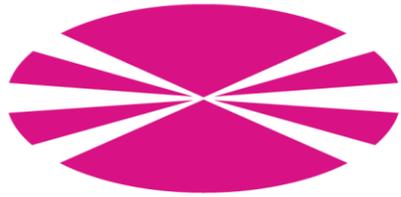


UNIVERSIDADE DA CORUÑA

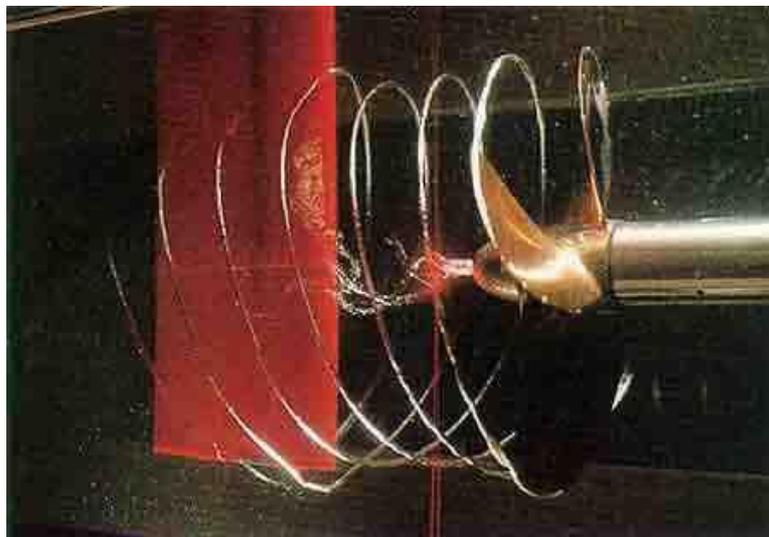


UNIVERSIDADE DA CORUÑA



TFM
MÁSTER EN INGENIERÍA NAVAL Y OCEANICA

Diseño y optimización de un timón



Ferrol (A Coruña), 2016

Autor: José Daniel Usero García

Tutor: Pablo Fariñas Alvariño
Cotutor: Vicente Díaz Casás

Contenido

Capítulo 1. Introducción.....	1
Capítulo 2. Sistema de gobierno en buques	5
2.1. DISPOSITIVOS DE CONTROL.....	6
2.1.1. SISTEMAS DE CONTROL ACTIVOS.....	7
2.1.2. SISTEMAS DE CONTROL PASIVOS.....	12
2.2. SISTEMA DE CONTROL MEDIANTE EL USO DE TIMONES.....	12
2.2.1. TIPOS DE PERFILES.....	13
2.2.2. TIPOS DE TIMONES	18
2.2.3. PARAMETROS DE LA PALA	24
2.3. FACTORES A TENER EN CUENTA EN EL DIMENSIONAMIENTO DEL SISTEMA DE GOBIERNO.....	26
Capítulo 3. Maniobrabilidad del buque y condiciones del flujo ...	29
3.1. COMPORTAMIENTO DEL CASCO-PROPULSOR SOBRE LA MANIOBRABILIDAD.....	30
3.1.1. DISCURSIÓN DEL RESULTADO DE LOS EXPERIMENTOS.....	34
3.1.2. EFECTOS DEL FLUJO DEL PROPULSOR SOBRE EL COMPORTAMIENTO DEL TIMÓN	40
3.1.3. EFECTOS DE LA PROFUNDIDAD SOBRE LA PALA DEL TIMÓN.....	42
3.2. FLUJO EFECTIVO PARA CÁLCULO DE TIMONES.....	45
3.2.1. INTRODUCCIÓN AL MÉTODO.....	45
3.2.2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA.....	46
3.2.3. APLICACIÓN DEL MÉTODO	60
Capítulo 4. Estimación de fuerzas y par hidrodinámico.	65
4.1. ESTIMACIÓN DE FUERZAS HIDRODINÁMICAS MEDIANTE FLUJO POTENCIAL.....	66

4.1.1. PROBLEMA DEL ESPESOR	72
4.1.2. PROBLEMA DE LA LINEA DE LA LINEA DE CURVATURA MEDIA.....	73
4.1.3. SUSTENTACIÓN Y MOMENTO DEL PERFIL	75
4.1.4. SUSTENTACIÓN DEL PERFIL EN 3D	76
4.1.5. FUERZA DE ARRASTRE EN 3D.....	77
4.1.6. APLICACIÓN DE LA METODOLOGIA DE CÁLCULO:	79
4.1.7. FLUJO POTENCIAL VS MÉTODO DE FLUJO	91
4.2. MÉTODO DE TAPLIN.....	98
4.2.1. FLUJO Y ÁNGULO DE ATAQUE.....	98
4.2.2. RELACIÓN DE ASPECTO EFECTIVA	99
4.2.3. USO DE LOS DATOS DEL TUNEL DE VIENTO	100
4.2.4. PAR TORSOR A DAR POR EL SERVO	101
4.2.5. PRECISIÓN DE LOS CALCULOS	101
4.2.6. DESARROLLO DEL MÉTODO.....	102
4.2.7. CORRECCIÓN POR EL COEFICIENT DE AFINAMIENTO.....	107
4.2.8. INTERACCIÓN ENTRE EL MÉTODO DE TAPLIN-MÉTODO CONDICIÓN DEL FLUJO	110
Capítulo 5. ESTIMACIÓN DE FUERZAS DINÁMICAS.....	113
5.1. METODOLOGÍA DE CÁLCULO	116
5.1.1. APLICACIÓN DEL MÉTODO	120
5.1.2. CÁLCULO FUERZAS DINÁMICAS PARA EL BUQUE	123
5.2. CONCLUSIÓN	126
Capítulo 6. DIMENSIONAMIENTO DE LA MECCHA DEL TIMÓN	129
6.1. DISTRIBUCIÓN DE CARGAS A LO LARGO DE LA ALTURA Y LA CUERDA ...	130
6.2. DIAGRAMAS A LO LARGO DE LA ALTURA	131
6.2.1. Diagrama de distribución de cargas.....	132
6.2.2. Diagrama de Fuerzas cortantes	132

6.2.3. Diagrama de Momentos flectores.....	133
6.3. DIAGRAMAS A LO LARGO DE LA CUERDA.....	134
6.3.1. Diagrama de distribución de cargas.....	135
6.3.2. Diagrama de Fuerzas cortantes.....	136
6.3.3. Diagrama de Momentos flectores.....	137
6.4. CALCULO DEL DIÁMETRO DE LA MECHA.....	138
6.5. DEFLEXIÓN DE LA MECHA A LO LARGO DE LA ALTURA.....	139
6.5.1. FORMA 1(ÁNGULOS DE GIRO).....	140
6.5.2. FORMA 2(DESVIACIÓN).....	145
6.5.3. EJEMPLO DE CURVAS.....	147
6.6. INTERACCIÓN ENTRE FUERZAS HIDRODINÁMICAS Y DINÁMICAS.....	149
6.6.1. CÁLCULO DEL MOMENTO TENIENDO EN CUENTA LA DIRECCIÓN DE LAS FUERZAS.....	151
6.6.2. OMISION DEL CÁLCULO EN LA VIDA REAL.....	153
6.7. PREDIMENSIONAMIENTO DE LOS COJINETES.....	154
Capítulo 7. ESCANTILLONADO DE LA PALA DEL TIMÓN.....	157
7.1. DDS 562-2.....	158
7.1.1. DETERMINACIÓN DEL ESPACIO ENTRE REFUERZOS Y ESPESORES.....	158
7.1.2. DETERMINACIÓN DEL ESPESOR DEL NÚCLEO.....	161
7.1.3. ESTUDIO DE TENSIONES A LO LARGO DE LA ALTURA Y CUERDA DE LA PALA.....	164
7.1.4. TENSIONES EN DISCONTINUIDADES Y CHAVETAS.....	165
7.2. BUREAU VERITAS.....	166
7.2.1. ESPESOR DEL FORRO.....	166
7.2.2. ESPESOR DE LA PARTE SUPERIOR E INFERIOR DEL FORRO.....	167
7.2.3. DISTANCIA ENTRE REFUERZOS.....	167
7.2.4. ESPESOR DE LOS REFUERZOS.....	168

7.2.5. ESPESOR DEL PANEL Y REFUERZOS SOLDADOS A LA PARTE SÓLIDA O BRIDA DE ACOPLAMIENTO	168
7.2.6. CONEXIÓN DE LA PALA CON LA MECCHA MEDIANTE EL USO DEL ACERO FORJADO (NÚCLEO).....	168
7.2.7. CONEXIÓN DE LA PALA CON LA MECCHA A LA PALA POR MEDIO DE UNA BRIDA HORIZONTAL.....	171
7.3. DET NORSKE VERITAS.....	172
7.3.1. DISPOSICIÓN GENERAL Y DETALLES	172
7.4. PLANCHAS DEL FORRO DEL TIMÓN.....	172
7.4.1. REFUERZOS DE LA PALA.....	173
7.4.2. TIMONES DISPUESTOS CON NÚCLEO.....	174
7.5. LLOYD'S REGISTER.....	175
7.5.1. CONSTRUCCIÓN DOBLE PARA LA PALA DEL TIMÓN.	175
7.5.2. CONSTRUCCIÓN SIMPLE PARA LA PALA DEL TIMÓN	175
7.5.3. CONSTRUCCIÓN DOBLE Y SIMPLE PARA LA PALA DEL TIMÓN	176
7.5.4. TENSIONES PERMISIBLES PARA EL ESCANTILLONADO DE LA PALA.....	177
7.5.5. CONEXIÓN ENTRE PALA Y TIMÓN MEDIANTE CONEXIÓN CÓNICA.....	178
7.6. AMERICAN BUERAU OF SHIPPING	181
7.6.1. CONEXIÓN CÓNICA CON CHAVETA	181
7.6.2. ACOPLAMIENTO CÓNICO CON UNA DISPOSICIÓN ESPECIAL PARA MONTAJE Y DESMONTAJE.....	183
7.6.3. PANEL DE LA PALA.....	186
7.6.4. CONEXIÓN ENTRE LA PALA DEL TIMÓN MEDIANTE PARTES SÓLIDAS O ACERO FUNDIDO	187
7.7. CONCLUSIÓN	190
Capítulo 8. ESTUDIO DEL SISTEMA	191
8.1. DEFINICIÓN DEL SISTEMA.....	192
8.1.1. DEFINICIÓN PALAS PARA PROBLEMA 1.....	194

8.1.2. DEFINICIÓN PALAS PARA PROBLEMA 2.....	198
8.2. PROBLEMA 1.....	202
8.2.1. MÉTODO DE FLUJO EFECTIVO + FLUJO POTENCIAL.....	203
8.2.2. MÉTODO DE TAPLIN.....	222
8.2.3. CONCLUSIONES	239
8.3. PROBLEMA 2.....	250
8.3.1. MÉTODO DE FLUJO EFECTIVO + FLUJO POTENCIAL.....	250
8.3.2. MÉTODO DE TAPLIN.....	270
8.3.3. CONCLUSIONES	288
Capítulo 9. CONCLUSIONES.....	299
9.1. VALIDEZ DEL ESTUDIO HIDRODINÁMICO	299
9.2. VENTAJAS DEL MÉTODO F.P. (CON FLUJO EFECTIVO) A PEQUEÑOS ÁNGULOS.....	303
9.3. EJEMPLO DE LA CONTINUACIÓN DE LA METODOLOGIA A PARTIR DE LAS REACCIONES OBTENIDAS.....	305
9.3.1. DIÁMETRO MECHA.....	306
9.3.2. DEFLEXIÓN DE LA MECHA	306
9.3.3. PREDIMENSIONAMIENTO DE LOS COJINETES.....	310
9.3.4. PRE-ESCANTILLONADO DE LA PALA	311
Referencias	313
Lista de figuras.....	315
Lista de tablas.....	323

Lista de Acrónimos

ABS	American Bureau of Shipping
BV	Bureau Veritas
DNV	Det Norske Veritas
F.P.	Flujo potencial
LR	Lloyd's Register

Capítulo 1. Introducción

En el presente trabajo fin de Máster “Diseño y Optimización de un timón” se estudiarán los diferentes pasos a seguir para llevar a cabo la definición de un timón a bordo de un buque en la primera fase del proyecto.

La idea que se ha llevado a cabo a la hora de elaborar este proyecto ha sido elaborar una guía mediante la cual establecer un orden para abordar la definición y dimensionamiento del sistema de gobierno a bordo de un buque y observar su comportamiento según las formas del timón.

Así, a lo largo del mismo se abordarán los siguientes temas:

- En un primer lugar se hará una introducción al sistema de gobierno del buque. En el abordaremos temas como la importancia de este sistema a bordo del buque, tipos de timones, accionamientos, etc.
- El segundo lugar se abordara el tema de la interacción casco-hélice en lo referente al flujo que atraviesa el timón. Además, se explicará un método de cálculo mediante el cual se estimará la velocidad del flujo según la posición vertical con respecto al casco.
- Posteriormente se desarrollarán dos métodos para calcular las fuerzas y el par producido por el timón:
 - El primer método se basa en la teoría del flujo potencial (aplicado de manera académica). Mediante este método se le atribuyen unas características al fluido y se calcula el flujo alrededor del perfil del timón. Aplicando Bernouilli e integrando en altura obtendremos la fuerza en la pala para cada ángulo del timón y con ello el par.

- Otra manera de calcular las fuerzas y el par es mediante el método de Taplin (método empírico). Este método se basa en pruebas realizadas con perfiles aerodinámicos tipo NACA en un túnel de viento. Aún basándose en pruebas realizadas en los años 60, actualmente es uno de los métodos más precisos y utilizado cuando se quieren obtener datos semejantes a la realidad.
- Una vez calculadas las fuerzas hidrodinámicas, el siguiente paso será estimar las fuerzas dinámicas. En este caso, llamamos fuerzas dinámicas a las producidas por la masa de la mecha y de la pala debido al movimiento del buque (role, pitch, yaw, etc). En la mayoría de los casos estas fuerzas son insignificantes comparadas con las hidrodinámicas, pero se debe conocer su existencia y es recomendable tenerlas en cuenta.
- Calculadas todas las cargas producidas en la mecha y asumiendo una disposición (cojinetes), aplicando resistencia de materiales se calcularán las reacciones así como se representarán los diagramas de fuerzas cortantes y momentos flectores.
Posteriormente se calculará el diámetro de la mecha.
- Aplicando resistencia de materiales se estudiará la deformación de la mecha debida a las cargas calculadas en los puntos anteriores. Observar esta deformación es importante, sobre todo en los cojinetes y en el obturador.
- Una vez definida la mecha en su totalidad, se procederá a escantillonar la pala del timón. Aunque se puede escantillonar el timón haciendo un estudio de resistencia de materiales, normalmente se acude a una sociedad de clasificación o es el propio fabricante del timón el que dimensiona los espesores de chapa, refuerzos, núcleo, etc. En este capítulo se profundizará más sobre este tema.
- Una vez descritos los pasos y métodos a seguir para realizar el dimensionamiento del sistema de gobierno, se desarrollará un capítulo donde se hará un estudio de como varían las cargas y dimensiones dependiendo de las formas del timón. Para ello se variaran unos parámetros (altura y/o cuerda) dejando otros parámetros constantes (área del timón). Se calculará todo lo descrito en los puntos anteriores y se compararán las soluciones entres sí.

- Finalmente se desarrollará un capítulo donde se plasmarán las conclusiones principales obtenidas en el punto anterior para tenerlos en cuenta a la hora de realizar el dimensionamiento del sistema de gobierno.

Capítulo 2. Sistema de gobierno en buques

El modo como se comporta un buque cuando navega o maniobra depende de numerosos factores, entre los cuales se pueden mencionar los siguientes: sus medios de propulsión, sistema de gobierno, forma de la carena, disposición de las superestructuras de su obra muerta, su calado, su trimado o asiento, las condiciones de carga, las bajas profundidades o limitadas dimensiones de la masa de agua en que se mueve, los efectos debidos al viento, corrientes y olas, etc.

El comportamiento de un buque puede diferir mucho de uno a otro distinto, pero siempre hay principios básicos de maniobra que se aplican a todos en general. Las fuerzas que pueden influir en el movimiento de un buque son múltiples: las aplicadas en la propulsión, timón, ancla y amarras, hélices de maniobra, vientos, olas y corrientes, etc. Algunas de estas fuerzas se pueden dominar a voluntad y otras son fuerzas ocasionadas por la propia naturaleza.

A lo largo de este capítulo se hablará en un primer lugar de los dispositivos de control (fuerzas que se dominan a voluntad) que pueden existir a bordo del buque para garantizar la maniobrabilidad del mismo. En segundo lugar abordaremos el tema del sistema de gobierno mediante el uso de timones, diferenciando los diversos componentes así como la manera de definir este sistema. Por último se concluirá el tema haciendo una breve descripción de los principales factores que se han de tener en cuenta para llevar a cabo el dimensionamiento del sistema de gobierno del buque.

2.1. DISPOSITIVOS DE CONTROL

Los dispositivos de control se encarga de convertir la energía en fuerzas para controlar el buque. Estos dispositivos pueden estar instalados a bordo (sistema de gobierno, sistema de propulsión, etc) o ser externos al buque (como por ejemplo los remolcadores). Nuestra atención se centrará en los sistemas dispuestos a bordo del buque.

De esta manera se pueden dividir los dispositivos de control de abordó en dos tipos:

- Sistemas activos:
 - Propulsores principales.
 - Propulsores auxiliares.
 - Propulsores transversales (thruster).
 - Etc.
- Sistemas pasivos:
 - Timones.
 - Quillas de balance.
 - Aletas estabilizadoras.
 - Etc.

La diferencia entre estos dos tipos de sistemas es que los sistemas activos producen energía para originar una fuerza y llevar a cabo la maniobra, en cambio los sistemas pasivos aprovechan la energía del buque (energía cinética normalmente) para llevar a cabo la maniobra.

De esta manera, la efectividad de los dispositivos de control cumplen la siguiente relación en función de si son activos o pasivos:

- Sistemas activos: Decrecen con el aumento de la velocidad del buque.
- Sistemas pasivos: Aumentan con el aumento de la velocidad del buque.

En el siguiente gráfico queda representado con claridad la efectividad según la velocidad del buque.

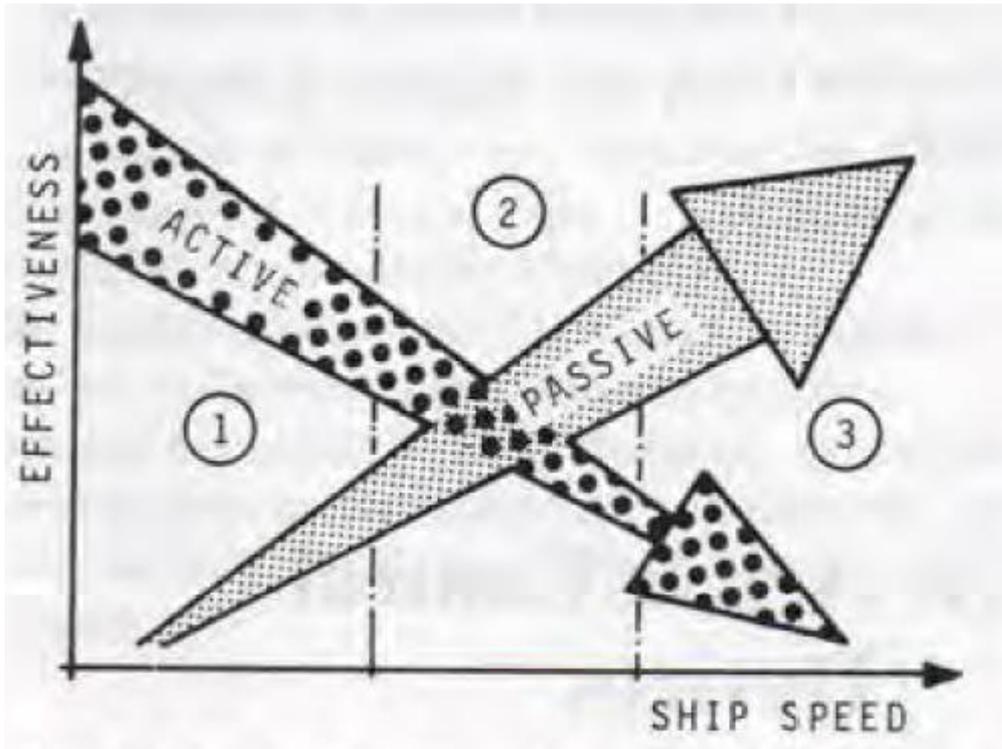


Figura 2-1: Comparación efectividad/velocidad entre sistemas activos/pasivos.

Como se puede apreciar en los sistemas activos disminuye mientras que en los pasivos aumenta al aumentar la velocidad.

Se pueden distinguir tres zonas:

1. De poca velocidad donde la efectividad de los elementos activos es mayor.
2. De velocidad media donde se pueden combinar sistemas activos con pasivos.
3. De alta velocidad donde los sistemas pasivos son más eficaces que los activos.

2.1.1. SISTEMAS DE CONTROL ACTIVOS

En este apartado se realizará una breve descripción de los principales dispositivos de control activos:

- Propulsores transversales (Jet thrusters). Estos dispositivos van instalados a bordo del buque, normalmente inmersos en un túnel dispuesto transversalmente en el buque por debajo de la línea de flotación. En el túnel va colocada una hélice.

Su función es impulsar el buque transversalmente para realizar maniobras a baja velocidad, como podría ser el atraque del buque al muelle.

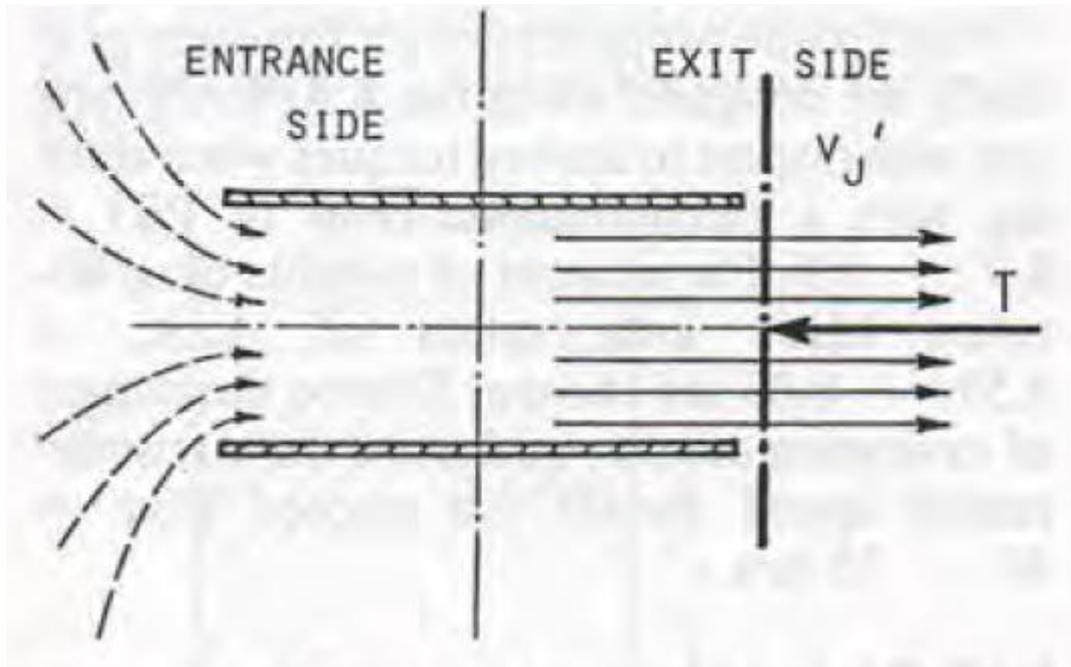


Figura 2-2: Jet thruster.

El agua entra por un lado del túnel y sale por el otro provocando el empuje hacia la zona en que se absorbe el fluido.

Dependiendo de la misión y características del buque, éste podrá disponer de hélices transversales solo a proa o también a popa.

- Propulsores transversales mediante bombeo (Pump thrusters). En términos de diseño, la diferencia entre este tipo de propulsión transversal y la anterior es que la anterior (jet thruster) trabaja a baja presión y con una bomba axial que trabaja a un número alto de revoluciones, en cambio en este tipo de propulsión la propulsión se consigue gracias a su alta presión, reduciendo el área de la sección del tubo. Este tipo de propulsión se utiliza en buques cuyo calado es reducido debido a que el uso de este tipo de bombas trabaja mejor que las anteriores en estas condiciones. En este tipo de propulsión, en la mayoría de los casos de buques pequeños, se pasa de una disposición axial de la hélice a una turbo-bomba o bomba centrífuga.



Figura 2-3: Pump thruster.

- Maniobra con los propulsores principales a velocidad reducida. A bajas velocidades hay casos en los que se pueden aprovechar los propulsores principales (hélices de popa) para deslizar el buque transversalmente. A velocidad cero o velocidad reducida, con la combinación de las dos hélices principales (en caso de que las tenga) se podría hacer virar el buque (aunque la maniobra sería más lenta y costosa que utilizando cualquiera de los dispositivos anteriores).

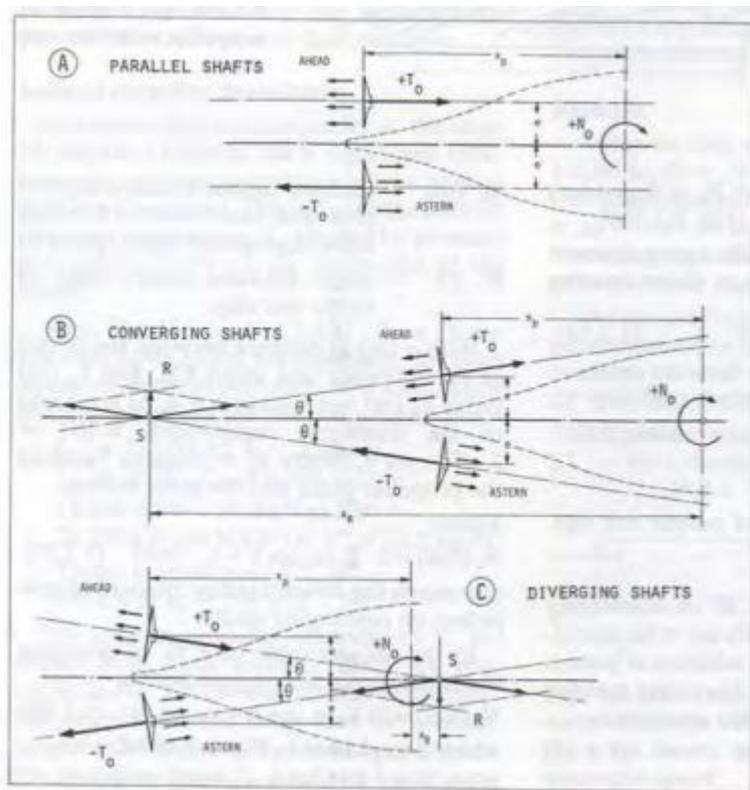


Figura 2-4: Maniobra con propulsión principal a baja velocidad.

- Propulsores azimutales (rudder propellers). Estos tipos de propulsores consisten en propulsores azimutales, es decir, hélices en la popa del buque con la misión de propulsar el buque pero que a la misma vez pueden girar sobre su eje vertical. Esto permite poder dirigir la dirección de impulso de la hélice ya que la hélice actúa de timón a la misma vez que propulsor. Es lógico, que buques que dispongan de hélices azimutales carezcan de timón.

Los propulsores azimutales pueden ser de dos tipos:

- Mecánicos: En cuyo caso un sistema de transmisiones transmite el movimiento desde la cámara de maquinas a la hélice.
- Eléctrico: En este caso es el propio motor eléctrico el que directamente impulsa a la hélice, estando éste colocado a proa o popa de la hélice. En este caso, el motor eléctrico será alimentado por grupos electrógenos alojados en la cámara de maquinas.

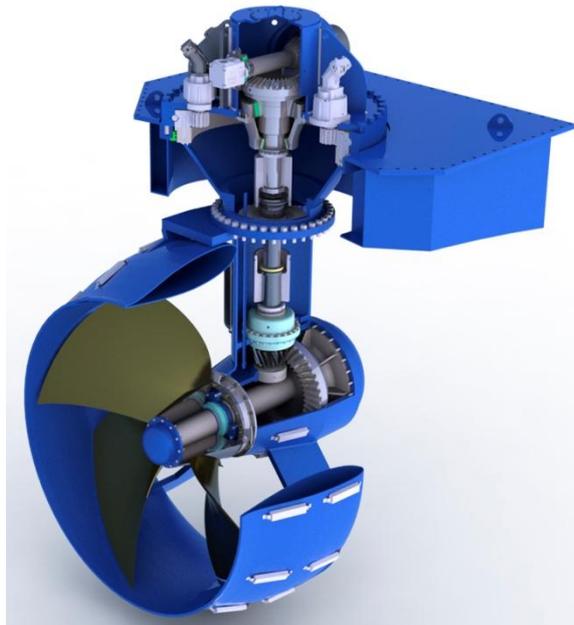


Figura 2-5: Propulsor acimutal.

- Propulsor con tobera direccionada (Stering nozzles). En este caso el propulsor se encuentra dentro de una tobera (para aumentar el empuje a baja velocidad) teniendo a popa una pala que dirigirá el flujo como si de un timón se tratara. Este tipo de propulsión es típica de buques tipo remolcadores.



Figura 2-6: Steering nozzle.

- Propulsión Voith Schneider: Este tipo de propulsión consiste en una placa giratoria por debajo de la embarcación con un conjunto de álabes verticales de perfil hidrodinámico que pueden cambiar de orientación girando individualmente sobre su propio eje vertical. El conjunto de álabes verticales es comandado por un mecanismo interno que los orienta haciendo que en conjunto provean empuje en cualquier dirección deseada (esto permite que el buque tenga una grandísima maniobrabilidad casi instantánea). El ángulo de incidencia de cada pala varía a lo largo de la rotación de la placa madre conductora. Para cambiar la orientación del empuje, el propulsor solo tiene que cambiar la configuración en la orientación de los álabes verticales, pero el sentido de giro de las palas seguirá siendo el mismo.



Figura 2-7: Voith Schneider.

2.1.2. SISTEMAS DE CONTROL PASIVOS

Cuando hablamos de sistemas de control pasivos para dirigir el rumbo del buque y garantizar la buena maniobrabilidad del mismo, el sistema fundamental desde el punto de vista hidrodinámico es el control del buque mediante un timón.

Se cree que los sistemas de timón central, que es el que conocemos hoy en día, fue inventado y desarrollado por las civilizaciones escandinavas. Estas civilizaciones comenzaron a añadir un timón de madera en el centro de la popa de sus enormes embarcaciones, conocidas como drakka, que se caracterizaban por tener una proa con forma de dragón y navegaban en las aguas del tormentoso atlántico norte. Luego este sistema fue adaptado en el sur de Europa, en el siglo XII en reemplazo de los antiguos remos y sistemas que presentaban muchas menos ventajas.

Este sistema de control será desarrollado en profundidad a lo largo de este trabajo.

2.2. SISTEMA DE CONTROL MEDIANTE EL USO DE TIMONES

Los timones son hydrofoils (palas con forma de perfil hidrodinámico) que pivotan sobre un eje vertical. Estos normalmente van situados en la zona de popa detrás del propulsor (hélice) para producir una fuerza transversal (al dar ángulo de ataque al timón) de manera que se produce un momento torsor sobre el centro de gravedad del buque haciéndolo virar. Los timones fuera del flujo de la hélice son inefectivos en buques de velocidad reducida.

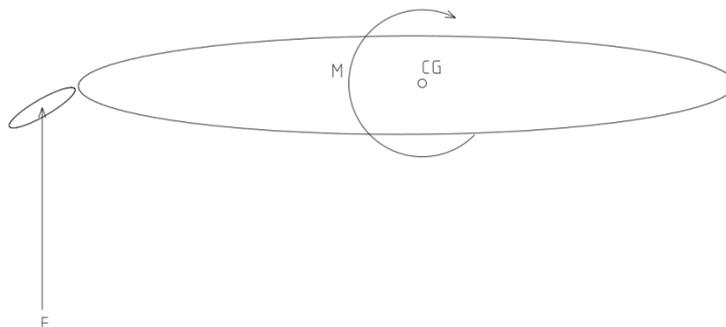


Figura 2-8: Momento torsor producido en el buque.

Como bien se dijo anteriormente, la efectividad del timón es directamente proporcional a la velocidad del buque. Esto es debido a que a mayor velocidad del buque mayor es la velocidad del flujo de entrada en el timón (perfil) por tanto mayor es la sustentación del mismo. Por este motivo, también, el timón es más efectivo si se encuentra detrás de la hélice, ya que el flujo es mayor en esta zona y por tanto la sustentación también será mayor. Sobre este tema se hablará con más detalle en el capítulo siguiente.

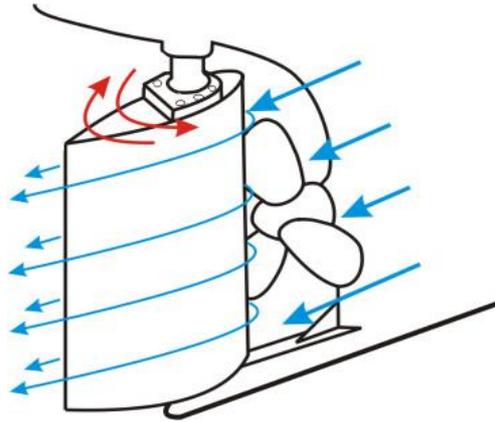


Figura 2-9: Flujo alrededor de la pala del timón.

El diseño de timón debe reunir las siguientes características:

1. Ser de un diseño hidrodinámico eficaz.
2. Ser resistente.
3. Estar aislado eléctricamente del casco.
4. Ser estanco.
5. Ser fácilmente desmontable.

2.2.1. TIPOS DE PERFILES

Para conseguir la mayor sustentación reduciendo lo máximo posible la resistencia del buque, el timón adquiere forma hidrodinámica, es decir, este adquiere forma a lo largo de su altura de perfil hidrodinámico. Cuando hablamos de timones, debido a que el buque tiene que virar a ambos lados de manera idéntica, el perfil a de ser simétrico (aunque existen excepciones).

Dependiendo del tipo de buque, características, maniobras a realizar, etc. es preferible utilizar un tipo u otro ya que no todos se comportan de la misma forma.

En principio parece lógico utilizar el perfil que menos resistencia ofrezca al avance del buque y que nos proporcione una fuerza mayor a la hora de virar el buque pero esto no siempre es posible. Factores como la velocidad del flujo de la hélice, maniobrabilidad del buque, estructura del timón, formas de popa del buque, etc. deberían de considerarse, ya que no todos los perfiles funcionan de la misma manera y fenómenos como la cavitación o el desprendimiento del flujo podrían aparecer tras una mala elección provocando vibraciones, mal comportamiento del buque, corrosión, rotura de equipos, etc. a bordo del buque.

En la siguiente tabla se muestran los tipos de perfiles más utilizados actualmente en buques:

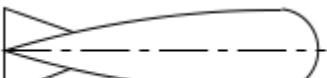
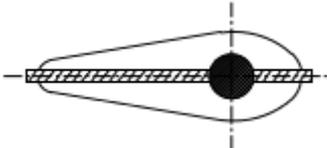
<u>TIPO DE PERFIL</u>	<u>GEOMETRIA</u>
NACA 00 - Goettingen	
Hollow	
Flat side	
High lift	
Fish tail	
Single plate	

Figura 2-10: Perfiles típicos navales

Actualmente, uno de los perfiles más utilizados es el tipo NACA 00. Este perfil, siendo simétrico, ofrece un gran comportamiento hidrodinámico además de mayor facilidad de elaboración (desde un punto de vista estructural) y una buena situación de la mecha (30% de la cuerda, máximo espesor).

Por las razones explicadas anteriormente este tipo de perfil será el utilizado a lo largo del estudio. Por tanto a continuación se hará una resumida descripción sobre los principales parámetros que lo forman y la manera de trazarlo.

Este perfil viene definido por dos parámetros:

- La cuerda: Se puede definir la cuerda como la distancia longitudinal del perfil.
- El espesor: Se puede definir el espesor como el ancho del perfil a lo largo de la cuerda.

Todos los perfiles tipo NACA pueden ser obtenidos a partir de la siguiente ecuación en función de la posición de la cuerda en que nos encontremos:

$$y = \pm 0.5(A\sqrt{x} + Bx - Cx^2 + Dx^3 + Ex^4)$$

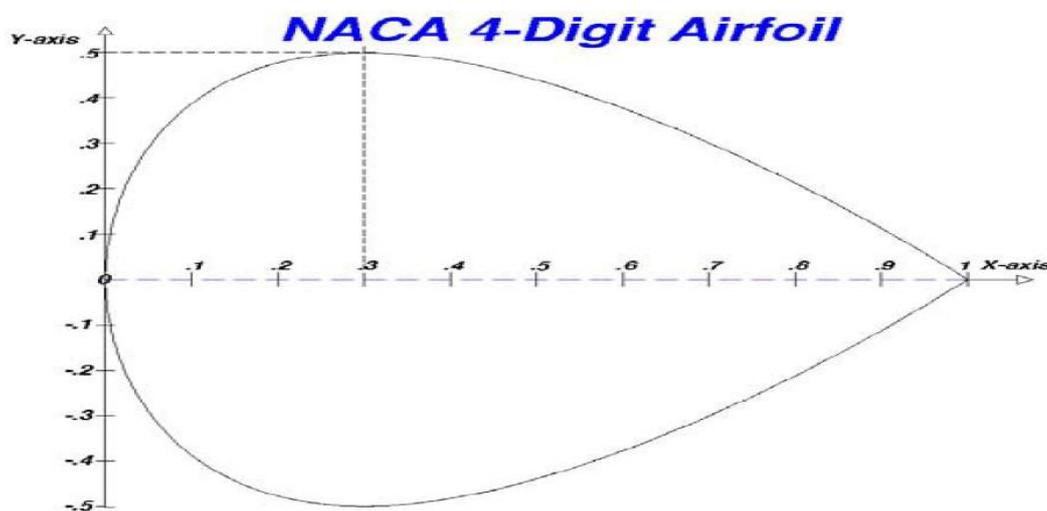


Figura 2-11: Desarrollo NACA 00 (1)

Donde los valores de las constantes son los siguientes:

$$\begin{aligned} A &= 0.2969 \\ B &= -0.1260 \\ C &= -0.3516 \\ D &= 0.2843 \\ E &= -0.1015 \end{aligned}$$

De esta manera, en todos los perfiles tipo NACA el máximo espesor del perfil se halla al 30% de la cuerda. Según la relación entre el espesor del perfil y la cuerda, seguido del nombre del perfil se adjuntarán dos dígitos indicando la relación de espesor de éste. Si por ejemplo el espesor del perfil es el 15% de la cuerda, se estará hablando de una NACA 15.

De esta manera para obtener el perfil deseado bastará con dibujar el perfil mediante la expresión anterior y escalarlo para la cuerda y el espesor deseado.

Otra manera de trazar el perfil es como se indica en la figura de la página siguiente. Mediante esta figura basta con entrar con el espesor máximo deseado y multiplicar por el coeficiente que se indica para cada situación en cada cuerda. De esta manera se traza el contorno del perfil de forma similar al método empleado anteriormente.

Además se puede definir el radio del borde de ataque mediante la siguiente expresión:

$$R = 4.4 \frac{t^2}{c} \quad (1)$$

Así quedaría definida en su totalidad la geometría del perfil.

El utilizar una u otra forma a la hora de realizar su trazado es indiferente ya que las dos son equivalentes.

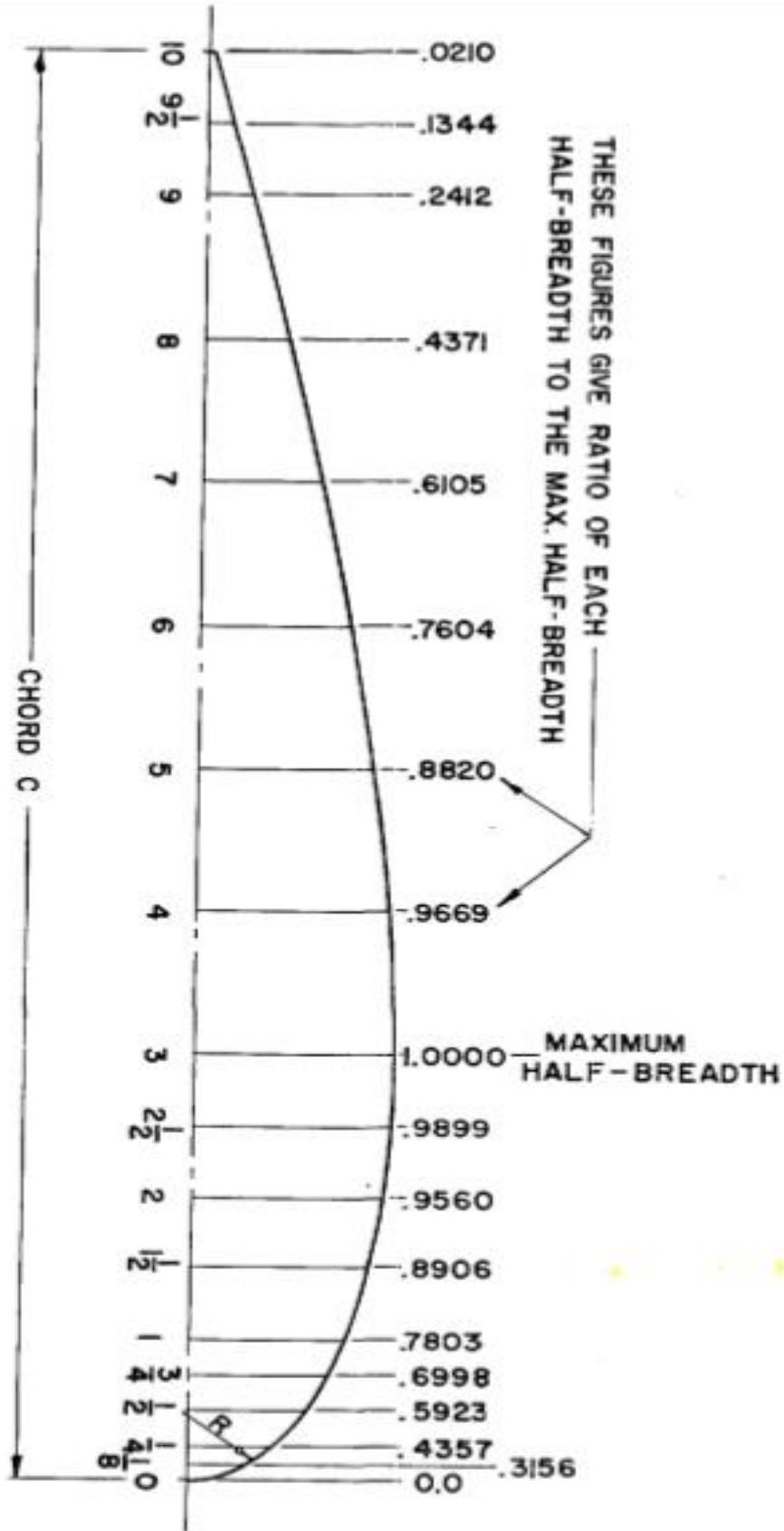


Figura 2-12: Desarrollo NACA 00 (2)

2.2.2. TIPOS DE TIMONES

Otro de los factores a tener en cuenta a la hora de hablar del sistema de gobierno (pasivo) son los tipos de timones que se pueden instalar en función de su geometría e instalación en el buque.

Según la situación de la mecha, podemos distinguir dos tipos de timones:

- Ordinario: Cuando toda la pala esta a popa del eje de giro.
- Compensados: Cuando la pala esta a ambas partes del eje giro.
- Semi-compensados: Cuando el eje de giro está entre los dos anteriores.

Según su instalación a bordo, se pueden clasificar en tres tipos:

- Timones de espejo: son aquellos que prolongan la eslora del casco y, como su nombre indica, van sujetos al espejo de popa o en el perfil de las popas cerradas o popas noruegas. Estos timones tienen la ventaja de ser fácilmente desmontables (siendo su reparación sencilla).
- Timones de espada o colgados (Spade rudder): son aquellos que se soportan desde un punto y atraviesan todo el casco. Normalmente son de funcionamiento más suave, con una eficacia con respecto a los anteriores superior. Hidrodinámicamente son la mejor solución aunque requiere un diámetro de la mecha mayor debido a que en el cojinete inferior se producen esfuerzos de flexión y cizalla formidables.
- Timones balanceados o de codaste (Balanced rudder): El codaste es una pieza fija al casco e hidrodinámicamente compatible con la pala. En este caso, el codaste sujeta al timón por su parte baja (tintero). Este conjunto es muy resistente pero su reparación es más costosa (si hubiera deformación del codaste).
- Timones semi-balanceados (Horn rudder): Este tipo de timón es un timón tipo espada reforzado con una pieza que va sujeta al casco en torno a su altura media. En este tipo de timones el área de la pala se ve reducida por el refuerzo, siendo necesario estudiar la pala en dos partes para calcular las fuerzas hidrodinámicas, pero en contrapartida el

momento flector en el cojinete inferior se reduce considerablemente pudiendo colocar una mecha de menor diámetro.

- Timones con Flap (Flapped rudder): Un timón con flap o aleta móvil, es un timón compensado, con el eje de giro más a popa que los timones convencionales, y dotado de un flap o aleta móvil en su extremo de popa. El flap adopta un ángulo doble del girado por el timón principal por medio de una articulación relativamente sencilla montada sobre una estructura fija al casco de la pala, lo que permite cambiar la dirección del chorro de la hélice hasta 90° .

En la siguiente figura se muestra el aspecto de cada uno de los timones descritos anteriormente:



Timón de espada



Timón de codaste



Timón con flap



Timón tipo Horn



Timón de espejo

Figura 2-13: Tipos de timones.

A lo largo de este trabajo se centrará la atención en los timones tipo espada. Estos timones son los que mejor comportamiento hidrodinámico poseen (despreciando los timones con flap a bajas velocidades) pero en contrapartida es el tipo de timón que posee más dificultades a la hora de dimensionar la mecha y los soportes debido a las grandes reacciones en los cojinetes.

A continuación se citan los principales componentes que forman parte del sistema de gobierno mediante un timón tipo espada:

- Mecha del timón (Rudder stock): La mecha es el elemento que soporta el timón y lo hace rotar. El timón es alojado en la mecha mediante un sistema cónico con chaveta. El servo hace rotar la mecha y esta a su vez hace virar el timón. Ésta pasa a través del casco asegurando la estanqueidad mediante un sistema de obturadores.
- Cruceta (Tiller): Es el elemento mediante el cual el servo transmite el par torsor a la mecha. Dependiendo del tipo de servo la cruceta tendrá una u otra forma e incluso podrá desaparecer en el caso de tratarse de un servo rotativo.
- Aros de empaquetadura (Packing rings): Los aros de empaquetadura consisten en unos aros alojados en la parte alta de la mecha, normalmente de un material elástico, adaptados herméticamente a la mecha y al tronco y evitando la entrada de cualquier partícula o fluido entre el tronco y la mecha. Otra forma de denominar a estos aros es con el nombre de arillo torico.
- Línea del casco por la mecha del timón (Line of shell in way of rudder): Es la línea del forro del casco (sección longitudinal) por la cual la mecha atraviesa éste.
- Barquilla (Rudder stool): Es la estructura fija que existe entre el casco y la parte alta del timón. Esta zona, normalmente tiene forma hidrodinámica, siendo en algunos casos la continuación del timón (con el mismo perfil hidrodinámico) hasta el casco. Si no existiera esta separación, el timón podría tocar con el casco al virar e incluso podría tener como consecuencia tener que elevar la altura del local del servo o

el diámetro de la mecha para que esta pudiera aguantar los esfuerzos a los que está sometida.

- Núcleo (Hub): Se denomina núcleo a la pieza de acero fundido integrada en la zona alta del timón en la cual penetra la mecha. Esta pieza es el refuerzo que transmite las cargas existentes entre la mecha y la pala.
- Tronco de la mecha del timón (Rudder stock trunk): Se denomina tronco al cilindro donde se aloja la mecha y que contiene el cojinete inferior, el obturador, los aros de empaquetadura, etc. y en algunos casos el cojinete superior. Este elemento no siempre se instala pero es aconsejable ya que evita problemas de alineación entre cojinetes y facilita la instalación a bordo del buque. De esta manera, el conjunto se instala como un “todo” sin necesidad de manipular la estructura para alojar todos los elementos que contiene el tronco.
- Chaveta (Torque key): Esta pieza se aloja en la parte cónica inferior de la mecha. Se encarga de transmitir el par de la mecha a la pala o mejor dicho, ayuda a transmitir el par (ya que al ser la mecha cónica esta se encuentra insertada en el núcleo transmitiendo par por fricción). Se dimensiona para transmitir todo el par hidrodinámico calculado.
- Chaveta para aguantar la cuña (Retainer key): Es una chaveta alojada en la parte más baja de la mecha y se encarga de evitar que la cuña descienda. Actualmente se está dejando de utilizar este sistema utilizándose una tuerca hidráulica y colocando un pasador para evitar que se afloje.
- Pala del timón (Rudder blade): Se denomina pala del timón a la superficie de control que sirve para dirigir el rumbo del buque.
- Cojinete superior (Upper bearing): Es el dispositivo que soporta la fuerza radial de la mecha y la transmite a la estructura del buque permitiendo que ésta pueda girar libremente. En este caso hace referencia al cojinete superior. Algunos tipos de cojinetes, para buques pequeños, están diseñados para soportar la fuerza axial debida al peso de la mecha y la pala. En buques grandes esta fuerza es soportada por el carrier (cojinete de fricción). El cojinete superior puede ser de bolillos (más común) o de fricción.

En sistemas de gobierno donde se instala un servo de tipo rotativo es el propio servo el que actúa como cojinete y a menudo como carrier, por lo que éste desaparece.

- Cojinete inferior (Lower bearing): Es el dispositivo que soporta la fuerza radial de la mecha y la transmite a la estructura del buque permitiendo que ésta pueda girar libremente. En este caso hace referencia al cojinete inferior. En este tipo de timones la reacción en el cojinete inferior es muy superior a la del cojinete superior por lo que este es de una dimensión mayor. El cojinete inferior normalmente es de fricción, aunque puede darse el caso de disponer un cojinete de bolillos.
- Cuña de apriete del timón (Keeper keyway): Consiste en una cuña cuya misión es ejercer presión entre el núcleo y la mecha de manera que la mecha quede insertada en el núcleo. Actualmente la tendencia es instalar tuercas hidráulicas.
- Obturador (Seal): Es el dispositivo que evita la entrada de agua al interior del buque.
- Servo (Actuator): Es el dispositivo encargado de generar el par y de transmitirlo a la mecha. En buques de mediano porte y grandes es siempre hidráulico aunque podemos distinguir varios tipos:
 - Dos cilindros o cuatro hidráulicos acoplados a la mecha directamente mediante la cruceta.
 - Un solo cilindro acoplado a la cruceta mediante una corredera o dos en caso de redundancia.
 - Un servo rotativo acoplado directamente sobre la mecha. En este caso el servo puede actuar de cojinete superior y de carrier.



Figura 2-14: Tipos de servo.

(Estos son los tipos de servo más comunes aunque existen más tipos)

- Unidad hidráulica (Power unit): Es la unidad encargada de hacer fluir y dar presión al hidráulico para mover el servo. La unidad hidráulica suele consistir en dos motores eléctricos que mueven dos bombas hidráulicas.
- Tanque de aceite (oil tank): Tanque donde se aloja el aceite hidráulico.
- Sistema de control: Sistema de control para controlar la unidad hidráulica y con ello todo el sistema de gobierno. Este sistema no solo se queda en el local del servo, sino que el sistema debe de poder controlarse además desde la sala de control y desde el puente, por lo que está integrado en el buque.
- Bomba manual: Se dispone además de una bomba manual para poder controlar el servo manualmente en caso de que fallaran las unidades de potencia.

(El servo, la unidad hidráulica, el sistema de control y los tanques de aceite hidráulicos deben de estar redundados o poder operar de manera alternativa para que en caso de fallo el buque no se quede sin el sistema de gobierno).

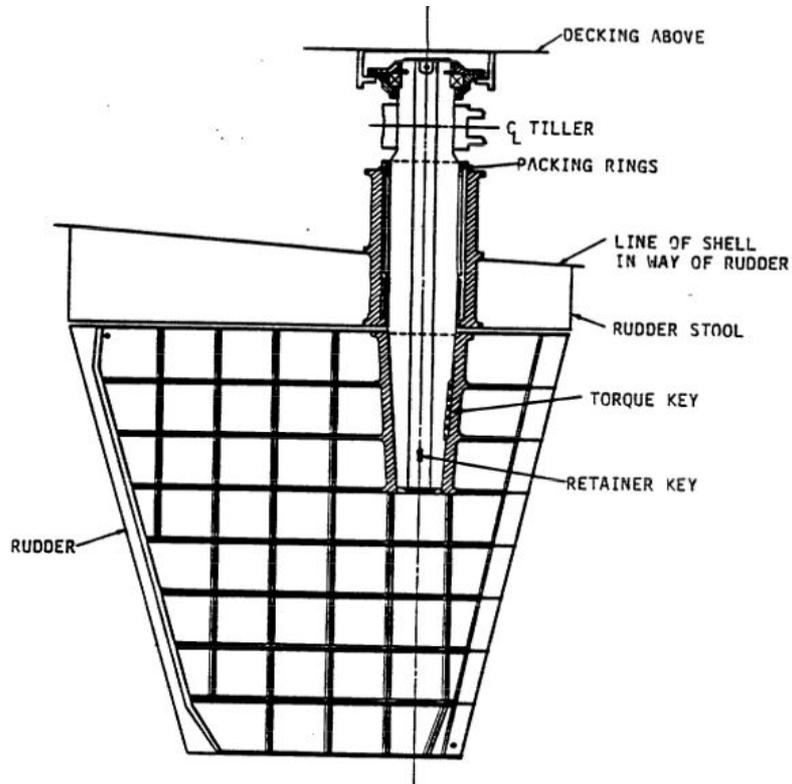


Figura 2-15: Componentes timón tipo espada

2.2.3. PARAMETROS DE LA PALA

Una vez conocidos los perfiles más comunes y los tipos de timones y los componentes del sistema de gobierno, el siguiente paso será definir los parámetros principales que determinan la forma del timón.

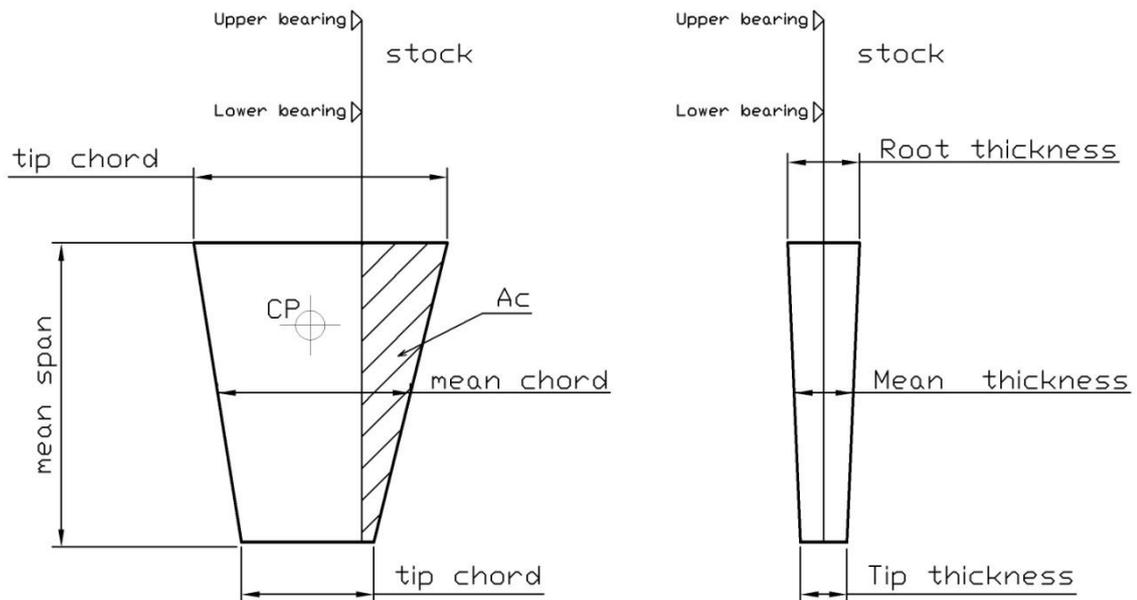


Figura 2-16: Parámetros de un timón

- Cuerda superior (root chord): Es la longitud del perfil en la parte superior del timón.
- Cuerda inferior (tip chord): Es la longitud del perfil en la parte inferior del timón.
- Cuerda media (mean chord): Es la longitud media del perfil, es decir, la longitud media obtenida de la cuerda superior y la inferior.

$$\text{Cuerda media} = \frac{\text{Cuerda superior} + \text{Cuerda inferior}}{2} \quad (2)$$

- **Altura media (mean span):** Es la altura media del timón. Al igual que la variación de la cuerda según la altura, el timón también puede su altura en función de la cuerda. En este caso, la altura media será la altura media de la altura más a proa y más a popa de la pala.

$$Altura\ media = \frac{Altura\ en\ la\ proa + Altura\ en\ la\ popa}{2} \quad (3)$$

- **Área del timón (Planform area):** Es el área proyectada sobre un plano de la pala del timón.
- **Área parte compensada (Area of rudder in the propeller slipstream):** Es el área proyectada sobre un plano de la parte de la pala a proa de la mecha del timón.
- **Relación de aspecto (Aspect ratio):** Es el parámetro que determina la similitud de la pala a un cuadrado. Este factor viene determinado por la siguiente relación:

$$aG = H^2 / A \quad (4)$$

- **Relación de afinamiento (Taper ratio):** Es el parámetro que determina cuanto difiere la forma de la pala de la de un cono. Este parámetro viene determinado por:

$$\lambda = \frac{cuerda\ inferior}{cuerda\ superior} \quad (5)$$

- **Centro de presión (Center of pressure):** Es el centro de actuación de las fuerzas hidrodinámicas que actúan sobre la pala.
- **Espesor máximo (Root thickness):** Corresponde al espesor máximo de la pala.
- **Espesor mínimo (Tip thickness):** Corresponde al espesor mínimo de la pala.

- Espesor medio (Mean thickness): Es el espesor medio de la pala, es decir, la media entre el espesor máximo y mínimo.

$$\text{Espesor medio} = \frac{\text{Espesor máximo} + \text{Espesor mínimo}}{2} \quad (6)$$

2.3. FACTORES A TENER EN CUENTA EN EL DIMENSIONAMIENTO DEL SISTEMA DE GOBIERNO

A lo largo de este apartado se hará una breve descripción sobre los principales puntos a tener en cuenta a la hora de llevar a cabo el dimensionamiento del sistema de gobierno del buque. En esta fase del proyecto tan solo se describirán muy brevemente ya que en los capítulos posteriores se verá con más detenimiento como influyen estos parámetros en el sistema de gobierno.

Considerado un timón tipo espada con dimensiones constantes variando solo los parámetros que no dependan de la forma de la pala:

- Variación de la posición en altura del timón: Hidrodinámicamente, cuanto más profundo vaya situado el timón, éste va a ser más eficiente. No cabe duda de que cuanto más alejados estemos del casco la velocidad del flujo va a ser mayor (arrastre del flujo por el casco) además de estar éste sometido a un mayor caudal procedente de la hélice (mejor comportamiento del timón). Por contrapartida la posición en altura del timón va a estar condicionada por dos factores:
 - Cama de lanzas del buque: Uno de los puntos a considerar a la hora de posicionar el timón en altura es situar éste de forma que pueda ser desmontado ante cualquier avería. Así, es importante considerar el dique donde se le van a efectuar las reparaciones al buque, la cama de lanzas, así como si la marea en ese lugar nos va a permitir elevar el buque la altura necesaria para que el conjunto mecha-timón o la pala (dependiendo de su montura) puedan ser desmontados.
 - Diámetro de la mecha: Cuanto más alejemos la pala del cojinete inferior el momento flector producido en el cojinete inferior aumentará provocando un aumento de la mecha para soportar la carga.

- Posición en el sentido transversal del conjunto: Es interesante como se ha dicho en apartados anteriores colocar la pala del timón detrás del flujo de la hélice. Como también se ha aludido, el comportamiento del timón debe de ser simétrico, por lo tanto lo ideal es colocar éste detrás de la hélice coincidiendo la el eje central del timón con el eje de la hélice.

Esto no siempre es posible ya que hay que considerar que la hélice tiene que poder desmontarse y poder sacar la línea de ejes. Esto nos deja dos opciones a la hora de diseñar la posición transversal del sistema de gobierno:

- Colocar el eje del timón con el eje de la hélice de manera que para desmontar la hélice haya que desmontar el timón.
- Colocar el timón desplazado a una banda para permitir el desmontaje de la hélice sin necesidad de manipular el sistema de gobierno.

Este problema solo surge en el caso de tener el mismo número de hélices que de timones dispuestos éstos detrás del flujo para aumentar la eficiencia.

- Posición longitudinal de la mecha con respecto a la pala: La posición de la pala con respecto a la mecha actúa directamente en el brazo de palanca producido por la pala y con ello en el par que tenga que desarrollar el servo para poder virar el timón.
- Distancia entre cojinetes: La distancia entre cojinetes es muy importante a la hora de dimensionar el sistema. Se puede considerar la mecha como una viga en apoyada sobre dos puntos en voladizo. Al variar esta distancia variarán las reacciones en los cojinetes y con ello la curva de momentos flectores y fuerzas cortantes influyendo notablemente en el diámetro de la mecha.
- Coeficientes de rozamiento de los cojinetes: La elección de los cojinetes influirá en el par calculado que tenga que desarrollar el servo para poder virar el timón. Se considera un coeficiente de rozamiento de 0,2 para un cojinete de fricción y un 0,01 para un cojinete de bolillos.

Considerando que variamos las formas del timón:

- Variación de la altura del timón: La variación de la altura del timón influye directamente en la altura del centro de presión. A mayor distancia del centro de presión al cojinete inferior mayor será la reacción y será necesario un mayor diámetro de la mecha.
- Variación de la cuerda: La variación de la cuerda influye directamente en la posición del centro de presión longitudinal. Esto influye directamente sobre el par que tenga que desarrollar el servo.

En capítulos posteriores se observará más detenidamente como influyen todos estos parámetros en los cálculos que se han de llevar a cabo para el cálculo del sistema de gobierno e incluso se harán ejemplos donde se ponga en práctica con detalle lo comentado en este apartado.

Capítulo 3. Maniobrabilidad del buque y condiciones del flujo

A lo largo de este capítulo se abordarán tres temas fundamentales:

- Comportamiento del casco-propulsor sobre la maniobrabilidad del buque. Se investigará sobre el área óptima, máximo ángulo de ataque de la pala y efectos del coeficiente de bloque sobre la maniobrabilidad del buque.
- Efectos del giro de la hélice sobre la pala del timón. Se mostrará como el área óptima del timón es influenciada también por la relación entre el CN/B , es decir, la relación entre el coeficiente de presión normal a la pala y la relación de aspecto, independientemente del casco del buque y de la profundidad a la que se encuentre la pala.
- Efectos del comportamiento de la pala del timón según su profundidad. Se verá como al reducir la profundidad de la pala, la presión normal sobre la misma disminuye, manteniéndose constante el par.

Para estudiar estos tres casos se abordará el estudio realizado en [6]. Este estudio se basa en la prueba de timones en un canal de experiencia para conocer su comportamiento en los casos citados anteriormente.

Una vez analizados los tres casos anteriores se desarrollará un método a partir del cual posteriormente poder simular la llegada del flujo a la superficie de la pala.

3.1. COMPORTAMIENTO DEL CASCO-PROPULSOR SOBRE LA MANIOBRABILIDAD

Existe muy poca información científica y datos técnicos sobre la maniobrabilidad y el giro del buque. Normalmente se tiene mucha dificultad a la hora de elegir el área de la pala para un buque determinado, por este motivo, con la ayuda de las pruebas realizadas en un canal, mediante el uso de modelos, se va a tener una idea del comportamiento del sistema de gobierno, así como una aproximación al área a elegir para la pala en función del tipo de buque y del comportamiento que se desee.

Para las pruebas se han usado tres tipos de cascos con la misma relación eslora/manga y manga/calado pero con distintos coeficientes de bloque (0.6, 0.7 y 0.8). Estos coeficientes representan tres cascos referidos a tres buques diferentes: alta velocidad, media velocidad y baja velocidad (buque mercante de alta velocidad, buque de carga general y súper-petrolero).

Cada modelo se ha probado con cinco tipos de timones variando la relación entre el área del timón y la eslora por el calado del buque ($A/([L*d])$). La relación de estos cinco modelos son: 1/80, 1/60, 1/50, 1/40 y 1/35 siendo la altura similar (9,8 cm) y diferentes las cuerdas de cada timón. Como resultado de esto, la relación de aspecto para cada timón también es diferente (2.24, 1.68, 1.40, 1.12 y 0.98. El perfil usado ha sido tipo NACA 0018 colocado al 33% del borde de ataque.

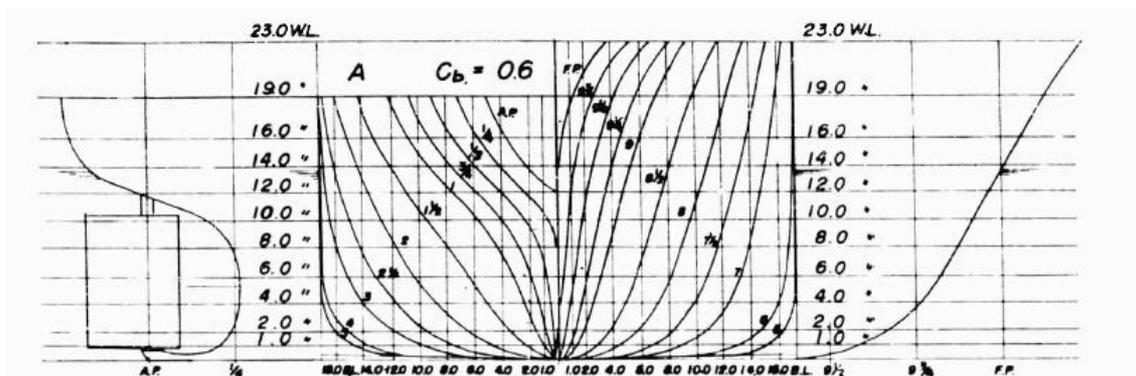


Figura 3-1: Ejemplo modelo (CB = 0.6)

Los propulsores usados para el experimento fueron SENPAKU SHIKENJYO N°. A4-40 con las características que se muestran en la siguiente tabla:

Diameter	100 mm
Boss ratio (núcleo/diámetro)	0.250
Pitch ratio (constante)	0.7, 0.8, 0.9
Expanded area ratio	0.4
Maximum blade width ratio	0.242
Blade thickness ratio	0.045
Rake	10 deg – 18 ft
Number of blade	4
Turning direction	Right-handed

Tabla 3-1: Características del propulsor del modelo.

En las pruebas, se usaron los cinco timones descritos anteriormente, para los flujos desarrollados por las tres hélices. El ángulo del timón, trimado y la dirección de giro de los modelos se fue cambiando como se muestra en la Tabla 3-1, obteniendo datos sobre el comportamiento de cada modelo.

Helm angle	10, 20, 30, 35, 40, 45 deg
Speed (Froude N°)	0.09 – 0.33
Trim	Aft trim, even keel, fore trim
Displacement	Light and full-loaded condition
Turning direction	To port and to starboard

Tabla 3-2: Características de pruebas.

Un punto a tener en cuenta es el viento. La dirección del viento y su fuerza influye más en un modelo a escala que en el buque real. Por este motivo durante las pruebas del canal se eliminaron los efectos del viento (de esta manera el giro del buque sería “completamente circular”).

En la siguiente figura se muestra el efecto que el viento tendría sobre el giro del buque:

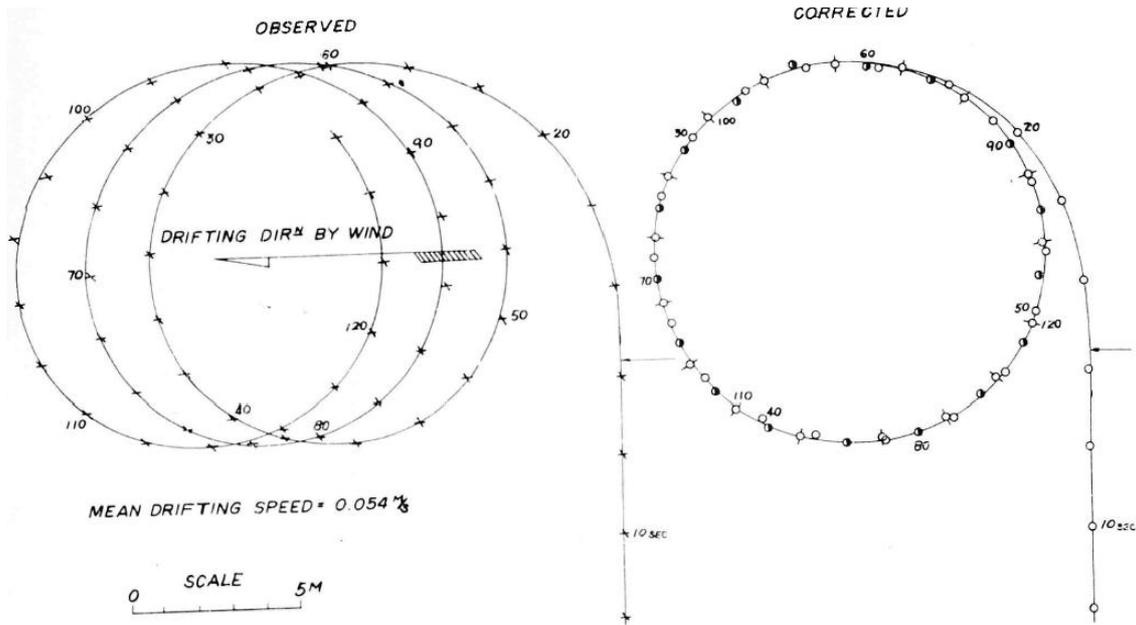


Figura 3-2: Efecto del viento sobre el giro del buque (modelo)

Para cada uno de los tres modelos con cada uno de los cinco timones, se ha dibujado la curva anterior variando el ángulo según la tabla anterior. Esto ha dado 15 curvas como la que se representa a continuación:

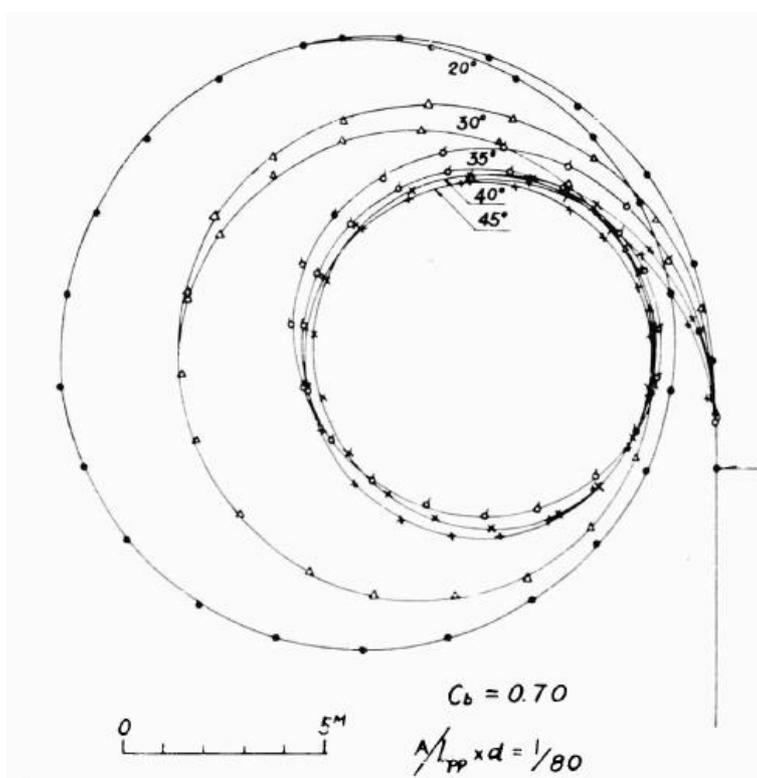


Figura 3-3: Ejemplo curva giro del buque ($CB=0.7$ y $A/L_{pp} = 1/80$)

Como resultado del estudio se puede representar el giro del buque según su coeficiente de bloque, la relación entre el área de la pala y el área de deriva y el radio de giro mediante la siguiente figura:

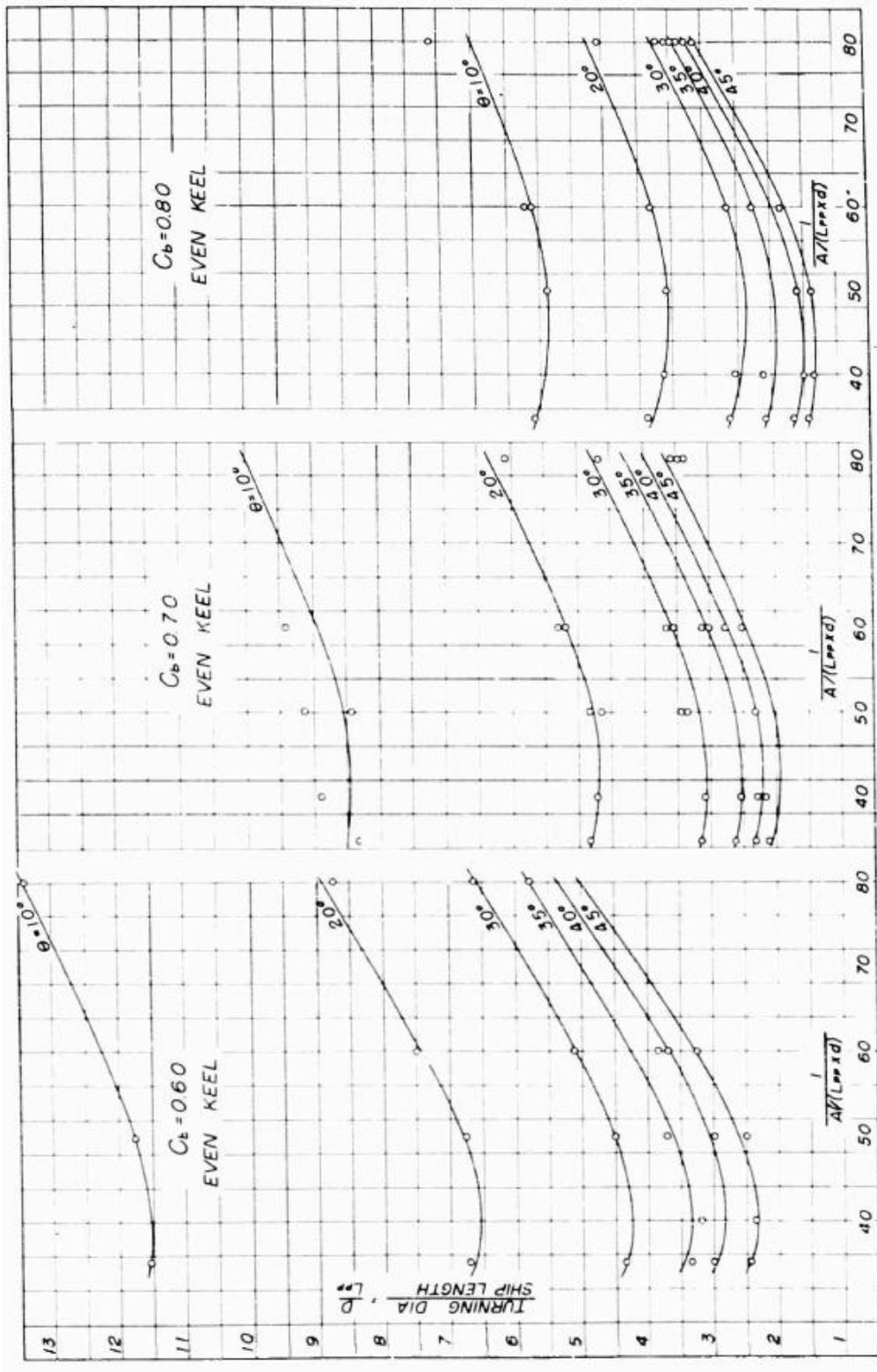


Figura 3-4: Radio de giro según área pala/área deriva y CB.

3.1.1. DISCURSIÓN DEL RESULTADO DE LOS EXPERIMENTOS

ÁREA DE LA PALA

El diámetro de giro del buque decrece considerablemente con el incremento del área de la pala del timón (entre valores comprendidos entre 1/80 y aproximadamente 1/50). A partir de $(A/(L*d))$ mayor de 1/45 el aumento de la pala del timón no tiene influencia en el comportamiento del buque. Este valor se considera el óptimo en este estudio. Por supuesto, esto depende de las formas del buque. Para el estudio realizado y contemplado en la figura anterior los valores óptimos se encuentran en torno a 1/40 para el buque A, 1/45 para el buque B y 1/50 para el buque C.

ÁNGULO DE ATAQUE DE LA PALA

Por otro lado, el diámetro de giro, decrece como se puede observar con el incremento del ángulo de ataque de la pala.

En la siguiente figura se puede observar como varía el radio de giro del buque con respecto al ángulo de ataque de la pala. Como se puede apreciar en el gráfico, para ángulos mayores de 45° el efecto del aumento del ángulo de ataque es con respecto a la disminución del radio de giro del buque es mínimo.

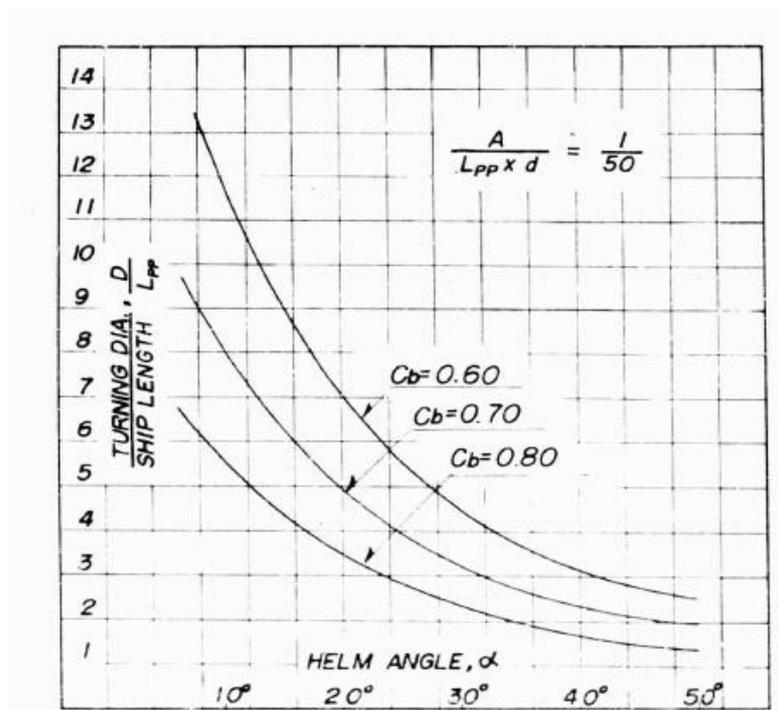


Figura 3-5: Ángulo de giro respecto al ángulo de ataque

Generalmente el ángulo de ataque del timón en buques está limitado a 35° a no ser que el buque requiera condiciones especiales de maniobrabilidad donde como se puede observar es más eficaz aumentar el ángulo de incidencia que aumentar el área del timón.

COEFICIENTE DE BLOQUE DEL BUQUE

Otro parámetro que condiciona el radio de giro es la forma del casco del buque. La relación entre el diámetro de giro y el coeficiente de bloque se muestra en la siguiente figura:

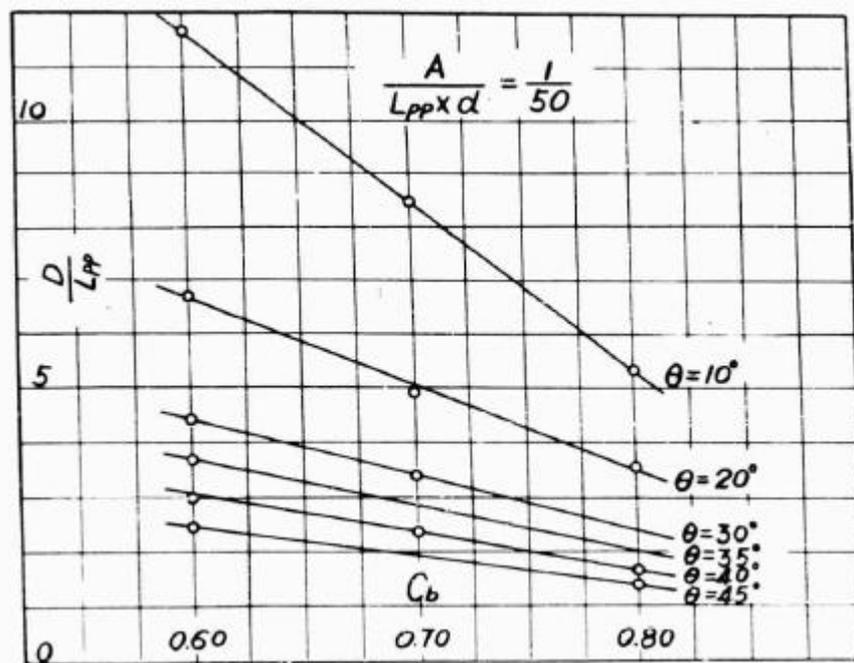


Figura 3-6: Relación radio de giro - CB

En esta figura se muestra la relación entre el coeficiente de bloque y el diámetro de giro para un timón dado (sin variar el área de la pala). Como se puede observar cuanto mayor es el coeficiente de bloque menor es el radio de giro del buque. Por un lado, al aumentar el coeficiente de bloque del buque, el arrastre del fluido provocado por el casco del buque aumenta mejorando el comportamiento del timón detrás del flujo de la hélice y por tanto mejorando la eficiencia.

Además, al aumentar el coeficiente de bloque del buque este posee formas menos afiladas, siendo más fácil variar el rumbo del mismo.

VARIACIÓN DEL TRIMADO

Otro factor a tener en cuenta para la variación del diámetro de giro del buque es la variación en el trimado. Para un mismo desplazamiento, se realizaron experimentos para los tres modelos de buques una relación $A/(L \cdot d)$ de 1/50 obteniendo que el radio de giro se ve enormemente influenciado por este parámetro. Para tener una idea, incrementando el trimado un 1% (+) el radio de giro aumenta sobre un 10%.

VELOCIDAD DEL BUQUE

Con respecto a la relación entre la velocidad y el radio de giro del buque no hay mucho que decir. La relación entre la velocidad del buque y el diámetro de giro obtenidos para los tres tipos de buques se muestran a continuación (obtenidos variando el número de Froude entre 0.09 a 0.30):

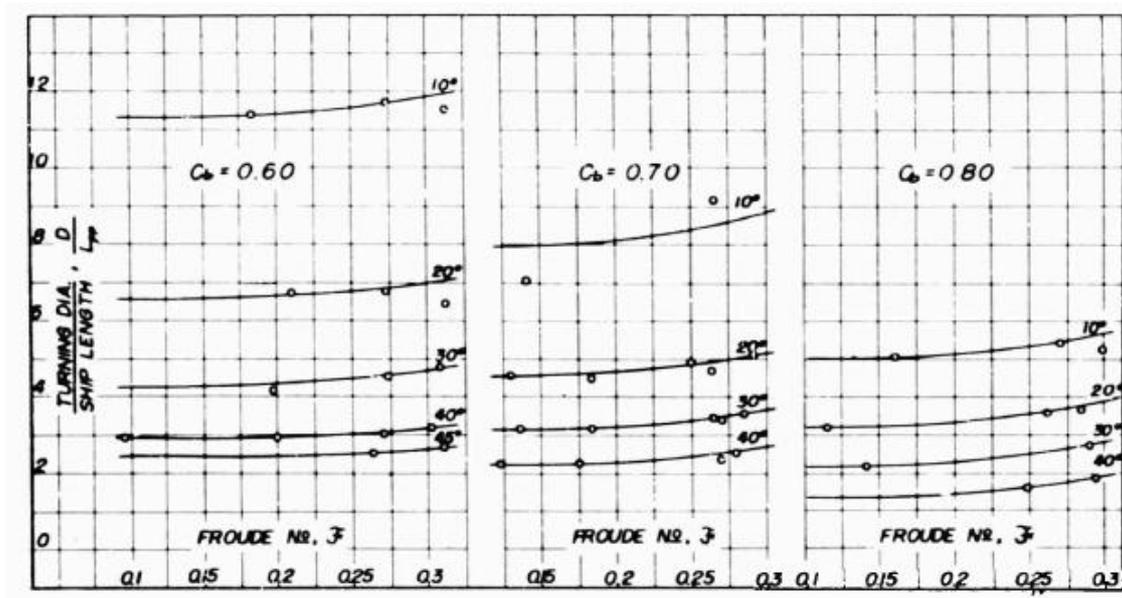


Figura 3-7: Relación radio de giro – Desplazamiento.

Como se puede observar, este factor afecta en menor medida al diámetro de giro del buque que los numerados anteriormente.

VARIACIÓN DEL DESPLAZAMIENTO

Por contrario, algo interesante será ver qué sucede variando el desplazamiento (sin variar el trimado del buque). Como se puede observar en la siguiente figura, al igual que sucede con la velocidad, el desplazamiento del buque apenas tiene influencia en el radio de giro del mismo.

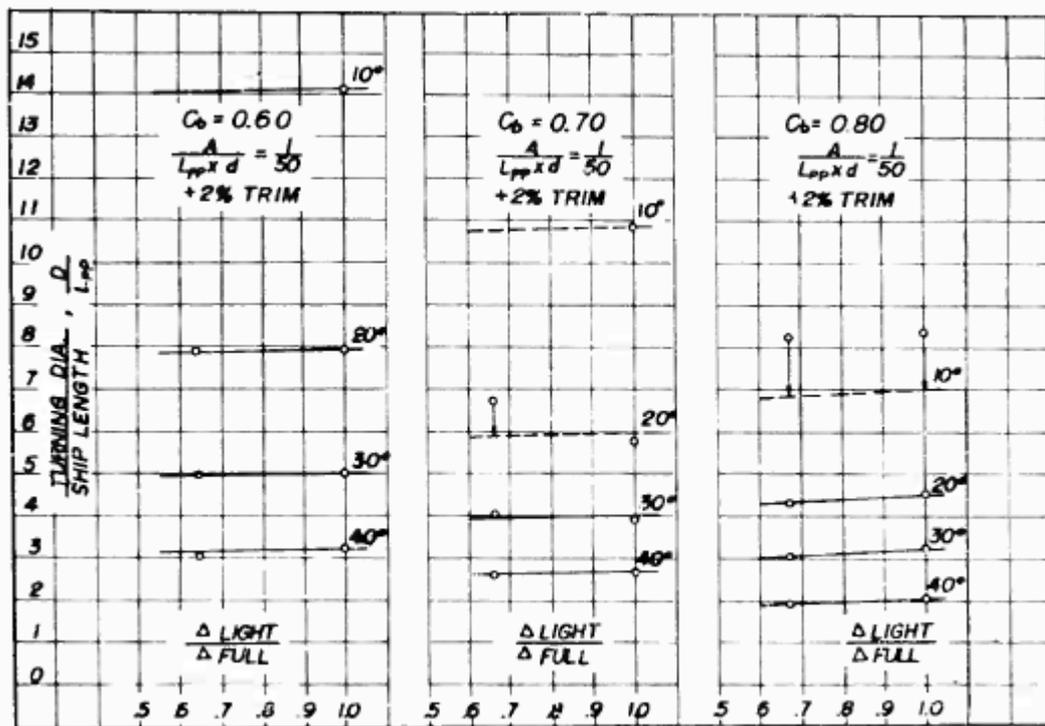


Figura 3-8: Relación radio de giro – Desplazamiento.

Como se podría intuir, al disminuir el calado del buque (menor desplazamiento) la relación entre $A/(L*d)$ aumentaría favoreciendo la disminución del radio de giro. La realidad es que esto sucede pero como bien se comentó anteriormente a su vez el arrastre del agua producida por el casco es menor y por tanto la eficiencia del timón tras la hélice también.

Esto provoca que el desplazamiento no tenga un papel importante en este tema.

REDUCCIÓN DE LA VELOCIDAD DEL BUQUE AL VIRAR

Otro aspecto a tener en cuenta en cuanto al diámetro de giro es la reducción de la velocidad del buque al virar. La relación entre la reducción de la velocidad y el diámetro de giro puede ser representada por una sola curva para los tres tipos de bues, independientemente del área de la pala del timón.

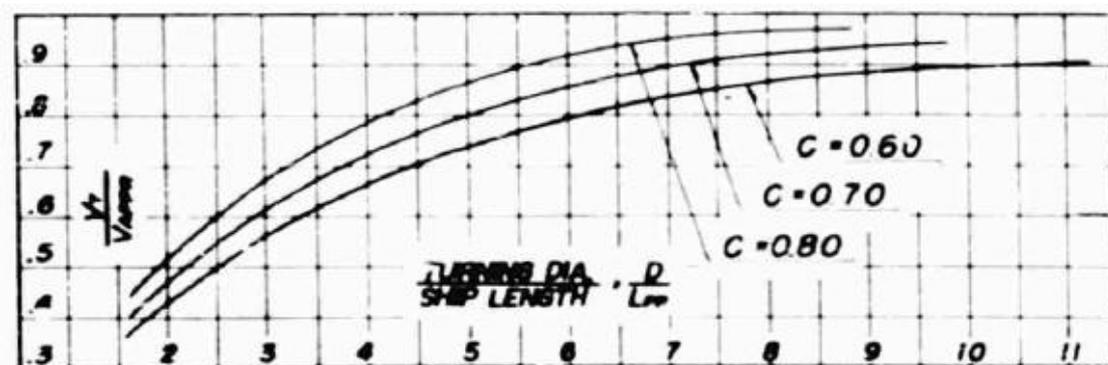


Figura 3-9: Relación Velocidad - Diámetro de giro – CB.

En esta figura, se puede observar que la reducción de la velocidad del buque es menor para buques con un mayor coeficiente de bloque.

GIRO A BABOR O ESTRIBOR

En buques con un solo timón y una sola hélice, un factor a tener en cuenta a la hora de estudiar el radio de giro del buque será los efectos producidos sobre la pala del timón por estar esta inmersa en un flujo no uniformemente distribuido.

Esto provocará que para un ángulo de ataque de 0° el buque tenga tendencia a desviarse hacia un lado y que el radio de giro sea menor a una banda que a otra (en torno a un 10% en algunos casos).

Este efecto será estudiado con más detalle posteriormente.

C

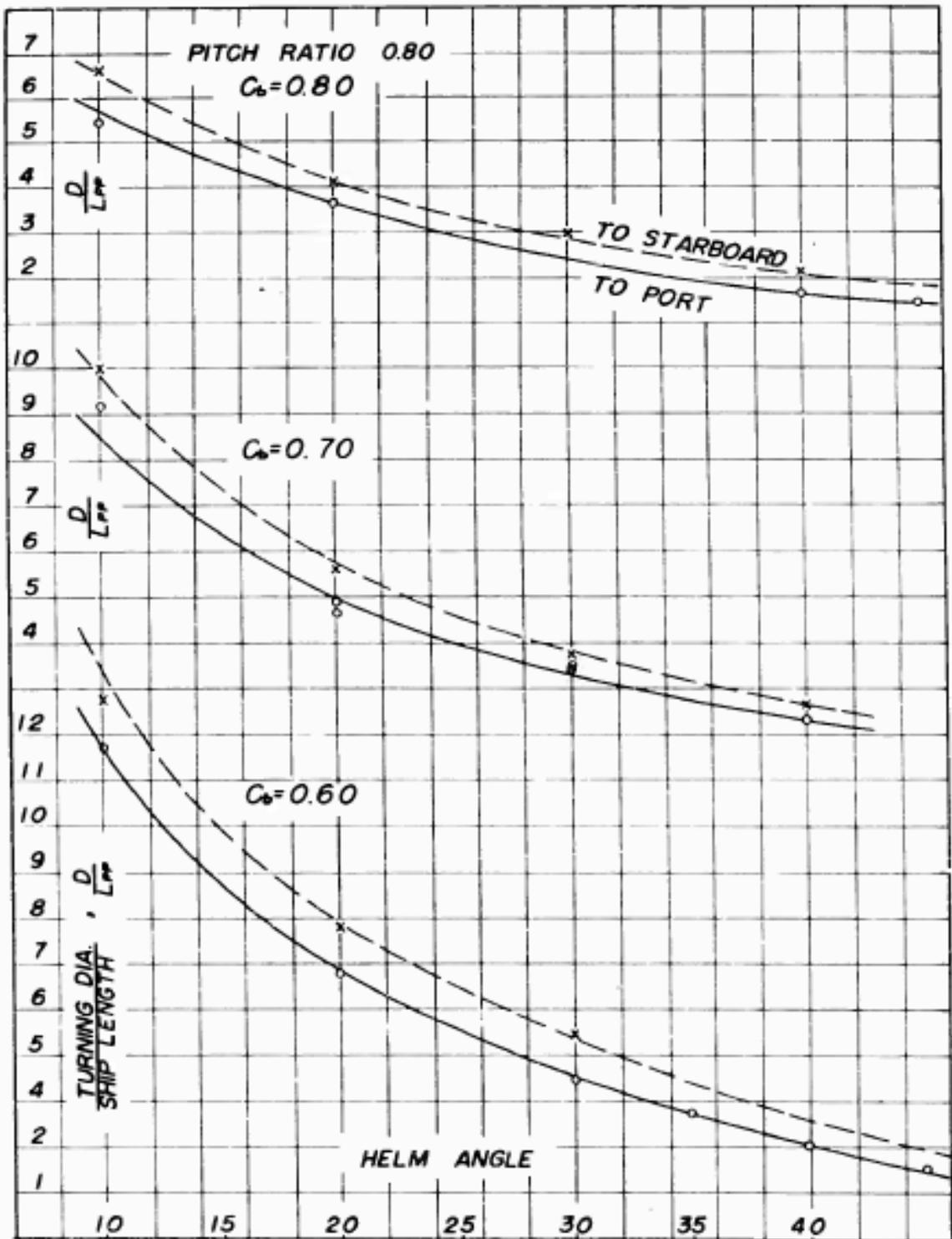


Figura 3-10: Comparación Babor - Estribor.

3.1.2. EFECTOS DEL FLUJO DEL PROPULSOR SOBRE EL COMPORTAMIENTO DEL TIMÓN

Para estudiar la interacción que tiene el flujo de la hélice con el timón se ha seguido estudiando el estudio realizado en el apartado anterior correspondiente a [6]. En este estudio se han mantenido las dimensiones dadas en el apartado anterior y se ha mantenido la cuerda superior a una profundidad de 10 cm en aguas libres. El comportamiento del timón se ha medido mediante un dinamómetro para diferentes grados de deslizamiento de la hélice (11%, 22%, 28% y 44%) variando las revoluciones de la hélice manteniendo el buque a una velocidad de avance constante 1.17 m/s.

También se ha considerado el caso de un 100% de deslizamiento de la hélice. El número de Reynolds en la experiencia es aproximadamente 1.0×10^{15} .

Como resultado del experimento se ha obtenido que la presión normal y la distancia entre el centro de presión y el borde de ataque de la pala varía en cada caso.

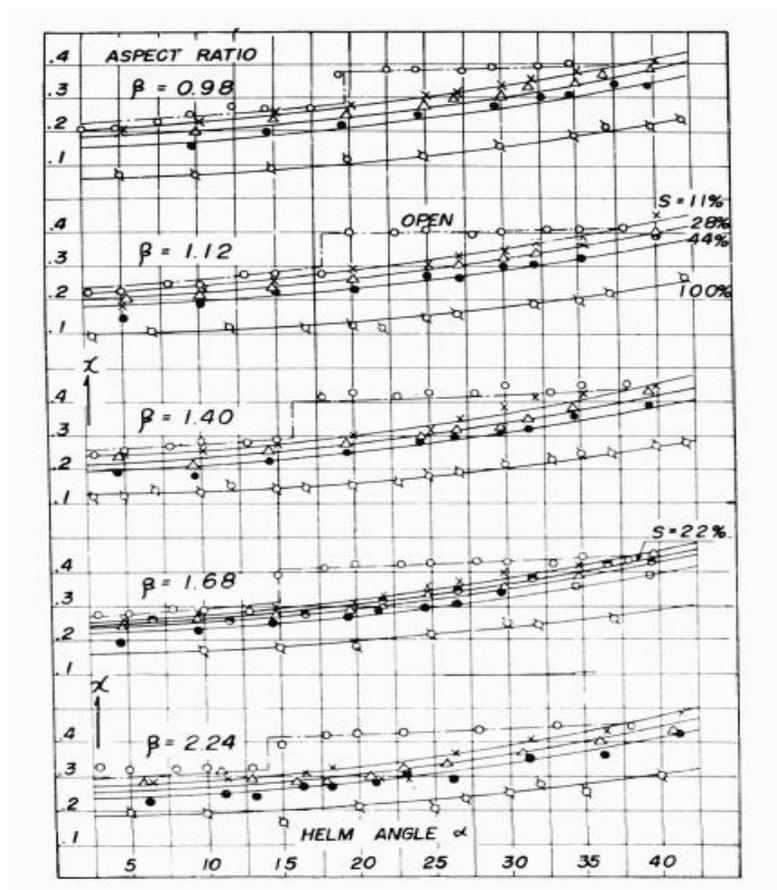


Figura 3-11: Variación del CP.

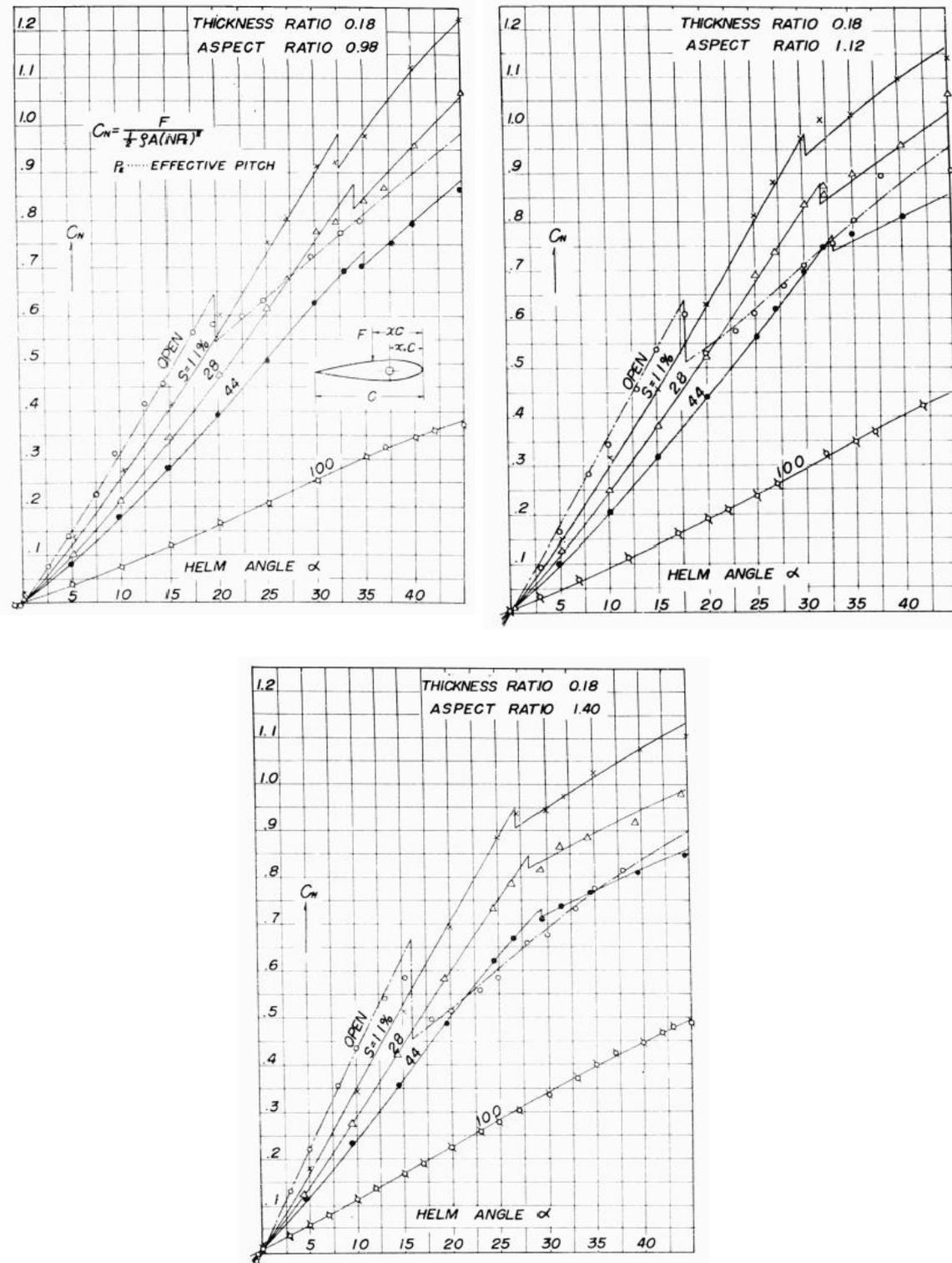


Figura 3-12: Variación del CN.

