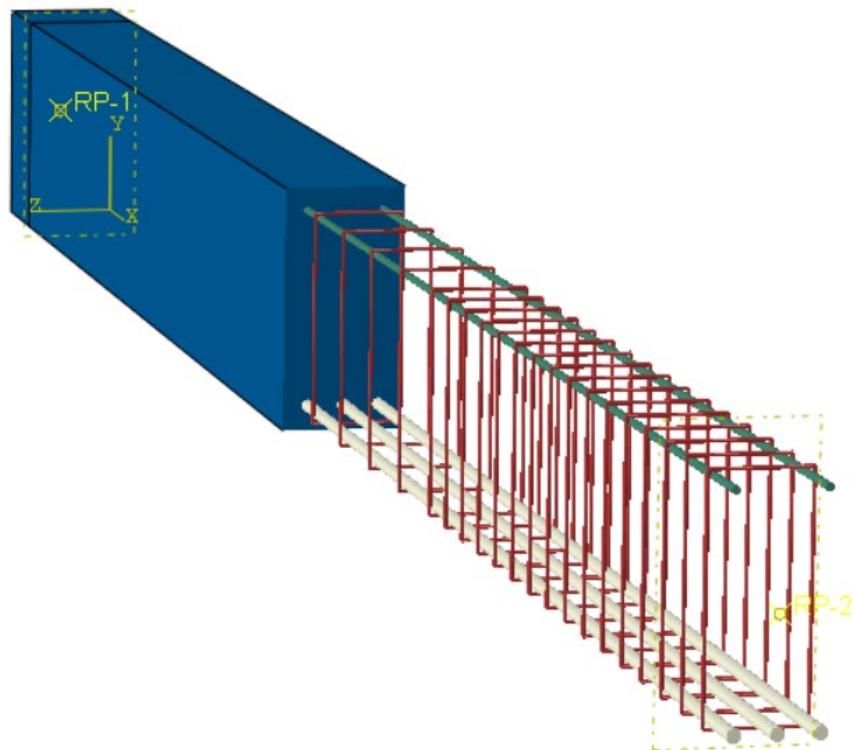


Ilustración 12: Ensamblaxe de armaduras tipo beam

- Xeneración de un “Step”.

O módulo “Step” permite definir unha secuencia de un ou máis tipos de análises. Desta forma pódese observar cambios si se varían as condicións de carga, o modo de interacción entre as partes, si se engaden ou eliminan partes... Neste módulo tamén seleccionamos os resultados que queremos obter. Neste modelo crearemos un “Step Static”.

- Interacción entre as partes.

O módulo “Interaction” permite determinar as posibles interaccións entre as diferentes partes do modelo. O manual de ABAQUS aconsella que para unha viga armada a interacción das armaduras e a viga de formigón sexa de tipo “embedded”.

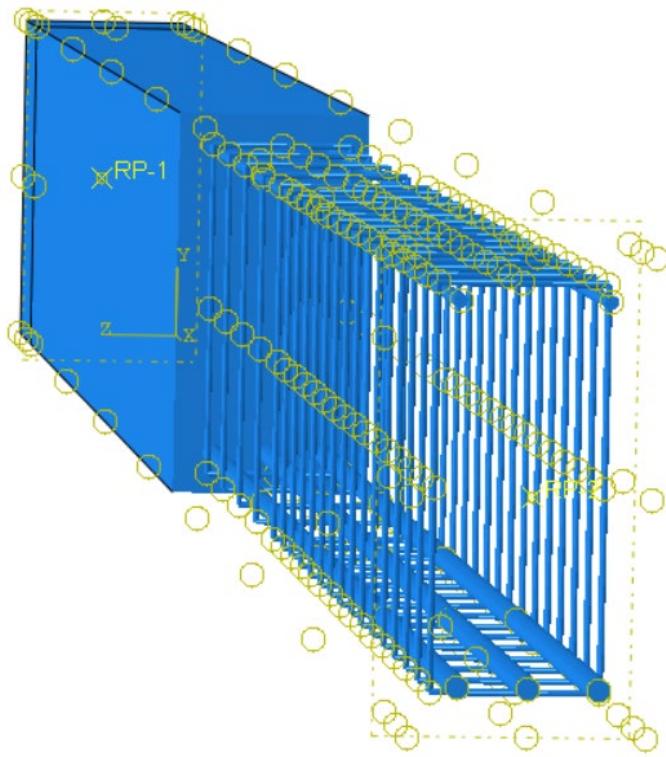


Ilustración 13: Interacción tipo "embedded element"

- Cargas e apoios.

O módulo “Load” é dos más importantes, xa que é onde definimos a localización e os tipos cargas e condicións de contorno. En ambos modelos realizados a viga está biapoiada, pero as disposicións de cargas son distintas. Para o modelo comparado ca Norma EHE a disposicións das cargas é a seguinte:

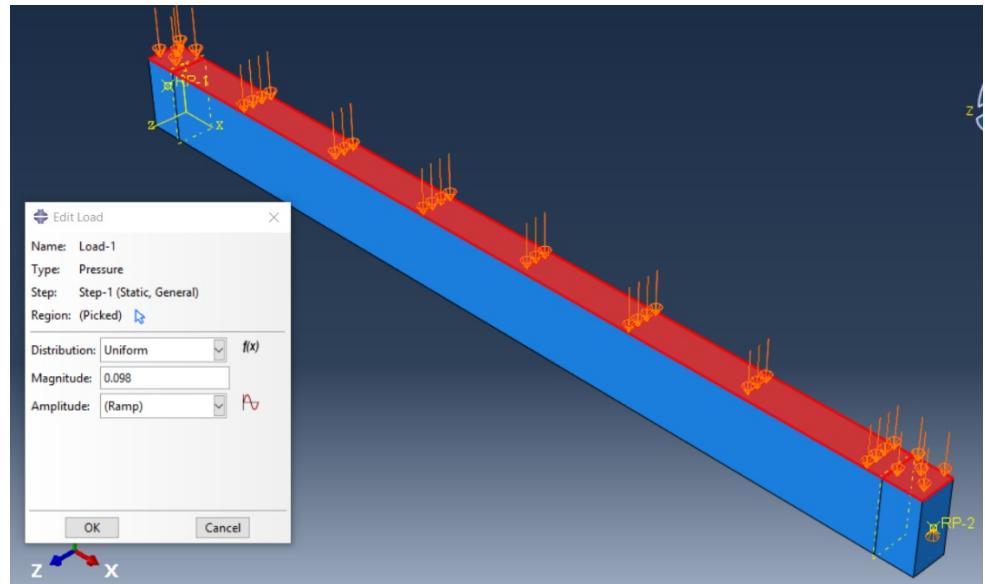


Ilustración 14: Disposición de cargas para o modelo a comparar ca Norma EHE-08

Mentres que para o modelo comparado ca viga ensaiada e co artigo de Néstor López existen dúas cargas puntuais que as introducimos no modelo

como cargas de presión, xa que unha carga puntual pode xerar problemas por concentración de tensións.