A continuación se estudiará caso a caso cada parámetro.

VARIACIÓN DEL COEFICIENTE DE PRESIÓN NORMAL

Debido al aumento del deslizamiento de la hélice el coeficiente de presión normal sobre la pala se reduce.

VARIACIÓN DEL CENTRO DE PRESIÓN

Se puede comprobar que la posición del centro de presión tiende a posicionarse más a proa cuanto más se incrementa el deslizamiento. En el caso del timón en aguas abiertas, la posición del centro de presión se encuentra situada a popa. Por el contrario, cuando la pala trabaja tras el flujo de la hélice tiende a variar hacía proa.

3.1.3. EFECTOS DE LA PROFUNDIDAD SOBRE LA PALA DEL TIMÓN

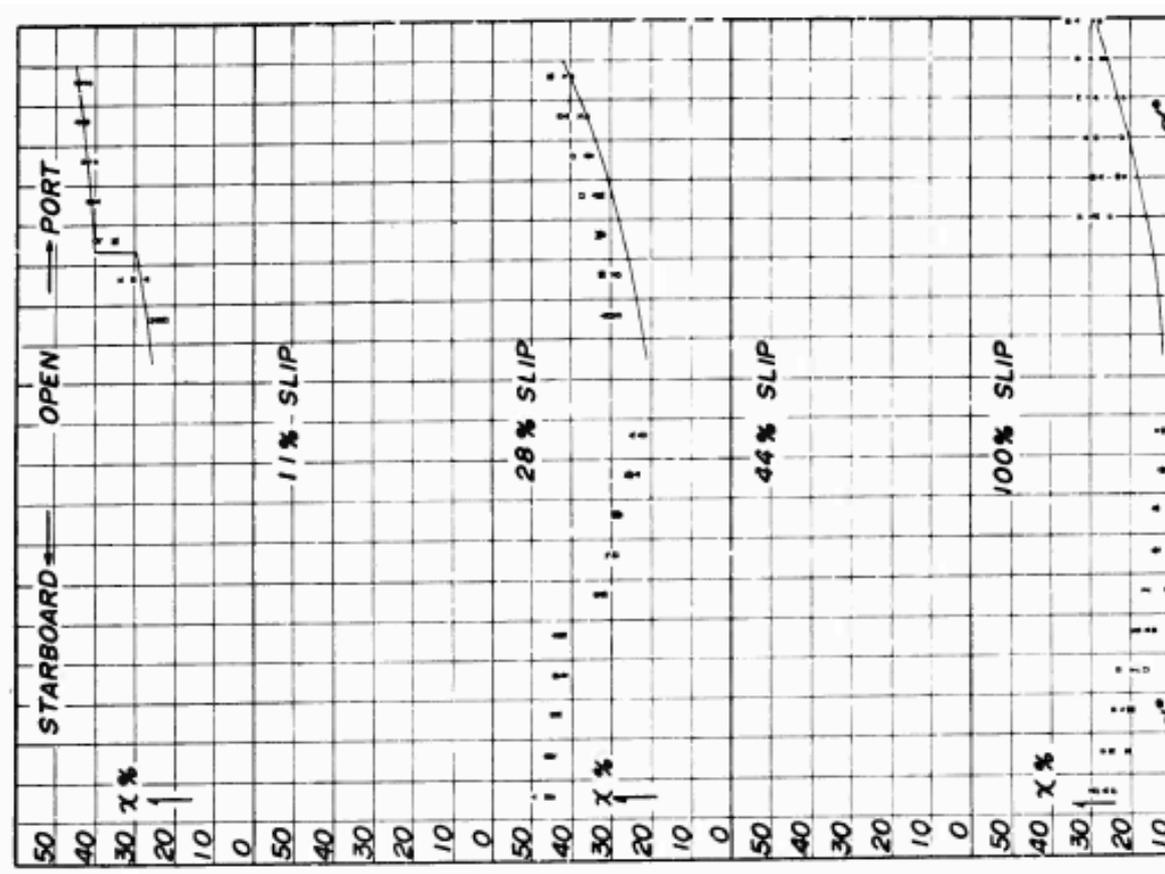
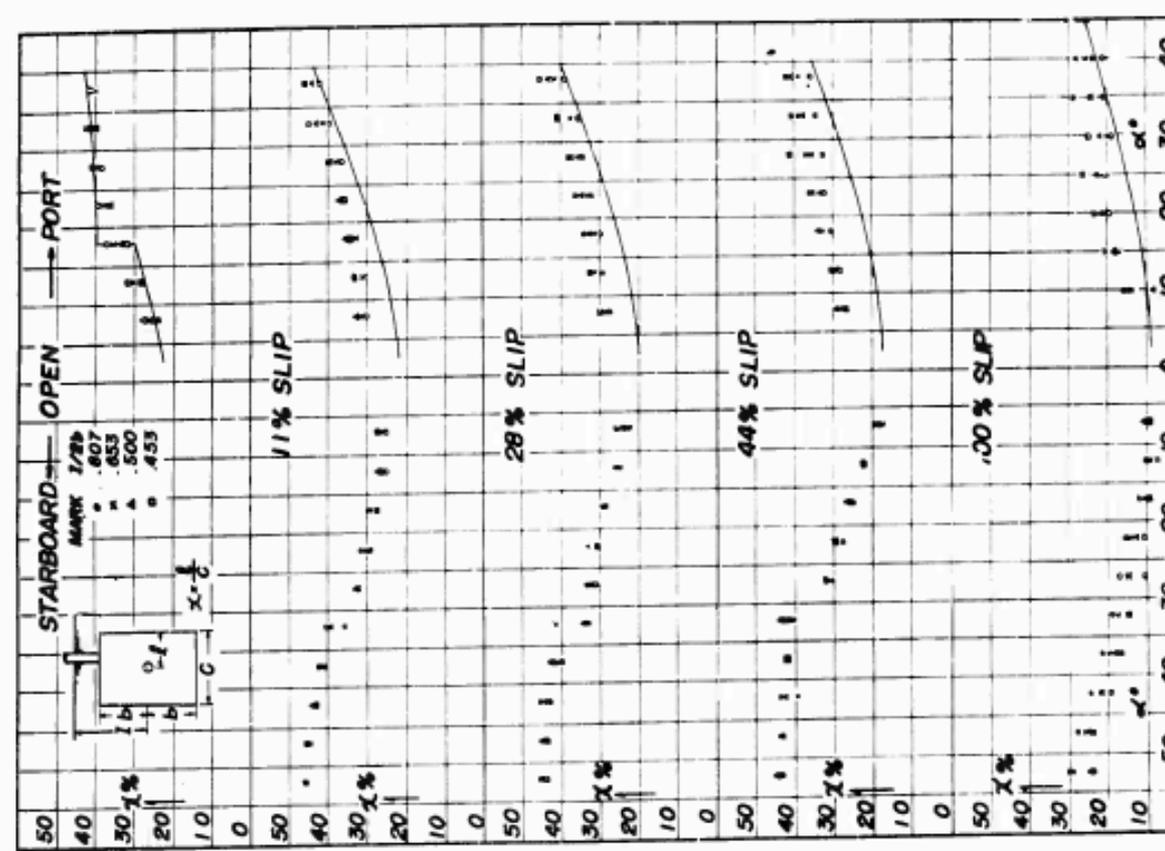
Las gráficas de la página siguiente muestran la relación entre la posición del centro de presión con respecto a la inmersión de la pala del timón obtenida de forma similar a la descripción del experimento anterior para varias profundidades. De acuerdo con esta figura se puede observar que el centro de presión se mueve a popa cuanto menor es la profundidad.

Esto es debido a que el chorro de flujo proveniente de la hélice es mayor.

Consecuentemente, si a más profundidad se tiene más parte del timón tras el flujo de la hélice aumenta el coeficiente de presión sobre la pala (apartado anterior).

Al aumentar la presión sobre la pala, se podría suponer que también aumentaría el par a transmitir por el servo para virar esta, pero esto no sucede así. Por un lado aumenta la presión sobre la pala pero a su vez el centro de presión tiende a trasladarse a proa (reduciendo el brazo torsor). Debido a esto no habrá grandes variaciones en el par torsor.

Otro efecto importante que aumenta al aumentar la inmersión del timón es la desviación del buque debida a la rotación del flujo provocado por la hélice debido a que una mayor parte del timón se encuentra inmerso en el flujo.



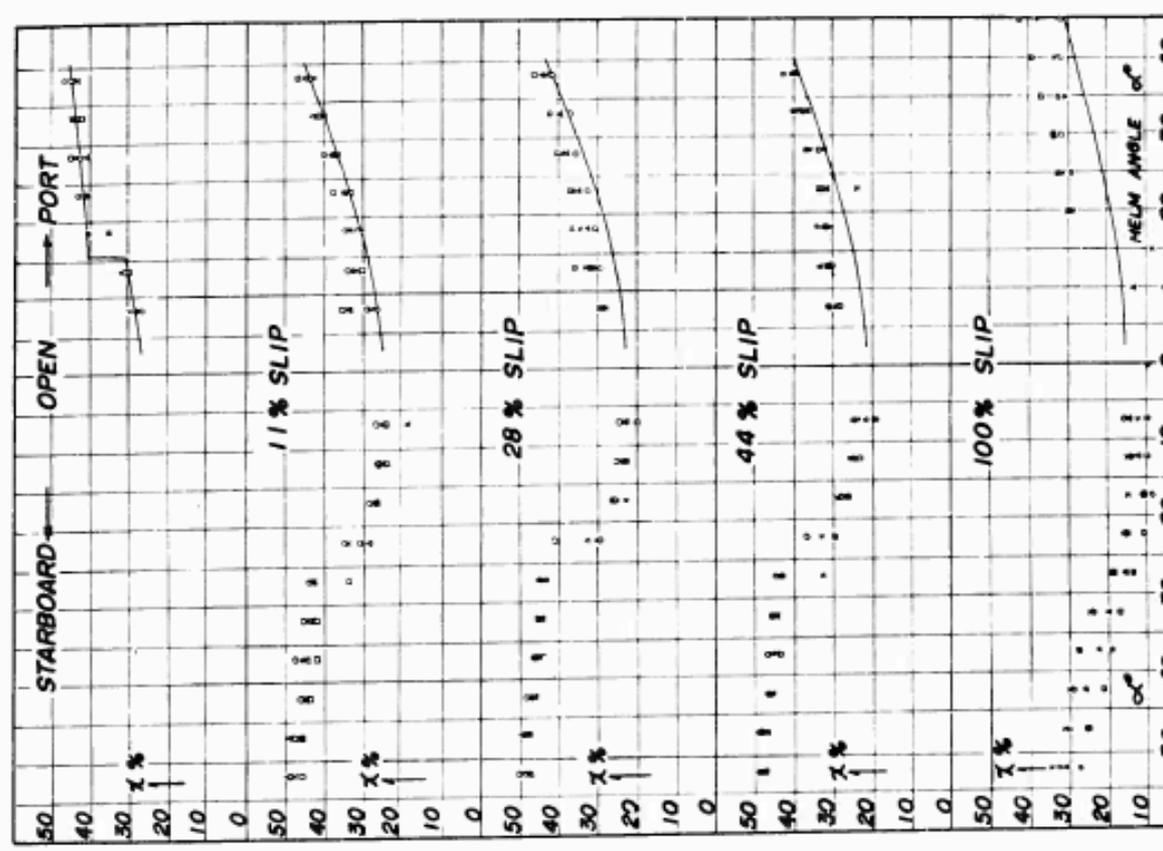


Figura 3-13: Posición CP – Profundidad.

Según los experimentos realizados, los efectos producidos debido a la inmersión del timón desaparecen cuando la profundidad es mayor de $l/2b = 0.9$.

Por último decir, aunque no se ha realizado el estudio en el experimento, que cuanto mayor es la profundidad del timón el centro de presión de la pala también se encuentra más bajo. Esto es debido a dos motivos:

- El flujo en la parte baja de la pala es mayor por lo que baja el centro de presión.
- Si el área de la pala permanece constante solo hay dos maneras de aumentar la profundidad del timón: Bajando la pala u obteniendo un timón con la misma área pero formas más finas (mayor afinamiento).

Esto provoca un centro de presión más alejado del cojinete inferior en timones tipo espada y por tanto un momento flector mayor.

3.2. FLUJO EFECTIVO PARA CÁLCULO DE TIMONES

Como resumen hasta ahora, el timón proporciona al buque estabilidad, maniobrabilidad y control. La eficiencia del timón para virar el buque es proporcional a la fuerza de sustentación del mismo, el cual depende de la velocidad del flujo al cuadrado. Como bien se ha visto en apartados anteriores, especialmente en buques de baja velocidad, este normalmente se encuentra situado tras el flujo de la hélice, lo cual es caracterizado por tratarse de un flujo acelerado.

A lo largo de este apartado se desarrollará un método mediante el cual se estimará el flujo en el timón teniendo en cuenta éste detrás del conjunto hélice-casco. Este método se encuentra descrito con más detalle en [3] y [17].

3.2.1. INTRODUCCIÓN AL MÉTODO

A continuación se representa un modelo para calcular la velocidad requerida para llevar a cabo los cálculos hidrodinámicos en el timón. Se partirá de la teoría del propulsor clásico, considerando un disco operando como propulsor en un flujo uniformemente distribuido. La carga se supondrá constante a lo largo de la pala de la hélice. Posteriormente, se incluirán los efectos del casco mediante las leyes de profundidad-velocidad, el tamaño del núcleo de la hélice y el ángulo de inclinación de la misma.

De esta manera, además de considerar la velocidad axial del flujo, a partir del par originado por la hélice, se incluirá la velocidad tangencial en la pala. Esto se realizará mediante la ecuación del balance de energía entre la potencia absorbida por el propulsor y la energía cinética perdida en la traslación. Se integrará la velocidad axial y tangencial resultando la velocidad del flujo y obteniendo el ángulo con el que el flujo entra en la pala del timón.

En la mayoría de buques (sobre todo militares) no toda la pala del timón se encuentra tras el flujo de la hélice. Debido a esto el flujo varía significativamente a lo largo de la altura del timón de manera que no sería correcto elaborar un método suponiendo que todo el timón se encuentra tras el flujo de la hélice.

Debido a esto se propone calcular las fuerzas del timón en tres segmentos según la posición en altura:

- Fuera del flujo de la hélice.
- Parte superior del flujo de la hélice (Del núcleo hacia arriba).
- Parte inferior del flujo de la hélice (Del núcleo hacia abajo).

Otra manera podría ser calculando las velocidades para cada segmento, integrándolas y calculando el centro de presión sobre la pala.

3.2.2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Una ecuación sencilla y eficaz para determinar la fuerza de sustentación de la pala de un timón (que adopte la forma hidrodinámica de un perfil tipo NACA 00) de manera aproximada es la siguiente:

$$L = \frac{1}{2} \rho V_e^2 A \left(\frac{\partial C_L}{\partial \delta} \right)_e \delta_e \quad (7)$$

Donde:

- ρ = densidad del fluido.
- V_e = velocidad del flujo.
- A = Área de la pala.
- $\left(\frac{\partial C_L}{\partial \delta} \right)_e$ = curva de sustentación efectiva.
- δ_e = ángulo efectivo de timón.

Se habla de ángulo efectivo y no de ángulo del timón debido a que el ángulo del flujo se encuentra influenciado por el casco del buque y por los efectos del propulsor.

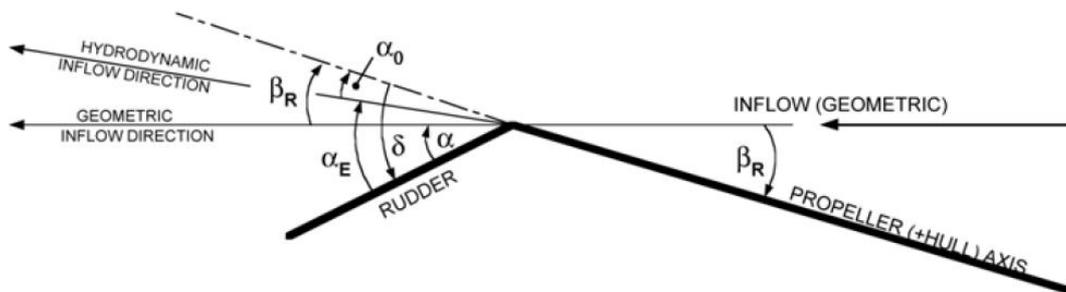


Figura 3-14: Flow straightening effect on a ship rudder due to upstream propeller and hull.

En la siguiente figura se puede observar cómo varía la velocidad del flujo (transversal y axial a la pala) según la posición vertical:

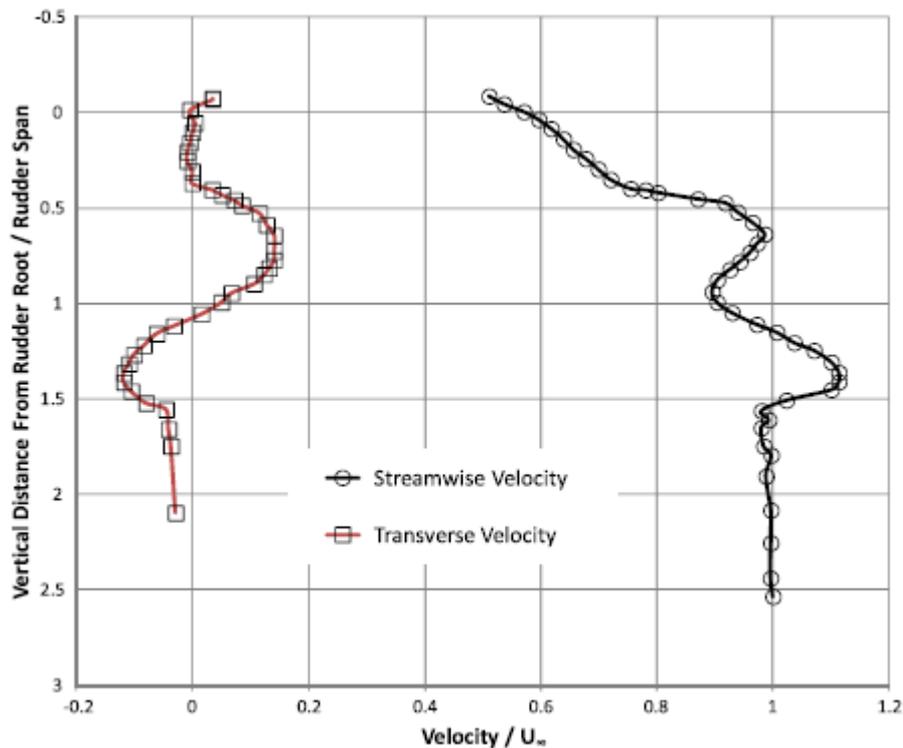


Figura 3-15: Velocidad del flujo transversal y axial.

VELOCIDAD AXIAL ENTRANDO EN LA PALA DEL TIMÓN

1) DESLIZAMIENTO

Para comenzar el desarrollo de la formulación, se usará el modelo del propulsor clásico. En este modelo la hélice es considerada como un disco que provoca un aumento de presión al pasar este a través de él. Se asume que toda la presión está uniformemente distribuida sobre todo el disco.

De esta manera, se consideran los siguientes parámetros:

- A_p = Área del disco.
- R_p = Radio del disco.
- V_A = Velocidad de avance del disco en un fluido uniforme.

Al pasar el fluido a través del disco, éste experimenta una aceleración teniendo el efecto contrario el deslizamiento de la hélice. Así V_∞ designa la velocidad del flujo aguas abajo, siendo éste expresado por la siguiente relación:

$$V_{\infty} = V_A(1 + b) \quad (8)$$

La aceleración del fluido en el propulsor se designa mediante $V_A(1 + a)$ donde “a” se refiere al factor de flujo axial.

Definiendo C_T como el coeficiente de empuje y R_{∞} como el radio del flujo aguas abajo y aplicando la ecuación de la continuidad se obtiene lo siguiente:

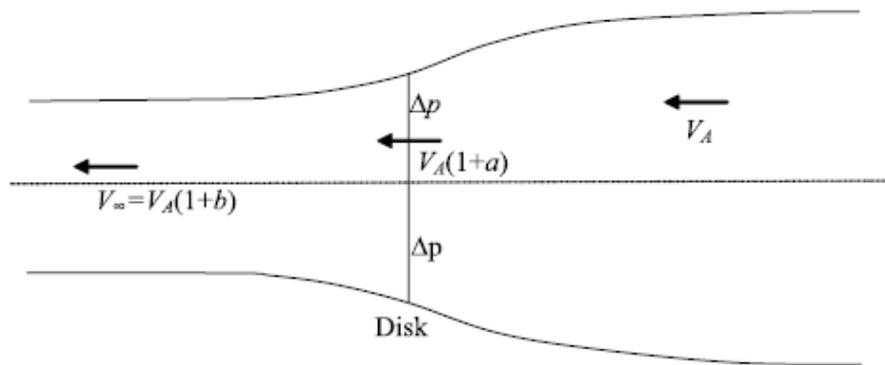


Figura 3-16: Propulsor clásico para el flujo axial.

$$\begin{aligned} \frac{R_{\infty}}{R_p} &= \sqrt{\frac{V_{\infty} + V_A}{2V_{\infty}}} = \sqrt{\frac{V_A(1+b) + V_A}{2(V_A(1+b))}} = \sqrt{\frac{2V_A + bV_A}{2V_A + 2bV_A}} = \sqrt{\frac{V_A(2+b)}{V_A(2+2b)}} \\ &= \sqrt{\frac{2+b}{2(1+b)}} \end{aligned} \quad (9)$$

Dónde:

- $b = \sqrt{1 + C_T} - 1$
 - $a = \frac{1}{2}b$
- (10)

2) ESTELA DEL BUQUE, TAMAÑO DEL NÚCLEO E INCLINACIÓN DEL EJE DE LA HÉLICE

En este punto introducimos los siguientes conceptos:

- $V_S =$ Velocidad del buque.
- $w_F =$ Coeficiente de estela. (Depende del ángulo de inclinación del eje de la hélice es directamente proporcional al CB).
- $\psi =$ Ángulo de inclinación del eje de la hélice.
- $R_H =$ Radio del núcleo.
- $r_H = \frac{R_H}{R_P} = \frac{\text{Radio del núcleo}}{\text{Radio del disco}}$.

De esta manera, la velocidad de entrada en el disco de la hélice puede ser expresada por:

$$V_A = V_S(1 - w_F)\cos\psi \quad (11)$$

Por tanto, sustituyendo en las expresiones del apartado anterior:

- $V_\infty = V_S(1 - w_F)\cos\psi(1 + b)$
- $\frac{R_\infty}{R_P} = \sqrt{\frac{V_\infty + V_A}{2V_\infty}} = \sqrt{\frac{V_S(1-w_F)\cos\psi(1+b) + V_S(1-w_F)\cos\psi}{2V_S(1-w_F)\cos\psi(1+b)}}$
- $= \sqrt{\frac{(V_S(1-w_F)\cos\psi)(2+b)}{2(V_S(1-w_F)\cos\psi)(1+b)}} = \sqrt{\frac{2+b}{2(1+b)}} \quad (12)$
- $b = \sqrt{1 + \frac{C_T}{1+r_H^2}} - 1$

3) LEYES DE LA VELOCIDAD EN LA CAPA LÍMITE DEL CASCO

La velocidad del flujo entrando en la pala del timón fuera del fluido alterado por la hélice es igual a la representada en la Figura 3-15. Normalmente, la velocidad del buque corregida por el coeficiente de estela $((1 - w_F)V_S)$ es utilizada por el diseñador del propulsor para estimar la velocidad en el flujo de la hélice.

Por otro lado la velocidad fuera del flujo de la hélice puede ser estimada como 1/7th de la ley de velocidades para buques a escala real y de 1/5th para modelos.

4) CARGA DEL PROPULSOR CON DISTRIBUCIÓN REAL A LO LARGO DE LA PALA

En el modelo del propulsor clásico, el empuje es representado como una presión distribuida de forma uniforme a lo largo del disco. En la práctica el propulsor es diseñado siempre con una carga no distribuida radialmente ya que en la vida real no es así. Estos efectos han sido investigados por Hough and Ordway en su modelo de propulsor mediante un disco generalizado [17].

Así, suponiendo la siguiente nomenclatura:

- $V_A =$ Velocidad de entrada del flujo en la hélice.
- $R_p =$ Radio de la hélice.
- $r =$ Distancia desde un punto al centro de la hélice.
- $\bar{r} =$ Posición radial normalizada. Esta posición depende de si el radio es definido en la hélice o aguas abajo del propulsor.
- $\Gamma =$ Circulación a lo largo de la altura.
- $N_B =$ Número de palas de la hélice.
- $X =$ Distancia axial al propulsor.
- $J =$ Coeficiente de avance de la hélice.
- $C_T =$ Coeficiente de empuje.

La distribución de circulación a lo largo de la altura de la hélice podría determinarse mediante la siguiente expresión:

$$\frac{\Gamma}{V_A R_p} = \frac{105\pi J C_T}{32 N_B} \bar{r} \sqrt{1 - \bar{r}} \quad (13)$$

En esta ecuación no se considera el diámetro del núcleo. La distribución representada por esta ecuación representa una distribución real típica y puesta en práctica en el diseño de propulsores. Esta expresión es tan solo una ecuación que se asemeja a la distribución real de la circulación producida por la hélice.

En la siguiente figura se muestra la distribución de velocidades según la fórmula (13):

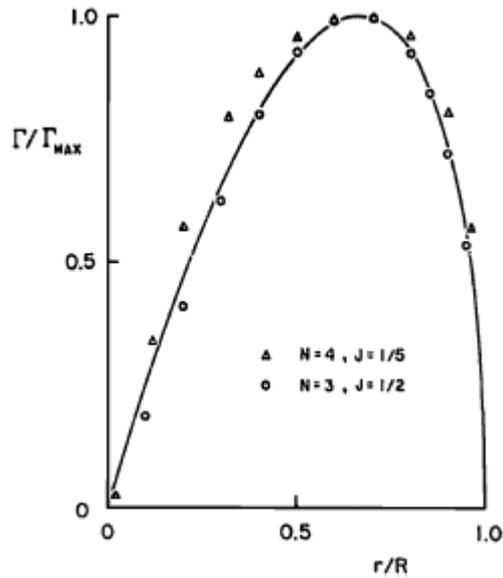


Figura 3-17: Comparación de la distribución de la circulación óptima de Goldstein con la distribución dada por la ecuación (13).

Como se puede intuir, la distribución varía según la posición axial que nos encontremos. Así en el siguiente gráfico se muestra la distribución de la circulación para varias posiciones. Además se compara la circulación real o estimada mediante la expresión (13) con la circulación suponiendo una distribución distribuida a lo largo de la hélice.

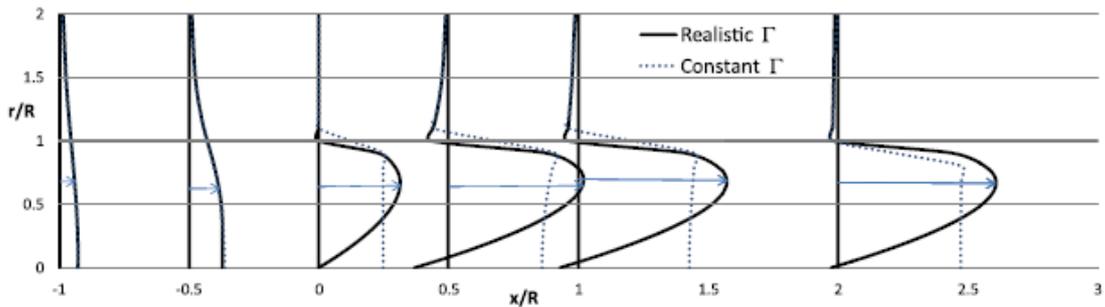


Figura 3-18: Comparación de velocidad axial con una distribución real y distribución uniforme según su posición longitudinal (eje axial).

Como era de esperar la velocidad inducida por la carga del propulsor es la misma que la circulación a lo largo de la pala. Esta distribución será aplicada a la distribución radial mediante la distribución de velocidades axial y tangencial en el flujo de la hélice.

En la siguiente figura se muestra la circulación real para una posición de $x/R = 2$ considerando solamente la velocidad axial. Como se puede apreciar la forma de la curva es similar a la desarrollada mediante la ecuación (13):

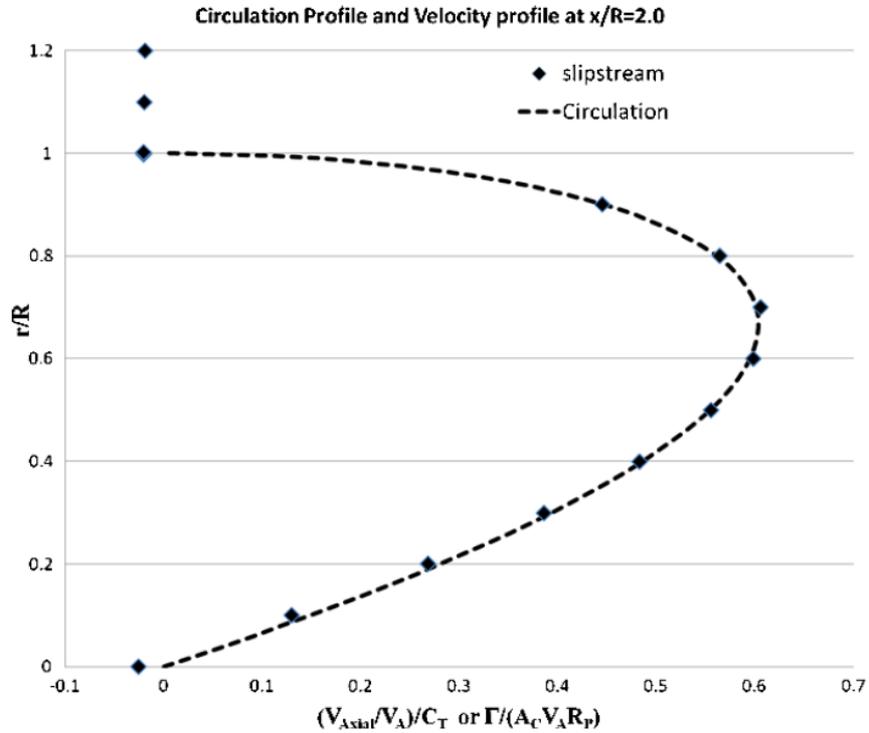


Figura 3-19: Distribución de velocidad axial real para $X/R = 2$.

A_C es un factor constante utilizado para escalar la circulación para compararlo con la velocidad axial.

Así, denotaremos por $V(\bar{r})_{\Gamma_{\text{real}}}$ a la distribución real dada por la ecuación (13) y por $V(\bar{r})_{\Gamma=\text{const}}$ la distribución axial según una distribución uniforme a lo largo de la pala de la hélice. De esta manera se define el factor de corrección de circulación como:

$$f(\bar{r}) = \frac{V(\bar{r})_{\Gamma_{\text{real}}}}{V(\bar{r})_{\Gamma=\text{const}}} \quad (14)$$

Decir que el factor de corrección varía con el radio. Siguiendo la relación entre la velocidad del perfil y la distribución de la circulación mostrada en la Figura 3-19.

Relacionando la expresión (13) con la curva real para $X/R_p = 2$ se obtiene que:

$$f(\bar{r}) = \begin{cases} 3.31\bar{r}\sqrt{1-\bar{r}} & \text{para } \bar{r} \leq 1 \\ 0 & \text{para } \bar{r} > 1 \end{cases} \quad (15)$$

En las pruebas de viento realizadas por Molland and Turnock [3] se puede observar que los coeficientes de empuje para ángulos pequeños solo presentan variaciones según su situación longitudinal con respecto a la hélice: $X/R_p = 0,60, 0,78$ y $1,04$. La ecuación (15) se ha obtenido para una simulación a $X/R_p = 2$ del propulsor. De acuerdo con esto, la velocidad axial en el flujo de la hélice aguas abajo simulando una circulación real a lo largo de la pala puede ser determinada mediante la siguiente expresión:

$$V_\infty(Z) = V_{BL}(Z) + V_S(1 - w_F)\cos\psi \left(\sqrt{1 + \frac{C_T}{1 + r_H^2} - 1} \right) \quad (16)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \bullet \quad V_{BL}(Z) &= \begin{cases} V_S(1 - w_F) \left(\frac{Z}{Z_P}\right)^{\frac{1}{n}} & \text{para } Z \leq Z_P + R_{rud} \\ V_S(1 - w_F) \left(\frac{Z+R_{rud}}{Z_P}\right)^{\frac{1}{n}} & \text{para } Z > Z_P + R_{rud} \end{cases} \\ \bullet \quad \bar{r} &= \frac{|Z-Z_P|}{R_{rud}} \end{aligned} \quad (17)$$

Donde Z es la distancia vertical desde el casco del buque y Z_P es la distancia vertical del casco del buque al centro del eje del propulsor en el plano de la hélice. Como se dijo anteriormente, el valor de n es de $1/7$ y R_{rud} es el radio del flujo proveniente de la hélice en la localización del timón. Se supone que el espesor de la capa límite se extiende a través del flujo.

Un caso particular sería el de timones que naveguen a alta velocidad. En estos casos en la pala del timón se puede desarrollar el fenómeno de cavitación y las fuerzas podrían ser gravemente modificadas debido a las condiciones del flujo. Este fenómeno surge cuando la presión es menor que la presión de vapor en cualquier parte de la superficie de la pala del timón. Este fenómeno puede ser calculado usando la ecuación (16) considerando tan solo las dos dimensiones del perfil.

5) EFECTO DE LA SITUACIÓN DEL TIMÓN

El flujo acelerado pasa a través del disco de la hélice y aguas abajo entra en contacto con la pala del timón. Definiendo los siguientes parámetros:

- X_{rud} = Distancia axial entre la pala del timón y la hélice.
- R_{rud} = El radio del flujo de la hélice en la pala del timón.

Molland y Turnock [3] proponen un factor de corrección basado en el método de inducción de Gutsche para predecir la contracción del flujo según la distancia del propulsor a la pala. El método propuesto es el siguiente:

$$\frac{R_{rud}}{R_p} = \sqrt{\frac{2 + b}{2 + K_R b}} \quad (18)$$

Donde:

$$K_R = 1 + \frac{1}{1 + \frac{0.3}{\frac{X_{rud}}{R_p}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{0.15}{X_{rud} + D_p}} \quad (19)$$

Como se puede observar si:

- $\frac{X_{rud}}{R_p} \approx \infty, K_R \approx 2$. La ecuación (18) es igual que la ecuación (5b).
- $\frac{X_{rud}}{R_p} \approx 0, K_R \approx 1$. De esta manera $R_{rud} = R_p$ como era de esperar.

En la siguiente figura se muestra la comparación entre el método planteado anteriormente y las pruebas realizadas por Hought and Ordway de la velocidad acelerada por la hélice al 70% del radio. Como se puede observar el método se aproxima bastante a la realidad.

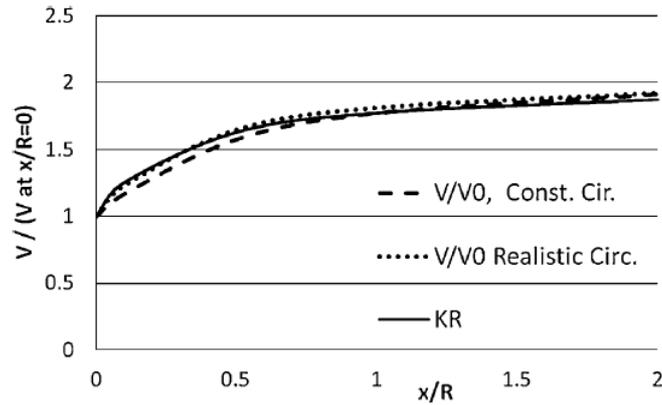


Figura 3-20: Comparación del KR (Molland and Turnock [reference XX]) con $V/V(x=0)$ a $r/R = 0.7$ calculado por el método (Hough and Ordway).

De esta manera, la velocidad axial en la pala del timón en función de la posición en altura se puede obtener mediante la siguiente expresión:

$$V_{Axial}(z) = V_{BL}(Z) + V_S(1 - w_F)\cos\psi f(\bar{r}) \left(0.5K_R \sqrt{1 + \frac{C_T}{1 + r_H^2}} - 1 \right) \quad (20)$$

VELOCIDAD TANGENCIAL ENTRANDO EN LA PALA DEL TIMÓN

1) MÉTODO DEL PROPULSOR CLASICO

Otra vez se considera el propulsor como un disco capaz de acelerar al fluido rotatoriamente. El disco tiene una velocidad rotativa ω . Más adelante del propulsor, se supone que la velocidad rotativa del flujo es nula. Como el fluido pasa a través del disco rotando, este adquiere cierta velocidad angular en el mismo sentido que rota la hélice. Así, aguas abajo, el flujo tendrá una rotación cuya velocidad angular vendrá dada por $\omega_\infty = \omega(1 - b')$. Parte de esta velocidad angular será adquirida por el fluido antes de entrar en el disco. La velocidad angular del disco en relación a la del fluido será deducida de ω como $\omega(1 - a')$, donde a' es denominado como el factor de flujo rotacional. Otra vez el flujo rotacional es supuesto uniformemente distribuido a lo largo de todo el disco.

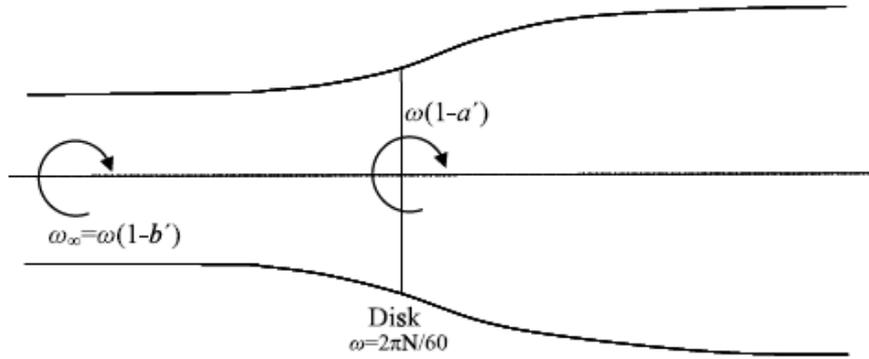


Figura 3-21: Propulsor clásico para flujo tangencial.

Así, se dividirá el disco en anillos concéntricos de radio ∂r y de área ∂A_0 donde r es la distancia radial al centro del disco. El empuje (∂T) y el par (∂Q) vendrán dados por:

- $\partial T = \rho \partial A_0 (V_A)^2 (1 + a) b$
- $\partial Q = \rho \partial A_0 V_A (1 + a) r^2 \omega_\infty$

(21)

Aplicando la ecuación de balance de energía (van Manen y van Ossanen, se obtiene:

$$\partial T V_A (1 + a) = \partial Q \omega (1 - a')$$

$$\omega_\infty = 2a' \omega$$

(22)

Sustituyendo las ecuaciones (21) en (22) se obtiene:

$$\rho \partial A_0 (V_A)^2 (1 + a) b V_A (1 + a) = \rho \partial A_0 V_A (1 + a) r^2 \omega_\infty \omega (1 - a')$$

(23)

Integrando a lo largo de todo el disco:

$$V_A^2 (1 + a) b \int_0^{R_P} r dr = \omega_\infty \omega (1 - a') \int_0^{R_P} r^3 dr$$

(24)

Resolviendo la ecuación (24):

$$a'(1 - a') = \frac{V_A^2 (1 + a) b}{R_P^2 \omega^2} = \frac{4V_A^2 (1 + A) b}{D_P^2 (2\pi n)^2} = (1 + a) b \left(\frac{J_A^2}{\pi^2} \right)$$

$$a'^2 - a' + (1 + a) b \left(\frac{J_A^2}{\pi^2} \right) = 0$$

(25)

Donde J_A es el coeficiente de avance del propulsor dado por la siguiente expresión:

$$J_A = \frac{V_A}{nD_p} = (1 - W)_0 J_S \quad (26)$$

Sustituyendo:

$$a' = \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \left(\frac{J_A}{\pi}\right)^2 (1 + a)b}}{2} \quad (27)$$

Sustituyendo la ecuación (10) y (12) en la ecuación (27):

- $a' = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 \left(\frac{J_A}{\pi}\right)^2 \left[\frac{C_T}{1 - r_H^2}\right]}}{2} \quad (28)$
- $\omega_\infty = 2a'\omega$

2) EFECTO DE LA CIRCULACIÓN REAL SOBRE LA VELOCIDAD TANGENCIAL

Otra vez se considera la circulación dada por la ecuación (13). Desde el remolino inducido por el propulsor debido a la distribución de la carga, el efecto de la velocidad en la distribución axial es igualmente aplicable a la velocidad tangencial. En este sentido, Söding define el parámetro α :

$$\alpha = \frac{\frac{\partial Q}{\partial r}}{\frac{\partial T}{\partial r}}$$

Söding asume que este parámetro es independiente de la distancia radial. En vista de los resultados de la Figura 3-19: Distribución de velocidad axial real para $X/R = 2.$, se hará la misma suposición. De acuerdo con esto se obtiene que:

$$\omega_\infty = 2a'\omega_\infty = f(\bar{r})2'\omega \quad (29)$$

Ecuación solo válida para $X/R_p \sim \infty$

Donde $f(r/R_p)$ se definió en la ecuación (15). En la situación del timón (X_{rud}), reemplazando en la ecuación (29):

$$\omega_{rud} = f(\bar{r})K_R a' \omega \quad (30)$$

Obteniendo la velocidad tangencial mediante la siguiente expresión:

$$V_{Tang}(\bar{r}) = f(\bar{r})K_R a' \omega r \quad (31)$$

Si el plano del timón se encuentra alineado con el eje de la hélice, la velocidad transversal V_{Trans} es la misma que la velocidad tangencial. Si no es así, se debería de aplicar una corrección para obtener la velocidad transversal.

VELOCIDAD DEL FLUJO RESULTANTE Y ANGULO DE ENTRADA DEL FLUJO EN LA PALA DEL TIMÓN

La magnitud resultante de la velocidad del flujo en la pala del timón ($V_{rud}(\bar{r})$) vendrá dada por el módulo de la velocidad axial y tangencial en cada segmento de la pala (modulo ecuaciones (20) y (31)).

$$V_{rud}(\bar{r}) = \sqrt{V_{Axial}(\bar{r})^2 + V_{Tang}(\bar{r})^2} \quad (32)$$

Normalmente la velocidad transversal es mucho más pequeña que la velocidad axial. Sin embargo, la velocidad transversal tiene un efecto mayor en el ángulo de entrada del flujo en la pala. De esta manera se denotará por $\Delta\delta_p(\bar{r})$ el ángulo de entrada inducido por la rotación del propulsor, la cual es dada por:

$$\Delta\delta_p(\bar{r}) = \arctan\left(\frac{V_{Tang}(\bar{r})}{V_{Axial}(\bar{r})}\right) \quad (33)$$

El flujo radial tiene un efecto mínimo en la sustentación del timón y por este motivo no es considerado.

1) EFECTO DE LA VELOCIDAD EN CADA SEGMENTO

Considerando un segmento como se muestran en la siguiente figura, R_{rud} representa el radio del flujo en la pala del timón y es asumido paralelo a la línea del eje de la hélice en el plano del timón.

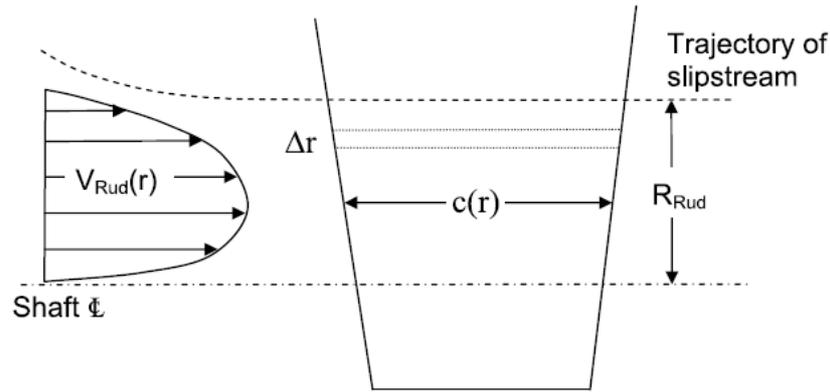


Figura 3-22: Velocidad de entrada en la pala en cada segmento.

Denotando por $c(r)$ la cuerda del timón distribuida en este segmento y como $C_l(r)$ el coeficiente de sustentación se podría decir que la fuerza de sustentación en el segmento vendría dada por:

$$L = \int_0^{Seg} \frac{1}{2} C_l(r) \rho V_{Rud}(r)^2 c(r) dr = C_L \int_0^{Seg} \frac{1}{2} \rho V_{Rud}(r)^2 c(r) dr \quad (34)$$

Donde C_L representa el coeficiente de sustentación efectivo para un segmento y una integración determinada sobre la altura de un segmento. La velocidad efectiva, V_e , utilizada en la ecuación (7) para este segmento, podría ser determinada por la siguiente expresión:

$$V_e = \sqrt{\frac{\int_0^{Seg} V_{Rud}(r)^2 c(r) dr}{\int_0^{Seg} c(r) dr}} \quad (35)$$

Esta velocidad puede ser calculada para cualquier segmento. No hay que olvidar que este es un método para hallar la velocidad efectiva. Para calcular la sustentación a partir de esta velocidad, utilizando la ecuación (35) hay que obtener el coeficiente de sustentación efectivo para el segmento elegido, por lo que sustituir esta velocidad en la expresión (7) valdría solo como estimación. En el siguiente capítulo se desarrollará otro método para calcular la sustentación de la pala.

3.2.3. APLICACIÓN DEL MÉTODO

Una vez descrito el método a utilizar para estimar la velocidad del flujo en la pala del timón, en este punto se desarrollará la hoja de cálculo a utilizar para estimar la velocidad efectiva en el timón teniendo como base el método descrito en el apartado anterior.

Para llevar a cabo el cálculo de manera ordenada, se dividirá el proceso en tres partes:

- Geometría de la pala.
- Parámetros del buque.
- Cálculo de la velocidad y ángulo del flujo efectivo.

La idea es elaborar una hoja de cálculo mediante la cual cambiando los datos de entrada se obtenga el valor de la velocidad efectiva para un buque determinado de manera rápida y sencilla.

GEOMETÍA DE LA PALA

En un primer lugar se llevará a cabo la definición de la geometría de la pala del timón mediante los siguientes parámetros:

- b = altura de la pala.
- a = distancia entre el casco del buque y el canto alto de la pala.
- c_r = cuerda superior de la pala (medida en el corte con el casco).
- c_t = cuerda inferior de la pala.

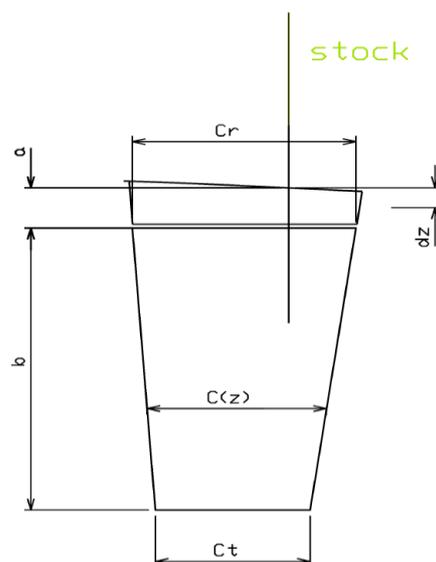


Figura 3-23: Geometría pala del timón para cálculo de $c(z)$.

A partir de estos parámetros se puede definir la geometría de la pala del timón. El siguiente paso, será describir la función $c(z)$, es decir, la longitud de la cuerda para cada altura.

El valor de z vendrá dado por la siguiente relación:

$$z = \frac{b}{n^{\circ}secciones} * n^{\circ}sección + a \quad (36)$$

Sustituyendo en la ecuación de una recta ($y = y_0 + mx$) la cuerda para cada altura viene dada por la siguiente relación:

$$c(z) = cr - \left(\frac{cr - ct}{n^{\circ}secciones} \right) * n^{\circ}sección \quad (37)$$

Definiendo la altura de la sección como:

$$dz = \frac{b}{n^{\circ}secciones} \quad (38)$$

PARAMETROS DEL BUQUE

En segundo lugar se introducirán los datos referentes al buque y su diseño. Así se introducirán los siguientes parámetros:

- Información de la geometría del propulsor:
 - Z_p = Distancia desde el centro del propulsor al casco del buque medido en la mecha del timón.
 - X_{rud} = Distancia desde el centro de la hélice a la mecha del timón paralela a la línea base del buque.
 - D_p = Diámetro del propulsor.
 - R_H = Radio del núcleo de la hélice.
- Información de las condiciones del propulsor:
 - T = Empuje del propulsor.
 - ρ = Densidad del fluido.
 - V_S = Velocidad del buque.
 - w_F = Coeficiente de estela del buque.
 - N = Número de revoluciones de la hélice.
 - K_T = Coeficiente de empuje de la hélice.

(Para llevar a cabo los cálculos se puede hacer bien mediante el empuje del propulsor o mediante el coeficiente de empuje como se verá más adelante.

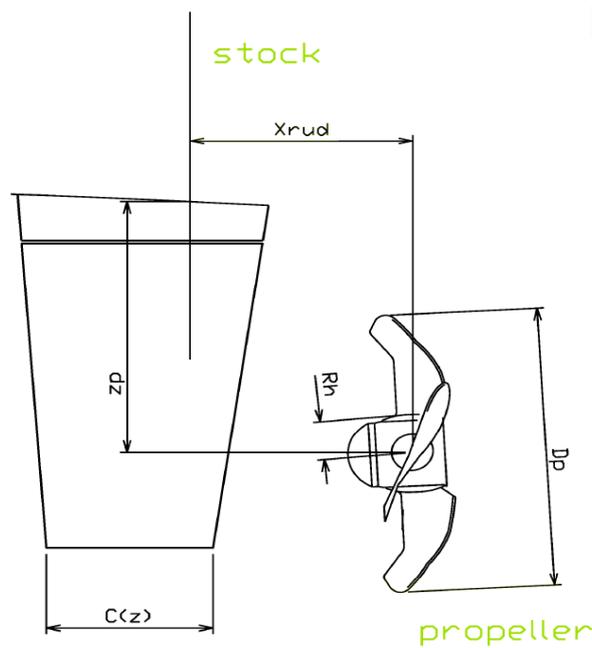


Figura 3-24: Parámetros del buque para cálculo del flujo en la pala del timón.

CÁLCULO DE LA VELOCIDAD Y ÁNGULO DEL FLUJO EFECTIVO

Una vez introducidos los datos de la pala y los parámetros del conjunto buque-hélice el siguiente paso será aplicar el método descrito en la sección anterior. A continuación se muestra una tabla con el método desarrollado:

Paso	Simbolo o función	Función			Descripción
1	$c(z)$	XXX	XXX	XXX	Longitud de la cuerda con respecto a la altura. La coordenada $z=0$ corresponde a la posición de la mecha en el casco del buque. (ft)
De 2 a 6 se obtiene la información referente al propulsor y posición relativa del timón					
2	z_p	XXX			Distancia desde el centro del núcleo de la hélice al casco medida en la mecha del timón. (ft)
3	X_{rud}	XXX			Distancia horizontal del propulsor a la mecha del timón. (ft)
4	D_p	XXX			Diámetro de la hélice. (ft)
5	$R_p = \frac{1}{2} R_P$	XXX			Radio de la hélice. (ft)
6	$r_H = \frac{R_H}{R_P}$	XXX			Relación entre el núcleo del propulsor y la hélice.
De 7 a 12 se obtiene la condición operando del buque y del propulsor					

7	V_S	XXX	Velocidad del buque. (ft/s)		
8	w_F	XXX	Coefficiente de estela.		
9	$V_A = V_S(1 - w_F)$	XXX	Velocidad de avance de la hélice. (ft/s)		
10	N	XXX	Revoluciones de la hélice. (rpm)		
11	$J_A = \frac{60V_A}{D_P N}$	XXX	Coefficiente de avance de la hélice.		
12	$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho V_A^2 \pi R_P^2}$ $C_T = \frac{8K_T}{\pi J_A^2}$	XXX	Coefficiente de empuje de la hélice.		
De 13 a 17 se obtiene el diámetro del flujo afectado por la hélice en el timón					
13	$b = \sqrt{\frac{1 + C_T}{1 - r_H^2}} - 1$	XXX	Factor que representa la aceleración del flujo afectado por la hélice aguas abajo como fracción de la velocidad de avance de la hélice.		
14	$a' = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 \left(\frac{J_A}{\pi}\right)^2 \left(\frac{C_T}{1 - r_H^2}\right)}}{2}$	XXX	Factor que representa la magnitud de la velocidad del remolino en el flujo de la hélice como fracción de la velocidad angular del propulsor.		
15	$K_R = 1 + \frac{1}{1 + \frac{0.15}{X_{rud} + D_P}}$	XXX	Factor que representa el diámetro del flujo a popa de la hélice. Relaciona el diámetro del flujo en la situación de la pala del timón sobre el diámetro aguas abajo de la hélice.		
16	$D_{rud} = D_P \sqrt{\frac{2 + b}{2 + K_R b}}$	XXX	Diámetro del flujo modificado por la hélice en la pala del timón. (ft)		
17	$R_{rud} = \frac{1}{2} D_{rud}$	XXX	Radio del flujo modificado por la hélice en la pala del timón. (ft)		
De 18 a 22 se llevan a cabo las operaciones para cada z. Se obtiene la variación del flujo a lo largo de la altura de la pala.					
18	$f(\bar{r}) = 3.31\bar{r}\sqrt{1 - \bar{r}}$ $\bar{r} = \frac{ z - z_P }{R_{rud}}$	XXX	XXX	XXX	Función de error que relaciona la distribución de la velocidad del flujo real según su posición (vertical) con la del cálculo. Solo se usa para el flujo afectado por la hélice.
19	Para $z < z_P - R_{rud}$ $V_x(z) = V_S(1 - w_F) \left(\frac{z}{z_P}\right)^{\frac{1}{7}}$ Para $z_P - R_{rud} < z < z_P + R_{rud}$ $V_x(z) = V_S(1 - w_F) \left[\left(\frac{z}{z_P}\right)^{\frac{1}{7}} + f(z) \frac{1}{2} K_R b \right]$	XXX	XXX	XXX	Velocidad axial según la posición vertical en la pala del timón. (ft/s)

	Para $z > z_p + R_{rud}$ $V_x = V_s(1 - w_F) \left(\frac{z_p + R_{rud}}{z_p} \right)^{\frac{1}{7}}$				
20	Para $z < z_p - R_{rud}$ $V_T(z) = 0$	XXX	XXX	XXX	Velocidad transversal según la posición vertical en la pala del timón. (ft/s)
	Para $z_p - R_{rud} < z_p$ Girando a derechas: $V_T(z) = -f(\bar{r})K_{Ra}'2\pi \frac{N}{60} \bar{r}R_{rud}$ Girando a izquierdas: $V_T(z) = f(\bar{r})K_{Ra}'2\pi \frac{N}{60} \bar{r}R_{rud}$				
	Para $z_p < z < z_p + R_{rud}$ Girando a derechas: $V_T(z) = f(\bar{r})K_{Ra}'2\pi \frac{N}{60} \bar{r}R_{rud}$ Girando a izquierdas: $V_T(z) = -f(\bar{r})K_{Ra}'2\pi \frac{N}{60} \bar{r}R_{rud}$				
	Para $z > z_p + R_{rud}$ $V_T(z) = 0$				
21	$V_{Rud}(z) = \sqrt{V_x^2 + V_T^2}$	XXX	XXX	XXX	Velocidad resultante (sin incluir componente en sentido vertical) según posición vertical. (ft/s)
22	$\Delta_{rud}(z) = \arctan \left(\frac{V_T}{V_x} \right)$	XXX	XXX	XXX	Ángulo de ataque adicional derivado de la entrada del flujo. (grados)
Paso 23 y 24 calculan la velocidad y el ángulo efectivo en la pala del timón (integrales)					
23	$V_{eff} = \sqrt{\frac{\int_{z_{root}}^{z_{tip}} (V_{Rud}(z))^2 c(z) \partial z}{\int_{z_{root}}^{z_{tip}} c(z) \partial z}}$	XXX	XXX	XXX	Velocidad efectiva en la pala del timón, es decir, la integral de las velocidades resultantes a lo largo de la altura de la pala del timón. (ft)
24	$\Delta\delta_{eff} = \frac{\int_{z_{root}}^{z_{tip}} (V_{Rud}(z))^2 c(z) \partial z}{\int_{z_{root}}^{z_{tip}} (V_{Rud}(z))^2 c(z) \partial z}$	XXX	XXX	XXX	Ángulo efectivo de ataque global para la pala del timón. (grados)

Tabla 3-3: Resumen método cálculo del flujo.

De esta manera, se ha llevado a cabo una hoja de cálculo de estructura similar a la tabla anterior dividiendo la pala del timón en 14 secciones. Más adelante, en el Capítulo 8, se estimará la velocidad del fluido para diferentes formas del timón y diferentes disposiciones utilizando este método. Con ello se verá el efecto la influencia de los parámetros de entrada (diseño del buque) en la velocidad del fluido.

Capítulo 4. Estimación de fuerzas y par hidrodinámico.

A lo largo de este capítulo se llevará a cabo el cálculo de las fuerzas hidrodinámicas producidas por el timón así como el cálculo del par hidrodinámico que tendrá que ser capaz de desarrollar el servo a colocar a bordo del buque.

Para estimar las fuerzas hidrodinámicas así como observar la variación de las fuerzas del timón a lo largo de su altura/cuerda para cada ángulo de ataque se abordarán dos métodos:

- El primer método estará basado en la teoría del flujo potencial[10]. Con esta metodología, mediante las suposiciones que la teoría conlleva, se observará el comportamiento del flujo para el perfil elegido en función de su espesor y en función del ángulo de ataque (2D). Una vez estudiado esto, se abordará el tema de la sustentación del perfil y se extrapolará al problema de la pala del timón estimando las fuerzas hidrodinámicas producidas por la pala (3D).
- La segunda metodología de cálculo consiste en el método de Taplin. Esta metodología es usada para cálculos hidrodinámicos (fundamentalmente de timones) en la construcción de buques teniendo como base un estudio sobre perfiles aerodinámicos llevados a cabo en un túnel de viento [6].

Aún siendo un método desarrollado en los años 60 actualmente sigue siendo uno de los más utilizados debido a la exactitud de sus resultados.

4.1. ESTIMACIÓN DE FUERZAS HIDRODINÁMICAS MEDIANTE FLUJO POTENCIAL

En un primer lugar se estudiará el comportamiento de un perfil hidrodinámico como una superficie plana (2D). De este modo cuando el flujo entra en el perfil a una velocidad U_{∞} , debido a su forma se experimentarán dos fuerzas:

- La fuerza sustentadora (L): Es la fuerza perpendicular al avance del perfil. Moviéndose el perfil a través de un fluido se produce una fuerza perpendicular al sentido de movimiento debido a un pequeño ángulo de ataque y/ o debido a su asimetría con respecto a la cuerda media.
- La fuerza de arrastre (D): esta fuerza, consiste en la fuerza que el flujo provoca sobre el perfil en la misma dirección al avance del perfil pero en sentido contrario, es decir, es la fuerza que se opone al avance del perfil. Esta fuerza es despreciable en el caso del estudio de timones comparada con la fuerza sustentadora.

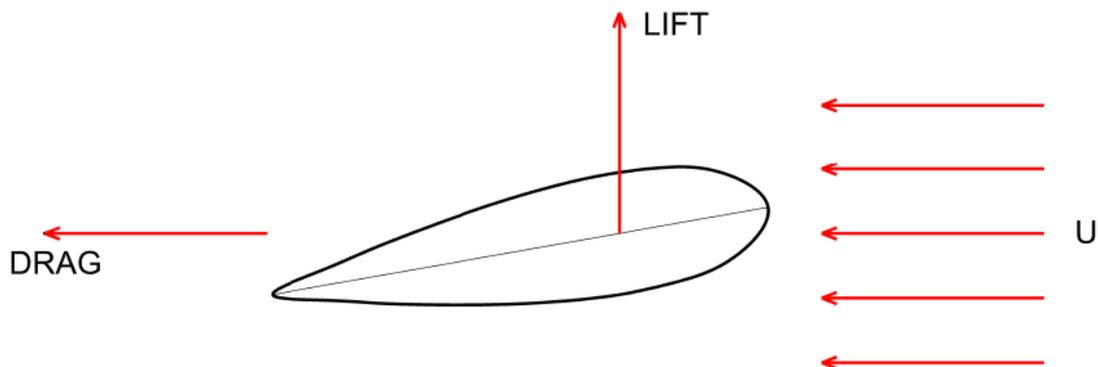


Figura 4-1: Fuerzas perfil hidrodinámico.

Por otro lado se debe de tener en cuenta el comportamiento del flujo para esta metodología de cálculo. De esta manera los efectos viscosos se reducen a una delgada capa límite adyacente a la geometría del perfil a lo largo de la cuerda de manera que el flujo dejará el perfil sin alteraciones en la línea de flujo siendo esta tangencialmente lisa a la curva del perfil. Para que esto ocurra el número de Reynolds deberá de ser razonablemente grande pero también el cuerpo deberá de ser lo suficientemente delgado para que no exista desprendimiento.

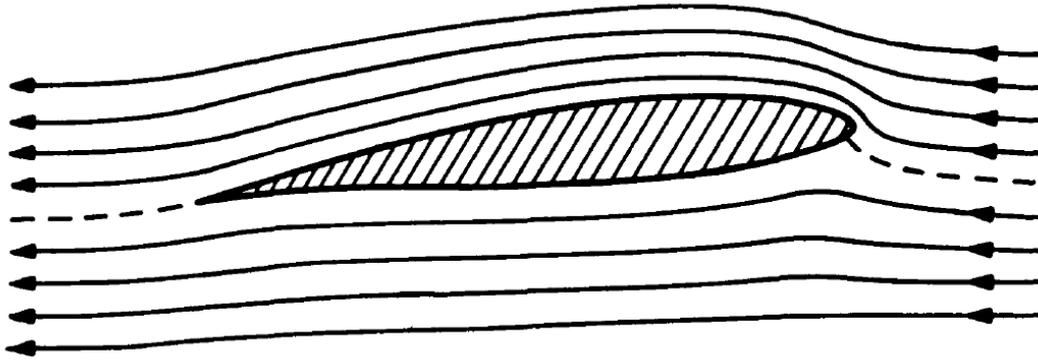


Figura 4-2: Línea de flujo asumida para el perfil.

Esto condiciona que esta teoría solo será aplicable a perfiles delgados y con un ángulo de ataque reducido. En caso de no ser así el flujo podría desprender y la metodología de cálculo no sería válida.

Otra posibilidad podría ser considerar que debido a esta condición se produce un estancamiento del flujo en el borde de ataque así como una velocidad infinita en el borde de salida. Para solucionar esto basta con añadir una circulación positiva en el sentido de las agujas del reloj alrededor de la lámina, suficiente para desplazar los puntos fuera del borde de entrada y salida.

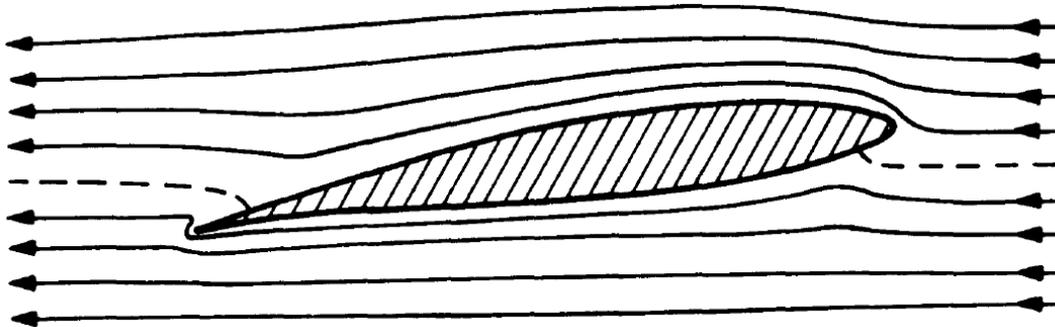


Figura 4-3: Línea de flujo sin circulación.

Esto puede ser contradictorio con el teorema de Kelvin (la circulación es constante a lo largo de cualquier contorno). Esta contradicción puede ser resuelta notando que un contorno que rodea la lámina no puede relacionarse con otro inicialmente aguas arriba, desde la lámina que agujereará el contorno aguas arriba. La línea que agujerea el contorno aguas arriba solo puede relacionarse con una línea subsecuente cuya circulación rodeará la lámina y una porción de la estela y cuya circulación seguirá siendo cero como muestra la Figura 4-3.

La Figura 4-4 muestra como aguas arriba del perfil la circulación es la que corresponde a $t=t_1$. Posteriormente en $t=t_2$ esta circulación esta circulación rodea al perfil y a parte de la estela siendo la circulación cero igual que en $t=t_1$ (como dice el teorema de Kelvin).

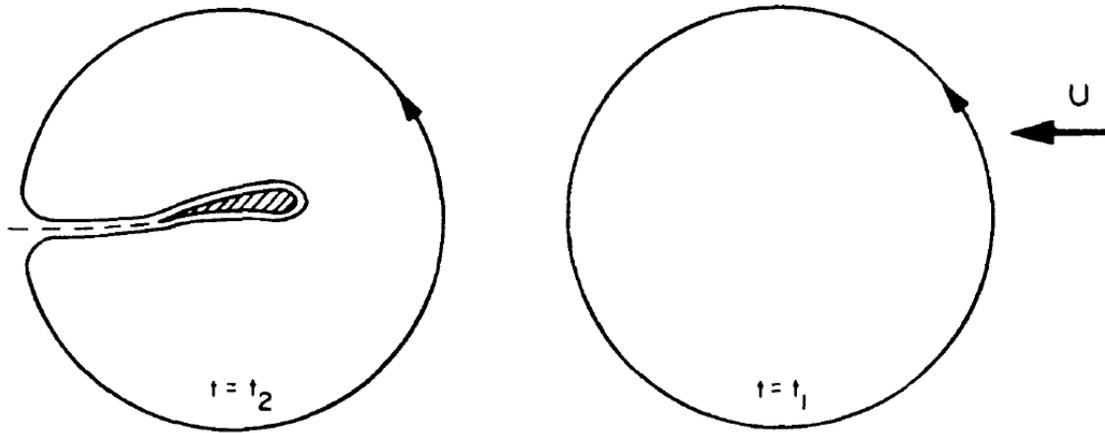


Figura 4-4: Contorno que rodea el foil.

El desprendimiento de este vórtice se puede observar al acelerar una lámina en un fluido. Si la lámina tiene un ángulo de ataque grande con respecto al fluido se formarán un vórtice en ambos extremos de la lámina. Si el ángulo de ataque es pequeño solo se formará un vórtice en el borde de salida. Lo mismo sucede con el problema de los perfiles hidrodinámicos.

Si nuestro interés está en el problema del perfil hidrodinámico, el desprendimiento del vórtice puede desatenderse, ya que este se situará aguas abajo infinitamente lejos y, en la realidad, se disipará por la difusión viscosa. Así, para el problema del perfil sustentador bidimensional, es razonable utilizar un flujo irrotacional que fluya a lo largo del fluido circundante, pero con una circulación neta sobre el perfil. Esta circulación es subsecuentemente esencial al desarrollo de una fuerza sustentadora del perfil. El flujo local liso a lo largo del borde de salida es vital para el desarrollo de la fuerza sustentadora deseada.

La asunción del flujo liso en el borde de salida es impuesta matemáticamente por la condición de Kutta que requiere que la velocidad en el borde de salida es finita. Esta condición extra se agrega a la declaración convencional del problema para poder formularse.

Dicho esto, las condiciones en el flujo son que el vector velocidad debe de ser igual, de flujo libre, tangencial a la superficie del perfil y finito en el borde de salida.

De acuerdo con esto, si la perturbación de la velocidad potencial $\phi(x,y)$ es definida como $(u,v) = \nabla\phi$, se obtienen como resultado las siguientes consideraciones:

- $\nabla^2\phi = 0 \rightarrow$ A lo largo del fluido
- $\frac{\partial\phi}{\partial n} = Un_x \rightarrow$ En el perfil
- $\nabla\phi < \infty \rightarrow$ En el borde de salida
- $\nabla\phi \rightarrow 0 \rightarrow$ En el infinito

El contorno del perfil puede ser simplificado considerando que el perfil es delgado y casi horizontal. Así se asume que las coordenadas verticales del perfil en la cara superior e inferior ($y = y_u(x)$ y $y = y_l(x)$) son muy pequeñas comparadas con la longitud de la cuerda y por tanto sus derivadas ($y'_u(x)$ y $y'_l(x)$) también.

Por conveniencia, se tomará el origen de coordenadas en el punto medio entre el borde de ataque y de salida ($x = \pm 0.5l$).

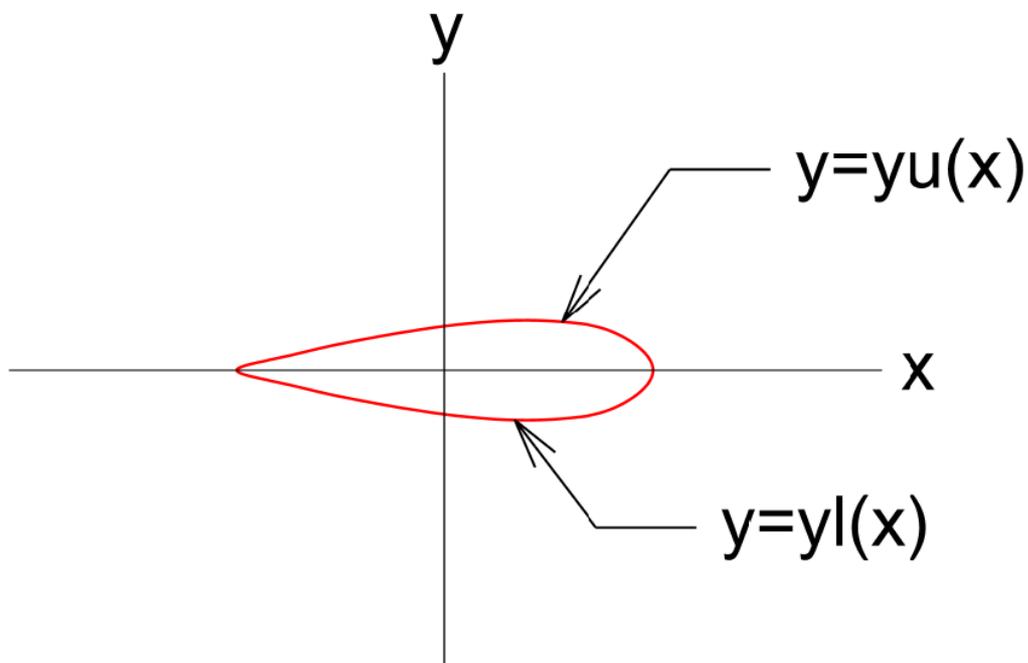


Figura 4-5: Definición cara superior e inferior del perfil.

A partir de las funciones desarrolladas para desarrollar la cara superior e inferior del perfil y considerando la entrada del flujo exclusivamente horizontal se llega a la conclusión de que $\frac{\partial\phi}{\partial n} = Un_x$ en el perfil puede descomponerse de la siguiente manera:

- Para la cara superior:

$$\frac{\partial\phi}{dy} = -Uy'_u(x), \quad \text{para } y = 0+, -\frac{l}{2} < x < \frac{l}{2}$$

- Para la cara inferior:

$$\frac{\partial\phi}{dy} = -Uy'_i(x), \quad \text{para } y = 0-, -\frac{l}{2} < x < \frac{l}{2}$$

Esta nomenclatura reemplaza al perfil para dar la distribución de velocidades verticales a lo largo del eje x.

A partir de la ecuación de Bernoulli, la presión dinámica en el fluido viene dada por:

$$p - p_\infty = \frac{1}{2}\rho(V \cdot V - U^2) = -\frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2 - 2uU) \quad (39)$$

Despreciando los términos de segundo orden:

$$p - p_\infty = \rho uU \quad (40)$$

De acuerdo con esto, la presión es proporcional a la perturbación horizontal de la velocidad $u = \partial\phi/\partial x$.

Con ello, la componente vertical de la fuerza (L) que actúa sobre el perfil, será obtenido a partir de la integral del empuje a lo largo de la cuerda:

$$L = \int (p - p_\infty) dx = \rho U \int u dx = \rho U \Gamma \quad (41)$$

Donde Γ es la circulación total a lo largo del perfil.

El momento hidrodinámico sobre el eje "z" vendrá dado por la integral correspondiente:

$$M = \rho U \int u x dx \quad (42)$$

Una vez sabido esto hay que distinguir dos problemas a la hora de abordar el tema de perfiles hidrodinámicos desde el punto de vista de flujo potencial:

- El problema del espesor, mediante el cual se van a obtener las velocidades a lo largo del perfil debido a la variación del espesor del mismo a lo largo de la cuerda tomando como nulo el valor del ángulo de ataque.
- El problema de la línea de curvatura media (mean camber line). Mediante el cual se obtendrá la circulación a lo largo del perfil debido al ángulo de ataque que se le dará al perfil tomando el espesor del perfil como nulo.

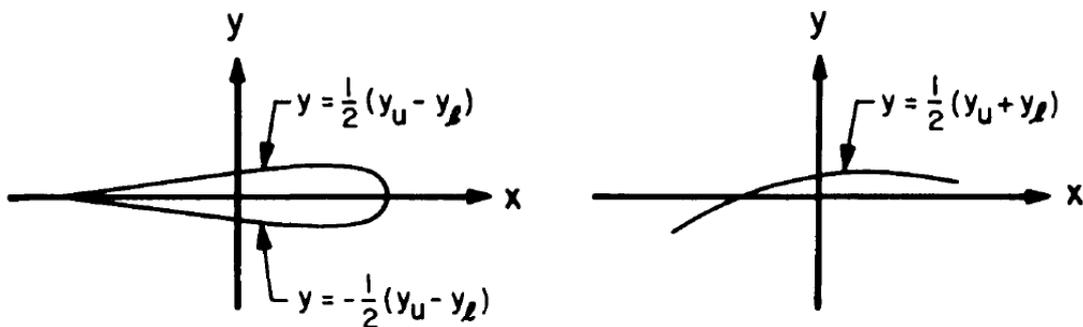


Figura 4-6: Problema del espesor y de la línea de curvatura media.

Debido a que la distribución de presiones es simétrica en el problema del espesor (por tratarse de un perfil simétrico), plantear este problema para la sustentación del perfil no tiene sentido, puesto que sería nula. El espesor tiene importancia solo cuando las modificaciones de la distribución de presión afecta al desprendimiento u origina cavitación. En particular el efecto del espesor es importante cerca del borde de ataque, donde el problema de la línea de curvatura media no presenta el perfil real, con un radio finito. Así, el flujo pasa a través del borde de ataque con una velocidad infinita, lo cual no ocurre en realidad. Es sin embargo permisible, en el caso de la sustentación mediante el problema de la curvatura media ignorar los efectos del espesor y transformar el problema considerando un fluido ideal e imponiendo la condición de Kutta en el borde de ataque y salida considerando los infinitos como nulos.

Aun así, con la idea de obtener una mejor comprensión se estimará la velocidad a lo largo del perfil planteando los dos problemas calculándose posteriormente la sustentación del mismo.

4.1.1. PROBLEMA DEL ESPESOR

Para abordar el tema del espesor se pueden considerar dos casos separados en función de la distribución de sumideros y vórtices:

- Distribución de sumideros:

$$u_{\pm}(x) - iv_{\pm}(x) = -\frac{1}{2} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{q(\xi) \partial \xi}{\xi - x} \mp \frac{1}{2} iq(x) \quad (43)$$

- Distribución de vórtices:

$$u_{\pm}(x) - iv_{\pm}(x) = -\frac{i}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\gamma(\xi) \partial \xi}{\xi - x} \mp \frac{1}{2} \gamma(x) \quad (44)$$

Separando la parte real y la imaginaria se obtiene que la distribución horizontal y vertical de velocidades en el problema del espesor vienen dados por la siguiente expresión:

$$u_{\pm}(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{q(\xi) \partial \xi}{\xi - x} \quad (45)$$

$$v_{\pm}(x) = \pm \frac{1}{2} q(x) \quad (46)$$

Para el problema de perfiles simétricos se obtiene que el espesor viene dado por la siguiente expresión:

$$t(x) = y_u(x) - y_l(x) \quad (47)$$

Y la distribución de sumideros vendrá dada directamente por:

$$q(x) = -Ut'(x) \quad (48)$$

4.1.2. PROBLEMA DE LA LINEA DE LA LINEA DE CURVATURA MEDIA

A lo largo de este apartado se va a centrar la atención en el flujo a través del perfil desde el punto de vista de la línea de curvatura media.

La función de la línea de curvatura media viene dada en este caso por la siguiente expresión:

$$\eta = \frac{1}{2}(y_u + y_l) \quad (49)$$

Y la condición de límite a lo largo de la cuerda vendrá dada por la siguiente expresión:

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -U\eta'(x) \quad (50)$$

A partir de esta ecuación, la velocidad a lo largo de la cuerda es continua, pero una discontinuidad en la componente horizontal de la velocidad “u” debe ser anticipada. Para lograr esto se utiliza las ecuaciones de Bernoulli y el teorema Kutta-Joukowski donde la presencia de sustentación requiere una discontinuidad de la velocidad horizontal no siendo cero la circulación a lo largo de la sección del perfil. Esta consideración sugiere una distribución de vórtices a lo largo de la cuerda. La distribución de vórtices simulará la discontinuidad de la velocidad horizontal sobre la cuerda.

La velocidad potencial de un vórtice, sobre la circulación γ , situado en el punto $x = \xi$ a lo largo del eje “x” es:

$$\phi = \text{Im} \frac{\gamma}{2\pi} \log(x - \xi + iy) = \frac{\gamma}{2\pi} \tan^{-1} \left(\frac{y}{x - \xi} \right) \quad (51)$$

Donde las componentes de velocidad correspondientes son:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{-y}{(x - \xi)^2 + y^2} \quad (52)$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{(x - \xi)}{(x - \xi)^2 + y^2} \quad (53)$$

Así, cada vórtice induce una velocidad tangencial ($v_t = \gamma/2\pi r$) donde “r” es el radio del vórtice.

Si los vórtices se distribuyen a lo largo del eje “x” entre el borde de ataque y de salida, la densidad de circulación local vendrá dada por las siguientes integrales:

$$u(x, y) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\gamma(\xi)y}{(x - \xi)^2 + y^2} d\xi \quad (54)$$

$$v(x, y) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\gamma(\xi)(x - \xi)}{(x - \xi)^2 + y^2} d\xi \quad (55)$$

Considerando el valor de la velocidad horizontal definido en la ecuación anterior, cuando $y = \pm\varepsilon$, donde “ ε ” es positivo y mucho menor que la longitud de la cuerda se tendrá que:

$$u(x, \pm\varepsilon) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\gamma(\xi)\varepsilon d\xi}{(x - \xi)^2 + \varepsilon^2} \quad (56)$$

Cuando $\varepsilon \rightarrow 0$ la integral tiende a cero excepto cuando $\varepsilon \rightarrow x$ donde la integral tiende a infinito.

Cuando $\xi \neq x$, esta expresión puede simplificarse a:

$$u(x, \pm\varepsilon) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\gamma(\xi)\varepsilon}{(x - \xi)^2 + \varepsilon^2} d\xi \approx \mp \frac{1}{2} \gamma(x) \quad (57)$$

Siempre y cuando el valor de “ ε/l ” sea lo suficientemente pequeño.

De este modo, el valor de la velocidad horizontal en la cara superior e inferior del perfil puede determinarse mediante esta expresión.

Por otro lado, la componente vertical a lo largo de la cuerda es dada por la siguiente integral:

$$v(x, 0 \pm) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\gamma(\xi)}{\xi - x} d\xi \quad (58)$$

Si la geometría de la línea media es prescrita, la velocidad $v(x, 0 \pm)$ puede ser computada de la condición de límite. De este modo la solución general de la integra viene dada por:

$$\gamma(x) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\left[\left(\frac{l}{2}\right)^2 - x^2\right]^{\frac{1}{2}}} \left\{ \int_{-l/2}^{l/2} \left[\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \xi^2\right]^{\frac{1}{2}} v(\xi, \pm\varepsilon) \frac{\partial \xi}{\xi + \frac{l}{2}} + \frac{1}{2} \Gamma \right\} \quad (59)$$

Donde la circulación total del perfil es:

$$\Gamma = \int_{-l/2}^{l/2} \gamma(\xi) d\xi \quad (60)$$

A estas alturas Γ es desconocida y la solución a (59) no es única. Para averiguar la solución se va a imponer la condición de Kutta, es decir, se ha de anular en el borde de salida. Para conseguir esto solo es posible si lo que hay entre llaves se anula. Luego resolviendo se llega a que la circulación total viene dada por:

$$\Gamma = 2U_{\infty} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left(\frac{\frac{l}{2} - \xi}{\frac{l}{2} + \xi}\right)^{\frac{1}{2}} \eta'(\xi) d\xi \quad (61)$$

Y por tanto la densidad de circulación vendrá dada por:

$$\gamma(x) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\frac{l}{2} + x}{\frac{l}{2} - x}\right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \int_{-l/2}^{l/2} \left[\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \xi^2\right]^{\frac{1}{2}} v(\xi, \pm\varepsilon) \frac{\partial \xi}{(\xi - x)\left(\frac{l}{2} + \xi\right)} \right\} \quad (62)$$

4.1.3. SUSTENTACIÓN Y MOMENTO DEL PERFIL

Una vez obtenida la circulación total a lo largo del perfil, la sustentación del mismo, como se dijo anteriormente, viene dada por la siguiente expresión:

$$L = \rho U \Gamma = 2\rho U^2 \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left(\frac{\frac{l}{2} - \xi}{\frac{l}{2} + \xi}\right)^{\frac{1}{2}} \eta'(\xi) d\xi \quad (63)$$

Cuyo coeficiente de sustentación, útil para trabajar sin unidades viene dado por:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U^2 l} \quad (64)$$

Y el momento vendrá dado por:

$$M = \rho U \int_{-l/2}^{l/2} \gamma(x) x dx \quad (65)$$

Cuyo coeficiente de momento, útil para trabajar sin unidades viene dado por:

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho U^2 l^2} \quad (66)$$

Una vez conocidas la sustentación y el momento de sustentación se puede calcular la posición del centro de presión sabiendo que:

$$x_{CP} = \frac{M}{L} \quad (67)$$

4.1.4. SUSTENTACIÓN DEL PERFIL EN 3D

Una vez obtenida la sustentación producida por el perfil en 2D, para obtener la sustentación de la pala completa (3D) bastaría con integrar a lo largo de la altura.

De esta manera, considerando el flujo constante a lo largo de la altura, la ecuación (63) escrita en función de "z" tomaría el siguiente aspecto:

$$L(z) = \rho U \int_{x_r(z)}^{x_L(z)} \gamma_B(x, z) dx = \rho U \Gamma(z) \quad (68)$$

Donde $\Gamma(z)$ es la circulación total en cada sección según su altura y los límites de la integración corresponden al borde de ataque y de salida.

Integrando esta expresión a lo largo de la altura de la pala tomando el intervalo desde $-s/2$ a $s/2$, la sustentación de la pala vendrá dada por la siguiente expresión:

$$L = \rho U \int_{-s/2}^{s/2} \Gamma(z) dz \quad (69)$$

Y el coeficiente de sustentación vendrá dado por:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho S U^2} \quad (70)$$

4.1.5. FUERZA DE ARRASTRE EN 3D

En 3D existe fuerza de arrastre puesto que los vórtices desprendidos del borde de salida se incrementan con la longitud, proporcionalmente a la velocidad del flujo, resultando un incremento de la energía cinética del fluido. Esta energía debe de ser suministrada aguas arriba mediante trabajo, lo cual se conoce como el arrastre inducido. De esta manera el arrastre inducido será igual a la energía cinética junto con el deslizamiento del fluido aguas abajo, lo cual depende del espesor del perfil a lo largo del eje "x".

La componente de arrastre viene dada por la siguiente integral:

$$D = \frac{1}{2} \rho \int_{s_c} \int \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] n_x dy dz \quad (71)$$

Aquí, la superficie de control ha sido tomada como un par de planos $x=\text{constante}$ aguas arriba y aguas abajo del perfil, y la superficie restante entre estos y el infinito puede despreciarse ya que la perturbación se desvanece con la suficiente rapidez como $y^2 + z^2 \rightarrow \infty$. De hecho, esto debe de ser cierto aguas arriba pero no aguas abajo donde la línea de vórtices persiste. Desde que la velocidad inducida por los vórtices aguas abajo es independiente de x , la formulación seguiría así:

$$D = \frac{1}{2} \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] dy dz \quad (72)$$

Donde el integrando se evaluará para $x \rightarrow -\infty$. Esta integral se corresponde con la integral de la energía cinética (en dos dimensiones) en el plano de Trefftz para $x=\text{constante}$, aguas abajo.

La superficie de la integral puede ser sustituida por una línea de integrales a lo largo de la línea de vórtices, o el corte $|z| < \frac{1}{2}s$, por el teorema de la divergencia. Tomando como $\nabla^2\phi = 0$, la expresión quedaría como:

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2}\rho \int \int \nabla\phi \cdot \nabla\phi \, dydz = \frac{1}{2}\rho \int \int \nabla \cdot (\nabla \cdot (\phi \nabla\phi)) \, dydz \\ &= \frac{1}{2}\rho \oint \phi \frac{\partial\phi}{\partial n} \, dl = -\frac{1}{2}\rho \int_{-s/2}^{s/2} [\phi]_{-}^{+} \frac{\partial\phi}{\partial y} \, dz \end{aligned} \quad (73)$$

Añadir que el contorno de la integral a distancia radial grande $(y^2 + z^2)^{1/2}$ en el plano de Trefftz es cero, desde que la componente de la velocidad v y w desaparece a una distancia suficiente donde la línea de vórtices es nula. Además, en el último paso, se ha supuesto que $\frac{\partial\phi}{\partial y} = \frac{+\partial\phi}{-\partial n}$ es continua a lo largo de la estela, donde el potencial es discontinuo.

El salto en el potencial puede ser reflejado con la vorticidad integrando el salto de presión con respecto a "x" y suponiendo que el salto de presión a lo largo de la estela desaparece. Así:

$$\Gamma(z) = \int_{x_r}^{x_L} \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{-}^{+} \, dx = - \int_{-\infty}^{x_L} \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{-}^{+} \, dx = [\phi]_{-}^{+}|_{x=-\infty} \quad (74)$$

Desde que el salto en el potencia debe desaparecer en el borde de ataque. Sustituyendo en la expresión (73), se obtiene la expresión del arrastre:

$$D = -\frac{1}{2}\rho \int_{-s/2}^{s/2} \Gamma(z) \frac{\partial\phi}{\partial y} \, dz \quad (75)$$

Donde la integral es tomada a lo largo de la línea de vórtices detrás del perfil.

La componente vertical de la velocidad $\frac{\partial\phi}{\partial y}$ aguas debajo de la línea de vórtices, puede ser formulada de la siguiente manera:

$$\frac{\partial\phi}{\partial y} = \frac{1}{2\pi} \int_{-s/2}^{s/2} \frac{d\Gamma(\zeta)}{d\zeta} \frac{d\zeta}{\zeta - z} \quad (76)$$

De manera que remplazando en la expresión del arrastre, la expresión del arrastre quedaría de la siguiente manera:

$$D = -\frac{1}{4\pi}\rho \int_{-s/2}^{s/2} \Gamma(z)dz \int_{-s/2}^{s/2} \frac{d\Gamma(\zeta)}{d\zeta} \frac{d\zeta}{\zeta - z} \quad (77)$$

Y el coeficiente de arrastre se de la siguiente manera:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho S U^2} \quad (78)$$

4.1.6. APLICACIÓN DE LA METODOLOGIA DE CÁLCULO:

A lo largo de este apartado se va a aplicar la metodología usada en apartados anteriores a un perfil tipo NACA 4. Una vez se obtenga la sustentación del perfil en 2D, en el apartado siguiente se integrara a lo largo de la altura del timón (teniendo en cuenta la forma del mismo según su altura) y se estimará la fuerza teniendo en cuenta el flujo estimado en el capítulo anterior (3D).

DEFINICIÓN DE LA ECUACIÓN DEL PERFIL

Como se definió en el apartado 2.2.1, un perfil tipo NACA de la serie 4 viene definido por la siguiente función:

$$y(x) = \pm 0.5(0.2969\sqrt{x} - 0.1260x - 0.3516x^2 + 0.2843x^3 - 0.1015x^4) \rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

Para evitar tener complicaciones con la raíz cuadrada que posee esta función se ha aproximado su geometría mediante una línea de tendencia obteniendo la siguiente función polinómica de grado 6:

$$y(x) = \pm[-2.5939x^6 - 1.1472x^5 + 0.4294x^4 + 0.0996x^3 - 0.1202x^2 + 0.0459x + 0.0443]$$

Esta función corresponde a un perfil tipo NACA 0010, cuya "x" varía entre -0.5 y 0.5. Si se quiere tener en cuenta la variación del espesor y de la cuerda la expresión quedaría de la siguiente manera:

$$y(x) = \pm(ce) \left[-2.5939 \left(\frac{x}{c}\right)^6 - 1.1472 \left(\frac{x}{c}\right)^5 + 0.4294 \left(\frac{x}{c}\right)^4 + 0.0996 \left(\frac{x}{c}\right)^3 - 0.1202 \left(\frac{x}{c}\right)^2 + 0.0459 \frac{x}{c} + 0.0443 \right]$$

Donde “c” es la cuerda, “e” la relación entre un perfil NACA de un 10% de espesor y el considerado y “x” es la posición a lo largo de la cuerda desde -0.5c a 0.5c.

Por tanto, la cara superior e inferior del perfil vendrá definida por $y_u(x)$ y $y_l(x)$:

$$y_u(x) = (ce) \left[-2.5939 \left(\frac{x}{c}\right)^6 - 1.1472 \left(\frac{x}{c}\right)^5 + 0.4294 \left(\frac{x}{c}\right)^4 + 0.0996 \left(\frac{x}{c}\right)^3 - 0.1202 \left(\frac{x}{c}\right)^2 + 0.0459 \frac{x}{c} + 0.0443 \right]$$

$$y_l(x) = -(ce) \left[-2.5939 \left(\frac{x}{c}\right)^6 - 1.1472 \left(\frac{x}{c}\right)^5 + 0.4294 \left(\frac{x}{c}\right)^4 + 0.0996 \left(\frac{x}{c}\right)^3 - 0.1202 \left(\frac{x}{c}\right)^2 + 0.0459 \frac{x}{c} + 0.0443 \right]$$

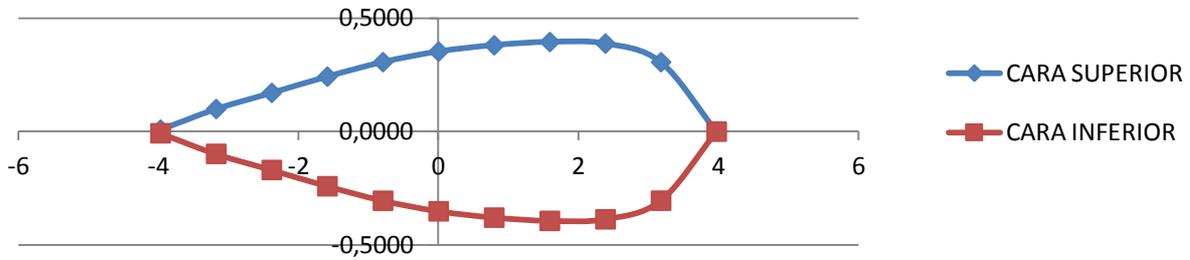


Figura 4-7: Perfil tipo NACA0010 desde -0.5c a 0.5c (c=8).

Para comprobar que la formulación a utilizar para este tipo de perfil es válida se realizarán una serie de comprobaciones:

- La línea media del perfil, al ser simétrico, debe de ser nula. Por tanto:

$$y_m(x) = \frac{y_l(x) + y_u(x)}{2} = 0 \rightarrow \text{cumple}$$

- La multiplicación escalar del vector tangente unitario y el vector normal unitario debe de ser nula. Por tanto:

$$t(x) = \frac{(1, y'(x))}{\sqrt{(1 + y'^2(x))}} =$$

$$\left(\frac{1}{c^2 e^2 \left(-\frac{15.5634x^5}{c^6} - \frac{5.736x^4}{c^5} + \frac{1.7176x^3}{c^4} + \frac{0.2988x^2}{c^3} - \frac{0.2404}{c^2} + \frac{0.0459}{c} \right)^2 + 1}, \frac{ce \left(-\frac{15.5634x^5}{c^6} - \frac{5.736x^4}{c^5} + \frac{1.7176x^3}{c^4} + \frac{0.2988x^2}{c^3} - \frac{0.2404}{c^2} + \frac{0.0459}{c} \right)}{c^2 e^2 \left(-\frac{15.5634x^5}{c^6} - \frac{5.736x^4}{c^5} + \frac{1.7176x^3}{c^4} + \frac{0.2988x^2}{c^3} - \frac{0.2404}{c^2} + \frac{0.0459}{c} \right)^2 + 1} \right)$$

$$n(x) = \pm \frac{(-y'(x), 1)}{\sqrt{1 + y'^2(x)}} =$$

$$\left(\frac{ce \left(-\frac{15.5634x^5}{c^6} - \frac{5.736x^4}{c^5} + \frac{1.7176x^3}{c^4} + \frac{0.2988x^2}{c^3} - \frac{0.2404}{c^2} + \frac{0.0459}{c} \right)}{c^2 e^2 \left(-\frac{15.5634x^5}{c^6} - \frac{5.736x^4}{c^5} + \frac{1.7176x^3}{c^4} + \frac{0.2988x^2}{c^3} - \frac{0.2404}{c^2} + \frac{0.0459}{c} \right)^2 + 1}, \frac{1}{c^2 e^2 \left(-\frac{15.5634x^5}{c^6} - \frac{5.736x^4}{c^5} + \frac{1.7176x^3}{c^4} + \frac{0.2988x^2}{c^3} - \frac{0.2404}{c^2} + \frac{0.0459}{c} \right)^2 + 1} \right)$$

Resolviendo:

$$t(x).n(x) = 0$$

Esto demuestra que la formulación utilizada es correcta.

PROBLEMA DEL ESPESOR

Para abordar el problema del espesor, el primer paso es calcular la ley de espesores a lo largo de la curva:

$$t'(x) = y_u'(x) - y_l'(x) =$$

$$(-2)ce \left(-\frac{15.5634x^5}{c^6} - \frac{5.736x^4}{c^5} + \frac{1.7176x^3}{c^4} + \frac{0.2988x^2}{c^3} - \frac{0.2404}{c^2} + \frac{0.0459}{c} \right)$$

Una vez se tiene la ley de espesores a lo largo de la cuerda, se plantea por un lado el problema de la velocidad horizontal y por otro el de la velocidad vertical a lo largo de la cuerda. Para ello se ha dividido el perfil en 11 partes iguales.

- Velocidad horizontal: La velocidad horizontal viene determinada por la expresión (45):

$$u(x, \pm\varepsilon) = \frac{-U}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{q(\xi)\partial\xi}{\xi - x}$$

Sustituyendo en la expresión para cada valor de "x" comprendido entre -0.5c y 0.5c se estudian para cada valor de "x" los 11 valores de "ξ" comprendidos entre -0.5c y 0.5c.

Al realizar esto se obtendrá una matriz de 11x11 cuya diagonal tiende a infinito. Multiplicando por cero la diagonal para quitar los infinitos y haciendo la integral se obtendrá que la velocidad horizontal a lo largo del perfil según su posición (11 puntos) viene dada por la siguiente matriz:

$$u(x, \pm\varepsilon) = \begin{bmatrix} u(-0.5c, \pm\varepsilon) \\ u(-0.4c, \pm\varepsilon) \\ u(-0.3c, \pm\varepsilon) \\ u(-0.2c, \pm\varepsilon) \\ u(-0.1c, \pm\varepsilon) \\ u(0, \pm\varepsilon) \\ u(0.1c, \pm\varepsilon) \\ u(0.2c, \pm\varepsilon) \\ u(0.3c, \pm\varepsilon) \\ u(0.4c, \pm\varepsilon) \\ u(0.5c, \pm\varepsilon) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{0.10955659eU}{\pi}\right) \\ \left(\frac{0.078400175eU}{\pi}\right) \\ \left(\frac{0.135743186eU}{\pi}\right) \\ \left(\frac{0.213288942eU}{\pi}\right) \\ \left(\frac{0.294331690eU}{\pi}\right) \\ \left(\frac{0.356195372eU}{\pi}\right) \\ \left(\frac{0.410200650eU}{\pi}\right) \\ \left(\frac{0.496286874eU}{\pi}\right) \\ \left(\frac{0.633921318eU}{\pi}\right) \\ \left(\frac{0.687618440eU}{\pi}\right) \\ \left(\frac{-0.137319691eU}{\pi}\right) \end{bmatrix}$$

- Velocidad vertical: La velocidad vertical viene determinada por la expresión (46):

$$v(x, \pm\varepsilon) = \pm \frac{1}{2} Ut'(x)$$

Sustituyendo en la expresión para cada valor de “x” comprendido entre -0.5c y 0.5c se obtiene la siguiente matriz la cual determina la velocidad vertical según cada punto:

$$u(x, \pm\varepsilon) = \begin{bmatrix} v(-0.5c, \pm\varepsilon) \\ v(-0.4c, \pm\varepsilon) \\ v(-0.3c, \pm\varepsilon) \\ v(-0.2c, \pm\varepsilon) \\ v(-0.1c, \pm\varepsilon) \\ v(0, \pm\varepsilon) \\ v(0.1c, \pm\varepsilon) \\ v(0.2c, \pm\varepsilon) \\ v(0.3c, \pm\varepsilon) \\ v(0.4c, \pm\varepsilon) \\ v(0.5c, \pm\varepsilon) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-0.153956250eU) \\ (-0.092469216eU) \\ (-0.089894262eU) \\ (-0.087799388eU) \\ (-0.070792434eU) \\ (0.0459000000eU) \\ (-0.025836366eU) \\ (-0.009354912eU) \\ (0.0373346200eU) \\ (0.1987364150eU) \\ (0.6297562500eU) \end{bmatrix}$$

Como se puede apreciar la velocidad vertical cambia de signo en el momento en que el perfil comienza a decrecer lo cual es totalmente razonable.

Además se puede comprobar que la velocidad planteando el problema del espesor no depende de la cuerda sino de la geometría del perfil (por este motivo “c” desaparece).

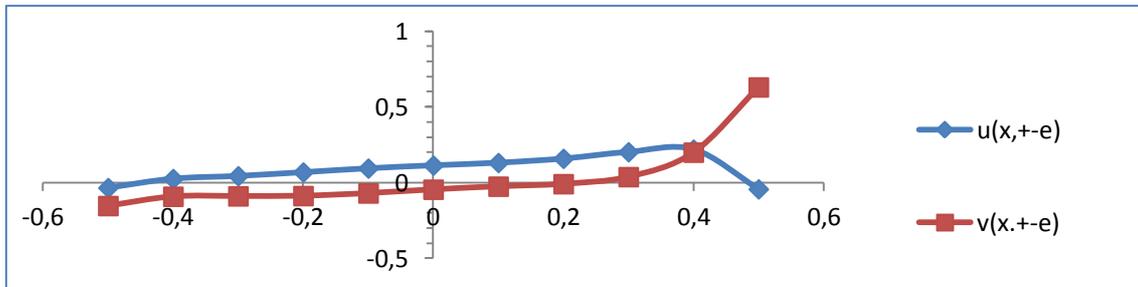


Figura 4-8: Velocidad horizontal y vertical (problema del espesor).

CALCULO DE LA DENSIDAD DE CIRCULACIÓN A PARTIR DE LA LINEA DE CURVATURA MEDIA

La densidad de circulación viene determinada por la expresión (62):

$$\gamma(x) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\frac{l}{2} + x}{\frac{l}{2} - x} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \int_{-l/2}^{l/2} \left[\left(\frac{l}{2} \right)^2 - \xi^2 \right]^{\frac{1}{2}} v(\xi, \pm \varepsilon) \frac{\partial \xi}{(\xi - x) \left(\frac{l}{2} + \xi \right)} \right\}$$

La metodología para resolver este problema va a ser la misma que en el apartado anterior. Así se ha dividido la cuerda del perfil en 11 partes iguales.