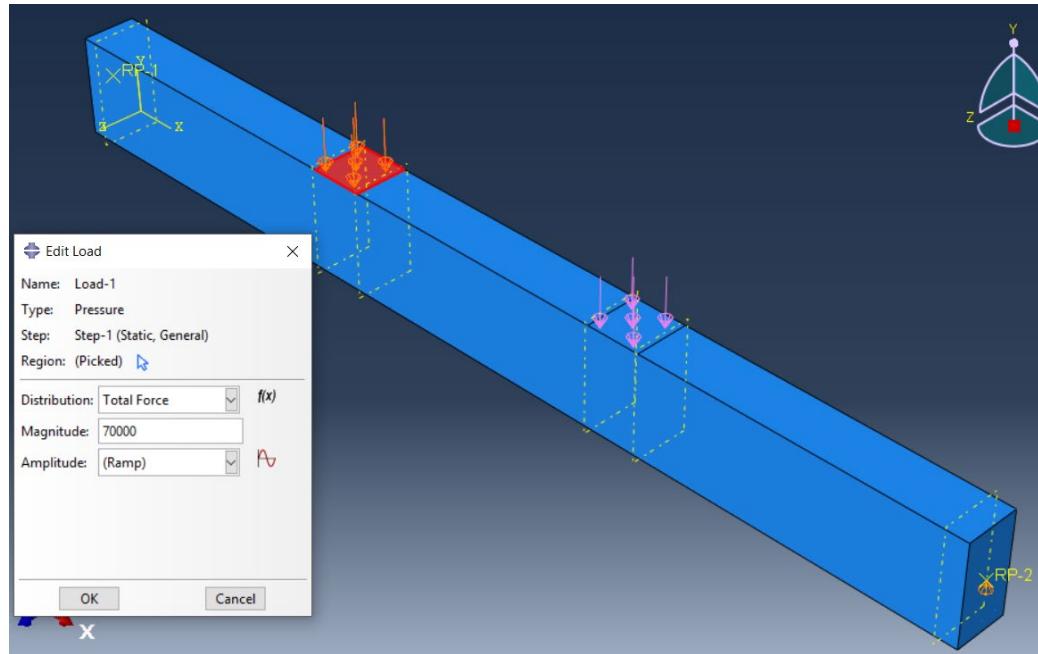


Ilustración 15: Disposición de cargas para o modelo a comparar co artigo López, N.(2008)

Os apoios en ambos modelos son os mesmos. Defíñese un punto de referencia no centro de cada lateral e facemos que a restrición do apoio se aplique a toda a cara lateral para evitar concentración de tensións. Deste xeito para modelar unha viga biapoiada disponemos de tres apoios, como se amosa a continuación.



Ilustración 16: Configuración de viga desexada

Dous deles son os que evitan o desprazamento vertical o terceiro evita o desprazamento no eixo horizontal. É dicir, a configuración de apoios que se desexa é a seguinte:

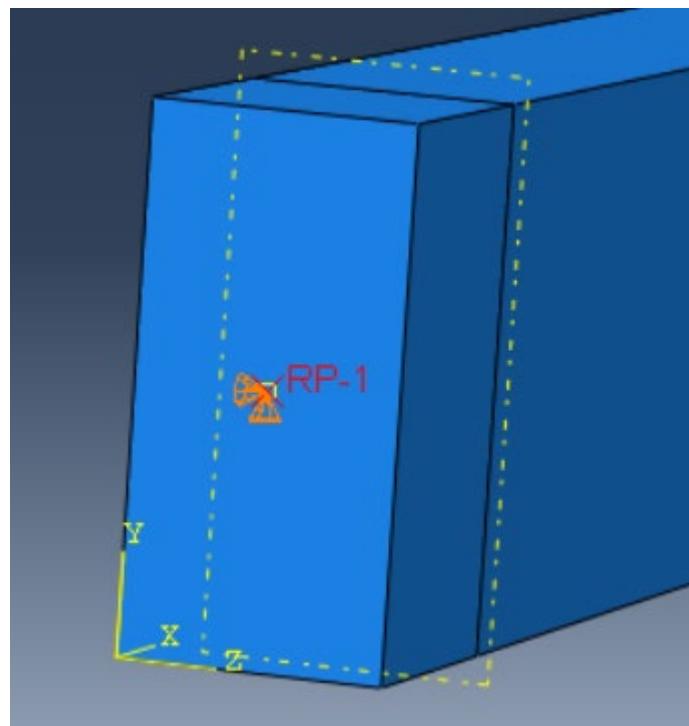


Ilustración 17: Apoios da esquerda que evitan o desprazamento vertical e horizontal

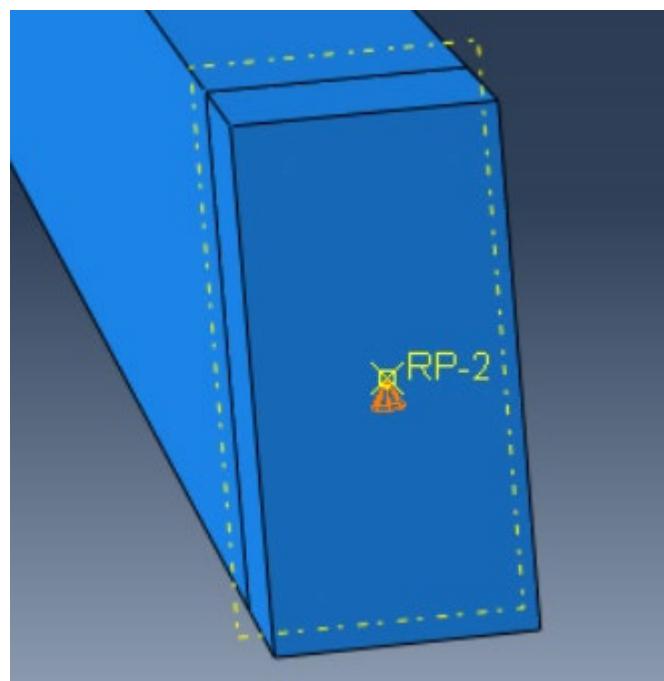


Ilustración 18: Apoio da dereita que evita o desprazamento vertical.

- Maiado

Unha vez creado o modelo procédere ao maiado no módulo “Mesh”, é dicir, á subdivisión do ensamblado en pequenos elementos que permite obter resultados da análise dunha forma rápida.

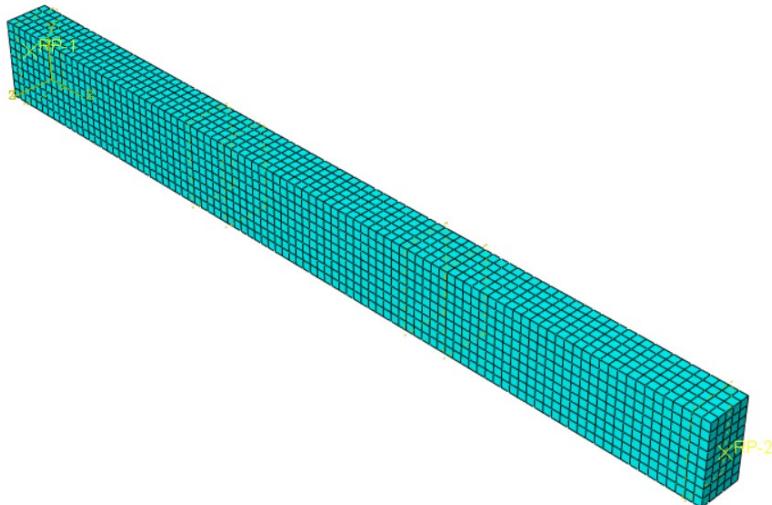


Ilustración 19: Maia

- Creación de un “Job”.

Unha vez definido o modelo, utilizamos o módulo “Job” para enviar á computadora o modelo a analizar.

## Xeometría dos modelos

- Modelo para a comparación ca Norma EHE:

Trátase dunha viga de 5m de largo, 200mm de ancho e 400mm de canto. A armadura consta de 3 barras lonxitudinais na parte inferior de 20mm de diámetro e de 2 barras na parte superior de 12mm de diámetro. Colócanse estribos cada 100mm ata cumprir os 1.6m en cada extremo e cada 200mm na parte intermedia.