En primer lugar se va a abordar el problema del integrando. Éste quedaría de la siguiente manera:

$$I(\xi) = \frac{\sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 - \xi^2} \tan\left(\frac{2\pi}{360} d^1\right) U}{(\xi - x) \left(\frac{c}{2} + \xi\right)}$$

¹ Donde “d” es el ángulo de ataque en grados. (El ángulo esta multiplicado por $2\pi/360$ para obtener la tangente mediante radianes. En caso de querer operar con grados entre paréntesis solo deberían de aparecer los grados).

Sustituyendo en la expresión para cada valor de “x” comprendido entre -0.5c y 0.5c se estudian para cada valor de “x” los 11 valores de “ξ” comprendidos entre -0.5c y 0.5c. Al realizar esto se obtendrá una matriz de 11x11 pero en este caso se obtendrá que la primera columna y la diagonal de la matriz tienden a infinito.

Para solucionar esto se impone la condición de Kutta y se multiplican por cero la diagonal y la primera columna, así obtendremos una matriz 11x11 cuya primera columna y diagonal serán nulas.

Integrando la matriz para cada posición xc, se obtendrá la siguiente matriz:

$$I(x) = \begin{bmatrix} I(-0.5c) \\ I(-0.4c) \\ I(-0.3c) \\ I(-0.2c) \\ I(-0.1c) \\ I(0) \\ I(0.1c) \\ I(0.2c) \\ I(0.3c) \\ I(0.4c) \\ I(0.5c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (5.345030484 \tan(\frac{\pi}{180} d) U) \\ (3.807514405 \tan(\frac{\pi}{180} d) U) \\ (-0.060761739 \tan(\frac{\pi}{180} d) U) \\ (-1.183870628 \tan(\frac{\pi}{180} d) U) \\ (-1.709392384 \tan(\frac{\pi}{180} d) U) \\ (-2.011350737 \tan(\frac{\pi}{180} d) U) \\ (-2.205782731 \tan(\frac{\pi}{180} d) U) \\ (-2.339959512 \tan(\frac{\pi}{180} d) U) \\ (-2.436497987 \tan(\frac{\pi}{180} d) U) \\ (-2.509744316 \tan(\frac{\pi}{180} d) U) \\ (-2.211350737 \tan(\frac{\pi}{180} d) U) \end{bmatrix}$$

Resolviendo el resto de la función se tiene que lo de fuera de la integral es igual a:

$$O(x) = \frac{2 \frac{c}{2} + x}{\pi \frac{c}{2} - x}$$

Sustituyendo para cada valor de “x” comprendido entre -0.5c y 0.5c se obtiene la siguiente matriz:

$$O(x) = \begin{bmatrix} O(-0.5c) \\ O(-0.4c) \\ O(-0.3c) \\ O(-0.2c) \\ O(-0.1c) \\ O(0) \\ O(0.1c) \\ O(0.2c) \\ O(0.3c) \\ O(0.4c) \\ O(0.5c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0.0) \\ \left(\frac{0.22222}{\pi}\right) \\ \left(\frac{0.50000}{\pi}\right) \\ \left(\frac{0.85714}{\pi}\right) \\ \left(\frac{1.33333}{\pi}\right) \\ \left(\frac{2.00000}{\pi}\right) \\ \left(\frac{3.00000}{\pi}\right) \\ \left(\frac{4.66666}{\pi}\right) \\ \left(\frac{8.00000}{\pi}\right) \\ \left(\frac{18.00000}{\pi}\right) \\ (\infty) \end{bmatrix}$$

Y por tanto, multiplicando ambas entre sí, la densidad de circulación para cada valor de “xc” vendrá dada por:

$$\gamma(x) = \begin{bmatrix} \gamma(-0.5c) \\ \gamma(-0.4c) \\ \gamma(-0.3c) \\ \gamma(-0.2c) \\ \gamma(-0.1c) \\ \gamma(0) \\ \gamma(0.1c) \\ \gamma(0.2c) \\ \gamma(0.3c) \\ \gamma(0.4c) \\ \gamma(0.5c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (0.0) \\ \left(\frac{0.84611431237524 \left(\frac{\pi}{180} d\right) U}{\pi}\right) \\ \left(\frac{0.030380869496508 \left(\frac{\pi}{180} d\right) U}{\pi}\right) \\ \left(\frac{1.014746252914249 \left(\frac{\pi}{180} d\right) U}{\pi}\right) \\ \left(\frac{2.279189845713901 \left(\frac{\pi}{180} d\right) U}{\pi}\right) \\ \left(\frac{4.022701475205028 \left(\frac{\pi}{180} d\right) U}{\pi}\right) \\ \left(\frac{6.617348193282064 \left(\frac{\pi}{180} d\right) U}{\pi}\right) \\ \left(\frac{10.91981105897691 \left(\frac{\pi}{180} d\right) U}{\pi}\right) \\ \left(\frac{19.49198389803911 \left(\frac{\pi}{180} d\right) U}{\pi}\right) \\ \left(\frac{-45.17537689676085 \left(\frac{\pi}{180} d\right) U}{\pi}\right) \\ (\infty) \end{bmatrix}$$

Dibujando la gráfica para un ángulo de 5° y velocidad unitaria se obtendría la siguiente figura:

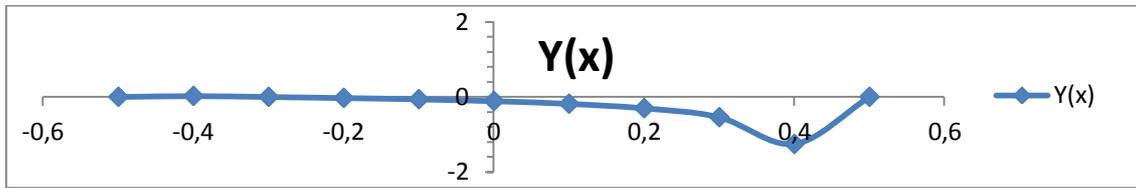


Figura 4-9: Densidad de circulación a lo largo del perfil.

Para comprobar el resultado se podría obtener el centro del área, el cual debe de coincidir con el centro de presión del perfil, siendo para los perfiles de este tipo a $\frac{1}{4}$ de la cuerda según la teoría del flujo potencial. En este caso se ha obtenido que el centro del área geométrico se encuentra en torno al 25% del borde de ataque, lo cual sería correcto.

SUSTENTACIÓN DEL PERFIL (2D)

Para obtener la sustentación del perfil bastaría con sustituir en la expresión (63):

$$L = \rho U \Gamma$$

Donde Γ es la circulación total, es decir, la integral de la densidad de circulación del perfil, como se vio en apartados anteriores.

Realizando la integral de la densidad de circulación, calculada en el apartado anterior, se obtiene que la sustentación del perfil viene determinada por la siguiente expresión:

$$L = - \frac{8.870542417801337 c \tan\left(\frac{\pi d}{180}\right) \rho U^2}{\pi}$$

Donde como se puede ver, la sustentación del perfil depende directamente de:

- La cuerda del perfil.
- El ángulo de ataque del perfil.
- La densidad del fluido.
- La velocidad de entrada en el perfil.

MOMENTO DE SUSTENTACIÓN

El momento de sustentación vendría dado por la expresión (65):

$$M = \rho U \int_{-l/2}^{l/2} \gamma(x) x dx$$

Sustituyendo se obtiene que el momento de sustentación viene determinado mediante la siguiente función:

$$M = - \frac{2.217635604450334 c^2 \tan\left(\frac{\pi d}{180}\right) \rho U^2}{\pi}$$

Como se puede comprobar, el centro de presión en el sentido de la cuerda vendría determinado por M/L , cuyo valor debe de corresponder con 25% de la cuerda medido desde el borde de ataque.

COEFICIENTE DE SUSTENTACIÓN Y COEFICIENTE DE MOMENTO

A partir de la sustentación y del momento de sustentación se pueden obtener sus respectivos coeficientes (64) y (66):

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U^2 l} = 5.647162694 c \tan\left(\frac{\pi d}{180}\right)$$

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho U^2 l^2} = 1.411790673 \tan\left(\frac{\pi d}{180}\right)$$

SUSTENTACIÓN DE LA PALA (3D)

Para calcular la sustentación de la pala lo único que debemos de hacer es integrar la expresión de la sustentación del perfil a lo largo de la altura de la pala tal y como se ha visto en el apartado 4.1.4.

La sustentación del perfil va en función de la densidad, la cuerda del perfil, la velocidad del flujo y el ángulo de ataque. Esto significa que al integrar la función a lo largo de la altura de la pala habrá que tener en cuenta la variación de estos parámetros en función de la altura.

El fluido al que está sometida la pala es el mismo y posee las mismas características en todo su contorno, por lo tanto la densidad permanecerá constante. Sin embargo, esto no sucede con la cuerda y con la velocidad del flujo.

Como se ha podido ver en capítulos anteriores, las formas de los timones varían en función de su altura, siendo así mayor la cuerda en su parte superior con la intención de subir el centro de presión para obtener un menor momento flector.

Por otro lado, en el Capítulo 3, se demostró que la velocidad del flujo varía en función de la altura (por la distancia de separación del casco) y más aún si la pala se encuentra tras una hélice.

Además, en el Capítulo 3, también se ha estudiado como varía el ángulo con el que el flujo llega a la hélice, por tanto también se podría tener en cuenta su variación a lo largo de la altura para obtener una mayor similitud con la realidad de cómo sustenta la pala a lo largo de la altura.

Dicho esto, se podría decir que la sustentación de una sección de la pala vendría dada por la siguiente expresión:

$$L(z) = - \frac{8.870542417801337 c(z) \tan\left(\frac{\pi d(z)}{180}\right) \rho U(z)^2}{\pi}$$

La sustentación total de la pala vendría dada por la integral de la expresión anterior a lo largo de la altura quedando la expresión de la siguiente manera:

$$\int_0^s L(z) dz = - \frac{8.870542417801337 \rho}{\pi} \int_0^s c(z) \tan\left(\frac{\pi d(z)}{180}\right) U(z)^2 dz$$

El coeficiente de sustentación de la pala vendrá dado por:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} S U^2}$$

FUERZA DE ARRASTRE (3D)

Tal y como se ha visto en el apartado 4.1.5, la fuerza de arrastre viene determinada por la expresión (77):

$$D = -\frac{1}{4\pi}\rho \int_{-s/2}^{s/2} \Gamma(z) dz \int_{-s/2}^{s/2} \frac{d\Gamma(\zeta)}{d\zeta} \frac{d\zeta}{\zeta - z}$$

Para abordar el problema de la sustentación en la pala se estudiará por separado cada una de las integrales.

La función $\Gamma(z)$, es decir, la circulación total del perfil (2D), como se dijo anteriormente viene determinada por la integral de la densidad de circulación a lo largo del perfil (apartado 4.1.2). De esta manera se obtiene que la circulación total para el perfil escogido viene dada por la siguiente expresión:

$$\Gamma = -\frac{8.870542417801337 c \tan\left(\frac{\pi d}{180}\right) U}{\pi}$$

La circulación total depende de la cuerda, el ángulo de ataque y la velocidad de entrada del flujo en el perfil. Al igual que en el problema de sustentación en 3D. Estos tres parámetros varían a lo largo de la altura de la pala, por tanto, la circulación total en función de la altura de la pala vendrá dada por la siguiente expresión:

$$\Gamma(z) = -\frac{8.870542417801337 c(z) \tan\left(\frac{\pi d(z)}{180}\right) U(z)}{\pi}$$

Por otro lado se encuentra el problema de la segunda parte de la integral, la correspondiente a la velocidad vertical en la pala.

Abordar este problema de una forma que nos permita desarrollar una hoja de cálculo y operar para varias formas es algo más complicado, puesto que deberíamos formular la circulación total del perfil a lo largo de la altura de la pala. Esto provocaría elaborar una ecuación para cada geometría de la pala puesto que la cuerda, la velocidad del flujo y el ángulo de ataque van a depender de la altura.

En este caso se ha seguido el siguiente procedimiento para el cálculo de

$$\frac{d\Gamma(\zeta)}{d\zeta} \frac{d\zeta}{\zeta - z}$$

1. Se divide la pala en altura en tantas secciones como se desee, calculando la circulación total del perfil ($\Gamma(z)$) para cada sección.
2. Se calcula la variación entre la sección y la subsiguiente.
3. Se estima el valor de $\frac{1}{\zeta-z}$ para cada valor de "z" desde $-s/2$ a $s/2$, sustituyendo "z" desde $-s/2$ a $s/2$ (según el número de secciones) y calculando el valor de la integral. Para realizar esto, igual que se hizo en apartados anteriores, para cada valor de "z" se obtienen "x" valores de la expresión (tantos como secciones se halla dividido la pala) obteniéndose una matriz cuadrada. Se eliminan los infinitos de la diagonal y se integran las soluciones según la altura obteniendo la el valor de la función según la altura. La idea es que el número de valores coincida con el número de diferenciales de circulación calculadas en el punto anterior.
4. Se multiplica el valor obtenido en el punto 2 con el obtenido en el punto 3 dividiéndolo por el número de secciones, obteniendo el valor de

$$\frac{d\Gamma(\zeta)}{d\zeta} \frac{d\zeta}{\zeta-z}$$

Una vez obtenidas las dos partes de la integral, multiplicándolas para cada altura y por $\frac{1}{4\pi}\rho$, e integrando a lo largo de la altura se obtendrá el valor del arrastre de la pala.

Como se podrá comprobar más adelante, la fuerza de arrastre es mayor en los la parte alta y baja de la pala debido a que son las zonas donde se producen las mayores turbulencias.

El coeficiente de arrastre vendrá dado por la siguiente expresión:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho S U^2}$$

4.1.7. FLUJO POTENCIAL VS MÉTODO DE FLUJO

A lo largo de este apartado se va a desarrollar el método seguido para observar el comportamiento de la pala de un timón situada tras el flujo de la hélice. La idea es aplicar la teoría del flujo potencial a lo largo de la altura de la pala observando el comportamiento de la misma a partir de las velocidades de entrada del flujo en la pala obtenidas por el método desarrollado en la sección 3.2.

Desarrollar esta metodología es interesante para observar lo que sucede cuando el buque navega en línea recta o con poco ángulo de ataque en la pala. Además este apartado ayudará a entender mejor como influye el flujo en las fuerzas hidrodinámicas por ir la pala situada tras un flujo alterado por el movimiento de la hélice.

Se ha de tener en cuenta que tanto la metodología usada para el cálculo de la velocidad del flujo como la teoría del flujo potencial desprecia el espesor de la hélice.

CÁLCULO PARA EL TIMÓN ALINEADO CON LA HÉLICE

El método aplicado en la sección 3.2 nos aporta la velocidad en el sentido axial y transversal en cada sección de la pala a lo largo de la altura. A partir de esto, para conocer la sustentación y la fuerza de arrastre a partir de las expresiones obtenidas mediante flujo potencial bastaría con seguir los siguientes pasos:

1. Se divide el timón en secciones, de la misma manera que se dividió en el método del flujo. Se calcula la cuerda para cada sección según su altura.
2. A partir de la velocidad axial y transversal calculada mediante el flujo, se obtiene el ángulo de desfase:

$$\Delta\delta_{eff} = \arctg\left(\frac{V_T}{V_A}\right)$$

3. Sumando el ángulo de la pala con el ángulo de desfase se obtendrá el ángulo de ataque efectivo del flujo sobre la pala. La velocidad resultante

será la dada por el método que será igual al módulo de la velocidad axial y tangencial.

4. Se calculará la circulación total de cada sección ($\Gamma(z)$). Para ello se utilizará la cuerda obtenida en 1 y el ángulo efectivo calculado en 3.
5. Para calcular la sustentación basta con multiplicar la circulación total por la densidad y por la velocidad resultante. De esta manera se obtendría la sustentación de cada sección. La integral a lo largo de la altura dará como resultado la sustentación de la pala. El siguiente grafico muestra la curva de sustentación a lo largo de la altura de una pala situada tras una hélice a cero grados:

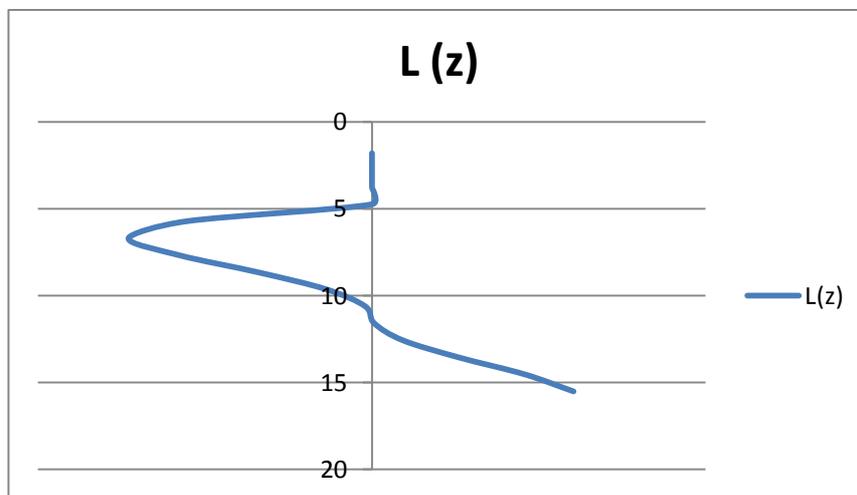


Figura 4-10: Sustentación a lo largo de la altura de la pala ($L(z)$).

6. Para calcular el arrastre se calcula la diferencia entre la circulación total y la subsiguiente.
7. Se calcula el valor de la expresión $\frac{1}{\zeta-z}$, explicado en el apartado anterior para cada sección obtenida en 6.
8. Se multiplica 6 y 7 obteniendo el valor de $\frac{d\Gamma(\zeta)}{d\zeta} \frac{d\zeta}{\zeta-z}$ para cada subsección.
9. Se multiplica lo obtenido en el punto anterior con la circulación total en cada sección y por $-\frac{1}{4\pi}\rho$ de manera que se obtiene el arrastre en cada sección ($D(z)$). La fuerza de arrastre de la pala se obtendrá de integrar a lo largo de la altura lo obtenido en cada sección. El arrastre a lo largo de la altura dependerá variará mucho dependiendo de las formas de la pala y de las condiciones del flujo. Un ejemplo de curva podría ser el mostrado en la Figura 4-11 el cual corresponde al mismo ejemplo de la Figura 4-10, (esta curva podría no parecerse en nada a la calculada para otro timón):

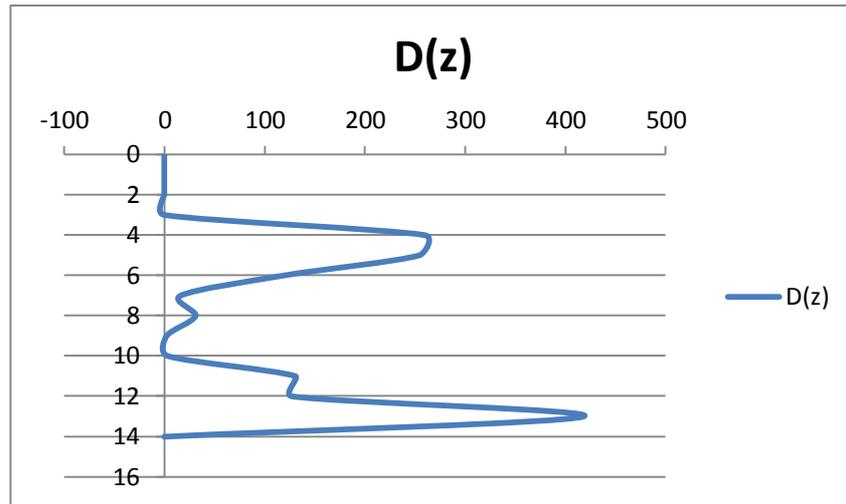


Figura 4-11: Fuerza de arrastre a lo largo de la altura de la pala ($D(z)$).

Como se puede observar el arrastre es mayor en los extremos de la pala que en el centro.

(Si se considera la barquilla con la misma geometría de la pala, el aumento del arrastre producido en la parte alta de la pala sería menor debido a que habría de considerarse la barquilla como continuación de la pala y las mayores turbulencias se formarían ahí. En este método ha sido despreciada puesto que al dar ángulo a la pala la barquilla es independiente).

Por último añadir, que según la teoría del flujo potencial la última sección de la pala no intervendría en la sustentación de la misma y por lo tanto habría que despreciar esta sección. Para que sustentará sería necesario añadir un aleta en la parte inferior de la pala para que el flujo no desprenda).

CÁLCULO PARA EL TIMÓN DESALINEADO CON LA HÉLICE

A continuación se expone las variaciones a tener en cuenta en el método del flujo de la sección 3.2, si se quisiera aprovechar este método para ver el comportamiento de la pala inmersa en un fluido alterado por la hélice y desplazada en el sentido transversal con respecto al eje de la hélice.

1) VARIACIÓN DE LA VELOCIDAD TANGENCIAL

En un primer lugar se abordará el problema de ver que ocurre con la velocidad tangencial (perpendicular a la pala) al variar la posición de la pala en el sentido transversal del buque con respecto al eje de la hélice.

La Figura 4-12, muestra la variación de la velocidad tangencial a lo largo de la pala debido a la rotación de la hélice.

Debido a que la pala se encuentra alineada con el eje de la hélice y despreciando el espesor de la pala, a lo largo del eje vertical toda la velocidad del flujo sería perpendicular a la pala del timón. Esto es lo que sucede para el caso estudiado en el apartado anterior.

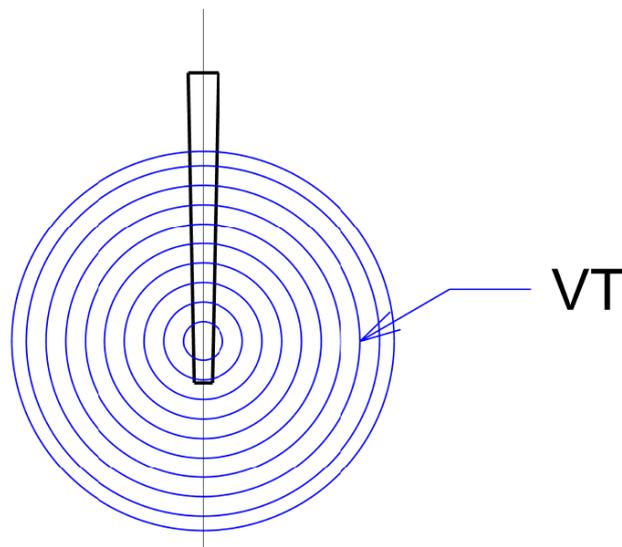


Figura 4-12: Velocidad tangencial en la pala debida a la rotación de la hélice.

Cada línea azul representa la línea de corriente calculada mediante el método del flujo de la sección 3.2.

Cuando la pala se encuentra desplazada a una banda, en la pala del timón, la velocidad tangencial se puede descomponer en dos velocidades: la velocidad vertical y la velocidad horizontal (velocidad paralela a la pala y velocidad perpendicular a la pala).

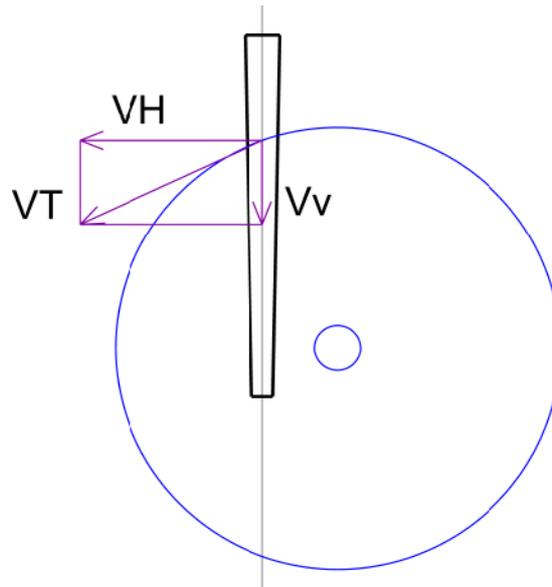


Figura 4-13: Descomposición de la velocidad tangencial.

Por trigonometría se podría calcular la velocidad horizontal y vertical del fluido a partir de la velocidad tangencial y de la distancia horizontal entre el eje de la pala y el eje de la mecha. Siendo “b” la distancia horizontal entre la mecha y el eje de la hélice y “r” la distancia de la distancia desde la línea de agua al centro de la hélice la velocidad horizontal y vertical del fluido vendrá dada por:

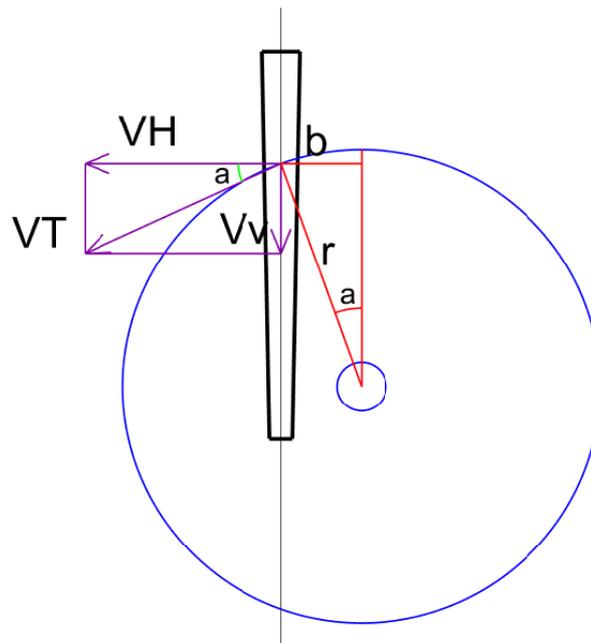


Figura 4-14: Cálculo componentes de la velocidad tangencial.

$$a = \arcsen\left(\frac{b}{r}\right)$$

$$V_H = V_T \cos(a)$$

$$V_V = V_T \sen(a)$$

2) VARIACIÓN DE LA VELOCIDAD AXIAL

El problema de la variación de la velocidad axial sería más complicado de resolver que la tangencial. En este caso habría que descomponer el método y tener en cuenta por separado la velocidad axial debido a la posición vertical con respecto al casco y la velocidad axial de la línea de corriente de la hélice.

Despreciando la variación de velocidad axial con respecto al casco se podría decir que la velocidad axial sería la misma en cada línea de corriente (circunferencias azules de la Figura 4-15).

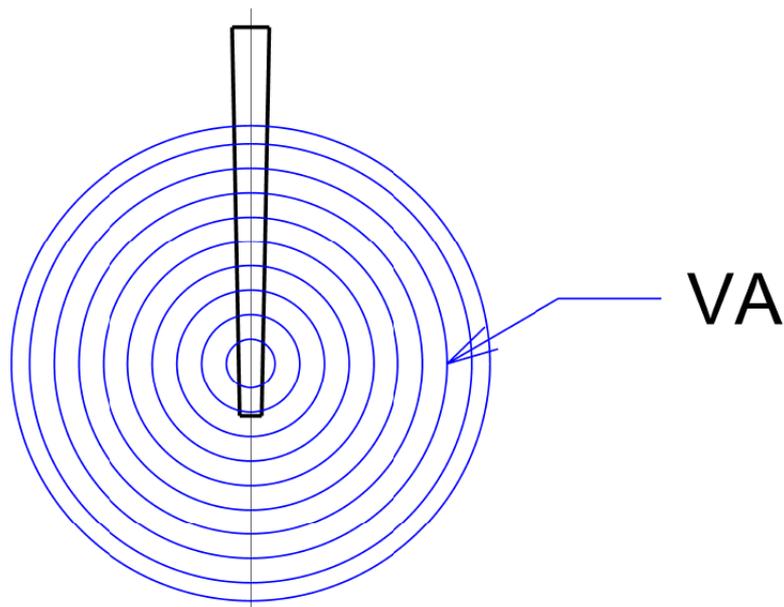


Figura 4-15: Líneas de circulación con la misma velocidad axial.

De esta manera, para obtener la velocidad axial al desplazar el timón en el sentido transversal tan solo habría que calcular la nueva posición de la línea de flujo en la pala y dar a este punto de la pala el valor de la velocidad axial de la línea de corriente.

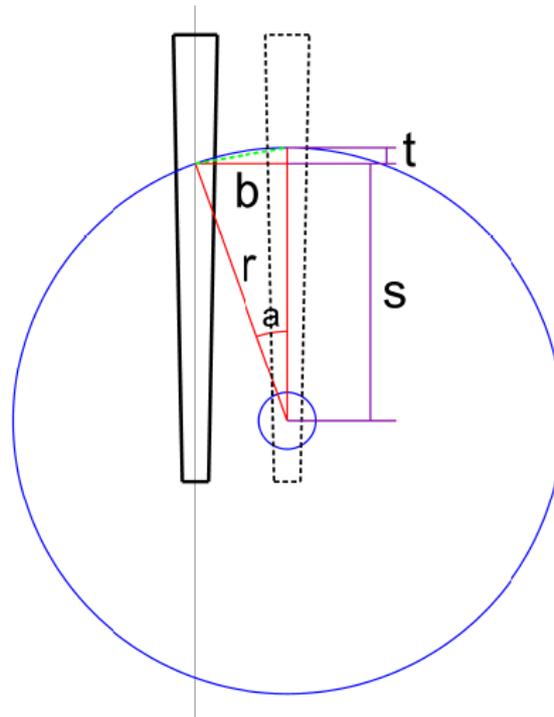


Figura 4-16: Cálculo velocidad axial.

Se podrían obtener las siguientes relaciones trigonométricas para calcular el punto en la pala del timón:

$$a = \arcsen\left(\frac{b}{r}\right)$$

$$s = r \cos(a)$$

$$t = r - s$$

3) CÁLCULO DE LA SUSTENTACIÓN Y DEL ARRASTRE

Una vez conocidas la velocidad horizontal, vertical y axial, y la nueva situación sobre la pala de los valores obtenidos el siguiente es estimar la nueva sustentación y el arrastre.

El procedimiento a seguir sería el mismo que el explicado para el caso del timón alineado con la hélice con la diferencia de utilizar los nuevos valores de velocidad.

Para el problema de la sustentación se deberá de usar la velocidad horizontal y la axial (despreciando la velocidad vertical). A partir de estas dos velocidades se obtendría el nuevo ángulo de desfase, se calcula la circulación total en cada sección y por último la sustentación.

Para el problema del arrastre la metodología es la misma. Mediante la circulación total en cada sección y la otra componente de la integral ($\frac{d\Gamma(\zeta)}{d\zeta} \frac{d\zeta}{\zeta-z}$), se integra a lo largo de la altura de la pala y se multiplica por la constante para obtener el arrastre.

Para el problema del arrastre se podría incluir el efecto que provocaría la velocidad vertical originada por la pala.

4.2. MÉTODO DE TAPLIN

A largo de esta sección se desarrollará un método para el diseño de cálculos de timones [6]. Este método es usado en la construcción de buques para determinar las fuerzas hidrodinámicas (sustentación, fuerza de arrastre y el momento torsor en el sistema de gobierno). En este trabajo se usará para el desarrollo de timones tipo espada pero se podría adaptar a cualquier tipo de timón.

Para obtener las fuerzas hidrodinámicas de esta manera, la metodología se basa en datos aerodinámicos desarrollados en un canal de experiencia excluyendo cualquier efecto de cavitación que se pudiera originar. A partir de los datos obtenidos en un túnel de viento se extrapolan a la superficie de control del timón.

4.2.1. FLUJO Y ÁNGULO DE ATAQUE

Taplin, en su metodología incluye su propia forma de hallar la velocidad del flujo en la pala y el ángulo de desfase del flujo. En el Capítulo 3 se expone otro método para calcular estos parámetros.

Según Taplin, poniendo como ejemplo el casco y la hélice de un buque tipo “destructor” la velocidad y el ángulo de incidencia del flujo tras la hélice es el representado en la siguiente figura según su posición:

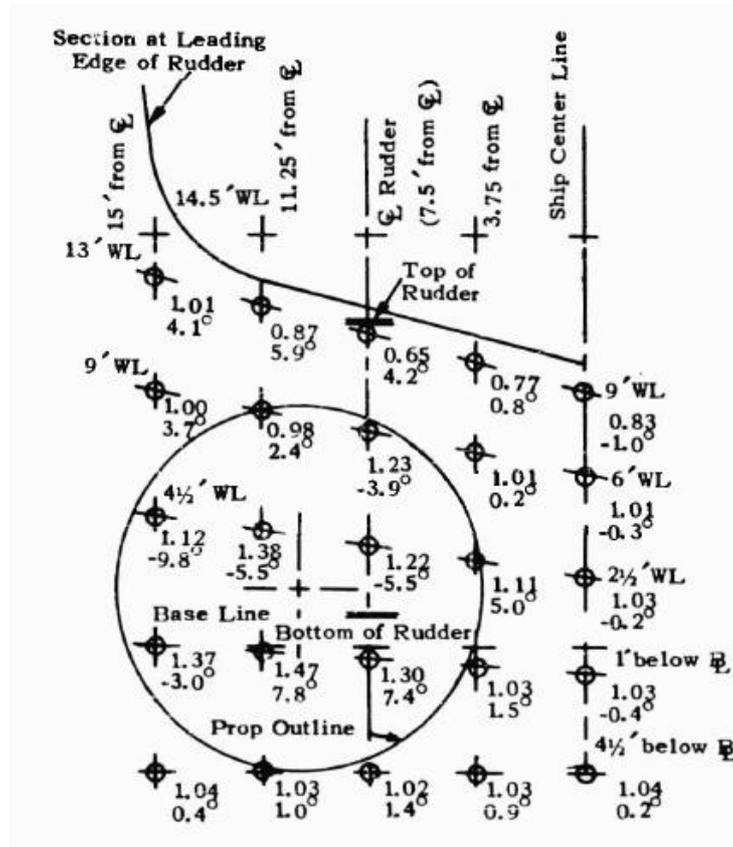


Figura 4-17: Variación de velocidad y ángulo de ataque según la situación tras la hélice.

Así, a partir de esta figura obtiene dos conclusiones:

- Para un timón dispuesto tras un propulsor, la velocidad sobre la pala del timón puede suponerse entre el 80% y el 100% de la velocidad del flujo tras la hélice, es decir:

$$(80\% - 100\%) (V_{buque} (1 + s)) \quad (79)$$

Donde "s" es el deslizamiento de la hélice.

- El ángulo efectivo de ataque del flujo es de 5/7 veces el ángulo de la pala. Así, considerando el timón medido a una banda un ángulo de 35° , el ángulo de incidencia del flujo real en la pala será de 25° .

4.2.2. RELACIÓN DE ASPECTO EFECTIVA

Uno de los aspectos más importantes a determinar para usar los coeficientes correctos de los datos del túnel de viento va a ser la relación de aspecto de la pala. En condiciones ideales, esta relación puede considerarse como:

$$a = \frac{h^2}{A} = \frac{\text{altura pala}^2}{\text{Area de la pala}} \quad (80)$$

Y este valor podría ser el doble si la distancia entre la pala y el casco fuera pequeña.

Este parámetro se podría decir que representa la similitud de la pala a un cuadrado.

Si consideramos que el hueco entre la pala y el casco es pequeño para pocos grados de la pala y grande para el ángulo mayor, la relación de aspecto efectiva para cada ángulo variaría linealmente de 1.9 o 2.0 a 0° a 1.0 para el máximo ángulo de la pala. Si el hueco entre la pala y el casco es grande se podría considerar la misma relación de aspecto para todos los ángulos.

4.2.3. USO DE LOS DATOS DEL TUNEL DE VIENTO

Los datos del túnel de viento para llevar a cabo el cálculo de los coeficientes de sustentación, arrastre y centro de presión (C_L , C_D y C_P) se pueden obtener de la [18] (TMB Report 933).

Este documento cubre perfiles tipo NACA 00XX de una relación de aspecto de 1.0, 2.0 y 3.0. Los pasos para la obtención de los coeficientes son los siguientes:

1. De la geometría de la pala se obtiene el ángulo de barrido a $\frac{1}{4}$ de la cuerda. Entrando en las tablas de datos con la relación de aspecto y el ángulo de ataque efectivo se obtienen los coeficientes para un ángulo de barrido de 0°.
2. Se repite la operación para 11° o -8°, dependiendo del ángulo de la pala.
3. Se interpola linealmente entre los datos obtenidos para el ángulo de barrido del timón a estudiar.
4. Si el "taper ratio" (relación entre la cuerda inferior y superior $\left[\frac{\text{tip chord}}{\text{root chord}} \right]$) es diferente de 0.45 los datos obtenidos necesitan ser corregidos. Esta corrección influye en el coeficiente de la fuerza normal, normalmente incrementándolo, aunque lo más importante es que desplaza el centro de presión de proa a popa provocando un mayor brazo y por tanto un mayor par.

(La manera de aplicar la corrección se verá más adelante con detalle.)

4.2.4. PAR TORSOR A DAR POR EL SERVO

La finalidad de este método es determinar el par torsor a dar por el servo para poder virar la pala del timón en la condición de navegación del buque. Además del par hidrodinámico (Q_H) se deben de tener en cuenta la suma o resta de otros pares para obtener un comportamiento más preciso y/o prevenir errores en la metodología. Así el par torsor total es el par hidrodinámico influenciado por:

- El par de error (Q_A) el cual actúa en el centro de presión a lo largo de la cuerda. Éste par suele tomarse como la fuerza normal sobre $\pm 2\%$ de la cuerda media. Si el timón es similar al del modelo del túnel de viento, se puede reducir el error a $\pm 1\%$ aunque si por el contrario es muy diferente debería de ser mayor de $\pm 2\%$. Este error es muy importante para timones no balanceados con la mecha situada cerca del cuarto de la cuerda. El error permite prevenir errores de incertidumbre, como variaciones en el número de Reynolds, rugosidad, espesor, relación de aspecto efectiva, etc.
- El par de fricción (Q_F), el cual es el par originado por el rozamiento en los cojinetes. Para estimar el par de fricción primero se deben de calcular las reacciones en los cojinetes. El par de fricción de cada cojinete es la fuerza resultante multiplicada por el coeficiente de fricción del cojinete y por el radio.

Como se podrá apreciar más adelante, el par de fricción y de error se sumará o restará dependiendo de la situación del buque. Como ejemplo el par de fricción habrá casos en los que ayude al servo a aguantar el par producido por la pala y casos en los que se opondrá al par del servo.

4.2.5. PRECISIÓN DE LOS CALCULOS

En general, el método de Taplin que se describe debajo predice las fuerzas de una manera conservativa y con una exactitud razonable. Aún así se puede comprobar que:

- Barcos de la misma familia muestran variaciones en la presión del servo para los mismos movimientos y condiciones.

- Entre varias mediciones hidráulicas del par en la mecha se producen inexplicables discrepancias para un mismo buque.

4.2.6. DESARROLLO DEL MÉTODO

A lo largo de este apartado se va a explicar el desarrollo del método, paso a paso, expuesto en la Tabla 4-1.

El área de la pala y el coeficiente de afinamiento vendrán dadas por las expresiones (81) y (82):

$$\text{Área} = \text{cuerda media} * \text{altura media} \quad (81)$$

$$\lambda = \frac{\text{cuerda inferior}}{\text{cuerda superior}} \quad (82)$$

Una vez conocidas el área de la pala y la relación de aspecto se irá operando línea a línea con la finalidad de estimar las fuerzas hidrodinámicas y el par total.

En la línea 2 se tomará el ángulo efectivo de ataque. Como se dijo anteriormente este se considera como 5/7 el ángulo de la pala.

En la línea 3 se calcula la relación de aspecto geométrica para cada ángulo. Esta relación, como se definió anteriormente, vendrá dada por la siguiente expresión:

$$a_G = \frac{H^2}{A}$$

De esta manera se considerará el valor obtenido el correspondiente para un ángulo efectivo de 25° y para 0° el doble del mismo. Los valores intermedios serán calculados interpolando linealmente entre ambos.

En la línea 4, de las figuras 45, 60 y 67 del TMB 933 [18] se obtiene el coeficiente de sustentación para un ángulo de barrido (1/4 cuerda) de 11 grados en función del ángulo y la relación de aspecto efectivas.

(Se puede comprobar que el número de Reynolds es sobre 10 veces mayor que el mayor número de Reynolds utilizado en el TMB 933, por eso se coge el número de Reynolds mayor).

En la línea 5 se realiza la misma operación que en la línea 4 pero para un ángulo de barrido (1/4 cuerda) de 0° utilizando las figuras 44, 45 y 66 del TMB 933 [18].

En la línea 6 se realiza la interpolación lineal para el ángulo de barrido del timón a estudiar.

En la línea 7 se realiza la misma operación que en la línea 4 y 5 para calcular el coeficiente de arrastre (C_D). Debido a que la diferencia es insignificante no es necesario realizar la interpolación.

De la línea 8 a la 11 la sustentación y el arrastre son usadas para el cálculo de la fuerza normal en línea con el flujo. Las líneas 10 y 11 son las componentes normales de los coeficientes de sustentación y arrastre.

En la línea 12 se calcula el coeficiente de la fuerza normal, para usar en el cálculo del par hidrodinámico, se obtiene sumando la línea 10 y la 11.

En la línea 13 se interpola de las figuras 45, 60 y 67 del TMB 933 [18] para obtener el centro de presión a lo largo de la cuerda media, medido en la cuerda media desde el borde de ataque hacia popa. El coeficiente es para un ángulo de barrido de 0° .

En la línea 14 se interpola de las figuras 44, 55 y 66. El coeficiente es para un ángulo de barrido de 11° .

En la línea 15 se interpola entre las líneas 13 y 14 para el ángulo de barrido (1/4 de la cuerda) de nuestra pala.

En la línea 18 se estima el brazo del par al que está sometido el sistema en función del ángulo. Si el valor es negativo el momento tiende a llevar el timón a un ángulo mayor. Por el contrario si el valor es positivo el momento tiende a llevar el timón a su posición inicial (0°).

En la línea 19 se obtiene la fuerza normal. Para obtener la fuerza normal se multiplica la presión dinámica por el coeficiente calculado en la línea 12. La presión dinámica se calcula de la siguiente manera:

$$v = (1 + s)V_b \quad (83)$$

$$q = \frac{\rho}{2} v^2 \quad (84)$$

$$Sq = q * A \quad (85)$$

Donde:

- v = velocidad del flujo tras la hélice.
- s = deslizamiento de la hélice.
- V_b = velocidad del buque.
- q = presión dinámica unitaria.
- ρ = densidad del fluido.
- Sq = presión dinámica.

La línea 20 es la línea 19 por la línea 18.

La línea 21 es el error a tomar sobre la posición del centro de presión sobre la cuerda media. Por tanto este valor vendrá dado por el porcentaje de error a tomar multiplicado por la cuerda media.

La línea 22 es el valor del par de error obtenido de multiplicar la línea 21 por la línea 19.

En la línea 23 se obtiene el coeficiente de la fuerza resultante mediante la siguiente expresión:

$$\sqrt{C_L^2 + C_D^2} \quad (86)$$

En la línea 24 se calcula la fuerza resultante multiplicando la línea 23 por la línea 19 (presión dinámica).

En la línea 25 se obtiene el par de fricción obtenido a partir de multiplicar la fuerza resultante obtenida en la línea 24 por el coeficiente de fricción.

Para hallar el coeficiente de fricción se actúa de la siguiente manera:

- A partir del coeficiente del centro de presión (C_p) y multiplicándolo por la altura de la pala se obtiene la altura desde la cuerda superior al centro de presión de la pala. Lo normal es hacerlo considerando el centro de presión cuando la pala esta a 25° para cualquier ángulo (debido a que es la peor situación por estar el centro de presión más alejado), aunque se podría operar con el centro de presión hallado para cada ángulo.

- A esta distancia se le suma la separación entre el cojinete inferior y el extremo superior de la pala obteniendo la distancia vertical entre el centro de presión y el centro del cojinete inferior.
- La fuerza en el cojinete inferior vendrá dada por:

$$F_U = F_R \frac{\text{distancia entre } C_p \text{ y cojinete inferior}}{\text{distancia entre cojinetes}} \quad (87)$$

- La fuerza en el cojinete superior vendrá dada por:

$$\begin{aligned} F_L &= F_R + F_R \frac{\text{distancia entre } C_p \text{ y cojinete inferior}}{\text{distancia entre cojinetes}} \\ &= F_R \left(1 + \frac{\text{distancia entre } C_p \text{ y cojinete inferior}}{\text{distancia entre cojinetes}} \right) \end{aligned} \quad (88)$$

- Así, el par de fricción vendrá dado por:

$$Q_F = (f_1 F_R R_U + f_2 F_L R_L) \quad (89)$$

Donde:

- f es el coeficiente de fricción.
- R_U es el radio del cojinete superior.
- R_L es el radio del cojinete inferior.
- Adicionalmente a este par se le podría sumar la fricción provocada en el cojinete superior debido al propio peso del conjunto pala-mecha determinado por:

$$Q_F = (W f_3 R_L) \quad (90)$$

Donde:

- W es el peso del conjunto.

(El método de Taplin no tiene en cuenta este último punto)

Si ponemos el par de fricción en función de la fuerza resultante tendríamos el coeficiente de fricción del sistema.

De la línea 26 a 29 se conjugan las varias alternativas posibles en lo referente al par a las que podría estar sometido el servo representando así las curvas de par del sistema.

Estas curvas tendrían el aspecto que se muestra en la Figura 4-18:

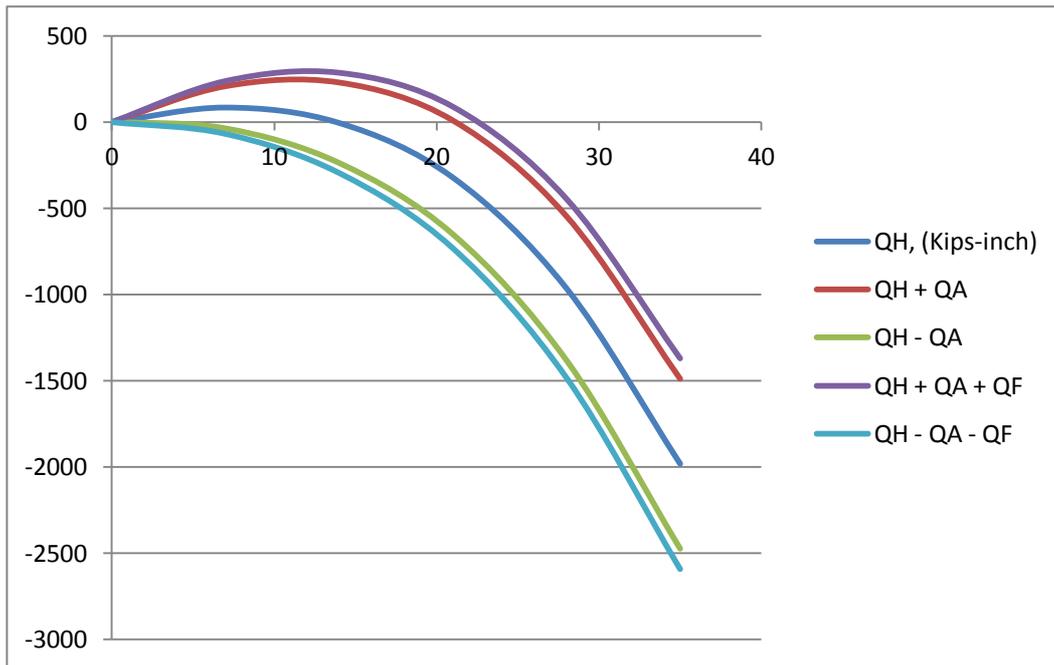


Figura 4-18: Curvas de par.

Y las curvas donde representamos la fuerza normal y resultante a cada ángulo representadas en la Figura 4-19:

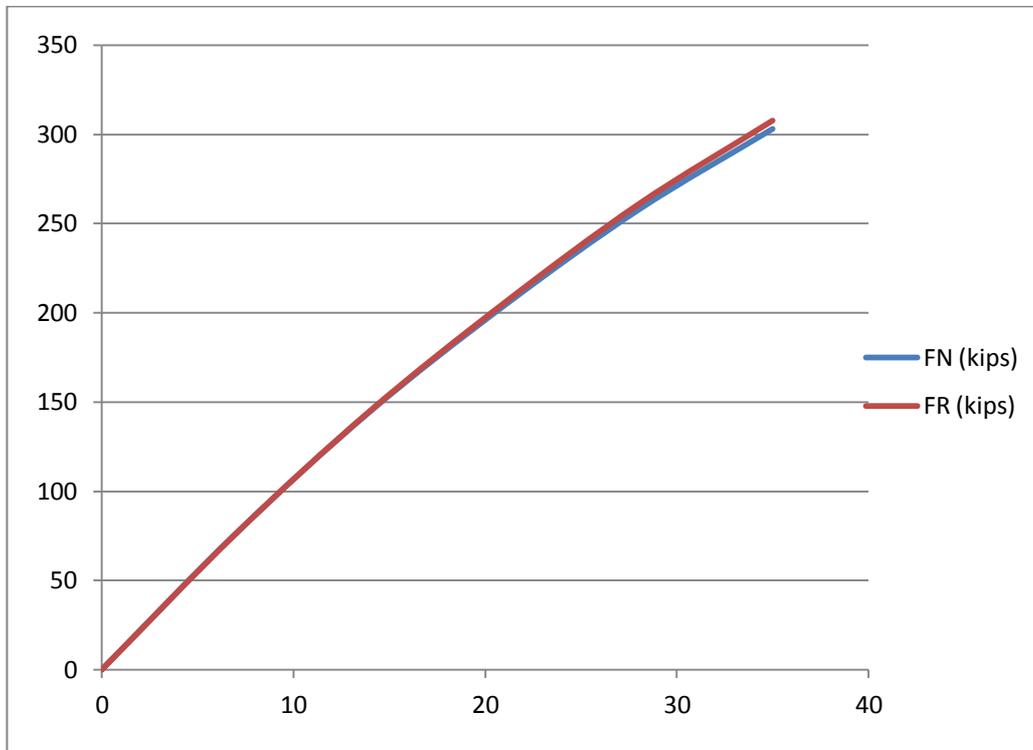


Figura 4-19: Curvas de fuerza normal y resultante.

La Tabla 4-1 muestra el método explicado anteriormente:

Line 1	Rudder angle, degree
Line 2	Angle of attack α , degree
Line 3	Effective aspect ratio
Line 4	CL_1 at $\Omega = 11^\circ$
Line 5	CL_1 at $\Omega = 0^\circ$
Line 6	CL_2
Line 7	$CD_1 \approx CD_2$
Line 8	$\cos(\alpha)$
Line 9	$\text{sen}(\alpha)$
Line 10	$CL_2 * \cos(\alpha)$
Line 11	$CD_2 * \text{sen}(\alpha)$
Line 12	CN_2
Line 13	CP_C from LE at $\Omega = 11^\circ$
Line 14	CP_C from LE at $\Omega = 0^\circ$
Line 15	CP_C from LE at Ω
Line 16	CP_C from LE at Ω , inch
Line 17	CL stock from LE, inch
Line 18	Torque arm, inch
Line 19	Normal Force F_N , Kips
Line 20	Q_H , Kips-inch
Line 21	Allowance torque arm, inch
Line 22	Q_A , Kips-inch
Line 23	Resultant force coeficient
Line 24	Resultant force, Kips
Line 25	Q_F , Kips-inch
Line 26	$Q_H + Q_A$
Line 27	$Q_H - Q_A$
Line 28	$Q_H + Q_A + Q_F$
Line 29	$Q_H - Q_A - Q_F$

Tabla 4-1: Resumen método de Taplin.

4.2.7. CORRECCIÓN POR EL COEFICIENT DE AFINAMIENTO

Para una pala con una relación de afinamiento distinta a la de las graficas obtenidas del TMB Report 933 ($\lambda = 0.45$) se debe de aplicar una corrección para afinar más los resultados.

De la figura 28 del Report 933 [18] se obtiene el valor del coeficiente de arrastre en función de la relación de afinamiento. Así, la variación del coeficiente de arrastre a lo largo del flujo vendría dada por la siguiente expresión:

$$\Delta(C_{Dc}) = (C_{Dc})_2 - (C_{Dc})_1 \quad (91)$$

Donde:

- $(C_{Dc})_2 \rightarrow$ Valor para la relación de afinamiento deseada (taper radio).
- $(C_{Dc})_1 \rightarrow$ Valor para una relación de afinamiento de 0.45.

A partir de la ecuación anterior se obtiene la variación del coeficiente de sustentación:

$$\Delta C_L = (C_L)_2 - (C_L)_1 = \frac{\Delta(C_{Dc})(\alpha_r)^2}{a_e} \quad (92)$$

Donde

- $\alpha_r \rightarrow$ es el ángulo de ataque efectivo a cada ángulo.
- $a_e \rightarrow$ es la relación de aspecto efectiva a cada ángulo.

Y la variación del coeficiente de arrastre vendría dado por:

$$\Delta C_D = \frac{(C_L)_2 - (C_L)_1}{2.83 a_e}$$

Y para finalizar, la variación en el ángulo de barrido (ángulo a $\frac{1}{4}$ de la cuerda desde el borde de ataque a lo largo de la altura de la pala) será obtenida por la siguiente expresión:

$$\Delta(C_{m_{c/4}}) = \frac{1}{2} \Delta C_L \quad (93)$$

De esta forma, la Tabla 4-1 quedaría ahora de la siguiente manera:

Line 1	Rudder angle, deg
Line 2	Attack angle α , deg
Line 3	Attack angle αr
Line 4	$(\alpha r)^2$
Line 5	ae
Line 6	$\Delta CL = (\Delta(CDc) * (\alpha r)^2) / ae$
Line 7	CL1
Line 8	$CL2 = CL1 + \Delta CL$
Line 9	$(CL2)^2$
Line 10	$(CL1)^2$
Line 11	$(CL2)^2 - (CL1)^2$
Line 12	$\Delta CD = ((CL2)^2 - (CL1)^2) / (2,83ae)$
Line 13	CD1
Line 14	$(CD2) = (CD1) + \Delta CD$
Line 15	CN1
Line 16	$\cos(\alpha)$
Line 17	$\text{sen}(\alpha)$
Line 18	$(CL2) \cos(\alpha)$
Line 19	$(CD2) \text{sen}(\alpha)$
Line 20	CN2
Line 21	$(CPL)1$
Line 22	$(CPC/4)1 = 0,25 - (CPL)1$
Line 23	$(Cmc/4)1 = (CPC/4)1 (CN)1$
Line 24	$\Delta(Cmc/4) = -1/2 * \Delta CL$
Line 25	$(Cmc/4)2 = (Cmc/4)1 + \Delta(Cmc/4)$
Line 26	$(CPC/4)2 = (Cmc/4)2 / (CN)2$
Line 27	$(CPL)2 = 0,25 - (CPC/4)2$
Line 28	$(CD2)^2$
Line 29	$(CR2)^2 = (CL2)^2 + (CD2)^2$
Line 30	$(CR2)$

Tabla 4-2: Método de Taplin corregido (1).

El resto del método seguiría igual que en la Tabla 4-1, es decir, a continuación de la Tabla 4-2 se colocaría la parte restante de la Tabla 4-1 (Tabla 4-3):

Line 16	CP_C from LE at Ω , inch
Line 17	CL stock from LE, inch
Line 18	Torque arm, inch
Line 19	Normal Force F_N , Kips
Line 20	Q_H , Kips-inch
Line 21	Allowance torque arm, inch
Line 22	Q_A , Kips-inch
Line 24	Resultant force, Kips
Line 25	Q_F , Kips-inch
Line 26	$Q_H + Q_A$
Line 27	$Q_H - Q_A$
Line 28	$Q_H + Q_A + Q_F$
Line 29	$Q_H - Q_A - Q_F$

Tabla 4-3: Método de Taplin corregido (2).

4.2.8. INTERACCIÓN ENTRE EL MÉTODO DE TAPLIN-MÉTODO CONDICIÓN DEL FLUJO

En la sección 3.2 se expuso un método para estimar la velocidad de entrada y el ángulo de desfase teniendo en cuenta la posición de la pala respecto a la hélice y respecto al casco del buque.

Lo que se plantea en este apartado es utilizar la velocidad efectiva estimada por este método y no la velocidad estimada por Taplin en la expresión (79).

Por otro lado sería interesante, puesto que la velocidad efectiva se estima a partir de la velocidad en cada sección considerada de la pala en altura, calcular la posición del centro de presión en la pala y sustituir este valor en la posición del centro de presión (horizontal y vertical) estimado mediante graficas para el método de Taplin.

Sin embargo, plantear lo descrito en el último párrafo induciría a error ya que el método expuesto en la sección 3.2 considera el timón para un ángulo de ataque de 0° . En la realidad la posición del centro de presión (horizontal y vertical) varía en función del ángulo de la pala (teniendo gran influencia la geometría de la misma).

Por tanto hallar de esta manera el centro de presión y utilizarlo en el método de Taplin no tendría mucho sentido puesto que no estaríamos considerando esta variación. Tendría sentido considerarlo cuando el ángulo de ataque es pequeño tal y como se ha realizado en el apartado 4.1.7 realizando el cálculo mediante flujo potencial o sustituyéndolo en el método de Taplin para el ángulo mínimo.

Capítulo 5. ESTIMACIÓN DE FUERZAS DINÁMICAS

Una vez calculadas las fuerzas hidrodinámicas, el siguiente paso será estimar las fuerzas dinámicas a tener en cuenta en el dimensionamiento de la mecha del timón.

Llamamos fuerzas dinámicas a las producidas por una masa situada en un determinado punto del buque que debido al movimiento del mismo (roll, pitch, yaw, etc) y por su distancia al centro de giro originan una reacción en la estructura.

En este caso, el hablar de fuerzas dinámicas para el dimensionamiento del sistema de gobierno, se refiere a las fuerzas que tiene que soportar la mecha debido al peso del conjunto pala-mecha y el movimiento del buque. En la mayoría de los casos estas fuerzas son insignificantes comparadas con las hidrodinámicas, pero se debe conocer su existencia y es recomendable tenerlas en cuenta.

En el buque se distinguen los siguientes dos tipos de movimientos: de traslación y de rotación.

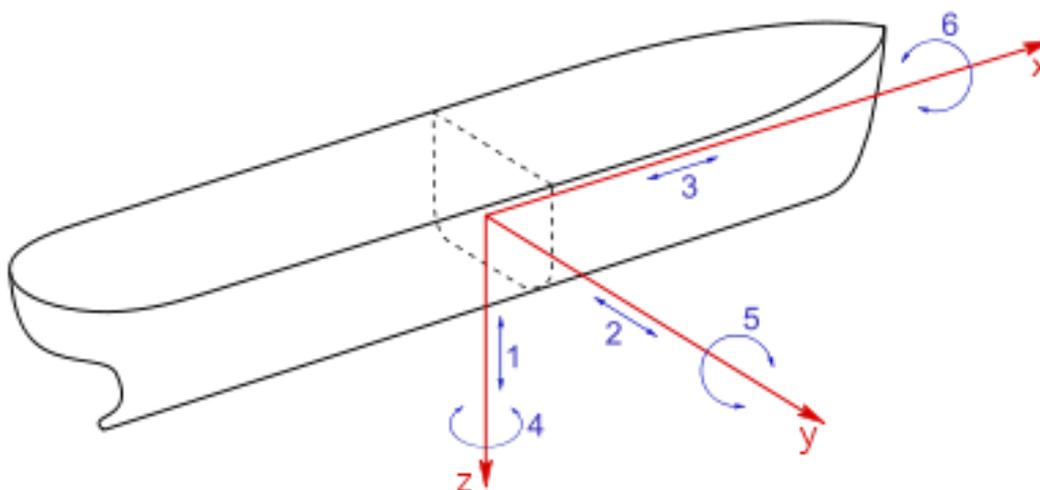


Figura 5-1: Movimientos del buque.

- Movimientos de traslación:
 1. Arfada (Heave): Es el movimiento vertical del buque (a lo largo del eje “z”).
 2. Deriva (Sway): Es el movimiento lateral del buque (a lo largo del eje “y”).
 3. Avance o retroceso (Surge): Es el movimiento en el sentido longitudinal del buque (a lo largo del eje “x”).
- Movimientos de rotación:
 4. Guiñada (Yaw): Es el movimiento oscilatorio sobre el eje vertical (eje “z”).
 5. Cabeceo (Pitch): Es el movimiento oscilatorio sobre el eje transversal (eje “y”).
 6. Balanceo (Roll): Es el movimiento oscilatorio sobre el eje longitudinal (eje “x”).

Estos movimientos son caracterizados por sus amplitudes y periodos.

Para llevar a cabo la estimación de las fuerzas derivadas de estos movimientos se va a recurrir al documento [9]. En este documento, se expone un método basado en la experiencia para estimar las fuerzas producidas por una masa en función de la distancia, movimiento y tipo de buque, estado de la mar, etc.

Antes de entrar en profundidad sobre la forma de calcular las fuerzas mediante este método, es necesario definir los conceptos principales para conocer la metodología de cálculo.

La forma de comportarse del buque puede definirse mediante tres conceptos:

- Escora (Heel o List): Es la inclinación del buque sobre el eje longitudinal (eje "x") debido a la separación lateral entre el centro de gravedad y el centro de la fuerza exterior aplicada al buque (viento, oleaje, etc).
- Asiento (Trim): Es la inclinación del buque sobre el eje transversal (eje "y") debido a la separación longitudinal entre el centro de gravedad del buque y el centro de aplicación de la carga.
- Guiñada (Heel). Es la reacción angular no-oscilatoria producida sobre el eje longitudinal (eje "x") causada por la carga exterior en el buque.

Según su posición, la reacción en el buque se estima mediante el factor de carga. El factor de carga es un número dado en términos de la aceleración gravitacional y dinámica, el cual, multiplicado por la masa de la estructura o equipo, determina la carga de diseño con respecto a los tres ejes de movimiento definidos anteriormente como resultado de la aceleración de la gravedad y del movimiento del buque:

- Según su posición longitudinal (proa-popa).
- Según su posición transversal (babor-estribor).
- Según su posición vertical (Arriba-abajo).

Estos factores de carga dependen de la magnitud y frecuencia de los movimientos del buque, actitud del buque y localización de la estructura o el equipo.

De esta manera a partir del factor de carga se obtendrá la carga de diseño. Esta carga es la fuerza aplicada a la estructura o equipo dada su localización en el buque. Esta carga se obtiene a partir de multiplicar la masa de la estructura o equipo por el factor de carga calculado para su localización.

Como no, la carga de diseño y a su vez el factor de carga dependerá del estado de la mar. El estado de la mar queda definido como la severidad del mar que va a afectar al buque. El estado de la mar incluye la altura de ola, el

periodo, la distribución de energía, frecuencia y dirección de la ola. El estado de la mar, como es obvio, varía en función de la localización y la época del año.

5.1. METODOLOGÍA DE CÁLCULO

Los movimientos del buque en la mar incluyen el balanceo, el cabeceo, la guiñada, el avance o retroceso, la deriva y la arfada. La actitud del buque casada por la cargas incluye la escora, el asiento y la guiñada. El movimiento del buque y la respuesta del mismo generan fuerzas (estáticas y dinámicas).

Los efectos dinámicos varían en función de la posición en el buque y se incrementan con el incremento de la distancia sobre el eje de giro del buque mientras que los efectos estáticos son uniformes a lo largo de todo el buque.

Estas fuerzas son causadas por los efectos del estado de la mar, viento, superficie de control, maniobrabilidad del buque, cargas del buque, etc. y producen efectos cuya magnitud varía con su localización como se ha dicho en el párrafo anterior.

Las fuerzas dinámicas más significativas son las producidas por el balanceo, cabeceo, la guiñada, el avance o retroceso y la arfada. Las fuerzas de deriva suelen despreciarse ya que suelen ser de una magnitud menor.

A continuación se exponen las tablas de [9] para determinar los factores de carga en función de las características principales del buque y del movimiento a estudiar:

	Magnitud	Aceleración	Periodo
Roll	Ver Tabla 5-2	2*	1*
Pitch	Ver Tabla 5-2	2*	Ver Tabla 5-2
Yaw	2*	2*	2*
Surge	2*	Ver Tabla 5-2	2*
Heave	2*	Ver Tabla 5-2	3*
Sway	2*	2*	2*

Tabla 5-1: Tabla de datos (“list”, “trim” y “hell” no están incluidos en el factor de carga)

1*: Debe de ser calculado.

2*: No aplicable.

3*: Aproximadamente igual que el periodo del Pitch pero no es necesario en esta fase.

Estado de la mar	Manga del buque en metros (pies)	Roll (Ángulo en grados) ^{2*}	Periodo en segundos
4	Menos de 15 (50)	7	Ver nota 3* para determinar el periodo
	15-23 (50-75)	6	
	23-32 (75-105)	6	
	Mayor de 32 (105)	5	
5	Menos de 15 (50)	12	
	15-23 (50-75)	10	
	23-32 (75-105)	10	
	Mayor de 32 (105)	9	
6	Menos de 15 (50)	19	
	15-23 (50-75)	16	
	23-32 (75-105)	15	
	Mayor de 32 (105)	13	
7	Menos de 15 (50)	28	
	15-23 (50-75)	24	
	23-32 (75-105)	22	
	Mayor de 32 (105)	20	
8	Menos de 15 (50)	42	
	15-23 (50-75)	37	
	23-32 (75-105)	34	
	Mayor de 32 (105)	31	

Tabla 5-2: Parámetros del “Roll” para el cálculo del factor de carga (buques de superficie)

1*: No se incluyen multi-cascos, efectos de buques de superficie, y todos las naves suportadas mediante sustentación hidrodinámica.

2*: El ángulo de balance (Roll) se determina midiendo desde la vertical hacia estribor o babor.

3*: El periodo será calculado mediante la siguiente expresión:

$$Tr = \frac{(C * B)}{\sqrt{GM}} \quad (94)$$

Donde:

- Tr : es el periodo en segundos.
- C : es una constante basada en resultados experimentales de buques similares. Normalmente:

$$0.69 \rightarrow 0.89 \text{ sec} / \sqrt{m} \quad (0.38 \rightarrow 0.49 \text{ sec} / \sqrt{ft})$$

- B : es la manga máxima en la línea de flotación en metros (o pies).
- \overline{GM} : es la altura metacéntrica máxima en metros (o pies).

Estado de la mar	Eslora entre perpendiculares en metros (pies)	Pitch (ángulo en grados*)	Periodo en segundos
4	Menos de 46 (150)	2	3.5
	46-76 (150-250)	2	4
	76-107 (250-350)	1	5
	107-152 (350-500)	1	6
	152-213 (500-700)	1	7
	Mayor de 213 (700)	1	8
5	Menos de 46 (150)	3	3.5
	46-76 (150-250)	3	4
	76-107 (250-350)	2	5
	107-152 (350-500)	2	6
	152-213 (500-700)	2	7
	Mayor de 213 (700)	1	8
6	Menos de 46 (150)	5	3.5
	46-76 (150-250)	4	4
	76-107 (250-350)	4	5
	107-152 (350-500)	3	6
	152-213 (500-700)	3	7
	Mayor de 213 (700)	2	8
7	Menos de 46 (150)	7	3.5
	46-76 (150-250)	6	4
	76-107 (250-350)	6	5
	107-152 (350-500)	5	6
	152-213 (500-700)	4	7
	Mayor de 213 (700)	3	8
8	Menos de 46 (150)	11	3.5
	46-76 (150-250)	10	4
	76-107 (250-350)	9	5
	107-152 (350-500)	7	6
	152-213 (500-700)	6	7
	Mayor de 213 (700)	5	8

Tabla 5-3: Parámetros del “Pitch” para el cálculo del factor de carga (buques de superficie)

*El ángulo es medido desde la horizontal hacia arriba o abajo.

Estado de la mar	Eslora entre perpendiculares en metros (pies)	Aceleración "Heave" (g)	Aceleración "Surge" (g)
4	Menos de 46 (150)	0.10	0.06
	46-76 (150-250)	0.10	0.05
	76-107 (250-350)	0.10	0.05
	107-152 (350-500)	0.08	0.04
	152-213 (500-700)	0.06	0.04
	Mayor de 213 (700)	0.04	0.02
5	Menos de 46 (150)	0.17	0.10
	46-76 (150-250)	0.17	0.10
	76-107 (250-350)	0.17	0.10
	107-152 (350-500)	0.14	0.05
	152-213 (500-700)	0.10	0.05
	Mayor de 213 (700)	0.07	0.05
6	Menos de 46 (150)	0.27	0.15
	46-76 (150-250)	0.27	0.15
	76-107 (250-350)	0.27	0.15
	107-152 (350-500)	0.21	0.10
	152-213 (500-700)	0.16	0.10
	Mayor de 213 (700)	0.11	0.05
7	Menos de 46 (150)	0.4	0.25
	46-76 (150-250)	0.4	0.20
	76-107 (250-350)	0.4	0.20
	107-152 (350-500)	0.3	0.15
	152-213 (500-700)	0.2	0.15
	Mayor de 213 (700)	0.2	0.10
8	Menos de 46 (150)	0.6	0.35
	46-76 (150-250)	0.6	0.30
	76-107 (250-350)	0.6	0.30
	107-152 (350-500)	0.5	0.25
	152-213 (500-700)	0.4	0.25
	Mayor de 213 (700)	0.2	0.10

Tabla 5-4: Parámetros del "Heave" y el "Surge" para el cálculo del factor de carga (buques de superficie)

Las fuerzas estáticas son generalmente generadas por la situación del barco (escora y trimado permanente). Las fuerzas originadas por el Heave están incluidas en los efectos producidos por la máxima escora.

Los valores límite del "Roll", "Pitch", "List", "Heel" y "Trim" están representados en la Tabla 5-5:

	Buques de superficie 1*
Roll 2*	Grados
	45 30 (Para tipos CV)
Pitch 2*	10
Hell, list	15
Trim	5

Tabla 5-5: Valores de diseño límite para los movimientos del buque.

1*: No se incluyen multi-cascos, efectos de buques de superficie, y todos las naves suportadas mediante sustentación hidrodinámica.

2*: El ángulo de balance (Roll) se determina midiendo desde la vertical hacia estribor o babor. El ángulo de cabeceo (Pitch) es medido desde la horizontal hacia arriba o abajo.

La siguiente tabla muestra la altura de ola según el estado de la mar:

Estado de la mar	Altura significativa	
	Metros	Pies
0-1	0.0 – 0.1	0.0 – 0.3
2	0.1 – 0.5	0.3 – 1.6
3	0.5 – 1.25	1.6 – 4.1
4	1.25 – 2.5	4.1 – 8.2
5	2.5 – 4.0	8.2 – 13.1
6	4.0 – 6.0	13.1 – 19.7
7	6.0 – 9.0	19.7 – 29.5
8	9.0 – 14.0	29.5 – 45.5
>8	>14.0	>45.5

Tabla 5-6: Altura de ola según el estado de la mar.

5.1.1. APLICACIÓN DEL MÉTODO

A continuación se exponen los pasos a seguir para obtener las fuerzas dinámicas a partir de las tablas anteriores.

- En primer lugar a partir de las dimensiones del buque se obtienen los parámetros dados en las Tabla 5-1, Tabla 5-2, Tabla 5-3 y Tabla 5-4.
- A partir de los parámetros obtenidos en estas tablas se calcula el factor de carga para cada eje (longitudinal “x”, transversal “y” y vertical “z”). Además se miden las distancias (“X”, “Y” y “Z”) al centro de gravedad del buque.
- Las cargas de diseño se obtendrán multiplicando la masa de la estructura o equipo por el factor de carga para según su posición.

Las formulas para obtener los factores de carga en cada eje son las expuestas a continuación:

$$A_x = g \sin \theta + s + \frac{4\pi^2}{T_p^2} \theta^2 X + \frac{4\pi^2}{T_p^2} \theta Z \quad (95)$$

$$A_y = g \sin \emptyset + s + \frac{4\pi^2}{T_p^2} \theta^2 X + \frac{4\pi^2}{T_r^2} \emptyset Y + \frac{4\pi^2}{T_r^2} \emptyset Z \quad (96)$$

$$A_z = g \pm \left(h + \frac{4\pi^2}{T_p^2} \theta^2 X + \frac{4\pi^2}{T_r^2} \emptyset Y \right) \quad (97)$$

Donde:

- θ = Ángulo máximo "Pitch" obtenido de la Tabla 5-3 en radianes.
- \emptyset = Ángulo máximo Rollo obtenido de la Tabla 5-2 en radianes.
- A_i = Factor de carga en "x", "y" y/o "z".
- T_p = Periodo en segundos del "Pitch".
- T_r = Periodo en segundos del "Roll"
- h = Aceleración "Heave" obtenido de la Tabla 5-4.
- s = Aceleración "Surge" obtenido de la Tabla 5-4.
- X = Distancia longitudinal al centro de gravedad del buque.
- Y = Distancia transversal al centro de gravedad del buque.
- Z = Distancia vertical al centro de gravedad del buque.
- g = Aceleración de la gravedad $\left(9.807 \frac{m}{sec^2} \text{ o } 32.15 \frac{ft}{sec^2} \right)$.

Para obtener la componente de la carga de diseño (F_i) en la dirección "x", "y" o "z" para un buque en particular, basta con multiplicar los factores de carga " A_i " por la localización en el buque y por la masa de la estructura o equipo:

$$F_i = \frac{W}{g} A_i \quad (98)$$

Donde:

- F_i = Carga de diseño específica según la localización "x", "y" o "z".
- W = Peso de la estructura en Newton o libras.
- $\frac{W}{g}$ = Masa de la estructura o equipo en kilogramos o $\frac{libras \cdot s^2}{pies}$.

De esta manera la carga de diseño para cada dirección "x", "y" o "z" vendría dada por:

- $F_x = \frac{W}{g} A_x$
- $F_y = \frac{W}{g} A_y$
- $F_z = \frac{W}{g} A_z$

Y la magnitud total de la fuerza actuando sobre la estructura o equipo vendrá dada por:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad (99)$$

EJEMPLO DEL MÉTODO

A continuación, se va a representar un ejemplo dispuesto en [9] para ver la forma de operar del método planteado anteriormente.

En este ejemplo se aplica el método para estimar las fuerzas dinámicas producidas en un buque tipo destructor.

De esta manera, se exponen las características principales del buque:

- Manga: 15.2 m (50 pies).
- Eslora: 152.4 m (500 pies).
- Calado: 6.1 m (20 pies).
- Desplazamiento: 7100 toneladas (7.000 tons).
- GM: 1.52 m (5 pies).
- “Roll” constante (C): 0.82 (0.45).

Entrando con estos datos en las tablas se obtiene:

- Periodo “Roll” (T_r): 10 segundos.
- Periodo “Pitch” (T_p): 7 segundos.
- Máximo ángulo “Roll”: 24 grados.
- Máximo ángulo “Pitch”: 4 grados.
- Aceleración “Heave” (h): 0.2g.
- Aceleración “Surge” (s): 0.15g.

Sustituyendo en las expresiones para hallar los factores de carga en cada dirección:

- $A_x = 0.5133 + 0.987 + 0.001690X + 0.03229Z \quad m/s^2$
(1.683 + 3.215 + 0.001690X + 0.03229) *pies/s²*
- $A_y = 3.354 + 0.01615X + 0.01926Y + 0.05519Z \quad m/s^2$
(11.00 + 0.01615X + 0.01926Y + 0.05519Z) *pies/s²*
- $A_z = 9.807 \pm (1.961 + 0.03229X + 0.05519Y) \quad m/s^2$
(32.15 \pm (6.430 + 0.03229X + 0.05519Y)) *pies/s²*

Así, definiendo el peso del equipo y su localización:

- *Peso (W) = 2224 Newton (500 libras)*
- *Posición longitudinal (X) = 27.48 m (90.15 pies)*
- *Posición transversal (Y) = 5.03 m (16.50 pies)*
- *Posición vertical (Z) = 15.84 m (52.00 pies)*

Los valores del factor de carga serían igual a:

- $A_x = 3.153 \, m/s^2 \rightarrow 10.34 \, \text{pies}/s^2$
- $A_y = 7.415 \, m/s^2 \rightarrow 24.32 \, \text{pies}/s^2$
- $A_z = 9.807 \pm 4.336 \, m/s^2 \rightarrow 32.15 \pm 14.23 \, \text{pies}/s^2$

Los valores de la carga de diseño vendrían dados por:

- $F_x = \frac{2224}{9.807} 3.153 = 715.0 \, \text{Newton} \rightarrow \left(\frac{500}{32.15} 10.34 = 160.8 \, \text{libras} \right)$
- $F_y = \frac{2224}{9.807} 7.415 = 1682.0 \, \text{Newton} \rightarrow \left(\frac{500}{32.15} 24.32 = 378.2 \, \text{libras} \right)$
- $F_z = \frac{2224}{9.807} (9.807 + 4.336) = 3207 \, \text{Newton} \rightarrow \left(\frac{500}{32.15} (32.15 + 14.23) = 721.3 \, \text{libras} \right)$

Y la fuerza resultante vendría dada por:

$$F = \sqrt{715.0^2 + 1682.0^2 + 3207.0^2} = 3691 \, \text{Newton}$$

$$\left(\sqrt{160.8^2 + 378.2^2 + 721.3^2} = 830.2 \, \text{libras} \right)$$

5.1.2. CÁLCULO FUERZAS DINÁMICAS PARA EL BUQUE

Una vez estudiado el método a seguir para estimar las cargas dinámicas producidas por el movimiento del buque en un punto en concreto, el siguiente paso será ver la influencia que tienen estas cargas para el caso del timón.

Se partirá de un buque con las siguientes características:

Manga en la flotación	15.24 metros	50 pies
Eslora total	105.16 metros	345 pies
Eslora entre perpendiculares	97.54 metros	320 pies
Calado máximo	15.91 metros	52.2 pies
Calado en la flotación	15.24 metros	50 pies
GM (Con corrección por superficies libres)	1.905 metros	6.25 pies
Periodo natural a velocidad cero y condición máxima carga	9.07 segundos	
KG	6.21 metros	20.37 pies

Tabla 5-7: Características buque proyecto.

Se va a considerar para la estimación de las cargas dinámicas un estado de la mar 8. Así, entrando en las Tabla 5-1, Tabla 5-3 y Tabla 5-4 se obtendrá lo siguiente:

Ángulo "Roll"	37 grados
Periodo "Roll" (T_R)	10.23 segundos
Ángulo "Pitch"	9 grados
Periodo "Pitch" (T_p)	5 segundos
Aceleración "Heave" (h)	0.6g
Aceleración "Surge" (s)	0.3g

Tabla 5-8: Valores de tablas para buque proyecto.

Una vez se tienen los parámetros que depende del buque y del estado de la mar, el siguiente paso será saber la posición del equipo a estudiar y el peso del mismo.

Ya que lo que interesa es el impacto que tiene el peso del conjunto pala-mecha del timón para el dimensionamiento de la mecha y el punto que más sufre en la mecha para el tipo de timón que se está estudiando es donde se sitúa el cojinete inferior, se estudiará la reacción del peso de la mecha y del timón en ese punto. Esto no quiere decir que en el cojinete inferior se produzcan las fuerzas dinámicas mayores, pero ya que se producen las mayores fuerzas estáticas y que las dinámicas son menores, será el lugar donde se produzca una resultante mayor.

En este caso se ha abordado el tema calculando por separado las fuerzas dinámicas ocasionadas por la mecha y por la pala aunque esto no sería necesario (se podría calcular las fuerzas dinámicas del conjunto directamente). Posteriormente se trasladarán estas reacciones al cojinete inferior.

PALA DEL TIMÓN

El peso a considerar de la pala del timón para el buque en el que nos estamos basando para el cálculo de las fuerzas dinámicas es de aproximadamente unas 11.79 Toneladas (26 Kips). Este peso está compuesto por el peso de la estructura y forro de la pala del timón y el volumen de agua que pudiera contener en su interior en caso de que el agua pudiera penetrar.

En caso de que el timón no estuviera hueco, podría considerarse tan solo el peso del acero. Pero en caso de que el timón sea hueco, es aconsejable considerar el peso del agua dentro del timón ya que en caso de que se rompiera la estanqueidad del mismo las fuerzas debido al aumento de peso serían mayores y por tanto la mecha podría fracturarse.

Por otro lado la situación del centro de gravedad de la pala con respecto al centro de gravedad del buque sería:

- Longitudinal: 49.38 m (162 pies).
- Transversal: 4.88 m (16 pies).
- Vertical: 3.91 m (12.82 pies).

Por tanto, las distancias a sustituir para obtener el factor de carga y el peso del equipo quedan resumidas de la siguiente manera:

X	49.35 metros	162 pies
Y	4.88 metros	16 pies
Z	3.91 metros	12.82 pies
W	11.79 toneladas	26 kips

Tabla 5-9: Peso y distancias posición Pala (buque proyecto).

Sustituyendo en las expresiones (95), (96), (97) y (98) para obtener los factores de carga y las fuerzas dinámicas producidas en cada dirección se obtienen que las fuerzas dinámicas provocadas por la pala del timón en el centro de presión de la misma son:

$$F_x = 8.86 \text{ Toneladas} \rightarrow 19.54 \text{ Kips.}$$

$$F_y = 16.54 \text{ Toneladas} \rightarrow 36.46 \text{ Kips.}$$

$$F_z = 35.04 \text{ Toneladas} \rightarrow 77.25 \text{ Kips.}$$

MECHA

El peso a considerar de la mecha del timón para el buque que se está estudiando podría considerarse de aproximadamente 2.13 toneladas (4.70 Kips). De la misma manera que se ha realizado con la pala, la situación del centro de gravedad de la mecha con respecto al centro de gravedad del buque viene determinado por:

- Longitudinal: 48.77 m (160 pies).
- Transversal: 4.88 m (16 pies).
- Vertical: 2.53 m (8.3 pies).

X	48.77 metros	160 pies
Y	4.88 metros	16 pies
Z	2.53 metros	8.3 pies
W	2.13 toneladas	4.7 kips

Tabla 5-10: Peso y distancias posición Mecha (buque proyecto).

Sustituyendo en las expresiones (95), (96), (97) y (98) para obtener los factores de carga y las fuerzas dinámicas producidas en cada dirección se obtienen que las fuerzas dinámicas provocadas por la mecha en el centro de presión de la misma son:

$$F_x = 1.46 \text{ Toneladas} \rightarrow 3.22 \text{ Kips.}$$

$$F_y = 3.35 \text{ Toneladas} \rightarrow 7.40 \text{ Kips.}$$

$$F_z = 6.21 \text{ Toneladas} \rightarrow 13.68 \text{ Kips.}$$

5.2. CONCLUSIÓN

En el apartado anterior se han estimado las fuerzas dinámicas debido al movimiento del buque provocada por la masa de la pala y de la mecha por separado.

Como se puede apreciar, las fuerzas originadas por la masa de la pala son claramente superiores que las originadas por la mecha. Este suceso es debido a que:

- la masa de la pala (considerando el volumen vacío lleno de agua de mar) es mucho mayor que la masa de la mecha.

- la posición del centro de gravedad de la pala se encuentra más alejado del centro de gravedad del buque que la posición del centro de gravedad de la masa de la mecha.

Estos dos factores originan que la influencia de la pala, con respecto al cálculo de las fuerzas dinámicas, sea claramente superior a la influencia de la mecha.

Por otro lado, en el problema del apartado anterior, se han calculado las reacciones producidas por las masas de la mecha y de la pala del timón en los centros de gravedad de los mismos. Como bien se comentó anteriormente la máxima reacción en timones tipo espada (colgados) se produce en el cojinete inferior, por tanto el siguiente paso será trasladar estas reacciones al cojinete inferior y ver la influencia que tienen con respecto a las fuerzas hidrodinámicas calculadas en el apartado anterior (aunque como se puede intuir va a ser mínima).

Para ver el efecto de las fuerzas en el cojinete inferior bastaría con trasladar las cargas en forma de momento al lugar donde está ubicado el cojinete. Debido a que la carga estimada en el sentido “Z” no tiene influencia en la reacción del cojinete inferior podría ser despreciada (aunque podría considerarse para estimar la carga que debe de soportar el cojinete superior, ya que éste es el que soporta el peso del conjunto pala-mecha y por tanto influye directamente sobre el dimensionamiento del mismo. Este desarrollo será explicado con más detalle en el capítulo 6.

Capítulo 6. DIMENSIONAMIENTO DE LA MECHA DEL TIMÓN

Una vez estimadas las fuerzas hidrodinámicas y dinámicas estudiadas en los Capítulo 4 y Capítulo 5, el siguiente paso será analizar la mecha a instalar en el buque que pueda hacerse cargo de estas solicitaciones.

Para ello, a lo largo de este capítulo se abordarán los siguientes temas:

- Se determinarán las reacciones en los cojinetes, representando los diagramas de fuerzas cortantes y momentos flectores (metodología similar para cargas hidrodinámicas como dinámicas).
- Se determinará el diámetro de la mecha a instalar en el buque.
- Se estudiará el comportamiento de la mecha definida en el apartado anterior, calculando la flecha producida en ambos cojinetes y observando la flexión de la misma para una forma determinada.
- Se abordará el tema de la influencia de las fuerzas dinámicas con respecto a las hidrodinámicas.

La idea es elaborar una metodología de cálculo que nos permita ver el comportamiento de la mecha en función de las cargas calculadas en los capítulos anteriores para determinar la geometría óptima de la misma.

6.1. DISTRIBUCIÓN DE CARGAS A LO LARGO DE LA ALTURA Y LA CUERDA

A partir de la fuerza y del centro de presión hidrodinámicos, puede determinarse la distribución de cargas a lo largo de la altura de la pala o de la cuerda utilizando una distribución trapezoidal coincidiendo el centro de presión con el centro del trapecoide.

El método de cálculo para obtener la distribución de cargas requiere resolver las siguientes ecuaciones para obtener el valor de la reacción en la parte superior de la pala y la reacción en la parte inferior:

$$F = \frac{a + b}{2} L \quad (100)$$

Donde la situación del centroide viene dada por:

$$x = \frac{L(2a + b)}{3(a + b)} \quad (101)$$

Donde:

- a : Carga en la parte baja del timón (en altura) o en la popa popa de la cuerda media (a lo largo de la cuerda media).
- b : Carga en la en la parte alta del timón (en altura) o en la proa de la cuerda media (a lo largo de la cuerda media).
- x : Distancia del centro de presión a la parte superior de la pala (en altura) o punto de proa (a largo de la cuerda media).
- L : Longitud de la altura del timón o de la cuerda media.
- F : Fuerza del timón = Área del trapecoide.

Despejando de las ecuaciones (100) y (101) se obtiene que “ a ” y “ b ” a lo largo de la altura de la pala y/o de la cuerda media vienen determinadas por las siguientes expresiones:

$$a = \frac{2F}{L} \left(\frac{3x}{L} - 1 \right) \quad (102)$$

$$b = \frac{2F}{L} \left(2 - \left(\frac{3x}{L} \right) \right) \quad (103)$$

6.2. DIAGRAMAS A LO LARGO DE LA ALTURA

La reacción en los cojinetes puede ser calculada de manera simplificada a partir de las siguientes expresiones:

$$P_u = \frac{N(z + h_n)}{l_a} \rightarrow \text{Reacción cojinete superior} \quad (104)$$

$$P_h = N + P_u \rightarrow \text{Reacción cojinete inferior} \quad (105)$$

Y el momento máximo (determinado en el cojinete inferior):

$$M_h = N(z + h_n) \quad (106)$$

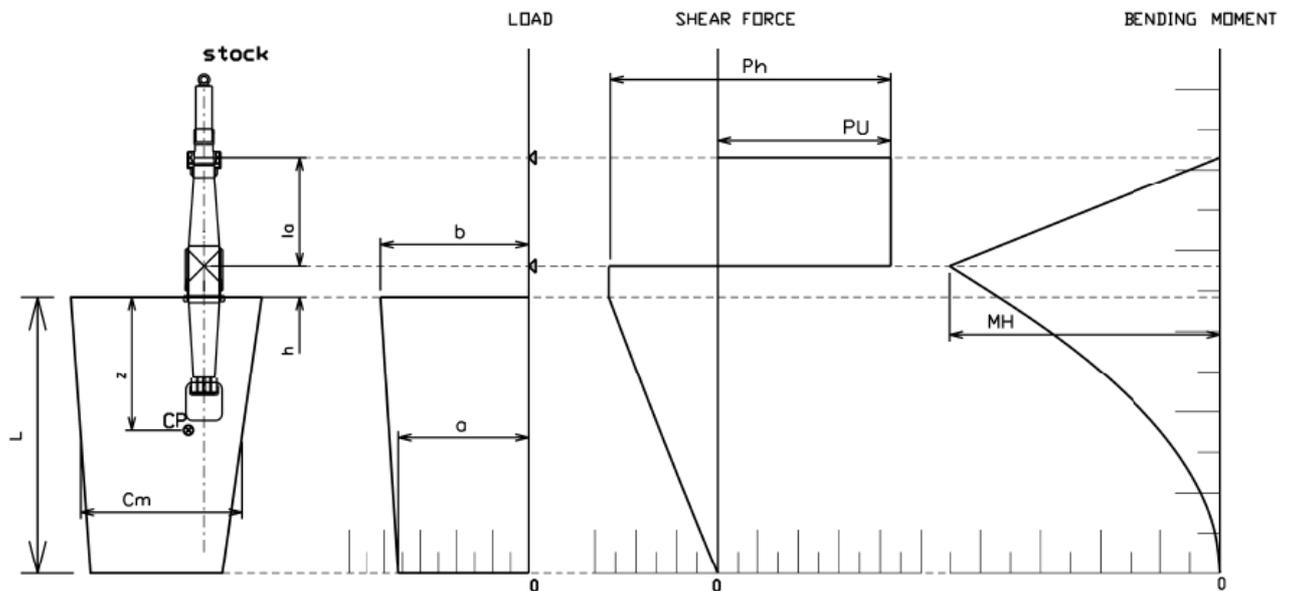


Figura 6-1: Diagrama de cargas, fuerzas cortantes y momento flector a lo largo de la altura.

Si por el contrario lo que se desea es calcular la geometría exacta de las curvas (con más detalle) para llevar a cabo el desarrollo del diagrama de fuerzas cortantes y momentos flectores habría que operar de la siguiente manera:

6.2.1. Diagrama de distribución de cargas

$$\tan(\alpha) = \frac{b - a}{L} \quad (107)$$

$$q(x) = - \left[a + \frac{b - a}{L} x \right] \rightarrow 0 \leq x < L \quad (108)$$

$$P_h \rightarrow x = L + h_n \quad (109)$$

$$-P_u \rightarrow x = L + h_n + l_a \quad (110)$$

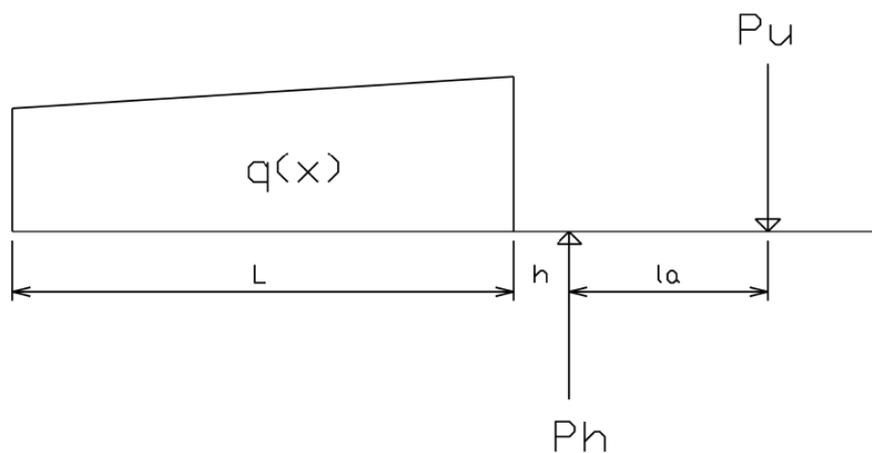


Figura 6-2: Distribución de cargas a lo largo de la altura.

6.2.2. Diagrama de Fuerzas cortantes

$$V \uparrow = - \left[ax + \frac{b - a x^2}{L} \right] = - \left[a + \frac{b - a}{2L} \right] x \rightarrow 0 \leq x < L \quad (111)$$

$$V \uparrow = - \left[aL + \frac{b - a L^2}{L} \right] = - \left[a + \frac{b - a}{2} \right] L \rightarrow L \leq x < L + h_n \quad (112)$$

$$V \uparrow = - \left[a + \frac{b - a}{2} \right] L + P_h \rightarrow L + h_n \leq x < L + h_n + l_a \quad (113)$$

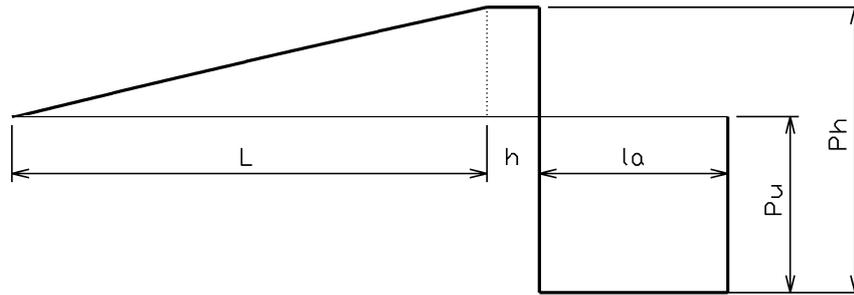


Figura 6-3: Diagrama de fuerzas cortantes a lo largo de la altura.

6.2.3. Diagrama de Momentos flectores

$$\vec{M} = - \left[ax \frac{x}{2} + \frac{b-a}{L} \frac{x^2}{2} \frac{x}{3} \right] = - \left[a \frac{x^2}{2} + \frac{b-a}{6L} x^3 \right] \rightarrow 0 \leq x < L \quad (114)$$

$$\begin{aligned} \vec{M} &= - \left[aL \left(x - \frac{L}{2} \right) + \frac{b-a}{L} \frac{L^2}{2} \left(x - \frac{2}{3}L \right) \right] \\ &= - \left[aL \left(x - \frac{L}{2} \right) + \frac{b-a}{2} L \left(x - \frac{2}{3}L \right) \right] \rightarrow L \leq x < L + h_n \end{aligned} \quad (115)$$

$$\begin{aligned} \vec{M} &= - \left[aL \left(x - \frac{L}{2} \right) + \frac{b-a}{2} L \left(x - \frac{2}{3}L \right) \right] + P_h (x - (L + h_n)) \\ &\rightarrow L + h_n \leq x < L + h_n + l_a \end{aligned} \quad (116)$$

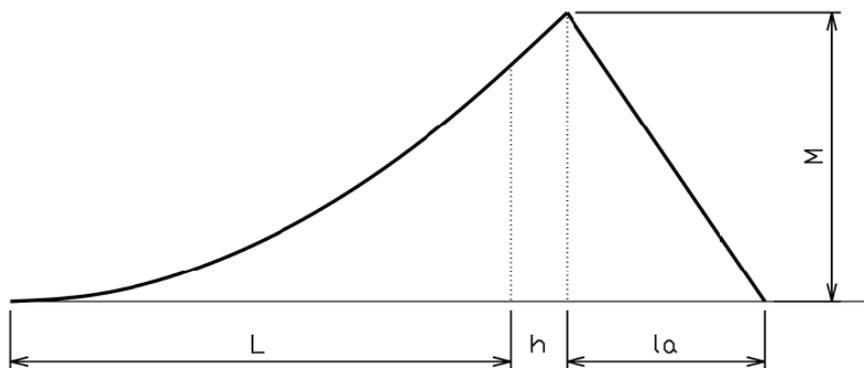


Figura 6-4: Diagrama de momento flector a lo largo de la altura.

Como se puede comprobar, el problema del estudio de la mecha desde el punto de vista de resistencia de materiales para el desarrollo de los diagramas de carga, fuerzas cortantes y momentos flectores se trata de la misma manera que un problema de vigas.

6.3. DIAGRAMAS A LO LARGO DE LA CUERDA

Los diagramas de carga, fuerzas cortantes y momentos flectores a lo largo de la cuerda podrían representarse de la siguiente manera:

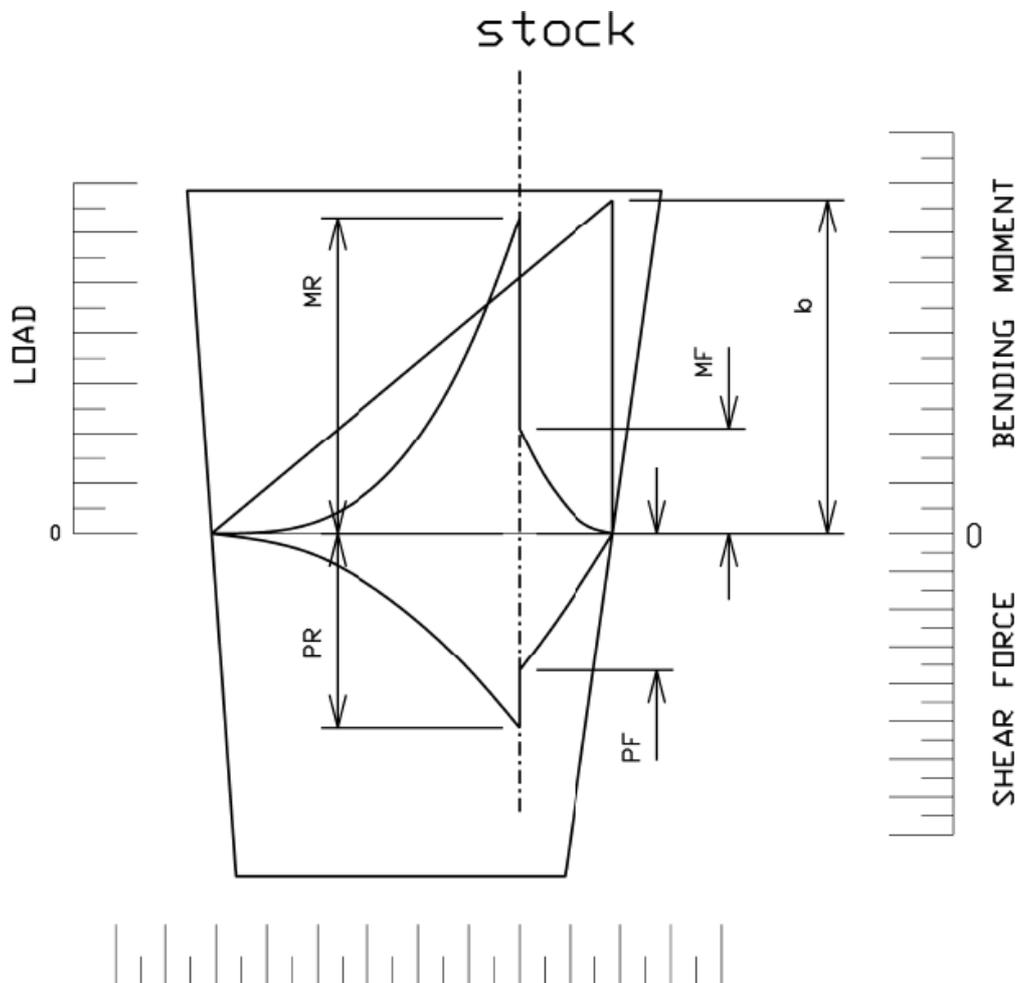


Figura 6-5: Diagrama de distribución de cargas, fuerzas cortantes y momento flector a lo largo de la cuerda.

Para simplificar el problema se puede suponer que la carga en el borde de salida de la pala del timón es nula, pasando así de una distribución paralelepípeda a una distribución en forma de triángulo (de manera que “a” es nula”).

De manera simplificada se puede deducir que el momento máximo viene dado de la siguiente manera:

$$M_R = l_R N_R \quad (117)$$

$$M_F = l_F N_F \quad (118)$$

Donde:

N_R = Resultante de las fuerzas actuando sobre la pala del timón a popa del eje de la hélice.

N_F = Resultante de las fuerzas actuando sobre la pala del timón a proa del eje de la hélice.

W = Carga a lo largo de la cuerda.

$P_R = N_R$ = Fuerza cortante máxima originada por las fuerzas a popa de la mecha.

$P_F = N_F$ = Fuerza cortante máxima originada por las fuerzas a proa de la mecha.

l_R = Distancia desde el centro de presión de las fuerzas situadas a popa de la mecha a la línea de la mecha.

l_F = Distancia desde el centro de presión de las fuerzas situadas a proa de la mecha a la línea de la mecha.

M_R = Momento máximo actuando sobre la línea de la mecha debido a las fuerzas situadas a popa de la mecha.

M_F = Momento máximo actuando sobre la línea de la mecha debido a las fuerzas situadas a proa de la mecha.

Al igual que en el caso del estudio a lo largo de la altura, si lo que se quiere es obtener unos diagramas con más detalle, habría que operar de la siguiente manera:

6.3.1. Diagrama de distribución de cargas

$$\tan(\alpha) = \frac{b}{L} \quad (119)$$

Si "x" va desde el extremo de popa a proa.

$$q(x) = -\frac{b}{L}x \rightarrow 0 \leq x < L \quad (120)$$

Si "x" va desde el extremo de proa a popa.

$$q(x) = -\frac{b}{L}(L-x) \rightarrow 0 \leq x < L \quad (121)$$

:

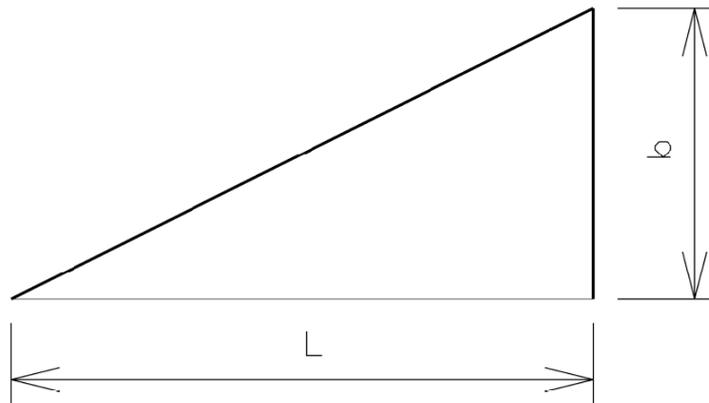


Figura 6-6: Distribución de cargas a lo largo de la cuerda.

6.3.2. Diagrama de Fuerzas cortantes

Desde la popa hasta la línea de la mecha:

$$V \uparrow = -\frac{b}{2L}x^2 \rightarrow 0 \leq x < l_R \quad (122)$$

Desde la proa hasta la línea de la mecha:

$$V \uparrow = -\frac{b}{L}(L-x)x + \frac{b}{L}x \frac{x}{2} = \frac{b}{L}(x-L)x + \frac{bx^2}{2} = \frac{b}{L} \left[(x-L)x + \frac{x^2}{2} \right] \quad (123)$$

$$\rightarrow 0 \leq x < l_F$$

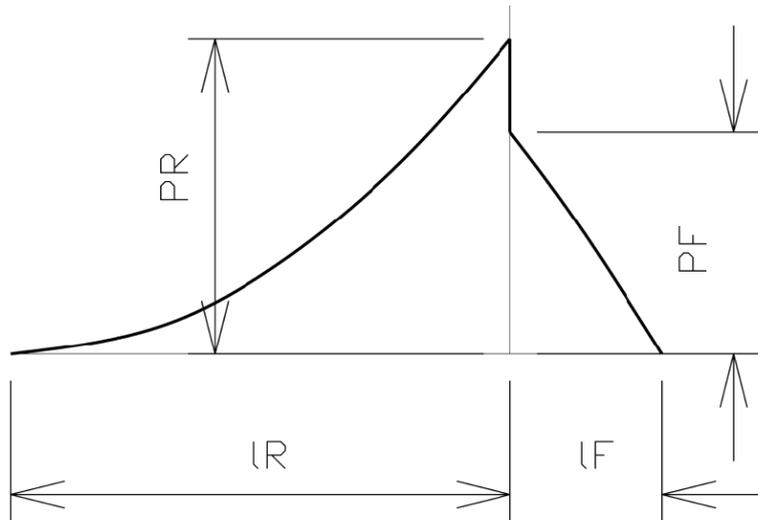


Figura 6-7: Diagrama de fuerzas cortantes a lo largo de la cuerda.

6.3.3. Diagrama de Momentos flectores

Desde la popa hasta la línea de la mecha:

$$\vec{M} = -\frac{b}{2L}x^2 \frac{2}{3}x = -\frac{b}{3L}x^3 \rightarrow 0 \leq x < l_R \quad (124)$$

Desde la proa hasta la línea de la mecha:

$$\vec{M} = -\frac{b}{L}(L-x)x \frac{x}{2} + \frac{b}{L} \frac{x^2}{2} \frac{1}{3}x = \frac{b}{L}(x-L) \frac{x^2}{2} + \frac{b}{L} \frac{x^3}{6} = \frac{b}{2L} \left[(x-L)x^2 - \frac{x^3}{3} \right] \quad (125)$$

$$\rightarrow 0 \leq x < l_F$$

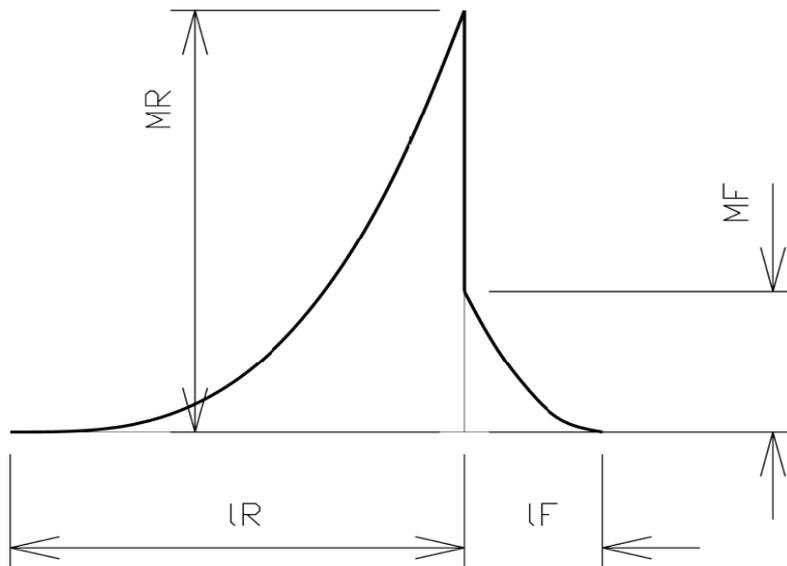


Figura 6-8: Diagrama de momento flector a lo largo de la cuerda.

6.4. CALCULO DEL DIÁMETRO DE LA MECCHA

El diámetro de la mecha a instalar en el buque vendrá condicionado por el momento flector y el momento torsor calculados anteriormente.

Todos los reglamentos y estudios basan sus métodos para estimar el diámetro mínimo de la mecha del timón en la tensión combinada:

$$Tensión_{combinada} = \frac{Tensión_{flexión}}{2} + \sqrt{\left(\frac{Tensión_{flexión}}{2}\right)^2 + (Tensión_{torsión})^2} \quad (126)$$

En este trabajo se va a estimar el diámetro mínimo sustituyendo en las siguientes expresiones obtenidas de la DDS 565-2 (similares a las aportadas por cualquier reglamento). La primera dimensiona la mecha a flexión y la segunda a tensión cortante (se deberá de tomar el diámetro mayor):

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{16n}{\sigma_y \pi (1 - p^4)} \left(M + \sqrt{M^2 + M_t^2} \right)} \quad (127)$$

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{16n}{0.6 \sigma_y \pi (1 - p^4)} \sqrt{M^2 + M_t^2}} \quad (128)$$

Donde:

- d_1 y d_2 = Diámetro mínimo de la mecha (cojinete inferior).
- M = Momento flector máximo.
- M_t = Momento torsor en la mecha.
- σ_y = Limite elástico del material.
- n = Coeficiente de incertidumbre (2.0 para timones tipo espada).
- p = Relación entre el diámetro interior y exterior de la mecha:

$$p = \frac{\text{Diámetro interior de la mecha}}{\text{Diámetro exterior de la mecha}} \quad (129)$$

Sustituyendo en la expresión se obtendrá el diámetro mínimo que se deberá de tomar para la mecha en el cojinete inferior. Esto no quiere decir que toda la mecha tenga este diámetro, ya que como se ha podido comprobar el momento flector varía a lo largo de la misma y si la sección de la misma fuera constante estaríamos sobredimensionando el sistema (acarreando un mayor peso).

Por este motivo, una vez se ha calculado el diámetro en el punto crítico, el siguiente paso es en función de la variación del momento a lo largo de la altura dar forma a la mecha (generalmente toma forma cónica).

La forma que adopte la mecha dependerá de la deflexión que podamos aguantar y del modulo elástico del material de la mecha. Este punto será estudiado en el apartado siguiente.

6.5. DEFLEXIÓN DE LA MECCHA A LO LARGO DE LA ALTURA

A lo largo de este apartado se calculará la deflexión de la mecha (según su forma) con la finalidad de obtener el ángulo máximo producido en el cojinete superior e inferior (para comprobar si la distribución de cargas puede ser soportada por los cojinetes) y en el obturador (para comprobar que el obturador es capaz de aguantar que no penetre agua).

Para abordar este problema vamos a plantear dos formas similares de calcular la flexión de la mecha (viga):

- Para la primera forma se calcularán ángulos de giro de la mecha en el cojinete superior e inferior aplicando teoría de resistencia de materiales. De esta manera se obtendrán valores exactos en el cojinete superior e inferior.
- En la segunda forma se aplicará la misma teoría pasando los ángulos producidos en los cojinetes a un segundo plano y calculando la desviación en cada posición desde el cojinete superior al inferior y al obturador. De esta forma se observará la deformación a lo largo de toda la mecha.

La idea es elaborar un método mediante el cual se puedan cambiar los parámetros de la mecha de manera que se escoja la forma más óptima.

6.5.1. FORMA 1(ÁNGULOS DE GIRO)

En primer lugar la mecha vendrá definida por los parámetros que se representan en la Figura 6-9:

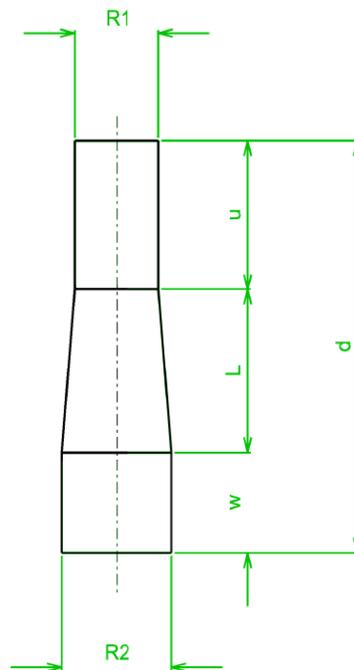


Figura 6-9: Definición parte superior mecha.

Donde:

- R_1 → Es el radio del cojinete superior.
- R_2 → Es el radio del cojinete inferior.
- u → Es la longitud de la parte plana superior de la mecha.
- L → Es la longitud de la parte cónica de la mecha.
- w → Es la longitud de la parte plana inferior de la mecha.
- d → Es la distancia entre cojinetes (de centro a centro):

$$d = u + L + w$$

El comportamiento de la mecha se podría asimilar como una viga con un extremo en voladizo. De esta manera el problema se dividirá en dos partes:

- Estudio de una viga apoyada en dos puntos.
- Estudio de una viga en voladizo.

De acuerdo con esto, durante este apartado se estudiará el primer punto.

Observando la Figura 6-10 se calculará el ángulo de giro en el cojinete superior e inferior (ϕ_1 y ϕ_2):

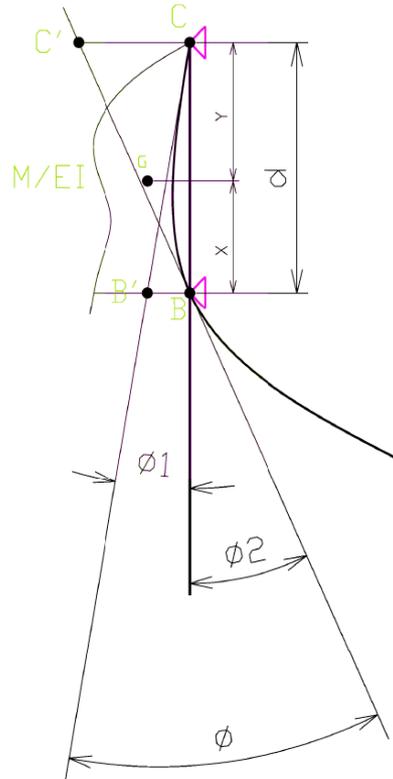


Figura 6-10: Ángulo de giro de la mecha en los cojinetes.

De la teoría de resistencia de materiales se conoce, que para una viga apoyada en dos puntos, el ángulo " ϕ " viene determinado por la siguiente integral (Área de la curva):

$$\phi = \int_0^d \frac{M}{EI} dx \quad (130)$$

Donde:

- $M \rightarrow$ Es el momento a lo largo de la mecha.
- $E \rightarrow$ Módulo de Young o módulo elástico del material.
- $I \rightarrow$ Es la inercia a lo largo de la mecha dada por la siguiente expresión:

$$I = \frac{1}{4} \pi R^4 = \frac{\pi D^4}{64} \quad (131)$$

Conociendo el ángulo “ ϕ ” y el centro de gravedad de la curva ($\frac{M}{EI}$), el ángulo de giro en el cojinete superior e inferior se podría obtener de la siguiente manera:

$$BB' = \int_0^d \frac{M}{EI} x dx \quad (132)$$

$$\phi_1 = \arctg\left(\frac{BB'}{d}\right) \quad (133)$$

$$\phi_2 = \phi - \phi_1 \quad (134)$$

Donde como se aprecia en la Figura 6-10, “ x ” es la distancia vertical desde el centro de gravedad de la curva al cojinete inferior.

Otra forma de determinar los ángulos de giro sería mediante el estudio desde el lado opuesto:

$$CC' = \int_0^d \frac{M}{EI} y dy \quad (135)$$

$$\phi_2 = \arctg\left(\frac{CC'}{d}\right) \quad (136)$$

$$\phi_1 = \phi - \phi_2 \quad (137)$$

De las dos maneras deberá de salir el mismo resultado.

En caso de tratarse de una mecha de sección constante el problema sería fácil de resolver, ya que la inercia de la misma sería constante a lo largo de su longitud dependiendo la integral tan solo de la curva de momentos (calculada en apartados anteriores). Como se dijo anteriormente, para evitar sobredimensionar la mecha, esta adquiere forma de cono. La finalidad de esto es intentar que la curva dada por $\frac{M}{EI}$ sea “constante” a lo largo de su longitud dando rigidez a la mecha en función de la sollicitación del momento.

Esto tiene como consecuencia que el problema se complique ya que en la mecha se pueden distinguir tres zonas de acuerdo con la Figura 6-9:

- Zona plana superior.
- Zona cónica.
- Zona plana inferior.

Por lo tanto será necesario descomponer el problema en tres partes.

PARTE PLANA SUPERIOR:

En este caso la variación de la curva tan solo depende del momento puesto que la sección es constante a lo largo del intervalo. De forma resumida el área de la curva y la posición del centro de gravedad vendrán dados de la siguiente manera:

$$\phi = \int_0^u \frac{M}{EI} dx = \frac{4F}{\pi R_1^4 E} \int_0^u x dx = \frac{4F}{\pi R_1^4 E} \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^u \quad (138)$$

$$\bar{x} = \frac{4F}{A\pi R_1^4 E} \int_0^u x^2 dx = \frac{4F}{A\pi R_1^4 E} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^u \quad (139)$$

Donde "A" es igual al área bajo la curva, es decir, " ϕ ".

PARTE CÓNICA:

En este caso la variación de la curva varía en función del momento y de la inercia, ya que la sección de la mecha varía a lo largo del intervalo. De forma resumida el área de la curva y la posición del centro de gravedad vendrán dados de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \phi &= \int_u^{u+L} \frac{M}{EI} dx \\ &= \frac{4F}{\pi E} \int_u^{u+L} \frac{x}{(R_1 + a(x-u))^4} dx \\ &= -\frac{4F}{\pi E} \left[\frac{R_1 - au + 3ax}{6a^2(R_1 + a(x-u))^3} \right]_u^{u+L} \end{aligned} \quad (140)$$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{4F}{\pi EA} \int_u^{u+L} \frac{x^2}{(R_1 + a(x-u))^4} dx \\ &= -\frac{4F}{\pi EA} \left[\frac{3a^2x^2 - 3a^2ux + 3aR_1x + a^2u^2 - 2aR_1u + R_1^2}{3a^3(ax - au + R_1)^3} \right]_u^{u+L}\end{aligned}\quad (141)$$

Donde "A" es igual al área bajo la curva, es decir, "Ø".

PARTE PLANA INFERIOR:

En este caso la variación de la curva tan solo depende del momento puesto que la sección es constante a lo largo del intervalo. De forma resumida el área de la curva y la posición del centro de gravedad vendrán dados de la siguiente manera:

$$\Phi = \int_{u+L}^{u+L+W} \frac{M}{EI} dx = \frac{4F}{\pi R_2^4 E} \int_{u+L}^{u+L+W} x dx = \frac{4F}{\pi R_2^4 E} \left[\frac{x^2}{2} \right]_{u+L}^{u+L+W} \quad (142)$$

$$\bar{x} = \frac{4F}{A\pi R_2^4 E} \int_{u+L}^{u+L+W} x^2 dx = \frac{4F}{A\pi R_2^4 E} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{u+L}^{u+L+W} \quad (143)$$

Donde "A" es igual al área bajo la curva, es decir, "Ø".

CONJUNTO:

Una vez tenemos las tres partes calculadas de la mecha por separado, el siguiente paso será calcular el del conjunto.

De esta manera el área total bajo la curva " $\frac{M}{EI}$ " vendrá dada por la suma de las áreas calculadas en los apartados anteriores:

$$\Phi = \Phi_{Plana superior} + \Phi_{Cónica} + \Phi_{Plana inferior} \quad (144)$$

Y la distancia del centro de gravedad de la curva al cojinete inferior vendrá dada por:

$$\bar{x} = \frac{(\Phi * \bar{x})_{Plana superior} + (\Phi * \bar{x})_{Cónica} + (\Phi * \bar{x})_{Plana inferior}}{\Phi} \quad (145)$$

Una vez calculados (144) y (145), sustituyendo en las expresiones (133) - (137) se obtendrán los ángulos de giro en el cojinete superior e inferior (ϕ_1 y ϕ_2).

6.5.2. FORMA 2 (DESVIACIÓN)

La metodología a seguir para calcular la deflexión por la segunda forma es la misma que la anterior, la única diferencia es que esta vez, en vez de calcular los ángulos de giro se centrará la atención en calcular la desviación de la mecha con respecto a su posición inicial. Además, se abordará el problema de lo que sucede en la parte volada, es decir, entre el cojinete superior y el obturador.

A partir de la Figura 6-10, se puede obtener la Figura 6-11:

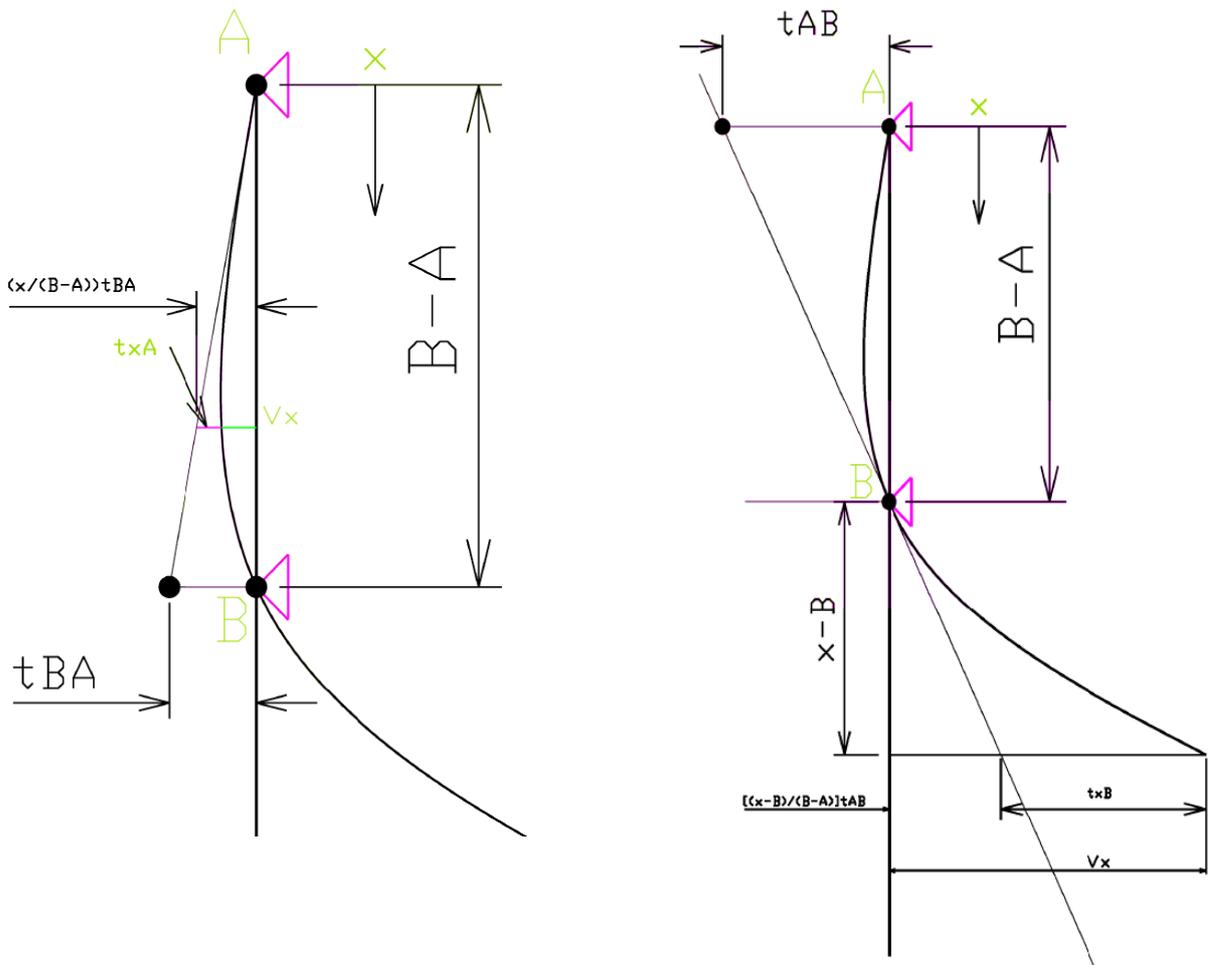


Figura 6-11: Desviación de la mecha.

Al igual que anteriormente, se parte de que el valor de "x" discurre desde el centro del cojinete superior hacia abajo.

Así la deflexión se podría obtener como:

- Cuando $x < B$, (entre los cojinetes superior e inferior):

$$V_x = \left[\frac{x}{B - A} \right] * t_{BA} - t_{xA} \quad (146)$$

- Cuando $x > B$, (entre el cojinete inferior y el obturador):

$$V_x = t_{xB} + \left[\frac{(x - B)}{B - A} \right] * t_{AB} \quad (147)$$

Donde:

t_{xB} → Desviación tangencial de un punto "x" con respecto a la tangente a la curva en "B".

$$t_{xB} = \left(\text{Area bajo la curva} \frac{M}{EI} \right) * (\text{Distancia de "x" al centroide del área}) \quad (148)$$

$$t_{AB} = \left(\text{Area bajo la curva} \frac{M}{EI} \text{ entre "A" y "B"} \right) * (\text{Distancia de "A" al centroide del área}) \quad (149)$$

Como se puede observar, la desviación desde el cojinete inferior hacia abajo se encuentra alterada por el ángulo de giro calculado en el cojinete inferior. El problema podría considerarse como el cálculo de una viga en voladizo más los resultados en el punto B obtenidos del estudio de una viga apoyada en dos puntos.

(Dependiendo de la situación del obturador se podría considerar la conicidad en la parte inferior de la mecha. Estudiar la deflexión de la mecha por debajo del obturador no tendría sentido ya una vez entra la mecha en el timón habría que tener en cuenta la inercia del timón ya que la forma de flectar del conjunto sería diferente.)

6.5.3. EJEMPLO DE CURVAS

Representando la curva del momento entre el cojinete superior y la situación del obturador para un timón tipo espada, la forma de la curva sería similar a la de la Figura 6-12:

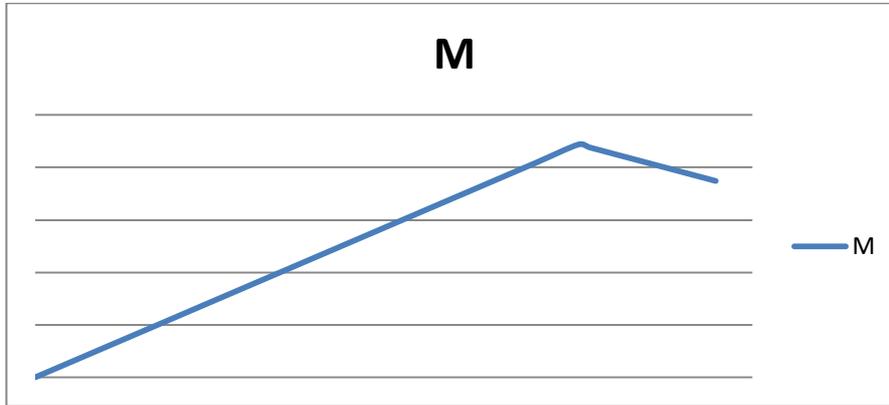


Figura 6-12: Momento mecha (cojinete superior-obturador).

Representando la posición vertical en el eje de abscisas (horizontal) y el momento en el eje de ordenadas (vertical).

Como se ha comentado antes, si la sección de la mecha fuera constante a lo largo de la mecha la curva M/EI tendría el mismo aspecto que la curva del momento puesto que el dividendo a lo largo del eje sería constante.

Considerando una mecha con sección constante en la parte superior e inferior (cojinetes) y cónica en el medio, la geometría de la curva M/EI sería similar a la dada por la Figura 6-13:

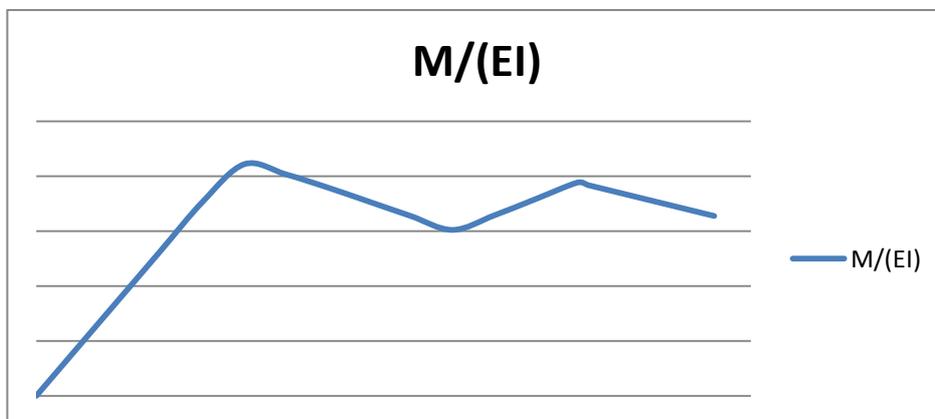


Figura 6-13: Relación entre el momento y el módulo de Young por la inercia. (Cojinete superior-obturador).

Como se puede apreciar:

- Desde el centro el cojinete superior hasta el final de la zona de sección constante la curva crece de manera constante. Esto es debido a que la curva tan solo depende del momento y esta crece trazando una recta (similar a la del momento).
- Posteriormente nos encontramos una zona donde la curva comienza a decrecer. Este intervalo corresponde a la zona cónica. Cuanto más horizontal sea esta curva querrá decir que el cono de la mecha es proporcional al momento.
- La curva comienza a crecer otra vez de manera proporcional al momento (recta) puesto que entramos en la zona de sección constante inferior.
- Pasado el centro del cojinete inferior la curva comienza a decrecer ya que el momento comienza a decrecer. Si la sección es constante hasta el obturador la curva decrece de manera proporcional al obturador. Si por el contrario, pasado el cojinete fuera cónica hasta la entrada de la mecha en el timón la curva tendería a descender de manera gradual como ocurría en la zona cónica superior.

Por último, la desviación de la mecha desde suposición original para este tipo de timones sería similar a la representada en la Figura 6-14:

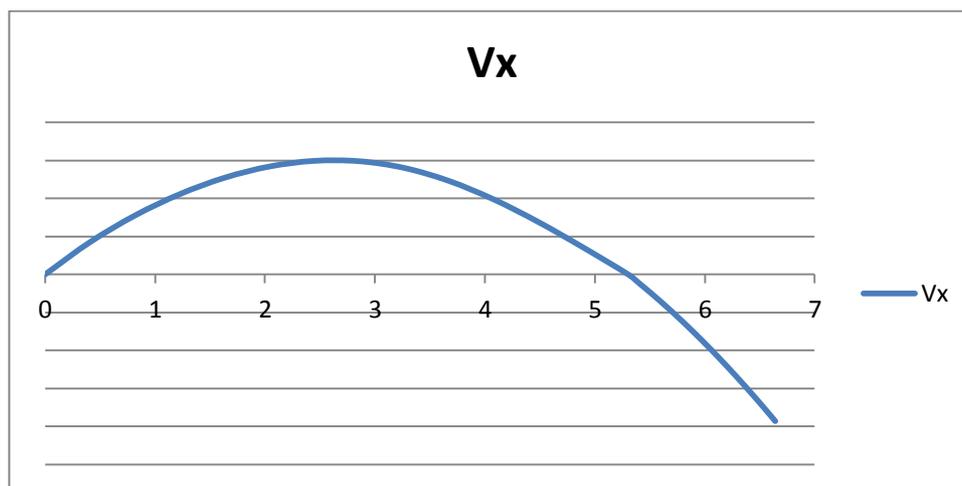


Figura 6-14: Desviación de la mecha (cojinete superior-obturador)

Los puntos en donde la curva cruza al eje de abscisas se corresponden con los centros de los cojinetes superior e inferior donde la desviación es nula.

(La Figura 6-14 se encuentra escalada en el eje de ordenadas para que se pueda ver la desviación. Realmente esta desviación es mínima).

6.6. INTERACCIÓN ENTRE FUERZAS HIDRODINÁMICAS Y DINÁMICAS

Las fuerzas dinámicas originadas por el movimiento del buque son insignificantes comparadas con las fuerzas hidrodinámicas producidas por virar el timón a una banda.

A lo largo de este apartado se profundizará un poco más sobre como influirían estas fuerzas en caso de ser consideradas para el dimensionamiento de la mecha.

En el Capítulo 5, se llevo a cabo la estimación de las fuerzas dinámicas provocadas por el peso de la pala y el peso de la mecha según su situación, representando su situación por el centro de gravedad de la misma con respecto al centro de gravedad del buque.

La metodología a seguir para elaborar los diagramas de las fuerzas dinámicas es similar a la estudiada anteriormente con la diferencia de que la fuerza originada por la pala y la fuerza originada por la mecha actuara como una fuerza puntual en la mecha, simplificando el cálculo.

La Figura 6-15 representa la suma de las fuerzas originadas por la pala y por la mecha concentradas en un único centro de presión (se ha realizado así para simplificar el problema).

Las reacciones en los cojinetes vendrán determinadas por:

$$P_u = \frac{F_R Z}{l_a} \rightarrow \text{Reacción cojinete superior} \quad (150)$$

$$P_h = F_R + P_u \rightarrow \text{Reacción cojinete inferior} \quad (151)$$

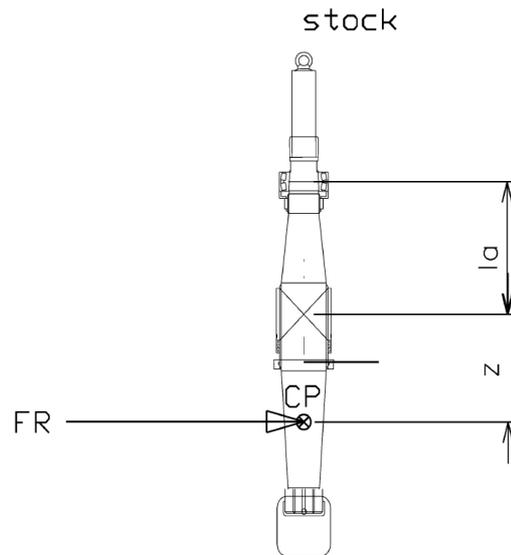


Figura 6-15: Representación de fuerzas dinámicas.

Y los diagramas de fuerzas cortantes y momentos flectores se determinarían de la siguiente manera:

$$V \uparrow = -F_R \rightarrow 0 \leq x < z \quad (152)$$

$$V \uparrow = -F_R + P_h \rightarrow z \leq x < z + l_a \quad (153)$$

$$\vec{M} = F_R x \rightarrow 0 \leq x < z \quad (154)$$

$$\vec{M} = F_R x - P_h(x - z) \rightarrow z \leq x < z + l_a \quad (155)$$

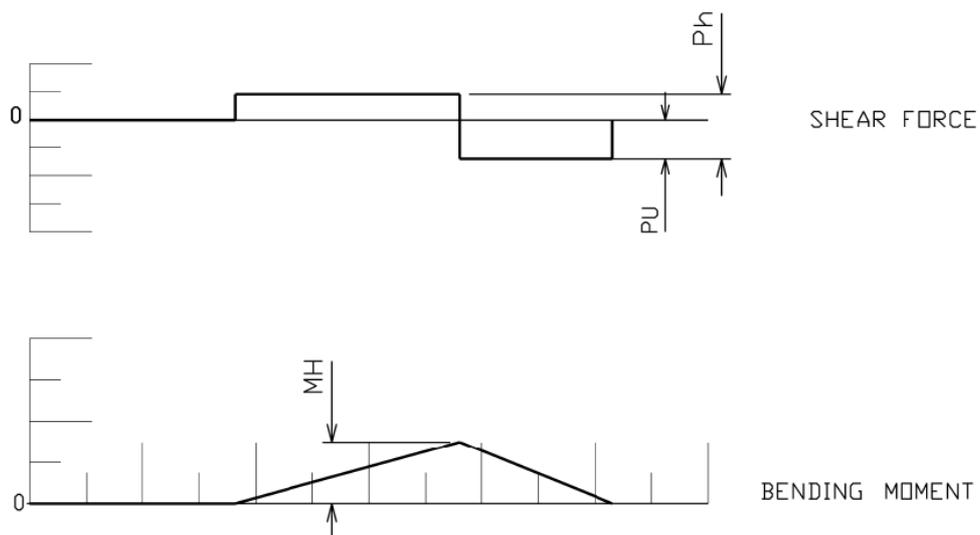


Figura 6-16: Diagramas de fuerzas cortantes y momentos flectores (fuerzas dinámicas).

Como se puede apreciar, el momento máximo como era de esperar se obtiene en el centro del cojinete inferior (igual que pasaba con las hidrodinámicas).

En caso de considerar las cargas dinámicas e hidrodinámicas de manera conjunta se podría resolver el problema de dos formas:

- Suponiendo la misma dirección y sentido de las fuerzas resultantes y simplemente sumar momentos.
- Calcular el momento originado por las fuerzas dinámicas en la misma dirección y sentido que las hidrodinámicas y sumar.

La primera forma de resolver el problema es más conservadora pero estaríamos cometiendo un error (aunque dada la influencia mínima que tienen estas cargas el error sería mínimo).

Para resolver la segunda forma se operaría como se explica en el siguiente apartado.

6.6.1. CÁLCULO DEL MOMENTO TENIENDO EN CUENTA LA DIRECCIÓN DE LAS FUERZAS

Para hallar el momento teniendo en cuenta las direcciones de las fuerzas dinámicas e hidrodinámicas es necesario partir de la posición en la que se producen las fuerzas calculadas en los capítulos anteriores y estudiar los dos problemas por separado.

Así, despreciando la fuerza producida en el sentido vertical (eje "z"), las fuerzas dinámicas producidas por el movimiento del buque se han descompuesto en dos: Una componente según el eje longitudinal del buque (eje "x") y una componente según el eje transversal del buque (eje "y"). De esta manera, estas fuerzas se encuentran ya en el eje de coordenadas que se desea.

Por otro lado, con respecto a las fuerzas hidrodinámicas, también pueden dividirse en dos componentes: La fuerza de arrastre producida en la misma dirección pero sentido contrario al avance del timón en el flujo y la fuerza normal producida en la dirección perpendicular al avance del timón en el flujo. Si el flujo abordará el perfil de la pala en la misma dirección en que avanzará el buque las fuerzas producidas estarían de acuerdo con la Figura 6-17:

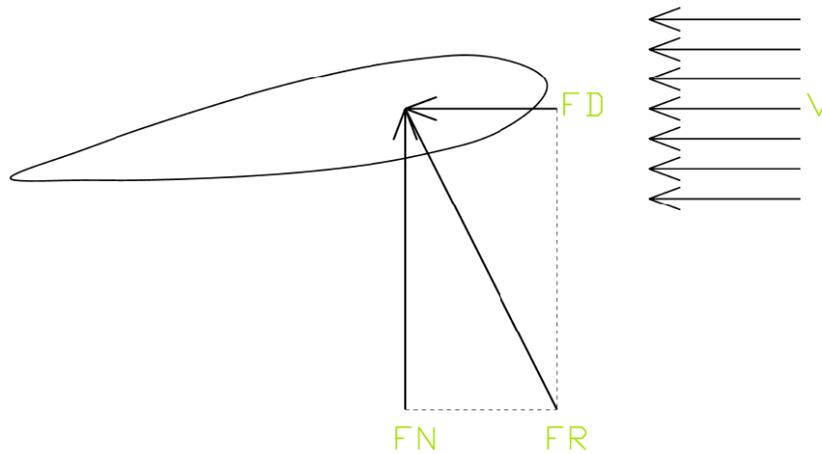


Figura 6-17: Fuerzas hidrodinámicas.

Como se ha visto en capítulos anteriores, debido a la interacción casco-hélice esto no es así y el flujo incide en el perfil del timón con un ángulo de desfase, por lo que las fuerzas de arrastre y normal se encuentran desfasadas con respecto al eje longitudinal y transversal.

Como se conoce el ángulo de desfase para cada ángulo se tendría que:

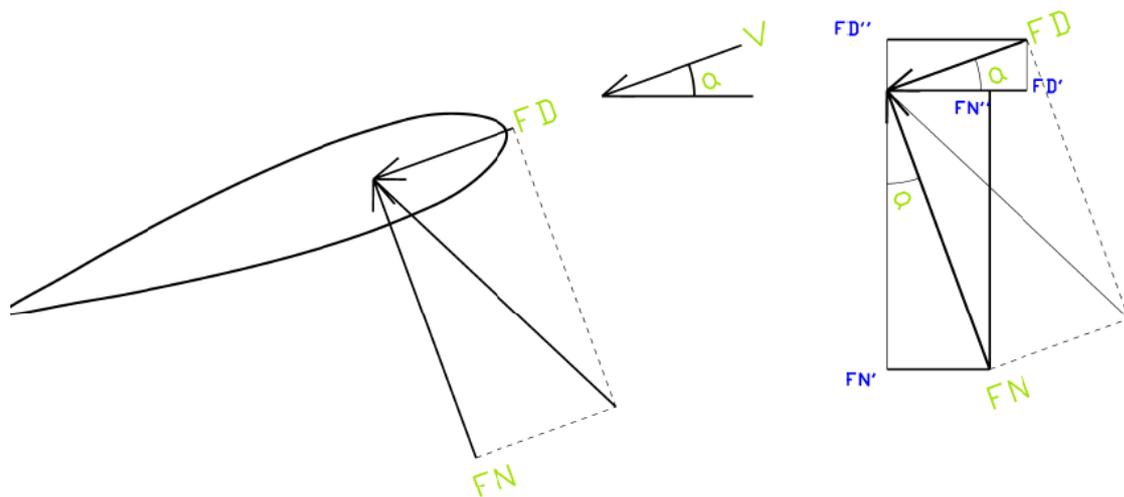


Figura 6-18: Dirección fuerzas hidrodinámicas reales.

$$F_{D'} = F_D \cos(\alpha) \quad (156)$$

$$F_{N'} = F_N \cos(\alpha) \quad (157)$$

$$F_{D''} = F_N \sin(\alpha) \quad (158)$$

$$F_{N''} = F_D \sin(\alpha) \quad (159)$$

De esta manera se obtiene que la fuerza total en el sentido longitudinal y transversal del buque (mismo eje de coordenadas que las dinámicas) vendrá dada por:

$$F_{Dx} = F_{D'} + F_{D''} \quad (160)$$

$$F_{Ny} = F_{N'} + F_{N''} \quad (161)$$

Una vez obtenidas las fuerzas dinámicas e hidrodinámicas en el mismo eje se podría abordar el problema calculando el momento máximo producido según las fuerzas producidas en dirección longitudinal y según las producidas en la dirección transversal obteniendo por tanto los momentos producidos en ambas direcciones:

$$M_x = \text{Momento en el eje longitudinal.} \quad (162)$$

$$M_y = \text{Momento en el eje transversal.} \quad (163)$$

El momento resultante vendría dado por la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de esos momentos:

$$M_T = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad (164)$$

6.6.2. OMISION DEL CÁLCULO EN LA VIDA REAL

Desde un punto de vista teórico es importante conocer (para el dimensionamiento del sistema de gobierno) que existen las fuerzas dinámicas y que sería interesante estudiar el comportamiento del sistema de gobierno frente a estas fuerzas, aunque en la vida real no se tienen en cuenta.

Cuando se calculan las fuerzas hidrodinámicas, la reacción mayor se produce al mayor ángulo de giro de la pala (normalmente para timones tipo espada 35°) y para la máxima velocidad del buque.

Por otro lado, para calcular las fuerzas dinámicas, se suele suponer un estado de la mar de 6 o superior.

La experiencia demuestra, que cuando el buque navega con mala mar, nunca va a ir a su máxima velocidad, por lo que realizar el cálculo de la mecha teniendo en cuenta las fuerzas dinámicas y las hidrodinámicas (para la máxima velocidad del buque y el máximo ángulo de giro del timón) sería sobredimensionar el sistema.

Sin embargo, si se quisiera realizar un cálculo teniendo en cuenta los dos tipos de fuerzas sería interesante realizar un estudio teniendo en cuenta las fuerzas dinámicas (para cada estado de la mar) y las fuerzas hidrodinámicas (según la velocidad del buque y ángulo del timón) para ver el comportamiento del sistema. De esta manera se tendría para cada condición de la mar y velocidades del buque en esa condición el comportamiento de la mecha para cada ángulo de giro de la pala.

6.7. PREDIMENSIONAMIENTO DE LOS COJINETES

A lo largo de este apartado se van a dar unas pinceladas sobre las dimensiones mínimas a tener en cuenta a la hora de estimar los cojinetes a colocar en el buque para soportar las cargas debidas al conjunto pala-mecha.

Cuando se habla de cojinetes se refiere a cojinetes de fricción no a rodamientos. El dimensionamiento de los rodamientos es más complicado. Estos suelen ser dimensionados por el propio fabricante en función de la carga que tengan que soportar garantizando el buen funcionamiento.

Como base para lo expuesto a continuación se tomado lo expuesto en [4] (ABS Part. 5b, ch. 10, sec. 1) aunque es común a cualquier otro reglamento.

De esta manera, el espesor mínimo de los cojinetes será igual a:

- $t_{min} = 8 \text{ mm}$ → Para materiales metálicos o sintéticos.
- $t_{min} = 22 \text{ mm}$ → Para materiales derivados de la madera.

Es conveniente incrementar el diámetro de la mecha para permitir mecanizarla más tarde a la hora de ensamblar los cojinetes y que estos ajusten a la perfección.

Una adecuada lubricación debe de estar provista.

La reacción en los cojinetes es la obtenida en los apartados anteriores. Una primera aproximación de la fuerza puede ser determinada teniendo en cuenta que se trata de dos soportes elásticos y como se vio anteriormente, la carga se distribuye entre ellos en función de la fuerza resultante distribuida a lo largo de la altura de la pala y la distancia entre cojinetes.

El área proyectada de los cojinetes:

$$A_b = (\text{Altura del cojinete}) * (\text{Diámetro exterior}) \quad (165)$$

en mm^2 , no debe de ser menor que la obtenida mediante la siguiente expresión:

$$A_b = \frac{B}{q} \quad (166)$$

Donde:

- $B \rightarrow$ Fuerza en el cojinete, en N.
- $q \rightarrow$ Factor permisible de presión de acuerdo con la Tabla 6-1.

Materiales como acero inoxidable, acero resistente a fricción, bronce y prensados en caliente de bronce-grafito, son muy diferentes con respecto a aleados no metálicos. Diferentes medidas preventivas se requieren en función del material.

La altura del cojinete debe de ser igual al diámetro de éste, sin embargo, no debe de exceder de 1.2 veces el diámetro del cojinete. Donde la profundidad del cojinete sea menor que el diámetro del cojinete, una mayor superficie de presión se puede permitir.

Material del cojinete	q, en N/mm^2
Madera	2.5
Metales blancos, lubricados con aceite	4.5
Materiales sintéticos 1*	5.5
Acero 2*, bronce, prensados (bronce-grafito)	7.0

Tabla 6-1: Factor permisible de presión en cojinetes.

1*. Los materiales sintéticos deben de ser de un tipo aprobado. Cuando la superficie de presión exceda de $5.5 N/mm^2$ será aceptado en concordancia con la especificación del fabricante y un estudio, pero en ningún caso será de más de $10 N/mm^2$.

2*. El acero inoxidable y el acero resistente a fricción será de aprobación junto con el revestimiento de la mecha. Presiones mayores de $7 N/mm^2$ serán aceptadas si se verifica mediante un estudio el buen funcionamiento.

Capítulo 7. ESCANTILLONADO DE LA PALA DEL TIMÓN

Una vez calculadas las fuerzas hidrodinámicas, las cargas dinámicas, el diámetro de la mecha y teniendo definida las formas de la pala, el siguiente y último paso será escantillonar la pala.

Debido a que este estudio se supone para una fase funcional del proyecto, el escantillonado propuesto a continuación no tiene porque ser el definitivo. Lo normal es una vez establecidas las formas, dimensiones, estructura y espesores, elaborar un estudio en profundidad de cómo respondería el timón a las solicitaciones a las que va a estar sometido (bien mediante cálculo directo o elementos finitos).

Así, a lo largo de este capítulo se expondrán lo que dicen algunos reglamentos sobre el escantillonado de la pala (estableciendo los espesores mínimos y la distribución de los refuerzos).

Debido a la complejidad de este tema y a la diversidad de formas de llevar a cabo la unión pala-mecha o de disponer la estructura, el tema será tratado de forma general (sin entrar en detalle) recomendando acudir a una sociedad de clasificación si se quiere profundizar más sobre un tipo de unión o estructura en concreto.

7.1. DDS 562-2

Según esta norma, la manera de operar es la descrita a lo largo de los siguientes apartados [7].

7.1.1. DETERMINACIÓN DEL ESPACIO ENTRE REFUERZOS Y ESPESORES

Todas las superficies de control serán construidas con refuerzos horizontales y verticales cubiertas por la plancha del forro de la pala.

La relación entre el ancho del panel y el espesor (refiriéndose a panel como el trozo de forro definido por la unión de los refuerzos horizontales y verticales) basada en la carga viene dado por la siguiente relación:

$$\frac{b}{t'} = \frac{C}{k\sqrt{H}} \quad (167)$$

Donde:

- $b \rightarrow$ Ancho del panel (pulgadas).
- $a \rightarrow$ Largo del panel (pulgadas). ($b \approx a$)
- $t' \rightarrow$ Espesor del panel basado en la carga (pulgadas).
- $H \rightarrow$ Altura total máxima (pies)
- $C \rightarrow$ Costante que depende del material (tabla XX).
- $k \rightarrow$ Costante que depende de la relación b/a (tabla XX).
- $t' \rightarrow$ Espesor de la plancha del forro asumida.

$$H = \sum \left[\begin{array}{c} \text{Cargas hidrodinámicas (o por hielo) e hidrostáticas actuando sobre} \\ \text{el panel o} \\ \text{carga por golpes de mar, (elegir la mayor)} \end{array} \right]$$

ALTURA HIDRODINÁMICA:

La distribución de carga en altura debe de ser determinada a partir de la distribución de carga vertical (6.1). La distribución de carga a lo largo de la cuerda debe de ser asumida similar a la distribución de carga total a lo largo de la cuerda media (6.1).

CARGA POR HIELO:

Esta carga es la carga a considerar por el impacto del hielo a la superficie de control de la pala. Normalmente esta carga debe de ir reflejada en la especificación del barco.

Si el buque va a navegar en hielo y requiere una clasificación especial por el servicio, la fuerza sobre el timón y el servo debe de ser incrementada de acuerdo a lo que dicten las sociedades de clasificación para esa notación. El espesor de la plancha de la pala dependerá en ese caso de la nota de clase. Para este tipo de buques con una clasificación alta para el hielo, la fuerza sobre la mecha suele incrementarse en un 85%. El espesor de plancha de la pala junto con los así como los refuerzos se incrementa en un 50%. Para la menor nota de clase la carga sobre la mecha tan solo se incrementa un 25%.

ALTURA DE CARGA POR IMPACTO DE OLA

Una distribución rectangular debe de ser considerada a lo largo de la altura. El máximo valor del impacto por ola a considerar deberá de venir reflejado en la especificación del buque aunque de no ser así podrá suponerse o no considerar este parámetro.

ALTURA HIDROSTÁTICA:

La altura hidrostática deberá de determinarse para el máximo calado del buque (a la máxima carga) correspondiente normalmente al calado de verano.

Types of Steel	Value of C
OS	550
HS	620
HY80	750
HY100	810

Tabla 7-1: Valor de "C" según material (DDS-562).

b/a	Value of K
0.5 or less	1.00
0.6	.98
0.7	.94
0.8	.89
0.9	.84
1.0	.78

Tabla 7-2: Valor de "K" según material (DDS-562).

De forma que el espesor t' será elegido arbitrariamente.

El espesor " t " de la plancha vendrá dado por:

$$t = t' + t_1 + t_2 \quad (168)$$

Donde:

- $t_1 \rightarrow 0.06$ pulgadas (1.52 mm). Incremento por corrosión.
- $t_2 \rightarrow 0.00$ pulgadas. Incremento por cavitación. Especificación del buque.

El espesor mínimo del panel (t) no deberá de ser menor de 0.5 pulgadas (12.7 mm).

La relación entre el ancho del panel y el espesor (b/t) será asumida con los siguientes límites para buques de superficie:

$$40 \leq \frac{b}{t} \leq 50$$

Si b/t no estuviera entre estos límites, se volvería a considerar un nuevo t' hasta que este se encuentre dentro del límite.

Además, se deben de tener en cuenta otras consideraciones:

- Borde de salida (Trailing edge): En el borde de salida de la superficie de control debería de utilizarse una fundición de alto espesor o ser forjado.
- Borde de ataque (Leading edge): En el borde de ataque de la superficie de control la plancha debería de estar rodeado por una plancha con al menos el máximo espesor de del panel del forro.
- Espesor de los refuerzos: El espesor de los refuerzos no será menor que el 70% del espesor del panel del forro calculado anteriormente. Además este no podrá ser menor de 0.25 pulgadas (6.35 mm).
- Variación entre la separación de refuerzos: La determinación de la separación entre refuerzos determinada por el método descrito anteriormente quizás requiera modificaciones en función de la disposición y dimensionamiento del núcleo.

7.1.2. DETERMINACIÓN DEL ESPESOR DEL NÚCLEO

Un núcleo forjado (hub casting) debe de ser incorporado en el interior de la estructura de la superficie de control con el propósito de unir, transmitir el par entre la mecha y la pala, ayudar a resistir las fuerzas cortantes y principalmente anclar la mecha a la pala.

Las características principales a considerar con respecto al núcleo son las siguientes:

- La mecha deberá de penetrar en el núcleo no menos de dos veces el diámetro en la cuerda superior de la pala.
- El espesor mínimo del núcleo no deberá de ser menor del 15% el diámetro de la mecha.
- La relación entre el núcleo-mecha deberá de ser de aproximadamente 2 pulgadas/pie del diámetro de la mecha.
- Si un alivio es provisto a lo largo del conjunto núcleo-mecha, no más de medio tercio del núcleo debe de ser considerado.

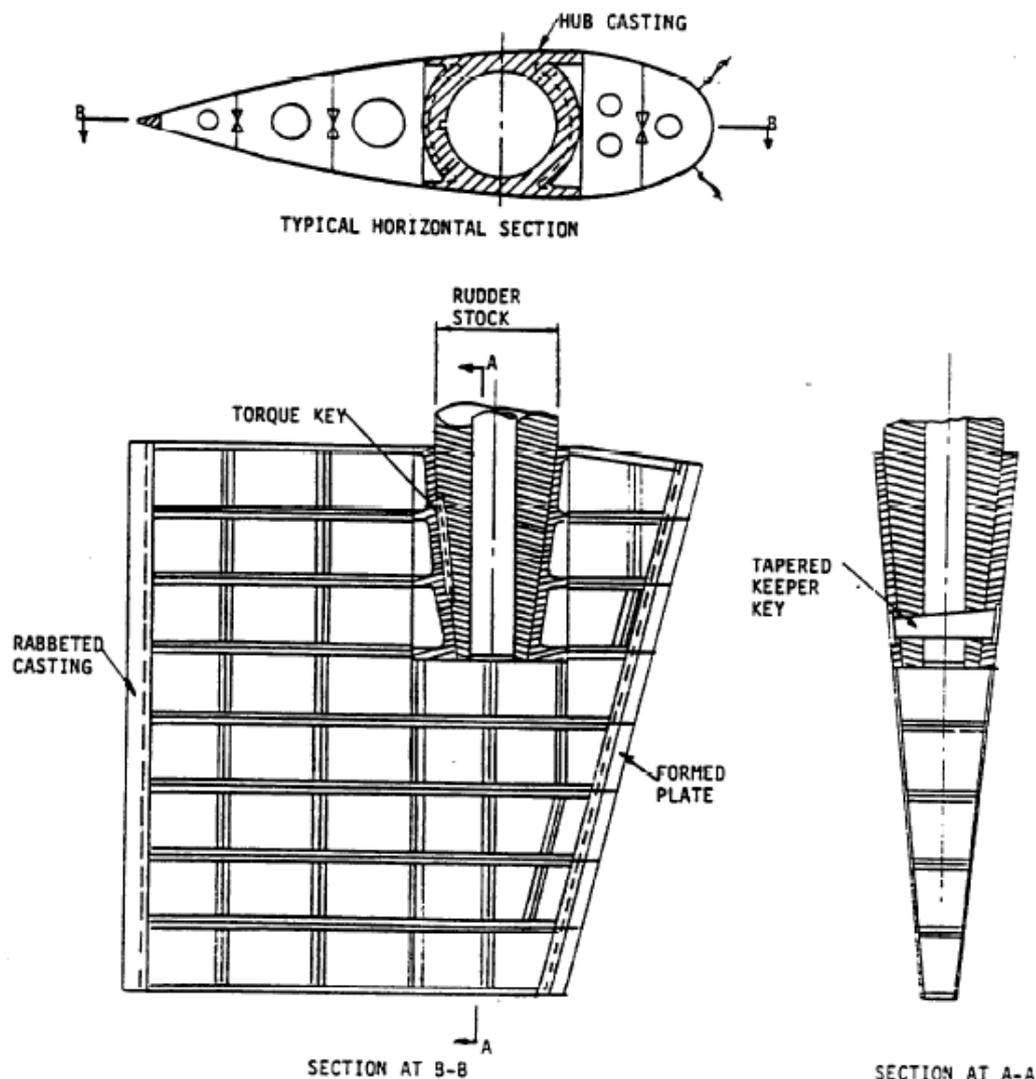


Figura 7-1: Disposición de la pala del timón con núcleo (DDS 562)

No es necesario realizar ningún cálculo de esfuerzos en el núcleo excepto cuando éste disponga de chaveta y chavetero o donde la disposición no sea la convencionalmente usada.

Sin embargo, el cálculo de esfuerzos en el núcleo debería de ser considerando todos las fuerzas cortantes y los momentos flectores de toda la superficie de control. El momento de inercia asociado a la mecha para estos cálculos viene dado por la siguiente relación:

$$I_H = \frac{I_{H-A}}{K} \quad (169)$$

Donde:

- I_{H-A} → Momento de inercia del núcleo y la mecha sobre el eje axial de la sección de la superficie. (*pulgada*⁴)
- K → Factor de tensión dependiendo de la penetración de la mecha.

Figura 7-2.

- I_H → Momento de inercia del núcleo con la mecha asociada para usar en los cálculos. (*pulgada*⁴)

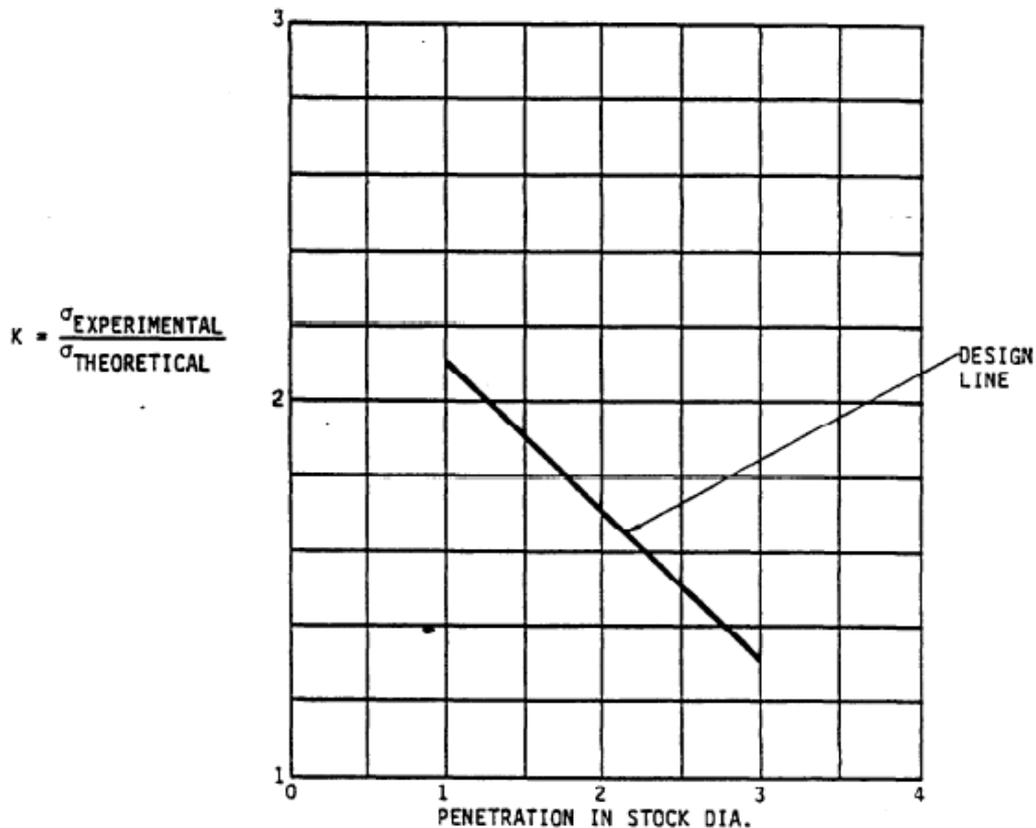


Figura 7-2: Factor de tensión según penetración de la mecha. (DDS-562)

Cuando la pala del timón no requiere un alto bloqueo con respecto a la mecha el núcleo puede ser eliminado. En este caso la mecha del timón es soldada a los refuerzos horizontales de la pala. La mecha del timón debería de estar soldada al menos a cuatro refuerzos horizontales de la pala y la penetración de la mecha deberá de ser de al menos 2.5 veces el diámetro de la mecha desde el canto alto de la pala. El espesor de los refuerzos deberá de ser del 50% que los refuerzos usados con un núcleo igual a 2 veces el diámetro de la mecha en el canto alto del timón.

La Figura 7-3 muestra la disposición en este caso:

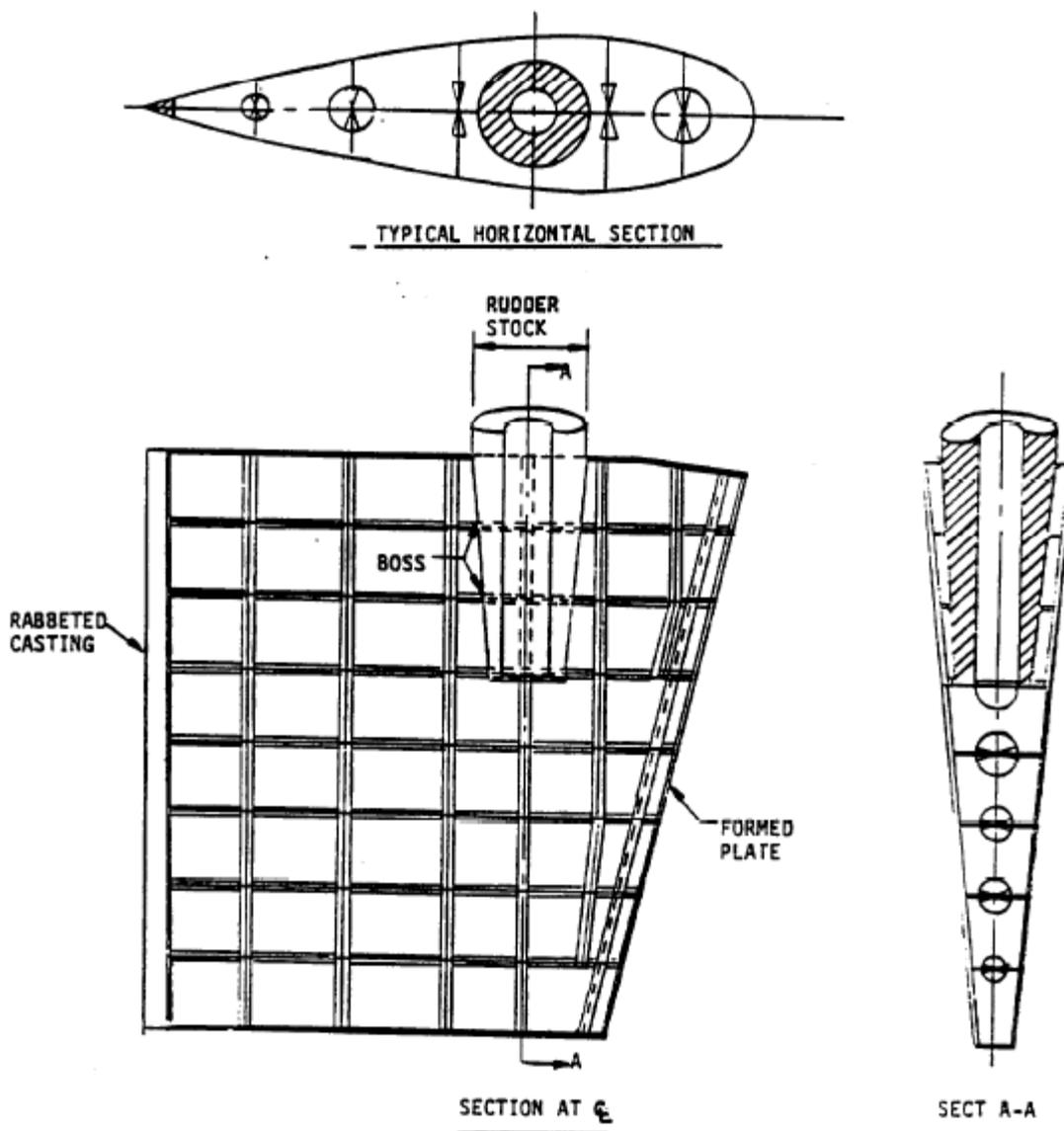


Figura 7-3: Disposición de la pala del timón con mecha soldada (DDS-562)

7.1.3. ESTUDIO DE TENSIONES A LO LARGO DE LA ALTURA Y CUERDA DE LA PALA

A partir de las curvas de fuerzas cortantes y momentos flectores halladas en 6.2 y 6.3 un estudio de tensiones debería de realizarse a lo largo de la cuerda y de la altura de la pala para la estructura considerada (espesores, áreas de secciones, etc.).

Además de calcular las tensiones y ver si el material puede aguantar estas sollicitaciones para la disposición y espesores considerados podría calcularse la deflexión del conjunto de la misma manera que se estudio en 6.5 para ver el comportamiento de la pala con respecto a estas tensiones.

7.1.4. TENSIONES EN DISCONTINUIDADES Y CHAVETAS

Las discontinuidades en la mecha son normalmente utilizadas. La función más común de estas discontinuidades es por ejemplo como elemento de sujeción del conjunto pala-mecha bajo el cojinete superior (carrier). El cálculo de tensiones en este punto es crítico puesto que tiene que aguantar las sollicitaciones producidas por el peso y movimiento del conjunto (movimientos del buque) además de asegurar poder ser desmontado en caso de realizar el mantenimiento del conjunto.

Como ayuda al cálculo de las sollicitaciones se utiliza la siguiente figura:

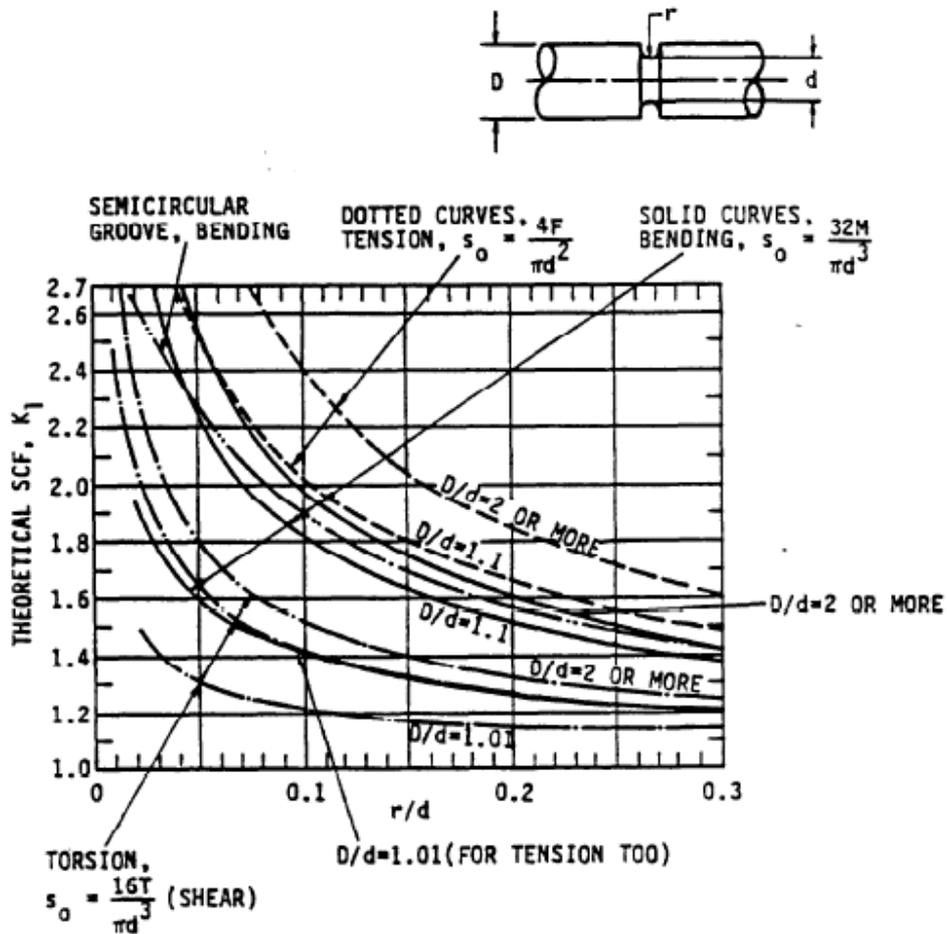


Figura 7-4: Cálculo tensiones en discontinuidades (DDS-562).

Por otro lado, como se comento anteriormente, para transmitir el par entre la mecha y la pala se suele utilizar el conjunto chaveta-chavetero. Debido a esto un estudio de tensiones debería de realizarse en estos elementos.

Para el momento flector un factor de concentración de tensiones de 1.0 podría ser considerado. El factor por las tensiones debidas a la torsión vienen determinadas por la Figura 7-5. Torsión y el momento flector en las chavetas serán determinadas por sus correspondientes factores en orden de determinar las tensiones efectivas.

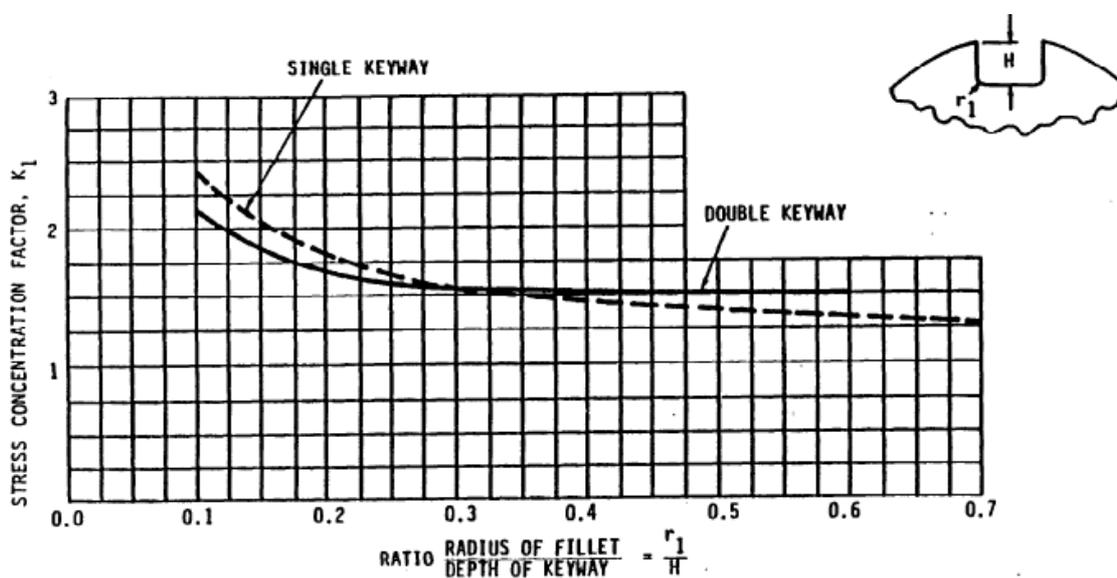


Figura 7-5: Factor de concentración de tensiones chaveta-chavetero (DDS-562).

7.2. BUREAU VERITAS

Según el Bureau Veritas la forma de operar para escantillonar la pala del timón es la que se describe en los siguientes apartados. Esto es un breve resumen de lo expuesto en [5] (Pt. B, Ch. 10, Sec. 1).

7.2.1. ESPESOR DEL FORRO

El espesor de cada uno de los paneles no debe de ser menor que el obtenido, en milímetros, de la siguiente fórmula:

$$t_F = 5.5s\beta \sqrt{k \left(T + \frac{C_R 10^{-4}}{A} \right) + 2.5} \quad (170)$$

Donde:

- $\beta \rightarrow$ *Corresponde al siguiente coeficiente:*

$$\beta = \sqrt{1.1 - 0.5 \left(\frac{s}{b_L} \right)^2} \quad (171)$$

El cual no debe de ser tomado mayor de 1.0 si $b_L/s > 2.5$

- $s \rightarrow$ *Longitud, en metros, del lado más corto del panel.*
- $b_L \rightarrow$ *Longitud, en metros, del lado más largo del panel.*

7.2.2. ESPESOR DE LA PARTE SUPERIOR E INFERIOR DEL FORRO

El espesor de las partes correspondientes a las planchas superior e inferior del forro (“tapa” y “base”) será tomada como el máximo de:

- El espesor dado por t_p considerando las dimensiones correspondientes a “ s ” y “ b_L ” de las planchas del la “tapa” y la “base” de la pala.
- 1.2 veces el espesor obtenido para las planchas del forro alrededor de la “tapa” y la “base” (t_p), considerando los correspondientes valores de “ s ” y “ b_L ”.

Donde el timón sea conectado a la mecha mediante una brida de acoplamiento, el espesor de la plancha de la parte superior (“tapa”) el cual estará soldado a la brida de acoplamiento no debe de ser menor de 1.1 veces el espesor calculado arriba.

7.2.3. DISTANCIA ENTRE REFUERZOS

El espacio entre refuerzos horizontales no debe de ser mayor de 1.20 metros.

El espacio entre refuerzos verticales no debe de ser mayor de dos veces el espacio entre refuerzos horizontales.

7.2.4. ESPESOR DE LOS REFUERZOS

El espesor de los refuerzos será al menos el 70% del espesor de la plancha del forro siendo el espesor mínimo de 8 mm (excepto para el refuerzo horizontal superior e inferior). El espesor de cada refuerzo debe de ser uniforme y no debe de ser mayor que el espesor t_p calculado para el panel. En cualquier caso no será requerido incrementar en más de un 20% respecto a los refuerzos normales.

Cuando el diseño del timón no incorpora una pieza principal, esta puede ser remplazada por dos refuerzos verticales cerrando el espacio, con un espesor no menor del obtenido de la Tabla 7-3. En timones con un área menor de $6 m^2$, con un refuerzo vertical podría ser aceptado si tiene un espesor de al menos dos veces el espesor normal de los refuerzos.

7.2.5. ESPESOR DEL PANEL Y REFUERZOS SOLDADOS A LA PARTE SÓLIDA O BRIDA DE ACOPLAMIENTO

El espesor, en milímetros, de los refuerzos verticales soldados a la parte sólida donde la mecha es alojada (núcleo) o soldada a la brida de acoplamiento, debe de ser similar al espesor del panel bajo esta parte solida o bajo la brida de acoplamiento, no siendo menor que el valor obtenido en milímetros de la Tabla 7-3.

Espesor de refuerzos verticales		Espesor del panel de la pala	
Pala del timón sin abertura	En regiones abiertas	Pala del timón sin abertura	En regiones abiertas
$1.4t_p$	$2.0t_p$	$1.3t_p$	$1.6t_p$

Tabla 7-3: Espesores mínimos (BV).

7.2.6. CONEXIÓN DE LA PALA CON LA MECCHA MEDIANTE EL USO DEL ACERO FORJADO (NÚCLEO).

En general el núcleo va cogido a la estructura del timón a través de dos refuerzos horizontales y dos verticales.

El módulo de la sección mínima (sección transversal) de la estructura que conecta la estructura del timón con el núcleo donde va alojada la mecha no debe de ser menor al obtenido mediante la siguiente fórmula:

$$w_s = c_s d_1^3 \left(\frac{H_E - H_X}{H_E} \right)^2 \frac{k}{k_1} 10^{-4} \quad (172)$$

Donde:

- $c_s \rightarrow$ Coeficiente a tomar:
 - $c_s = 1.0 \rightarrow$ Si no hay aberturas en las planchas de la pala o si las aberturas son cerradas mediante una soldadura a penetración completa.
 - $c_s = 1.5 \rightarrow$ Si hay una abertura a considerar en la sección del timón.
- $d_1 \rightarrow$ Diámetro de la mecha en mm.
- $H_E \rightarrow$ Distancia vertical, en metros, entre el borde inferior y superior de la parte sólida.
- $H_X \rightarrow$ Distancia vertical, en metros, entre la sección considerada y el borde superior de la parte sólida.
- $k, k_1 \rightarrow$ Factor del material para el refuerzo del timón y de la mecha, respectivamente.

El modulo de la sección (sección transversal) de la estructura conectada a la parte sólida donde la mecha es alojada debe de ser calculada con respecto al eje axial simétrico del timón.

El ancho del refuerzo del timón a ser considerada para los cálculos del módulo de la sección no debe de ser mayor que el obtenido mediante la siguiente formula, en metros:

$$b = s_v + 2 \frac{H_x}{m} \quad (173)$$

Donde:

- $s_v \rightarrow$ Espacio, en metros, entre dos refuerzos verticales.
- $H_x \rightarrow$ Distancia vertical, en metros, entre la sección considerada y el borde superior de la parte sólida.

- m → Coeficiente a ser tomado, en general, igual a 3.

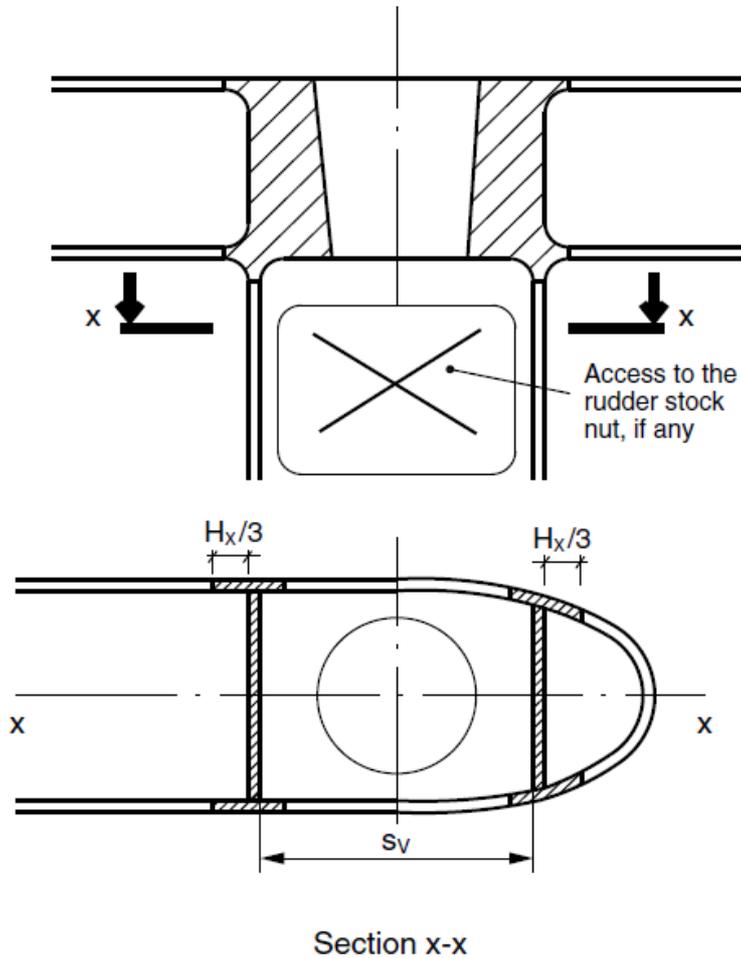


Figura 7-6: Disposición mecha-pala (BV).

El espesor de los refuerzos horizontales, en torno a esta zona, no debe de ser menor que el valor mayor obtenido a partir de las expresiones (174) y (175) en milímetros:

$$t_H = 1.2t_F \quad (174)$$

$$t_H = 0.045 \frac{d_s^2}{S_H} \quad (175)$$

Donde:

- t_F → Definido en 7.2.1.
- d_s → Diámetro, en mm, a tomar para:
 - d_1 → Parte sólida conectada a la mecha del timón.
 - d_A → Parte sólida conectada al pinzote.
- d_1 → Diámetro de la mecha.

- d_A → Diámetro del pinzote.
- s_H → Espacio, en mm, entre refuerzos horizontales.

Espesores diferentes pueden ser aceptados con el correspondiente estudio que justifique la diferencia en los cálculos con respecto a los de la sociedad de clasificación.

El espesor de los refuerzos verticales soldados al núcleo no deben de ser menores que los obtenido mediante la Tabla 7-3.

7.2.7. CONEXIÓN DE LA PALA CON LA MECCHA A LA PALA POR MEDIO DE UNA BRIDA HORIZONTAL

La sección mínima de la sección transversal de la estructura de la pala del timón conectada directamente con la brida, la cual es fabricada directamente con refuerzos verticales y la pala del timón, no debe de ser menor que la obtenida a partir de la siguiente formula, en cm^3 :

$$w_s = 1.3d_1^3 10^{-4} \quad (176)$$

El módulo de la sección (transversal) de la estructura de la pala conectada directamente con la brida debe de ser calculada respecto al eje axial del timón.

Para el cálculo del módulo, la longitud de la sección transversal considerada será igual a la de la brida del timón.

Donde el refuerzo del timón este provisto con una abertura bajo la brida, el módulo de la sección deberá ser calculado de acuerdo a lo explicado anteriormente para los timones ensamblados mediante un núcleo.

Las soldaduras entre el refuerzo del timón y el refuerzo de la brida deberán de ser a penetración completa (o con una resistencia equivalente) y será inspeccionada (al 100%) mediante ensayos no destructivos.

Donde la soldadura a penetración completa sea accesible tan solo por el lado exterior del timón, se realizará la soldadura con un apoyo cerámico para garantizar la penetración completa.

Los cordones externos de soldadura y los refuerzos de la brida deberán de ser de forma cóncava y el espesor de su garganta será igual a 0.5 veces el espesor de la pala.

Además, el refuerzo de la brida será chequeado antes de ser soldado por un ensayo no destructivo.

El espesor de los refuerzos verticales directamente soldados a la brida así como el espesor de los refuerzos adyacentes a la conexión con los refuerzos de la brida no deberá de ser menor que los obtenidos mediante la Tabla 7-3, en mm.

7.3. DET NORSKE VERITAS

El DNV dice lo siguiente con respecto al escantillonado de la pala del timón. Esto es un breve resumen de lo expuesto en [8] (Pt. 3, Ch. 3, Sec. 2).

7.3.1. DISPOSICIÓN GENERAL Y DETALLES

El cuerpo del timón estará formado por refuerzos horizontales y verticales para actuar contra el momento flector producido en el mismo.

Los refuerzos entre paneles y piezas pesadas (como el núcleo o refuerzos de mayor espesor) deberán de estar ensambladas mediante soldadura a penetración completa. En las zonas donde las tensiones son mayores (parte superior en timones tipo espada) elementos de acero fundido (núcleo) o un mayor espesor de los refuerzos debe de ser dispuesto.

Para conseguir la penetración completa se soldará por ambas caras. Si no fuera posible se recurrirá a un apoyo cerámico o equivalente para garantizar la soldadura.

7.4. PLANCHAS DEL FORRO DEL TIMÓN

El espesor de las planchas del forro a ambos lados, en la parte superior e inferior (“tapa” y “base”) vendrán dadas por las siguientes fórmulas:

$$t = \frac{5.5}{\sqrt{f_1}} k_a s \sqrt{T + \frac{0.1 F_R}{A}} + 2.5 \text{ (mm)} \quad (177)$$

- $k_a = \sqrt{1.1 - 0.5 \left(\frac{s}{b}\right)^2} \rightarrow \text{máximo} = 1$
- $s \rightarrow$ distancia menor entre refuerzos horizontales o verticales en m.
- $b \rightarrow$ distancia mayor entre refuerzos horizontales o verticales en m.

En ningún caso el espesor debe de ser menor que el mínimo calculado para el forro debido a la presión ejercida por el agua para buques de más de 100 metros de eslora (Part.3, Ch.1, Sec.7 C101) o para buques con menos de 100 metros de eslora (Part.3, h.2, Sec.6, C102).

7.4.1. REFUERZOS DE LA PALA

El espesor de los refuerzos horizontales y verticales no debe de ser menor del 70% del espesor de las planchas del forro y en cualquier caso tampoco debe de ser menor de 8 mm.

El área total de los refuerzos requerida para los refuerzos verticales vendrá dada por la siguiente expresión:

$$A_w = \frac{P}{5f_1} \text{ (cm}^2\text{)} \quad (178)$$

Donde:

- $P = \frac{h_2}{H} F_R$
- $h_1 \rightarrow$ Altura en metros de la parte menor sobre o bajo la sección a estudiar.
- $h_2 \rightarrow$ Altura en metros de la parte bajo la sección transversal a estudiar.

La fuerza cortante en los refuerzos vendrá determinada por cálculo directo y no excederá de:

$$\tau = 50f_1 \quad (179)$$

Y la tensión equivalente no excederá de:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau^2} \begin{cases} 120f_1 N/mm^2 \text{ en timones sin aberturas} \\ 100f_1 N/mm^2 \text{ en timones con aberturas} \end{cases} \quad (180)$$

7.4.2. TIMONES DISPUESTOS CON NÚCLEO

El diámetro del núcleo será calculado de acuerdo con el cálculo del diámetro de la mecha. Para timones tipo espada el tercio inferior de la pala puede estrecharse hasta 0.75 veces el diámetro de la mecha.

El espesor de pala no debe de ser menor que:

$$t_b = 1.5sV + 2.5 \text{ (mm)} \quad (181)$$

Donde:

- s → Espacio de refuerzos en metros, no excediendo 1 m.
- V → Velocidad en Nudos.

El espesor de los refuerzos no debe de ser menor que el espesor de la pala:

$$t_a = t_b$$

El módulo de la sección no deberá de ser menor que:

$$Z_a = 0.5sC_1^2V^2 \text{ (cm}^3\text{)} \quad (182)$$

Donde:

- C_1 → Distancia horizontal desde el borde de salida a la línea centro de la mecha.

7.5. LLOYD'S REGISTER

El LR dice lo siguiente con respecto al escantillonado de la pala del timón. Esto es un breve resumen de lo expuesto en [13] (Pt. 3, Ch. 13, Sec. 2).

7.5.1. CONSTRUCCIÓN DOBLE PARA LA PALA DEL TIMÓN.

El escantillonado de este tipo de pala no deberá de ser menor que el dado por la Tabla 7-4.

En las proximidades de la unión entre mecha y pala el espesor de la plancha debe de ser incrementado. Además, donde halla aberturas el panel debe de estar reforzado con el fin de compensar estas aberturas. El módulo de la sección debe de mantenerse constante en estas aberturas (igual al resto).

Las conexiones entre las planchas del forro y los refuerzos verticales, donde no pueda accederse por el interior, debe de ser soldado mediante ranuras o con la ayuda de pletinas sobre los refuerzos. Estas ranuras tendrán una longitud mínima de 75 mm, y en general, una anchura mínima de dos veces el espesor de la plancha. El final de la ranura será redondeada. El espacio entre ranuras no excederá 150 mm y la soldadura tendrá un coeficiente de soldadura de 0.44.

Donde el timón disponga de pieza principal el timón tipo estada será conectado a la brida de acoplamiento horizontal mediante soldadura a penetración completa.

7.5.2. CONSTRUCCIÓN SIMPLE PARA LA PALA DEL TIMÓN

El escantillonado de la pala simple no será menor que el requerido por la Tabla 7-4.

Los brazos del timón deberán de estar ensamblados eficientemente a la pieza principal.

7.5.3. CONSTRUCCIÓN DOBLE Y SIMPLE PARA LA PALA DEL TIMÓN

Type	Item	Requirement
Double plated rudder construction	(1) Rudder side, top and bottom plating	$t = 5,5s_{min} s_e \sqrt{\left(T + \frac{P_L 10^{-4}}{A_R}\right)k} + 2,5 \text{ mm}$
	(2) Webs vertical and horizontal	$t_W = 0,7t$ from (1) but is not to be less than 8 mm
	(3) Nose plate	$t_N = 1,25t$ from (1) but need not exceed 22 mm
	(4) Mainpiece fabricated rectangular, see Note 1	Breadth and width $\geq \delta_S$ $t_M = 8,5 + 0,56\sqrt{\delta_S} \sqrt[3]{k} \text{ mm}$ Minimum fore and aft extent of side plate = $0,2b_R$ Stress due to bending, see Table 13.2.9
	(5) Mainpiece tubular, see Note 1	Inside diameter $\geq \delta_S$ t_M as for (4) Side plating as for (1) Bending stress as for (4)
	(6) Mainpiece semi-spade (Mariner) type rudders in way of lower pintle regions, see Note 2	Bending moment applied at section 'AA' (see Fig. 13.2.6) by the underhung position to result in stresses not greater than those given in Table 13.2.9
Single plated rudder construction	(7) Blade thickness	$t_B = 0,0015V y_W + 2,5 \text{ mm}$ with a minimum of 10 mm
	(8) Arms	Spacing $\leq 1000 \text{ mm}$ $Z_A = 0,0005 V^2 x_a^2 y_W \text{ cm}^3$ thickness = t_B in mm with a minimum of 10 mm
	(9) Mainpiece	Diameter $\geq \delta_S$ for spade rudders, the lower third may be tapered down to $0,75\delta_S \text{ mm}$ at the bottom end

Tabla 7-4: Espesores mínimos (LR).

Donde:

- b_R → Ancho medio del timón en la línea centro de la mecha, en mm.
- k → Factor para aceros de alta resistencia:
 - $k = 0,78 \rightarrow \delta_y = 315 \text{ N/mm}^2$
 - $k = 0,72 \rightarrow \delta_y = 355 \text{ N/mm}^2$
- $s_e = \sqrt{1,1 - 0,5 \left(\frac{s_{min}}{s_{max}}\right)^2} \rightarrow$ Pero no mas de 1.00 si $s_{max}/s_{min} \geq 2,5$
- s_{max} → Mayor ancho del panel, en m.
- s_{min} → Menor ancho del panel, en m.
- t → Espesor, en mm.
- t_W → Espesor de refuerzos, en mm.
- t_M → Espesor de la plancha y refuerzos verticales formando la pieza principal, en mm.
- x_a → Distancia horizontal desde el borde de salida hasta la línea centro de la mecha, en metros.
- y_W → Espacio entre brazos del timón, en mm. No excediendo los 1000 mm.
- A_R → Área de la pala en m^2 .

- P_L → Fuerza del timón.
- T → Calado de verano, en m.
- Z_A → Módulo de la sección, en cm^3 .
- V → Velocidad máxima de servicio, en Nudos.
- δ_s → Diámetro de la mecha, en mm.

El valor efectivo del ancho del refuerzo debe de ser tomado como $0.16 h_R$.

7.5.4. TENSIONES PERMISIBLES PARA EL ESCANTILLONADO DE LA PALA

	TENSIÓN PERMISIBLE en $\frac{N}{mm^2}$ $\left(\frac{Kgf}{mm^2}\right)$		
	Momento flector	Tensión cortante	Tensión equivalente
Pala libre de recortes	$\frac{110}{k} \left(\frac{11.2}{k}\right)$	$\frac{50}{k} \left(\frac{5.1}{k}\right)$	$\frac{120}{k} \left(\frac{12.2}{k}\right)$
Pala en torno a recortes	$\frac{75}{k} \left(\frac{7.6}{k}\right)$	$\frac{50}{k} \left(\frac{5.1}{k}\right)$	$\frac{100}{k} \left(\frac{10.2}{k}\right)$

Tabla 7-5: Tensiones permisibles para el escantillonado de la pala (LR).

7.5.5. CONEXIÓN ENTRE PALA Y TIMÓN MEDIANTE CONEXIÓN CÓNICA

Relación entre el acoplamiento cónico sobre el diámetro	$\theta_t \leq \frac{1}{K_1}$
Longitud de la relación	$l_t \geq 1.5\delta_s$
Requerimiento de apriete principal con tensiones sin chaveta en la conexión	$\rho_M = \frac{\rho_R \theta_t \delta_{CTM} + 4M_T 10^3 \sqrt{K_2 \left(\left[\frac{\rho_R \delta_{CTM}}{2000M_T} \right]^2 + 1 \right) - \left(\frac{\theta_t}{2} \right)^2}}{5.03 \delta_{CTM}^2 l_t \left(K_2 - \left(\frac{\theta_t}{2} \right)^2 \right)}$
Requerimiento de apriete principal con tensiones con chaveta en la conexión	$\rho_M = 20$
Tracción correspondiente de la mecha	$w = \frac{9.6 \cdot 10^{-6} \rho_M \delta_{CTM}}{\theta_t (1 - f_M^2)} \left(\frac{0.95 \cdot 10^{-4} \rho_M \delta_{CTM}}{\theta_t (1 - f_M^2)} \right)$
Correspondiente carga de tracción	Aproximadamente igual a $P_U = 0.8\pi\rho_M l_t \delta_{CTM} \left(K_3 + \frac{\theta_t}{2} \right)$
Correspondiente carga de tirada	Aproximadamente igual a $P_O = 2.83\rho_M l_t \delta_{CTM} \left(K_3 - \frac{\theta_t}{2} \right)$
Mínimo límite elástico de la mecha y soporte	$\sigma_O = \frac{123500w\theta_t\sqrt{3+f^4}}{\delta_{CT}} \left(\frac{12600w\theta_t\sqrt{3+f^4}}{\delta_{CT}} \right)$
Sección mínima efectiva recomendada para la chaveta a tensión cortante	$A_{Key} = \frac{M_T k_{min}}{3.3\delta_{CTM}}$
Mínimo espesor de la chaveta	$\delta_{Key} = \frac{67A_{Key}}{H}$
Dimensión mínima de la tuerca de seguridad	$\delta_g = 0.65\delta_s$ $\delta_n = 1.2\delta_{SU} \text{ o } 1.5\delta_g \text{ el que sea el mayor}$ $h_n = 0.6\delta_g$

Tabla 7-6: Conexión cónica entre pala-mecha (LR).

Donde:

- h_n → mínima longitud requerida para la tuerca de seguridad, en mm.
- $f = \frac{\delta_{CT}}{\delta_{GH}}$
- $f_M = \frac{\delta_{CTM}}{\delta_{GHM}}$
- k_{min} → Tomado como k_0 , donde σ_0 es el mínimo nominal superior al límite elástico de la chaveta, mecha o acoplamiento en N/mm^2 , el que sea menor.
- k_0 → factor del material.
- l_t → longitud del cono en milímetros.
- ρ_M → Tensión de apriete principal, en N/mm^2 .
- w → Tracción correspondiente de la mecha, en mm.
- A_{Key} → Sección mínima recomendada efectiva para la chaveta a tensión cortante, en cm^2 .
- H → Longitud de la chaveta, en mm.
- P_R → Peso efectivo del timón, en N (kgf).
- P_U, P_O → Correspondiente carga de tracción o tirada respectivamente, en N (Kgf).
- δ_g → *Diámetro mínimo exterior, en mm.*
- δ_n → Diámetro mínimo exterior de la tuerca, en mm.
- δ_{CT} → Diámetro de la conexión en cualquier posición, en mm.
- δ_{CTM} → Diámetro principal de la relación de conexión, en mm.

$$\delta_{CTM} = \frac{\delta_S + \delta_{SU}}{2}$$

- δ_{GH} → Diámetro mínimo del alojamiento del refuerzo en cualquier posición, en mm.
- δ_{GHM} → Diámetro principal del alojamiento del refuerzo, en mm.
- δ_{Key} → Mínimo espesor de la chaveta.
- δ_S → Diámetro de la mecha en mm.
- δ_{SU} → En mm.

- $\sigma_o \rightarrow$ Limite elástico mínimo de la mecha y soporte, en $\frac{N}{mm^2} \left(\frac{kgf}{mm^2} \right)$. No debe de ser mayor del 70% de la tensión de rotura o en 450 $\frac{N}{mm^2} \left(45.9 \frac{kgf}{mm^2} \right)$. El menor de ellos.
- $\theta_t \rightarrow$ Relación del cono sobre el diámetro.

Tipo de ensamblaje		K_1	K_2	K_3
Inyección de aceite	Con chaveta	12	--	0.025
	Sin chaveta	15	0.0036	0.025
Método seco	Con chaveta	8	--	0.170
	Sin chaveta	12	0.0072	0.170

Tabla 7-7: Tipo de ensamblaje (LR).

El chavetero debe de tener el filete del fondo redondeado. El radio del filete debe de ser al menos de 0.0125 el diámetro de la mecha en la parte alta del cono.

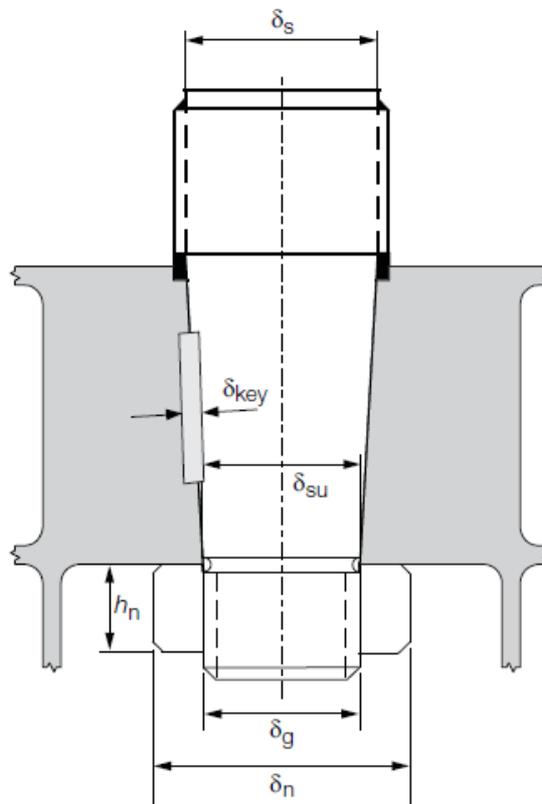


Figura 7-7: Disposición con chaveta (LR).

7.6. AMERICAN BUERAU OF SHIPPING

EL ABS dice lo siguiente con respecto al escantillonado de la pala del timón. Esto es un breve resumen de lo expuesto en [4] (Pt. 5b, Ch. 10, Sec. 1).

7.6.1. CONEXIÓN CÓNICA CON CHAVETA

El cono debe de tener una relación “c” de entre 1:8 a 1:12, donde:

$$c = \frac{d_0 - d_u}{l} \quad (183)$$

El cono debe de estar situado en el núcleo de manera exacta. La tuerca debe de ser de seguridad, asegurando el ensamblaje de la pala tal y como muestra la Figura 7-8.

La longitud del acoplamiento debe de ser, en general, no menor de $1.5d_0$.

Para el acoplamiento entre la mecha y la pala una chaveta deberá de ser provista, donde el área sometida a tensión cortante, en cm^2 , no debe de ser menor de:

$$a_s = \frac{17.55Q_F}{d_k R_{eH1}} \quad (184)$$

Donde:

- Q_F → Carga de diseño del momento producido en la mecha, en N*m.
- d_k → Diámetro de la parte cónica de la mecha, en mm, en la chaveta.
- R_{eH1} → Mínimo límite elástico del material de la chaveta, en $\frac{N}{mm^2}$.

La superficie efectiva, en cm^2 , de la chaveta (sin bordes redondeados) entre la chaveta y la mecha o el núcleo no debe de ser menor de:

$$a_k = \frac{5Q_F}{d_k R_{EH2}} \quad (185)$$

Donde:

- R_{EH2} → Mínimo límite elástico de la chaveta, la mecha o el núcleo, en $\frac{N}{mm^2}$. El menor.

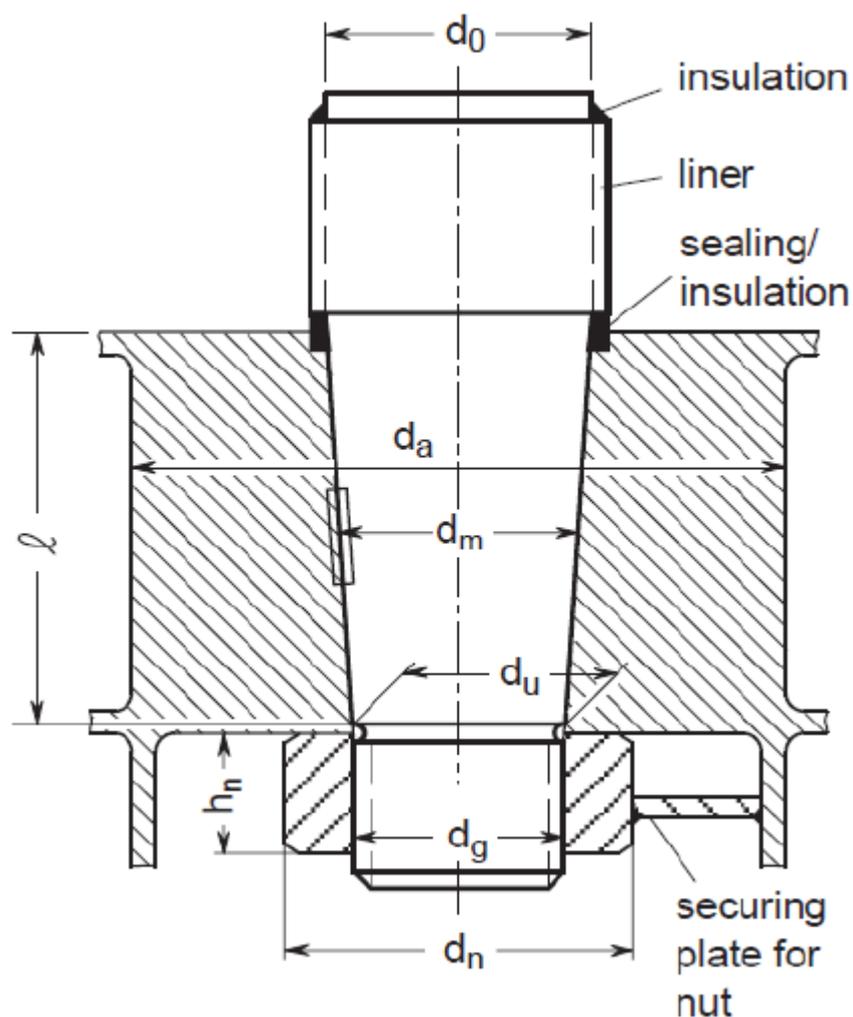


Figura 7-8: Disposición cono mecha con chaveta (ABS).

Las dimensiones de la tuerca serán las siguientes:

- Altura: $h_n = 0.6d_g$.
- Diámetro exterior, mayor valor de: $d_n = 1.2d_u$ o $d_n = 1.5d_g$.
- Diámetro interior de la rosca: $d_g = 0.65d_0$

Se debe de comprobar que al menos el 50% del momento debe de ser transmitido por fricción entre el cono de la mecha y el acoplamiento. Este cálculo requiere de una presión de apriete para transmitir un momento de torsión de:

$$Q'_F = 0.5Q_F \quad (186)$$

7.6.2. ACOPLAMIENTO CÓNICO CON UNA DISPOSICIÓN ESPECIAL PARA MONTAJE Y DESMONTAJE

Donde el diámetro exceda de 200 mm, la presión de fijado recomendada será efectuada mediante una conexión a través de presión hidráulica. En este caso el cono debe de ser más esbelto: "c" varía entre 1:12 y 1:20.