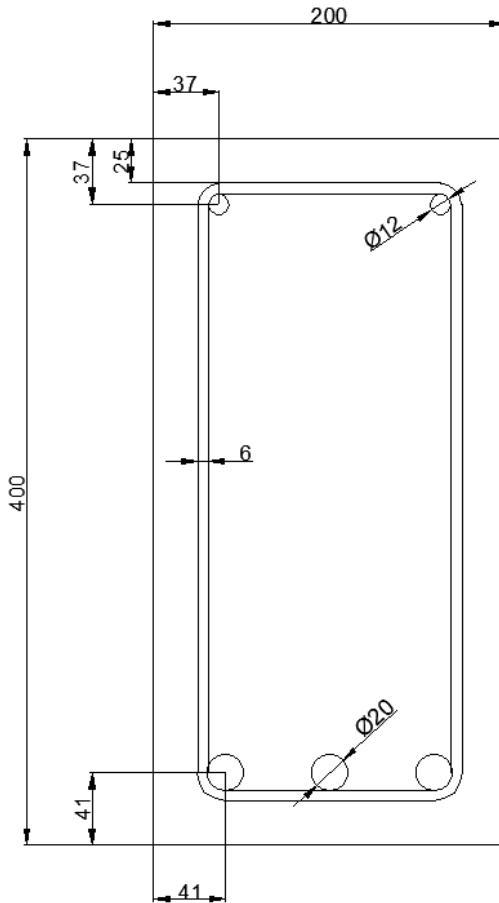


Ilustración 21: Perfil do modelo a comparar ca Norma EHE-08

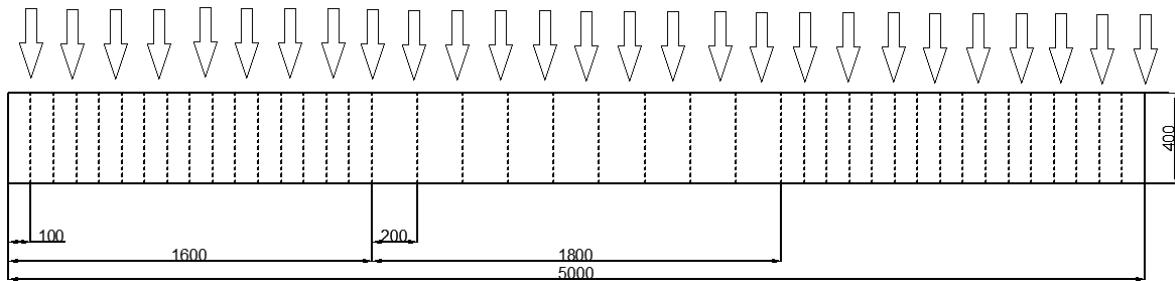


Ilustración 20: Alzado do modelo a comparar ca Norma EHE-08

- Modelo para a comparación con ensaio real:

Neste caso trátase dunha viga de 4.72m, con 250mm de ancho e 460mm de canto. A armadura compónse de 3 barras lonxitudinais de 16mm de diámetro colocadas na parte inferior. Isto trátase dun caso teórico, xa que na realidade necesitaríamos colocar barras lonxitudinais a na parte superior para sostener os estribos. Ditos estribos distan 190mm durante os primeiros 1.61m de cada extremo e 300mm na parte intermedia.

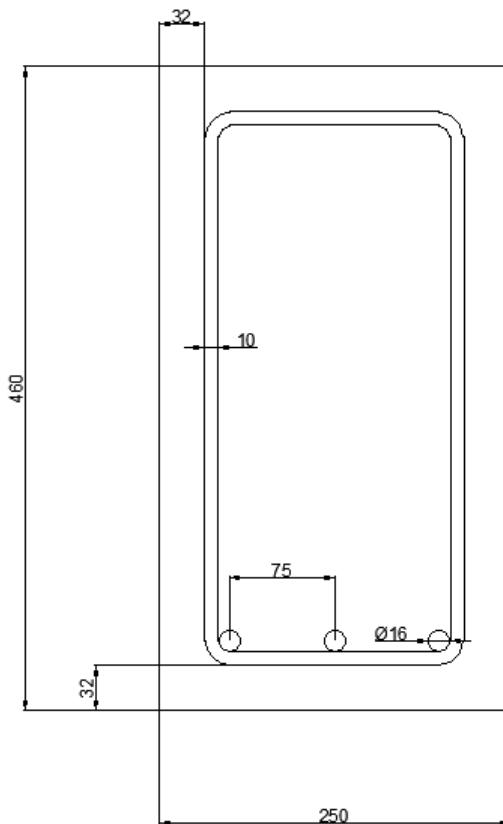


Ilustración 22: Perfil do modelo a comparar  
ca artigo López, N. (2008)

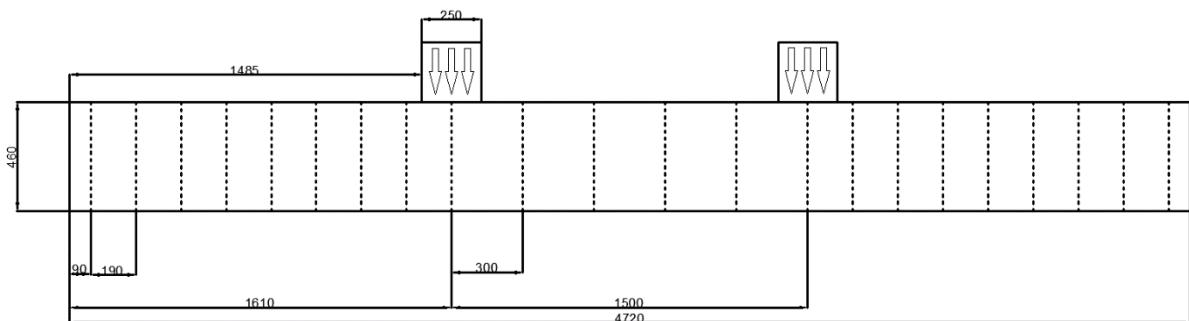


Ilustración 23: Alzado do modelo a comparar co artigo López, N. (2008)

## Materiais

- Aceiro.

O comportamento do aceiro que forma as barras lonxitudinais e os estribos defíñese mediante un diagrama tensión-deformación simplificado, con un valor do Módulo de Young de  $210000 \frac{N}{mm^2}$  e un coeficiente Poisson de 0,3. Non se define

ningún comportamento plástico, xa que o aceiro elixido é o aceiro B500, e as tensións non superan os  $500 \text{ N/mm}^2$ .

Asúmese que o comportamento deste material é idéntico tanto para tracción como para compresión.

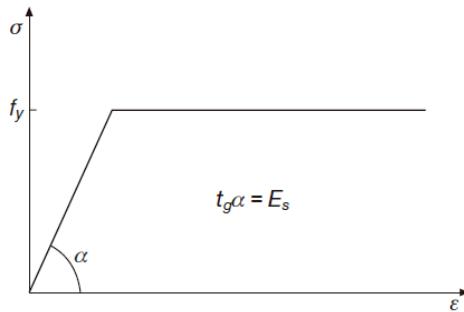


Ilustración 24: Diagrama tensión-deformación simplificado do aceiro

- Formigón.

O modelo utilizado para representar o comportamento do formigón como material é o modelo CDP (Concrete Damaged Plasticity). Este criterio utiliza o criterio de resistencia Drucker-Prager, onde o fallo determinase tendo en conta a enerxía de deformación e a superficie de rotura asume a forma de un cono nun espazo de tensións:

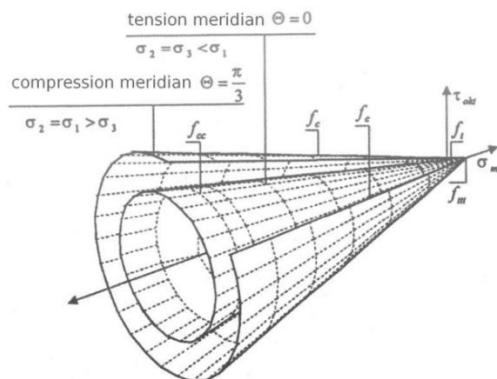


Ilustración 25: Vista en 3D da superficie Drucker-Prager

É o modelo máis complexo que incorpora ABAQUS para o modelado do formigón. Presenta como principal novedade o feito de que o módulo de elasticidade en descarga non é igual ao elástico, se non que depende dun coeficiente de dano do grado de fisuración ou plastificación alcanzado. Este modelo utiliza o concepto de elasticidade isotrópica danada e plasticidade isotrópica a tracción e compresión para representar o comportamento non lineal do formigón.

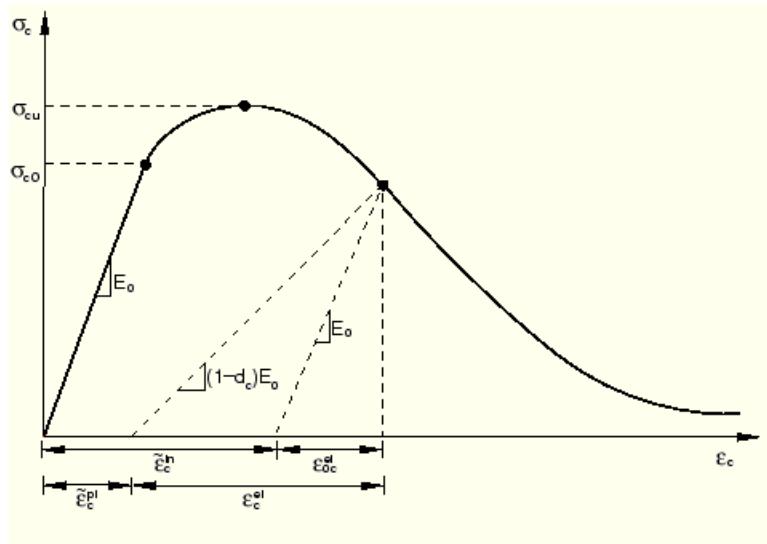


Ilustración 27: Diagrama tensión-deformación a compresión en modelo CDP

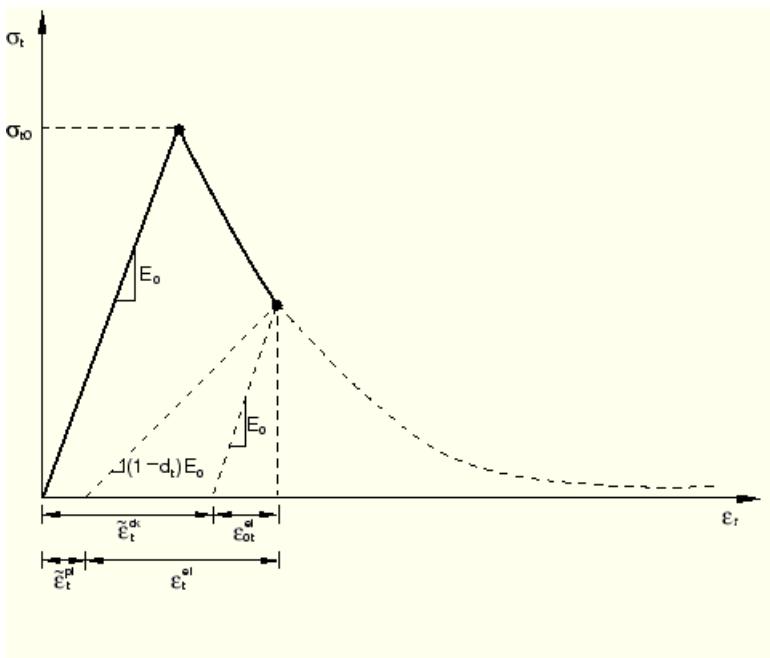


Ilustración 26: Diagrama tensión-deformación a tracción en modelo CDP

Na figura do comportamento uniaxial a compresión do modelo CDP vemos que o material se comporta como elástico lineal ata que alcanza a tensión de  $\sigma_{c0}$ . A partir dese punto comeza un comportamento plástico ata que se alcanza a tensión última do material  $\sigma_{cu}$ . A continuación, o material sufre un rebrandecemento.

Se non temos en conta o coeficiente de dano, a curva tensión-deformación do formigón pódese obter matematicamente seguindo os criterios da norma EHE-08 e o Eurocódigo 2 (EC2). Deste xeito obteríase unha curva como esta:

A relación entre a deformación e a tensión desta gráfica obtense mediante a seguinte expresión:

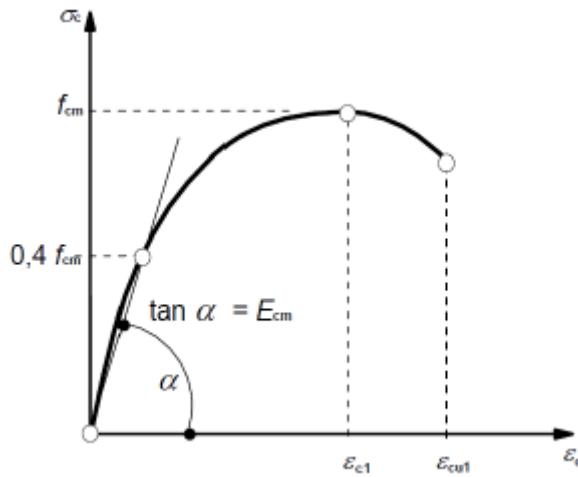


Ilustración 28: Diagrama tensión-deformación segundo o Eurocódigo 2

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{K\gamma - \gamma^2}{1 + (K - 2)\gamma}$$

Onde:

- $\gamma = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}$
- $f_{cm} = f_{ck} + 8$
- $K = 1.05 E_{cm} \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}}$

E de acordo co Eurocódigo 2, os valores de  $f_{cm}$ ,  $E_{cm}$ ,  $\varepsilon_{c1}$  e  $\varepsilon_{cu1}$  son:

Tabla 3.1 EC2

Clases de resistencias de hormigón según EC2														
fck	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
fck,cube	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
fcm	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
fctm	1,6 0	1,9 0	2,2 0	2,6 0	2,90	3,20	3,50	3,8 0	4,10	4,20	4,4	4,6	4,80	5,00
fctk,0,05	1,1 0	1,3 0	1,5 0	1,8 0	2,00	2,20	2,50	2,7 0	2,90	3,00	3,10	3,20	3,40	3,50
fctk,0,95	2,0 0	2,5 0	2,9 0	3,3 0	3,80	4,20	4,60	4,9 0	5,30	5,50	5,70	6,00	6,30	6,60
Ecm	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44
e <sub>el</sub> %	1,8 0	1,9 0	2,0 0	2,1 0	2,20	2,20	2,25	2,4 0	2,45	2,50	2,60	2,70	2,80	2,80
e <sub>cu1</sub> %	3,50								3,20	3,00	2,80	2,80	2,80	
e <sub>cu2</sub> %	2,00								2,20	2,30	2,40	2,50	2,60	
e <sub>cu2</sub> %	3,50								3,10	2,90	2,70	2,60	2,60	
n	2,00								1,75	1,60	1,45	1,4	1,40	
e <sub>cu3</sub> %	1,75								1,80	1,90	2,00	2,20	2,30	
e <sub>cu3</sub> %	3,50								3,10	2,90	2,70	2,60	2,60	

Ilustración 29: Tabla 3.1 do Eurocódigo 2

Para os modelos realizados a información introducida para o comportamento do formigón foi a recomendada polo manual de ABAQUS:

Compression behavior:

Stress	Inelastic strain	Damage	Inelastic strain
24.019E+6	0.0000	0.0000	0.0000
29.208E+6	0.0004	0.1299	0.0004
31.709E+6	0.0008	0.2429	0.0008
32.358E+6	0.0012	0.3412	0.0012
31.768E+6	0.0016	0.4267	0.0016
30.379E+6	0.0020	0.5012	0.0020
28.507E+6	0.0024	0.5660	0.0024
21.907E+6	0.0036	0.7140	0.0036
14.897E+6	0.0050	0.8243	0.0050
2.953E+6	0.0100	0.9691	0.0100

Tension recovery factor  $w_t = 0.0$ .