No deberá de ser provista una lámina para asegurar la tuerca contra el cuerpo del timón.

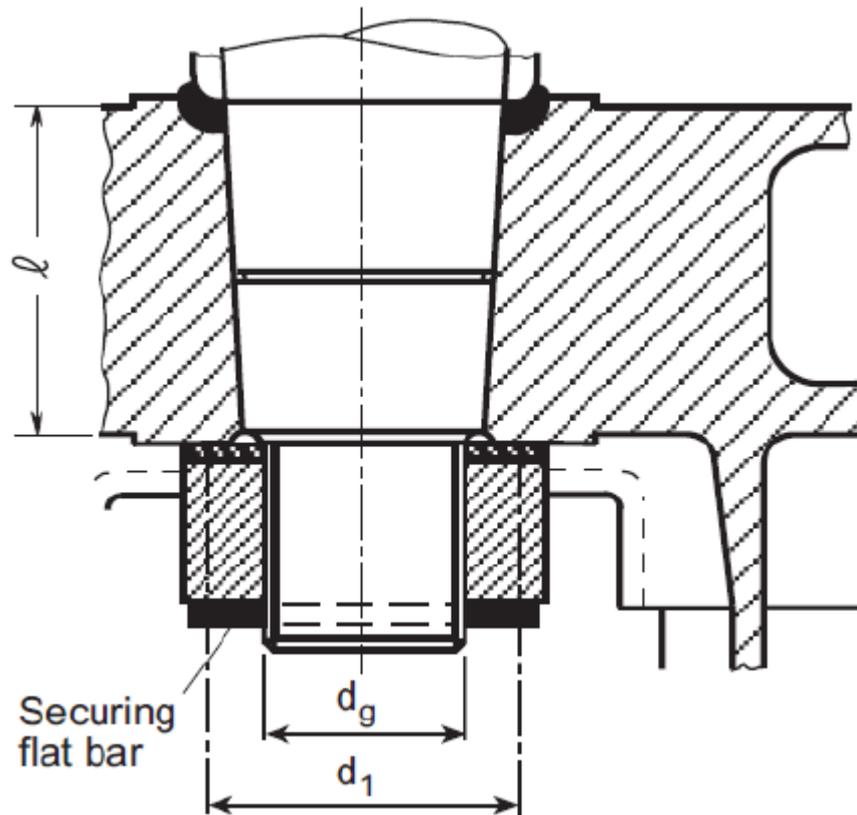


Figura 7-9: Disposición acoplamiento cónico con disposición especial (ABS).

El área de la pletina vendrá dada por:

$$A_s = \frac{P_s \sqrt{3}}{R_{eH}} \quad (187)$$

Donde:

- P_S → Fuerza cortante, en N:

$$P_S = \frac{P_e}{2} \mu_1 \left(\frac{d_1}{d_g} - 0.6 \right) \quad (188)$$

- P_e → Fuerza de apriete, en N.
- μ_1 → Coeficiente de fricción entre la tuerca y el cuerpo de la pala: 0.3.
- d_1 → Diámetro principal del área de fricción entre la tuerca y el cuerpo de la pala.
- d_g → Diámetro de la rosca de la tuerca.
- R_{eH} → Mínimo límite elástico de la pletina, en $\frac{N}{mm^2}$

Para la transmisión del momento torsor entre la mecha y el núcleo o acoplamiento, la presión de apriete y la longitud de presión serán determinadas de la siguiente manera.

PAR DE APRIETE:

El par de apriete no será menor que el determinado a partir de las siguientes expresiones:

$$p_{req1} = \frac{2Q_F}{d_m^2 l \pi \mu_0} 10^3 \quad (189)$$

$$p_{req2} = \frac{6M_b}{l^2 d_m} 10^3 \quad (190)$$

Donde:

- Q_F → Momento de diseño de la mecha, en N*m.
- d_m → Diámetro medio del cono, en mm.
- μ_0 → Coeficiente de fricción, sobre 0.15.
- M_b → Momento flector del acoplamiento cónico, en N*m.

Tiene que ser comprobado que la presión de apriete no excede la presión permisible de la superficie del cono. La presión permisible del cono viene dada por la siguiente fórmula:

$$p_{per} = \frac{0.8R_{eH}(1 - \alpha^2)}{\sqrt{3 + \alpha^4}} \quad (191)$$

Donde:

- R_{eH} → Límite elástico del material del soporte, en $\frac{N}{mm^2}$.
- $\alpha = \frac{d_m}{d_a}$
- d_m → Diámetro en mm.
- d_a → Diámetro exterior del soporte, en mm, no menor de $1.5 d_m$.

LONGITUD DE APRIETE:

La longitud del apriete no debe de ser menor que la dada por la siguiente expresión:

$$\Delta l_1 = \frac{p_{req} d_m}{E \left(\frac{1 - \alpha^2}{2} \right) c} + \frac{0.8R_{tm}}{c} \quad (192)$$

Donde:

- R_{tm} → Rugosidad principal, en mm, aproximadamente 0.01.
- c → Relación de conicidad.

Por otro lado, la longitud de apriete, en mm, no debe de ser mayor de:

$$\Delta l_2 = \frac{1.6R_{eH} d_m}{Ec\sqrt{3 + \alpha^4}} + \frac{0.8R_{tm}}{c} \quad (193)$$

En caso de conexión mediante presión hidráulica, la fuerza P_e para el cono, en N, podría ser determinada por la siguiente expresión:

$$P_e = p_{req} d_m \pi l \left(\frac{c}{2} + 0.02 \right) \quad (194)$$

El valor de 0.02 hace referencia al valor usado para el coeficiente de presión usando aceite. Esto varía depende del mecanizado y de la rugosidad del material.

Donde la colocación el efecto causado por el peso del timón debe de ser considerado, de acuerdo con los requerimientos de apriete y longitud dados por la sociedad de clasificación.

La presión en los debe de ser determinada por la siguiente expresión:

$$p_{req} = 0.4 \frac{B_1 d_0}{d_m^2 l} \quad (195)$$

Donde:

- B_1 → Es la fuerza en el cojinete, en N.
- d_m, l → Diámetro y longitud.
- d_0 → Diámetro del pinzote o cojinete, en mm.

7.6.3. PANEL DE LA PALA

El espesor del panel de la pala, en mm, viene determinado por:

$$t_p = 1.7 a \beta \sqrt{p_R k} + 2.5 \quad (196)$$

Donde:

- $p_R = 10T + \frac{C_R}{10^3 A}$ en KN/m^2
- a → Anchura menor del panel, en m.
- $\beta = \sqrt{1.1 - 0.5 \left(\frac{a}{b}\right)^2} \rightarrow \max, 1.00, \text{ si } \frac{b}{a} \geq 2.5$
- b → Anchura mayor del panel, en m.

Sin embargo, el espesor no debe de ser menor que el espesor dispuesto para el forro en la parte de popa (Ch.9, Sec.2).

Para la conexión de los refuerzos del timón con el forro no se puede usar soldadura de superficie. La soldadura debe de ser a penetración completa, por ello se debe de dejar espacio suficiente para llevarla a cabo y cuando no sea necesario se ayudará de barras cerámicas para llevar a cabo el propósito.

El espesor de los refuerzos, en mm, no debe de ser menor del 70% del espesor de los paneles del forro ni tampoco menor que el espesor dado por la siguiente expresión:

$$t_{min} = 8\sqrt{k} \quad (197)$$

Los refuerzos expuestos al agua de mar deben de estar dimensionados de acuerdo al espesor de los paneles del forro.

7.6.4. CONEXIÓN ENTRE LA PALA DEL TIMÓN MEDIANTE PARTES SÓLIDAS O ACERO FUNDIDO

Las partes solidas forjadas o de acero fundido deben asegurar en alojamiento de la mecha o del pinzote a la estructura del timón mediante dos refuerzos horizontales y dos verticales.

El módulo de la sección transversal de la estructura del timón junto con la parte sólida (núcleo) donde se encuentra alojada la mecha, no debe de ser menor que la obtenida mediante la siguiente expresión, en cm^3 :

$$w_s = c_s d_1^3 \left(\frac{H_E - H_X}{H_E} \right)^2 \frac{k}{k_1} 10^{-4}$$

Donde:

- c_s → Coeficiente, tomado igual a:
 - $c_s = 1.0$ → Si no hay aberturas en la sección a considerar o si las aberturas son cerradas mediante soldadura a penetración completa.
 - $c_s = 1.5$ → Si hay aberturas a considerar en la sección del timón.
- D_1 → Diámetro de la mecha, en mm.
- H_E → Distancia vertical, en m, entre el borde inferior de la pala y el borde superior de la parte sólida.
- H_X → Distancia vertical, en m, entre la sección a considerar y la parte alta de la pala.
- k, k_1 → Factor del material, definido para el material del refuerzo de la pala y de la mecha, respectivamente.

El módulo de la sección de la estructura conectada con la parte sólida (núcleo) donde el timón se encuentra alojado será calculado simétricamente respecto al eje axial de la pala.

El ancho del panel de la pala a considerar para el cálculo no será tomada mayor de la obtenida, en metros, mediante la siguiente fórmula:

$$b = s_V + 2 \frac{H_X}{m} \quad (198)$$

Donde:

- $s_V \rightarrow$ Espacio, en m, entre dos refuerzos verticales.
- $m \rightarrow$ Coeficiente tomado, en general, igual a 3.

Donde la abertura de acceso a la tuerca del timón no sea cerrada por soldadura a penetración completa, éste debe de ser deducido.

El espesor de los refuerzos horizontales, junto a la parte solida, soldados entre refuerzos, no debe de ser menor que el mayor de los valores obtenidos, en mm, por las siguientes expresiones:

$$t_H = 1.2 t_P \quad (199)$$

$$t_H = 0.045 \frac{d_S^2}{s_H} \quad (200)$$

Donde:

- $t_P \rightarrow$ Definido anteriormente.
- $d_S \rightarrow$ Diámetro, en mm, igual a:
 - $d_S = D_1 \rightarrow$ Para la parte sólida conectada a la mecha del timón.
 - $d_S = d_a \rightarrow$ Para la parte sólida conectada al pinzote.
- $D_1 \rightarrow$ Diámetro de la mecha.
- $d_a \rightarrow$ Diámetro del pinzote, en mm.
- $s_H \rightarrow$ Espaciado, en mm, entre dos refuerzos horizontales.

Un espesor diferente a éste puede ser considerado mediante la aportación del cálculo aprobado por la sociedad de clasificación.

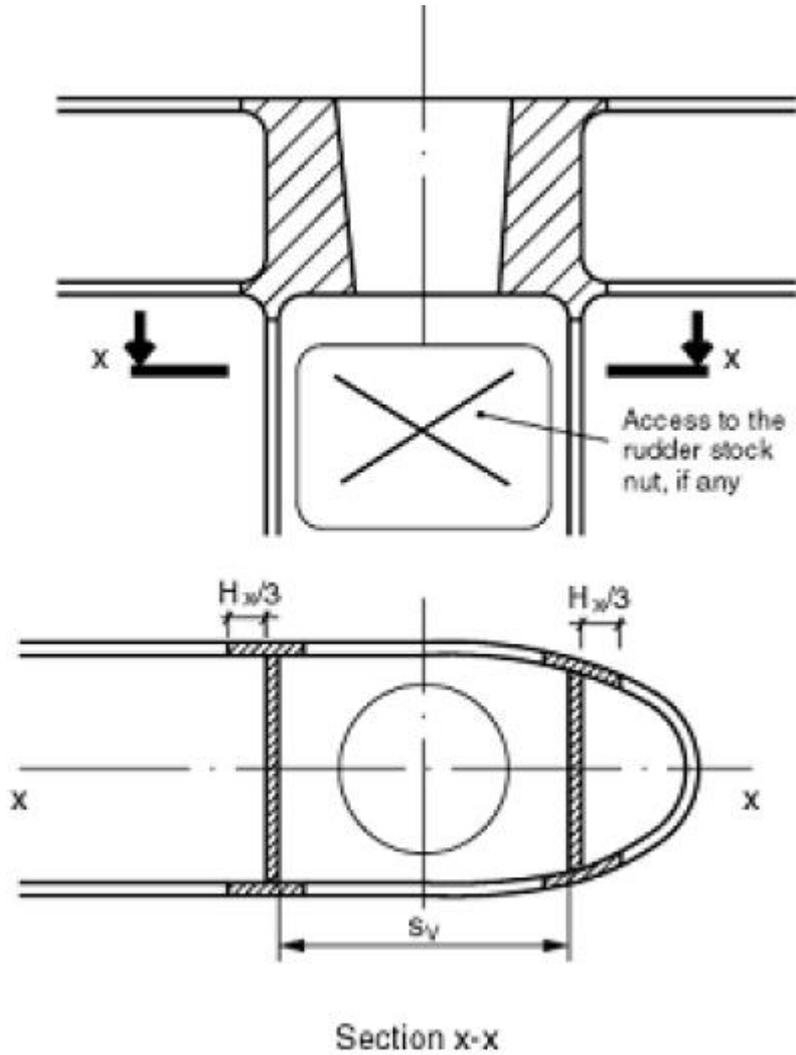


Figura 7-10: Acceso a tuerca mecha (ABS).

El espesor para las planchas del forro y los refuerzos verticales soldados a la parte sólida donde se encuentra alojada la mecha, no deberá de ser menor que el valor obtenido, en mm, a partir de la siguiente tabla:

Espesor de refuerzos verticales		Espesor del panel de la pala	
Pala del timón sin abertura	En regiones abiertas	Pala del timón sin abertura	En regiones abiertas
$1.4t_p$	$2.0t_p$	$1.3t_p$	$1.6t_p$

Tabla 7-8: Espesores mínimos (ABS).

Las partes sólidas estarán provistas con topes. Los refuerzos verticales y horizontales del timón estarán dispuestos con salientes soldados a estos topes.

Los topes no serán requeridos si el espesor del refuerzo es menor de:

- 10 mm para planchas soldadas a la parte solida a refuerzos verticales del acoplamiento de la mecha.
- 20 mm para el resto de refuerzos.

Si el par es transmitido por una prolongación del timón dispuesta dentro del timón, el diámetro en la parte alta debe de ser mayor, del 10% del diámetro superior por longitud. Más abajo se puede adoptar una relación de $0.6D_t$ a $0.4D_t$ en timones tipo espada, si es suficiente para aguantar con el peso de la pala.

7.7. CONCLUSIÓN

Como se ha podido observar en las secciones anteriores de este capítulo, para el escantillonado del timón y sus elementos principales, todos los reglamentos utilizan el mismo criterio y más o menos todos coinciden con los espesores de los diferentes elementos. Incluso algunos utilizan expresiones idénticas para estimarlos.

De este modo, como se comento al principio del capítulo, se puede elegir cualquier reglamento y utilizarlo como guía para el dimensionamiento de la pala y sus elementos que “se cumpliría lo dispuesto por los demás”.

A modo de guía se podría considerar lo expuesto aquí para el diseño del timón, pero si se quiere entrar más en detalle es aconsejable acudir directamente a la normativa. Este capítulo ha sido tratado con la idea de obtener una visión general del tema y conocer la forma de llevar a cabo el cálculo simplificandolo para timones tipo espada (fundamentalmente insertados en la pala por medio de un alojamiento de acero fundido (núcleo).

Capítulo 8. ESTUDIO DEL SISTEMA

Una vez elaborado el método para realizar el pre-dimensionamiento del sistema de gobierno, a lo largo de este capítulo se realizará un estudio sobre el comportamiento de la pala en función de los parámetros que definen su geometría.

De esta manera, se partirá de un timón “tipo” realizando dos tipos de problemas:

1. En primer lugar, partiendo de la geometría del timón “tipo” se realizará un estudio manteniendo la cuerda superior, el área de la pala y el ángulo $\frac{1}{4}$ de la cuerda constante, variando por tanto la cuerda inferior y la altura de la pala.
2. En segundo lugar, partiendo de la geometría del timón “tipo” se realizará un estudio manteniendo la cuerda superior e inferior constante y variando la altura.

Se realizará el cálculo de las fuerzas hidrodinámicas, reacciones en los cojinetes, diámetro mínimo de la mecha, ángulo de giro en el cojinete inferior y flecha máxima.

Desde el punto de vista hidrodinámico, el problema se planteará de la siguiente manera:

- Para estudiar el comportamiento del sistema para ángulos pequeños se aplicará el método del cálculo del flujo en la pala estudiado en 3.2 y la formulación desarrollada en 4.1.6 sobre la teoría del flujo potencial.

- Para estudiar el comportamiento del sistema para grandes ángulos se aplicará el método de Taplin desarrollado en 4.2.

A partir de los resultados obtenidos se hará un análisis de los resultados.

8.1. DEFINICIÓN DEL SISTEMA

Para realizar el estudio se ha partido del conjunto pala-mecha representado en Figura 8-1y Figura 8-2:

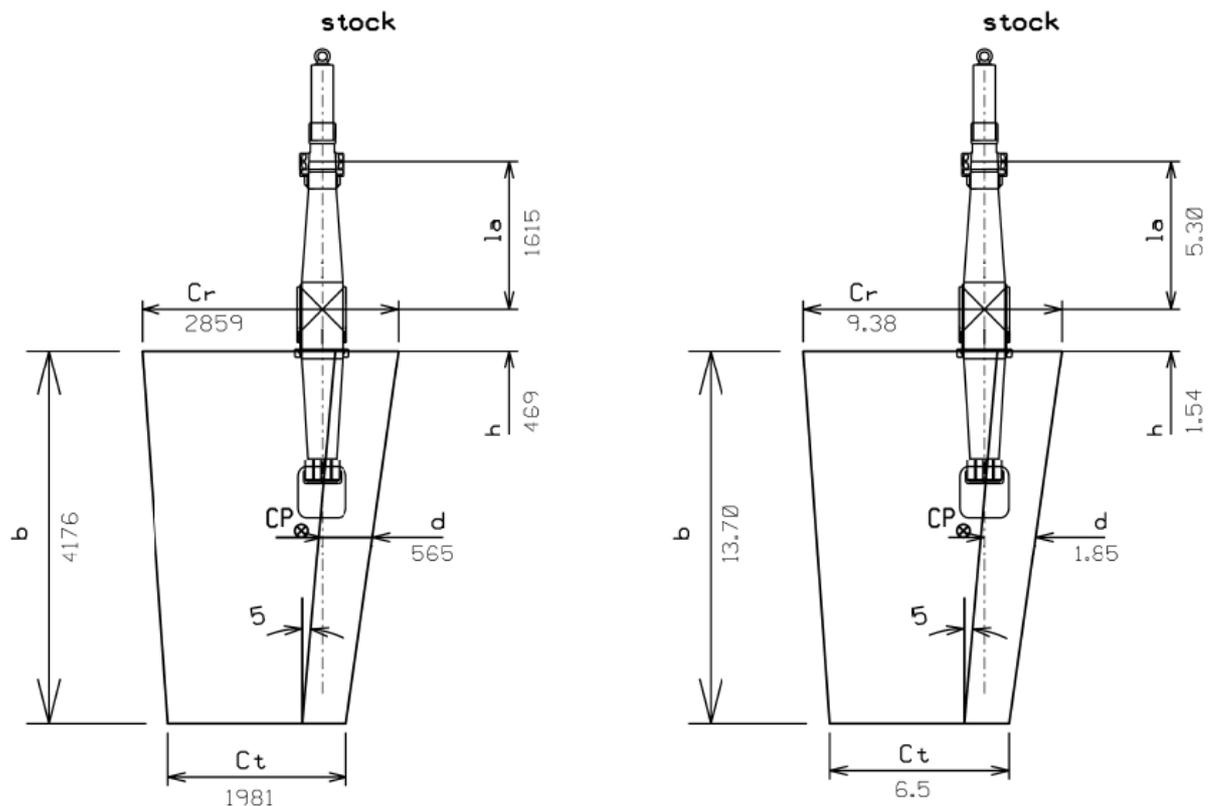


Figura 8-1: Disposición conjunto pala-mecha "Tipo".

Estableciendo los siguientes parámetros:

- Pala:
 - Cuerda superior: 2859 mm (9.38 ft).
 - Cuerda inferior: 2420 mm (6.50 ft).
 - Altura 4176 mm (13.7 ft):.
 - Angulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 5°
 - Área pala: 10.10 m^2 (108.78 ft^2)
 - Altura barquilla: 550 mm (1.80 ft).

- Mecha:
 - Distancia entre cojinetes: 1615 mm (5.30 ft).
 - Distancia desde el canto superior-cojinete inferior: 469 mm (1.54 ft).
 - Distancia borde de ataque-mecha (cuerda media): 565 mm (1.85 ft).
- Hélice:
 - Velocidad del buque: 23.2 Nudos .
 - Deslizamiento de la hélice: 22%
 - Distancia vertical centro núcleo-casco del buque: 3423 mm (11.23 ft).
 - Distancia horizontal hélice-mecha: 2646 mm (8.68 ft).
 - Diámetro de la hélice: 3798 mm (12.46 ft).
 - Radio del núcleo: 536 mm (1.76 ft).
 - Coeficiente de estela: 0.03
 - Revoluciones de la hélice: 200 rpm .
 - Empuje de la hélice: 398 N (89500 lb)
 - Coeficiente de empuje de la hélice: 0.168
 - Sentido de rotación: Derechas (horario).

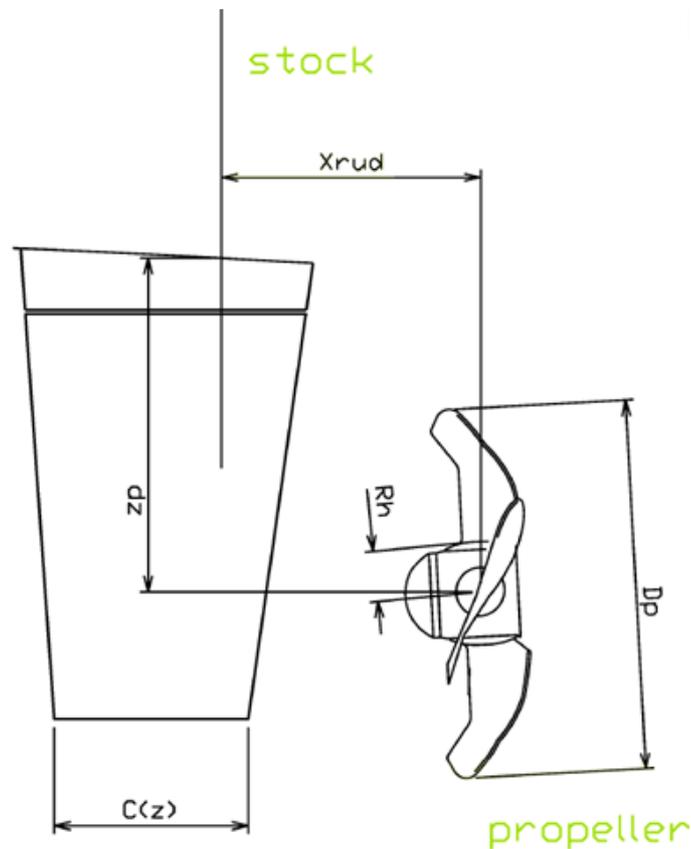


Figura 8-2: Disposición conjunto hélice-pala-mecha "Tipo".

Para abordar los dos tipos de problemas estudiados, se han modificado los parámetros de la pala del timón “tipo” manteniendo constantes los parámetros referentes a la mecha y a la hélice.

De esta manera, el diámetro de la mecha vendrá condicionado por las solicitaciones de la pala y se podrá ver como varía éste en función de los parámetros de la pala.

A continuación se describirán las palas a estudiar para cada problema (manteniendo área y cuerda superior y/o manteniendo cuerda superior e inferior y variando altura).

8.1.1. DEFINICIÓN PALAS PARA PROBLEMA 1

En este problema se ha partido de los parámetros de la pala del timón “tipo”. Así se han variado los parámetros de la pala manteniendo el área, la cuerda superior y el ángulo en $\frac{1}{4}$ cuerda.

De esta manera se han obtenido dos tipos de palas:

- Con una cuerda inferior menor y una mayor altura de la pala.
- Con una cuerda inferior mayor y una menor altura de la pala.

La idea es demostrar como variando las formas de la pala, manteniendo la misma área, podemos obtener un comportamiento del sistema distinto (algo que podría ser dudoso desde un punto de vista intuitivo).

Las distintas palas que forman parte del estudio son las siguientes:

- Pala -5:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Altura: 3535 *mm* (11.60 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 1.00
 - Relación de aspecto geométrico: 1.24

- Pala -4:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 2683 *mm* (8.83 *ft*).
 - Altura: 3647 *mm* (11.96 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.94
 - Relación de aspecto geométrico: 1.32
- Pala -3:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 2508 *mm* (8.23 *ft*).
 - Altura: 3766 *mm* (12.36 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.88
 - Relación de aspecto geométrico: 1.40
- Pala -2:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 2332 *mm* (7.65 *ft*).
 - Altura: 3893 *mm* (12.77 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.82
 - Relación de aspecto geométrico: 1.50
- Pala -1:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 2157 *mm* (7.08 *ft*).
 - Altura: 4030 *mm* (13.22 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.75
 - Relación de aspecto geométrico: 1.61
- Pala 0 (timón “tipo”):
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1981 *mm* (6.50 *ft*).
 - Altura: 4176 *mm* (13.70 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.73

- Pala 1:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1805 *mm* (5.92 *ft*).
 - Altura: 4333 *mm* (14.22 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.63
 - Relación de aspecto geométrico: 1.86
- Pala 2:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1630 *mm* (5.35 *ft*).
 - Altura: 4503 *mm* (14.77 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.57
 - Relación de aspecto geométrico: 2.01
- Pala 3:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1454 *mm* (4.77 *ft*).
 - Altura: 4686 *mm* (15.37 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.51
 - Relación de aspecto geométrico: 2.17
- Pala 4:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1279 *mm* (4.19 *ft*).
 - Altura: 4885 *mm* (16.03 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.45
 - Relación de aspecto geométrico: 2.36
- Pala 5:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1103 *mm* (3.62 *ft*).
 - Altura: 5101 *mm* (16.74 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.39
 - Relación de aspecto geométrico: 2.58

- Pala 6:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 927 *mm* (3.04 *ft*).
 - Altura: 5338 *mm* (17.51 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.32
 - Relación de aspecto geométrico: 2.82

Como se dijo anteriormente la posición y las distancias de la mecha serán constantes independientemente de la pala. La Figura 8-3 representa esquemáticamente la posición de estudio según la geometría de la pala.

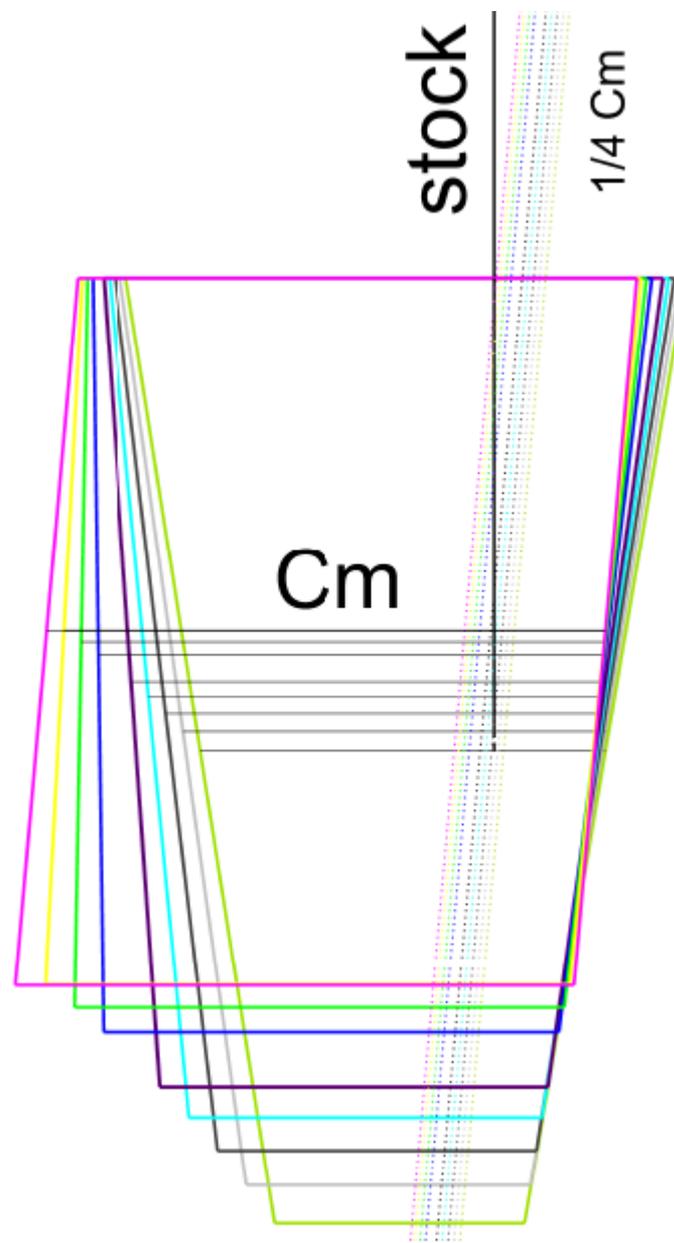


Figura 8-3: Superposición de palas de timón (problema 1).

8.1.2. DEFINICIÓN PALAS PARA PROBLEMA 2

Para abordar el segundo problema se ha partido del timón “tipo” manteniendo la cuerda superior e inferior constante para cada modelo. En este caso se ha variado tan solo la altura de la pala.

La situación de la mecha para cada modelo sigue siendo la misma que la situación en el timón “tipo”.

La idea es ver el comportamiento del sistema al aumentar la altura y el área de la misma.

Entre una pala y su subsiguiente se ha incrementado o disminuido la altura una distancia de 100 milímetros. En este caso la altura se ha incrementado sin variar la posición de la cuerda media, por lo que para cada pala varía el ángulo a $\frac{1}{4}$ cuerda.

Las palas que forman parte del estudio son las siguientes:

- Pala -6:
 - Cuerda superior: 2859 mm (9.38 ft).
 - Cuerda inferior: 1981 mm (6.50 ft).
 - Altura: 3575 mm (11.73 ft).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.48
 - Ángulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 5.83°
- Pala -5:
 - Cuerda superior: 2859 mm (9.38 ft).
 - Cuerda inferior: 1981 mm (6.50 ft)
 - Altura: 3676 mm (12.06 ft).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.52
 - Ángulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 5.68°

- Pala -4:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1981 *mm* (6.50 *ft*)
 - Altura: 3776 *mm* (12.39 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.56
 - Ángulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 5.53°
- Pala -3:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1981 *mm* (6.50 *ft*)
 - Altura: 3877 *mm* (12.72 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.60
 - Ángulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 5.38°
- Pala -2:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1981 *mm* (6.50 *ft*)
 - Altura: 3975 *mm* (13.04 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.64
 - Ángulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 5.25°
- Pala -1:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1981 *mm* (6.50 *ft*)
 - Altura: 4075 *mm* (13.35 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.68
 - Ángulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 5.12°

- Pala 0 (timón “tipo”):
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1981 *mm* (6.50 *ft*)
 - Altura: 4176 *mm* (13.70 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.73
 - Ángulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 5.00°
- Pala 1:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1981 *mm* (6.50 *ft*)
 - Altura: 4276 *mm* (14.04 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.77
 - Ángulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 4.98°
- Pala 2:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1981 *mm* (6.50 *ft*)
 - Altura: 4377 *mm* (14.36 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.81
 - Ángulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 4.77°
- Pala 3:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1981 *mm* (6.50 *ft*)
 - Altura: 4478 *mm* (14.69 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.85
 - Ángulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 4.66°

- Pala 4:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1981 *mm* (6.50 *ft*)
 - Altura: 4575 *mm* (15.01 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.89
 - Ángulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 4.57°
- Pala 5:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1981 *mm* (6.50 *ft*)
 - Altura: 4676 *mm* (15.34 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.93
 - Ángulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 4.47°
- Pala 6:
 - Cuerda superior: 2859 *mm* (9.38 *ft*).
 - Cuerda inferior: 1981 *mm* (6.50 *ft*)
 - Altura: 4776 *mm* (15.67 *ft*).
 - Relación de afinamiento: 0.69
 - Relación de aspecto geométrico: 1.97
 - Ángulo $\frac{1}{4}$ cuerda: 4.37°

Como se dijo anteriormente la posición y las distancias de la mecha serán constantes independientemente de la pala. La Figura 8-4 representa esquemáticamente la posición de estudio según la geometría de la pala.

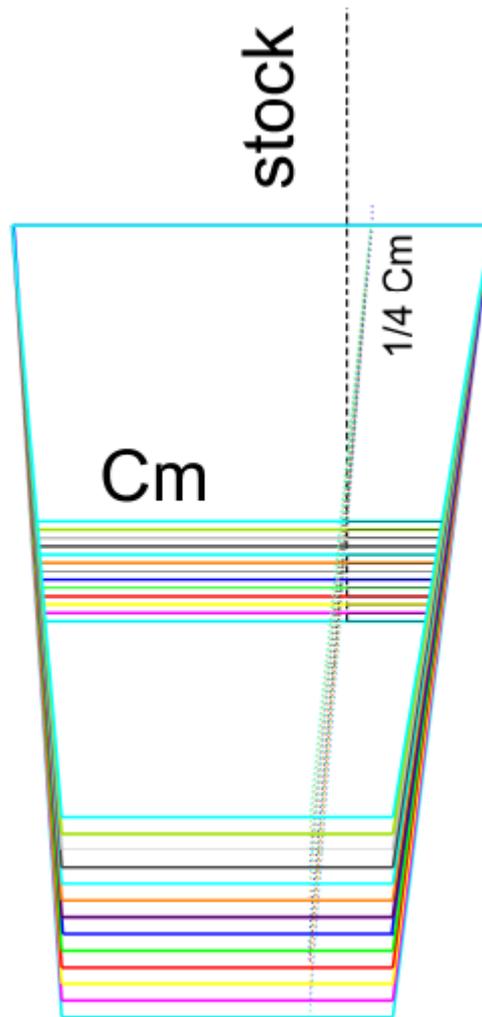


Figura 8-4: Superposición de palas de timón (problema 2).

8.2. PROBLEMA 1

A lo largo de esta sección se plasmarán los datos obtenidos del estudio para el conjunto de palas descritas en el apartado 8.1.1.

En un primer lugar se plasmarán las soluciones obtenidas mediante el método de flujo estudiado en 3.2 y la teoría del flujo potencial estudiada en 4.1.

Ya que la teoría de flujo potencial se supone válida para perfiles delgados y con poco ángulo de ataque se llevará a cabo el cálculo de las fuerzas hidrodinámicas, la situación del centro de presión, par tursor, reacción en los cojinetes y momento flector para ángulos comprendidos entre -10 y 10 grados.

Ya que se está suponiendo un flujo sobre la pala alterado por la presencia aguas arriba de un casco y una hélice se podrá comprobar la influencia de la hélice sobre la pala y la diferencia de virar el timón a una u otra banda.

Una vez abordado el problema para ángulos reducidos, mediante el método de Taplin se observará como influye la forma de la pala hasta un ángulo de 35 grados.

Por último se desarrollará un apartado con las conclusiones obtenidas sobre el estudio para el problema 1.

8.2.1. MÉTODO DE FLUJO EFECTIVO + FLUJO POTENCIAL

A continuación se plasmarán las tablas con los resultados obtenidos para cada una de las geometrías descritas en 8.1.1 aplicando el método del flujo efectivo y la teoría de flujo potencial.

Una vez expuestos todos los resultados, las figuras muestran los resultados de superponer los valores obtenidos en las tablas.

PALA -5

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	333	290	247	204	161	119	76	33	-9	-52	-95	-137	-180	-223	-266	-309	-352	-396	-440	-484	-528	N
D	26	23	20	17	14	12	9	7	5	4	3	4	6	9	12	15	18	21	25	29	33	N
CL	0,459	0,399	0,340	0,281	0,222	0,163	0,104	0,046	-0,013	-0,071	-0,130	-0,189	-0,248	-0,307	-0,366	-0,426	-0,485	-0,545	-0,606	-0,666	-0,728	
CD	0,036	0,031	0,027	0,023	0,020	0,016	0,013	0,010	0,007	0,005	0,004	0,005	0,009	0,013	0,017	0,021	0,025	0,029	0,034	0,040	0,045	
CPc	0,225	0,225	0,225	0,225	0,226	0,226	0,227	0,232	0,000	0,219	0,221	0,222	0,222	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223	
CPs	0,543	0,546	0,550	0,555	0,556	0,548	0,534	0,518	0,501	0,492	0,496	0,478	0,487	0,494	0,498	0,502	0,504	0,506	0,508	0,509	0,510	
FR	334	291	248	205	162	119	76	34	11	52	95	137	180	223	266	309	353	397	441	485	529	N
Qh	-26	-23	-19	-16	-13	-10	-7	-3	6	-3	-6	-10	-13	-16	-19	-22	-26	-29	-32	-36	-39	N-m
Z	1,920	1,930	1,943	1,963	1,966	1,936	1,887	1,831	1,772	1,739	1,753	1,689	1,721	1,745	1,762	1,774	1,783	1,790	1,795	1,800	1,804	m
Pu	495	432	370	308	244	177	111	48	15	71	130	183	244	306	368	430	492	555	618	681	745	N
Ph	829	723	618	513	406	296	188	82	25	123	225	321	424	529	634	739	845	951	1.058	1.166	1.274	N
Mh	799	698	598	498	394	286	180	78	24	115	210	296	395	494	594	694	795	896	998	1.100	1.204	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	74,95	65,22	55,53	45,87	36,25	26,64	17,05	7,47	-2,10	-11,67	-21,25	-30,85	-40,46	-50,10	-59,77	-69,48	-79,23	-89,03	-98,88	-108,80	-118,79	KIPS
D	5,82	5,12	4,45	3,80	3,19	2,61	2,07	1,58	1,15	0,82	0,58	0,88	1,44	2,06	2,70	3,37	4,08	4,81	5,60	6,46	7,37	KIPS
CL	0,459	0,399	0,340	0,281	0,222	0,163	0,104	0,046	-0,013	-0,071	-0,130	-0,189	-0,248	-0,307	-0,366	-0,426	-0,485	-0,545	-0,606	-0,666	-0,728	
CD	0,036	0,031	0,027	0,023	0,020	0,016	0,013	0,010	0,007	0,005	0,004	0,005	0,009	0,013	0,017	0,021	0,025	0,029	0,034	0,040	0,045	
CPc	0,225	0,225	0,225	0,225	0,226	0,226	0,227	0,232	0,000	0,219	0,221	0,222	0,222	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223	
CPs	0,543	0,546	0,550	0,555	0,556	0,548	0,534	0,518	0,501	0,492	0,496	0,478	0,487	0,494	0,498	0,502	0,504	0,506	0,508	0,509	0,510	
FR	75,17	65,42	55,71	46,03	36,39	26,77	17,18	7,64	2,39	11,70	21,26	30,86	40,49	50,14	59,83	69,56	79,33	89,16	99,04	108,99	119,02	KIPS
Qh	59,76	51,27	42,81	34,38	25,97	17,58	9,19	0,78	53,15	15,99	24,34	32,73	41,15	49,60	58,08	66,60	75,17	83,78	92,45	101,18	109,98	KIPS-INCH
z	7,441	7,480	7,533	7,608	7,620	7,504	7,314	7,097	6,869	6,741	6,796	6,548	6,671	6,765	6,829	6,876	6,910	6,937	6,959	6,977	6,992	FT
Pu	127,38	111,33	95,36	79,45	62,88	45,68	28,70	12,45	3,80	18,28	33,44	47,09	62,72	78,58	94,48	110,45	126,49	142,61	158,83	175,15	191,59	KIPS
Ph	202,55	176,75	151,06	125,48	99,27	72,45	45,87	20,09	6,19	29,98	54,70	77,95	103,21	128,72	154,31	180,01	205,82	231,77	257,87	284,14	310,61	KIPS
Mh	675,09	590,05	505,39	421,07	333,29	242,09	152,08	66,00	20,13	96,90	177,24	249,59	332,44	416,46	500,76	585,38	670,39	755,83	841,78	928,30	1.015,44	KIPS-FT

Tabla 8-1: Resultados pala -5 mediante flujo potencial (Problema 1).

PALA -4

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	343	299	256	213	170	127	85	42	-1	-43	-86	-129	-172	-215	-258	-301	-344	-388	-432	-476	-521	KN
D	29	26	22	19	16	13	10	8	6	4	2	4	5	8	11	14	17	21	25	29	33	KN
CL	0,469	0,410	0,350	0,292	0,233	0,174	0,116	0,057	-0,001	-0,059	-0,118	-0,176	-0,235	-0,294	-0,353	-0,412	-0,471	-0,531	-0,591	-0,651	-0,712	
CD	0,040	0,035	0,030	0,026	0,021	0,018	0,014	0,011	0,008	0,005	0,003	0,005	0,007	0,011	0,015	0,019	0,024	0,029	0,034	0,040	0,046	
CPc	0,212	0,212	0,212	0,212	0,213	0,213	0,214	0,217	0,173	0,206	0,208	0,209	0,210	0,210	0,210	0,210	0,211	0,211	0,211	0,211	0,211	
CPs	0,544	0,548	0,552	0,559	0,560	0,554	0,543	0,528	0,512	0,501	0,499	0,473	0,472	0,482	0,488	0,492	0,496	0,498	0,500	0,502	0,504	
FR	344	301	257	214	171	128	85	43	6	44	86	129	172	215	258	301	345	389	433	477	522	KN
Qh	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-2	0	0	-1	-2	-3	-4	-5	-5	-6	-7	-8	-9	-10	KN-m
z	1,985	1,997	2,014	2,037	2,044	2,021	1,980	1,926	1,868	1,827	1,820	1,724	1,722	1,757	1,779	1,796	1,808	1,818	1,825	1,831	1,836	m
Pu	523	459	395	332	266	197	129	63	8	62	122	175	233	296	359	423	486	550	615	679	745	KN
Ph	867	759	652	546	437	325	214	106	14	106	208	304	405	511	617	724	831	939	1.047	1.156	1.266	KN
Mh	845	741	639	536	430	319	209	102	14	100	197	283	377	478	580	683	786	889	993	1.098	1.203	KN-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	77,08	67,32	57,60	47,92	38,26	28,63	19,02	9,42	-0,17	-9,77	-19,37	-28,99	-38,62	-48,27	-57,96	-67,68	-77,44	-87,25	-97,12	-107,05	-117,04	KIPS
D	6,62	5,77	4,96	4,20	3,50	2,89	2,31	1,77	1,29	0,89	0,55	0,79	1,22	1,82	2,45	3,11	3,87	4,69	5,57	6,50	7,50	KIPS
CL	0,469	0,410	0,350	0,292	0,233	0,174	0,116	0,057	-0,001	-0,059	-0,118	-0,176	-0,235	-0,294	-0,353	-0,412	-0,471	-0,531	-0,591	-0,651	-0,712	
CD	0,040	0,035	0,030	0,026	0,021	0,018	0,014	0,011	0,008	0,005	0,003	0,005	0,007	0,011	0,015	0,019	0,024	0,029	0,034	0,040	0,046	
CPc	0,212	0,212	0,212	0,212	0,213	0,213	0,214	0,217	0,000	0,206	0,208	0,209	0,210	0,210	0,210	0,210	0,211	0,211	0,211	0,211	0,211	
CPs	0,544	0,548	0,552	0,559	0,560	0,554	0,543	0,528	0,512	0,501	0,499	0,473	0,472	0,482	0,488	0,492	0,496	0,498	0,500	0,502	0,504	
FR	77,37	67,57	57,82	48,10	38,42	28,78	19,16	9,59	1,31	9,81	19,38	29,00	38,64	48,31	58,01	67,75	77,54	87,38	97,28	107,24	117,28	KIPS
Qh	155,32	135,00	114,79	94,64	74,57	54,56	34,60	14,68	29,00	25,51	45,35	65,32	85,33	105,42	125,57	145,81	166,15	186,60	207,18	227,90	248,77	KIPS-INCH
z	7,457	7,503	7,566	7,653	7,678	7,595	7,437	7,237	7,020	6,865	6,837	6,477	6,470	6,599	6,685	6,747	6,793	6,829	6,857	6,880	6,900	FT
Pu	131,33	115,29	99,33	83,44	66,83	49,60	32,46	15,88	2,11	15,56	30,63	43,86	58,39	74,18	90,03	105,93	121,91	137,97	154,12	170,38	186,76	KIPS
Ph	208,70	182,86	157,15	131,54	105,26	78,38	51,62	25,46	3,42	25,37	50,01	72,86	97,02	122,49	148,03	173,68	199,45	225,35	251,40	277,63	304,04	KIPS
Mh	696,06	611,05	526,45	442,21	354,21	262,89	172,01	84,14	11,18	82,46	162,35	232,47	309,46	393,17	477,14	561,43	646,12	731,24	816,86	903,03	989,81	KIPS-FT

Tabla 8-2: Resultados pala -4 mediante flujo potencial (Problema 1).

PALA -3

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	353	309	265	221	177	134	90	47	3	-40	-84	-128	-171	-215	-259	-303	-347	-392	-436	-481	-526	KN
D	29	25	22	19	16	13	10	8	6	5	5	6	8	11	14	17	20	23	27	31	35	KN
CL	0,472	0,413	0,354	0,295	0,237	0,179	0,120	0,062	0,004	-0,054	-0,112	-0,170	-0,229	-0,287	-0,346	-0,405	-0,464	-0,523	-0,583	-0,643	-0,703	
CD	0,039	0,034	0,029	0,025	0,021	0,017	0,014	0,010	0,008	0,007	0,007	0,008	0,010	0,014	0,018	0,022	0,027	0,031	0,036	0,041	0,047	
CPc	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,201	0,201	0,204	0,000	0,194	0,197	0,197	0,198	0,198	0,198	0,198	0,198	0,199	0,199	0,199	0,199	
CPs	0,551	0,555	0,561	0,570	0,576	0,573	0,567	0,557	0,534	0,509	0,493	0,459	0,452	0,461	0,471	0,477	0,482	0,486	0,489	0,491	0,493	
FR	354	310	266	222	178	134	91	47	7	41	84	128	171	215	259	303	348	392	437	482	528	KN
Qh	10	9	8	6	5	4	2	1	4	2	3	4	6	7	9	10	11	13	14	15	17	KN-m
z	2,073	2,091	2,115	2,147	2,168	2,159	2,136	2,096	2,010	1,916	1,856	1,728	1,701	1,738	1,772	1,797	1,815	1,829	1,841	1,850	1,857	m
Pu	558	491	425	359	291	218	146	75	11	60	121	174	230	294	360	425	492	558	625	692	760	KN
Ph	912	802	691	581	469	353	237	122	18	101	205	301	402	509	619	729	839	950	1.062	1.174	1.288	KN
Mh	901	794	687	581	470	353	236	121	17	97	196	280	372	475	581	687	794	902	1.010	1.118	1.228	KN-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	79,43	69,48	59,57	49,70	39,86	30,05	20,25	10,47	0,69	-9,09	-18,87	-28,67	-38,48	-48,31	-58,18	-68,08	-78,02	-88,02	-98,07	-108,18	-118,36	KIPS
D	6,51	5,71	4,96	4,23	3,55	2,92	2,31	1,72	1,40	1,20	1,09	1,36	1,74	2,36	3,05	3,77	4,51	5,28	6,08	6,91	7,90	KIPS
CL	0,472	0,413	0,354	0,295	0,237	0,179	0,120	0,062	0,004	-0,054	-0,112	-0,170	-0,229	-0,287	-0,346	-0,405	-0,464	-0,523	-0,583	-0,643	-0,703	
CD	0,039	0,034	0,029	0,025	0,021	0,017	0,014	0,010	0,008	0,007	0,007	0,008	0,010	0,014	0,018	0,022	0,027	0,031	0,036	0,041	0,047	
CPc	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,201	0,201	0,204	0,000	0,194	0,197	0,197	0,198	0,198	0,198	0,198	0,198	0,199	0,199	0,199	0,199	
CPs	0,551	0,555	0,561	0,570	0,576	0,573	0,567	0,557	0,534	0,509	0,493	0,459	0,452	0,461	0,471	0,477	0,482	0,486	0,489	0,491	0,493	
FR	79,69	69,71	59,78	49,88	40,02	30,19	20,38	10,61	1,56	9,17	18,90	28,70	38,52	48,37	58,26	68,18	78,16	88,18	98,25	108,40	118,62	KIPS
Qh	252,59	220,39	188,34	156,41	124,58	92,86	61,20	29,62	34,70	34,19	65,58	97,21	128,91	160,73	192,67	224,73	256,93	289,30	321,86	354,64	387,67	KIPS-INCH
z	7,543	7,607	7,693	7,812	7,889	7,853	7,769	7,626	7,312	6,971	6,751	6,285	6,188	6,321	6,447	6,537	6,603	6,655	6,696	6,729	6,757	FT
Pu	136,57	120,31	104,13	88,02	71,19	53,50	35,80	18,34	2,61	14,72	29,57	42,37	56,16	71,74	87,80	103,91	120,08	136,34	152,68	169,13	185,69	KIPS
Ph	216,27	190,03	163,91	137,90	111,21	83,69	56,18	28,95	4,17	23,89	48,47	71,07	94,68	120,11	146,05	172,09	198,24	224,51	250,94	277,52	304,31	KIPS
Mh	723,85	637,66	551,90	466,50	377,32	283,57	189,73	97,21	13,83	78,03	156,72	224,56	297,67	380,24	465,32	550,70	636,44	722,59	809,22	896,37	984,18	KIPS-FT

Tabla 8-3: Resultados pala -3 mediante flujo potencial (Problema 1).

PALA -2

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	365	320	276	231	187	142	98	54	10	-35	-79	-123	-167	-212	-256	-301	-346	-391	-436	-482	-528	KN
D	30	27	23	20	17	14	12	10	8	7	6	7	9	11	14	18	21	25	29	33	37	KN
CL	0,479	0,420	0,362	0,303	0,245	0,187	0,129	0,071	0,013	-0,045	-0,103	-0,161	-0,219	-0,278	-0,336	-0,395	-0,454	-0,513	-0,572	-0,632	-0,692	
CD	0,040	0,035	0,031	0,026	0,022	0,019	0,015	0,013	0,011	0,009	0,007	0,009	0,011	0,014	0,019	0,023	0,028	0,033	0,038	0,043	0,049	
CPc	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0,189	0,190	0,000	0,184	0,186	0,187	0,187	0,187	0,187	0,187	0,187	0,187	0,187	0,187	0,187	
CPs	0,556	0,562	0,570	0,580	0,589	0,591	0,585	0,564	0,540	0,514	0,495	0,454	0,441	0,440	0,453	0,461	0,468	0,473	0,477	0,480	0,483	
FR	367	321	277	232	187	143	99	55	13	35	79	123	167	212	257	301	346	392	437	483	529	KN
Qh	28	25	21	18	14	11	7	4	7	3	6	10	13	17	20	24	27	31	35	38	42	KN-m
z	2,165	2,188	2,217	2,259	2,292	2,299	2,276	2,197	2,104	2,002	1,928	1,768	1,718	1,713	1,762	1,796	1,822	1,841	1,857	1,869	1,880	m
Pu	598	529	460	392	320	245	168	90	20	54	117	171	227	286	354	423	491	560	629	699	769	KN
Ph	964	850	737	623	507	388	266	145	33	89	196	294	394	498	611	724	838	952	1.066	1.182	1.298	KN
Mh	966	854	743	633	517	396	271	146	32	87	189	275	366	462	572	683	793	905	1.017	1.129	1.242	KN-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	82,12	72,01	61,95	51,93	41,93	31,97	22,02	12,09	2,16	-7,76	-17,69	-27,63	-37,59	-47,57	-57,58	-67,63	-77,72	-87,85	-98,04	-108,30	-118,62	KIPS
D	6,85	6,02	5,26	4,52	3,82	3,18	2,63	2,21	1,83	1,51	1,27	1,55	1,95	2,45	3,20	3,98	4,78	5,62	6,48	7,39	8,33	KIPS
CL	0,479	0,420	0,362	0,303	0,245	0,187	0,129	0,071	0,013	-0,045	-0,103	-0,161	-0,219	-0,278	-0,336	-0,395	-0,454	-0,513	-0,572	-0,632	-0,692	
CD	0,040	0,035	0,031	0,026	0,022	0,019	0,015	0,013	0,011	0,009	0,007	0,009	0,011	0,014	0,019	0,023	0,028	0,033	0,038	0,043	0,049	
CPc	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0,189	0,190	0,000	0,184	0,186	0,187	0,187	0,187	0,187	0,187	0,187	0,187	0,187	0,187	0,187	
CPs	0,556	0,562	0,570	0,580	0,589	0,591	0,585	0,564	0,540	0,514	0,495	0,454	0,441	0,440	0,453	0,461	0,468	0,473	0,477	0,480	0,483	
FR	82,41	72,27	62,17	52,12	42,11	32,13	22,18	12,29	2,83	7,91	17,74	27,68	37,64	47,64	57,67	67,74	77,86	88,03	98,26	108,55	118,91	KIPS
Qh	355,05	311,05	267,27	223,67	180,22	136,90	93,74	50,80	62,85	36,84	79,46	122,58	165,82	209,19	252,75	296,47	340,39	384,52	428,91	473,59	518,57	KIPS-INCH
z	7,618	7,698	7,803	7,949	8,064	8,092	8,009	7,732	7,403	7,046	6,784	6,221	6,044	6,028	6,200	6,321	6,410	6,479	6,533	6,577	6,614	FT
Pu	142,40	125,96	109,60	93,32	76,30	58,38	39,96	21,49	4,78	12,81	27,86	40,53	53,86	68,02	84,22	100,47	116,79	133,19	149,67	166,25	182,94	KIPS
Ph	224,81	198,22	171,78	145,44	118,41	90,51	62,13	33,78	7,61	20,72	45,60	68,20	91,51	115,66	141,89	168,22	194,65	221,22	247,93	274,80	301,86	KIPS
Mh	754,72	667,58	580,90	494,59	404,41	309,42	211,77	113,92	25,32	67,91	147,65	214,80	285,48	360,53	446,37	532,51	619,00	705,89	793,25	881,13	969,60	KIPS-FT

Tabla 8-4: Resultados pala -2 mediante flujo potencial (Problema 1).

PALA -1

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	379	333	288	243	198	153	108	64	19	-26	-70	-115	-160	-205	-250	-295	-340	-386	-432	-478	-524	KN
D	32	28	25	21	18	15	13	11	9	7	6	7	9	11	14	17	21	25	29	34	39	KN
CL	0,490	0,431	0,373	0,314	0,256	0,198	0,140	0,082	0,024	-0,033	-0,091	-0,149	-0,207	-0,265	-0,323	-0,382	-0,440	-0,499	-0,559	-0,618	-0,678	
CD	0,041	0,036	0,032	0,027	0,023	0,020	0,017	0,014	0,012	0,009	0,008	0,009	0,011	0,014	0,018	0,023	0,027	0,033	0,038	0,044	0,050	
CPc	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,174	0,000	0,177	0,177	0,177	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	
CPs	0,560	0,567	0,576	0,588	0,599	0,601	0,591	0,574	0,552	0,528	0,505	0,457	0,432	0,429	0,433	0,445	0,453	0,460	0,465	0,469	0,472	
FR	380	335	289	244	199	154	109	65	21	27	71	115	160	205	250	295	341	387	433	479	526	KN
Qh	47	41	36	30	25	19	14	8	3	15	9	14	20	25	31	36	42	47	53	59	65	KN-m
z	2,259	2,286	2,321	2,369	2,413	2,423	2,381	2,312	2,224	2,126	2,037	1,841	1,739	1,728	1,746	1,792	1,826	1,852	1,872	1,889	1,902	m
Pu	642	571	499	428	355	275	192	111	35	43	110	165	219	279	343	414	484	556	627	699	772	KN
Ph	1.022	905	788	672	553	429	302	176	56	70	180	280	379	484	593	709	825	942	1.060	1.178	1.297	KN
Mh	1.037	922	807	692	573	445	311	179	56	69	177	266	354	451	554	668	783	898	1.013	1.129	1.246	KN-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	85,18	74,94	64,75	54,61	44,49	34,41	24,34	14,29	4,25	-5,79	-15,83	-25,88	-35,95	-46,04	-56,15	-66,31	-76,50	-86,74	-97,04	-107,40	-117,83	KIPS
D	7,16	6,34	5,54	4,76	4,05	3,43	2,94	2,47	2,03	1,65	1,31	1,56	1,96	2,48	3,12	3,92	4,76	5,65	6,62	7,63	8,70	KIPS
CL	0,490	0,431	0,373	0,314	0,256	0,198	0,140	0,082	0,024	-0,033	-0,091	-0,149	-0,207	-0,265	-0,323	-0,382	-0,440	-0,499	-0,559	-0,618	-0,678	
CD	0,041	0,036	0,032	0,027	0,023	0,020	0,017	0,014	0,012	0,009	0,008	0,009	0,011	0,014	0,018	0,023	0,027	0,033	0,038	0,044	0,050	
CPc	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,174	0,000	0,177	0,177	0,177	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	
CPs	0,560	0,567	0,576	0,588	0,599	0,601	0,591	0,574	0,552	0,528	0,505	0,457	0,432	0,429	0,433	0,445	0,453	0,460	0,465	0,469	0,472	
FR	85,48	75,21	64,99	54,81	44,68	34,58	24,52	14,51	4,71	6,02	15,88	25,93	36,00	46,10	56,24	66,42	76,65	86,93	97,27	107,67	118,15	KIPS
Qh	463,13	407,61	352,34	297,31	242,49	187,88	133,48	79,34	26,45	133,55	84,99	139,31	193,79	248,42	303,24	358,30	413,59	469,17	525,07	581,33	637,97	KIPS-INCH
z	7,679	7,771	7,891	8,056	8,203	8,237	8,095	7,862	7,560	7,228	6,926	6,259	5,914	5,875	5,936	6,093	6,208	6,296	6,365	6,421	6,467	FT
Pu	148,69	132,12	115,65	99,24	82,13	63,79	44,58	25,73	8,09	9,95	25,37	38,15	50,63	64,50	79,33	95,66	112,05	128,52	145,08	161,73	178,50	KIPS
Ph	234,16	207,33	180,64	154,06	126,80	98,36	69,09	40,24	12,80	15,97	41,25	64,08	86,63	110,60	135,57	162,08	188,70	215,45	242,34	269,40	296,64	KIPS
Mh	788,03	700,25	612,92	526,00	435,28	338,07	236,25	136,38	42,87	52,75	134,45	202,20	268,34	341,83	420,46	507,00	593,88	681,16	768,91	857,18	946,03	KIPS-FT

Tabla 8-5: Resultados pala -1 mediante flujo potencial (Problema 1).

PALA 0

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	397	351	304	259	213	167	122	76	31	-15	-60	-105	-151	-196	-242	-288	-334	-380	-427	-473	-520	KN
D	30	27	24	21	18	15	13	11	9	7	6	6	8	11	13	17	20	24	29	33	37	KN
CL	0,505	0,446	0,387	0,329	0,271	0,213	0,155	0,097	0,039	-0,018	-0,076	-0,134	-0,192	-0,250	-0,308	-0,366	-0,425	-0,483	-0,543	-0,602	-0,662	
CD	0,038	0,034	0,030	0,026	0,023	0,020	0,017	0,014	0,012	0,009	0,007	0,008	0,011	0,014	0,017	0,021	0,026	0,031	0,036	0,042	0,048	
CPc	0,165	0,165	0,165	0,164	0,164	0,164	0,163	0,162	0,157	0,000	0,170	0,168	0,167	0,167	0,167	0,166	0,166	0,166	0,166	0,166	0,166	
CPs	0,565	0,573	0,582	0,595	0,608	0,608	0,599	0,586	0,566	0,544	0,521	0,463	0,434	0,421	0,420	0,428	0,439	0,447	0,453	0,458	0,462	
FR	398	352	305	259	214	168	122	77	32	16	60	106	151	197	242	288	335	381	428	475	522	KN
Qh	66	58	51	43	36	28	21	13	6	9	9	17	24	32	39	47	54	62	70	77	85	KN-m
z	2,360	2,391	2,431	2,485	2,540	2,538	2,500	2,447	2,365	2,270	2,174	1,933	1,814	1,757	1,752	1,787	1,832	1,865	1,891	1,913	1,930	m
Pu	697	623	548	474	398	313	225	139	56	28	98	157	214	271	333	403	477	551	625	700	775	KN
Ph	1.095	974	854	734	611	480	347	216	89	44	159	262	365	468	576	691	811	932	1.053	1.174	1.297	KN
Mh	1.126	1.006	886	766	643	505	364	225	91	44	159	254	345	438	539	651	770	889	1.010	1.130	1.252	KN-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	89,23	78,81	68,45	58,13	47,84	37,59	27,36	17,14	6,94	-3,26	-13,47	-23,68	-33,90	-44,15	-54,42	-64,73	-75,08	-85,47	-95,92	-106,43	-117,01	KIPS
D	6,67	5,97	5,29	4,63	4,00	3,47	2,98	2,51	2,05	1,63	1,25	1,45	1,89	2,40	3,00	3,75	4,60	5,49	6,43	7,40	8,42	KIPS
CL	0,505	0,446	0,387	0,329	0,271	0,213	0,155	0,097	0,039	-0,018	-0,076	-0,134	-0,192	-0,250	-0,308	-0,366	-0,425	-0,483	-0,543	-0,602	-0,662	
CD	0,038	0,034	0,030	0,026	0,023	0,020	0,017	0,014	0,012	0,009	0,007	0,008	0,011	0,014	0,017	0,021	0,026	0,031	0,036	0,042	0,048	
CPc	0,165	0,165	0,165	0,164	0,164	0,164	0,163	0,162	0,157	0,000	0,170	0,168	0,167	0,167	0,167	0,166	0,166	0,166	0,166	0,166	0,166	
CPs	0,565	0,573	0,582	0,595	0,608	0,608	0,599	0,586	0,566	0,544	0,521	0,463	0,434	0,421	0,420	0,428	0,439	0,447	0,453	0,458	0,462	
FR	89,48	79,04	68,65	58,31	48,01	37,75	27,52	17,32	7,23	3,65	13,52	23,72	33,96	44,21	54,51	64,84	75,22	85,65	96,14	106,69	117,31	KIPS
Qh	581,18	514,01	447,18	380,62	314,33	248,30	182,48	116,91	52,18	81,01	81,58	147,19	213,02	279,01	345,20	411,66	478,41	545,49	612,93	680,77	749,08	KIPS-INCH
z	7,744	7,844	7,975	8,153	8,332	8,327	8,203	8,027	7,759	7,447	7,131	6,343	5,953	5,763	5,749	5,863	6,009	6,119	6,205	6,275	6,331	FT
Pu	156,73	139,95	123,26	106,64	89,43	70,27	50,59	31,27	12,69	6,19	22,13	35,28	48,00	60,92	74,96	90,57	107,14	123,77	140,49	157,31	174,23	KIPS
Ph	246,20	218,98	191,91	164,96	137,44	108,02	78,10	48,59	19,93	9,84	35,65	59,01	81,96	105,14	129,47	155,41	182,35	209,42	236,63	263,99	291,54	KIPS
Mh	830,65	741,71	653,25	565,22	473,96	372,44	268,11	165,73	67,27	32,79	117,27	187,01	254,41	322,90	397,31	480,02	567,82	656,00	744,61	833,73	923,40	KIPS-FT

Tabla 8-6: Resultados pala 0 mediante flujo potencial (Problema 1).

PALA 1

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	415	368	321	275	228	182	136	90	44	-2	-48	-94	-140	-186	-232	-278	-325	-371	-418	-465	-513	KN
D	26	24	21	19	16	14	12	10	8	6	5	6	7	10	13	16	19	23	27	32	36	KN
CL	0,521	0,462	0,404	0,345	0,287	0,229	0,171	0,113	0,056	-0,002	-0,060	-0,118	-0,175	-0,233	-0,291	-0,350	-0,408	-0,467	-0,526	-0,585	-0,645	
CD	0,033	0,030	0,026	0,023	0,020	0,018	0,015	0,013	0,010	0,008	0,006	0,007	0,009	0,012	0,016	0,020	0,024	0,029	0,034	0,040	0,045	
CPc	0,154	0,154	0,154	0,153	0,153	0,152	0,151	0,150	0,144	0,000	0,000	0,161	0,159	0,158	0,157	0,157	0,157	0,157	0,156	0,156	0,156	
CPs	0,568	0,576	0,586	0,600	0,611	0,612	0,606	0,597	0,581	0,560	0,538	0,476	0,437	0,417	0,410	0,411	0,422	0,432	0,440	0,446	0,451	
FR	416	369	322	275	229	183	137	91	45	7	48	94	140	186	232	279	325	372	419	467	514	KN
Qh	86	76	67	57	48	38	29	20	10	4	27	18	27	37	46	55	65	74	84	94	103	KN-m
z	2,462	2,496	2,539	2,598	2,649	2,652	2,627	2,585	2,516	2,427	2,331	2,062	1,894	1,807	1,777	1,779	1,828	1,871	1,905	1,932	1,953	m
Pu	754	676	599	523	442	353	262	171	83	12	83	147	204	262	323	388	463	539	616	693	771	KN
Ph	1.169	1.045	921	798	671	536	398	262	128	18	131	241	344	448	555	666	788	911	1.035	1.160	1.285	KN
Mh	1.218	1.093	968	844	714	570	423	277	134	19	134	237	330	423	521	626	747	871	995	1.120	1.246	KN-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	93,23	82,68	72,19	61,74	51,32	40,94	30,59	20,25	9,93	-0,39	-10,71	-21,03	-31,37	-41,72	-52,11	-62,52	-72,97	-83,47	-94,03	-104,64	-115,32	KIPS
D	5,92	5,31	4,73	4,17	3,64	3,16	2,71	2,27	1,85	1,43	1,03	1,27	1,64	2,20	2,83	3,52	4,34	5,21	6,14	7,11	8,13	KIPS
CL	0,521	0,462	0,404	0,345	0,287	0,229	0,171	0,113	0,056	-0,002	-0,060	-0,118	-0,175	-0,233	-0,291	-0,350	-0,408	-0,467	-0,526	-0,585	-0,645	
CD	0,033	0,030	0,026	0,023	0,020	0,018	0,015	0,013	0,010	0,008	0,006	0,007	0,009	0,012	0,016	0,020	0,024	0,029	0,034	0,040	0,045	
CPc	0,154	0,154	0,154	0,153	0,153	0,152	0,151	0,150	0,144	0,000	0,166	0,161	0,159	0,158	0,157	0,157	0,157	0,157	0,156	0,156	0,156	
CPs	0,568	0,576	0,586	0,600	0,611	0,612	0,606	0,597	0,581	0,560	0,538	0,476	0,437	0,417	0,410	0,411	0,422	0,432	0,440	0,446	0,451	
FR	93,42	82,85	72,34	61,88	51,45	41,07	30,71	20,38	10,10	1,48	10,75	21,07	31,41	41,78	52,18	62,62	73,10	83,64	94,23	104,88	115,60	KIPS
Qh	704,00	625,58	547,58	469,92	392,58	315,52	238,69	162,10	85,97	32,79	68,84	145,34	222,03	298,93	376,03	453,40	531,11	609,17	687,65	766,58	846,04	KIPS-INCH
z	7,783	7,890	8,029	8,215	8,375	8,384	8,307	8,174	7,954	7,675	7,369	6,520	5,988	5,712	5,619	5,625	5,781	5,917	6,023	6,107	6,176	FT
Pu	164,33	147,42	130,61	113,89	96,26	76,89	57,06	37,35	18,09	2,57	18,08	32,04	44,61	57,17	70,49	84,65	100,98	117,68	134,46	151,32	168,29	KIPS
Ph	257,74	230,28	202,96	175,77	147,71	117,96	87,77	57,74	28,19	4,05	28,83	53,11	76,02	98,95	122,67	147,27	174,08	201,32	228,68	256,20	283,90	KIPS
Mh	870,93	781,34	692,25	603,62	510,15	407,52	302,40	197,98	95,89	13,61	95,82	169,80	236,45	303,00	373,57	448,64	535,20	623,70	712,62	802,02	891,96	KIPS-FT

Tabla 8-7: Resultados pala 1 mediante flujo potencial (Problema 1).

PALA 2

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	432	384	337	290	244	197	151	104	58	12	-35	-81	-127	-174	-220	-267	-314	-361	-408	-455	-503	KN
D	32	29	25	22	19	16	14	12	9	7	5	6	7	9	12	15	19	22	26	30	34	KN
CL	0,540	0,481	0,422	0,363	0,305	0,247	0,188	0,130	0,072	0,015	-0,043	-0,101	-0,159	-0,217	-0,276	-0,334	-0,393	-0,451	-0,511	-0,570	-0,630	
CD	0,040	0,036	0,032	0,028	0,024	0,020	0,017	0,015	0,012	0,009	0,006	0,007	0,009	0,012	0,015	0,019	0,023	0,028	0,032	0,037	0,043	
CPc	0,143	0,143	0,143	0,143	0,142	0,141	0,140	0,138	0,132	0,000	0,168	0,155	0,152	0,150	0,149	0,148	0,148	0,148	0,147	0,147	0,147	
CPs	0,568	0,577	0,587	0,601	0,612	0,613	0,612	0,604	0,593	0,575	0,555	0,487	0,443	0,416	0,401	0,399	0,404	0,416	0,425	0,432	0,438	
FR	433	386	338	291	244	198	151	105	59	14	35	81	127	174	221	267	314	361	409	456	504	KN
Qh	105	94	83	71	60	49	38	27	16	8	7	18	29	40	51	62	73	85	96	107	119	KN-m
z	2,560	2,596	2,643	2,706	2,758	2,762	2,757	2,721	2,669	2,590	2,498	2,195	1,993	1,874	1,807	1,798	1,819	1,873	1,915	1,947	1,974	m
Pu	812	732	652	572	488	396	302	207	114	26	64	134	194	252	311	375	445	524	603	683	763	KN
Ph	1.245	1.117	990	864	733	593	453	312	173	40	99	215	322	426	531	642	759	885	1.012	1.139	1.267	KN
Mh	1.312	1.182	1.053	925	789	639	488	335	184	42	104	216	314	408	502	606	719	847	975	1.103	1.233	KN-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	97,09	86,44	75,84	65,29	54,78	44,31	33,86	23,43	13,02	2,62	-7,78	-18,19	-28,61	-39,04	-49,50	-59,99	-70,52	-81,09	-91,72	-102,40	-113,14	KIPS
D	7,26	6,47	5,70	4,96	4,26	3,68	3,13	2,61	2,10	1,61	1,13	1,31	1,62	2,09	2,70	3,40	4,16	4,96	5,81	6,72	7,68	KIPS
CL	0,540	0,481	0,422	0,363	0,305	0,247	0,188	0,130	0,072	0,015	-0,043	-0,101	-0,159	-0,217	-0,276	-0,334	-0,393	-0,451	-0,511	-0,570	-0,630	
CD	0,040	0,036	0,032	0,028	0,024	0,020	0,017	0,015	0,012	0,009	0,006	0,007	0,009	0,012	0,015	0,019	0,023	0,028	0,032	0,037	0,043	
CPc	0,143	0,143	0,143	0,143	0,142	0,141	0,140	0,138	0,132	0,000	0,168	0,155	0,152	0,150	0,149	0,148	0,148	0,148	0,147	0,147	0,147	
CPs	0,568	0,577	0,587	0,601	0,612	0,613	0,612	0,604	0,593	0,575	0,555	0,487	0,443	0,416	0,401	0,399	0,404	0,416	0,425	0,432	0,438	
FR	97,36	86,68	76,05	65,48	54,95	44,46	34,00	23,58	13,19	3,07	7,86	18,24	28,65	39,10	49,58	60,09	70,64	81,25	91,90	102,62	113,41	KIPS
Qh	830,66	741,34	652,51	564,10	476,07	388,42	301,05	213,97	127,29	68,25	48,65	135,41	222,41	309,64	397,12	484,89	572,98	661,46	750,38	839,81	929,80	KIPS-INCH
z	7,788	7,900	8,043	8,233	8,391	8,404	8,389	8,278	8,122	7,881	7,601	6,678	6,065	5,703	5,497	5,471	5,535	5,699	5,826	5,926	6,007	FT
Pu	171,35	154,38	137,51	120,74	102,96	83,42	63,70	43,68	24,05	5,46	13,56	28,28	41,11	53,43	65,82	79,49	94,31	110,97	127,72	144,55	161,47	KIPS
Ph	268,71	241,06	213,57	186,21	157,91	127,88	97,71	67,26	37,24	8,54	21,43	46,51	69,76	92,53	115,40	139,58	164,95	192,22	219,62	247,17	274,88	KIPS
Mh	908,17	818,23	728,83	639,90	545,70	442,11	337,63	231,51	127,46	28,96	71,89	149,86	217,89	283,18	348,87	421,31	499,82	588,17	676,91	766,10	855,82	KIPS-FT

Tabla 8-8: Resultados pala 8 mediante flujo potencial (Problema 1).

PALA 3

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	449	401	353	306	259	212	165	118	71	24	-22	-69	-116	-162	-209	-256	-304	-351	-399	-446	-495	KN
D	53	48	43	38	33	29	26	22	19	15	12	12	13	13	15	18	20	25	30	35	40	KN
CL	0,570	0,509	0,449	0,388	0,328	0,269	0,209	0,150	0,090	0,031	-0,028	-0,087	-0,147	-0,206	-0,266	-0,326	-0,385	-0,446	-0,506	-0,567	-0,628	
CD	0,067	0,060	0,054	0,048	0,042	0,037	0,032	0,028	0,024	0,020	0,015	0,015	0,016	0,017	0,019	0,022	0,026	0,032	0,038	0,044	0,051	
CPc	0,134	0,133	0,133	0,132	0,132	0,131	0,130	0,127	0,121	0,000	0,184	0,151	0,145	0,143	0,141	0,140	0,140	0,139	0,139	0,138	0,138	
CPs	0,565	0,573	0,584	0,597	0,608	0,611	0,613	0,608	0,599	0,585	0,567	0,497	0,448	0,413	0,396	0,386	0,388	0,401	0,412	0,420	0,427	
FR	452	404	356	308	261	214	167	120	74	29	25	70	116	163	210	257	304	352	400	448	496	KN
Qh	125	112	99	86	73	60	48	35	22	16	4	17	29	42	55	68	80	93	106	119	132	KN-m
z	2,648	2,687	2,736	2,799	2,850	2,864	2,871	2,847	2,808	2,742	2,658	2,328	2,097	1,937	1,856	1,807	1,820	1,881	1,930	1,969	2,000	m
Pu	872	789	706	624	536	441	345	246	149	58	49	121	185	243	302	362	431	512	594	676	759	KN
Ph	1.324	1.193	1.062	932	797	655	511	366	223	86	74	191	301	406	512	619	736	864	993	1.124	1.255	KN
Mh	1.409	1.274	1.141	1.008	866	712	557	398	241	93	79	196	299	392	488	585	697	827	959	1.092	1.225	KN-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	100,90	90,14	79,43	68,78	58,16	47,59	37,04	26,51	16,00	5,51	-4,99	-15,49	-26,00	-36,52	-47,07	-57,64	-68,25	-78,91	-89,61	-100,37	-111,20	KIPS
D	11,88	10,69	9,56	8,48	7,48	6,60	5,75	4,96	4,20	3,46	2,74	2,71	2,81	3,02	3,43	3,96	4,58	5,62	6,71	7,84	8,99	KIPS
CL	0,570	0,509	0,449	0,388	0,328	0,269	0,209	0,150	0,090	0,031	-0,028	-0,087	-0,147	-0,206	-0,266	-0,326	-0,385	-0,446	-0,506	-0,567	-0,628	
CD	0,067	0,060	0,054	0,048	0,042	0,037	0,032	0,028	0,024	0,020	0,015	0,015	0,016	0,017	0,019	0,022	0,026	0,032	0,038	0,044	0,051	
CPc	0,134	0,133	0,133	0,132	0,132	0,131	0,130	0,127	0,121	0,000	0,184	0,151	0,145	0,143	0,141	0,140	0,140	0,139	0,139	0,138	0,138	
CPs	0,565	0,573	0,584	0,597	0,608	0,611	0,613	0,608	0,599	0,585	0,567	0,497	0,448	0,413	0,396	0,386	0,388	0,401	0,412	0,420	0,427	
FR	101,60	90,77	80,01	69,30	58,64	48,04	37,48	26,97	16,55	6,50	5,69	15,72	26,15	36,64	47,19	57,78	68,41	79,11	89,86	100,68	111,56	KIPS
Qh	962,80	862,56	762,92	663,83	565,25	467,20	369,59	272,52	176,47	144,35	26,71	122,28	218,83	315,88	413,35	511,16	609,34	708,16	807,47	907,32	1.007,77	KIPS-INCH
z	7,743	7,856	7,998	8,185	8,333	8,374	8,393	8,325	8,210	8,018	7,772	6,806	6,131	5,662	5,426	5,284	5,322	5,498	5,643	5,756	5,848	FT
Pu	177,96	160,92	143,98	127,15	109,24	89,86	70,25	50,20	30,44	11,73	10,01	24,76	37,85	49,80	62,03	74,39	88,56	105,06	121,79	138,60	155,50	KIPS
Ph	279,56	251,69	223,99	196,45	167,88	137,90	107,73	77,18	46,98	18,23	15,70	40,48	63,99	86,44	109,22	132,17	156,97	184,16	211,65	239,28	267,06	KIPS
Mh	943,21	852,86	763,11	673,91	578,96	476,28	372,30	266,08	161,31	62,15	53,03	131,23	200,59	263,92	328,75	394,28	469,39	556,79	645,46	734,57	824,16	KIPS-FT

Tabla 8-9: Resultados pala 3 mediante flujo potencial (Problema 1).

PALA 4

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	457	410	362	315	267	220	173	127	80	33	-13	-60	-107	-153	-200	-247	-294	-342	-389	-437	-485	KN
D	44	39	35	31	27	24	21	18	15	13	10	11	12	13	15	18	22	27	31	37	42	KN
CL	0,579	0,519	0,458	0,398	0,339	0,279	0,220	0,160	0,101	0,042	-0,017	-0,076	-0,135	-0,194	-0,253	-0,313	-0,373	-0,433	-0,493	-0,553	-0,614	
CD	0,055	0,050	0,044	0,039	0,035	0,030	0,027	0,023	0,020	0,016	0,013	0,014	0,015	0,017	0,019	0,023	0,028	0,034	0,040	0,046	0,053	
CPc	0,124	0,124	0,124	0,123	0,123	0,122	0,120	0,117	0,112	0,090	0,000	0,148	0,139	0,135	0,133	0,132	0,132	0,131	0,131	0,130	0,130	
CPs	0,555	0,562	0,572	0,585	0,595	0,601	0,602	0,602	0,594	0,584	0,568	0,495	0,440	0,405	0,380	0,371	0,375	0,389	0,400	0,409	0,416	
FR	460	411	364	316	269	222	175	128	81	36	17	61	107	154	201	248	295	343	390	438	487	KN
Qh	141	127	112	98	84	70	55	41	27	14	9	16	30	44	58	72	86	101	115	130	144	KN-m
z	2,709	2,747	2,796	2,859	2,907	2,936	2,941	2,939	2,903	2,854	2,776	2,420	2,149	1,980	1,857	1,812	1,830	1,902	1,956	1,998	2,032	m
Pu	904	819	735	651	562	467	369	270	170	73	34	109	174	233	289	350	420	503	586	670	754	KN
Ph	1.364	1.231	1.099	967	831	689	544	398	252	109	51	170	281	387	490	598	715	846	976	1.108	1.240	KN
Mh	1.460	1.324	1.187	1.052	907	755	596	436	275	119	54	176	281	377	467	565	679	812	947	1.082	1.217	KN-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	102,84	92,08	81,38	70,72	60,11	49,54	39,00	28,48	17,98	7,49	-2,99	-13,48	-23,97	-34,48	-45,01	-55,57	-66,16	-76,79	-87,48	-98,21	-109,01	KIPS
D	9,78	8,82	7,89	6,97	6,14	5,40	4,73	4,08	3,47	2,88	2,30	2,42	2,62	2,98	3,42	4,06	4,95	5,99	7,08	8,21	9,39	KIPS
CL	0,579	0,519	0,458	0,398	0,339	0,279	0,220	0,160	0,101	0,042	-0,017	-0,076	-0,135	-0,194	-0,253	-0,313	-0,373	-0,433	-0,493	-0,553	-0,614	
CD	0,055	0,050	0,044	0,039	0,035	0,030	0,027	0,023	0,020	0,016	0,013	0,014	0,015	0,017	0,019	0,023	0,028	0,034	0,040	0,046	0,053	
CPc	0,124	0,124	0,124	0,123	0,123	0,122	0,120	0,117	0,112	0,090	0,000	0,148	0,139	0,135	0,133	0,132	0,132	0,131	0,131	0,130	0,130	
CPs	0,555	0,562	0,572	0,585	0,595	0,601	0,602	0,602	0,594	0,584	0,568	0,495	0,440	0,405	0,380	0,371	0,375	0,389	0,400	0,409	0,416	
FR	103,31	92,50	81,76	71,06	60,43	49,83	39,28	28,77	18,31	8,03	3,77	13,69	24,11	34,61	45,14	55,71	66,34	77,03	87,76	98,56	109,42	KIPS
Qh	1.068,82	959,77	851,33	743,45	636,14	529,32	422,97	317,05	211,84	109,56	83,80	110,79	216,05	321,83	427,93	534,44	641,47	749,01	857,06	965,69	1.074,98	KIPS-INCH
z	7,597	7,705	7,841	8,018	8,153	8,234	8,249	8,243	8,143	8,004	7,787	6,787	6,028	5,554	5,209	5,081	5,132	5,333	5,485	5,604	5,699	FT
Pu	178,10	161,35	144,71	128,16	110,51	91,90	72,56	53,11	33,46	14,46	6,64	21,51	34,43	46,32	57,47	69,60	83,52	99,89	116,33	132,85	149,46	KIPS
Ph	281,41	253,86	226,47	199,23	170,93	141,73	111,84	81,88	51,77	22,48	10,42	35,20	58,54	80,92	102,61	125,31	149,87	176,92	204,09	231,40	258,87	KIPS
Mh	943,95	855,18	766,97	679,26	585,68	487,07	384,57	281,49	177,33	76,61	35,21	114,00	182,48	245,49	304,61	368,88	442,67	529,43	616,55	704,09	792,11	KIPS-FT

Tabla 8-10: Resultados pala 4 mediante flujo potencial (Problema 1).

PALA 5

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	441	393	346	298	251	204	157	111	64	18	-29	-76	-122	-169	-216	-263	-310	-357	-405	-453	-501	KN
D	31	27	24	20	17	14	12	11	11	11	11	12	15	18	21	25	29	34	40	45	51	KN
CL	0,561	0,500	0,440	0,380	0,320	0,260	0,200	0,141	0,082	0,022	-0,037	-0,096	-0,156	-0,215	-0,275	-0,335	-0,395	-0,455	-0,515	-0,576	-0,637	
CD	0,039	0,035	0,030	0,026	0,022	0,018	0,016	0,014	0,014	0,014	0,013	0,016	0,019	0,022	0,027	0,031	0,037	0,043	0,050	0,058	0,065	
CPc	0,116	0,116	0,116	0,115	0,114	0,113	0,111	0,108	0,099	0,045	0,000	0,137	0,130	0,127	0,125	0,124	0,124	0,123	0,123	0,122	0,122	
CPs	0,530	0,538	0,548	0,561	0,572	0,583	0,586	0,578	0,559	0,534	0,504	0,447	0,411	0,384	0,373	0,365	0,369	0,380	0,390	0,397	0,403	
FR	442	394	346	299	252	205	158	111	65	21	31	77	123	170	217	264	311	359	407	455	504	KN
Qh	148	132	116	101	85	70	54	39	24	10	17	23	38	53	69	84	100	115	131	147	163	KN-m
z	2,706	2,746	2,796	2,863	2,920	2,973	2,990	2,951	2,854	2,725	2,572	2,281	2,095	1,957	1,903	1,864	1,882	1,941	1,988	2,026	2,056	m
Pu	869	784	700	617	528	436	338	236	134	41	58	131	196	255	319	381	453	536	619	703	787	KN
Ph	1.311	1.178	1.047	916	780	641	496	347	199	61	89	207	319	425	536	645	765	895	1.026	1.158	1.291	KN
Mh	1.403	1.267	1.131	997	854	705	546	381	216	66	94	211	316	413	515	616	732	865	1.000	1.135	1.272	KN-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	99,12	88,38	77,70	67,07	56,48	45,93	35,41	24,90	14,42	3,94	-6,54	-17,02	-27,51	-38,02	-48,55	-59,11	-69,71	-80,35	-91,04	-101,79	-112,60	KIPS
D	6,92	6,13	5,34	4,55	3,86	3,23	2,76	2,55	2,46	2,40	2,36	2,80	3,35	3,95	4,71	5,53	6,50	7,66	8,89	10,19	11,57	KIPS
CL	0,561	0,500	0,440	0,380	0,320	0,260	0,200	0,141	0,082	0,022	-0,037	-0,096	-0,156	-0,215	-0,275	-0,335	-0,395	-0,455	-0,515	-0,576	-0,637	
CD	0,039	0,035	0,030	0,026	0,022	0,018	0,016	0,014	0,014	0,014	0,013	0,016	0,019	0,022	0,027	0,031	0,037	0,043	0,050	0,058	0,065	
CPc	0,116	0,116	0,116	0,115	0,114	0,113	0,111	0,108	0,099	0,045	0,000	0,137	0,130	0,127	0,125	0,124	0,124	0,123	0,123	0,122	0,122	
CPs	0,530	0,538	0,548	0,561	0,572	0,583	0,586	0,578	0,559	0,534	0,504	0,447	0,411	0,384	0,373	0,365	0,369	0,380	0,390	0,397	0,403	
FR	99,36	88,59	77,89	67,23	56,62	46,04	35,51	25,03	14,62	4,61	6,95	17,25	27,71	38,22	48,77	59,37	70,01	80,71	91,47	102,30	113,19	KIPS
Qh	1.103,74	987,10	871,09	755,62	640,70	526,23	412,22	298,83	186,41	82,36	154,32	158,48	271,86	385,58	499,74	614,27	729,32	845,02	961,31	1.078,28	1.196,02	KIPS-INCH
z	7,268	7,374	7,510	7,690	7,842	7,984	8,030	7,924	7,665	7,319	6,908	6,126	5,625	5,256	5,112	5,006	5,055	5,212	5,340	5,441	5,522	FT
Pu	165,12	149,01	133,00	117,07	100,22	82,74	64,12	44,70	25,40	7,71	11,08	24,94	37,46	49,01	61,21	73,32	87,11	102,82	118,74	134,73	150,83	KIPS
Ph	264,47	237,60	210,89	184,30	156,83	128,78	99,64	69,74	40,02	12,32	18,03	42,19	65,17	87,23	109,99	132,69	157,12	183,53	210,21	237,03	264,02	KIPS
Mh	875,12	789,76	704,90	620,49	531,14	438,51	339,86	236,94	134,61	40,84	58,72	132,21	198,56	259,74	324,43	388,60	461,70	544,96	629,30	714,09	799,39	KIPS-FT

Tabla 8-11: Resultados pala 5 mediante flujo potencial (Problema 1).

PALA 6

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	446	398	350	302	255	207	160	113	66	19	-29	-76	-123	-170	-217	-265	-312	-360	-408	-457	-505	KN
D	36	32	28	25	21	18	16	14	13	12	10	12	15	18	21	25	30	35	40	46	52	KN
CL	0,562	0,501	0,441	0,381	0,321	0,261	0,201	0,142	0,083	0,023	-0,036	-0,095	-0,155	-0,214	-0,274	-0,334	-0,393	-0,454	-0,514	-0,575	-0,636	
CD	0,045	0,041	0,036	0,031	0,027	0,023	0,020	0,018	0,016	0,015	0,013	0,015	0,018	0,022	0,026	0,031	0,037	0,044	0,051	0,058	0,066	
CPc	0,108	0,108	0,108	0,107	0,106	0,105	0,103	0,099	0,089	0,033	0,000	0,131	0,124	0,120	0,119	0,117	0,117	0,116	0,115	0,115	0,115	
CPs	0,519	0,527	0,537	0,550	0,564	0,572	0,567	0,555	0,539	0,515	0,486	0,431	0,391	0,367	0,349	0,345	0,353	0,365	0,375	0,383	0,389	
FR	448	399	351	303	256	208	161	114	67	22	30	77	124	171	218	266	314	362	410	459	508	KN
Qh	161	144	127	110	93	76	60	43	26	11	17	24	41	58	74	91	108	125	142	159	177	KN-m
z	2,770	2,812	2,866	2,937	3,009	3,053	3,029	2,962	2,879	2,748	2,597	2,302	2,087	1,960	1,863	1,843	1,884	1,951	2,002	2,042	2,075	m
Pu	898	811	725	639	550	454	348	241	139	43	58	131	196	257	315	381	457	542	627	713	800	KN
Ph	1.345	1.210	1.076	943	806	662	509	355	205	65	88	208	319	428	533	647	771	904	1.038	1.172	1.307	KN
Mh	1.450	1.310	1.171	1.033	889	733	562	390	224	70	93	212	316	415	509	615	738	876	1.014	1.152	1.292	KN-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	100,32	89,47	78,69	67,95	57,25	46,59	35,96	25,35	14,75	4,17	-6,41	-17,00	-27,60	-38,21	-48,85	-59,52	-70,22	-80,97	-91,77	-102,63	-113,55	KIPS
D	8,12	7,26	6,40	5,55	4,78	4,13	3,65	3,26	2,90	2,59	2,32	2,76	3,29	3,95	4,69	5,60	6,68	7,86	9,10	10,39	11,76	KIPS
CL	0,562	0,501	0,441	0,381	0,321	0,261	0,201	0,142	0,083	0,023	-0,036	-0,095	-0,155	-0,214	-0,274	-0,334	-0,393	-0,454	-0,514	-0,575	-0,636	
CD	0,045	0,041	0,036	0,031	0,027	0,023	0,020	0,018	0,016	0,015	0,013	0,015	0,018	0,022	0,026	0,031	0,037	0,044	0,051	0,058	0,066	
CPc	0,108	0,108	0,108	0,107	0,106	0,105	0,103	0,099	0,089	0,033	0,000	0,131	0,124	0,120	0,119	0,117	0,117	0,116	0,115	0,115	0,115	
CPs	0,519	0,527	0,537	0,550	0,564	0,572	0,567	0,555	0,539	0,515	0,486	0,431	0,391	0,367	0,349	0,345	0,353	0,365	0,375	0,383	0,389	
FR	100,65	89,77	78,95	68,17	57,45	46,77	36,14	25,56	15,03	4,91	6,82	17,22	27,79	38,41	49,07	59,78	70,54	81,35	92,22	103,15	114,16	KIPS
Qh	1.194,73	1.068,92	943,79	819,25	695,29	571,91	449,11	326,91	205,72	93,76	151,45	166,98	289,18	411,85	534,87	658,42	782,54	907,26	1.032,61	1.158,67	1.285,55	KIPS-IN
z	7,108	7,217	7,355	7,538	7,723	7,837	7,773	7,604	7,389	7,053	6,665	5,910	5,357	5,031	4,781	4,731	4,835	5,006	5,137	5,241	5,325	FT
Pu	164,23	148,32	132,50	116,77	100,41	82,75	63,51	44,09	25,33	7,96	10,56	24,21	36,17	47,63	58,53	70,73	84,84	100,48	116,19	131,98	147,86	KIPS
Ph	264,88	238,09	211,45	184,94	157,85	129,52	99,65	69,64	40,36	12,87	17,38	41,43	63,96	86,04	107,60	130,51	155,38	181,83	208,41	235,13	262,02	KIPS
Mh	870,44	786,10	702,26	618,86	532,15	438,59	336,59	233,67	134,25	42,18	55,97	128,31	191,69	252,43	310,20	374,85	449,67	532,55	615,80	699,47	783,65	KIPS-FT

Tabla 8-12: Resultados pala 6 mediante flujo potencial (Problema 1)

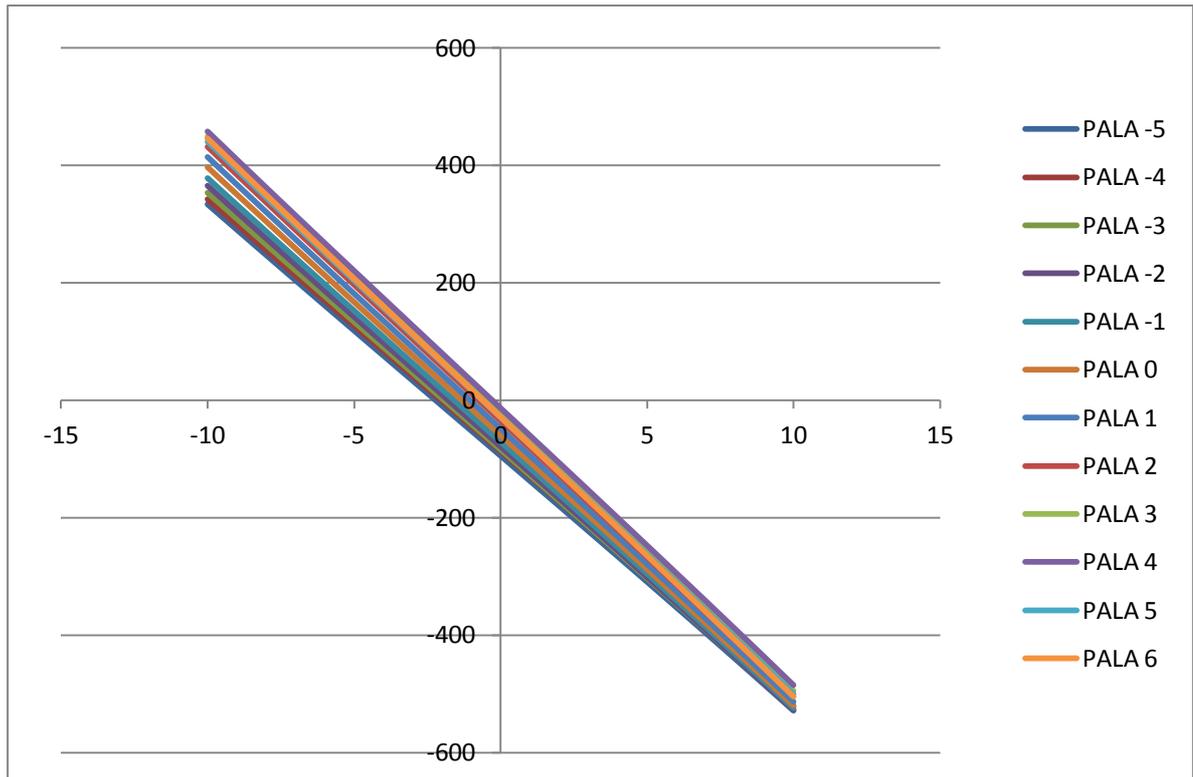


Figura 8-5: Sustentación-Ángulo de ataque F.P. (KN-grados) (Problema 1).

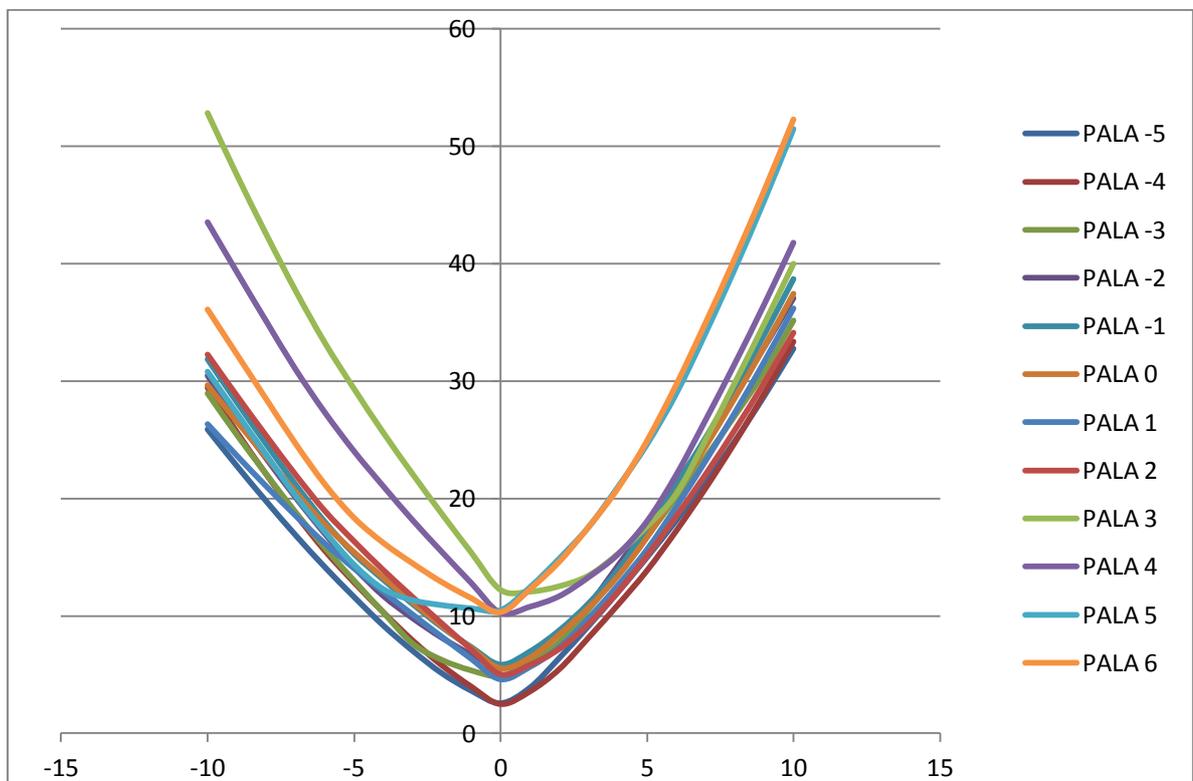


Figura 8-6: Arrastre-Ángulo de ataque F.P. (KN-grados) (Problema 1).