Ilustración 30: Comportamento a compresión en modelo CDP

Tension behavior:

Stress	Cracking strain	Damage	Cracking strain
1.780E+6	0.0000	0.0000	0.0000
1.457E+6	0.0001	0.3000	0.0001
1.113E+6	0.0003	0.5500	0.0003
0.960E+6	0.0004	0.7000	0.0004
0.800E+6	0.0005	0.8000	0.0005
0.536E+6	0.0008	0.9000	0.0008
0.359E+6	0.0010	0.9300	0.0010
0.161E+6	0.0020	0.9500	0.0020
0.073E+6	0.0030	0.9700	0.0030
0.040E+6	0.0050	0.9900	0.0050

Compression recovery factor  $w_c = 1.0$ .

Ilustración 31: Comportamiento a tracción en modelo CDP

Para comprobar que estos datos se corresponden co comportamento en réxime plástico dun formigón HA25, realizo o cálculo do comportamento elástico seguindo os criterios da Norma EHE e o Eurocódigo 2 xa citados anteriormente, e comprobo que existe continuidade entre o comportamento elástico calculado (liñas azul e gris) e o plástico facilitado polo manual de ABAQUS (liñas laranxa e amarela).

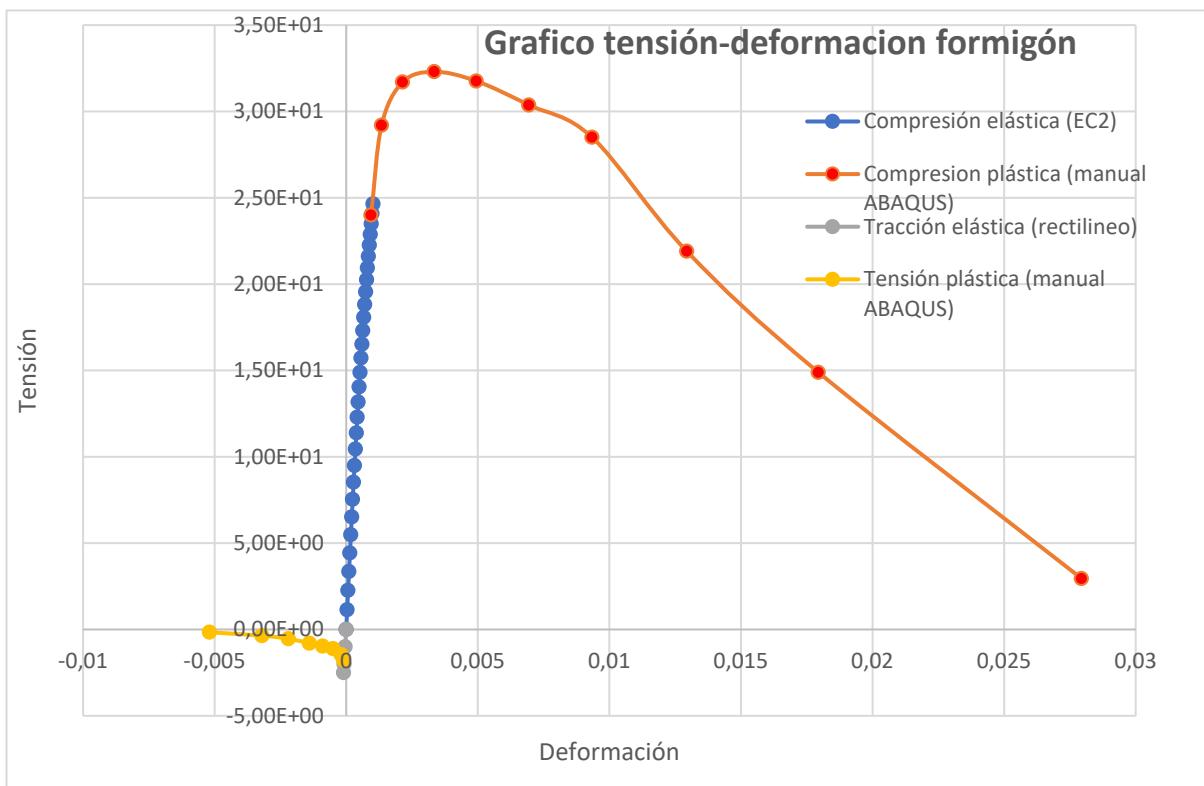


Ilustración 32: Comprobación de diagrama tensión-deformación

O módulo de Young utilizado foi  $26480 \frac{N}{mm^2}$ , e o coeficiente de Poisson 0.167.

Como se pode apreciar na gráfica anterior, os datos recomendados por ABAQUS (liña vermella e liña amarela) correspóndense co comportamento en réxime plástico dun formigón HA25.

Para definir o modelo CDP ao completo tamén é necesario introducir outros parámetros:

- Ángulo de dilatancia ( $\psi$ ): Indica o crecemento volumétrico do material debido a fluencia. Pódese interpretar como o ángulo de fricción interna do formigón. Na formulación de Drucker-Prager, o valor do ángulo de dilatación debe determinarse para o elemento baixo compresión biaxial a altas presións de confinamento. De acordo con Vermeer and de Borst (1984), o típico ángulo de dilatancia do formigón é de 12 °. O ángulo escollido é de 15°, tal e como recomenda o manual de ABAQUS.
- Excentricidade: Este parámetro indica o nivel de aproximación da hipérbola da función Drucker-Prager á súa asíntota. O valor asignado é 0.1, recomendado polo manual de ABAQUS.
- Parámetro  $f_{b0}/f_{c0}$ : Indica a relación entre a resistencia a compresión máxima uniaxial e biaxial. O valor adoptado é de 1.16.
- Parámetro  $K_c$ : É un parámetro de forma da superficie de plastificación. A partir de  $K_c$  modifícase a superficie de rotura na súa sección conforme o plano desviador.
- Viscosidade: Serve para dar estabilidade ao modelo por problemas derivados do rebrandecemento do material. Neste caso utilizamos un valor de 0.001.

## 5. Cálculo da frecha mediante Norma EHE-08

O EHE-08 (*Instrucción Española del Hormigón Estructural*) é o nome que recibe a normativa española sobre o cálculo e seguridade en normativas de formigón. O seu cumprimento é obrigatorio para todas as estruturas que utilicen formigón en España. Ditas estruturas tamén poden ser calculadas utilizando a normativa europea Eurocódigo 2.

Para este caso, utilizanse as formulas necesarias de ambas normativas para o cálculo da frecha total. A normativa considera tres tipos de frechas: frecha instantánea, diferida e total. A frecha instantánea é a que se obtén ao aplicar a totalidade das cargas. A frecha diferida é a frecha que aparece co transcurso do tempo pola acción de cargas de larga duración e tendo efectos de fluencia e retracción. A frecha total é a suma de ambas. Como en ABAQUS os efectos debidos ao paso do tempo non se poden considerar, solo se ten en conta a frecha instantánea.

Propiedades do formigón para cálculo por normativa:

- Resistencia característica:  $f_{ck} = 25 \frac{N}{mm^2}$
- Resistencia media a compresión a 28 días:  $f_{cm} = f_{ck} + 8$
- Módulo de deformación lonxitudinal secante a 28 días:  $E_{28} = 8500 f_{cm}^{\frac{1}{3}} \alpha$ , onde “ $\alpha$ ” é o coeficiente por tipo de árido. En este caso o árido escollido é a cuarcita.

**Tabla 39.6**  
 Coeficiente corrector  $\alpha$  del módulo de deformación en función  
 de la naturaleza del árido

ÁRIDO		VALOR DE $\alpha$
CUARCITA		1,0
ARENISCA		0,7
CALIZA	NORMAL	0,9
	DENSA	1,2
OFITA, BASALTO, Y OTRAS ROCAS VOLCÁNICAS <sup>(1)</sup>	POROSO	0,9
	NORMAL	1,2
GRANITO Y OTRAS ROCAS PLUTÓNICAS <sup>(2)</sup>		1,1
DIABASAS		1,3

Ilustración 33: Valor de  $\alpha$  segundo o tipo de árido

Propiedades do aceiro:

- Módulo de deformación lonxitudinal:  $E_s = 210000 \frac{N}{mm^2}$

Propiedades da sección:

- Ancho:  $b = 200 mm$
- Canto:  $h = 400 mm$

- Lonxitude:  $L = 5000 \text{ mm}$
- Recubrimento:  $d' = 31 \text{ mm}$
- Canto útil:  $d = h - d'$
- Inercia bruta:  $I_b = \frac{bh^3}{12}$

Armadura:

- Armadura comprimida:  $A_{s1} = n \pi \frac{D^2}{4}$ , onde n é o número de barras lonxitudinais comprimidas (= 3).
- Armadura traccionada:  $A_{s2} = n \pi \frac{D^2}{4}$ , n=2.
- Contía xeométrica de armadura comprimida:  $\rho_1 = \frac{A_{s1}}{bh}$
- Contía xeométrica de armadura traccionada:  $\rho_2 = \frac{A_{s2}}{bh}$

Propiedades do formigón a j días:

- Coeficiente que depende da idade do formigón:  $\beta_c = e^{s(1-\sqrt{\frac{28}{j}})}$ , onde s=0.25. Definimos como  $\beta_e = \sqrt{\beta_c}$

$$\beta_c = \exp \left[ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{1/2} \right] \right]$$

donde:

$f_{cm}$	Resistencia media a compresión a 28 días que puede calcularse como $f_{4m} = f_{ck} + 8$ si las condiciones de ejecución son buenas.
$f_{ct,jn}$	Resistencia media a tracción a los 28 días según 39.1.
$\beta_{cc}$	Coeficiente que depende de la edad del hormigón.
$t$	Edad del hormigón en días.
$s$	Coeficiente que depende de la velocidad de endurecimiento del cemento, de acuerdo con lo indicado en el artículo 26.º: = 0,2, para cementos de endurecimiento rápido = 0,25, para cementos de endurecimiento normal, y = 0,38, para cementos de endurecimiento lento.

Ilustración 34: Coeficiente  $\beta_c$

- Módulo de deformación lonxitudinal secante a j días:  $E_j = \beta_e E_{28}$
- Resistencia característica a compresión a j días:  $f_{ck,j} = \beta_c f_{ck}$
- Resistencia a flexotracción a j días:  $f_{ct,fl,j} = 0.37 f_{ck,j}^{\frac{2}{3}}$

Propiedades da sección a j días:

- Relación entre  $E_s/E_j$  a j días:  $n_j = \frac{E_s}{E_j}$
- Profundidade da fibra neutra en servizo a j días:

$$x_j = d n_j \rho_1 \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2\left(1+\frac{d'\rho_2}{d\rho_1}\right)}{n_j\rho_1\left(1+\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^2}}\right)$$

- Inercia fisurada a j días:

$$I_{f,j} = n_j A_{s1} \left(d - x_j\right) \left(d - \frac{x_j}{3}\right) + n_j A_{s2} \left(x_j - d'\right) \left(\frac{x_j}{3} - d'\right)$$

- Momento de fisuración a j días:  $M_{f,j} = f_{ct,fl,j} \frac{I_b}{h/2}$

- Inercia equivalente:  $I_{e,j} = \left(\frac{M_{f,j}}{M}\right)^3 I_b + \left[1 - \left(\frac{M_{f,j}}{M}\right)^3\right] I_{f,j}$ , onde M é o momento máximo da viga  $M = \frac{qL^2}{8}$

### Frecha

Deste xeito xa queda definido todo o necesario para o cálculo da frecha máxima, a cal se vai a producir en  $L/2$  e terá un valor de:  $\text{frecha} = \frac{5}{384} \frac{q L^4}{E_j I_{e,j}}$

## Resultados de frecha mediante Norma EHE-08

Como se aprecia a resistencia característica aumenta a medida que aumentan os días que pasan ("j") ata que se produce a carga. Como no noso modelo a resistencia característica introducida foi  $25 \text{ N/mm}^2$ , asumiremos  $j=28$ , xa que a resistencia característica cuantifícase ós 28 días.

Todas as fórmulas foron introducidas no software EES e o resultado obtido foi:

$A_{s1} = 942$	$A_{s2} = 339$	$b = 200$	$\beta_c = 1$
$\beta_e = 1$	$\text{coef}_{seg} = 1,5$	$d = 369$	$d' = 31$
$E_{28} = 27264$	$E_{acero} = 210000$	$E_j = 27264$	$\text{flecha}_{\text{instantanea}} = 9,828$
$f_{cd} = 16,67$	$f_{ck} = 25$	$f_{ckj} = 25$	$f_{cm} = 33$
$f_{cmj} = 33$	$f_{ctflj} = 3,163$	$h = 400$	$I_b = 1,067E+09$
$I_{ej} = 5,953E+08$	$I_f = 5,852E+08$	$I_{hj} = 9,512E+08$	$j = 28$
$L = 5000$	$M_{cm} = 6,125E+07$	$M_{fj} = 1,687E+07$	$M_{\max} = 6,125E+07$
$n_j = 7,702$	$q_{cm} = 19,6$	$\rho_1 = 0,01276$	$\rho_2 = 0,004593$
$x_j = 123,9$	$y_1 = 200$		

Ilustración 35: Resultados obtido por Norma EHE-08

## 6. Resultados

### Modelo para a comparación con Norma EHE-08

- Deformación vertical:

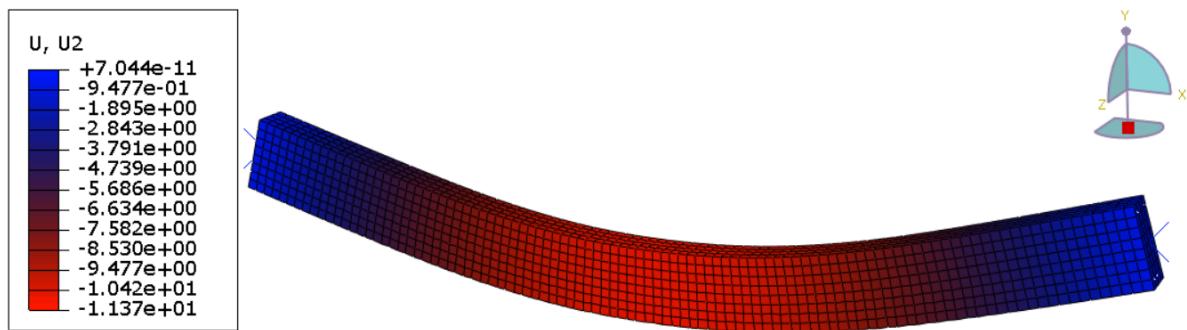


Ilustración 36: Deformación vertical do modelo a comparar ca Norma EHE-08

Como era previsto, os desprazamentos nos apoios son nulos mentres que o desprazamento máximo sitúase no medio con un valor de 11.37mm, fronte os 9.28mm calculados pola norma.