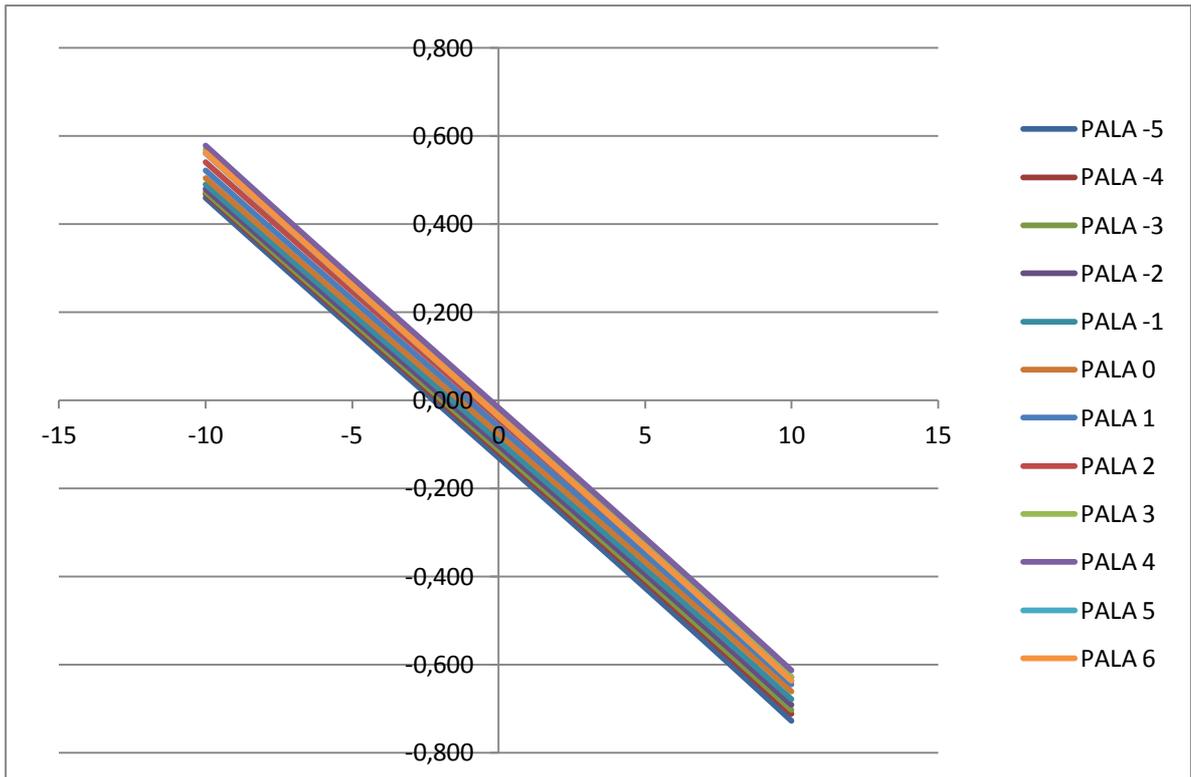


Figura 8-7: Coeficiente de sustentación-Ángulo de ataque F.P. (Problema 1)

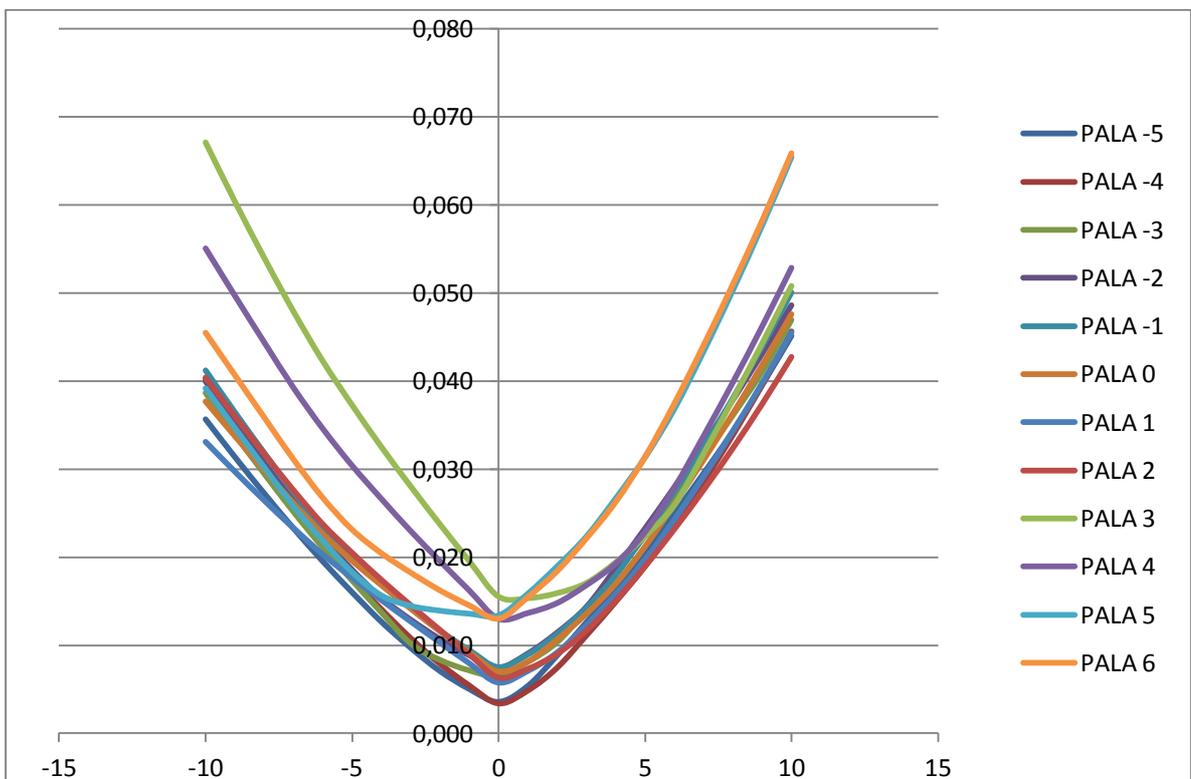


Figura 8-8: Coeficiente de arrastre-Ángulo de ataque F.P. (Problema 1).

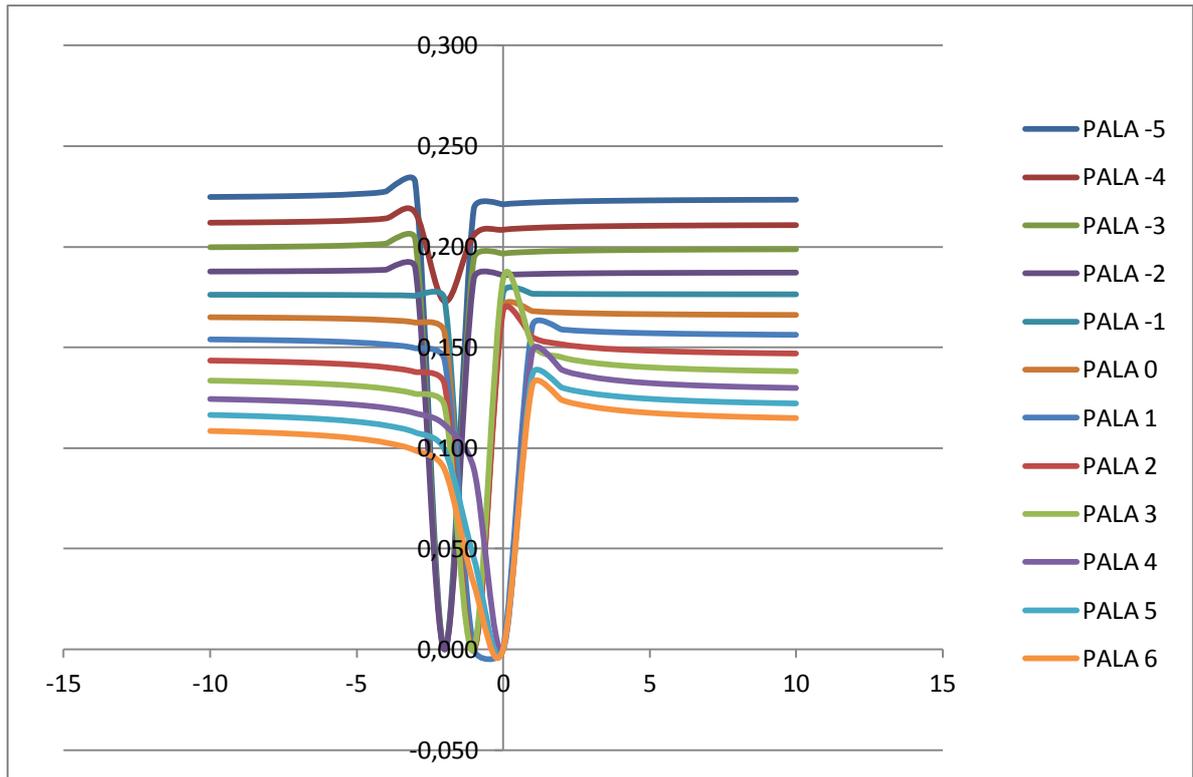


Figura 8-9: Centro de presión a lo largo de la cuerda-Ángulo de ataque F.P. (Problema 1).

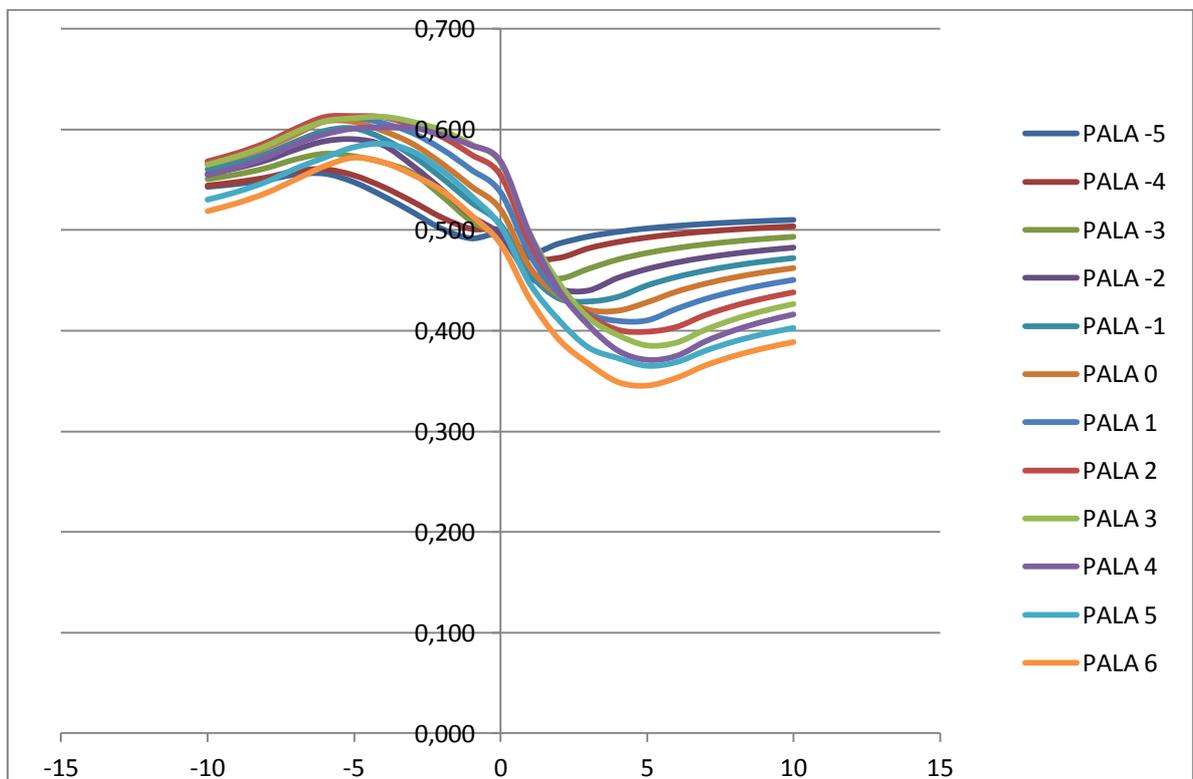


Figura 8-10: Centro de presión a lo largo de la altura-Ángulo de ataque F.P. (Problema 1).

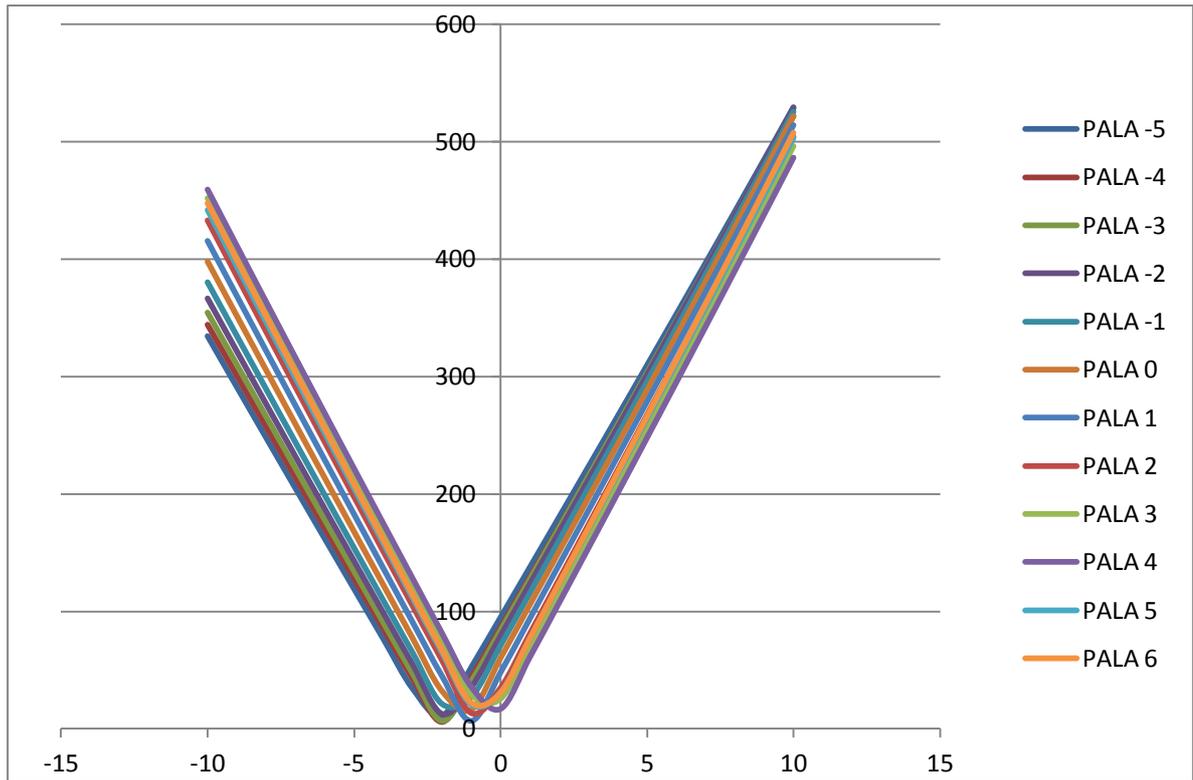


Figura 8-11: Fuerza resultante-Ángulo de ataque F.P. (KN-grados) (Problema 1).

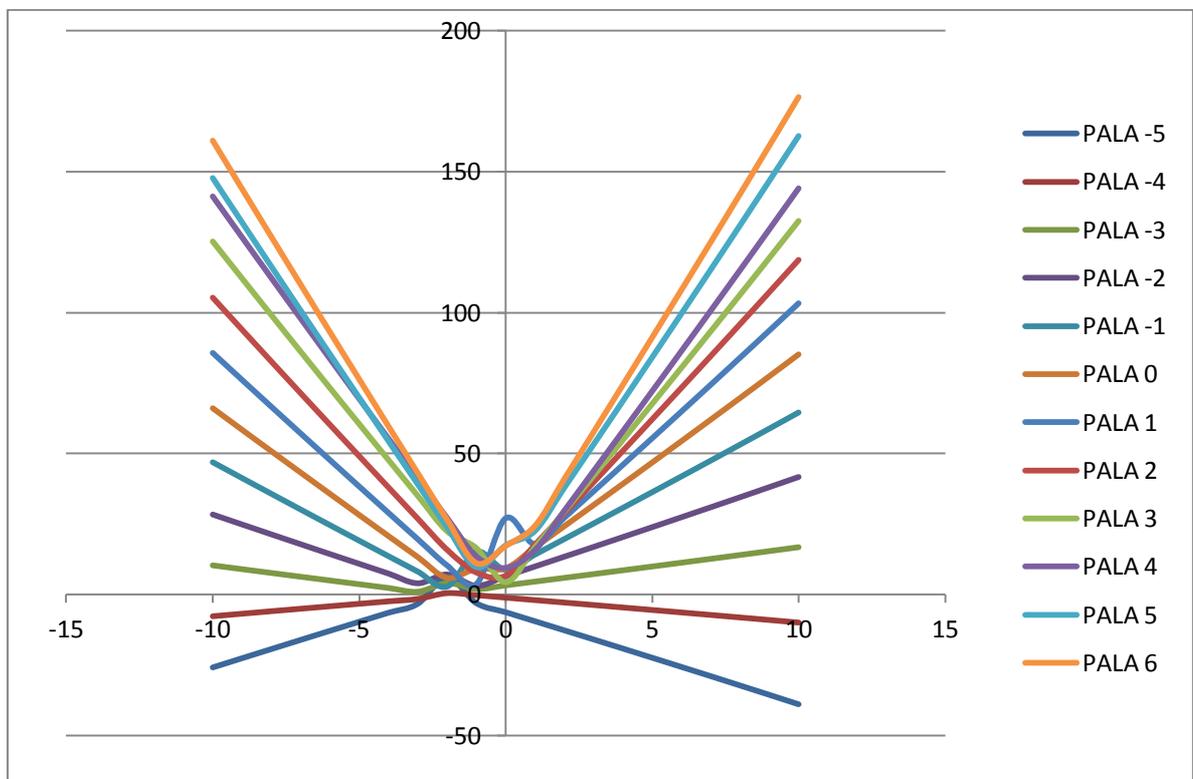


Figura 8-12: Momento torsor-Ángulo de ataque F.P. (KN.m-grados) (Problema 1).

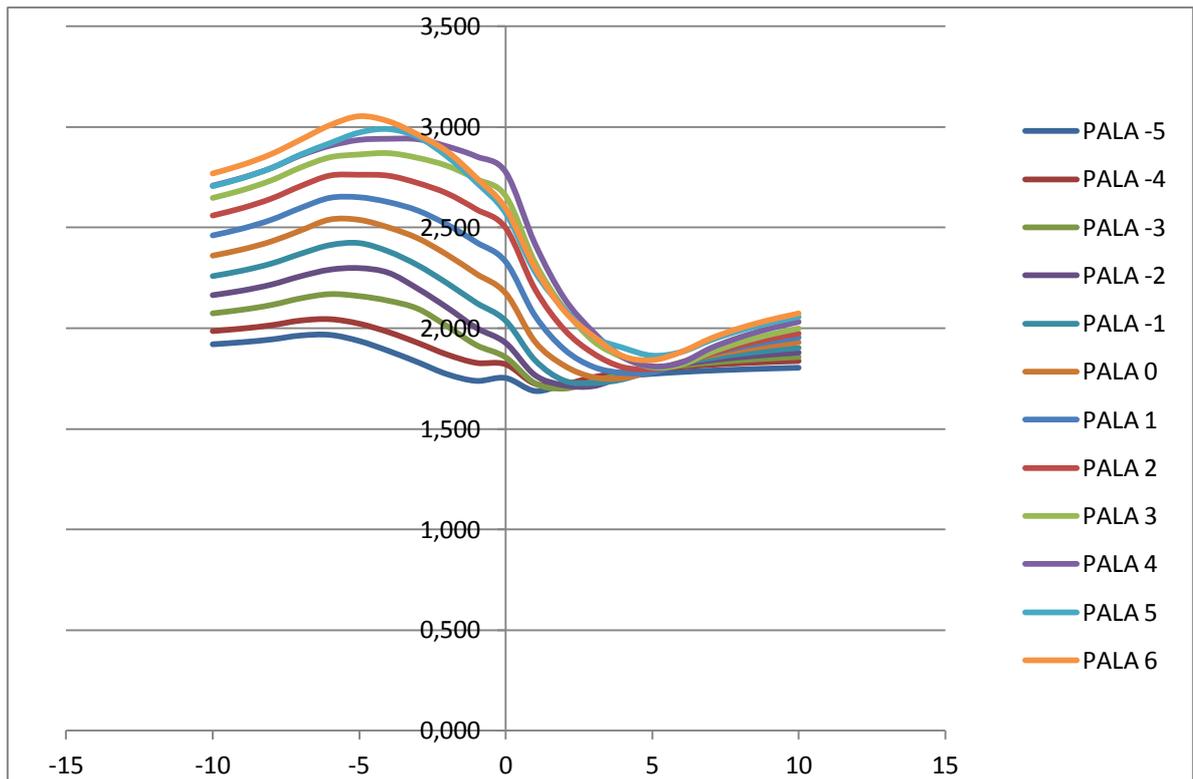


Figura 8-13: Distancia vertical centro de presión-canto alto pala F.P. (metros) (Problema 1).

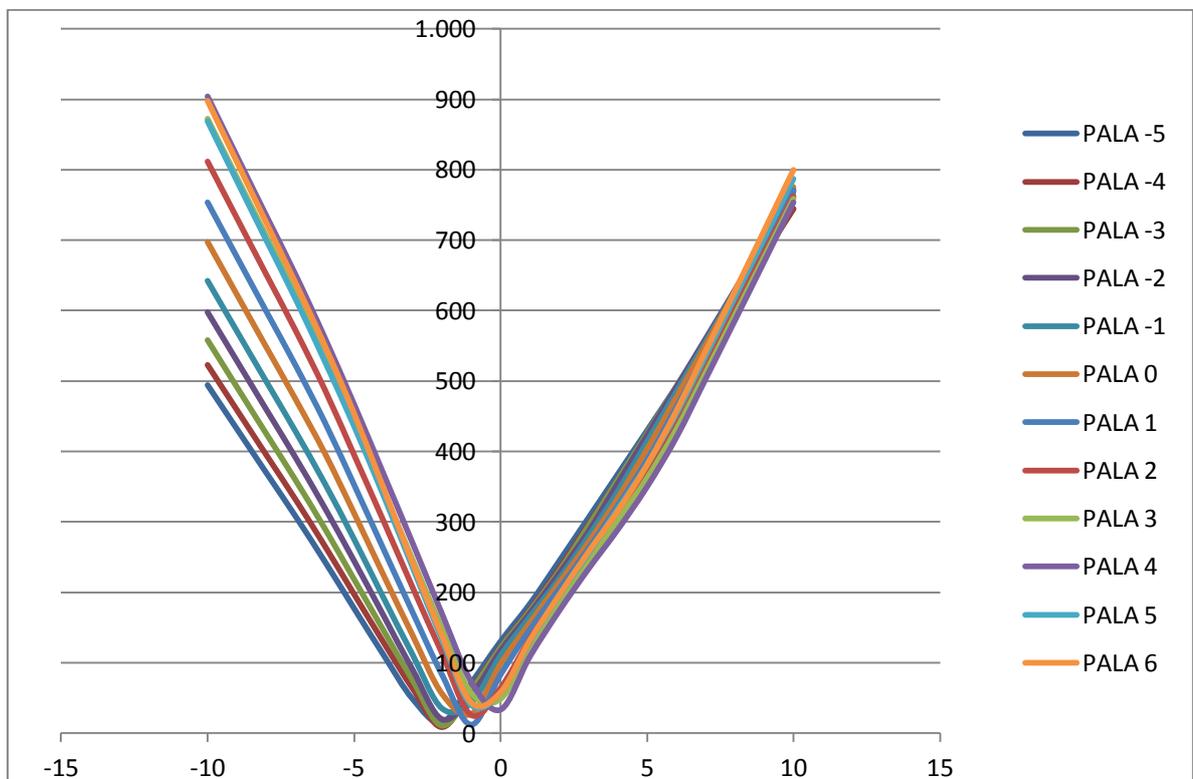


Figura 8-14: Reacción cojinete superior-Ángulo de ataque F.P. (KN-grados) (Problema 1).

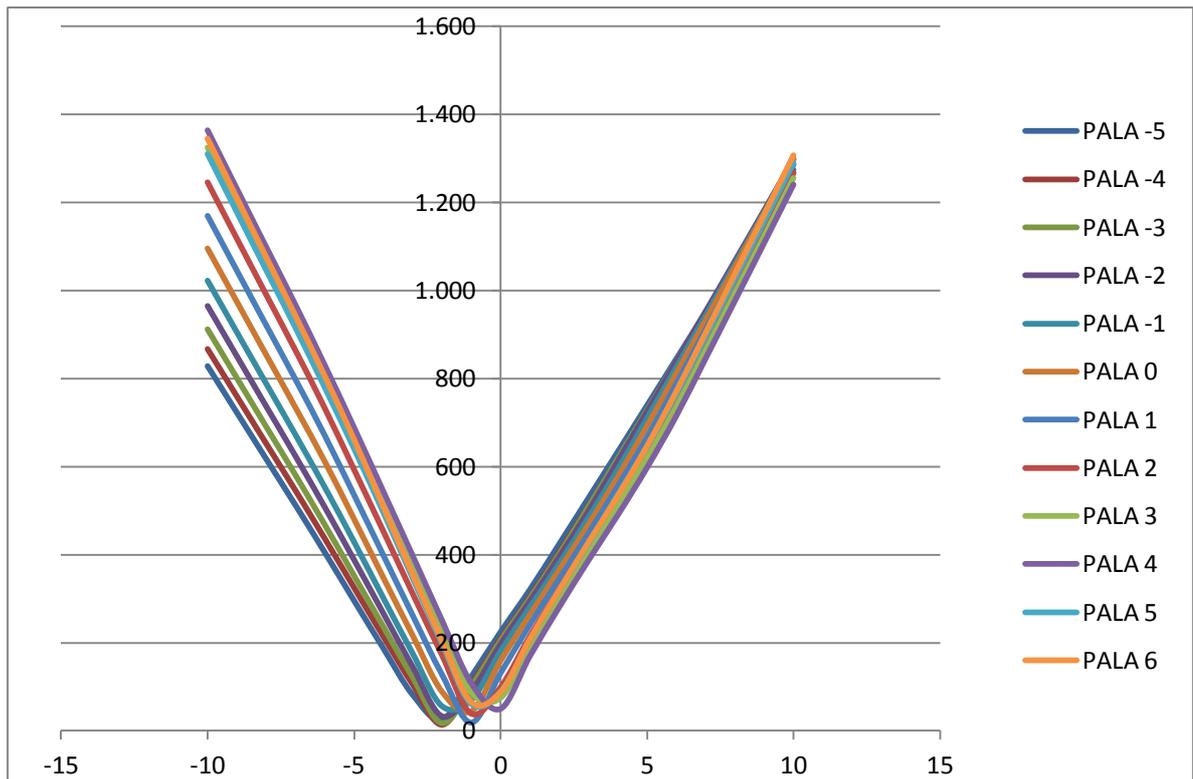


Figura 8-15: Reacción cojinete inferior-Ángulo de ataque F.P.(KN-grados) (Problema 1).

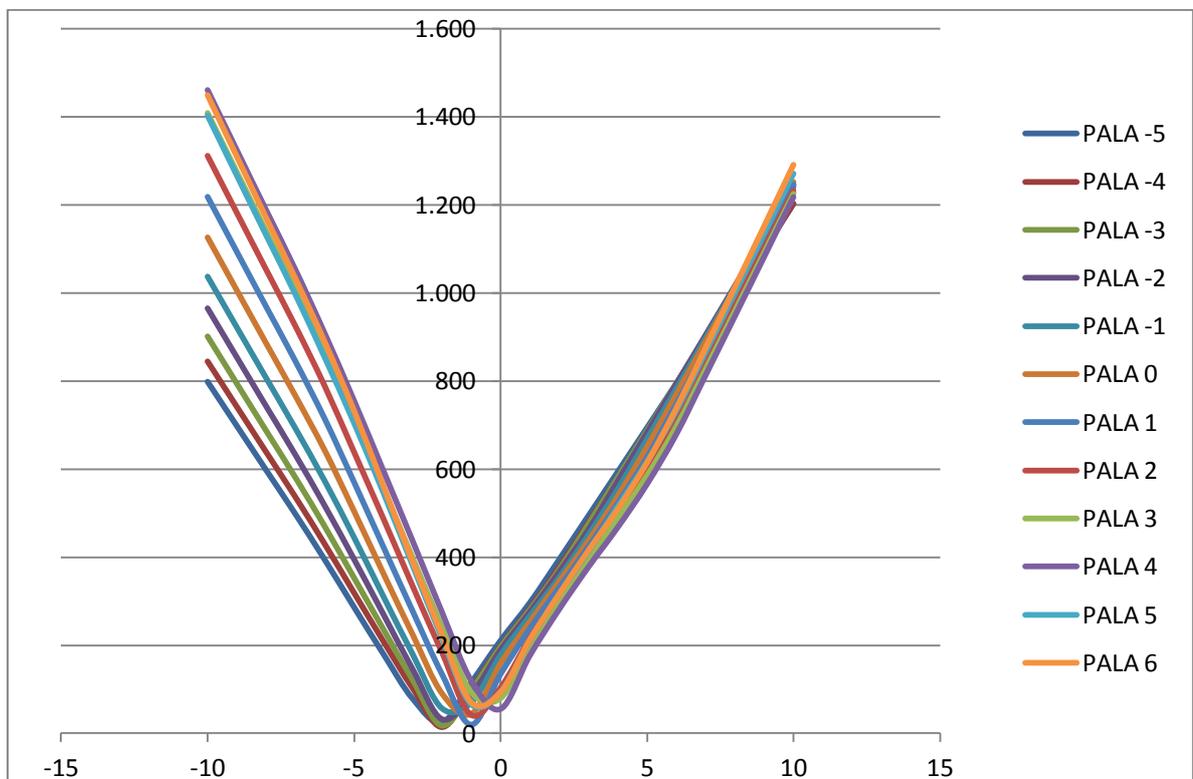


Figura 8-16: Momento flector en el cojinete inferior-Ángulo de ataque F.P. (KN.m-grados) (Problema 1).

8.2.2. MÉTODO DE TAPLIN

A continuación se plasmarán las tablas con los resultados obtenidos para cada una de las geometrías descritas en 8.1.1 aplicando el método Taplin.

Una vez expuestos todos los resultados, las figuras muestran los resultados de superponer los valores obtenidos en las tablas.

PALA -5

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	234,146	447,587	647,025	842,008	1041,507	KN
FR	0,000	234,155	448,879	651,242	850,181	1051,197	KN
Q _H	0,000	10,027	-12,145	-64,259	-171,437	-357,422	KN-m
Q _H + Q _A	0,000	20,070	7,053	-36,507	-135,322	-312,751	KN-m
Q _H - Q _A	0,000	-0,015	-31,342	-92,010	-207,552	-402,094	KN-m
Q _H + Q _A + Q _F	0,000	47,622	59,870	40,121	-35,286	-189,062	KN-m
Q _H - Q _A - Q _F	0,000	-27,567	-84,159	-168,639	-307,588	-525,783	KN-m
CPs	0.000	1,732	1,732	1,732	1,732	1,732	m
CPs (teorico)	0,000	43,032	47,513	47,676	47,939	47,909	%
CP _C	0,000	20,514	23,268	26,109	30,215	35,709	
CL	0,000	0,235	0,449	0,648	0,836	1,010	
CD	0,000	0,018	0,044	0,097	0,178	0,313	
PU	0,000	319,094	611,707	887,476	1158,579	1432,512	KN
PH	0,000	553,249	1060,586	1538,719	2008,760	2483,709	KN
MH	0,000	515,470	988,163	1433,646	1871,590	2314,107	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	52,638	100,622	145,457	189,291	234,140	KIPS
FR	0,000	52,640	100,912	146,405	191,128	236,318	KIPS
Q _H	0,000	88,738	-107,474	-568,662	-1517,141	-3163,031	KIPS-INCH
Q _H + Q _A	0,000	177,612	62,416	-323,072	-1197,542	-2767,708	KIPS-INCH
Q _H - Q _A	0,000	-0,137	-277,363	-814,252	-1836,740	-3558,353	KIPS-INCH
Q _H + Q _A + Q _F	0,000	421,434	529,826	355,056	-312,262	-1673,114	KIPS-INCH
Q _H - Q _A - Q _F	0,000	-243,959	-744,773	-1492,380	-2722,020	-4652,947	KIPS-INCH
CPs	0.000	5,684	5,684	5,684	5,684	5,684	FT
CPs (teorico)	0.000	43,032	47,513	47,676	47,939	47,909	%
CP _C	0,000	20,514	23,268	26,109	30,215	35,709	
CL	0,000	0,235	0,449	0,648	0,836	1,010	
CD	0,000	0,018	0,044	0,097	0,178	0,313	
PU	0,000	71,735	137,517	199,513	260,459	322,042	KIPS
PH	0,000	124,375	238,429	345,918	451,587	558,360	KIPS
MH	0,000	380,196	728,841	1057,417	1380,432	1706,820	KIPS-FT

Tabla 8-13: Resultados Pala -5 mediante método de Taplin (Problema 1).

PALA -4

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	241,853	461,668	671,965	866,365	1055,465	KN
FR	0,000	241,871	463,093	676,733	875,730	1067,109	KN
Q_H	0,000	12,866	-3,589	-47,882	-143,719	-313,626	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	22,919	15,600	-19,951	-107,708	-269,755	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	2,814	-22,778	-75,812	-179,729	-357,496	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	51,797	70,891	60,846	-3,151	-142,349	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-26,064	-78,069	-156,610	-284,286	-484,903	KN-m
CPs	0.000	1,788	1,788	1,788	1,788	1,788	m
CPs (teorico)	0,000	43,111	44,513	47,849	48,035	47,909	%
CP_C	0,000	20,106	22,506	25,005	28,730	33,897	
CL	0,000	0,243	0,464	0,674	0,863	1,029	
CD	0,000	0,018	0,045	0,097	0,177	0,305	
PU	0,000	337,824	646,808	945,203	1223,145	1490,446	KN
PH	0,000	579,695	1109,901	1621,936	2098,875	2557,555	KN
MH	0,000	545,728	1044,866	1526,898	1975,891	2407,695	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	54,371	103,787	151,064	194,767	237,278	KIPS
FR	0,000	54,375	104,107	152,136	196,872	239,896	KIPS
Q_H	0,000	113,863	-31,762	-423,732	-1271,847	-2775,449	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	202,824	138,054	-176,561	-953,170	-2387,214	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	24,901	-201,579	-670,902	-1590,525	-3163,683	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	458,381	627,351	538,465	-27,887	-1259,723	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-230,656	-690,876	-1385,928	-2515,808	-4291,174	KIPS-INCH
CPs	0.000	5,865	5,865	5,865	5,865	5,865	FT
CPs (teorico)	0.000	43,111	44,513	47,849	48,035	47,909	%
CP_C	0,000	20,106	22,506	25,005	28,730	33,897	
CL	0,000	0,243	0,464	0,674	0,863	1,029	
CD	0,000	0,018	0,045	0,097	0,177	0,305	
PU	0,000	75,946	145,408	212,490	274,974	335,066	KIPS
PH	0,000	130,321	249,516	364,626	471,846	574,961	KIPS
MH	0,000	402,513	770,664	1126,197	1457,362	1775,848	KIPS-FT

Tabla 8-14: Resultados Pala -4 mediante método de Taplin (Problema 1).

PALA -3

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	250,037	474,527	696,478	887,260	1059,710	KN
FR	0,000	250,066	476,085	701,870	898,017	1073,756	KN
Q _H	0,000	16,091	7,042	-27,162	-107,526	-254,851	KN-m
Q _H + Q _A	0,000	26,158	26,147	0,880	-71,804	-212,185	KN-m
Q _H - Q _A	0,000	6,024	-12,064	-55,203	-143,249	-297,516	KN-m
Q _H + Q _A + Q _F	0,000	56,470	83,856	85,958	37,051	-82,028	KN-m
Q _H - Q _A - Q _F	0,000	-24,288	-69,773	-140,281	-252,103	-427,673	KN-m
CPs	0.000	1,846	1,846	1,846	1,846	1,846	m
CPs (teorico)	0,000	43,196	44,589	48,037	48,139	47,909	%
CP _C	0,000	19,667	21,616	23,735	26,971	31,667	
CL	0,000	0,251	0,477	0,699	0,886	1,039	
CD	0,000	0,018	0,045	0,097	0,174	0,293	
PU	0,000	358,322	682,186	1005,715	1286,774	1538,592	KN
PH	0,000	608,388	1158,271	1707,585	2184,791	2612,349	KN
MH	0,000	578,840	1102,015	1624,650	2078,679	2485,471	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	56,211	106,678	156,574	199,464	238,232	KIPS
FR	0,000	56,217	107,028	157,787	201,882	241,390	KIPS
Q _H	0,000	142,400	62,315	-240,368	-951,561	-2255,315	KIPS-INCH
Q _H + Q _A	0,000	231,489	231,389	7,786	-635,430	-1877,740	KIPS-INCH
Q _H - Q _A	0,000	53,312	-106,759	-488,523	-1267,691	-2632,889	KIPS-INCH
Q _H + Q _A + Q _F	0,000	499,738	742,091	760,691	327,883	-725,910	KIPS-INCH
Q _H - Q _A - Q _F	0,000	-214,937	-617,461	-1241,428	-2231,004	-3784,720	KIPS-INCH
CPs	0.000	6,056	6,056	6,056	6,056	6,056	FT
CPs (teorico)	0.000	43,196	44,589	48,037	48,139	47,909	%
CP _C	0,000	19,667	21,616	23,735	26,971	31,667	
CL	0,000	0,251	0,477	0,699	0,886	1,039	
CD	0,000	0,018	0,045	0,097	0,174	0,293	
PU	0,000	80,554	153,361	226,094	289,278	345,889	KIPS
PH	0,000	136,771	260,390	383,880	491,161	587,279	KIPS
MH	0,000	426,936	812,815	1198,296	1533,175	1833,214	KIPS-FT

Tabla 8-15: Resultados Pala -3 mediante método de Taplin (Problema 1).

PALA -2

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	258,762	488,053	710,960	908,619	1062,132	KN
FR	0,000	258,807	489,757	716,906	920,925	1078,863	KN
Q_H	0,000	19,535	18,453	-4,775	-68,506	-192,165	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	29,610	37,456	22,907	-33,129	-150,810	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	9,460	-0,549	-32,457	-103,884	-233,520	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	61,478	97,761	111,181	80,267	-17,967	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-22,407	-60,854	-120,731	-217,280	-366,363	KN-m
CPs	0.000	1,907	1,907	1,907	1,907	1,907	m
CPs (teorico)	0,000	43,291	44,672	45,819	48,254	47,909	%
CP_C	0,000	19,228	20,712	22,464	25,168	29,322	
CL	0,000	0,260	0,491	0,715	0,911	1,049	
CD	0,000	0,018	0,045	0,096	0,171	0,279	
PU	0,000	380,847	720,700	1054,961	1355,185	1587,599	KN
PH	0,000	639,654	1210,457	1771,867	2276,110	2666,463	KN
MH	0,000	615,227	1164,233	1704,204	2189,192	2564,638	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	58,172	109,719	159,830	204,266	238,777	KIPS
FR	0,000	58,182	110,102	161,167	207,032	242,538	KIPS
Q_H	0,000	172,879	163,303	-42,256	-606,251	-1700,575	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	262,040	331,469	202,716	-293,173	-1334,602	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	83,719	-4,863	-287,228	-919,329	-2066,548	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	544,053	865,140	983,904	710,327	-159,001	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-198,294	-538,534	-1068,416	-1922,830	-3242,149	KIPS-INCH
CPs	0.000	6,257	6,257	6,257	6,257	6,257	FT
CPs (teorico)	0.000	43,291	44,672	45,819	48,254	47,909	%
CP_C	0,000	19,228	20,712	22,464	25,168	29,322	
CL	0,000	0,260	0,491	0,715	0,911	1,049	
CD	0,000	0,018	0,045	0,096	0,171	0,279	
PU	0,000	85,618	162,020	237,165	304,658	356,907	KIPS
PH	0,000	143,800	272,122	398,332	511,690	599,445	KIPS
MH	0,000	453,774	858,705	1256,973	1614,686	1891,605	KIPS-FT

Tabla 8-16: Resultados Pala -2 mediante método de Taplin (Problema 1).

PALA -1

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	269,225	505,525	728,170	943,327	1085,582	KN
FR	0,000	269,291	507,392	734,660	957,272	1104,977	KN
Q_H	0,000	22,572	28,038	12,357	-40,221	-151,059	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	32,704	47,062	39,760	-4,722	-110,206	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	12,441	9,014	-15,046	-75,721	-191,912	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	66,429	110,605	131,765	115,162	28,176	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-21,284	-54,530	-107,051	-195,605	-330,294	KN-m
CPs	0.000	1,974	1,974	1,974	1,974	1,974	m
CPs (teorico)	0,000	43,291	44,672	45,819	48,254	47,909	%
CP_C	0,000	18,900	20,017	21,532	23,878	27,678	
CL	0,000	0,270	0,508	0,733	0,947	1,077	
CD	0,000	0,018	0,045	0,095	0,171	0,274	
PU	0,000	407,408	767,631	1111,464	1448,252	1671,714	KN
PH	0,000	676,699	1275,023	1846,125	2405,523	2776,691	KN
MH	0,000	658,135	1240,045	1795,480	2339,533	2700,518	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	60,524	113,646	163,699	212,068	244,049	KIPS
FR	0,000	60,539	114,066	165,158	215,203	248,409	KIPS
Q_H	0,000	199,755	248,122	109,356	-355,942	-1336,804	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	289,415	416,478	351,860	-41,784	-975,270	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	110,094	79,766	-133,148	-670,100	-1698,337	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	587,863	978,808	1166,066	1019,136	249,347	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-188,354	-482,563	-947,354	-1731,020	-2922,955	KIPS-INCH
CPs	0.000	6,478	6,478	6,478	6,478	6,478	FT
CPs (teorico)	0.000	43,291	44,672	45,819	48,254	47,909	%
CP_C	0,000	18,900	20,017	21,532	23,878	27,678	
CL	0,000	0,270	0,508	0,733	0,947	1,077	
CD	0,000	0,018	0,045	0,095	0,171	0,274	
PU	0,000	91,589	172,570	249,867	325,580	375,816	KIPS
PH	0,000	152,128	286,636	415,025	540,783	624,225	KIPS
MH	0,000	485,422	914,622	1324,296	1725,574	1991,826	KIPS-FT

Tabla 8-17: Resultados Pala -1 mediante método de Taplin (Problema 1).

PALA 0

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	280,708	524,712	747,045	968,389	1112,144	KN
FR	0,000	280,800	526,763	754,139	983,824	1134,517	KN
Q_H	0,000	25,779	38,205	30,132	-10,175	-109,064	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	35,970	57,255	57,254	24,984	-68,686	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	15,587	19,154	3,009	-45,333	-149,442	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	71,766	124,406	153,390	150,400	75,940	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-20,208	-47,996	-93,127	-170,749	-294,068	KN-m
CPs	0.000	2,046	2,046	2,046	2,046	2,046	m
CPs (teorico)	0,000	43,512	44,869	45,531	46,422	47,909	%
CP_C	0,000	18,585	19,334	20,612	22,614	26,060	
CL	0,000	0,282	0,528	0,753	0,975	1,109	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,169	0,268	
PU	0,000	437,253	820,259	1174,323	1531,980	1766,635	KN
PH	0,000	718,053	1347,022	1928,462	2515,804	2901,152	KN
MH	0,000	706,347	1325,062	1897,022	2474,789	2853,855	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	63,106	117,960	167,942	217,703	250,020	KIPS
FR	0,000	63,126	118,421	169,537	221,172	255,050	KIPS
Q_H	0,000	228,131	338,095	266,652	-90,041	-965,169	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	318,322	506,684	506,675	221,100	-607,840	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	137,941	169,507	26,628	-401,181	-1322,497	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	635,099	1100,937	1357,437	1330,975	672,035	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-178,836	-424,747	-824,134	-1511,056	-2602,372	KIPS-INCH
CPs	0.000	6,713	6,713	6,713	6,713	6,713	FT
CPs (teorico)	0.000	43,512	44,869	45,531	46,422	47,909	%
CP_C	0,000	18,585	19,334	20,612	22,614	26,060	
CL	0,000	0,282	0,528	0,753	0,975	1,109	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,169	0,268	
PU	0,000	98,298	184,402	263,998	344,403	397,155	KIPS
PH	0,000	161,425	302,823	433,535	565,575	652,205	KIPS
MH	0,000	520,981	977,328	1399,191	1825,335	2104,924	KIPS-FT

Tabla 8-18: Resultados Pala 0 mediante método de Taplin (Problema 1).

PALA 1

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	293,720	546,696	769,330	983,268	1146,276	KN
FR	0,000	293,845	548,954	777,101	999,940	1171,965	KN
Q_H	0,000	29,051	48,614	47,647	19,152	-69,620	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	39,326	67,738	74,559	53,547	-29,523	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	18,777	29,490	20,736	-15,244	-109,717	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	77,499	139,051	175,510	183,447	122,725	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-19,396	-41,823	-80,216	-145,144	-261,965	KN-m
CPs	0.000	2,124	2,124	2,124	2,124	2,124	m
CPs (teorico)	0,000	43,643	44,986	45,361	46,350	47,909	%
CP_C	0,000	18,306	18,700	19,762	21,433	24,591	
CL	0,000	0,295	0,550	0,776	0,992	1,149	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,166	0,265	
PU	0,000	471,600	881,032	1247,191	1604,833	1880,920	KN
PH	0,000	765,445	1429,986	2024,292	2604,774	3052,885	KN
MH	0,000	761,832	1423,236	2014,736	2592,478	3038,473	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	66,031	122,902	172,952	221,047	257,693	KIPS
FR	0,000	66,059	123,410	174,699	224,796	263,468	KIPS
Q_H	0,000	257,093	430,214	421,656	169,483	-616,105	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	348,017	599,450	659,812	473,865	-261,262	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	166,168	260,978	183,501	-134,899	-970,948	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	685,829	1230,543	1553,187	1623,424	1086,061	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-171,644	-370,115	-709,874	-1284,458	-2318,271	KIPS-INCH
CPs	0.000	6,968	6,968	6,968	6,968	6,968	FT
CPs (teorico)	0.000	43,643	44,986	45,361	46,350	47,909	%
CP_C	0,000	18,306	18,700	19,762	21,433	24,591	
CL	0,000	0,295	0,550	0,776	0,992	1,149	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,166	0,265	
PU	0,000	106,020	198,064	280,380	360,781	422,848	KIPS
PH	0,000	172,079	321,474	455,079	585,576	686,316	KIPS
MH	0,000	561,906	1049,739	1486,013	1912,139	2241,093	KIPS-FT

Tabla 8-19: Resultados Pala 1 mediante método de Taplin (Problema 1).

PALA 2

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	308,068	571,125	794,572	1001,315	1178,810	KN
FR	0,000	308,234	573,613	803,090	1019,315	1207,864	KN
Q_H	0,000	32,359	59,233	64,889	47,173	-0,407	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	42,734	78,467	91,648	80,894	39,293	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	21,984	39,999	38,130	13,451	-40,106	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	83,569	154,458	198,039	215,931	199,308	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-18,850	-35,992	-68,262	-121,586	-200,121	KN-m
CPs	0.000	2,206	2,206	2,206	2,206	2,206	m
CPs (teorico)	0,000	43,787	45,114	45,175	46,270	47,649	%
CP_C	0,000	18,065	18,117	18,985	20,346	22,214	
CL	0,000	0,310	0,575	0,802	1,012	1,187	
CD	0,000	0,017	0,047	0,094	0,164	0,261	
PU	0,000	510,543	950,102	1330,195	1688,338	2000,641	KN
PH	0,000	818,777	1523,716	2133,285	2707,653	3208,505	KN
MH	0,000	824,740	1534,813	2148,822	2727,373	3231,873	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	69,256	128,394	178,627	225,105	265,007	KIPS
FR	0,000	69,294	128,953	180,542	229,151	271,539	KIPS
Q_H	0,000	286,366	524,184	574,237	417,456	-3,597	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	378,180	694,396	811,043	715,877	347,722	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	194,553	353,972	337,432	119,035	-354,917	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	739,544	1366,884	1752,562	1910,892	1763,787	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-166,812	-318,515	-604,087	-1075,980	-1770,982	KIPS-INCH
CPs	0.000	7,237	7,237	7,237	7,237	7,237	FT
CPs (teorico)	0.000	43,787	45,114	45,175	46,270	47,649	%
CP_C	0,000	18,065	18,117	18,985	20,346	22,214	
CL	0,000	0,310	0,575	0,802	1,012	1,187	
CD	0,000	0,017	0,047	0,094	0,164	0,261	
PU	0,000	114,775	213,592	299,040	379,554	449,762	KIPS
PH	0,000	184,068	342,545	479,581	608,705	721,301	KIPS
MH	0,000	608,305	1132,035	1584,910	2011,634	2383,739	KIPS-FT

Tabla 8-20: Resultados Pala 2 mediante método de Taplin (Problema 1).

PALA 3

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	324,375	599,071	823,886	1023,348		KN
FR	0,000	324,592	601,823	833,259	1042,834		KN
Q_H	0,000	35,831	70,536	82,599	75,042		KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	46,325	89,916	109,253	108,149		KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	25,337	51,155	55,946	41,935		KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	90,237	171,332	221,978	249,225		KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-18,574	-30,261	-56,779	-99,141		KN-m
CPs	0.000	2.296	2.296	2.296	2.296		m
CPs (teorico)	0,000	43,951	45,260	44,962	46,179		%
CP_C	0,000	17,852	17,565	18,253	19,313		
CL	0,000	0,326	0,604	0,833	1,037		
CD	0,000	0,017	0,048	0,093	0,162		
PU	0,000	555,685	1030,291	1426,498	1785,279		KN
PH	0,000	880,277	1632,115	2259,756	2828,113		KN
MH	0,000	897,664	1664,352	2304,391	2883,973		KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	72,922	134,677	185,217	230,058		KIPS
FR	0,000	72,971	135,295	187,324	234,438		KIPS
Q_H	0,000	317,092	624,209	730,968	664,088		KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	409,959	795,720	966,841	957,067		KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	224,225	452,699	495,094	371,110		KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	798,554	1516,212	1964,404	2205,529		KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-164,370	-267,793	-502,469	-877,352		KIPS-INCH
CPs	0.000	7.531	7.531	7.531	7.531		FT
CPs (teorico)	0.000	43,951	45,260	44,962	46,179		%
CP_C	0,000	17,852	17,565	18,253	19,313		
CL	0,000	0,326	0,604	0,833	1,037		
CD	0,000	0,017	0,048	0,093	0,162		
PU	0,000	124,923	231,619	320,689	401,347		KIPS
PH	0,000	197,894	366,914	508,013	635,785		KIPS
MH	0,000	662,092	1227,579	1699,654	2127,138		KIPS-FT

Tabla 8-21: Resultados Pala 3 mediante método de Taplin (Problema 1).

PALA 4

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	343,192	631,524	858,498	1050,672		KN
FR	0,000	343,471	634,582	868,860	1071,854		KN
Q_H	0,000	39,439	82,606	100,897	102,911		KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	50,086	102,199	127,532	135,508		KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	28,791	63,013	74,262	70,314		KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	97,611	190,003	247,753	283,816		KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-18,733	-24,791	-45,958	-77,994		KN-m
CPs	0.000	2.394	2.394	2.394	2.394		m
CPs (teorico)	0,000	44,138	45,426	44,720	46,075		%
CP_C	0,000	17,676	17,051	17,574	18,344		
CL	0,000	0,345	0,637	0,869	1,066		
CD	0,000	0,016	0,049	0,094	0,161		
PU	0,000	608,725	1124,653	1539,859	1862,078		KN
PH	0,000	952,197	1759,235	2408,719	2912,750		KN
MH	0,000	983,346	1816,785	2487,516	3008,036		KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	77,153	141,972	192,998	236,200		KIPS
FR	0,000	77,215	142,660	195,328	240,962		KIPS
Q_H	0,000	349,015	731,026	892,896	910,717		KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	443,242	904,417	1128,604	1199,189		KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	254,789	557,636	657,187	622,246		KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	863,814	1681,446	2192,502	2511,647		KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-165,783	-219,394	-406,711	-690,212		KIPS-INCH
CPs	0.000	7.855	7.855	7.855	7.855		FT
CPs (teorico)	0.000	44,138	45,426	44,720	46,075		%
CP_C	0,000	17,676	17,051	17,574	18,344		
CL	0,000	0,345	0,637	0,869	1,066		
CD	0,000	0,016	0,049	0,094	0,161		
PU	0,000	136,847	252,832	346,174	418,612		KIPS
PH	0,000	214,062	395,492	541,502	654,812		KIPS
MH	0,000	725,289	1340,010	1834,722	2218,643		KIPS-FT

Tabla 8-22: Resultados Pala 4 mediante método de Taplin (Problema 1).

PALA 5

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	364,427	668,398	898,467	1083,669		KN
FR	0,000	364,782	671,803	909,953	1106,763		KN
Q_H	0,000	43,105	95,296	119,456	130,120		KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	53,936	115,162	146,160	162,329		KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	32,273	75,430	92,752	97,912		KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	105,620	210,346	275,085	319,139		KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-19,410	-19,753	-36,174	-58,898		KN-m
CPs	0.000	2.500	2.500	2.500	2.500		m
CPs (teorico)	0,000	44,347	45,611	44,450	45,959		%
CP_C	0,000	17,544	16,588	16,966	17,473		
CL	0,000	0,366	0,674	0,910	1,101		
CD	0,000	0,016	0,050	0,094	0,160		
PU	0,000	670,450	1234,737	1672,443	2034,170		KN
PH	0,000	1035,232	1906,540	2582,396	3140,934		KN
MH	0,000	1083,057	1994,617	2701,696	3286,036		KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	81,926	150,262	201,983	243,619		KIPS
FR	0,000	82,006	151,027	204,566	248,810		KIPS
Q_H	0,000	381,458	843,331	1057,131	1151,508		KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	477,312	1019,137	1293,452	1436,542		KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	285,604	667,524	820,810	866,474		KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	934,689	1861,467	2434,382	2824,240		KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-171,772	-174,806	-320,120	-521,224		KIPS-INCH
CPs	0.000	8.203	8.203	8.203	8.203		FT
CPs (teorico)	0.000	44,347	45,611	44,450	45,959		%
CP_C	0,000	17,544	16,588	16,966	17,473		
CL	0,000	0,366	0,674	0,910	1,101		
CD	0,000	0,016	0,050	0,094	0,160		
PU	0,000	150,723	277,580	375,980	457,300		KIPS
PH	0,000	232,729	428,607	580,546	706,110		KIPS
MH	0,000	798,832	1471,173	1992,695	2423,688		KIPS-FT

Tabla 8-23: Resultados Pala 5 mediante método de Taplin (Problema 1).

PALA 6

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	388,293	709,585	942,389	1118,410		KN
FR	0,000	388,741	713,388	955,166	1143,688		KN
Q_H	0,000	47,102	109,771	140,697	161,190		KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	58,128	129,921	167,457	192,949		KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	36,076	89,622	113,937	129,432		KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	114,605	233,563	306,225	359,105		KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-20,401	-14,020	-24,831	-36,724		KN-m
CPs	0.000	2.615	2.615	2.615	2.615		m
CPs (teorico)	0,000	44,587	45,824	44,139	45,826		%
CP_C	0,000	17,425	16,110	16,323	16,527		
CL	0,000	0,391	0,716	0,956	1,140		
CD	0,000	0,015	0,051	0,094	0,159		
PU	0,000	742,381	1362,362	1824,087	2184,108		KN
PH	0,000	1131,121	2075,750	2779,253	3327,796		KN
MH	0,000	1199,256	2200,785	2946,664	3528,249		KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	87,292	159,521	211,857	251,428		KIPS
FR	0,000	87,392	160,376	214,730	257,111		KIPS
Q_H	0,000	416,832	971,426	1245,108	1426,464		KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	514,407	1149,739	1481,923	1707,510		KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	319,257	793,114	1008,294	1145,417		KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	1014,201	2066,925	2709,957	3177,923		KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-180,537	-124,072	-219,740	-324,995		KIPS-INCH
CPs	0.000	8.580	8.580	8.580	8.580		FT
CPs (teorico)	0.000	44,587	45,824	44,139	45,826		%
CP_C	0,000	17,425	16,110	16,323	16,527		
CL	0,000	0,391	0,716	0,956	1,140		
CD	0,000	0,015	0,051	0,094	0,159		
PU	0,000	166,894	306,271	410,071	491,007		KIPS
PH	0,000	254,286	466,647	624,801	748,118		KIPS
MH	0,000	884,537	1623,237	2173,376	2602,338		KIPS-FT

Tabla 8-24: Resultados Pala 6 mediante método de Taplin (Problema 1).

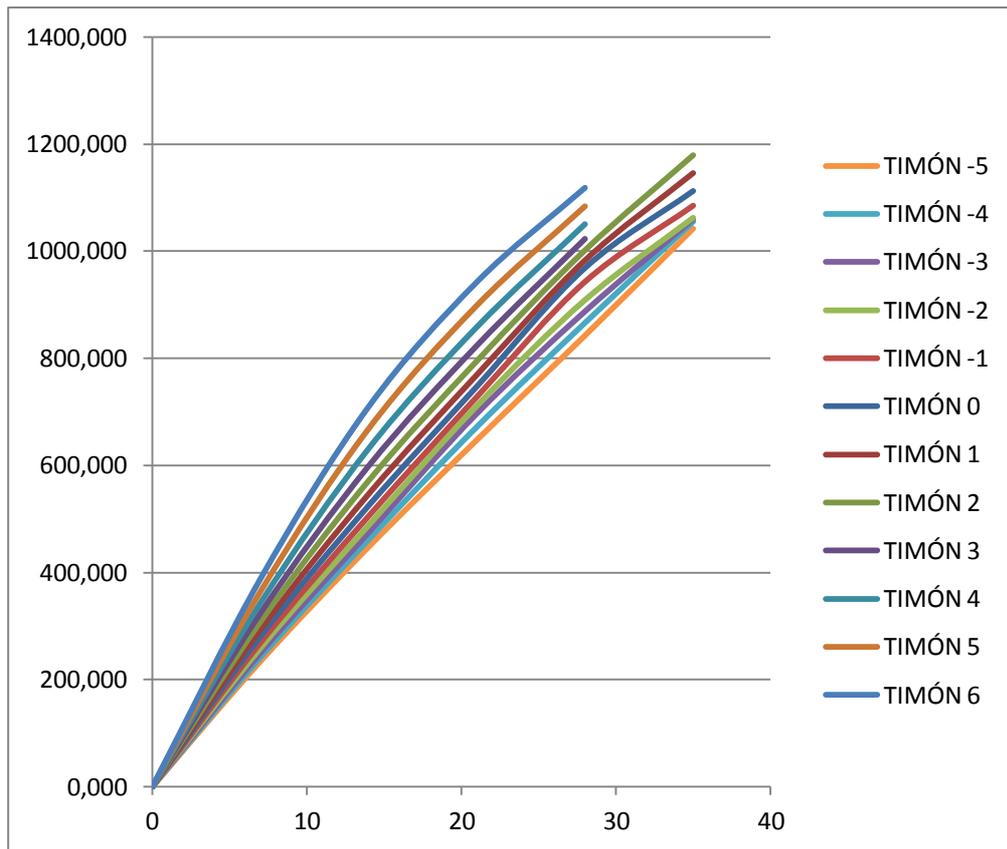


Figura 8-17: Fuerza Normal-Ángulo de ataque Taplin (KN-grados) (Problema 1).

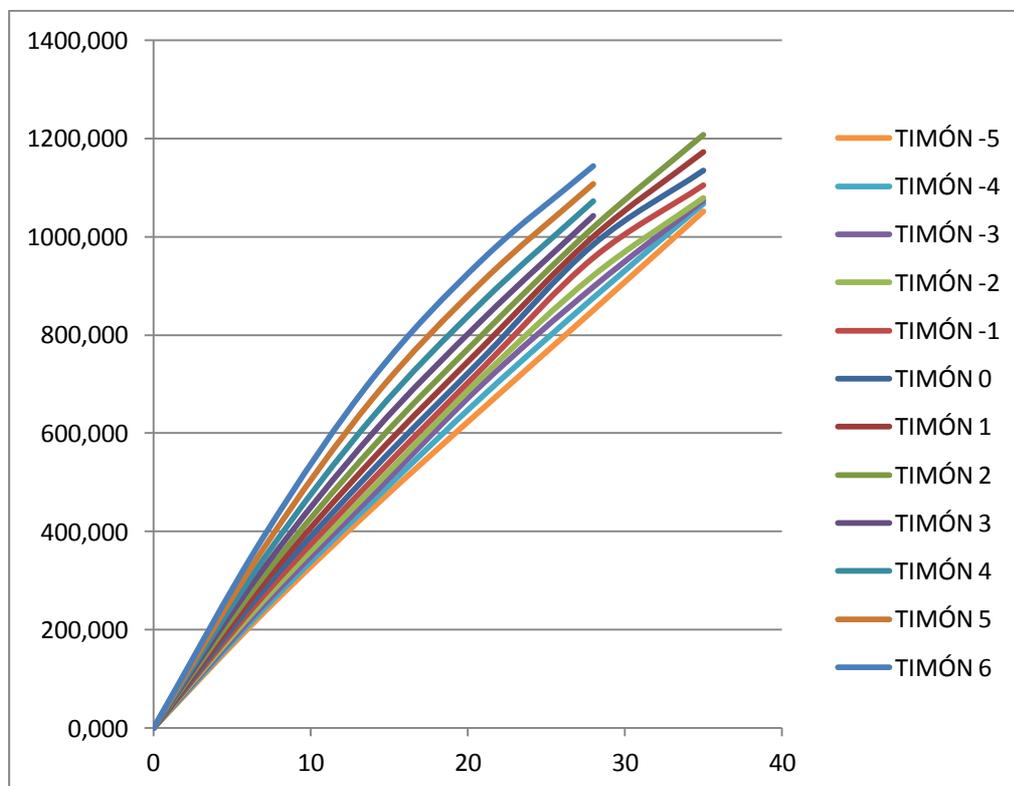


Figura 8-18: Fuerza Resultante-Ángulo de ataque Taplin (KN-grados) (Problema 1).

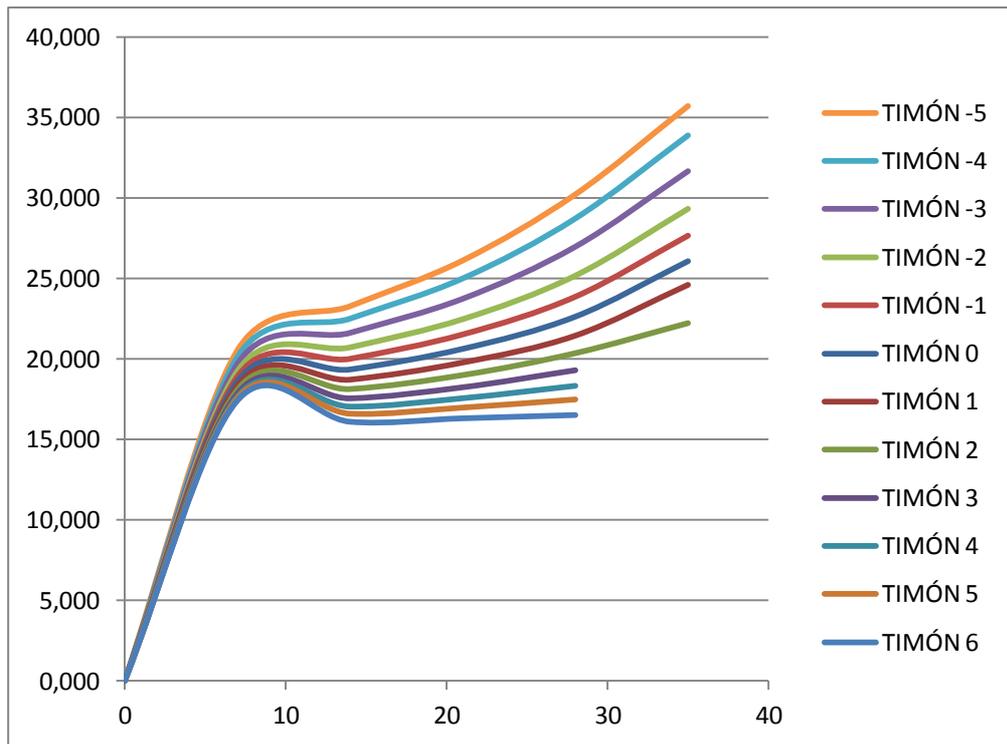


Figura 8-19: Centro de presión a lo largo de la cuerda-Ángulo de ataque Taplin (%) (Problema 1).

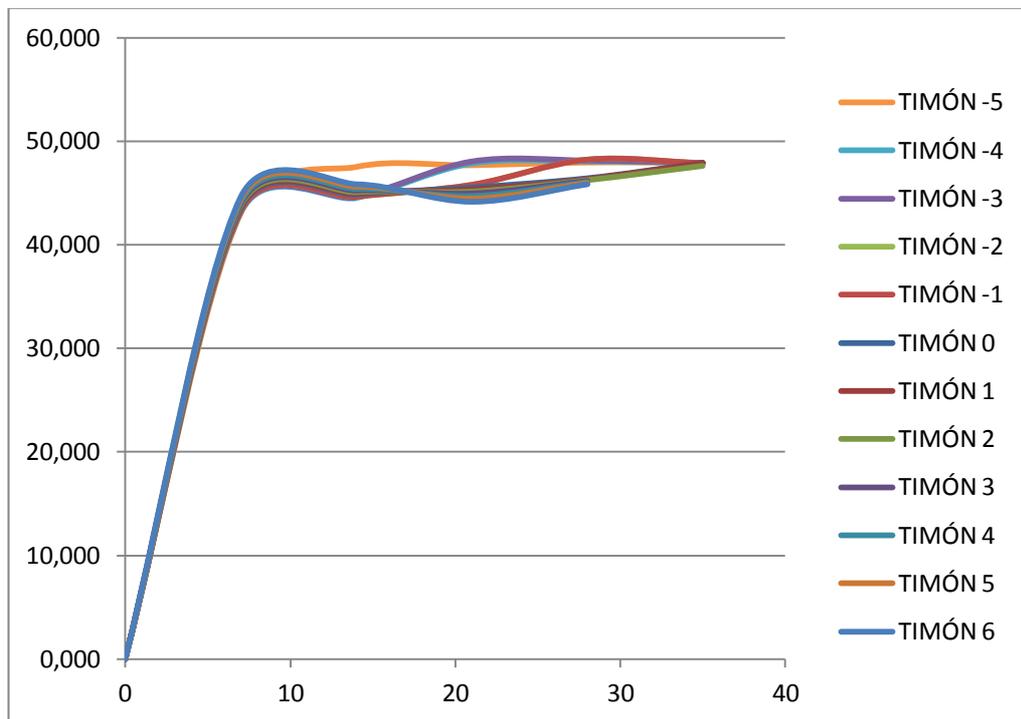


Figura 8-20: Centro de presión teórico a lo largo de la altura-Ángulo de ataque Taplin (%) (Problema 1).

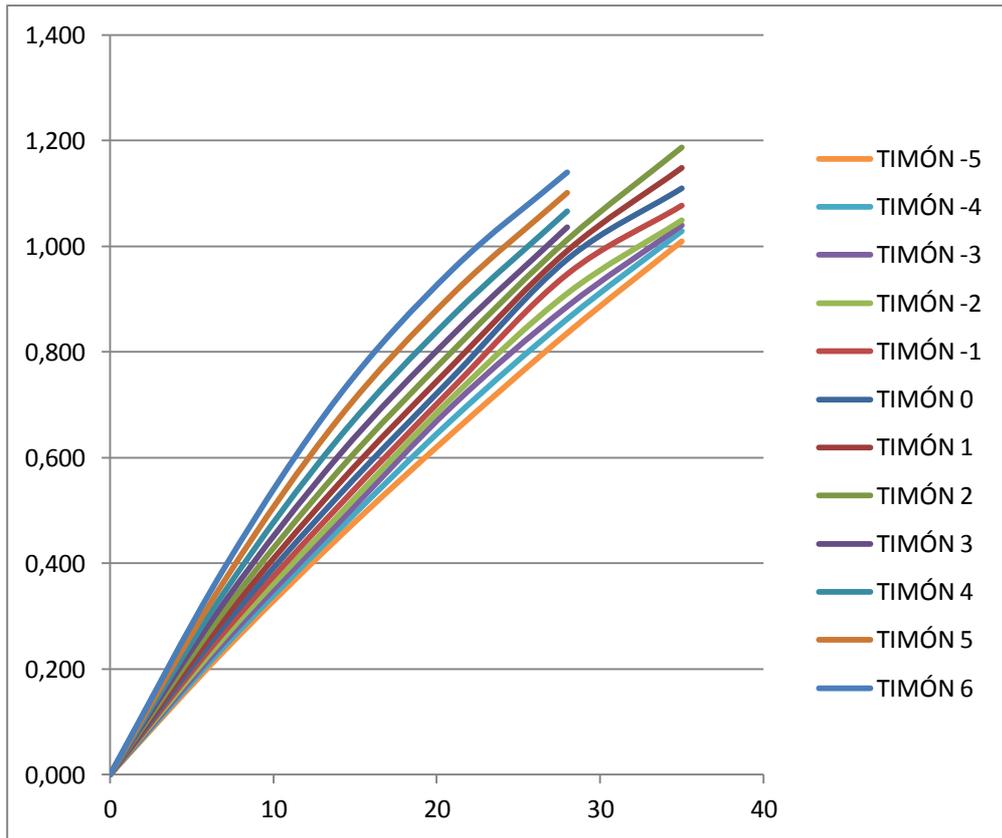


Figura 8-21: Coeficiente de sustentación-Ángulo de ataque Taplin (Problema 1).

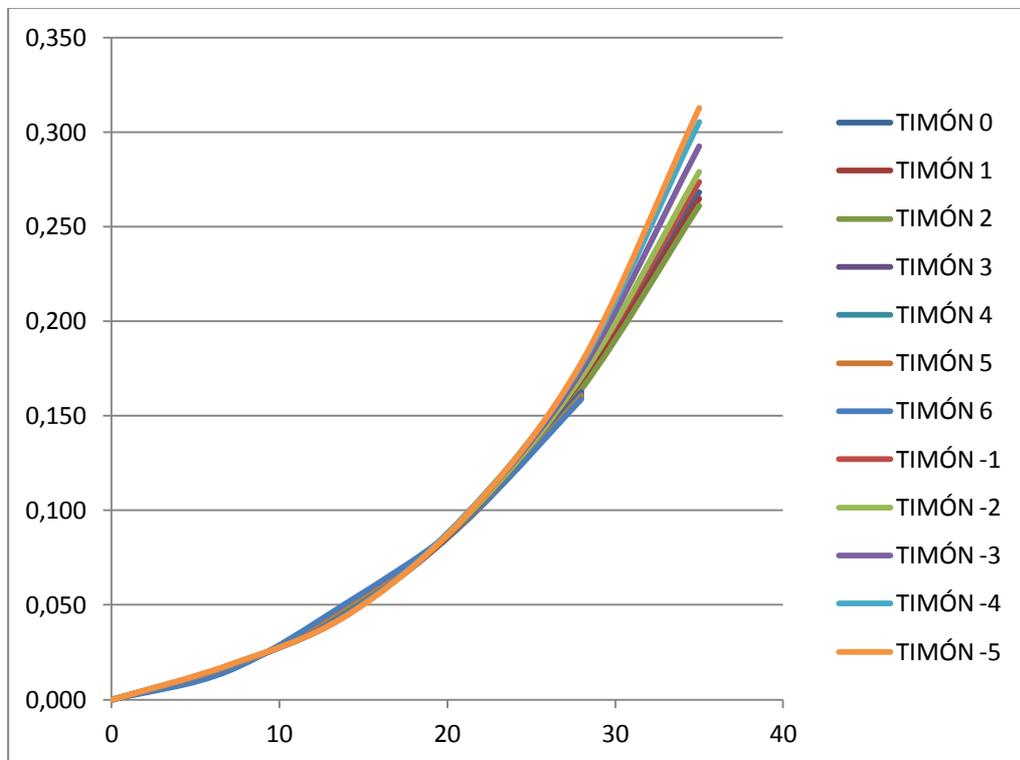


Figura 8-22: Coeficiente de arrastre-Ángulo de ataque Taplin (Problema 1).

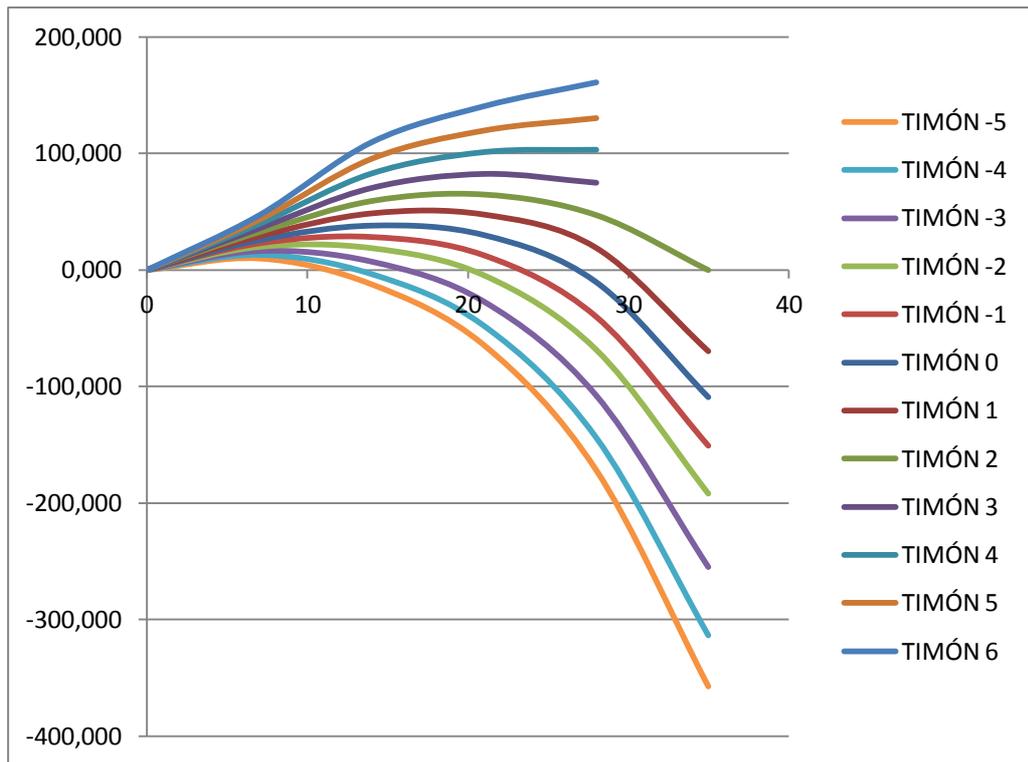


Figura 8-23: Momento torsor-Ángulo de ataque Taplin (KN.m-grados) (Problema 1).

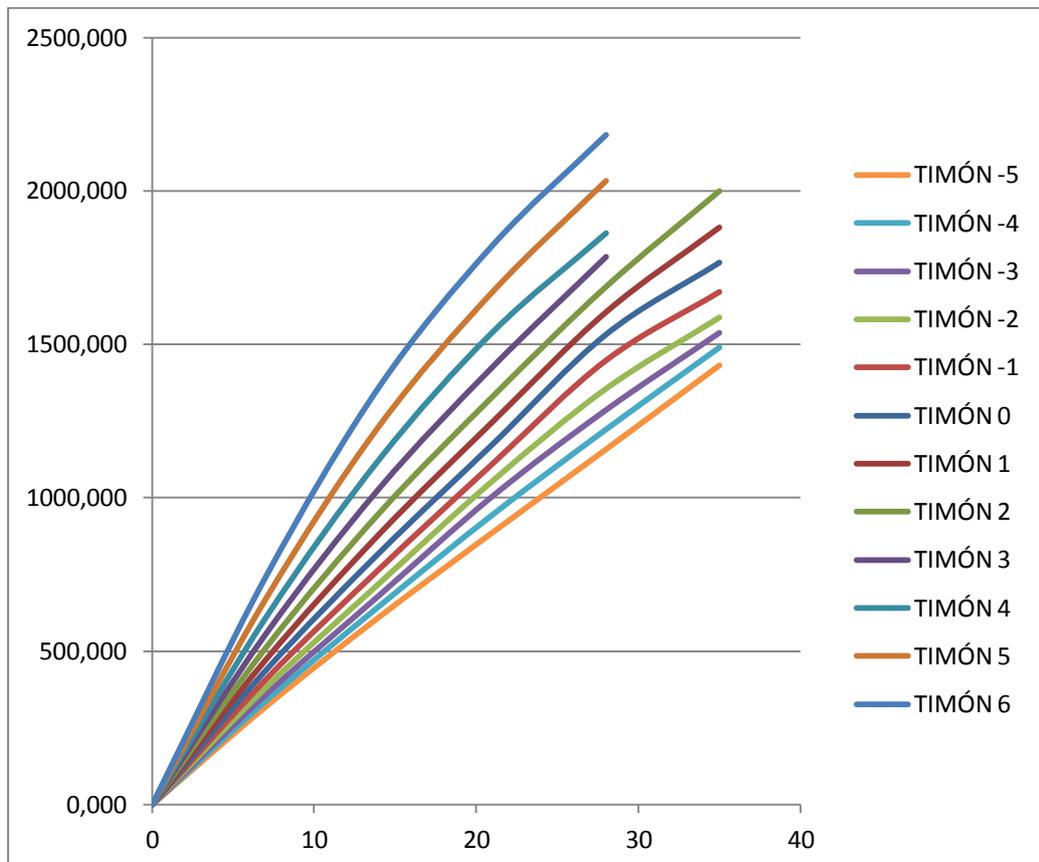


Figura 8-24: Reacción cojinete superior-Ángulo de ataque Taplin (KN-grados) (Problema 1).

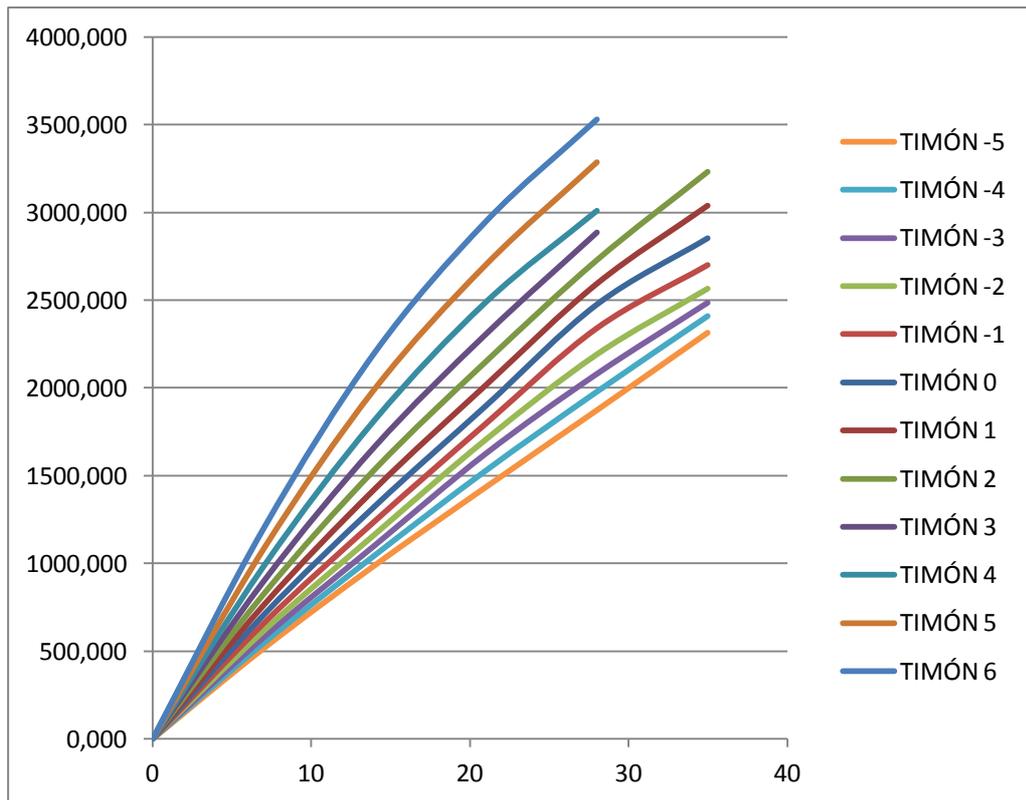


Figura 8-25: Reacción cojinete inferior-Ángulo de ataque Taplin (KN-grados) (Problema 1).

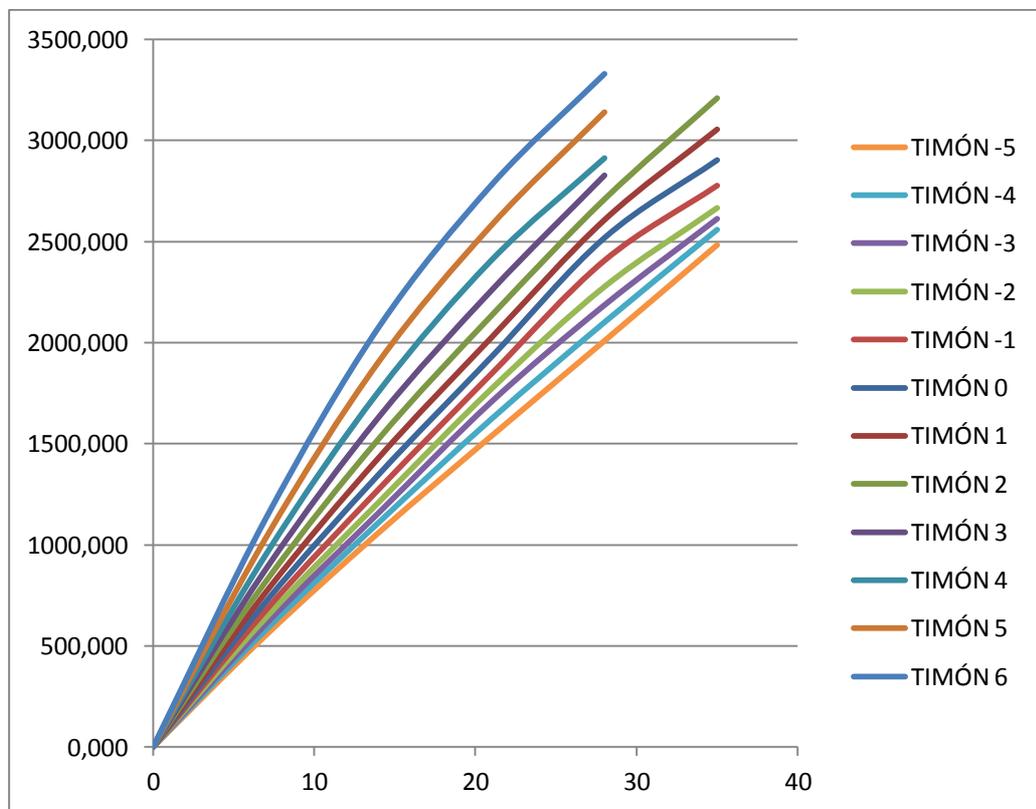


Figura 8-26: Momento flector en el cojinete inferior-Ángulo de ataque Taplin (KN.m-grados) (Problema 1).

8.2.3. CONCLUSIONES

PEQUEÑOS ÁNGULOS

Como se puede apreciar en el estudio hecho a pequeños ángulos todo depende del sentido de rotación de la hélice y del ángulo de ataque de la pala.

- **Sustentación:** la sustentación con respecto al ángulo de ataque tiende a ser lineal. Generalmente cuanto más larga es la pala más sustentación se produce debido a que hay una proporción de la pala mayor tras el flujo de la hélice.

Como se puede ver, la rotación de la hélice tiene una gran influencia en la sustentación dada por la pala. Esta variación es fácil de ver al virar ésta a una u otra banda. Además se puede ver que a 0° , la pala sustenta, por lo que el buque tenderá a ir hacia una banda (debido a la rotación de la hélice). Esta diferencia tiende a disminuir cuanto más larga es la pala del timón. Esto es debido a que una mayor proporción de la pala se encuentra en la parte inferior de la hélice compensando la entrada del flujo en la parte superior de la pala por la banda contraria. Esto provoca que se equilibren las fuerzas al virar la pala a una u otra banda para un mismo ángulo de ataque (positivo y negativo).

Esto nos lleva a pensar que si hubiera la misma proporción de pala para la parte superior e inferior de la hélice (despreciando el coeficiente de estela) el timón daría la misma sustentación a una banda que a la otra.

Particularmente se puede observar que a partir de la pala 4 la sustentación es menor. Las palas 5 y 6, aun teniendo una altura mayor, ofrecen una sustentación menor (tanto a una como a otra banda).

Esto es debido a que las cuerdas en torno a la cara inferior de la pala son muy cortas y por tanto la sustentación de la parte inferior es muy pequeña.

De esta manera, observando el problema desde un punto de vista de la sustentación, la pala 4 sería la más apropiada.

- **Arrastre:** La curva de arrastre con respecto al ángulo de ataque tiende a adquirir forma de parábola. Como se puede apreciar en la Figura 8-6 por lo general cuanto más larga es la pala mayor es la fuerza de arrastre provocada por la misma.

Al igual que en el caso de la sustentación cuanto más larga es la pala una mayor proporción de ésta se encuentra metida en el flujo de la hélice y por tanto al haber una mayor densidad de circulación en cada sección de pala el arrastre también es mayor.

También se puede observar que el arrastre al virar la pala a una banda es diferente que al virarlo a la otra. El arrastre, al igual que la sustentación depende directamente de la circulación a lo largo del perfil, la cual depende de la velocidad de entrada del flujo en cada sección y esto varía en función de la posición en altura y del ángulo efectivo en cada sección.

Particularmente se puede observar que la pala 3 es la que ofrece un mayor arrastre a la banda de babor. El arrastre de la pala es mayor en los bordes que en el centro y éste depende de la derivada de la circulación por lo que tiende a anularse cuando la circulación cambia de signo. Esto provoca que dependiendo de las formas de la pala y de la dirección del flujo el arrastre sea uno u otro.

Es posible que para las palas 3 y 4, al virar a babor, la sección de la pala con mayor circulación coincida con una sección alejada de una circulación con variación de signo o de los bordes de la pala provocando este aumento.

En este caso las palas que ofrecen un menor arrastre son las de menor altura. Debido a esto, desde un punto de vista del arrastre la pala -5 y -4 serían las palas más apropiadas.

- Centro de presión a lo largo de la cuerda: Como se puede observar en la Figura 8-19, generalmente el centro de presión medido desde el borde de ataque en la cuerda media tiende a incrementar su distancia al borde de ataque a la misma vez que se vira la pala del timón. Este estudio muestra la variación del centro de presión a una y otra banda, lo que demuestra que la rotación de la hélice y el flujo de la misma tiene gran influencia en la situación del centro de presión con respecto al ángulo de ataque o por lo menos como muestra el estudio a pequeños ángulos.

Además, se puede comprobar que cuanto más larga es la pala más cerca se encuentra el centro de presión del borde de ataque. La variación del centro de presión hacía popa para palas más cortas no es consecuencia del flujo de la hélice, aunque como se aprecia tiene influencia. En este caso, la variación del centro de presión con respecto a la altura de la pala se debe

fundamentalmente a las formas de las palas estudiadas. Las palas se han desarrollado manteniendo el área, la cuerda superior y el ángulo a $\frac{1}{4}$ cuerda. Esto provoca que cuanto más corta sea la pala la proporción de pala en la zona de popa aumente provocando que el centro de presión se desplace hacía popa.

Por otra parte, es conveniente recalcar dos sucesos con respecto al centro de presión horizontal:

- El centro de presión tiende a desplazarse hacía el borde de ataque cuando decrece la sustentación (cuando el ángulo de ataque tiende a 0° en un flujo ideal). En las hojas de los resultados y gráficos para cada pala hay una zona donde la distancia tiende a ser nula. Esto no sucede en la realidad ya que nunca se conseguiría el cero absoluto. Además en caso de estar en esta situación tanto la densidad de circulación, como el arrastre, como la sustentación sería nula y el centro de presión no existiría, por lo que este punto es un punto significativo.
- Por otro lado se puede ver que en las curvas la posición del centro de presión horizontal aumenta al aumentar el ángulo de ataque, disminuye y vuelve a aumentar otra vez (produciéndose un pico elevado). Esto en la realidad no sucede. El aumento es continuo. Este error viene provocado por el error de estudiar la pala en secciones. Si se hubiera dividido la pala en un número mayor de secciones los cálculos serían más precisos y este pico no se formaría.

Es interesante recalcar que cuanto más larga es la pala el flujo que llega a la pala proveniente de la mitad superior de la hélice se compensa con el flujo que llega a la pala de la mitad inferior de la hélice. Por ello, como se dijo anteriormente, provoca que la pala a cero grados disminuya la sustentación hacía una banda y por tanto disminuya la influencia de la rotación de la hélice sobre la pala.

Esto se puede comprobar con la situación del centro de presión horizontal, ya que provoca que cuanto más larga es la pala el punto significativo tiende a aproximarse a la situación del timón a la vía (sin ángulo de ataque).

- Centro de presión a lo largo de la altura: La Figura 8-10 y la Figura 8-13 muestran la situación del centro de presión para pequeños ángulos.

Como se puede apreciar el centro de presión se encuentra también influenciado enormemente para su posición vertical debido nuevamente a la rotación de la hélice. Esto se deduce de observar el comportamiento de las palas al virar el timón a ambos lados.

Esto es debido a que a la pala le llega más o menos agua dependiendo de la posición en altura, además de llegar agua por un lado o por otro en función de su situación con respecto a la hélice (mitad superior o inferior).

De esta manera cuanto más metida este la pala del timón en el flujo más bajo estará situado el centro de presión. Lo cual es evidente al girar el timón a babor. La Figura 8-13 muestra la distancia vertical desde el canto alto de la pala al centro de presión. Al virar el timón a babor aumenta debido a la rotación de la hélice.

El porcentaje de variación de girar la pala a una u otra banda esta en torno al 20%.

Por otro lado se puede observar que en contrapartida con lo que se ha dicho en el párrafo anterior, según la Figura 8-10, cuanto más larga es la pala más cerca se encuentra el centro de presión del borde superior de la pala. Esto es debido a las formas adoptadas en el estudio. Al alargar la pala se esta disminuyendo la cuerda provocando que la influencia de la parte inferior sea menor que la superior teniendo menos influencia. Además, en esta figura se habla de porcentaje con respecto a la altura por lo que no quiere decir que el centro de presión de la pala 6 este por encima del centro de presión de la pala -6 aunque el porcentaje de la altura sea menor.

La Figura 8-13 muestra en metros la distancia vertical del centro de presión al borde superior de la pala. Como se puede apreciar al virar el timón a una banda, la variación de la altura del centro de presión es enorme, siendo la distancia mayor la de la pala más larga, en cambio para la otra banda la situación del centro de presión para las distintas palas se asemejan más entre ellas.

Esto demuestra que el flujo proveniente de la hélice tiende a bajar el centro de presión de la pala debido a la dirección en que el flujo llega a la hélice, además del aumento de la velocidad axial provocado por la hélice (mayor flujo).

Como se puede observar, la distancia del centro de presión se encuentra en torno al 49% de la cuerda, valor que utiliza Taplin en sus cálculos para un ángulo de 25° (aunque según él y según las graficas en que se basa, el centro de presión vertical tiene poca variación con respecto al ángulo de ataque de la pala).

- Momento torsor: La Figura 8-12 muestra el momento torsor desarrollado por cada pala del estudio en función del ángulo de ataque para pequeños ángulos.

Esta curva se obtiene a partir del ángulo de la Figura 8-11 y Figura 8-9 (fuerza resultante y situación del centro de presión a lo largo de la cuerda) teniendo en cuenta la situación horizontal de la mecha. Por este motivo la apariencia de los resultados depende de los resultados obtenidos en las otras dos figuras.

Generalmente, por lo que se puede apreciar, cuanto más larga es la pala mayor es el par a desarrollar (por lo menos a pequeños ángulos). ¿Qué sucede en realidad?

A ángulos pequeños debido a las formas tomadas el par es mayor pala palas más alargadas ya que el centro de presión se encuentra más a proa de la pala, originando una mayor distancia horizontal entre el centro de presión y la posición de la mecha (brazo torsor) y con ello un par mayor. Este par provocaría que la pala yendo a la vía tendiera a virar sola hasta que el centro de presión coincidiera con la posición de la mecha. Como se puede apreciar, para las palas -4 y -5 el momento es negativo, es decir, el centro de presión esta a popa de la mecha, por lo que el par siempre será negativo provocando que cuanto más ángulo de ataque demos a la pala el brazo torsor será mayor y por tanto el momento aumentará.

Las palas con par positivo del estudio, para ángulos mayores tenderán a disminuir el par (conforme el centro de presión se acerque a la situación de la mecha) y se volverá negativo (cuando el centro de presión se situó a popa de la mecha) aumentando nuevamente el par. Este suceso se verá con más detalle en la Figura 8-23.

De esta manera, en timones largos y con formas afinadas, a pequeños ángulos el par será mayor, pero debido a que el centro de presión siempre

estará en torno a la situación de la mecha, el par a grandes ángulos será menor que el originado por palas con tendencia a una geometría cuadrada.

En definitiva, se puede concluir pensando que cuanto mayor es la cuerda media de la pala, mayor va a ser el par a desarrollar por el servo debido a que el brazo torsor será mayor.

Los bollos que se ven en las figuras en torno a la zona de par nulo son derivados de las imperfecciones en las curvas del centro de presión (debido como se dijo anteriormente al número de secciones en que se ha partido la pala).

- Reacciones en los cojinetes y momento flector máximo: Las reacciones en los cojinetes dependen de la posición vertical del centro de presión y de la fuerza resultante (Figura 8-13 y Figura 8-11), además de la distancia entre el canto alto de la pala y el cojinete inferior y la distancia entre cojinetes. Por lo que como se puede ver, cuanto mayor es la altura de la pala mayores van a ser las reacciones debido a una situación más alejada del centro de presión con respecto al cojinete inferior. Este fenómeno se puede comprobar en la Figura 8-14, Figura 8-15 y Figura 8-16.

Particularmente se puede ver que hay diferencias según se vire el timón a una u otra banda debido a la rotación de la hélice (como era de esperar por las soluciones de las curvas anteriores) aunque como se puede observar, conforme aumenta el ángulo de ataque la pala más larga tiende a desarrollar las reacciones y el momento flector mayor.

También se puede observar que la pala 4 tiende a desarrollar reacciones similares a la pala 6 e incluso mayores en algunos ángulos. Esto es debido a que también, como se vio anteriormente, desarrolla una sustentación mayor debido a sus formas.

GRANDES ÁNGULOS

El estudio realizado a grandes ángulos no tiene en cuenta el sentido de rotación de la hélice, aunque supone que la velocidad de entrada en la pala se encuentra alterada por el flujo de la misma. Además considera un ángulo de desfase entre el ángulo de ataque de la pala y el ángulo de entrada del flujo sobre la hélice. De esta manera se representa el comportamiento tan solo a una banda, debido a que sería simétrica.

- Sustentación: La Figura 8-17 y la Figura 8-18 muestran la fuerza normal a la pala y la fuerza resultante derivadas del estudio del problema 1 mediante el método de Taplin. Como se puede apreciar, igual que sucedía a pequeños ángulos, por lo general cuanto más larga es la pala la fuerza de sustentación que desarrolla es mayor. Esto es debido a que una mayor proporción de pala se encuentra inmersa en el flujo de la hélice en el cual la velocidad de entrada del fluido es mayor que si se estuviera fuera de la misma.

Como se puede ver, para grandes ángulos se cumple esta regla, aunque anteriormente se vio, que a pequeños ángulos, debido a las formas de la pala y a la rotación de la hélice en algunos casos esto no sucedía.

El gráfico muestra que a medida que crece el ángulo de ataque y el alto de la pala, esta regla es evidente (debido a una mayor separación entre las curvas).

Otra observación interesante es que para la pala 3, pala 4, pala 5 y pala 6 esta curva solo se encuentra representada hasta un ángulo de 28° aproximadamente. Este suceso es debido a que en las curvas de donde proceden los datos para plantear el método de Taplin (coeficientes de empuje, arrastre y centro de presión obtenidos del estudio en el túnel de viento) no se representan coeficientes para estas palas a un ángulo mayor del representado debido a que la relación de aspecto es demasiado elevada. Esto provocaría que debido a las formas de la pala (tan alargada y estrecha en su parte inferior) a un ángulo de ataque mayor el flujo podría desprender o dar lugar al fenómeno de la cavitación.

De esta manera, como se puede apreciar, para la misma área, cuanto mayor es la pala mayor es la sustentación, pero una pala con una relación de aspecto demasiado elevada puede dar lugar a un mal comportamiento de la misma a grandes ángulos.

De esta manera, desde un punto de vista tan solo de la fuerza resultante que es capaz de desarrollar la pala, la pala 2 sería la más apropiada (desarrollando la fuerza mayor a los 35°). La pala 6 desarrollaría una fuerza mayor pero a grados mayores de 28° grados podría provocar un comportamiento extraño.

La Figura 8-21 muestra los coeficientes de sustentación obtenidos de las curvas del túnel de viento. Como se puede apreciar hay una relación directa entre la fuerza resultante y el coeficiente de sustentación.

- Arrastre: La Figura 8-22 muestra el coeficiente de arrastre para cada ángulo de ataque obtenido para las diferentes palas.

Como se puede observar y tal y como sucedía en el estudio a pequeños ángulos, la curva del coeficiente de arrastre tiende a adquirir forma de parábola.

Generalmente, igual que sucedía a pequeños ángulos, el arrastre es mayor cuanto más larga sea la pala debido nuevamente a que ésta se encuentra más inmersa en el flujo de la hélice (mayor velocidad de entrada) y por tanto provocando un arrastre mayor.

Particularmente se puede apreciar que en el intervalo entre 0° y 20° se producen alteraciones a lo expuesto en el párrafo anterior. Dependiendo de las formas de la pala hay ángulos en los que el arrastre para palas más cortas son mayores.

Además, se puede observar, que al igual que en el problema de la sustentación, para las palas 3, 4, 5 y 6 no existen datos para ángulos mayores de 28° . La explicación es la misma que se dio en el punto anterior.

Debido a que la fuerza de arrastre es insignificante con respecto a la normal, no se ha representado la curva.

- Ángulo a lo largo de la cuerda: La Figura 8-19 muestra la distancia horizontal entre el centro de presión y el borde de ataque medido en la cuerda media en forma de tanto por ciento.

Generalmente al aumentar el ángulo de ataque de la pala aumenta la distancia horizontal entre el borde de ataque y el centro de presión. También, como se puede ver, por lo general el coeficiente del centro de presión es mayor cuanto más corta es la pala, es decir, la variación del coeficiente de presión es mayor.

Esto es debido a que la pala adquiere formas más cuadradas, siendo la relación de aspecto menor y por tanto aumentando el peso del coeficiente.

Si a este suceso añadimos que la cuerda media para una pala con una altura menor es mayor (para las palas estudiadas, manteniendo la misma área), se podrá observar que el intervalo de variación del centro de presión

horizontal es mucho mayor que el intervalo para una pala con una altura mayor (debido a una menor longitud de cuerda media).

Este suceso va a provocar que el momento torsor sea menor para una pala alargada debido a un menor brazo torsor, además de un comportamiento distinto.

Como se puede observar, entre 0° y 10° el comportamiento del centro de presión es muy similar. En el estudio a pequeños ángulos puede verse con más detalle esta zona, además de observar la alteración debido a la rotación de la hélice.

- Centro de presión a lo largo de la altura: La Figura 8-20 representa la distancia vertical teórica medida desde el canto alto de la pala hasta el centro de presión.

Como se puede apreciar, independientemente de la pala, por lo general el centro de presión permanece constante para todos los ángulos de ataque. El valor entre 0° y 8° no es real, debido a que la posición 0° se trata de un punto singular (no habría sustentación, ni arrastre, ni centro de presión).

Por este motivo Taplin, despreja la variación que existe para cada ángulo de ataque y supone la altura del centro de presión constante al 49% de la altura.

Si la pala no se supusiera detrás de la hélice el centro de presión se podría considerar más alto.

Que el coeficiente del centro de presión vertical sea constante, no significa que la distancia vertical entre el canto alto y el centro de presión sea igual para todas las palas, sino que el porcentaje es constante. Esto derivaría en que cuanto más alargada sea la pala la distancia entre el canto alto de la pala y el centro de presión también será mayor. Este fenómeno tendrá como consecuencia un momento flector mayor en el cojinete inferior y un diámetro de mecha mayor.

Se podría pensar que tomar el 49% de la altura como la distancia del centro de presión sería errónea, debido a que las formas de la pala son mas llenas en la parte superior que la inferior. Esto estaría bien pensado si el timón no estuviera tras el flujo de la hélice. Al considerar el timón tras el flujo de la hélice, debido a que la velocidad de entrada del flujo es mayor en su parte

inferior que en la superior la presión a lo largo de la altura tiende a compensarse situando el centro de presión en torno a la mitad de la altura.

Si se considerará que la pala no va tras el flujo de la hélice se podría suponer el centro de presión del área proyectada por la pala como el centro de presión aunque también se debería de modificar la velocidad de entrada del flujo en la pala despreciando el deslizamiento de la hélice en este caso.

- Momento tursor: La Figura 8-23 muestra el momento tursor con respecto al ángulo de ataque de la pala.

Esta curva es la solución de multiplicar la fuerza resultante por el brazo tursor (distancia horizontal entre la mecha y el centro de presión) por lo que el comportamiento de la misma será función de las otras dos curvas.

Como se puede apreciar, dependiendo de la pala, hay una zona donde es par es positivo y llegado un punto se vuelve negativo. La explicación a este fenómeno es la siguiente.

Para un ángulo de ataque reducido el centro de presión tiende a situarse a proa de la mecha. Conforme va aumentando el ángulo de ataque el centro de presión tiende a desplazarse hacia popa. Así, en el momento en que el centro de presión coincide con la situación de la mecha el brazo tursor será nulo y por tanto el par también. Pasada la situación de la mecha el par cambiará de signo.

Este fenómeno tendrá como consecuencia que según el ángulo de ataque habrá una situación donde el timón tienda a virar por si solo (con centro de presión a proa de la mecha) y a partir de un ángulo tenderá a volver a la vía (centro de posición a popa). Esto tendrá gran influencia en el dimensionamiento del servo que tendrá que estar preparado para aguantar estos pares. Sea cual sea la posición del ángulo de ataque, el timón siempre tenderá a rectificar el ángulo para hacer coincidir el centro de presión con la situación de la mecha. Este fenómeno depende de la compensación de la pala (% de área a proa de la mecha).

Para las palas estudiadas sucede lo siguiente: Cuanto mayor es la altura de la pala mayor es la compensación de la pala, por este motivo el momento originado por la pala 6 tiende a ser siempre positivo. Esto es debido a que el centro de presión siempre se encuentra a proa de la mecha. Por el contrario para la pala -5, debido a que el porcentaje de área compensada es menor, la

curva del par tiende a ser negativa casi en todo su recorrido. Esto es debido a que el centro de presión en casi todo el intervalo se encuentra a popa de la situación de la mecha.