- Tensión Von Misses:

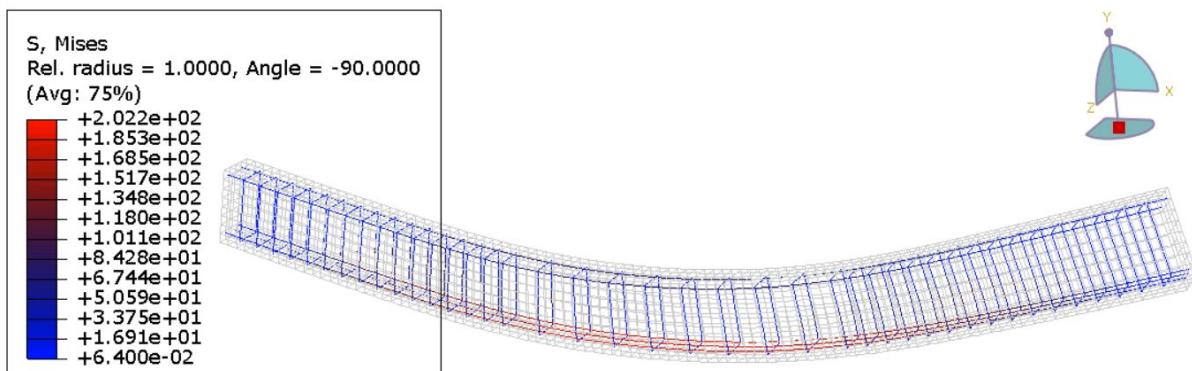


Ilustración 37: Tensión Von Misses do modelo a comparar ca Norma EHE-08

A máxima tensión de Von Misses prodúcese no medio e ten un valor inferior a 500 N/mm<sup>2</sup>, polo que as armaduras de aceiro non plastifican.

No seguinte grafo amósase unha comparativa entre o resultado obtido co modelo de ABAQUS e o resultado obtido de acordo a Norma EHE-08:

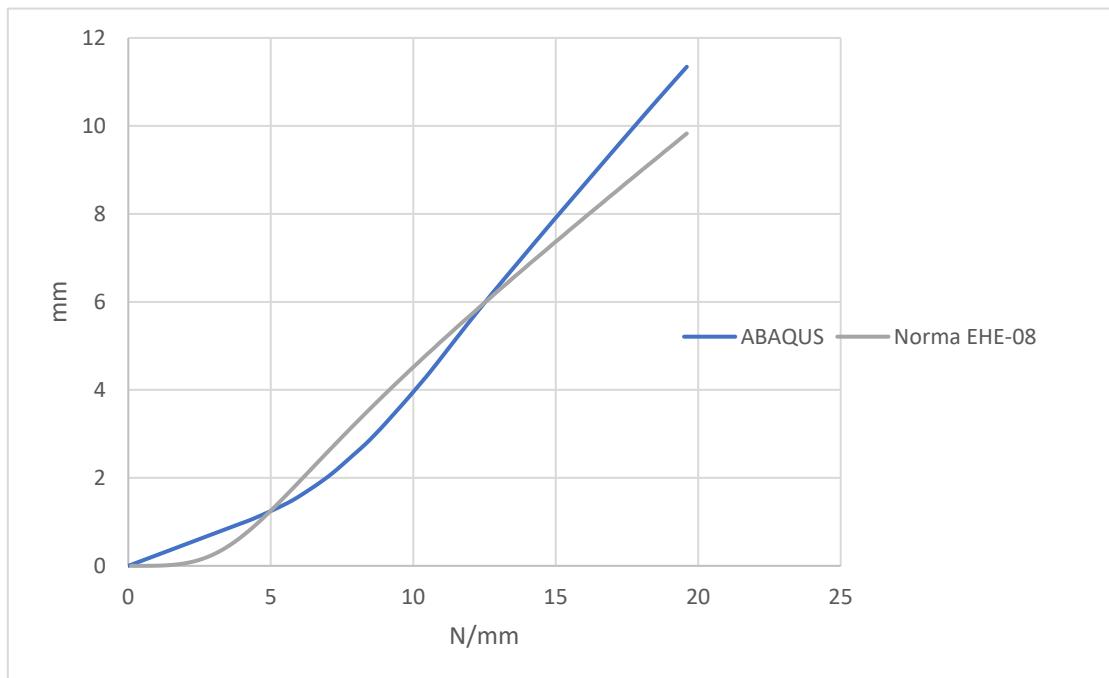


Ilustración 38: Comparación ABAQUS e Norma EHE-08

O resultado obtido por ABAQUS resulta bastante coherente co calculado pola norma, aínda que a partir dunha carga superior a 15 N/mm a deformación obtida polo modelo é superior.

## Modelo para a comparación con López, N. (2008) e con ensaio experimental

- Deformación vertical:

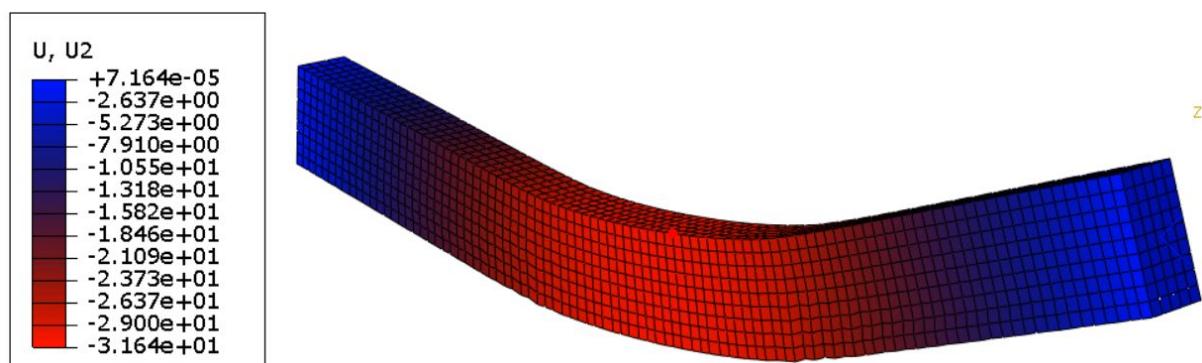


Ilustración 39: Deformación vertical do modelo a comparar con artigo López, N. (2008)

- Tensión Von Misses:

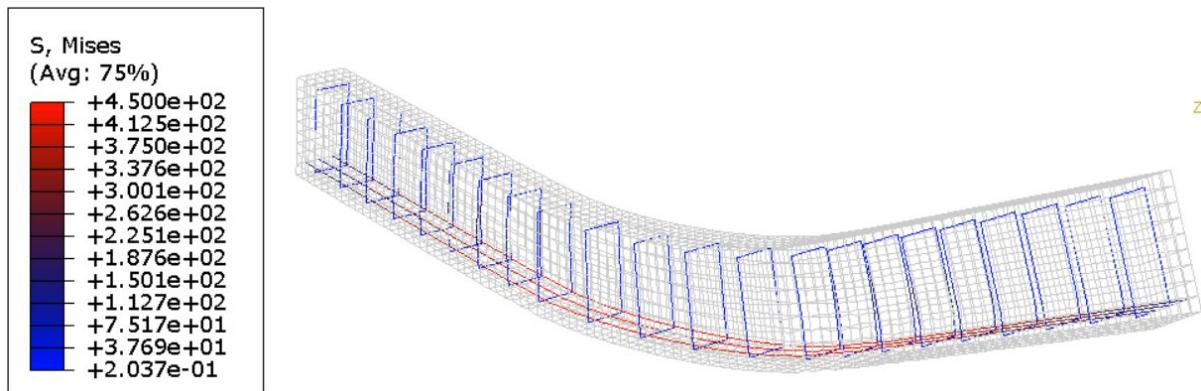


Ilustración 40: Tensión Von Misses do modelo a comparar co artigo López, N. (2008)

Neste caso tampouco supera os  $500 \text{ N/mm}^2$ , polo que o aceiro das armaduras compórtase de forma elástica.

- Aparición de fisuras:

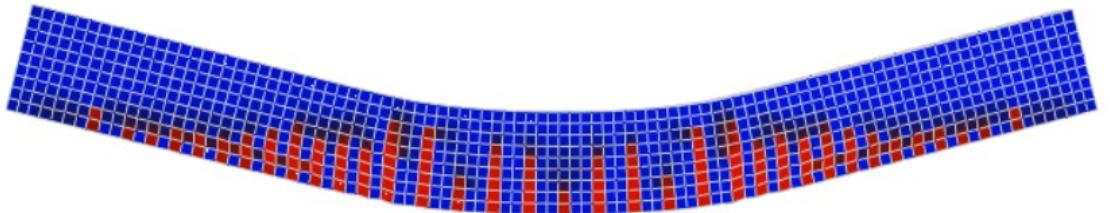


Ilustración 41: Localización de fisuras do modelo a comparar co artigo López, N. (2008)

As fisuras son maiores onde se sitúan as cargas, e no espazo entre as cargas (onde o momento é constante) as fisuras aparecen case uniformemente. O artigo de Néstor López inclúe unha foto da viga ensaiada unha vez aplicada a carga, que se amosa a continuación.



Ilustración 42: Localización real das fisuras

No seguinte grafo amósase unha comparativa dos resultados obtidos polo modelo realizado, o modelo realizado por Néstor López e o ensaio experimental:

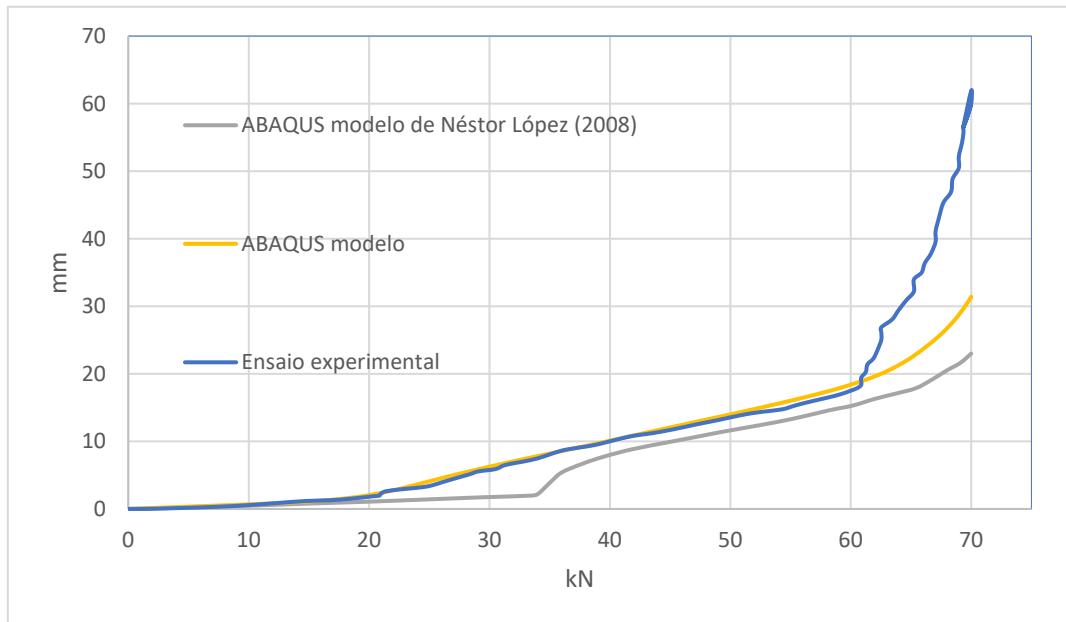


Ilustración 43: Comparación de resultados

O modelo realizado (liña amarela) acércase moito máis á deformación real que o realizado por Néstor López. A frecha é case idéntica ata chegar a carga de 60kN, punto a partir do cal a deformación real aumenta de forma exponencial e afástase da calculada polo modelo. A partir deste punto, na liña azul correspondente ao ensaio real obsérvanse o que parecen ser unhas vibracións. Estas poden ser debidas ao movemento relativo entre as armaduras e o formigón, é dicir, as armaduras despréndense do formigón.

## 7. Conclusión

As conclusións extraídas dos resultados obtidos dos dous modelos estudiados son:

- O software de elemento finitos ABAQUS foi capaz de modelar a resposta do formigón armado con bastante precisión.
- O tipo de interacción “embedded element” é acertado ata o punto no que comeza o desprazamento das armaduras dentro do formigón.
- As propiedades do formigón inseridas no modelo CDP son válidas.

## Futuras liñas de investigación

Pese a que este tipo de modelo CDP con este tipo de interacción “embedded” consegue un resultado bastante axeitado, é necesario ver como serían os resultados acadados por outros tipo de modelos con outros tipos de interaccións.

Por iso, as miñas propostas como futuras liñas de investigación son:

- Realizar un modelo con esta mesma xeometría pero utilizando “translators” como interacción entre as armaduras e o formigón. Este é un método bastante complexo que require dunha unión nodo a nodo e dispónense de poucos antecedentes.
- Ter en conta os efectos térmicos e investigar a súa influencia na interacción entre as armaduras e o formigón. De feito, o efecto da temperatura considérase como unha variable para definir as propiedades do “translator”.
- Considerar as propiedades dos modelos aquí expostos para modelos de distintas xeometrías.

## 8. Referencias

- Abaqus/CAE, (2017). Simulia© Dassault Systèmes.
- EC2, (2004). Eurocode 2: Design of concrete structures.
- López, N. (2008). Análisis de la aplicación del método de los elementos finitos al modelado de elementos de hormigón armado.
- EHE-08, (2011). Instrucción de Hormigón Estructural.
- Xin Li, (2007). Finite element modeling of skewed reinforced concrete bridges and the bond-slip relationship between concrete and reinforcement.
- Alarcón, O. (2014). Estudio numérico del comportamiento de pilares mixtos hormigón-acero sometidos a compresión.
- Abu-Bakre Abdelmoneim Elamin Mohamad and Zhongfan Chen, (2016). Experimental and Numerical Analysis of the Compressive and Shear Behavior for a New Type of Self-Insulating Concrete Masonry System.
- Yusuf Sümer and Muharrem Aktaş, (2015). Defining parameters for concrete damage plasticity model.
- Ali Ahmed, (2014). Modeling of a reinforced concrete beam subjected to impact vibration using ABAQUS
- Polo, A. (2017). Cálculo de estructuras y/o elemento estructural por procedimiento analítico con alguna herramienta informática.
- Del Río, P. (2015). Creación y validación de un modelo de elementos finitos de una viga mediante análisis modal.
- T.S. Viswanathan, G. Mohan Ganesh and A.S. Santhi, (2014). Investigation of Shear Stud Performance in Flat Plate Using Finite Element Analysis.
- Anthony J. Wolanski, (2004). Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis.
- EES: Engineering Equation Solver 2015. F-Chart software.