En el estudio desarrollado para ángulos reducidos, Figura 8-12, se podía observar que para la palas -4 y -5 el par era negativo desde el principio. Mediante el método de Taplin se puede observar que la tendencia es esa aunque a un ángulo en torno a 11 grados. Esta diferencia entre las dos curvas es debida a la rotación de la hélice contemplada en el método del F.P. por lo que seguramente ésta tendería a inducir un par negativo siempre. Los pares teniendo en cuenta el coeficiente de error y la fricción en los cojinetes no han sido representadas, pero si se hiciera se podría observar que en la curva donde se considera el par de error, una de ellas, sería desde un principio negativa.

- Reacción en los cojinetes y momento flector: La Figura 8-24, Figura 8-25 y Figura 8-26 representan las reacciones en los cojinetes y el momento flector originado en el cojinete inferior con respecto al ángulo de ataque.

Tanto la reacción en los cojinetes como el momento flector dependen de la fuerza resultante, la posición vertical del centro de presión, de la distancia entre el canto alto de la pala y el cojinete inferior y de la distancia entre cojinetes. Esto quiere decir que, cuanto mayor sea la distancia entre el centro de presión y el cojinete inferior o cuanto mayor sea la fuerza resultante, mayor serán las reacciones en los cojinetes y mayor será el momento flector.

De esta manera, como se puede comprobar en la estas figuras, las reacciones mayores y el momento flector mayor se produce cuanto más alta es la pala.

Anteriormente se vio, que cuanto más alta es la pala mayor es la fuerza resultante y mayor es la distancia vertical entre el canto alto y el centro de presión por lo que los resultados obtenidos en estas figuras son totalmente asumibles.

8.3. PROBLEMA 2

A lo largo de esta sección se plasmarán los datos obtenidos del estudio para el conjunto de palas descritas en 8.1.2.

En un primer lugar se plasmarán las soluciones obtenidas mediante el método de flujo efectivo estudiado en 3.2 y la teoría del flujo potencial estudiada en 4.1.

Ya que la teoría de flujo potencial se supone válida para perfiles delgados y con poco ángulo de ataque se llevará a cabo el cálculo de las fuerzas hidrodinámicas y la situación del centro de presión para ángulos comprendidos entre -10 y 10 grados.

Ya que estamos suponiendo un flujo sobre la pala alterado por la presencia aguas arriba de un casco y una hélice se podrá comprobar la influencia de la hélice sobre la pala y la diferencia de virar el timón a una u otra banda.

Una vez abordado el problema para ángulos reducidos, mediante el método de Taplin se observará como influye la forma de la pala hasta un ángulo de 35 grados.

Por último se desarrollará un apartado con las conclusiones obtenidas sobre el estudio para el problema 2.

8.3.1. MÉTODO DE FLUJO EFECTIVO + FLUJO POTENCIAL

A continuación se plasmarán las tablas con los resultados obtenidos para cada una de las geometrías descritas en 8.1.2 aplicando el método del flujo efectivo y la teoría de flujo potencial.

Una vez expuestos todos los resultados, las figuras muestran los resultados de superponer los valores obtenidos en las tablas.

PALA -6

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	284	247	210	174	138	101	65	29	-7	-44	-80	-116	-153	-189	-226	-262	-299	-336	-373	-411	-449	N
D	15	13	12	10	8	7	6	4	3	2	2	3	4	6	8	11	13	15	18	21	24	N
CL	0,455	0,396	0,338	0,279	0,221	0,162	0,104	0,046	-0,012	-0,070	-0,128	-0,186	-0,245	-0,303	-0,362	-0,421	-0,480	-0,539	-0,599	-0,659	-0,720	
CD	0,024	0,021	0,019	0,016	0,014	0,011	0,009	0,007	0,005	0,004	0,003	0,004	0,007	0,010	0,013	0,017	0,021	0,025	0,029	0,033	0,038	
CPc	0,193	0,193	0,193	0,193	0,193	0,193	0,193	0,191	0,000	0,195	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	
CPs	0,514	0,516	0,519	0,523	0,523	0,516	0,505	0,493	0,482	0,481	0,490	0,468	0,471	0,476	0,480	0,482	0,484	0,486	0,487	0,488	0,489	
FR	284	247	211	174	138	101	65	29	8	44	80	116	153	189	226	262	299	337	374	411	449	N
Qh	28	24	21	17	14	10	6	3	5	4	8	11	15	18	22	25	29	33	36	40	43	N-m
z	1,838	1,846	1,856	1,871	1,871	1,844	1,804	1,763	1,723	1,719	1,752	1,673	1,684	1,703	1,716	1,725	1,732	1,737	1,742	1,745	1,748	m
Pu	406	355	303	252	200	145	92	40	11	59	110	154	203	254	305	357	408	460	512	564	617	N
Ph	690	602	514	427	337	247	157	69	19	103	190	270	356	443	531	619	707	796	886	976	1.066	N
Mh	656	573	490	408	322	235	148	65	18	96	178	249	329	411	493	576	659	743	827	911	996	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	63,82	55,54	47,31	39,10	30,92	22,75	14,60	6,46	-1,68	-9,82	-17,96	-26,12	-34,29	-42,49	-50,71	-58,96	-67,24	-75,57	-83,95	-92,38	-100,87	KIPS
D	3,37	2,98	2,60	2,23	1,89	1,59	1,29	1,01	0,74	0,53	0,36	0,60	0,98	1,42	1,88	2,38	2,90	3,46	4,05	4,67	5,33	KIPS
CL	0,455	0,396	0,338	0,279	0,221	0,162	0,104	0,046	-0,012	-0,070	-0,128	-0,186	-0,245	-0,303	-0,362	-0,421	-0,480	-0,539	-0,599	-0,659	-0,720	
CD	0,024	0,021	0,019	0,016	0,014	0,011	0,009	0,007	0,005	0,004	0,003	0,004	0,007	0,010	0,013	0,017	0,021	0,025	0,029	0,033	0,038	
CPc	0,193	0,193	0,193	0,193	0,193	0,193	0,193	0,191	0,000	0,195	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	0,194	
CPs	0,514	0,516	0,519	0,523	0,523	0,516	0,505	0,493	0,482	0,481	0,490	0,468	0,471	0,476	0,480	0,482	0,484	0,486	0,487	0,488	0,489	
FR	63,91	55,62	47,38	39,16	30,97	22,81	14,66	6,54	1,84	9,83	17,97	26,13	34,31	42,51	50,74	59,00	67,31	75,65	84,05	92,50	101,01	KIPS
Qh	242,54	211,26	180,12	149,09	118,16	87,32	56,55	25,89	40,76	35,94	66,65	97,46	128,35	159,32	190,40	221,60	252,94	284,45	316,15	348,06	380,19	KIPS-INCH
z	7,041	7,071	7,112	7,169	7,167	7,063	6,912	6,756	6,602	6,585	6,713	6,412	6,451	6,524	6,573	6,608	6,635	6,656	6,673	6,686	6,698	FT
Pu	103,47	90,38	77,34	64,35	50,89	37,02	23,37	10,23	2,82	15,07	27,98	39,20	51,72	64,68	77,67	90,72	103,82	116,99	130,24	143,58	157,01	KIPS
Ph	167,38	146,00	124,72	103,52	81,86	59,83	38,03	16,77	4,66	24,91	45,95	65,33	86,03	107,19	128,41	149,72	171,13	192,65	214,29	236,08	258,02	KIPS
Mh	548,40	479,00	409,90	341,07	269,69	196,21	123,89	54,22	14,95	79,89	148,28	207,75	274,14	342,78	411,65	480,79	550,25	620,06	690,28	760,95	832,13	KIPS-FT

Tabla 8-25: Resultados pala -6 mediante flujo potencial (Problema 2).

PALA -5

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	300	262	224	187	149	111	74	37	-1	-38	-76	-113	-151	-188	-226	-264	-302	-340	-378	-417	-456	N
D	18	16	14	12	10	8	7	5	4	3	2	3	4	6	8	11	13	15	18	21	24	N
CL	0,465	0,406	0,347	0,289	0,231	0,173	0,115	0,057	-0,001	-0,059	-0,117	-0,175	-0,233	-0,291	-0,350	-0,409	-0,467	-0,527	-0,586	-0,646	-0,706	
CD	0,028	0,025	0,022	0,019	0,016	0,013	0,011	0,008	0,006	0,004	0,003	0,004	0,007	0,010	0,013	0,016	0,020	0,024	0,028	0,033	0,038	
CPc	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0,187	0,187	0,186	0,000	0,190	0,189	0,189	0,189	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	
CPs	0,520	0,523	0,527	0,532	0,533	0,528	0,518	0,507	0,496	0,490	0,494	0,465	0,460	0,468	0,473	0,477	0,480	0,482	0,484	0,485	0,486	
FR	301	263	225	187	149	112	74	37	4	38	76	113	151	188	226	264	302	340	379	418	457	N
Qh	33	29	25	21	17	12	8	4	2	4	8	12	16	20	25	29	33	37	41	46	50	N-m
z	1,912	1,923	1,937	1,957	1,961	1,940	1,905	1,862	1,823	1,802	1,816	1,708	1,690	1,719	1,739	1,753	1,763	1,771	1,777	1,783	1,787	m
Pu	443	389	335	281	225	167	109	53	6	54	107	152	201	255	309	363	417	472	527	582	638	N
Ph	744	651	559	468	374	278	183	90	10	92	183	266	352	443	535	627	720	813	906	1.000	1.095	N
Mh	716	628	541	453	363	269	176	86	9	87	173	246	325	412	499	587	674	763	851	941	1.031	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	67,47	58,92	50,41	41,93	33,47	25,04	16,62	8,21	-0,19	-8,59	-17,00	-25,42	-33,85	-42,31	-50,79	-59,31	-67,86	-76,45	-85,09	-93,78	-102,54	KIPS
D	4,07	3,60	3,14	2,69	2,27	1,89	1,54	1,21	0,91	0,65	0,42	0,64	0,96	1,41	1,89	2,39	2,91	3,47	4,09	4,77	5,49	KIPS
CL	0,465	0,406	0,347	0,289	0,231	0,173	0,115	0,057	-0,001	-0,059	-0,117	-0,175	-0,233	-0,291	-0,350	-0,409	-0,467	-0,527	-0,586	-0,646	-0,706	
CD	0,028	0,025	0,022	0,019	0,016	0,013	0,011	0,008	0,006	0,004	0,003	0,004	0,007	0,010	0,013	0,016	0,020	0,024	0,028	0,033	0,038	
CPc	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0,187	0,187	0,186	0,000	0,190	0,189	0,189	0,189	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	0,188	
CPs	0,520	0,523	0,527	0,532	0,533	0,528	0,518	0,507	0,496	0,490	0,494	0,465	0,460	0,468	0,473	0,477	0,480	0,482	0,484	0,485	0,486	
FR	67,59	59,03	50,51	42,02	33,55	25,11	16,69	8,30	0,93	8,62	17,01	25,43	33,87	42,33	50,83	59,35	67,92	76,53	85,19	93,91	102,69	KIPS
Qh	290,95	254,30	217,82	181,47	145,24	109,12	73,09	37,19	20,64	35,24	71,15	107,19	143,31	179,53	215,88	252,36	289,01	325,84	362,90	400,20	437,77	KIPS-INCH
z	7,128	7,167	7,219	7,292	7,309	7,229	7,101	6,941	6,796	6,717	6,767	6,368	6,300	6,408	6,481	6,532	6,571	6,601	6,624	6,644	6,660	FT
Pu	110,54	96,97	83,47	70,02	56,02	41,55	27,22	13,29	1,46	13,42	26,66	37,94	50,10	63,49	76,92	90,40	103,94	117,54	131,23	145,00	158,87	KIPS
Ph	178,13	156,01	133,98	112,03	89,57	66,66	43,91	21,59	2,39	22,04	43,66	63,37	83,97	105,82	127,75	149,75	171,86	194,07	216,42	238,91	261,56	KIPS
Mh	585,87	513,96	442,39	371,09	296,90	220,21	144,25	70,42	7,75	71,14	141,27	201,07	265,53	336,49	407,67	479,11	550,87	622,98	695,52	768,52	842,03	KIPS-FT

Tabla 8-26: Resultados pala -5 mediante flujo potencial (Problema 2).

PALA -4

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	316	276	236	197	157	118	79	40	0	-39	-78	-117	-156	-196	-235	-275	-315	-355	-395	-436	-476	N
D	20	17	15	13	11	9	7	5	5	4	4	5	7	9	12	14	17	20	23	26	30	N
CL	0,466	0,407	0,348	0,290	0,232	0,174	0,116	0,058	0,001	-0,057	-0,115	-0,173	-0,231	-0,289	-0,347	-0,406	-0,464	-0,523	-0,583	-0,643	-0,703	
CD	0,029	0,026	0,022	0,019	0,016	0,013	0,011	0,008	0,007	0,006	0,006	0,008	0,010	0,013	0,017	0,021	0,025	0,030	0,034	0,039	0,044	
CPc	0,183	0,183	0,183	0,182	0,182	0,182	0,182	0,180	0,000	0,186	0,185	0,184	0,184	0,184	0,184	0,184	0,183	0,183	0,183	0,183	0,183	
CPs	0,531	0,535	0,541	0,549	0,554	0,552	0,547	0,538	0,517	0,496	0,485	0,451	0,444	0,451	0,459	0,465	0,469	0,473	0,475	0,478	0,479	
FR	316	276	237	197	158	118	79	40	5	39	78	117	157	196	236	275	315	355	396	436	477	N
Qh	39	34	29	24	20	15	10	5	3	4	9	14	19	24	28	33	38	43	48	53	58	N-m
z	2,005	2,021	2,043	2,073	2,092	2,083	2,064	2,033	1,951	1,874	1,833	1,704	1,676	1,704	1,735	1,756	1,773	1,785	1,795	1,803	1,810	m
Pu	485	426	368	310	250	187	124	62	7	57	111	158	208	264	321	379	438	496	555	614	674	N
Ph	801	703	605	507	408	305	203	102	12	95	189	275	365	460	557	655	753	851	951	1.050	1.151	N
Mh	783	688	595	501	404	302	200	100	11	91	180	255	336	426	519	613	707	801	896	992	1.088	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	70,97	62,01	53,10	44,21	35,36	26,52	17,70	8,90	0,09	-8,71	-17,51	-26,33	-35,17	-44,02	-52,91	-61,82	-70,78	-79,78	-88,82	-97,93	-107,10	KIPS
D	4,41	3,90	3,39	2,90	2,44	2,02	1,61	1,20	1,05	0,94	0,90	1,17	1,52	2,04	2,61	3,22	3,86	4,52	5,22	5,96	6,73	KIPS
CL	0,466	0,407	0,348	0,290	0,232	0,174	0,116	0,058	0,001	-0,057	-0,115	-0,173	-0,231	-0,289	-0,347	-0,406	-0,464	-0,523	-0,583	-0,643	-0,703	
CD	0,029	0,026	0,022	0,019	0,016	0,013	0,011	0,008	0,007	0,006	0,006	0,008	0,010	0,013	0,017	0,021	0,025	0,030	0,034	0,039	0,044	
CPc	0,183	0,183	0,183	0,182	0,182	0,182	0,182	0,180	0,000	0,186	0,185	0,184	0,184	0,184	0,184	0,184	0,183	0,183	0,183	0,183	0,183	
CPs	0,531	0,535	0,541	0,549	0,554	0,552	0,547	0,538	0,517	0,496	0,485	0,451	0,444	0,451	0,459	0,465	0,469	0,473	0,475	0,478	0,479	
FR	71,11	62,14	53,21	44,31	35,44	26,60	17,78	8,98	1,05	8,76	17,54	26,36	35,20	44,07	52,97	61,91	70,88	79,90	88,98	98,11	107,31	KIPS
Qh	340,67	298,01	255,54	213,22	171,06	129,01	87,06	45,23	23,37	39,10	80,86	122,80	164,83	207,00	249,31	291,78	334,45	377,33	420,46	463,87	507,59	KIPS-INCH
z	7,275	7,334	7,412	7,522	7,592	7,559	7,490	7,375	7,079	6,801	6,651	6,184	6,083	6,183	6,294	6,373	6,432	6,477	6,514	6,543	6,568	FT
Pu	118,27	104,04	89,87	75,76	61,06	45,67	30,29	15,10	1,71	13,78	27,10	38,41	50,63	64,22	78,29	92,42	106,61	120,87	135,21	149,64	164,16	KIPS
Ph	189,38	166,17	143,08	120,07	96,50	72,27	48,07	24,08	2,76	22,54	44,64	64,77	85,83	108,29	131,26	154,33	177,49	200,77	224,19	247,75	271,47	KIPS
Mh	626,83	551,40	476,32	401,54	323,63	242,03	160,53	80,02	9,07	73,05	143,65	203,60	268,32	340,35	414,96	489,84	565,04	640,61	716,60	793,07	870,05	KIPS-FT

Tabla 8-27: Resultados pala -4 mediante flujo potencial (Problema 2).

PALA -3

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	334	292	251	210	169	128	87	46	5	-35	-76	-117	-158	-199	-240	-281	-323	-364	-406	-448	-491	N
D	22	20	17	15	13	11	9	7	6	5	5	6	8	10	13	16	19	22	25	29	33	N
CL	0,472	0,413	0,355	0,297	0,239	0,181	0,123	0,065	0,008	-0,050	-0,108	-0,165	-0,223	-0,281	-0,340	-0,398	-0,457	-0,515	-0,575	-0,634	-0,694	
CD	0,032	0,028	0,025	0,021	0,018	0,015	0,012	0,011	0,009	0,008	0,007	0,008	0,011	0,014	0,018	0,022	0,027	0,031	0,036	0,041	0,046	
CPc	0,178	0,178	0,178	0,178	0,177	0,177	0,177	0,175	0,150	0,000	0,180	0,180	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	
CPs	0,540	0,546	0,553	0,563	0,570	0,572	0,567	0,548	0,526	0,503	0,488	0,449	0,437	0,437	0,448	0,455	0,461	0,466	0,469	0,472	0,474	
FR	334	293	251	210	169	128	87	47	8	36	76	117	158	199	240	282	323	365	407	449	492	N
Qh	45	39	34	28	23	17	12	7	2	20	10	15	21	26	32	37	43	48	54	60	65	N-m
z	2,095	2,115	2,143	2,181	2,210	2,215	2,197	2,123	2,037	1,948	1,891	1,739	1,694	1,693	1,736	1,765	1,788	1,805	1,818	1,829	1,839	m
Pu	531	468	407	345	281	213	144	75	13	53	111	160	212	266	328	389	451	514	576	639	702	N
Ph	865	761	658	555	450	341	232	122	21	89	188	277	369	465	568	671	774	878	983	1.088	1.194	N
Mh	857	757	657	557	453	344	233	121	21	86	180	258	342	430	530	629	729	830	931	1.032	1.135	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	74,99	65,67	56,38	47,14	37,92	28,72	19,54	10,38	1,22	-7,94	-17,10	-26,28	-35,47	-44,68	-53,92	-63,19	-72,51	-81,87	-91,27	-100,74	-110,27	KIPS
D	5,06	4,46	3,90	3,36	2,85	2,38	1,96	1,67	1,42	1,21	1,05	1,34	1,72	2,19	2,84	3,51	4,22	4,95	5,72	6,53	7,38	KIPS
CL	0,472	0,413	0,355	0,297	0,239	0,181	0,123	0,065	0,008	-0,050	-0,108	-0,165	-0,223	-0,281	-0,340	-0,398	-0,457	-0,515	-0,575	-0,634	-0,694	
CD	0,032	0,028	0,025	0,021	0,018	0,015	0,012	0,011	0,009	0,008	0,007	0,008	0,011	0,014	0,018	0,022	0,027	0,031	0,036	0,041	0,046	
CPc	0,178	0,178	0,178	0,178	0,177	0,177	0,177	0,175	0,150	0,000	0,180	0,180	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	
CPs	0,540	0,546	0,553	0,563	0,570	0,572	0,567	0,548	0,526	0,503	0,488	0,449	0,437	0,437	0,448	0,455	0,461	0,466	0,469	0,472	0,474	
FR	75,16	65,82	56,52	47,26	38,02	28,82	19,64	10,51	1,87	8,03	17,14	26,31	35,51	44,73	54,00	63,29	72,63	82,01	91,45	100,95	110,52	KIPS
Qh	395,19	346,47	297,98	249,68	201,55	153,56	105,72	58,14	14,83	178,31	86,02	133,85	181,80	229,87	278,14	326,58	375,25	424,16	473,34	522,84	572,69	KIPS-INCH
z	7,404	7,477	7,574	7,709	7,813	7,830	7,768	7,504	7,202	6,886	6,684	6,146	5,988	5,986	6,135	6,241	6,319	6,379	6,427	6,467	6,499	FT
Pu	126,84	111,98	97,19	82,47	67,10	50,95	34,49	17,94	3,09	12,77	26,59	38,16	50,44	63,52	78,19	92,91	107,70	122,55	137,48	152,51	167,63	KIPS
Ph	202,00	177,79	153,71	129,72	105,12	79,77	54,14	28,45	4,96	20,80	43,73	64,47	85,95	108,26	132,19	156,21	180,33	204,56	228,94	253,46	278,15	KIPS
Mh	672,24	593,48	515,10	437,07	355,62	270,05	182,82	95,07	16,36	67,67	140,94	202,24	267,32	336,68	414,42	492,44	570,79	649,51	728,66	808,29	888,45	KIPS-FT

Tabla 8-28: Resultados pala -3 mediante flujo potencial (Problema 2).

PALA -2

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	352	309	266	224	181	139	97	54	12	-30	-72	-114	-157	-199	-242	-284	-327	-370	-414	-457	-501	N
D	26	23	20	17	15	12	11	9	7	6	5	6	8	10	13	16	20	23	27	31	35	N
CL	0,481	0,422	0,364	0,306	0,248	0,190	0,132	0,074	0,017	-0,041	-0,099	-0,156	-0,214	-0,272	-0,330	-0,389	-0,447	-0,506	-0,565	-0,625	-0,685	
CD	0,035	0,031	0,027	0,023	0,020	0,017	0,014	0,012	0,010	0,008	0,007	0,009	0,011	0,014	0,018	0,022	0,027	0,032	0,037	0,042	0,048	
CPc	0,173	0,173	0,173	0,173	0,173	0,173	0,172	0,170	0,159	0,000	0,176	0,176	0,175	0,175	0,175	0,175	0,174	0,174	0,174	0,174	0,174	
CPs	0,549	0,555	0,563	0,574	0,584	0,588	0,577	0,559	0,537	0,514	0,496	0,451	0,432	0,428	0,437	0,446	0,453	0,459	0,463	0,467	0,470	
FR	353	310	267	224	182	139	97	55	14	31	72	115	157	199	242	285	328	371	415	458	502	N
Qh	51	45	39	33	27	21	14	8	3	17	10	16	22	28	34	41	47	53	59	66	72	N-m
z	2,181	2,206	2,238	2,283	2,320	2,337	2,294	2,223	2,136	2,045	1,970	1,794	1,716	1,703	1,736	1,774	1,803	1,825	1,842	1,856	1,868	m
Pu	579	513	448	382	314	242	166	92	23	48	109	161	212	268	330	396	461	527	593	660	727	N
Ph	932	823	715	606	496	381	263	147	37	78	182	275	369	468	573	681	789	898	1.008	1.118	1.229	N
Mh	936	829	723	617	507	391	268	148	37	77	177	259	343	433	534	639	745	851	958	1.066	1.174	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	79,14	69,48	59,86	50,28	40,73	31,21	21,70	12,21	2,73	-6,75	-16,24	-25,74	-35,25	-44,78	-54,34	-63,94	-73,57	-83,26	-92,99	-102,78	-112,64	KIPS
D	5,82	5,15	4,50	3,86	3,28	2,76	2,38	2,02	1,68	1,39	1,15	1,42	1,81	2,29	2,93	3,65	4,41	5,20	6,05	6,96	7,91	KIPS
CL	0,481	0,422	0,364	0,306	0,248	0,190	0,132	0,074	0,017	-0,041	-0,099	-0,156	-0,214	-0,272	-0,330	-0,389	-0,447	-0,506	-0,565	-0,625	-0,685	
CD	0,035	0,031	0,027	0,023	0,020	0,017	0,014	0,012	0,010	0,008	0,007	0,009	0,011	0,014	0,018	0,022	0,027	0,032	0,037	0,042	0,048	
CPc	0,173	0,173	0,173	0,173	0,173	0,173	0,172	0,170	0,159	0,000	0,176	0,176	0,175	0,175	0,175	0,175	0,174	0,174	0,174	0,174	0,174	
CPs	0,549	0,555	0,563	0,574	0,584	0,588	0,577	0,559	0,537	0,514	0,496	0,451	0,432	0,428	0,437	0,446	0,453	0,459	0,463	0,467	0,470	
FR	79,35	69,67	60,03	50,43	40,86	31,33	21,83	12,38	3,20	6,90	16,28	25,78	35,29	44,84	54,42	64,04	73,71	83,42	93,19	103,02	112,92	KIPS
Qh	451,02	396,46	342,15	288,07	234,18	180,48	127,00	73,77	22,74	153,09	87,69	141,16	194,77	248,52	302,48	356,65	411,05	465,73	520,72	576,06	631,79	KIPS-INCH
z	7,517	7,601	7,712	7,865	7,995	8,054	7,906	7,660	7,362	7,048	6,790	6,181	5,913	5,868	5,981	6,114	6,213	6,288	6,348	6,396	6,436	FT
Pu	135,60	120,15	104,79	89,49	73,52	56,71	38,91	21,49	5,38	11,17	25,59	37,55	49,64	62,68	77,23	92,49	107,81	123,21	138,68	154,25	169,93	KIPS
Ph	214,95	189,82	164,82	139,92	114,38	88,04	60,74	33,86	8,58	18,07	41,87	63,32	84,93	107,52	131,65	156,53	181,52	206,62	231,87	257,27	282,84	KIPS
Mh	718,65	636,81	555,37	474,29	389,63	300,56	206,23	113,88	28,52	59,22	135,61	199,01	263,07	332,19	409,32	490,20	571,41	652,99	735,02	817,54	900,61	KIPS-FT

Tabla 8-29: Resultados pala -2 mediante flujo potencial (Problema 2).

PALA -1

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	373	329	284	240	196	152	108	64	21	-23	-67	-111	-154	-198	-243	-287	-331	-376	-421	-466	-511	N
D	28	25	22	19	16	14	12	10	8	7	5	6	8	11	13	17	20	24	28	32	37	N
CL	0,492	0,433	0,375	0,316	0,258	0,200	0,143	0,085	0,027	-0,030	-0,088	-0,146	-0,204	-0,262	-0,320	-0,378	-0,437	-0,495	-0,554	-0,614	-0,674	
CD	0,037	0,033	0,029	0,025	0,022	0,019	0,016	0,013	0,011	0,009	0,007	0,009	0,011	0,014	0,017	0,022	0,027	0,032	0,037	0,042	0,048	
CPc	0,169	0,169	0,169	0,169	0,168	0,168	0,168	0,166	0,159	0,000	0,173	0,172	0,171	0,171	0,171	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	
CPs	0,557	0,564	0,573	0,585	0,596	0,597	0,588	0,572	0,551	0,528	0,507	0,456	0,430	0,424	0,425	0,437	0,446	0,453	0,458	0,462	0,466	
FR	374	330	285	241	197	153	109	65	22	24	67	111	155	199	243	287	332	376	422	467	512	N
Qh	58	51	45	38	31	24	17	11	4	14	10	17	23	30	37	44	51	58	65	72	79	N-m
z	2,270	2,298	2,334	2,384	2,430	2,435	2,395	2,332	2,247	2,153	2,066	1,858	1,753	1,730	1,733	1,782	1,818	1,845	1,867	1,884	1,898	m
Pu	635	565	495	425	353	275	193	113	37	39	105	160	213	271	331	400	470	539	610	680	751	N
Ph	1.009	894	780	666	550	427	302	178	60	63	172	270	367	469	574	687	801	916	1.031	1.147	1.263	N
Mh	1.025	912	799	687	570	443	312	183	61	63	170	258	344	437	535	647	759	871	985	1.099	1.213	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	83,90	73,88	63,90	53,96	44,05	34,17	24,32	14,47	4,64	-5,19	-15,03	-24,87	-34,73	-44,61	-54,52	-64,46	-74,44	-84,47	-94,55	-104,69	-114,90	KIPS
D	6,39	5,69	5,00	4,32	3,70	3,17	2,72	2,30	1,89	1,54	1,21	1,45	1,86	2,37	2,95	3,72	4,53	5,38	6,26	7,19	8,21	KIPS
CL	0,492	0,433	0,375	0,316	0,258	0,200	0,143	0,085	0,027	-0,030	-0,088	-0,146	-0,204	-0,262	-0,320	-0,378	-0,437	-0,495	-0,554	-0,614	-0,674	
CD	0,037	0,033	0,029	0,025	0,022	0,019	0,016	0,013	0,011	0,009	0,007	0,009	0,011	0,014	0,017	0,022	0,027	0,032	0,037	0,042	0,048	
CPc	0,169	0,169	0,169	0,169	0,168	0,168	0,168	0,166	0,159	0,000	0,173	0,172	0,171	0,171	0,171	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	
CPs	0,557	0,564	0,573	0,585	0,596	0,597	0,588	0,572	0,551	0,528	0,507	0,456	0,430	0,424	0,425	0,437	0,446	0,453	0,458	0,462	0,466	
FR	84,15	74,10	64,09	54,13	44,21	34,32	24,47	14,65	5,01	5,41	15,07	24,91	34,78	44,67	54,60	64,57	74,58	84,64	94,76	104,94	115,19	KIPS
Qh	513,20	452,46	392,01	331,80	271,83	212,09	152,57	93,31	35,36	120,19	86,35	145,78	205,38	265,14	325,09	385,30	445,77	506,53	567,63	629,11	691,03	KIPS-INCH
z	7,631	7,724	7,847	8,014	8,169	8,186	8,051	7,838	7,554	7,238	6,944	6,247	5,891	5,815	5,826	5,990	6,111	6,203	6,275	6,333	6,381	FT
Pu	145,60	129,52	113,51	97,58	80,98	62,98	44,28	25,93	8,60	8,97	24,13	36,60	48,76	61,99	75,88	91,74	107,66	123,65	139,72	155,89	172,17	KIPS
Ph	229,75	203,61	177,61	151,71	125,19	97,30	68,74	40,59	13,61	14,38	39,21	61,51	83,54	106,67	130,47	156,30	182,23	208,29	234,48	260,83	287,36	KIPS
Mh	771,71	686,44	601,62	517,18	429,22	333,80	234,66	137,44	45,57	47,52	127,90	193,98	258,44	328,57	402,14	486,20	570,58	655,34	740,53	826,23	912,50	KIPS-FT

Tabla 8-30: Resultados pala -1 mediante flujo potencial (Problema 2).

PALA 0

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	397	351	304	259	213	167	122	76	31	-15	-60	-105	-151	-196	-242	-288	-334	-380	-427	-473	-520	N
D	30	27	24	21	18	15	13	11	9	7	6	6	8	11	13	17	20	24	29	33	37	N
CL	0,505	0,446	0,387	0,329	0,271	0,213	0,155	0,097	0,039	-0,018	-0,076	-0,134	-0,192	-0,250	-0,308	-0,366	-0,425	-0,483	-0,543	-0,602	-0,662	
CD	0,038	0,034	0,030	0,026	0,023	0,020	0,017	0,014	0,012	0,009	0,007	0,008	0,011	0,014	0,017	0,021	0,026	0,031	0,036	0,042	0,048	
CPc	0,165	0,165	0,165	0,164	0,164	0,164	0,163	0,162	0,157	0,000	0,170	0,168	0,167	0,167	0,167	0,166	0,166	0,166	0,166	0,166	0,166	
CPs	0,565	0,573	0,582	0,595	0,608	0,608	0,599	0,586	0,566	0,544	0,521	0,463	0,434	0,421	0,420	0,428	0,439	0,447	0,453	0,458	0,462	
FR	398	352	305	259	214	168	122	77	32	16	60	106	151	197	242	288	335	381	428	475	522	N
Qh	66	58	51	43	36	28	21	13	6	9	9	17	24	32	39	47	54	62	70	77	85	N-m
z	2,360	2,391	2,431	2,485	2,540	2,538	2,500	2,447	2,365	2,270	2,174	1,933	1,814	1,757	1,752	1,787	1,832	1,865	1,891	1,913	1,930	m
Pu	697	623	548	474	398	313	225	139	56	28	98	157	214	271	333	403	477	551	625	700	775	N
Ph	1.095	974	854	734	611	480	347	216	89	44	159	262	365	468	576	691	811	932	1.053	1.174	1.297	N
Mh	1.126	1.006	886	766	643	505	364	225	91	44	159	254	345	438	539	651	770	889	1.010	1.130	1.252	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	89,23	78,81	68,45	58,13	47,84	37,59	27,36	17,14	6,94	-3,26	-13,47	-23,68	-33,90	-44,15	-54,42	-64,73	-75,08	-85,47	-95,92	-106,43	-117,01	KIPS
D	6,67	5,97	5,29	4,63	4,00	3,47	2,98	2,51	2,05	1,63	1,25	1,45	1,89	2,40	3,00	3,75	4,60	5,49	6,43	7,40	8,42	KIPS
CL	0,505	0,446	0,387	0,329	0,271	0,213	0,155	0,097	0,039	-0,018	-0,076	-0,134	-0,192	-0,250	-0,308	-0,366	-0,425	-0,483	-0,543	-0,602	-0,662	
CD	0,038	0,034	0,030	0,026	0,023	0,020	0,017	0,014	0,012	0,009	0,007	0,008	0,011	0,014	0,017	0,021	0,026	0,031	0,036	0,042	0,048	
CPc	0,165	0,165	0,165	0,164	0,164	0,164	0,163	0,162	0,157	0,000	0,170	0,168	0,167	0,167	0,167	0,166	0,166	0,166	0,166	0,166	0,166	
CPs	0,565	0,573	0,582	0,595	0,608	0,608	0,599	0,586	0,566	0,544	0,521	0,463	0,434	0,421	0,420	0,428	0,439	0,447	0,453	0,458	0,462	
FR	89,48	79,04	68,65	58,31	48,01	37,75	27,52	17,32	7,23	3,65	13,52	23,72	33,96	44,21	54,51	64,84	75,22	85,65	96,14	106,69	117,31	KIPS
Qh	581,18	514,01	447,18	380,62	314,33	248,30	182,48	116,91	52,18	81,01	81,58	147,19	213,02	279,01	345,20	411,66	478,41	545,49	612,93	680,77	749,08	KIPS-INCH
z	7,744	7,844	7,975	8,153	8,332	8,327	8,203	8,027	7,759	7,447	7,131	6,343	5,953	5,763	5,749	5,863	6,009	6,119	6,205	6,275	6,331	FT
Pu	156,73	139,95	123,26	106,64	89,43	70,27	50,59	31,27	12,69	6,19	22,13	35,28	48,00	60,92	74,96	90,57	107,14	123,77	140,49	157,31	174,23	KIPS
Ph	246,20	218,98	191,91	164,96	137,44	108,02	78,10	48,59	19,93	9,84	35,65	59,01	81,96	105,14	129,47	155,41	182,35	209,42	236,63	263,99	291,54	KIPS
Mh	830,65	741,71	653,25	565,22	473,96	372,44	268,11	165,73	67,27	32,79	117,27	187,01	254,41	322,90	397,31	480,02	567,82	656,00	744,61	833,73	923,40	KIPS-FT

Tabla 8-31: Resultados pala 0 mediante flujo potencial (Problema 2).

PALA 1

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	421	373	325	278	230	183	136	89	42	-5	-52	-99	-146	-193	-240	-288	-335	-383	-431	-479	-528	N
D	31	27	24	21	19	16	14	12	9	7	5	6	8	11	13	17	21	25	29	34	38	N
CL	0,518	0,459	0,401	0,342	0,284	0,226	0,168	0,110	0,052	-0,006	-0,064	-0,122	-0,180	-0,238	-0,296	-0,354	-0,413	-0,472	-0,531	-0,590	-0,650	
CD	0,038	0,034	0,030	0,026	0,023	0,020	0,017	0,014	0,012	0,009	0,007	0,008	0,010	0,013	0,017	0,021	0,025	0,030	0,036	0,041	0,047	
CPc	0,161	0,161	0,161	0,161	0,161	0,161	0,160	0,159	0,156	0,000	0,167	0,165	0,164	0,163	0,163	0,163	0,163	0,163	0,163	0,163	0,163	
CPs	0,572	0,580	0,590	0,604	0,616	0,616	0,609	0,599	0,581	0,559	0,535	0,474	0,439	0,419	0,416	0,418	0,431	0,440	0,447	0,453	0,458	
FR	422	374	326	279	231	184	137	90	43	9	52	99	146	193	241	288	336	384	432	480	529	N
Qh	74	65	57	49	41	32	24	16	8	5	8	16	25	33	41	49	57	66	74	82	91	N-m
z	2,448	2,481	2,524	2,581	2,633	2,636	2,605	2,561	2,483	2,390	2,289	2,029	1,877	1,790	1,779	1,787	1,841	1,882	1,913	1,939	1,959	m
Pu	762	683	604	526	444	353	260	168	79	16	89	153	212	270	335	402	480	558	637	716	796	N
Ph	1.184	1.057	930	804	675	537	397	258	122	24	141	252	358	463	575	690	816	942	1.069	1.196	1.325	N
Mh	1.231	1.103	976	850	717	571	420	272	127	25	144	247	343	437	541	650	776	902	1.029	1.157	1.285	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	94,62	83,84	73,11	62,43	51,78	41,17	30,58	20,01	9,45	-1,10	-11,65	-22,21	-32,78	-43,37	-53,99	-64,65	-75,34	-86,08	-96,87	-107,73	-118,65	KIPS
D	6,86	6,17	5,49	4,83	4,20	3,63	3,11	2,61	2,12	1,66	1,23	1,44	1,84	2,38	3,03	3,74	4,63	5,55	6,52	7,54	8,60	KIPS
CL	0,518	0,459	0,401	0,342	0,284	0,226	0,168	0,110	0,052	-0,006	-0,064	-0,122	-0,180	-0,238	-0,296	-0,354	-0,413	-0,472	-0,531	-0,590	-0,650	
CD	0,038	0,034	0,030	0,026	0,023	0,020	0,017	0,014	0,012	0,009	0,007	0,008	0,010	0,013	0,017	0,021	0,025	0,030	0,036	0,041	0,047	
CPc	0,161	0,161	0,161	0,161	0,161	0,161	0,160	0,159	0,156	0,000	0,167	0,165	0,164	0,163	0,163	0,163	0,163	0,163	0,163	0,163	0,163	
CPs	0,572	0,580	0,590	0,604	0,616	0,616	0,609	0,599	0,581	0,559	0,535	0,474	0,439	0,419	0,416	0,418	0,431	0,440	0,447	0,453	0,458	
FR	94,87	84,07	73,32	62,61	51,95	41,33	30,74	20,18	9,69	1,99	11,71	22,25	32,83	43,44	54,08	64,75	75,48	86,26	97,09	107,99	118,97	KIPS
Qh	647,65	574,52	501,76	429,32	357,17	285,28	213,63	142,22	71,33	44,12	73,58	144,90	216,46	288,21	360,17	432,38	504,93	577,82	651,09	724,80	799,00	KIPS-INCH
z	7,843	7,949	8,086	8,271	8,437	8,446	8,347	8,205	7,956	7,657	7,333	6,500	6,013	5,735	5,699	5,726	5,899	6,030	6,131	6,211	6,277	FT
Pu	167,95	150,51	133,16	115,90	97,80	77,87	57,34	37,10	17,36	3,45	19,61	33,76	46,79	59,63	73,86	88,78	105,95	123,20	140,52	157,94	175,47	KIPS
Ph	262,82	234,58	206,48	178,52	149,75	119,19	88,08	57,28	27,05	5,44	31,32	56,01	79,62	103,07	127,94	153,53	181,43	209,45	237,62	265,94	294,44	KIPS
Mh	890,14	797,70	705,77	614,29	518,33	412,69	303,91	196,64	92,01	18,28	103,93	178,93	247,99	316,03	391,45	470,52	561,54	652,93	744,77	837,10	930,00	KIPS-FT

Tabla 8-32: Resultados pala 1 mediante flujo potencial (Problema 2).

PALA 2

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	445	396	346	297	248	200	151	103	54	6	-43	-91	-140	-188	-237	-286	-335	-384	-434	-483	-533	N
D	31	27	24	21	18	16	14	11	9	7	5	6	8	10	13	17	21	25	29	34	39	N
CL	0,533	0,474	0,415	0,356	0,297	0,239	0,181	0,123	0,065	0,007	-0,051	-0,109	-0,167	-0,225	-0,284	-0,342	-0,401	-0,460	-0,519	-0,579	-0,639	
CD	0,037	0,033	0,029	0,025	0,022	0,019	0,016	0,014	0,011	0,008	0,006	0,007	0,009	0,012	0,016	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040	0,046	
CPc	0,157	0,157	0,157	0,157	0,157	0,156	0,156	0,155	0,152	0,103	0,000	0,161	0,160	0,160	0,159	0,159	0,159	0,159	0,159	0,159	0,158	
CPs	0,579	0,587	0,597	0,611	0,623	0,623	0,619	0,610	0,594	0,574	0,550	0,486	0,443	0,422	0,411	0,412	0,422	0,433	0,442	0,448	0,454	
FR	446	397	347	298	249	200	152	103	55	9	43	91	140	189	237	286	336	385	435	485	535	N
Qh	82	73	64	55	46	37	29	20	11	3	24	16	25	34	43	52	61	70	79	88	97	N-m
z	2,532	2,568	2,613	2,673	2,724	2,728	2,709	2,668	2,601	2,511	2,408	2,127	1,938	1,846	1,800	1,803	1,847	1,895	1,932	1,962	1,986	m
Pu	829	746	663	580	493	397	299	200	104	17	77	147	209	270	333	403	481	563	646	729	813	N
Ph	1.276	1.142	1.010	878	742	597	450	304	159	26	120	238	348	459	571	689	817	948	1.081	1.214	1.348	N
Mh	1.340	1.205	1.071	937	796	641	482	324	169	27	124	237	337	437	539	651	777	910	1.044	1.178	1.313	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	100,11	88,97	77,88	66,85	55,86	44,90	33,97	23,06	12,17	1,28	-9,61	-20,50	-31,41	-42,33	-53,28	-64,27	-75,29	-86,36	-97,49	-108,67	-119,93	KIPS
D	6,87	6,15	5,45	4,78	4,15	3,59	3,06	2,55	2,05	1,57	1,12	1,34	1,69	2,31	2,98	3,75	4,61	5,56	6,55	7,60	8,72	KIPS
CL	0,533	0,474	0,415	0,356	0,297	0,239	0,181	0,123	0,065	0,007	-0,051	-0,109	-0,167	-0,225	-0,284	-0,342	-0,401	-0,460	-0,519	-0,579	-0,639	
CD	0,037	0,033	0,029	0,025	0,022	0,019	0,016	0,014	0,011	0,008	0,006	0,007	0,009	0,012	0,016	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040	0,046	
CPc	0,157	0,157	0,157	0,157	0,157	0,156	0,156	0,155	0,152	0,103	0,000	0,161	0,160	0,160	0,159	0,159	0,159	0,159	0,159	0,159	0,158	
CPs	0,579	0,587	0,597	0,611	0,623	0,623	0,619	0,610	0,594	0,574	0,550	0,486	0,443	0,422	0,411	0,412	0,422	0,433	0,442	0,448	0,454	
FR	100,34	89,18	78,07	67,02	56,01	45,04	34,11	23,20	12,34	2,02	9,67	20,54	31,45	42,39	53,36	64,37	75,43	86,54	97,71	108,94	120,25	KIPS
Qh	725,54	645,56	566,00	486,81	407,94	329,37	251,04	172,94	95,19	25,16	214,75	140,39	218,49	296,84	375,39	454,22	533,37	612,89	692,83	773,23	854,17	KIPS-INCH
z	7,929	8,039	8,181	8,370	8,529	8,541	8,482	8,353	8,143	7,863	7,540	6,660	6,068	5,778	5,634	5,646	5,781	5,933	6,050	6,143	6,218	FT
Pu	179,26	161,18	143,20	125,32	106,42	85,68	64,49	43,31	22,54	3,59	16,57	31,78	45,15	58,54	72,24	87,28	104,20	122,02	139,92	157,92	176,02	KIPS
Ph	279,61	250,36	221,28	192,34	162,43	130,72	98,60	66,51	34,88	5,62	26,25	52,33	76,60	100,93	125,60	151,65	179,63	208,56	237,63	266,86	296,27	KIPS
Mh	950,10	854,27	758,98	664,20	564,01	454,09	341,81	229,53	119,47	19,04	87,83	168,46	239,30	310,24	382,85	462,56	552,26	646,71	741,59	836,97	932,92	KIPS-FT

Tabla 8-33: Resultados pala 2 mediante flujo potencial (Problema 2).

PALA 3

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	470	419	368	317	267	217	166	116	67	17	-33	-83	-133	-183	-233	-283	-334	-384	-435	-487	-538	N
D	39	34	30	26	22	19	16	13	10	8	5	6	7	10	13	16	20	25	29	34	39	N
CL	0,549	0,489	0,430	0,371	0,312	0,253	0,195	0,136	0,078	0,020	-0,039	-0,097	-0,155	-0,214	-0,272	-0,331	-0,390	-0,449	-0,509	-0,569	-0,629	
CD	0,045	0,040	0,035	0,030	0,026	0,022	0,019	0,015	0,012	0,009	0,006	0,007	0,009	0,011	0,015	0,019	0,024	0,029	0,034	0,040	0,046	
CPc	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153	0,152	0,151	0,149	0,134	0,000	0,158	0,157	0,156	0,156	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	
CPs	0,584	0,592	0,603	0,617	0,628	0,629	0,628	0,619	0,607	0,588	0,565	0,497	0,451	0,424	0,408	0,407	0,413	0,426	0,436	0,443	0,449	
FR	471	420	369	318	268	217	167	117	67	18	34	83	133	183	233	284	334	385	436	488	539	N
Qh	91	81	72	62	52	43	33	23	14	4	19	15	25	34	44	54	63	73	83	93	103	N-m
z	2,613	2,650	2,698	2,760	2,812	2,817	2,810	2,772	2,716	2,630	2,528	2,225	2,017	1,898	1,825	1,823	1,849	1,906	1,950	1,984	2,012	m
Pu	899	811	723	636	544	442	340	235	133	35	62	139	205	268	332	403	480	566	653	741	829	N
Ph	1.371	1.231	1.092	954	812	660	507	352	200	54	96	222	338	452	565	687	814	952	1.090	1.228	1.368	N
Mh	1.453	1.310	1.169	1.028	879	715	548	380	215	57	101	224	331	434	536	651	775	915	1.055	1.197	1.338	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	105,58	94,10	82,67	71,30	59,97	48,69	37,43	26,19	14,97	3,76	-7,45	-18,66	-29,89	-41,13	-52,40	-63,70	-75,04	-86,43	-97,87	-109,37	-120,94	KIPS
D	8,73	7,73	6,78	5,86	5,00	4,29	3,61	2,97	2,35	1,76	1,19	1,34	1,64	2,18	2,86	3,69	4,57	5,51	6,52	7,62	8,78	KIPS
CL	0,549	0,489	0,430	0,371	0,312	0,253	0,195	0,136	0,078	0,020	-0,039	-0,097	-0,155	-0,214	-0,272	-0,331	-0,390	-0,449	-0,509	-0,569	-0,629	
CD	0,045	0,040	0,035	0,030	0,026	0,022	0,019	0,015	0,012	0,009	0,006	0,007	0,009	0,011	0,015	0,019	0,024	0,029	0,034	0,040	0,046	
CPc	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153	0,152	0,151	0,149	0,134	0,000	0,158	0,157	0,156	0,156	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	
CPs	0,584	0,592	0,603	0,617	0,628	0,629	0,628	0,619	0,607	0,588	0,565	0,497	0,451	0,424	0,408	0,407	0,413	0,426	0,436	0,443	0,449	
FR	105,94	94,41	82,95	71,54	60,18	48,87	37,60	26,36	15,15	4,15	7,54	18,71	29,93	41,19	52,47	63,80	75,18	86,60	98,08	109,64	121,26	KIPS
Qh	802,44	715,92	629,87	544,24	458,99	374,11	289,51	205,16	121,13	39,24	167,46	133,03	217,22	301,66	386,34	471,33	556,63	642,32	728,44	815,07	902,26	KIPS-INCH
z	7,999	8,113	8,258	8,449	8,609	8,623	8,601	8,485	8,313	8,050	7,738	6,810	6,173	5,810	5,587	5,580	5,661	5,834	5,968	6,073	6,158	FT
Pu	190,68	171,95	153,34	134,84	115,24	93,72	71,94	49,86	28,17	7,51	13,21	29,48	43,56	57,12	70,57	85,72	102,14	120,50	138,94	157,49	176,14	KIPS
Ph	296,62	266,37	236,29	206,38	175,43	142,59	109,54	76,21	43,33	11,66	20,75	48,19	73,49	98,30	123,04	149,52	177,31	207,10	237,03	267,12	297,40	KIPS
Mh	1.010,59	911,36	812,73	714,64	610,79	496,71	381,29	264,23	149,31	39,81	69,99	156,23	230,84	302,71	374,00	454,32	541,32	638,64	736,40	834,68	933,53	KIPS-FT

Tabla 8-34: Resultados pala 3 mediante flujo potencial (Problema 2).

PALA 4

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	495	442	390	338	286	234	182	131	79	28	-24	-75	-127	-178	-230	-281	-333	-386	-438	-491	-544	N
D	50	44	39	34	30	26	22	19	15	12	9	9	10	12	15	18	22	26	31	35	40	N
CL	0,565	0,505	0,445	0,385	0,326	0,267	0,208	0,149	0,090	0,032	-0,027	-0,086	-0,144	-0,203	-0,262	-0,321	-0,381	-0,440	-0,500	-0,560	-0,621	
CD	0,057	0,051	0,045	0,039	0,034	0,029	0,025	0,021	0,017	0,014	0,010	0,010	0,011	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040	0,046	
CPc	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,149	0,149	0,148	0,146	0,138	0,166	0,156	0,154	0,153	0,153	0,152	0,152	0,152	0,152	0,152	0,152	
CPs	0,588	0,596	0,607	0,621	0,633	0,634	0,635	0,627	0,617	0,599	0,577	0,507	0,459	0,425	0,409	0,402	0,406	0,420	0,431	0,439	0,446	
FR	498	445	392	339	287	235	184	132	81	30	25	76	127	178	230	282	334	387	439	492	545	N
Qh	100	90	79	69	58	48	38	27	17	7	4	14	24	35	45	55	66	76	87	97	108	N-m
z	2,690	2,729	2,777	2,841	2,895	2,901	2,905	2,870	2,824	2,741	2,642	2,318	2,099	1,947	1,872	1,842	1,857	1,922	1,971	2,010	2,042	m
Pu	973	880	788	696	598	491	383	273	164	60	49	130	202	267	334	404	481	572	664	755	848	N
Ph	1.471	1.325	1.179	1.035	885	726	567	405	245	90	74	206	329	445	564	686	815	959	1.103	1.247	1.393	N
Mh	1.572	1.422	1.272	1.124	966	793	619	441	266	97	78	211	326	431	539	652	777	924	1.072	1.220	1.369	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	111,30	99,44	87,65	75,92	64,23	52,58	40,97	29,38	17,81	6,25	-5,31	-16,87	-28,44	-40,03	-51,64	-63,28	-74,97	-86,70	-98,48	-110,33	-122,25	KIPS
D	11,20	9,99	8,83	7,71	6,67	5,79	4,94	4,16	3,40	2,67	1,97	2,00	2,25	2,62	3,28	4,02	4,86	5,87	6,90	7,95	9,04	KIPS
CL	0,565	0,505	0,445	0,385	0,326	0,267	0,208	0,149	0,090	0,032	-0,027	-0,086	-0,144	-0,203	-0,262	-0,321	-0,381	-0,440	-0,500	-0,560	-0,621	
CD	0,057	0,051	0,045	0,039	0,034	0,029	0,025	0,021	0,017	0,014	0,010	0,010	0,011	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040	0,046	
CPc	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,149	0,149	0,148	0,146	0,138	0,166	0,156	0,154	0,153	0,153	0,152	0,152	0,152	0,152	0,152	0,152	
CPs	0,588	0,596	0,607	0,621	0,633	0,634	0,635	0,627	0,617	0,599	0,577	0,507	0,459	0,425	0,409	0,402	0,406	0,420	0,431	0,439	0,446	
FR	111,86	99,94	88,10	76,31	64,58	52,90	41,27	29,67	18,13	6,79	5,66	16,99	28,53	40,11	51,74	63,41	75,13	86,90	98,73	110,62	122,58	KIPS
Qh	881,96	788,83	696,23	604,09	512,41	421,17	330,25	239,68	149,55	61,53	35,97	124,89	215,08	305,58	396,43	487,57	579,06	671,00	763,37	856,24	949,67	KIPS-INCH
z	8,055	8,169	8,315	8,505	8,668	8,686	8,698	8,592	8,454	8,208	7,910	6,941	6,285	5,829	5,606	5,514	5,559	5,754	5,902	6,019	6,113	FT
Pu	202,50	183,09	163,81	144,63	124,37	102,07	79,71	56,72	34,19	12,50	10,10	27,18	42,12	55,77	69,76	84,39	100,62	119,59	138,63	157,76	177,00	KIPS
Ph	314,36	283,04	251,90	220,94	188,95	154,97	120,97	86,39	52,32	19,29	15,76	44,17	70,65	95,88	121,51	147,80	175,75	206,48	237,36	268,38	299,59	KIPS
Mh	1.073,27	970,39	868,17	766,54	659,16	540,99	422,46	300,63	181,19	66,23	53,52	144,06	223,24	295,59	369,75	447,28	533,29	633,81	734,74	836,15	938,11	KIPS-FT

Tabla 8-35: Resultados pala 4 mediante flujo potencial (Problema 2).

PALA 5

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	520	466	412	358	305	251	198	145	92	39	-14	-67	-120	-173	-226	-279	-333	-386	-440	-494	-549	N
D	74	66	59	52	46	40	35	30	25	20	16	15	15	16	18	20	23	29	35	40	46	N
CL	0,586	0,525	0,464	0,403	0,343	0,283	0,223	0,163	0,104	0,044	-0,016	-0,075	-0,135	-0,195	-0,254	-0,314	-0,375	-0,435	-0,496	-0,557	-0,618	
CD	0,083	0,075	0,067	0,059	0,052	0,045	0,039	0,034	0,028	0,023	0,018	0,017	0,017	0,018	0,020	0,023	0,026	0,032	0,039	0,045	0,052	
CPc	0,147	0,147	0,147	0,147	0,146	0,146	0,146	0,145	0,144	0,138	0,000	0,153	0,151	0,150	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,148	
CPs	0,591	0,599	0,609	0,623	0,634	0,637	0,639	0,633	0,624	0,609	0,588	0,517	0,465	0,427	0,408	0,396	0,399	0,414	0,426	0,435	0,443	
FR	525	471	416	362	308	254	201	148	95	44	21	68	121	173	227	280	333	387	441	496	551	N
Qh	110	99	87	76	65	54	43	32	21	10	12	13	24	35	46	57	68	79	91	102	113	N-m
z	2,762	2,801	2,850	2,914	2,965	2,979	2,987	2,961	2,919	2,846	2,750	2,416	2,174	1,998	1,909	1,852	1,868	1,936	1,992	2,036	2,071	m
Pu	1.051	953	855	758	655	543	430	314	200	91	42	122	197	265	334	402	482	577	673	769	866	N
Ph	1.576	1.423	1.271	1.120	963	798	631	462	295	135	63	191	318	438	560	682	816	964	1.114	1.265	1.417	N
Mh	1.698	1.539	1.381	1.225	1.058	878	695	508	323	146	68	197	319	428	539	650	779	932	1.087	1.242	1.399	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	116,97	104,75	92,61	80,52	68,48	56,49	44,53	32,60	20,69	8,79	-3,10	-15,00	-26,90	-38,82	-50,77	-62,75	-74,76	-86,82	-98,94	-111,12	-123,37	KIPS
D	16,57	14,90	13,30	11,76	10,33	9,05	7,84	6,72	5,64	4,60	3,61	3,41	3,39	3,51	3,96	4,54	5,24	6,47	7,76	9,07	10,40	KIPS
CL	0,586	0,525	0,464	0,403	0,343	0,283	0,223	0,163	0,104	0,044	-0,016	-0,075	-0,135	-0,195	-0,254	-0,314	-0,375	-0,435	-0,496	-0,557	-0,618	
CD	0,083	0,075	0,067	0,059	0,052	0,045	0,039	0,034	0,028	0,023	0,018	0,017	0,017	0,018	0,020	0,023	0,026	0,032	0,039	0,045	0,052	
CPc	0,147	0,147	0,147	0,147	0,146	0,146	0,146	0,145	0,144	0,138	0,000	0,153	0,151	0,150	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,148	
CPs	0,591	0,599	0,609	0,623	0,634	0,637	0,639	0,633	0,624	0,609	0,588	0,517	0,465	0,427	0,408	0,396	0,399	0,414	0,426	0,435	0,443	
FR	118,13	105,81	93,56	81,37	69,26	57,21	45,22	33,28	21,44	9,92	4,76	15,38	27,12	38,98	50,92	62,91	74,95	87,07	99,25	111,49	123,81	KIPS
Qh	968,34	868,15	768,57	669,54	571,07	473,16	375,71	278,79	182,69	89,84	105,77	116,59	212,08	308,51	405,52	502,88	600,64	699,08	798,00	897,45	997,48	KIPS-INCH
z	8,091	8,206	8,350	8,538	8,689	8,730	8,751	8,676	8,554	8,339	8,057	7,080	6,369	5,854	5,594	5,427	5,473	5,674	5,837	5,965	6,067	FT
Pu	214,68	194,56	174,59	154,73	133,66	110,86	87,80	64,15	40,83	18,49	8,63	25,02	40,47	54,38	68,54	82,70	99,16	118,51	138,14	157,87	177,70	KIPS
Ph	332,81	300,37	268,14	236,11	202,92	168,07	133,01	97,44	62,28	28,41	13,39	40,40	67,58	93,37	119,47	145,61	174,11	205,57	237,38	269,36	301,50	KIPS
Mh	1.137,79	1.031,18	925,30	820,09	708,41	587,54	465,31	340,01	216,42	98,01	45,72	132,59	214,48	288,24	363,27	438,30	525,57	628,08	732,14	836,68	941,78	KIPS-FT

Tabla 8-36: Resultados pala 5 mediante flujo potencial (Problema 2).

PALA 6

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	543	487	432	377	322	267	212	158	104	49	-5	-59	-113	-168	-222	-277	-332	-387	-442	-497	-553	N
D	84	75	67	59	52	46	40	34	29	24	19	18	17	18	19	22	25	31	37	44	50	N
CL	0,601	0,539	0,478	0,417	0,356	0,295	0,235	0,175	0,115	0,055	-0,005	-0,066	-0,126	-0,186	-0,246	-0,306	-0,367	-0,428	-0,489	-0,550	-0,612	
CD	0,093	0,083	0,074	0,066	0,058	0,051	0,044	0,038	0,032	0,026	0,021	0,020	0,019	0,020	0,021	0,024	0,027	0,034	0,041	0,048	0,056	
CPc	0,144	0,144	0,144	0,144	0,143	0,143	0,143	0,142	0,141	0,137	0,000	0,151	0,148	0,147	0,146	0,146	0,146	0,146	0,146	0,145	0,145	
CPs	0,591	0,600	0,610	0,623	0,634	0,638	0,640	0,637	0,628	0,615	0,595	0,523	0,467	0,429	0,404	0,393	0,392	0,409	0,422	0,432	0,440	
FR	549	493	437	381	326	271	216	162	108	55	20	62	115	169	223	278	333	388	443	499	555	N
Qh	119	107	95	83	71	59	47	36	24	13	11	12	24	35	47	59	71	82	94	106	118	N-m
z	2,824	2,863	2,913	2,977	3,027	3,048	3,055	3,041	3,001	2,937	2,844	2,500	2,232	2,050	1,930	1,876	1,873	1,955	2,016	2,063	2,101	m
Pu	1.120	1.017	915	813	705	590	471	351	231	116	40	114	192	263	331	403	482	582	682	783	884	N
Ph	1.669	1.510	1.352	1.194	1.031	860	687	513	339	170	60	176	307	432	554	681	815	970	1.125	1.282	1.439	N
Mh	1.809	1.643	1.478	1.314	1.139	953	761	567	373	187	65	184	310	425	535	651	779	940	1.102	1.264	1.428	N-m

ÁNGULO	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L	122,04	109,51	97,05	84,65	72,30	60,00	47,73	35,49	23,28	11,08	-1,12	-13,31	-25,51	-37,73	-49,97	-62,24	-74,55	-86,91	-99,32	-111,80	-124,35	KIPS
D	18,85	16,95	15,13	13,38	11,76	10,31	8,95	7,69	6,51	5,38	4,29	4,02	3,90	4,01	4,29	4,86	5,54	6,95	8,39	9,85	11,34	KIPS
CL	0,601	0,539	0,478	0,417	0,356	0,295	0,235	0,175	0,115	0,055	-0,005	-0,066	-0,126	-0,186	-0,246	-0,306	-0,367	-0,428	-0,489	-0,550	-0,612	
CD	0,093	0,083	0,074	0,066	0,058	0,051	0,044	0,038	0,032	0,026	0,021	0,020	0,019	0,020	0,021	0,024	0,027	0,034	0,041	0,048	0,056	
Cc	0,144	0,144	0,144	0,144	0,143	0,143	0,143	0,142	0,141	0,137	0,000	0,151	0,148	0,147	0,146	0,146	0,146	0,146	0,146	0,145	0,145	
CPc	0,591	0,600	0,610	0,623	0,634	0,638	0,640	0,637	0,628	0,615	0,595	0,523	0,467	0,429	0,404	0,393	0,392	0,409	0,422	0,432	0,440	
CPs	123,49	110,82	98,22	85,70	73,25	60,87	48,56	36,32	24,17	12,31	4,43	13,90	25,81	37,94	50,15	62,43	74,76	87,19	99,68	112,23	124,86	KIPS
FR	1.048,92	942,11	835,99	730,47	625,60	521,36	417,65	314,54	212,37	113,12	98,46	108,26	208,80	311,03	413,89	517,28	621,08	725,74	830,88	936,57	1.042,88	KIPS-INCH
Qh	8,101	8,214	8,356	8,540	8,682	8,744	8,764	8,724	8,610	8,426	8,158	7,171	6,403	5,882	5,535	5,380	5,374	5,607	5,782	5,918	6,027	FT
Pu	224,64	203,95	183,40	162,99	141,28	118,12	94,41	70,33	46,29	23,16	8,12	22,85	38,68	53,13	66,95	81,52	97,53	117,58	137,71	157,93	178,26	KIPS
Ph	348,13	314,76	281,62	248,68	214,53	179,00	142,97	106,65	70,46	35,47	12,55	36,75	64,49	91,07	117,11	143,95	172,29	204,77	237,39	270,17	303,13	KIPS
Mh	1.190,60	1.080,91	972,01	863,83	748,77	626,05	500,39	372,75	245,33	122,72	43,01	121,11	204,99	281,60	354,86	432,05	516,89	623,16	729,86	837,05	944,80	KIPS-FT

Tabla 8-37: Resultados pala 6 mediante flujo potencial (Problema 2).

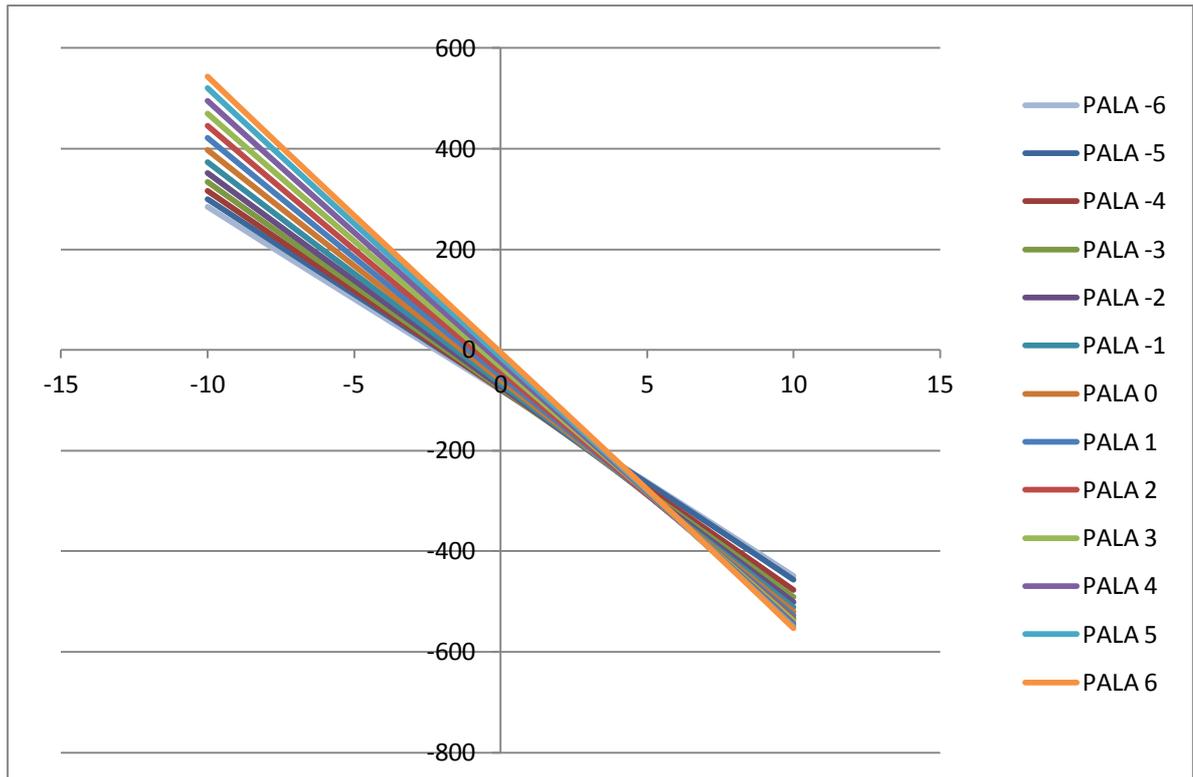


Figura 8-27: Sustentación-Ángulo de ataque F.P. (KN-grados) (Problema 2).

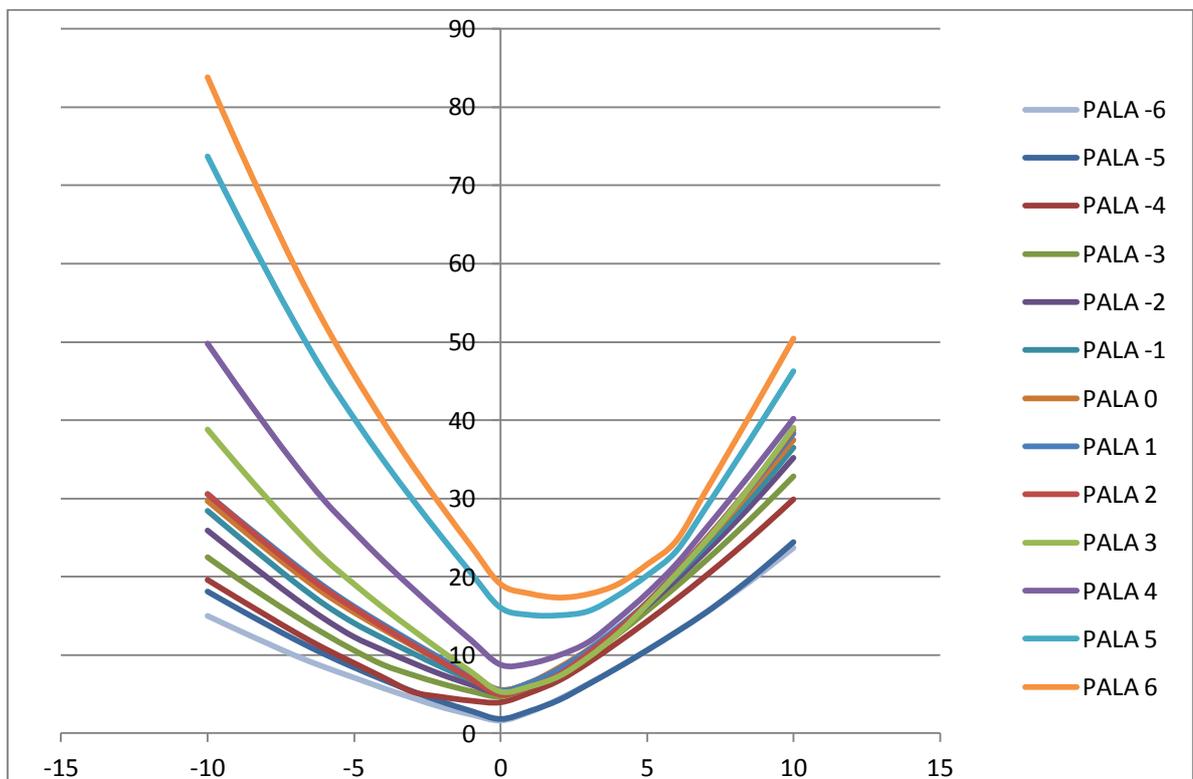


Figura 8-28: Arrastre-Ángulo de ataque F.P. (KN-grados) (Problema 2).

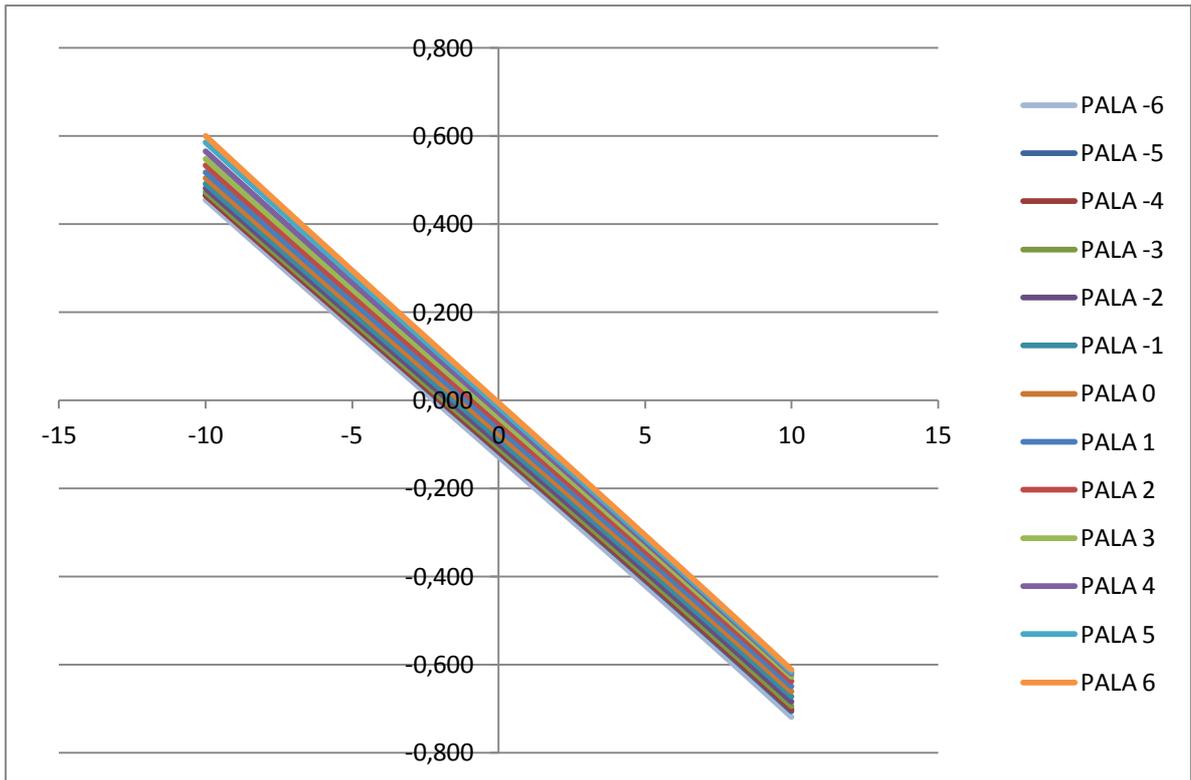


Figura 8-29: Coeficiente de sustentación-Ángulo de ataque F.P. (Problema 2)

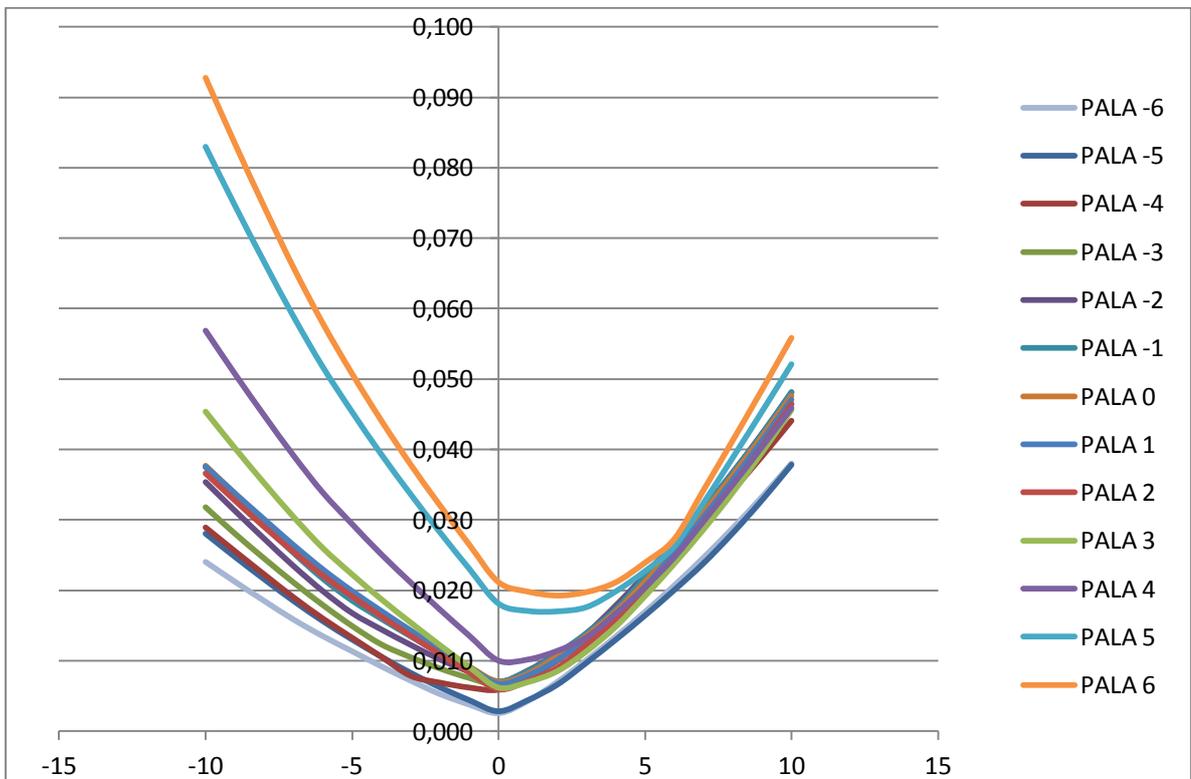


Figura 8-30: Coeficiente de arrastre-Ángulo de ataque F.P. (Problema 2).

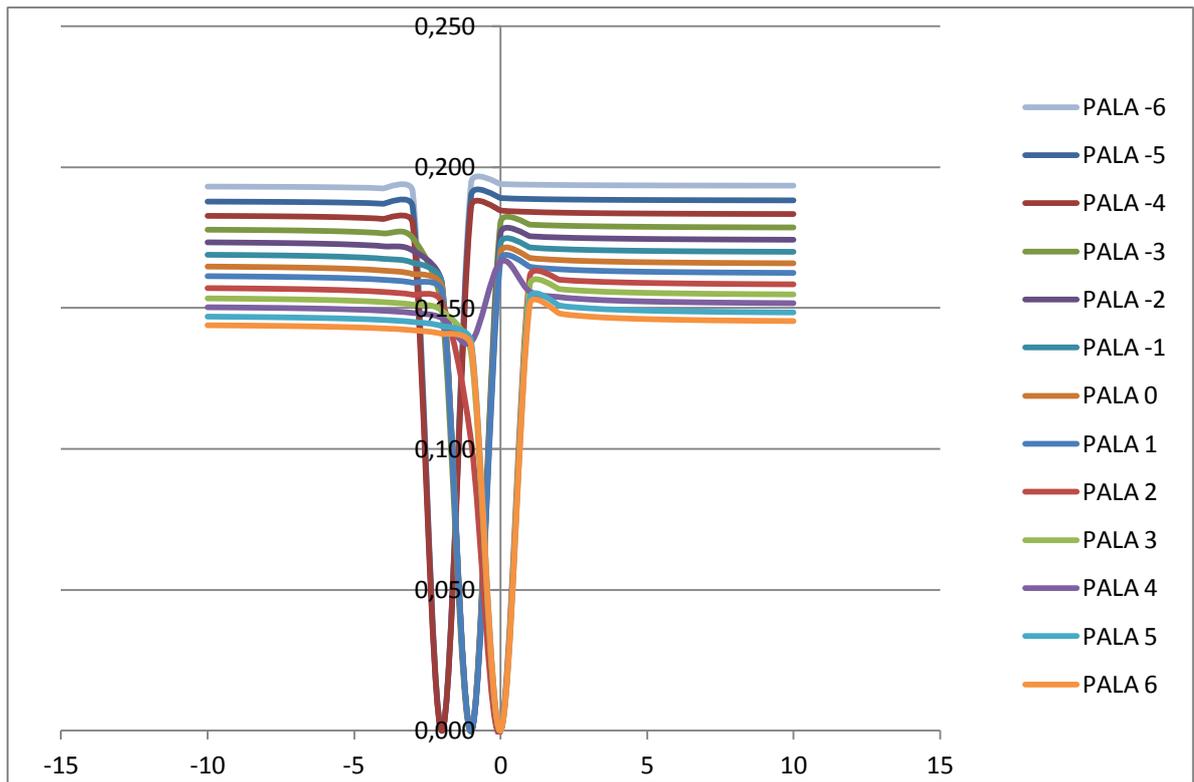


Figura 8-31: Centro de presión a lo largo de la cuerda-Ángulo de ataque F.P. (Problema 2).

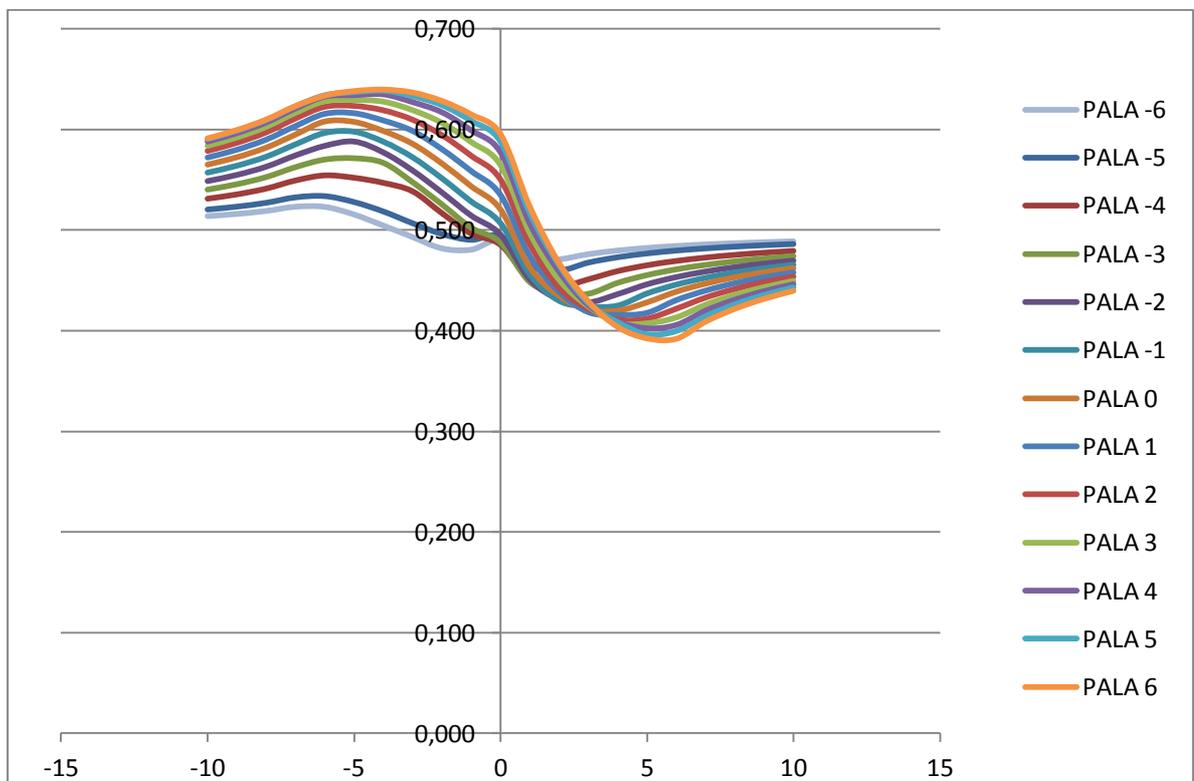


Figura 8-32: Centro de presión a lo largo de la altura-Ángulo de ataque F.P. (Problema 2).

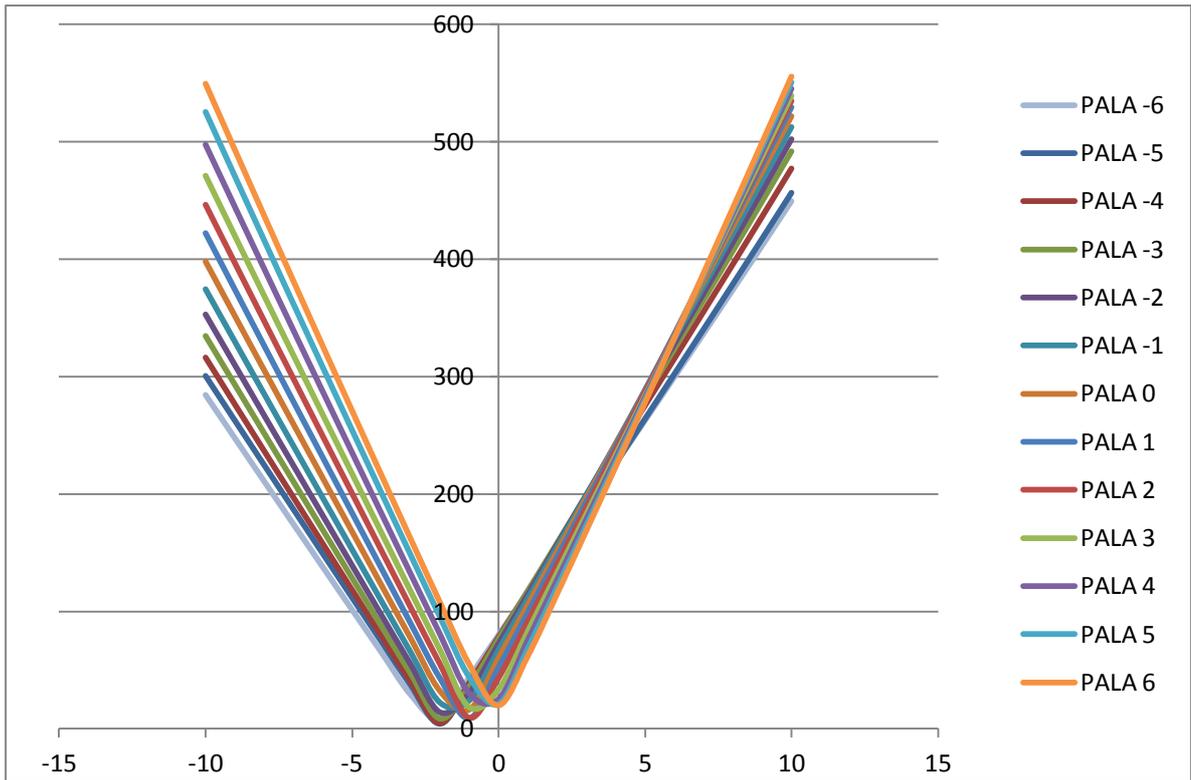


Figura 8-33: Fuerza resultante-Ángulo de ataque F.P. (KN-grados) (Problema 2).

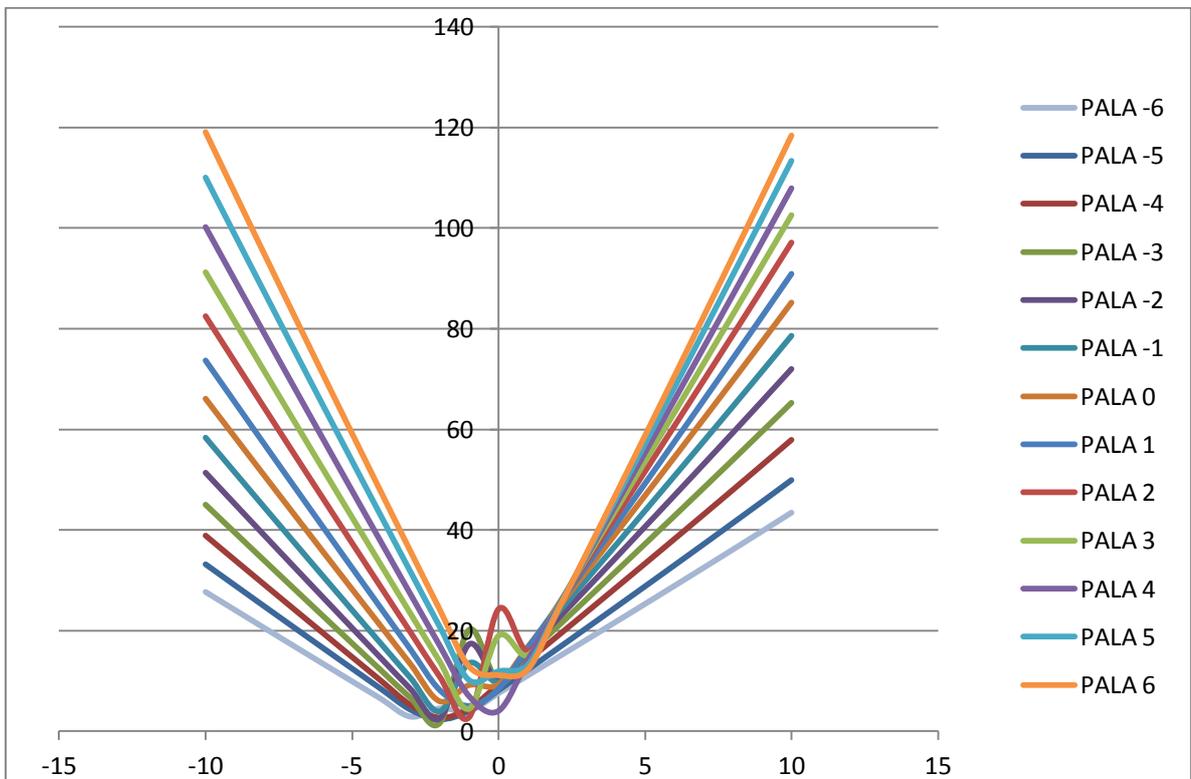


Figura 8-34: Momento torsor-Ángulo de ataque F.P. (KN.m-grados) (Problema 2).

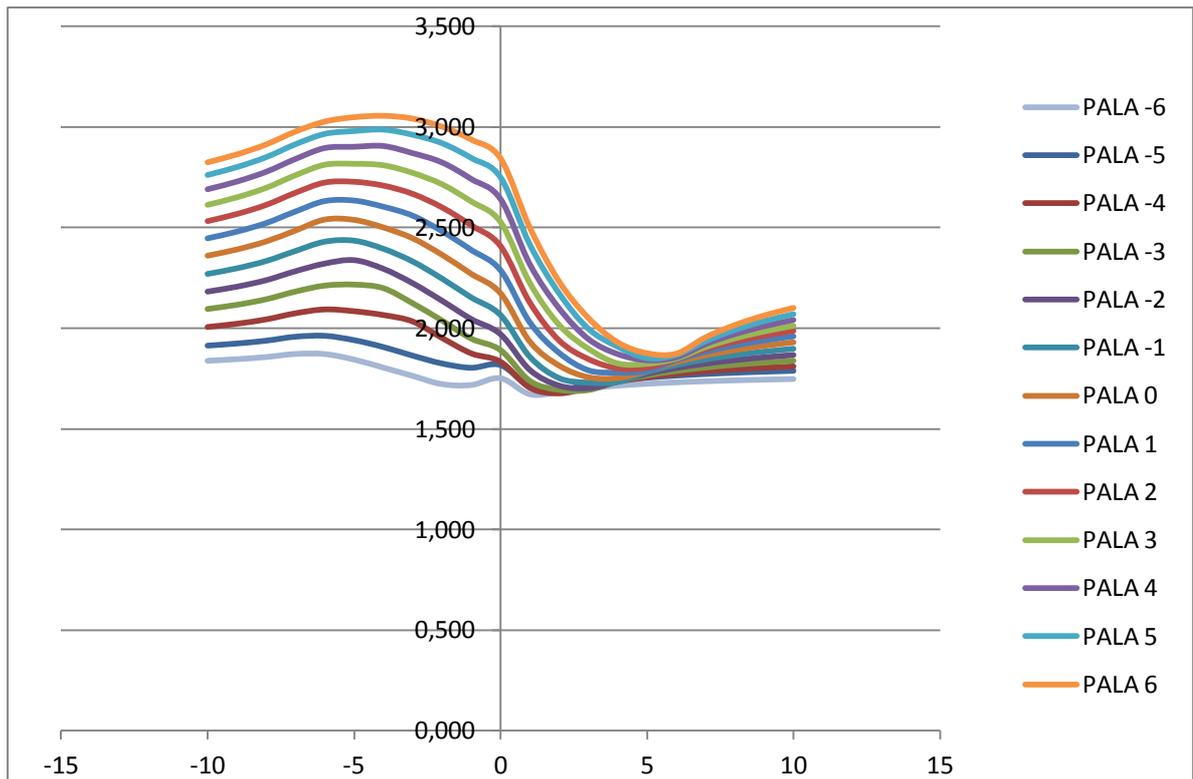


Figura 8-35: Distancia vertical centro de presión-canto alto pala F.P. (metros) (Problema 2).

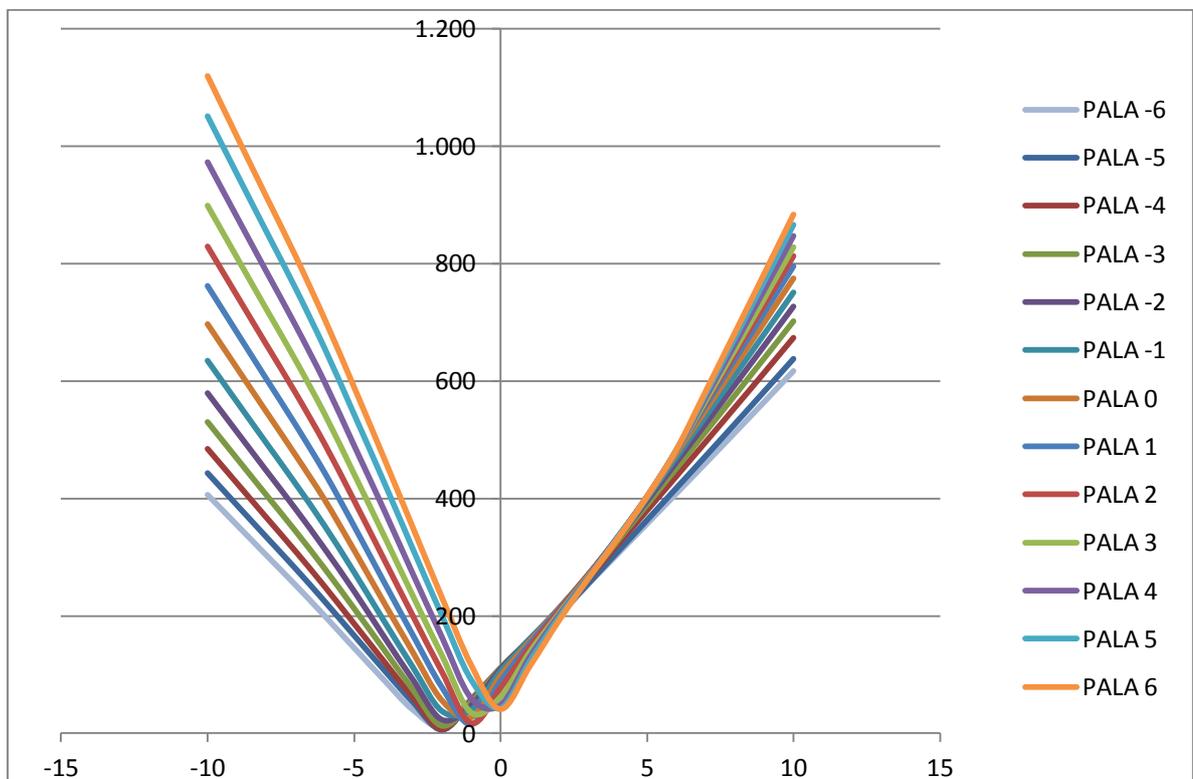


Figura 8-36: Reacción cojinete superior-Ángulo de ataque F.P. (KN-grados) (Problema 2).

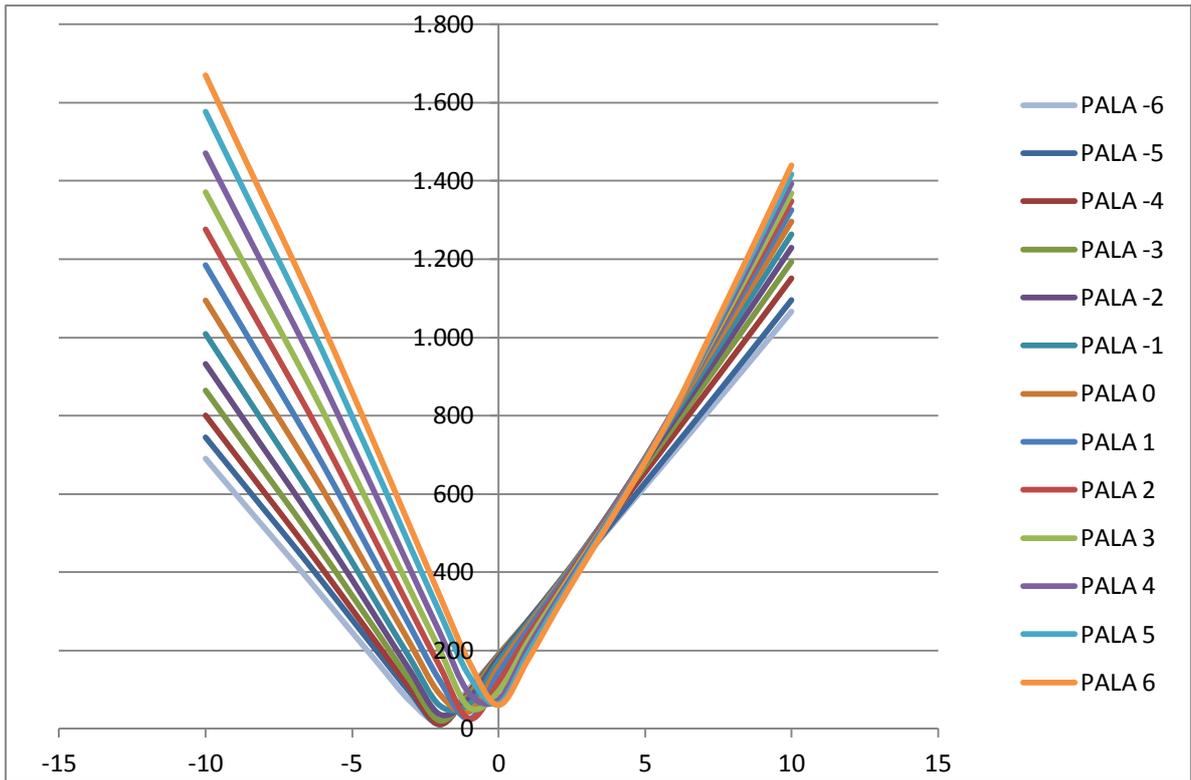


Figura 8-37: Reacción cojinete inferior-Ángulo de ataque F.P.(KN-grados) (Problema 2).

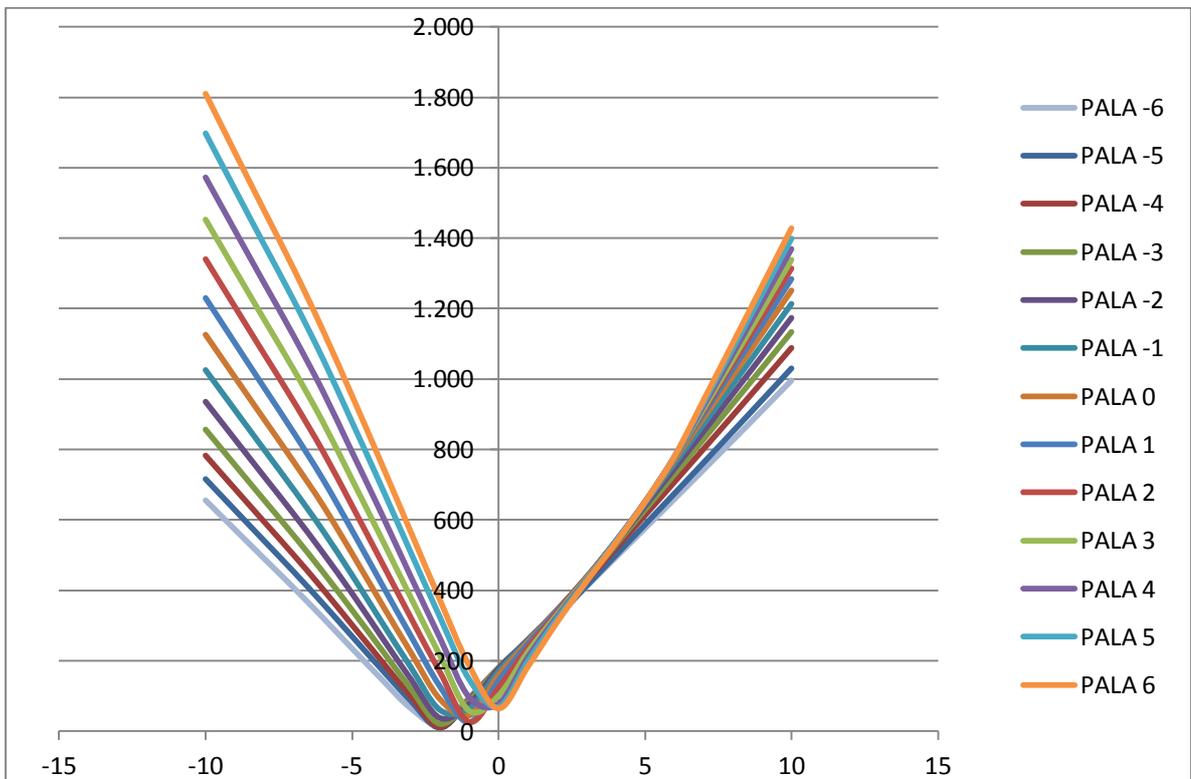


Figura 8-38: Momento flector en el cojinete inferior-Ángulo de ataque F.P. (KN.m-grados) (Problema 2).

8.3.2. MÉTODO DE TAPLIN

A continuación se plasmarán las tablas con los resultados obtenidos para cada una de las geometrías descritas en 8.1.2 aplicando el método Taplin.

Una vez expuestos todos los resultados, las figuras muestran los resultados de superponer los valores obtenidos en las tablas.

PALA -6

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	219,555	413,622	601,196	760,310	882,103	KN
FR	0,000	219,589	415,049	606,226	770,696	896,423	KN
Q _H	0,000	25,343	33,707	24,737	-13,495	-93,932	KN-m
Q _H + Q _A	0,000	33,314	48,724	46,564	14,110	-61,905	KN-m
Q _H - Q _A	0,000	17,372	18,689	2,909	-41,099	-125,958	KN-m
Q _H + Q _A + Q _F	0,000	59,286	97,813	118,264	105,262	44,117	KN-m
Q _H - Q _A - Q _F	0,000	-8,600	-30,400	-68,791	-132,251	-231,980	KN-m
CPs	0.000	1,752	1,752	1,752	1,752	1,752	m
CPs (teorico)	0,000	43,370	44,701	45,988	48,303	48,060	%
CP _C	0,000	17,656	18,992	20,580	22,899	26,392	
CL	0,000	0,257	0,486	0,706	0,890	1,018	
CD	0,000	0,018	0,045	0,094	0,166	0,268	
PU	0,000	301,943	570,708	833,584	1059,735	1232,616	KN
PH	0,000	521,532	985,757	1439,810	1830,431	2129,039	KN
MH	0,000	487,765	921,933	1346,587	1711,916	1991,191	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	49,358	92,986	135,154	170,924	198,305	KIPS
FR	0,000	49,366	93,307	136,285	173,259	201,524	KIPS
Q _H	0,000	224,275	298,288	218,909	-119,421	-831,253	KIPS-INCH
Q _H + Q _A	0,000	294,817	431,184	412,072	124,864	-547,836	KIPS-INCH
Q _H - Q _A	0,000	153,732	165,393	25,746	-363,706	-1114,670	KIPS-INCH
Q _H + Q _A + Q _F	0,000	524,652	865,599	1046,584	931,520	390,414	KIPS-INCH
Q _H - Q _A - Q _F	0,000	-76,103	-269,023	-608,766	-1170,362	-2052,921	KIPS-INCH
CPs	0.000	5,748	5,748	5,748	5,748	5,748	FT
CPs (teorico)	0.000	43,370	44,701	45,988	48,303	48,060	%
CP _C	0,000	17,656	18,992	20,580	22,899	26,392	
CL	0,000	0,257	0,486	0,706	0,890	1,018	
CD	0,000	0,018	0,045	0,094	0,166	0,268	
PU	0,000	67,880	128,300	187,397	238,238	277,103	KIPS
PH	0,000	117,245	221,607	323,682	411,497	478,627	KIPS
MH	0,000	359,762	679,992	993,205	1262,661	1468,646	KIPS-FT

Tabla 8-38: Resultados Pala -6 mediante método de Taplin (Problema 2).

PALA -5

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	229,261	431,299	624,628	795,434	918,795	KN
FR	0,000	229,303	432,821	629,977	806,640	934,337	KN
Q_H	0,000	25,610	34,633	25,838	-13,020	-96,202	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	33,934	50,292	48,516	15,859	-62,844	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	17,286	18,974	3,160	-41,900	-129,560	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	61,408	102,150	123,997	112,507	49,104	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-10,187	-32,884	-72,320	-138,547	-241,507	KN-m
CPs	0.000	1,801	1,801	1,801	1,801	1,801	m
CPs (teorico)	0,000	43,388	44,724	45,902	48,339	48,033	%
CP_C	0,000	17,803	19,039	20,572	22,844	26,322	
CL	0,000	0,261	0,493	0,714	0,906	1,033	
CD	0,000	0,018	0,045	0,094	0,167	0,268	
PU	0,000	322,296	608,350	885,462	1133,771	1313,255	KN
PH	0,000	551,598	1041,171	1515,439	1940,411	2247,592	KN
MH	0,000	520,642	982,740	1430,392	1831,515	2121,456	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	51,540	96,960	140,422	178,821	206,553	KIPS
FR	0,000	51,549	97,302	141,624	181,340	210,047	KIPS
Q_H	0,000	226,638	306,487	228,657	-115,222	-851,345	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	300,298	445,062	429,349	140,348	-556,139	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	152,977	167,912	27,966	-370,792	-1146,551	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	543,430	903,985	1097,317	995,634	434,545	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-90,154	-291,011	-640,002	-1226,078	-2137,234	KIPS-INCH
CPs	0.000	5,909	5,909	5,909	5,909	5,909	FT
CPs (teorico)	0.000	43,388	44,724	45,902	48,339	48,033	%
CP_C	0,000	17,803	19,039	20,572	22,844	26,322	
CL	0,000	0,261	0,493	0,714	0,906	1,033	
CD	0,000	0,018	0,045	0,094	0,167	0,268	
PU	0,000	72,455	136,763	199,060	254,882	295,231	KIPS
PH	0,000	124,004	234,065	340,684	436,222	505,279	KIPS
MH	0,000	384,011	724,842	1055,017	1350,874	1564,726	KIPS-FT

Tabla 8-39: Resultados Pala -5 mediante método de Taplin (Problema 2).

PALA -4

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	239,182	449,345	648,457	831,358	956,227	KN
FR	0,000	239,232	450,966	654,134	843,419	973,042	KN
Q _H	0,000	25,800	35,491	26,870	-12,528	-98,580	KN-m
Q _H + Q _A	0,000	34,484	51,805	50,413	17,655	-63,863	KN-m
Q _H - Q _A	0,000	17,116	19,177	3,327	-42,712	-133,297	KN-m
Q _H + Q _A + Q _F	0,000	63,517	106,533	129,797	120,010	54,222	KN-m
Q _H - Q _A - Q _F	0,000	-11,916	-35,551	-76,057	-145,067	-251,382	KN-m
CPs	0.000	1,850	1,850	1,850	1,850	1,850	m
CPs (teorico)	0,000	43,408	44,750	45,820	48,375	48,005	%
CP _C	0,000	17,954	19,091	20,569	22,793	26,258	
CL	0,000	0,265	0,500	0,721	0,923	1,049	
CD	0,000	0,018	0,045	0,094	0,168	0,268	
PU	0,000	343,550	647,613	939,374	1211,197	1397,344	KN
PH	0,000	582,782	1098,579	1593,508	2054,616	2370,386	KN
MH	0,000	554,978	1046,166	1517,482	1956,591	2257,295	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	53,770	101,017	145,779	186,897	214,968	KIPS
FR	0,000	53,781	101,381	147,055	189,608	218,749	KIPS
Q _H	0,000	228,322	314,080	237,789	-110,870	-872,390	KIPS-INCH
Q _H + Q _A	0,000	305,170	458,453	446,137	156,242	-565,157	KIPS-INCH
Q _H - Q _A	0,000	151,473	169,706	29,442	-377,983	-1179,622	KIPS-INCH
Q _H + Q _A + Q _F	0,000	562,093	942,769	1148,646	1062,034	479,844	KIPS-INCH
Q _H - Q _A - Q _F	0,000	-105,450	-314,610	-673,067	-1283,775	-2224,624	KIPS-INCH
CPs	0.000	6,071	6,071	6,071	6,071	6,071	FT
CPs (teorico)	0.000	43,408	44,750	45,820	48,375	48,005	%
CP _C	0,000	17,954	19,091	20,569	22,793	26,258	
CL	0,000	0,265	0,500	0,721	0,923	1,049	
CD	0,000	0,018	0,045	0,094	0,168	0,268	
PU	0,000	77,233	145,589	211,180	272,288	314,135	KIPS
PH	0,000	131,015	246,970	358,235	461,896	532,884	KIPS
MH	0,000	409,336	771,623	1119,252	1443,126	1664,918	KIPS-FT

Tabla 8-40: Resultados Pala -4 mediante método de Taplin (Problema 2).

PALA -3

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	249,319	467,763	672,684	868,083	994,400	KN
FR	0,000	249,378	469,488	678,701	881,032	1012,539	KN
Q_H	0,000	25,908	36,274	27,825	-12,017	-101,070	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	34,960	53,257	52,248	19,500	-64,967	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	16,857	19,291	3,402	-43,534	-137,174	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	65,609	110,956	135,659	127,778	59,473	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-13,792	-38,408	-80,010	-151,811	-261,613	KN-m
CPs	0.000	1,900	1,900	1,900	1,900	1,900	m
CPs (teorico)	0,000	43,430	44,777	45,741	48,412	47,978	%
CP_C	0,000	18,109	19,147	20,572	22,745	26,201	
CL	0,000	0,270	0,507	0,729	0,939	1,064	
CD	0,000	0,018	0,045	0,094	0,168	0,268	
PU	0,000	365,730	688,535	995,360	1292,092	1484,956	KN
PH	0,000	615,108	1158,022	1674,062	2173,124	2497,495	KN
MH	0,000	590,806	1112,272	1607,923	2087,269	2398,825	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	56,049	105,157	151,225	195,153	223,550	KIPS
FR	0,000	56,062	105,545	152,578	198,064	227,628	KIPS
Q_H	0,000	229,278	321,007	246,237	-106,342	-894,428	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	309,384	471,298	462,368	172,571	-574,931	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	149,173	170,716	30,105	-385,254	-1213,926	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	580,607	981,913	1200,522	1130,780	526,306	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-122,050	-339,898	-708,049	-1343,464	-2315,162	KIPS-INCH
CPs	0.000	6,233	6,233	6,233	6,233	6,233	FT
CPs (teorico)	0.000	43,430	44,777	45,741	48,412	47,978	%
CP_C	0,000	18,109	19,147	20,572	22,745	26,201	
CL	0,000	0,270	0,507	0,729	0,939	1,064	
CD	0,000	0,018	0,045	0,094	0,168	0,268	
PU	0,000	82,219	154,789	223,766	290,474	333,831	KIPS
PH	0,000	138,282	260,334	376,344	488,538	561,459	KIPS
MH	0,000	435,762	820,380	1185,959	1539,511	1769,306	KIPS-FT

Tabla 8-41: Resultados Pala -3 mediante método de Taplin (Problema 2).

PALA -2

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	259,358	485,992	696,572	904,465	1032,128	KN
FR	0,000	259,427	487,820	702,930	918,307	1051,599	KN
Q _H	0,000	25,947	36,976	28,664	-11,528	-103,576	KN-m
Q _H + Q _A	0,000	35,363	54,621	53,954	21,310	-66,103	KN-m
Q _H - Q _A	0,000	16,530	19,332	3,374	-44,366	-141,049	KN-m
Q _H + Q _A + Q _F	0,000	67,634	115,303	141,394	135,542	64,710	KN-m
Q _H - Q _A - Q _F	0,000	-15,741	-41,350	-84,066	-158,597	-271,861	KN-m
CPs	0.000	1,948	1,948	1,948	1,948	1,948	m
CPs (teorico)	0,000	43,454	44,805	45,669	48,448	47,955	%
CP _C	0,000	18,262	19,205	20,580	22,702	26,150	
CL	0,000	0,274	0,514	0,737	0,956	1,078	
CD	0,000	0,018	0,045	0,094	0,169	0,268	
PU	0,000	388,142	729,852	1051,690	1373,925	1573,351	KN
PH	0,000	647,569	1217,672	1754,620	2292,232	2624,951	KN
MH	0,000	627,011	1179,016	1698,919	2219,464	2541,621	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	58,306	109,255	156,596	203,332	232,032	KIPS
FR	0,000	58,321	109,666	158,025	206,444	236,409	KIPS
Q _H	0,000	229,615	327,223	253,663	-102,013	-916,599	KIPS-INCH
Q _H + Q _A	0,000	312,946	483,371	477,470	188,588	-584,980	KIPS-INCH
Q _H - Q _A	0,000	146,284	171,076	29,857	-392,615	-1248,219	KIPS-INCH
Q _H + Q _A + Q _F	0,000	598,531	1020,379	1251,277	1199,489	572,654	KIPS-INCH
Q _H - Q _A - Q _F	0,000	-139,301	-365,932	-743,951	-1403,516	-2405,852	KIPS-INCH
CPs	0.000	6,390	6,390	6,390	6,390	6,390	FT
CPs (teorico)	0.000	43,454	44,805	45,669	48,448	47,955	%
CP _C	0,000	18,262	19,205	20,580	22,702	26,150	
CL	0,000	0,274	0,514	0,737	0,956	1,078	
CD	0,000	0,018	0,045	0,094	0,169	0,268	
PU	0,000	87,258	164,077	236,429	308,871	353,70	KIPS
PH	0,000	145,579	273,743	394,454	515,314	590,11	KIPS
MH	0,000	462,466	869,609	1253,075	1637,015	1874,63	KIPS-FT

Tabla 8-42: Resultados Pala -2 mediante método de Taplin (Problema 2).

PALA -1

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	269,278	503,985	720,069	937,137	1069,339	KN
FR	0,000	269,357	505,916	726,767	951,789	1090,148	KN
Q_H	0,000	25,898	37,576	29,400	-10,938	-106,114	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	35,675	55,874	55,543	23,086	-67,290	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	16,122	19,278	3,257	-44,962	-144,938	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	69,572	119,540	147,001	142,861	69,897	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-17,775	-44,387	-88,202	-164,738	-282,125	KN-m
CPs	0.000	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	m
CPs (teorico)	0,000	43,480	44,834	45,601	46,457	47,931	%
CP_C	0,000	18,414	19,265	20,593	22,659	26,106	
CL	0,000	0,277	0,520	0,744	0,968	1,093	
CD	0,000	0,018	0,045	0,094	0,169	0,268	
PU	0,000	411,217	772,361	1109,526	1453,059	1664,285	KN
PH	0,000	680,574	1278,277	1836,294	2404,847	2754,433	KN
MH	0,000	664,287	1247,687	1792,350	2347,298	2688,518	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	60,536	113,300	161,878	210,677	240,397	KIPS
FR	0,000	60,554	113,734	163,384	213,971	245,075	KIPS
Q_H	0,000	229,190	332,533	260,175	-96,799	-939,059	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	315,708	494,462	491,531	204,300	-595,483	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	142,672	170,604	28,819	-397,898	-1282,634	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	615,678	1057,875	1300,896	1264,261	618,560	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-157,298	-392,809	-780,545	-1457,858	-2496,678	KIPS-INCH
CPs	0.000	6,542	6,542	6,542	6,542	6,542	FT
CPs (teorico)	0.000	43,480	44,834	45,601	46,457	47,931	%
CP_C	0,000	18,414	19,265	20,593	22,659	26,106	
CL	0,000	0,277	0,520	0,744	0,968	1,093	
CD	0,000	0,018	0,045	0,094	0,169	0,268	
PU	0,000	92,445	173,634	249,431	326,661	374,146	KIPS
PH	0,000	152,999	287,368	412,815	540,631	619,221	KIPS
MH	0,000	489,960	920,259	1321,987	1731,301	1982,975	KIPS-FT

Tabla 8-43: Resultados Pala -1 mediante método de Taplin (Problema 2).

PALA 0

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	280,708	524,712	747,045	968,389	1112,144	KN
FR	0,000	280,800	526,763	754,139	983,824	1134,517	KN
Q_H	0,000	25,779	38,205	30,132	-10,175	-109,064	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	35,970	57,255	57,254	24,984	-68,686	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	15,587	19,154	3,009	-45,333	-149,442	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	71,766	124,406	153,390	150,400	75,940	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-20,208	-47,996	-93,127	-170,749	-294,068	KN-m
CPs	0.000	2,046	2,046	2,046	2,046	2,046	m
CPs (teorico)	0,000	43,512	44,869	45,531	46,422	47,909	%
CP_C	0,000	18,585	19,334	20,612	22,614	26,060	
CL	0,000	0,282	0,528	0,753	0,975	1,109	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,169	0,268	
PU	0,000	437,253	820,259	1174,323	1531,980	1766,635	KN
PH	0,000	718,053	1347,022	1928,462	2515,804	2901,152	KN
MH	0,000	706,347	1325,062	1897,022	2474,789	2853,855	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	63,106	117,960	167,942	217,703	250,020	KIPS
FR	0,000	63,126	118,421	169,537	221,172	255,050	KIPS
Q_H	0,000	228,131	338,095	266,652	-90,041	-965,169	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	318,322	506,684	506,675	221,100	-607,840	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	137,941	169,507	26,628	-401,181	-1322,497	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	635,099	1100,937	1357,437	1330,975	672,035	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-178,836	-424,747	-824,134	-1511,056	-2602,372	KIPS-INCH
CPs	0.000	6,713	6,713	6,713	6,713	6,713	FT
CPs (teorico)	0.000	43,512	44,869	45,531	46,422	47,909	%
CP_C	0,000	18,585	19,334	20,612	22,614	26,060	
CL	0,000	0,282	0,528	0,753	0,975	1,109	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,169	0,268	
PU	0,000	98,298	184,402	263,998	344,403	397,155	KIPS
PH	0,000	161,425	302,823	433,535	565,575	652,205	KIPS
MH	0,000	520,981	977,328	1399,191	1825,335	2104,924	KIPS-FT

Tabla 8-44: Resultados Pala 0 mediante método de Taplin (Problema 2).

PALA 1

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	292,028	545,284	773,755	999,139	1154,544	KN
FR	0,000	292,133	547,454	781,244	1015,348	1178,494	KN
Q_H	0,000	25,706	38,915	30,778	-9,625	-111,879	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	36,308	58,712	58,871	26,650	-69,961	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	15,103	19,117	2,686	-45,901	-153,796	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	74,013	129,370	159,703	157,698	82,143	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-22,601	-51,541	-98,147	-176,948	-305,901	KN-m
CPs	0.000	2,097	2,097	2,097	2,097	2,097	m
CPs (teorico)	0,000	43,553	44,907	45,475	46,398	47,905	%
CP_C	0,000	18,735	19,391	20,634	22,579	26,015	
CL	0,000	0,286	0,535	0,761	0,982	1,125	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,169	0,269	
PU	0,000	463,813	869,181	1240,365	1612,048	1871,070	KN
PH	0,000	755,946	1416,634	2021,609	2627,396	3049,564	KN
MH	0,000	749,252	1404,091	2003,709	2604,132	3022,562	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	65,650	122,585	173,947	224,615	259,552	KIPS
FR	0,000	65,674	123,072	175,631	228,259	264,936	KIPS
Q_H	0,000	227,485	344,378	272,374	-85,180	-990,078	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	321,312	519,576	520,979	235,840	-619,127	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	133,657	169,180	23,769	-406,200	-1361,029	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	654,982	1144,868	1413,304	1395,555	726,930	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-200,012	-456,113	-868,555	-1565,915	-2707,086	KIPS-INCH
CPs	0.000	6,880	6,880	6,880	6,880	6,880	FT
CPs (teorico)	0.000	43,553	44,907	45,475	46,398	47,905	%
CP_C	0,000	18,735	19,391	20,634	22,579	26,015	
CL	0,000	0,286	0,535	0,761	0,982	1,125	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,169	0,269	
PU	0,000	104,269	195,400	278,845	362,403	420,633	KIPS
PH	0,000	169,943	318,472	454,476	590,662	685,569	KIPS
MH	0,000	552,627	1035,618	1477,879	1920,734	2229,357	KIPS-FT

Tabla 8-45: Resultados Pala 1 mediante método de Taplin (Problema 2).

PALA 2

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	302,928	564,945	799,138	1028,414	1195,124	KN
FR	0,000	303,046	567,233	807,013	1045,386	1220,606	KN
Q_H	0,000	25,253	39,109	31,221	-8,836	-115,004	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	36,252	59,620	60,235	28,502	-71,613	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	14,255	18,597	2,207	-46,174	-158,394	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	75,818	133,679	165,600	164,990	87,752	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-25,311	-55,462	-103,159	-182,662	-317,759	KN-m
CPs	0.000	2,145	2,145	2,145	2,145	2,145	m
CPs (teorico)	0,000	43,578	44,940	45,406	46,360	47,867	%
CP_C	0,000	18,918	19,475	20,662	22,538	25,988	
CL	0,000	0,290	0,542	0,769	0,989	1,140	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,168	0,269	
PU	0,000	490,386	917,890	1305,899	1691,632	1975,170	KN
PH	0,000	793,432	1485,122	2112,911	2737,018	3195,776	KN
MH	0,000	792,178	1482,776	2109,573	2732,693	3190,727	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	68,101	127,005	179,653	231,197	268,675	KIPS
FR	0,000	68,127	127,519	181,424	235,012	274,403	KIPS
Q_H	0,000	223,481	346,093	276,289	-78,196	-1017,731	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	320,810	527,608	533,049	252,230	-633,742	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	126,151	164,578	19,528	-408,622	-1401,721	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	670,955	1182,998	1465,485	1460,086	776,566	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-223,993	-490,812	-912,908	-1616,478	-2812,029	KIPS-INCH
CPs	0.000	7,036	7,036	7,036	7,036	7,036	FT
CPs (teorico)	0.000	43,578	44,940	45,406	46,360	47,867	%
CP_C	0,000	18,918	19,475	20,662	22,538	25,988	
CL	0,000	0,290	0,542	0,769	0,989	1,140	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,168	0,269	
PU	0,000	110,243	206,350	293,578	380,294	444,036	KIPS
PH	0,000	178,371	333,869	475,001	615,306	718,439	KIPS
MH	0,000	584,288	1093,654	1555,962	2015,558	2353,391	KIPS-FT

Tabla 8-46: Resultados Pala 2 mediante método de Taplin (Problema 2).

PALA 3

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	314,365	585,629	825,791	1058,963	1237,726	KN
FR	0,000	314,498	588,041	834,073	1076,735	1264,839	KN
Q_H	0,000	24,844	39,425	31,612	-8,236	-118,153	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	36,258	60,687	61,594	30,212	-73,215	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	13,431	18,162	1,630	-46,683	-163,090	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	77,804	138,369	171,778	172,453	93,875	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-28,116	-59,520	-108,554	-188,924	-330,181	KN-m
CPs	0.000	2,194	2,194	2,194	2,194	2,194	m
CPs (teorico)	0,000	43,614	44,977	45,347	46,330	47,847	%
CP_C	0,000	19,089	19,550	20,693	22,506	25,958	
CL	0,000	0,295	0,550	0,777	0,996	1,156	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,168	0,269	
PU	0,000	518,512	969,502	1375,135	1775,212	2085,338	KN
PH	0,000	833,009	1557,543	2209,208	2851,947	3350,177	KN
MH	0,000	837,614	1566,151	2221,419	2867,710	3368,693	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	70,672	131,655	185,645	238,064	278,252	KIPS
FR	0,000	70,702	132,197	187,507	242,060	284,347	KIPS
Q_H	0,000	219,858	348,891	279,752	-72,882	-1045,598	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	320,863	537,051	545,076	267,360	-647,921	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	118,854	160,730	14,428	-413,123	-1443,276	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	688,530	1224,508	1520,160	1526,131	830,755	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-248,813	-526,727	-960,656	-1671,894	-2921,952	KIPS-INCH
CPs	0.000	7,198	7,198	7,198	7,198	7,198	FT
CPs (teorico)	0.000	43,614	44,977	45,347	46,330	47,847	%
CP_C	0,000	19,089	19,550	20,693	22,506	25,958	
CL	0,000	0,295	0,550	0,777	0,996	1,156	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,168	0,269	
PU	0,000	116,566	217,953	309,143	399,083	468,803	KIPS
PH	0,000	187,268	350,150	496,650	641,143	753,150	KIPS
MH	0,000	617,800	1155,149	1638,456	2115,142	2484,654	KIPS-FT

Tabla 8-47: Resultados Pala 3 mediante método de Taplin (Problema 2).

PALA 4

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	325,658	606,048	852,031	1088,927	1279,745	KN
FR	0,000	325,806	608,584	860,719	1107,493	1308,492	KN
Q_H	0,000	24,376	39,676	31,904	-7,715	-121,291	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	36,199	61,680	62,838	31,820	-74,828	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	12,552	17,673	0,970	-47,250	-167,754	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	79,727	142,986	177,830	179,780	99,986	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-30,975	-63,634	-114,022	-195,211	-342,568	KN-m
CPs	0.000	2,242	2,242	2,242	2,242	2,242	m
CPs (teorico)	0,000	43,651	45,014	45,294	46,304	47,831	%
CP_C	0,000	19,254	19,623	20,726	22,479	25,931	
CL	0,000	0,299	0,557	0,785	1,003	1,171	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,168	0,270	
PU	0,000	546,795	1021,376	1444,531	1858,687	2196,020	KN
PH	0,000	872,601	1629,960	2305,250	2966,181	3504,511	KN
MH	0,000	883,303	1649,950	2333,522	3002,558	3547,491	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	73,211	136,245	191,544	244,800	287,698	KIPS
FR	0,000	73,244	136,815	193,497	248,974	294,161	KIPS
Q_H	0,000	215,713	351,117	282,336	-68,275	-1073,371	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	320,346	545,838	556,091	281,593	-662,192	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	111,080	156,395	8,581	-418,144	-1484,549	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	705,545	1265,364	1573,715	1590,978	884,831	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-274,119	-563,130	-1009,044	-1727,528	-3031,573	KIPS-INCH
CPs	0.000	7,355	7,355	7,355	7,355	7,355	FT
CPs (teorico)	0.000	43,651	45,014	45,294	46,304	47,831	%
CP_C	0,000	19,254	19,623	20,726	22,479	25,931	
CL	0,000	0,299	0,557	0,785	1,003	1,171	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,168	0,270	
PU	0,000	122,924	229,614	324,743	417,850	493,685	KIPS
PH	0,000	196,169	366,430	518,241	666,824	787,845	KIPS
MH	0,000	651,499	1216,956	1721,140	2214,602	2616,530	KIPS-FT

Tabla 8-48: Resultados Pala 4 mediante método de Taplin (Problema 2).

PALA 5

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	302,319	563,630	797,323	1026,577	1192,501	KN
FR	0,000	302,437	565,915	805,175	1043,525	1217,879	KN
Q_H	0,000	24,773	38,409	31,011	-8,424	-115,436	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	35,749	58,872	59,959	28,848	-72,140	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	13,797	17,945	2,063	-45,695	-158,732	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	75,208	132,706	165,009	164,995	86,754	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-25,662	-55,889	-102,987	-181,843	-317,627	KN-m
CPs	0.000	2,142	2,142	2,142	2,142	2,142	m
CPs (teorico)	0,000	43,555	44,935	45,383	46,338	47,813	%
CP_C	0,000	18,974	19,517	20,669	22,523	26,011	
CL	0,000	0,290	0,542	0,768	0,989	1,139	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,168	0,269	
PU	0,000	516,803	967,031	1375,877	1783,168	2081,102	KN
PH	0,000	819,240	1532,946	2181,052	2826,693	3298,980	KN
MH	0,000	834,852	1562,160	2222,618	2880,562	3361,851	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	67,964	126,709	179,245	230,784	268,085	KIPS
FR	0,000	67,991	127,223	181,011	234,594	273,790	KIPS
Q_H	0,000	219,228	339,901	274,433	-74,547	-1021,558	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	316,363	520,994	530,610	255,289	-638,411	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	122,094	158,809	18,255	-404,383	-1404,705	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	665,553	1174,393	1460,257	1460,132	767,739	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-227,096	-494,591	-911,391	-1609,226	-2810,855	KIPS-INCH
CPs	0.000	7,027	7,027	7,027	7,027	7,027	FT
CPs (teorico)	0.000	43,555	44,935	45,383	46,338	47,813	%
CP_C	0,000	18,974	19,517	20,669	22,523	26,011	
CL	0,000	0,290	0,542	0,768	0,989	1,139	
CD	0,000	0,017	0,046	0,094	0,168	0,269	
PU	0,000	116,182	217,397	309,309	400,872	467,850	KIPS
PH	0,000	184,172	344,620	490,320	635,466	741,640	KIPS
MH	0,000	615,764	1152,205	1639,340	2124,622	2479,607	KIPS-FT

Tabla 8-49: Resultados Pala 5 mediante método de Taplin (Problema 2).

PALA 6

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	349,607	649,288	907,340	1151,793	1368,604	KN
FR	0,000	349,790	652,089	916,900	1172,064	1400,874	KN
Q_H	0,000	23,049	39,839	32,151	-6,764	-128,188	KN-m
$Q_H + Q_A$	0,000	35,742	63,412	65,093	35,054	-78,499	KN-m
$Q_H - Q_A$	0,000	10,356	16,265	-0,792	-48,582	-177,878	KN-m
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	83,552	152,542	190,418	195,255	112,977	KN-m
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-37,455	-72,865	-126,117	-208,783	-369,354	KN-m
CPs	0.000	2,340	2,340	2,340	2,340	2,340	m
CPs (teorico)	0,000	43,730	45,095	45,188	46,251	47,795	%
CP_C	0,000	19,605	19,785	20,805	22,431	25,887	
CL	0,000	0,307	0,572	0,801	1,017	1,202	
CD	0,000	0,017	0,047	0,094	0,167	0,270	
PU	0,000	608,390	1134,180	1594,766	2038,572	2436,543	KN
PH	0,000	958,180	1786,270	2511,666	3210,636	3837,417	KN
MH	0,000	982,805	1832,176	2576,215	3293,148	3936,037	KN-m

ÁNGULO	0	7	14	21	28	35	
FN	0,000	78,595	145,966	203,978	258,933	307,675	KIPS
FR	0,000	78,636	146,596	206,127	263,490	314,929	KIPS
Q_H	0,000	203,970	352,554	284,519	-59,858	-1134,410	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A$	0,000	316,298	561,169	576,045	310,210	-694,681	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A$	0,000	91,643	143,940	-7,006	-429,925	-1574,138	KIPS-INCH
$Q_H + Q_A + Q_F$	0,000	739,400	1349,928	1685,116	1727,924	999,799	KIPS-INCH
$Q_H - Q_A - Q_F$	0,000	-331,459	-644,819	-1116,078	-1847,639	-3268,619	KIPS-INCH
CPs	0.000	7,678	7,678	7,678	7,678	7,678	FT
CPs (teorico)	0.000	43,730	45,095	45,188	46,251	47,795	%
CP_C	0,000	19,605	19,785	20,805	22,431	25,887	
CL	0,000	0,307	0,572	0,801	1,017	1,202	
CD	0,000	0,017	0,047	0,094	0,167	0,270	
PU	0,000	136,772	254,974	358,518	458,289	547,757	KIPS
PH	0,000	215,407	401,569	564,645	721,780	862,686	KIPS
MH	0,000	724,889	1351,362	1900,144	2428,933	2903,110	KIPS-FT

Tabla 8-50: Resultados Pala 6 mediante método de Taplin (Problema 2).

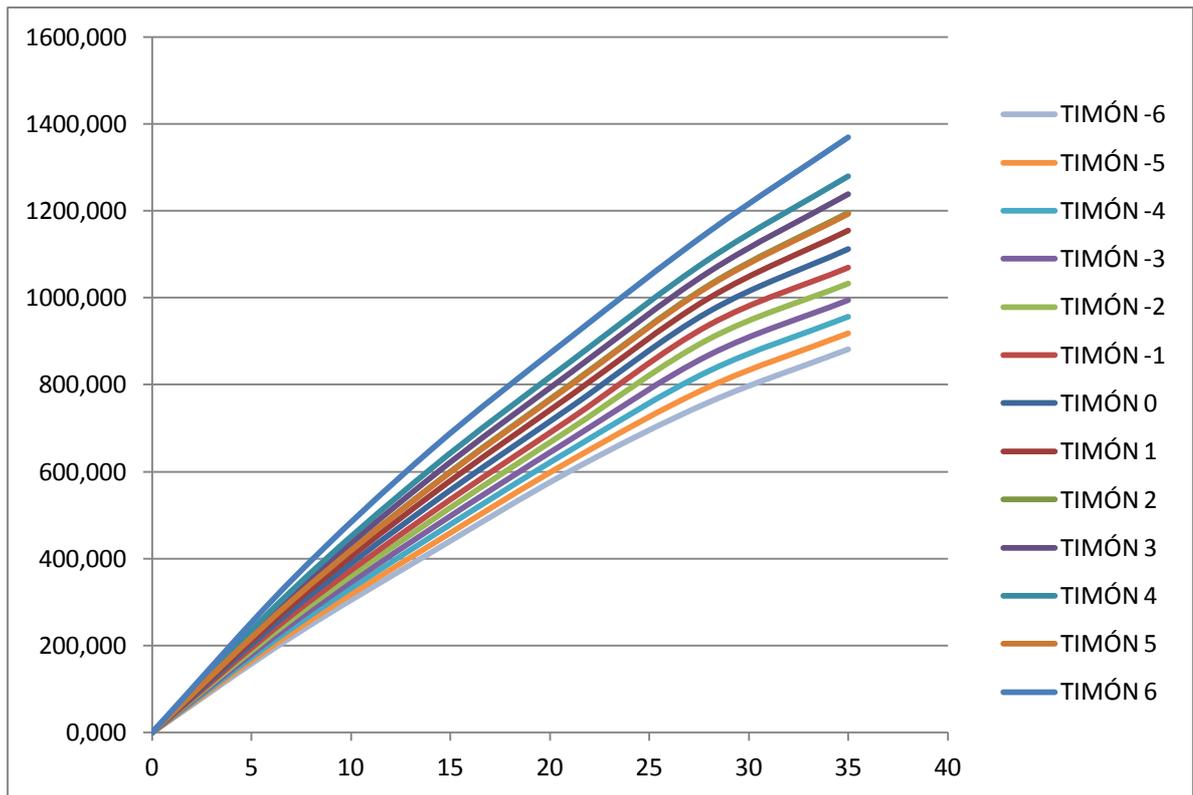


Figura 8-39: Fuerza Normal-Ángulo de ataque Taplin (KN-grados) (Problema 2).

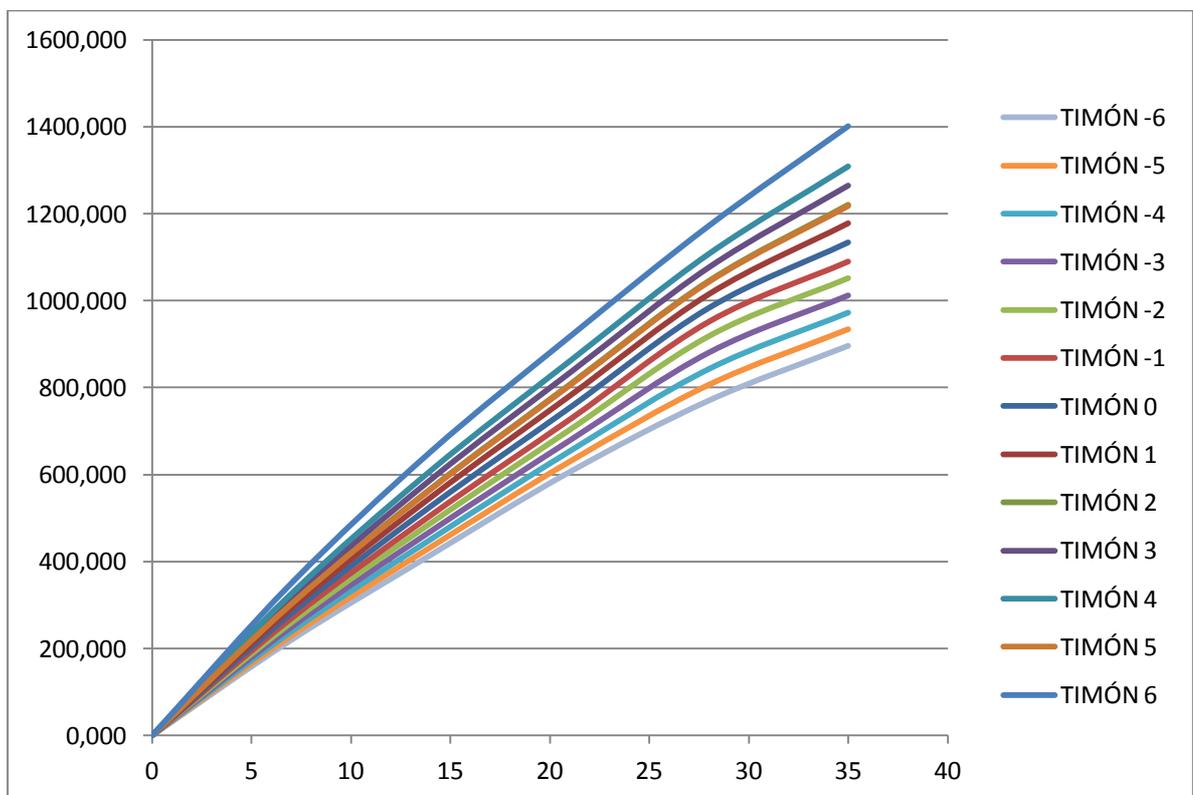


Figura 8-40: Fuerza Resultante-Ángulo de ataque Taplin (KN-grados) (Problema 2).

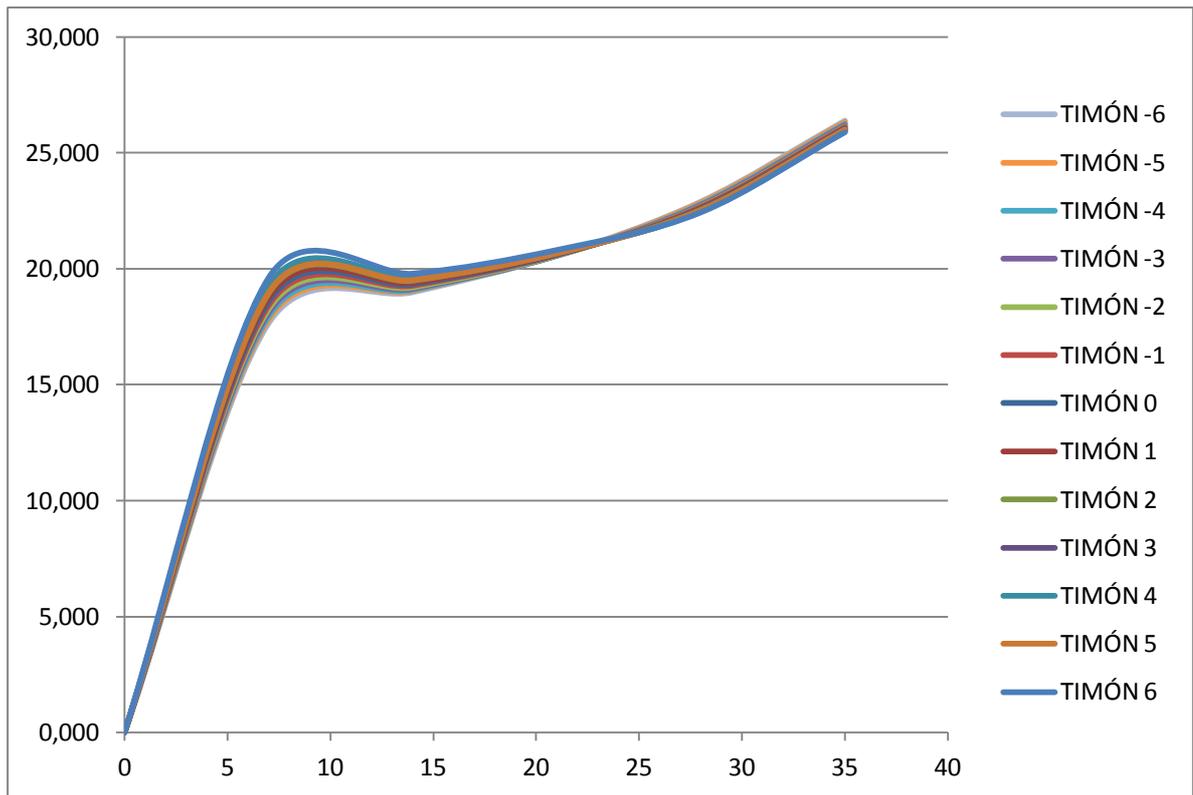


Figura 8-41: Centro de presión a lo largo de la cuerda-Ángulo de ataque Taplin (%) (Problema 2).

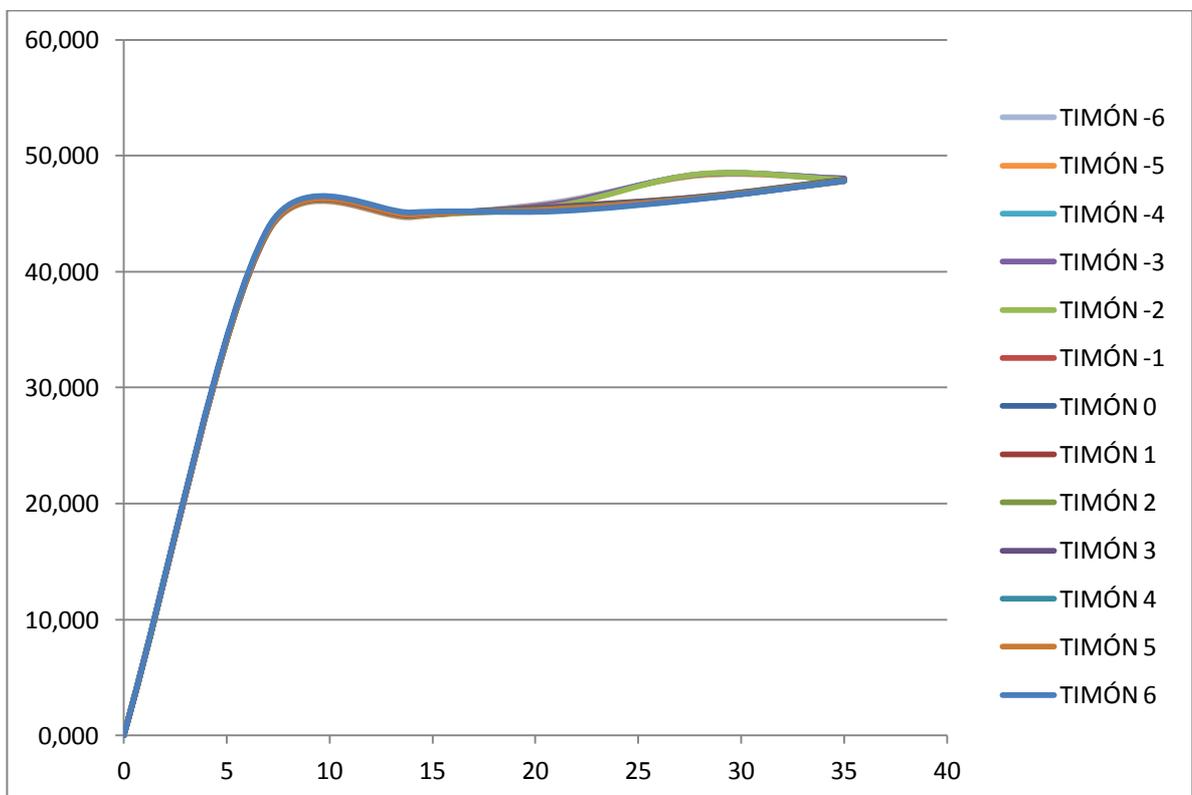


Figura 8-42: Centro de presión teórico a lo largo de la altura-Ángulo de ataque Taplin (%) (Problema 2).

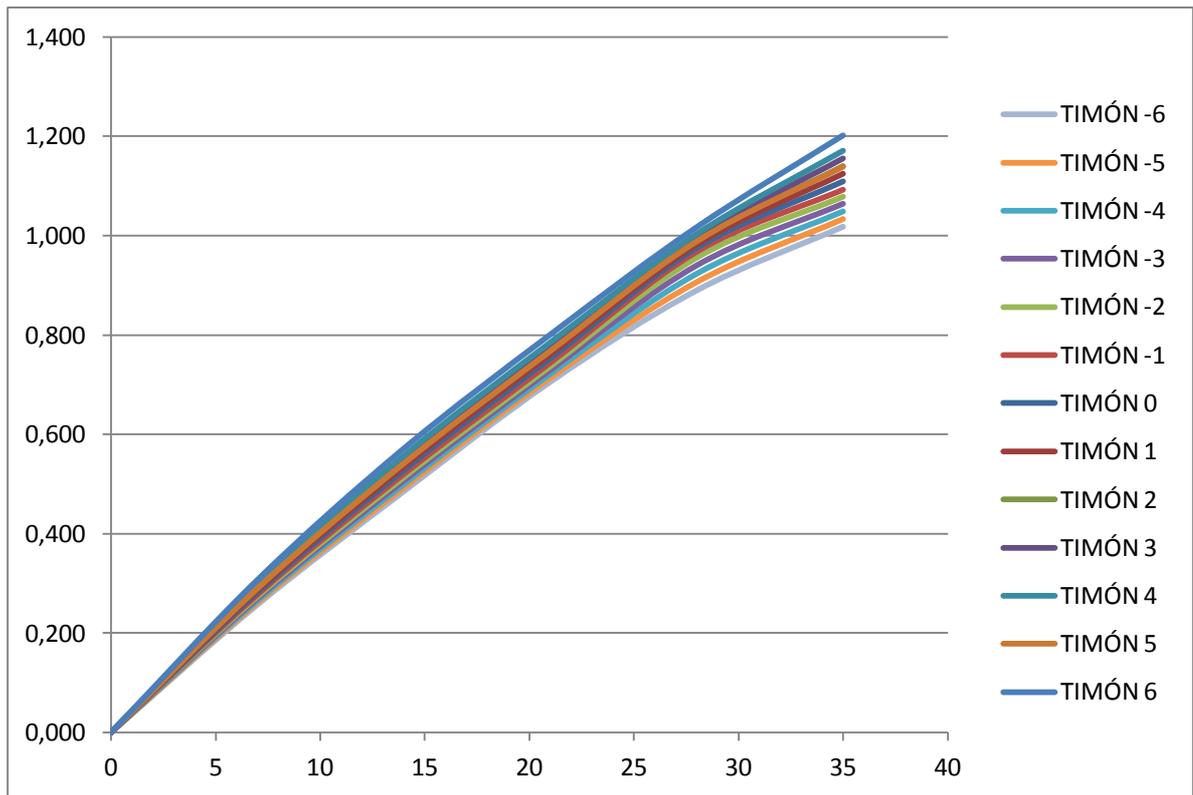


Figura 8-43: Coeficiente de sustentación-Ángulo de ataque Taplin (Problema 2).

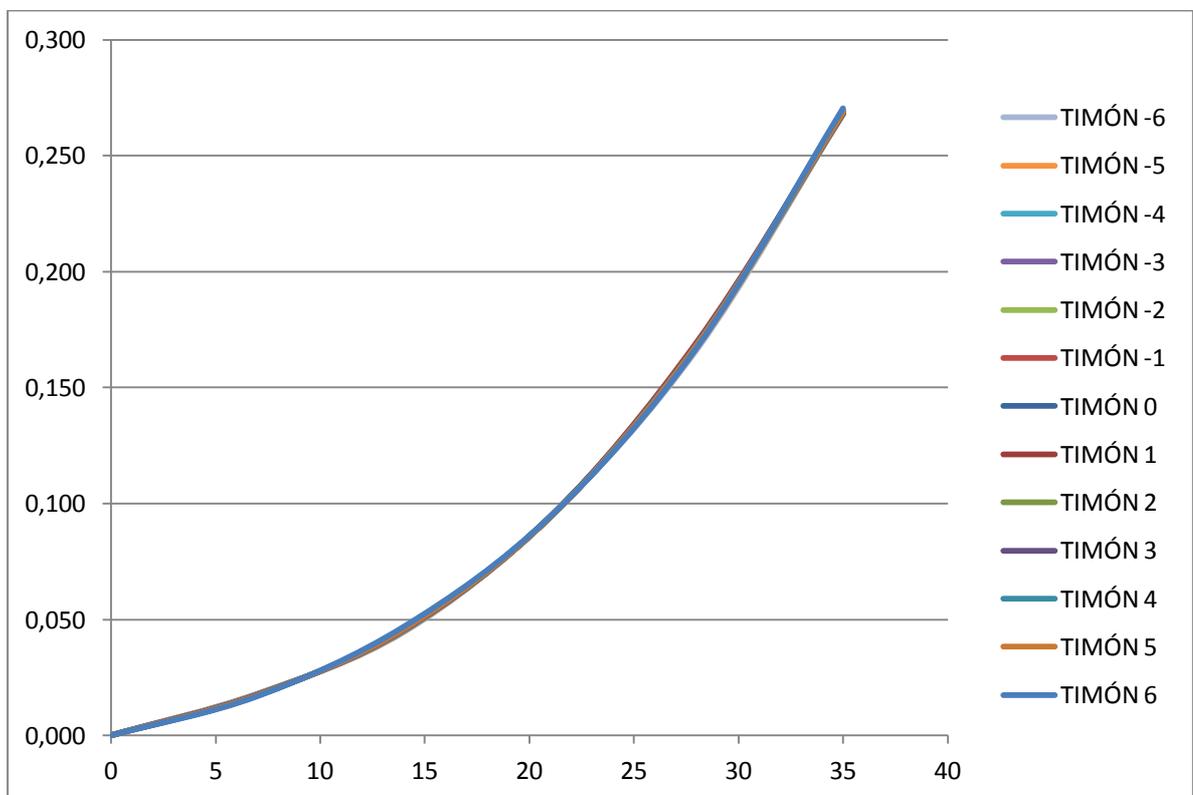


Figura 8-44: Coeficiente de arrastre-Ángulo de ataque Taplin (Problema 2).

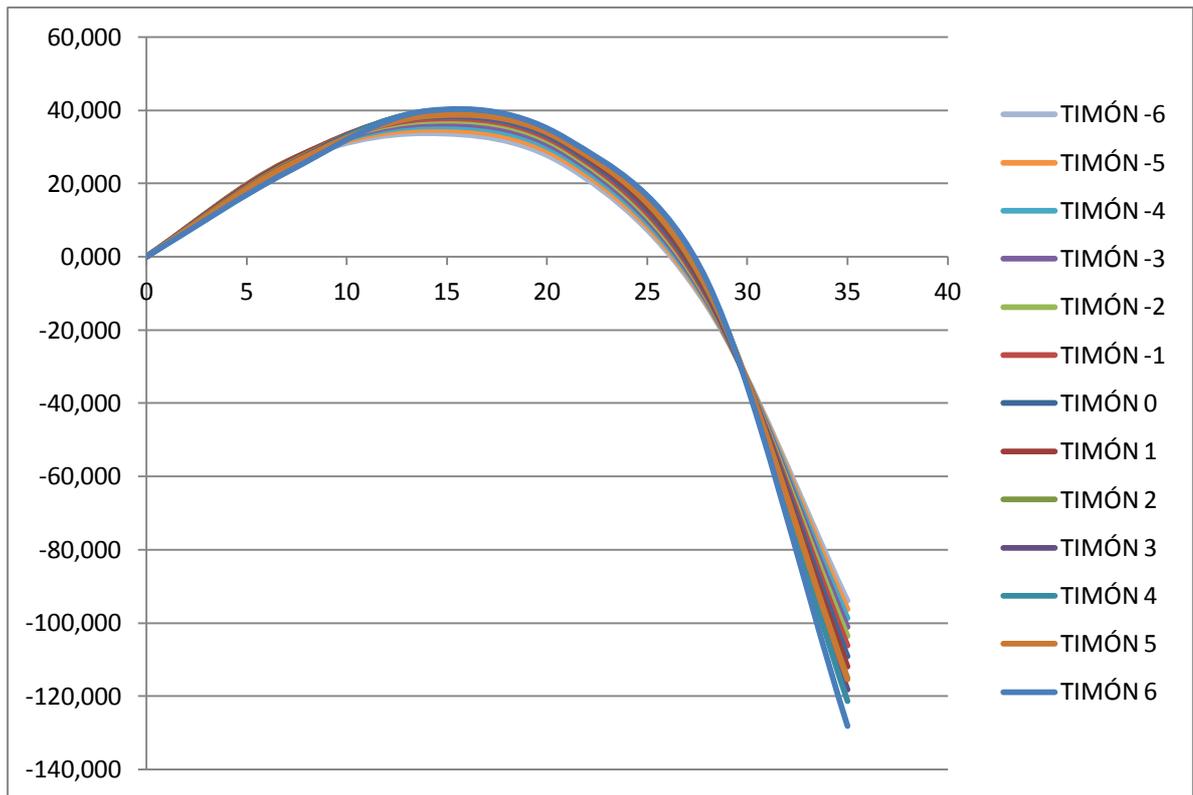


Figura 8-45: Momento torsor-Ángulo de ataque Taplin (KN.m-grados) (Problema 2).

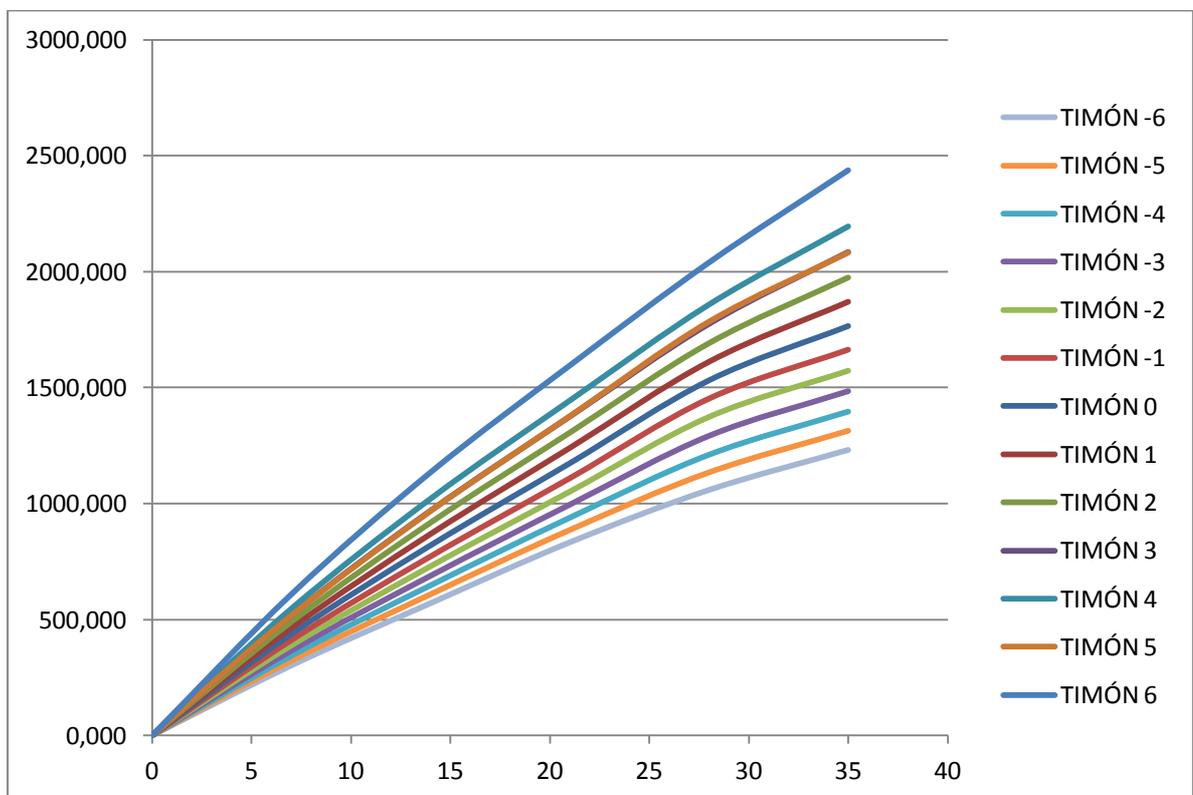


Figura 8-46: Reacción cojinete superior-Ángulo de ataque Taplin (KN-grados) (Problema 2).

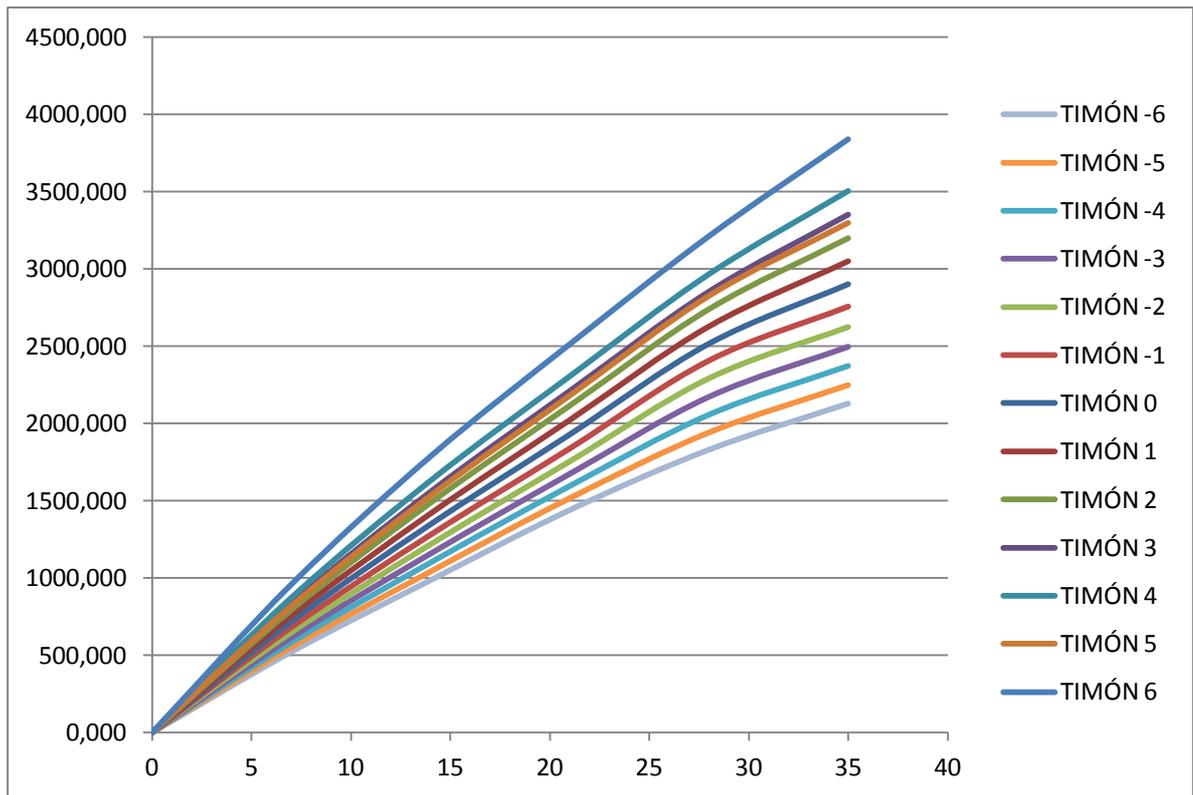


Figura 8-47: Reacción cojinete inferior-Ángulo de ataque Taplin (KN-grados) (Problema 2).

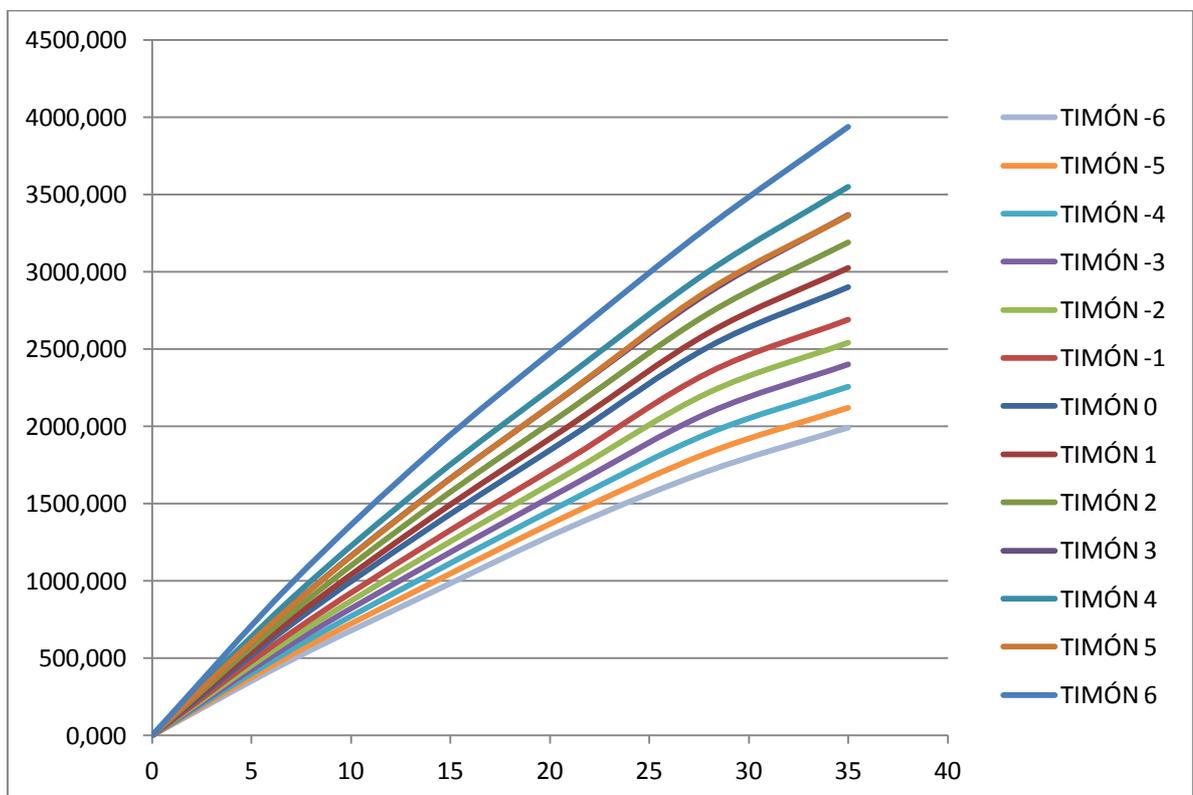


Figura 8-48: Momento flector en el cojinete inferior-Ángulo de ataque Taplin (KN.m-grados) (Problema 2).

8.3.3. CONCLUSIONES

PEQUEÑOS ÁNGULOS

Como se puede apreciar en el estudio hecho a pequeños ángulos todo depende del sentido de rotación de la hélice y del ángulo de ataque de la pala.

- Sustentación: La Figura 8-27 muestra la sustentación con respecto al ángulo de ataque para las palas de estudio del problema 2.

Como se puede apreciar en el gráfico la sustentación de las diversas palas con respecto al ángulo de ataque es lineal.

Como puede comprobarse, en este caso el comportamiento de las palas con respecto a la sustentación es similar debido a que las formas de las palas en este problema son similares.

Como era de esperar, cuanto más larga es la pala mayor será la sustentación. En este caso no solo porque la pala este más inmersa en el flujo de la hélice, sino porque el área de la pala también es mayor.

Como se puede comprobar en el gráfico, la sustentación varía según se vire el timón a una u otra banda. Este comportamiento viene condicionado una vez más por rotación de la hélice. Como se puede apreciar, al girar la pala a ángulos negativos (babor) la sustentación es mayor para la pala más larga. Esto es debido a que el flujo que le llega a la pala proveniente de la mitad inferior de la hélice (que es mayor para timones más largos) tiende a aumentar la sustentación de la pala. Este fenómeno no influye en timones con menor altura debido a que la influencia de la mitad inferior del flujo de la hélice es menor. Al virar el timón para la pala contraría este fenómeno tiende a homogeneizarse debido a que el flujo proveniente de la mitad superior de la hélice tiende a ayudar a la sustentación provocando que el flujo de la mitad inferior de la pala contrarreste la sustentación. De esta manera, el flujo de la mitad inferior tendrá a contrarrestar sustentación a palas más alargadas provocando que el resultado se homogenice y que la variación en la sustentación sea resultado tan solo del aumento de área entre palas.

Esto demuestra que la rotación de la hélice y la altura de la pala en función del ángulo el efecto esperado será positivo o negativo para ángulos reducidos.

La Figura 8-29 muestra el coeficiente de sustentación obtenido en función del ángulo de ataque. Como se puede observar, debido a la similitud de las palas (misma relación de aspecto) las curvas obtenidas para cada pala son “paralelas” entre sí.

También puede comprobarse en estas curvas, que con el timón a la vía la sustentación no es nula. Suceso derivado nuevamente de la rotación de la hélice. Pero es interesante ver que cuanto más alta es la pala, al igual que sucedía en el problema 1, el ángulo de desfase tiende a acercarse al ángulo nulo. Este suceso es debido a que el área de pala afectada por la mitad inferior del flujo de la hélice tiende a ser mayor, contrarrestando el efecto producido por el flujo proveniente de la mitad superior de la hélice.

Este fenómeno se ve con claridad viendo los coeficientes de sustentación obtenidos.

- Arrastre: La Figura 8-28 muestra el arrastre en función del ángulo de ataque para las palas estudiadas en el problema 2.

Como se puede apreciar, las curvas independientemente del ángulo las curvas tienden a tomar forma de parábola aunque estas se encuentran influenciadas por la rotación de la hélice provocando su asimetría.

Como era de esperar, debido a una mayor altura y una mayor área de pala, la fuerza de arrastre es mayor cuanto más alta sea la pala. En este caso este aumento viene condicionado a estar la pala sometida a un mayor flujo por tener una proporción mayor tras el flujo de la hélice y a una mayor área de pala.

Al igual que sucedía en el problema 1 para pequeños ángulos, existen variaciones en las curvas no cumpliéndose lo descrito anteriormente a ángulos muy reducidos. Este fenómeno se debe a las formas de la pala y a la llegada del flujo en cada sección estudiada. Este fenómeno era mucho más evidente en el problema 1, donde las variaciones de las formas entre las palas estudiadas eran mucho más evidentes.

La Figura 8-30 representa la curva de coeficientes de arrastres obtenidos en función del ángulo para cada pala estudiada. Como se puede comprobar la geometría de las curvas es similar a las curvas de las fuerzas de arrastre, algo que es totalmente evidente.

Además, como se puede comprobar en el estudio, al igual que pasaba con la sustentación, cuando se gira el timón a babor el arrastre es bastante mayor cuando la pala es mayor. En cambio este fenómeno se contrarresta al girar la pala a estribor asemejando el comportamiento de las palas entre sí. La explicación a este fenómeno es el mismo que el dado en el caso de la sustentación.

Esto da a pensar, que no siempre elegir una pala con un tamaño mayor, o con una altura mayor es la mejor opción debido a que llegado un punto en dimensión, el arrastre aumenta en mayor proporción que la dimensión de la pala, al menos para virajes del timón hacía una banda (en este caso a babor debido a la rotación de la hélice a derechas).

- Centro de presión a lo largo de la cuerda: La Figura 8-31 muestra la distancia horizontal entre el borde de ataque y el centro de presión medido en la cuerda media en función del ángulo de ataque de la pala.

Al igual que se explico en el problema 1, el centro de presión a lo largo de la cuerda tiende a acercarse al borde de ataque cuando la sustentación y el arrastre tienden a ser nulos, pero no suele darse el caso, por lo que este fenómeno en la curva se ha representado mediante un punto significativo forzando la curva.

Como se aprecia en la figura, cuanto mayor es la altura de pala menor es la variación del centro de presión, es decir, el centro de presión se encuentra más próximo al borde de ataque. En este estudio este fenómeno está claro, puesto que la cuerda media es similar para todas las palas.

Esto nos lleva a pensar la influencia que tiene el flujo proveniente de la hélice en cuanto a situación horizontal del centro de presión llegando a la conclusión de que cuanto más inmersa se encuentra la pala en el flujo proveniente de la hélice, más a proa tiende a situarse el centro de presión.

Este fenómeno era más complicado de ver en el problema 1, puesto que las formas de las palas a estudiar eran muy diferentes entre sí debido a que la cuerda media era diferente, pero en este caso se ve con total claridad.

Además, una vez más, se puede apreciar la diferencia de virar el timón a una u otra banda debido a la rotación de la hélice. En este caso, puede verse, que la variación del centro de presión al virar el timón a una y otra banda disminuye cuanto más corta es la pala.

- Centro de presión a lo largo de la altura: La Figura 8-32 muestra la distancia vertical medida desde el canto alto de la pala al centro de presión con respecto a la unidad en altura.

Como se puede apreciar, cuanto más grande es la pala más grande es la variación en altura con respecto al ángulo de ataque a una y otra banda.

Por el contrario, para una pala con una altura y un área menor la altura del centro de presión tiende a ser constante para ambas bandas.

Esto demuestra nuevamente la influencia que tiene tener un timón más o menos metido tras el flujo de la hélice. La pala -6, al ser más corta, tan solo se encuentra afectada por el flujo proveniente de la mitad superior de la hélice, en cambio, la pala 6, al ser más larga, se encuentra influenciado por el flujo proveniente de la mitad superior y de la mitad inferior. Esto explica la gran variación existente entre ambos casos.

Si se contempla los resultados expuestos en la Figura 8-35 se puede ver con más exactitud este fenómeno, puesto que se representa la altura real desde la cara superior al centro de presión. Esta figura es resultado de multiplicar las curvas representadas en la Figura 8-32 por la altura de cada pala.

Como se puede ver, para ángulos negativos el centro de presión baja conforme aumenta la altura de la pala debido a la influencia del flujo de la mitad inferior de la pala. Por el contrario para ángulos positivos el comportamiento de todas las palas tiende a homogeneizarse debido a que predomina el flujo de la parte superior de la hélice con respecto a la inferior, por lo que el comportamiento del centro de presión, al igual que pasaba con las fuerzas de sustentación y de arrastre, tiende a disminuir la diferencia y comportarse de manera similar.

- Momento torsor: La Figura 8-34 representa el momento torsor en función del ángulo de ataque.

Esta figura se obtiene de multiplicar la sustentación de las palas por la distancia horizontal entre el centro de presión a lo largo de la cuerda y la situación de la mecha. Por este motivo la Figura 8-34 vendrá definida por los resultados obtenidos en la Figura 8-27 y Figura 8-31.

Como se puede observar, en este caso, el momento torsor es mayor cuanto mayor es la altura de la pala siendo constante la variación entre las curvas. Además, todas las curvas son positivas. Este fenómeno no sucedía en el

problema 1. Esto es debido a que la variación de las formas de la pala son mínimas y al contrario de lo que sucedía en el problema 1, el porcentaje del área compensada permanece constante para las distintas palas lo que provoca un comportamiento parecido entre ellas.

El mayor momento torsor con respecto a la mayor altura de pala es consecuencia de una mayor sustentación (por una mayor altura y mayor área). Si a esto añadimos que el brazo torsor es menor cuanto más corta es la pala debido a que el centro de presión se encuentra más cercano a la posición de la mecha se justifica aún más esta diferencia.

Al igual que en el problema 1, las imperfecciones en las curvas son derivadas de el número de secciones en que se ha dividido la pala. Si se quisiera una curva más detallada se podría aumentar el número de secciones obteniendo un cálculo más preciso.

El que todas las curvas sean positivas nos demuestra que el centro de presión a ángulos reducidos siempre va a estar a proa de la situación de la mecha.

Además, se puede observar que al igual que sucedía con la sustentación, la variación del momento con respecto a girar el timón a una u otra banda (debido a la rotación de la hélice) es menor cuanto más larga sea la pala. La explicación a este fenómeno es la misma que la dada en los puntos anteriores.

- Reacción en los cojinetes y momento flector en el cojinete inferior: La Figura 8-36, Figura 8-37 y Figura 8-38 muestran las reacciones en los cojinetes y el momento flector en el cojinete inferior.

Estas curvas vienen determinadas a partir de la fuerza resultante, la distancia vertical entre el centro de presión y el cojinete inferior y la distancia entre cojinetes. Por este motivo el aspecto de estas curvas vendrá determinado por la Figura 8-33 y Figura 8-35.

Esto da como resultado que las mayores reacciones en los cojinetes y el mayor momento flector aumenta a la vez que aumenta la altura de la pala. Este fenómeno viene derivado del aumento de la fuerza resultante debido a una altura mayor de la pala y a un aumento del área y a un centro de presión más alejado del canto superior de la pala.

Como se puede observar, las variaciones producidas por la rotación de la hélice en el centro de presión y en la fuerza resultante tienen su influencia directa en el aspecto de estas tres curvas provocando que al igual que sucedía anteriormente en las otras curvas al girar el timón a babor la curva de reacciones y el momento tiende a dispersarse en función de la pala, pero por contrario al virar a estribor estas se comportan de manera similar obteniendo reacciones con una menor diferencia de magnitudes. La explicación de este suceso es la misma que la dada en puntos anteriores. Además, otra vez se puede observar que las curvas se encuentran desplazadas con respecto al timón a la vía y que cuanto más larga es la pala más se aproxima esta posición a la posición de 0° . La explicación a este proceso sigue siendo la explicación dada en los puntos anteriores basado en la rotación de la hélice. Si la rotación fuera en sentido contrario la forma de las curvas sería semejante pero cambiando su posición con respecto al eje “y”.

GRANDES ÁNGULOS

El estudio realizado a grandes ángulos no tiene en cuenta el sentido de rotación de la hélice, aunque supone que la velocidad de entrada en la pala se encuentra alterada por el flujo de la misma. Además considera un ángulo de desfase entre el ángulo de ataque de la pala y el ángulo de entrada del flujo sobre la hélice. De esta manera se representa el comportamiento tan solo a una banda, debido a que sería simétrica.

- **Sustentación:** La Figura 8-39 representa la fuerza normal desarrollada por la pala con respecto al ángulo de ataque. Como se puede apreciar, igual que pasaba en este estudio para pequeños ángulos, la fuerza desarrollada por la pala es mayor cuanto mayor es la altura. Este aumento no es solo derivado de que más proporción de la pala se encuentre inmersa en el flujo de la hélice, sino que en este estudio el área de la pala aumenta con el aumento de la altura y la fuerza sustentadora desarrollada por la pala es proporcional al área de la misma.

En la Figura 8-43 se puede ver que el coeficiente de sustentación, como es de esperar, adquiere el mismo comportamiento que la sustentación desarrollada por la pala.

La Figura 8-40 muestra la fuerza resultante de cada pala, es decir, la fuerza resultante obtenida a partir de la fuerza sustentadora de la pala y la fuerza de arrastre de la misma.

- Arrastre: La Figura 8-44 muestra el coeficiente de arrastre en función del ángulo de ataque. Este coeficiente viene determinado por las curvas obtenidas del estudio en el túnel de viento que utiliza Taplin para su método. Como se puede apreciar, independientemente de la pala, la geometría y magnitud de la misma tiende a ser la misma teniendo aspecto de parábola. Esto se debe a que los diferentes aspectos que forman parte del estudio poseen la misma relación de aspecto y tan solo cambia el ángulo al $\frac{1}{4}$ cuerda el cual tiene un peso menor en el cálculo del arrastre. Esto no quiere decir que el arrastre para cada pala sea el mismo, si no tan solo que la el coeficiente de arrastre que se utiliza para el cálculo es muy similar. De hecho, como se vio en el problema 1 y como se ha visto a pequeños ángulos, la forma de las curvas tanto del arrastre como de la sustentación difieren un poco con respecto a la de sus coeficientes. Esta pequeña desviación se produce por diferencias en las velocidades de entrada, cuerda de la sección, altura de la sección, etc.
- Centro de presión a lo largo de la cuerda: La Figura 8-41 muestra la distancia horizontal entre el centro de presión y el borde de ataque medido sobre la cuerda media en forma de tanto por ciento. Como se puede observar el centro de presión se aleja del borde de ataque a la misma vez que aumenta el ángulo de ataque. Sería incorrecto decir que a 0° la posición del centro de presión esta en el borde de ataque puesto que esta situación sería poco probable que se diera. Así que, como en casos anteriores, se dirá que se trata de un punto singular, ya que en este punto la pala no produciría sustentación y por tanto no existiría centro de presión. Como se puede observar, todas las palas siguen aproximadamente las mismas trayectorias obteniendo aproximadamente porcentajes parecidos para el mismo ángulo de ataque, y puesto que la cuerda media posee la misma distancia la distancia sería aproximadamente similar. Al igual que en

el punto anterior esta similitud es debida a que la relación de aspecto entre las palas es la misma y la diferencia por la variación el ángulo al $\frac{1}{4}$ cuerda es casi despreciable.

Esto no quiere decir que el brazo torsor sea similar, puesto que la situación de la mecha es similar en el estudio con respecto al borde superior de la pala, por lo tanto la situación de la mecha en la cuerda media variará.

El estudio realizado para pequeños ángulos muestra un mayor detalle sobre el comportamiento de la curva al principio y muestra las variaciones en la curva debidas a la rotación de la hélice, parámetro que desprecia Taplin en su método.

- Centro de presión a lo largo de la altura: La Figura 8-42 muestra la posición vertical del centro de presión teórico a lo largo de la altura en función del ángulo de ataque de la pala en forma de tanto por ciento. Este coeficiente es el obtenido a partir de las curvas del túnel de viento que utiliza Taplin para sus cálculos.

Como se puede observar la geometría de las curvas es similar independientemente de la pala. Una vez más este suceso es debido a la similitud entre las palas, es decir, a una relación de aspecto similar.

Despreciando el comienzo de la curva (entre 0° y 7° por tratarse de un punto singular el ángulo de ataque nulo) se puede observar que las curvas permanecen más o menos constantes entre el 45 y 49 por ciento. Por este motivo Taplin en su método utiliza el valor de 49% como la altura del centro de presión a 25° (ángulo efectivo, aunque es asumible al resto de ángulos).

Igual que se ha comentado en otros casos, esto no quiere decir que la posición del centro de presión de todas las palas del estudio se encuentren a la misma altura. Para saber la posición del centro de cada pala habría que multiplicar la altura de cada pala por el porcentaje utilizado por Taplin. De esta forma se vería, que cuanto más altura tenga la pala más alejado se encontrará el centro de presión del borde superior de la pala.

En caso de no suponer la pala tras el flujo de la hélice, se podría suponer la altura del centro de presión como la altura del centro de presión de la geometría proyectada de la pala. Se supone que por estar la pala inmersa en el flujo de la hélice, debido a que esta sometida a un mayor flujo en su parte inferior, el centro de presión tiende a bajar siendo mayor esta distancia

(esto fue demostrado anteriormente a pequeños ángulos mediante el flujo potencial).

- Momento torsor: La Figura 8-45 muestra el momento torsor en función del ángulo de ataque de cada pala.

El momento torsor viene determinado de multiplicar la fuerza resultante por el brazo torsor (determinado a partir del centro de presión horizontal).

Como se vio anteriormente el centro de presión permanecía constante para las sucesivas palas debido a una geometría similar, por lo que la pequeña variación que existe entre las curvas se debe directamente a la variación de la fuerza resultante. Por este motivo la pala 6 tiende a tener un mayor par positivo y un mayor par negativo.

Además, como se puede ver, existe una pequeña variación al principio, a un ángulo inferior a 10° y entre los 25° y 28° donde esto no se cumple. Como se dijo anteriormente, la posición de la mecha se encuentra en la misma posición con respecto al borde superior de la pala por lo que aunque el coeficiente de presión horizontal se encuentre en el mismo sitio existe una pequeña variación consecuencia de la situación de la mecha. Por este motivo existen estas dos excepciones. Si la situación de la mecha fuera similar con respecto a la cuerda media esto no sucedería y todo sería como se describe en el primer párrafo.

Como se puede observar, para las palas estudiadas se obtiene que hasta aproximadamente los 27° el par es positivo y a partir de ahí se vuelve negativo.

Esto es debido a que el centro de presión en la primera parte de la curva se encuentra entre el borde de ataque de la pala y la mecha y en la segunda parte se encuentra a popa de la mecha. Por tanto, a un ángulo inferior a 27° la pala tenderá a girarse sola hasta esta posición, y a un ángulo mayor tenderá a volver hasta los 27° . Estos pares tendrán que ser soportados por el servo.

Además, igual que se veía en el estudio a pequeños ángulos, todas las curvas son positivas al principio, aunque en el estudio realizado a pequeños ángulos se observase el comportamiento más detallado de estas curvas para estos ángulos debido a la influencia de la rotación de la hélice.

Por último comentar que esta curva solo representa el par hidrodinámico. Además de este par habrá que sumar o restar el par de error (debido a la posición del centro de presión en la cuerda media) y el par de fricción (debido a los cojinetes) que se encuentra representado en las tablas pero no reflejado en la Figura 8-45.

- Reacciones en los cojinetes y momento flector: La Figura 8-46, Figura 8-47 y Figura 8-48 representan las reacciones en los cojinetes y el momento flector en el cojinete inferior en función del ángulo de ataque de la pala.

Las reacciones en los cojinetes y el momento flector dependen de la distancia entre el cojinete inferior y el centro de presión, la distancia entre cojinetes y la fuerza resultante. Por este motivo el comportamiento de estas curvas será consecuencia de los comentarios que se han expuesto en los puntos anteriores con respecto a estas curvas.

Como se puede apreciar tanto las reacciones en los cojinetes como el momento flector es mayor cuanto más alta es la pala. Este suceso se debe a dos motivos:

- Cuanto más alta es la pala mayor es la fuerza resultante que desarrolla tal y como se vio en la Figura 8-40.
- Cuanto más alta es la pala mayor es la distancia vertical entre el centro de presión y el cojinete inferior debido a que aunque el coeficiente del centro de presión vertical sea el mismo la pala es más alta lo que ocasiona una distancia mayor.

Esto tiene como consecuencia que a una mayor altura estas tres componentes son mayores.

Capítulo 9. CONCLUSIONES

Una vez expuestos los pasos a seguir a la hora de realizar el pre-dimensionamiento del sistema de gobierno para un timón tipo espada y realizado el estudio sobre el comportamiento hidrodinámico (a pequeños y grandes ángulos) a lo largo de este capítulo se expondrán las conclusiones sacadas sobre el método.

9.1. VALIDEZ DEL ESTUDIO HIDRODINÁMICO

En el Capítulo 8 se realizó un estudio hidrodinámico partiendo de una geometría de pala y estudiando el comportamiento de ésta al variar sus formas a pequeños y grandes ángulos.

Para realizar el estudio a pequeños ángulos se ha utilizado la teoría de flujo potencial adaptada con el método de cálculo de flujo efectivo estudiado en la sección 3.2, sin embargo, el estudio a grandes ángulos ha sido llevado a cabo por medio del método de Taplin (método desarrollado en la sección 4.2).

De esta manera, a lo largo de esta sección, se hará una breve comparación entre los dos métodos comparando los resultados obtenidos, con la intención de demostrar que los resultados obtenidos para el cálculo a pequeños ángulos es válido.

Ya en los apartados 8.2.3 y 8.3.3 se expusieron las conclusiones sacadas sobre las curvas obtenidas, validando sus formas y explicando a que se debían esas geometrías.

En esta sección lo que se trata es de validar la magnitud de los números obtenidos entre los dos métodos.

Para ello se parte de los resultados obtenidos para el timón “tipo” (Pala 0) para ambos métodos a un ángulo de 5° (7° para el método de Taplin debido al ángulo de desfase que considera).

	MÉTODO F.P. (BABOR)	MÉTODO F.P. (ESTRIBOR)	MÉTODO TAPLIN	
FN	167	288	281	KN
FR	168	288	281	KN
CL	0.213	0.366	0.282	
CD	0.020	0.021	0.017	
CPc	0.164	0.166	0.186	
CPs	0.608	0.420	0.49 0.43 (teórico)	
Qh	28	47	15.587 (-Qa) 25.62 (Qh) 35.97 (+Qa)	KN-m
Pu	313	403	437	KN
Ph	480	691	718	KN
Mh	505	651	706	KN-m

Tabla 9-1: Comparación método F.P. con método Taplin.

Como se puede apreciar en la Tabla 9-1, utilizando el método F.P. la magnitud de los resultados obtenidos difiere de si viramos la pala a babor o estribor debido a la rotación de la hélice (en este caso considerada en sentido horario). De esta manera, se puede observar que los valores de magnitud mayor (valores a elegir para el dimensionamiento por ser más desfavorables) se dan cuando la pala del timón vira a estribor.

Además, se puede observar con claridad que estos valores son próximos a los valores obtenidos para el mismo ángulo de ataque mediante el método de Taplin.

- Fuerza normal: A ángulos reducidos la sustentación de la pala puede suponerse igual a la fuerza normal deducida por Taplin.
Como se puede observar el valor obtenido al girar la pala a estribor es similar al obtenido mediante el método de Taplin. La pequeña variación que existe es insignificante con respecto a la magnitud de la carga.
- Fuerza resultante: Al igual que la fuerza normal, el valor de la fuerza resultante obtenida mediante F.P. al girar la pala a estribor es similar al obtenido mediante el método de Taplin. La pequeña variación que existe es insignificante con respecto a la magnitud de la carga.

- Coeficiente de sustentación: Como se puede observar en este caso, el coeficiente de sustentación obtenido por el método de Taplin (mediante las curvas del túnel de viento) se encuentra entre el coeficiente de sustentación obtenido mediante F.P. para babor y para estribor. Esta variación puede ser debida a diversas causas:
 - Elección del perfil hidrodinámico de la pala: La formulación obtenida mediante F.P. (4.1.6) se obtuvo para un NACA 0010 en cambio las curvas utilizadas para el cálculo mediante F.P. son para un NACA 0015. Esto podría tener influencia en los resultados, aunque la variación sería insignificante.
 - El método de cálculo: En el método de cálculo mediante F.P. se ha dividido la pala en secciones. En cada sección se considera una cuerda media, un ángulo de desfase del flujo y una velocidad de flujo. De esta manera el coeficiente se obtiene a partir de la sustentación de la pala.

Por el contrario Taplin considera un coeficiente obtenido de las curvas del túnel de viento en función de el ángulo de ataque, relación de aspecto y ángulo al $\frac{1}{4}$ cuerda.
 - En el método de F.P. se considera la rotación de la hélice.

Estas dos causas pueden crear diferencias en los coeficientes, aunque estas diferencias no tienen mayor importancia.

- Coeficiente de arrastre: Como se puede apreciar el coeficiente de arrastre obtenido mediante F.P. es algo más bajo que el obtenido mediante las curvas del túnel de viento, aunque la diferencia es insignificante.

Las causas de estas diferencias derivan de las mismas causas que se exponen para el coeficiente de sustentación.
- Centro de presión horizontal: Como se puede comprobar, el centro de presión obtenido mediante F.P. (tanto para babor como estribor) es muy próximo al obtenido mediante las curvas en el túnel de viento para el método de Taplin. El obtenido para el método de Taplin es ligeramente mayor, esto va a tener como consecuencia que para este ángulo de ataque el centro de presión se encuentre más próximo a la mecha y por tanto el brazo torsor sea menor.

- Centro de presión vertical: Como se puede observar el centro de presión obtenido mediante F.P. varía bastante según viremos la pala a babor o estribor (consecuencia de la rotación de la hélice). Como se verá más adelante, aunque el centro de presión virando a babor se encuentre más alejado, debido a una menor fuerza resultante, las reacciones en los cojinetes y el momento flector será menor que al girar a estribor.

Por el contrario, el valor obtenido mediante F.P. se encuentra más cercano al canto superior de la pala y coincide con el valor del centro de presión teórico obtenido de las curvas del túnel de viento para el método de Taplin.

Aún así, con la idea de ser conservador, para el cálculo mediante el método de Taplin se ha tomado un coeficiente de 0.49 para todos los ángulos (aunque Taplin lo considera solo a 25°) el cual curiosamente está próximo al valor medio que se obtendría al girar la pala a babor o estribor mediante F.P. (0.514). Esto tiene como consecuencia obtener unas reacciones mayores en los cojinetes y un momento flector mayor.

- Momento torsor: Como se puede observar el momento torsor obtenido mediante el método de Taplin es menor que el obtenido mediante F.P. (aunque este es próximo al obtenido al girar la pala a babor mediante F.P.). Este resultado es debido a la posición del centro de presión horizontal. Como se vio anteriormente, la distancia del centro de presión obtenido para el método de Taplin es mayor que la obtenida mediante flujo potencial, derivando en un menor brazo torsor y por tanto una disminución del momento.

El método de Taplin considera que puede existir error al calcular el centro de presión horizontal mediante las curvas del túnel de viento, debido a la variación de las formas de la pala con respecto a las palas estudiadas y al estar la pala tras el flujo proveniente de la hélice. Por este motivo Taplin suma y resta un par de error (coeficiente de error multiplicado por la cuerda media de la pala). Esto tiene como consecuencia dos curvas mostrando las tolerancias de los resultados obtenidos por el método.

Como se puede comprobar, girando la pala a estribor el valor obtenido es superior al obtenido mediante el método de Taplin pero se encuentra más cercano al obtenido sumando el par de error considerado por Taplin.

Además en el estudio se ha considerado un coeficiente de error del 1.5% y Taplin aconseja tomar este valor en torno al 2%. Algunos reglamentos que basan sus cálculos en esta teoría marcan el 3%.

- Reacción en cojinetes y momento flector en el cojinete inferior: Como se puede comprobar, los valores obtenidos mediante F.P. virando la pala a estribor son próximos a los obtenidos mediante el método de Taplin.

Las diferencias existentes derivan de la situación vertical del centro de presión.

Como se dijo anteriormente, para el cálculo realizado mediante el método de Taplin se considero como distancia desde el canto superior al borde de la pala el 49% de la altura (aún habiéndose obtenido una altura teórica del 43%).

El valor obtenido y tomado para el cálculo mediante F.P. ha sido del 42%. Esto deriva en que la distancia considerada es mayor en el método de Taplin que en el método del F.P. y por tanto las reacciones y el momento es ligeramente superior. Si se hubiera considerado el valor teórico obtenido mediante las curvas el resultado hubiera sido similar el del F.P. ya que la fuerza resultante es similar.

De esta manera, como se ha podido ver, los resultados obtenidos mediante los dos métodos son similares por lo cual se puede concluir que es posible utilizar el método propuesto teniendo en cuenta el comportamiento del flujo debido al casco y a tener una hélice aguas arriba para estudiar el comportamiento de la pala a pequeños ángulos.

9.2. VENTAJAS DEL MÉTODO F.P. (CON FLUJO EFECTIVO) A PEQUEÑOS ÁNGULOS

En la sección anterior se ha comprobado la validez de utilizar el método del flujo efectivo estudiado en la sección 3.2 junto con la teoría del flujo potencial desarrollada en la sección 4.1.

A lo largo de esta sección se enumerarán algunas de las ventajas que tendrían el realizar un estudio en la fase funcional del buque utilizando esta metodología:

- Se podría observar el comportamiento de la pala al virar el timón a una u otra banda. De forma que se podrían elaborar las formas de la pala de manera que el comportamiento a ambos lados fuera parecido o dimensionar la pala en función de la hélice escogida.
- Se puede observar la sustentación y el arrastre que proporciona la pala según la posición en altura. Además también se podría saber cómo sustenta la pala en cada sección a lo largo de la cuerda. De esta manera se podrían optimizar las formas de la misma de forma que se pudiera conseguir una buena sustentación con el mínimo arrastre para ángulos reducidos. Además se obtendría un comportamiento del sistema más detallado.
- Se puede ver la influencia de la hélice con respecto a la situación de la pala (tanto según la posición longitudinal como transversal de la pala). Así, se podría ver el comportamiento de la pala al separarla transversalmente para dejar salir el núcleo de la hélice o elegir la posición longitudinal óptima en función de la hélice escogida para conseguir la mayor sustentación con el menor ángulo de ataque.
- Se podría estudiar la colocación de un timón tipo “Twisted”. Como se conoce el ángulo con que el flujo entra en la pala debido a la rotación de la hélice se podría considerar el colocar este tipo de timón y dimensionarlo de manera que, según la hélice escogida, se minimizará la influencia de la rotación de la misma al máximo. Así, la parte superior de la pala correspondiente a la mitad superior de la hélice tendría un ángulo de ataque constante y la parte correspondiente a la mitad inferior otro ángulo distinto. Planteando este problema se podría conseguir que la sustentación con el timón a la vía y con una hélice aguas arriba fuera nula.

Como bien se dijo al principio del capítulo, todo esto sería aplicable a una fase inicial del proyecto. Si se quisiera un mayor detalle del sistema se podrían plantear otros métodos más avanzados (CFD), pero para realizar un estudio inicial es una metodología fácil de usar y eficaz, obteniendo unas aproximaciones bastantes detalladas sobre el comportamiento del sistema.

Además, por las restricciones del flujo potencial (perfiles delgados, ángulo de ataque reducido, etc.) se ha planteado este problema a ángulos reducidos (en torno a 10° - 15°). En teoría a ángulos de ataque superiores se estarían incumpliendo las condiciones impuestas para la condición de flujo potencial pero erróneamente se podrían hallar soluciones a ángulos mayores obteniendo soluciones similares a las halladas por Taplin (siendo las diferencias aproximadamente iguales a las representadas en la Tabla 9-1.

9.3. EJEMPLO DE LA CONTINUACIÓN DE LA METODOLOGIA A PARTIR DE LAS REACCIONES OBTENIDAS

Una vez obtenido el momento flector, las reacciones en los cojinetes y el momento flector, el siguiente paso es definir un diámetro para la mecha capaz de aguantar las solicitaciones y hacer un pre-escantillonado de la pala.

Estos dos últimos pasos no se han incluido en el estudio realizado en el Capítulo 8 puesto que está claro que cuanto mayor son las reacciones, el sistema requerirá de una mecha con un diámetro mayor capaz de aguantar esas solicitaciones. Solo hay dos formas de disminuir las reacciones calculadas:

- Disminuyendo la carga, es decir, variando las formas de la pala para obtener una carga menor.
- Variando distancias:
 - Variando la distancia horizontal entre el centro de presión y la mecha para el momento torsor, bien:
 - variando la geometría de la pala.
 - variando la situación de la mecha.
 - Variando las distancias verticales para variar las reacciones en los apoyos, bien:
 - variando la geometría de la pala para acercar la posición del centro de presión al cojinete inferior.
 - variando la distancia entre cojinetes para variar la reacción del cojinete superior.

- Variando la posición del cojinete inferior para acercarlo al centro de presión de la pala con la idea de disminuir el momento flector (en algunos casos el cojinete se encuentra en el interior de la pala del timón).

9.3.1. DIÁMETRO MECHA

A partir del momento torsor y del momento flector (Tabla 8-18 o Tabla 8-44), sustituyendo en las expresiones (127) y (128) se obtendrá el diámetro mínimo de la mecha para el timón “tipo” representado en la Figura 8-2:

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{16 * 2}{620 * 10^3 * \pi(1 - 0^4)} \left(2854 + \sqrt{(2854)^2 + (-294)^2} \right)} = 0.455 \text{ m}$$

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{16 * 2}{0.6 * 620 * 10^3 * \pi(1 - 0^4)} \sqrt{(2854)^2 + (-294)^2}} = 0.428 \text{ m}$$

Suponiendo un límite elástico del material de 620 MPa se obtiene que el diámetro mínimo es de 455 mm.

9.3.2. DEFLEXIÓN DE LA MECHA

Tomando como diámetro, el valor del diámetro mínimo calculado en 9.3.1, en este apartado se calcularán los ángulos de giro producidos en el cojinete superior e inferior. Además se mostrará la desviación producida a lo largo de la altura durante el intervalo.

Así, a modo de ejemplo se partirá de las distancias consideradas para la mecha en el estudio hidrodinámico realizado y se definirán otros aspectos de la mecha no considerados hasta el momento como la conicidad, el diámetro en el cojinete superior, etc.

La Figura 9-1 define las formas de la mecha desde el cojinete superior al obturador y las reacciones obtenidas del estudio hidrodinámico (Tabla 8-18 y Tabla 8-44).

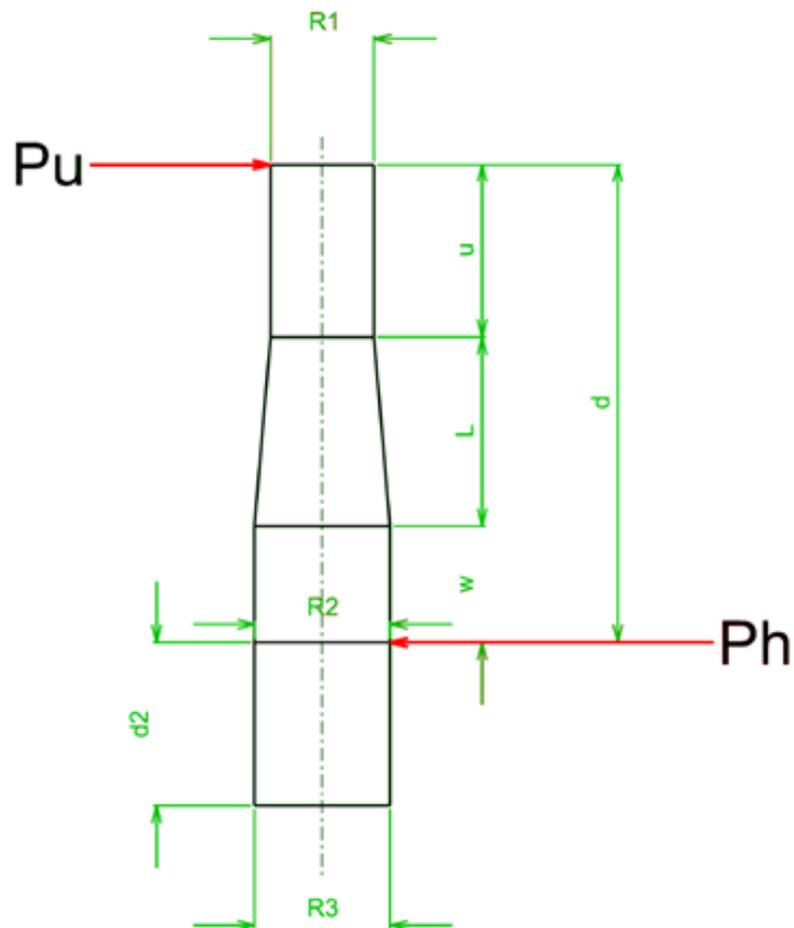


Figura 9-1: Definición de mecha (problema de la deflexión a lo largo de la altura).

R1	176.5	mm	Radio en el cojinete superior
R2	227.5	mm	Radio en el cojinete inferior
R3	227.5	mm	Radio en el obturador
u	597	mm	Sección recta en el cojinete superior
L	654	mm	Longitud de la parte cónica
w	365	mm	Sección recta en el cojinete inferior
d	1615	mm	Distancia entre cojinetes
d2	408	mm	Distancia entre el cojinete inferior y el obturador
Pu	1767	KN	Reacción el cojinete superior
Ph	2901	KN	Reacción en el cojinete inferior
E	210.000	MPa	Módulo elástico del material

Tabla 9-2: Datos de partida deflexión de la mecha.

De esta manera los resultados obtenidos planteando la formulación desarrollada en 6.5 son los que se exponen a continuación:

- La curva del momento desde el cojinete superior hasta el obturador viene representada por la Figura 9-2:

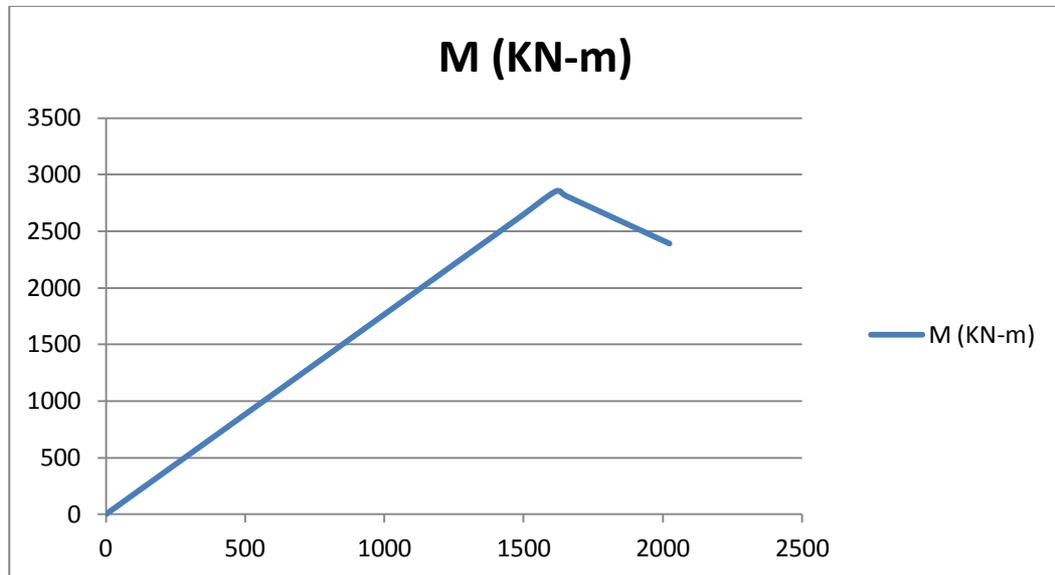


Figura 9-2: Momento flector desde el cojinete inferior hasta el obturador (KN.m - mm).

- La Figura 9-3, representa el $M/(EI)$ desde el cojinete inferior hasta el obturador:

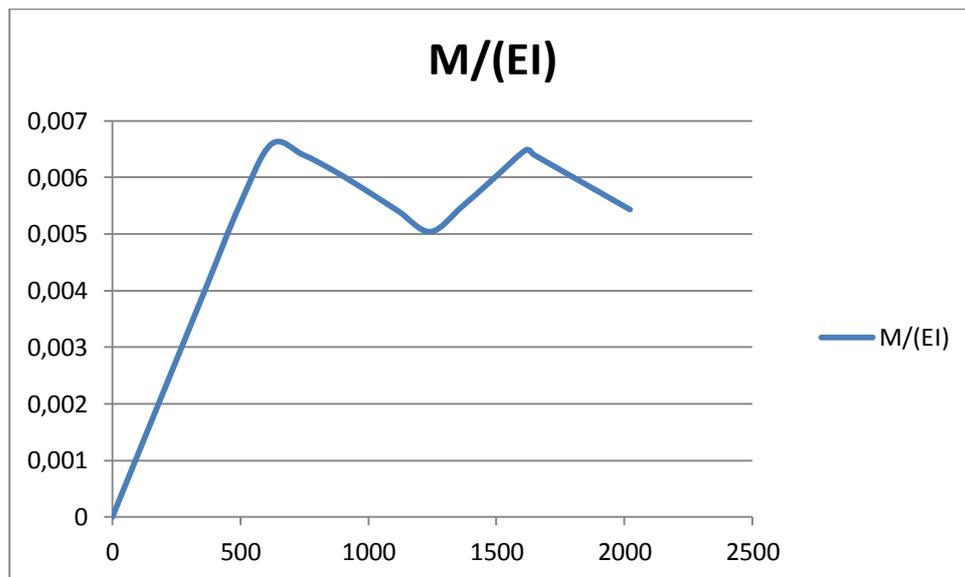


Figura 9-3: Relación $M/(EI)$ desde el cojinete inferior hasta el obturador (1/m - mm).

- Aplicando la formulación descrita en 6.5.1 se obtiene que los ángulos de giro en los cojinetes son los siguientes:

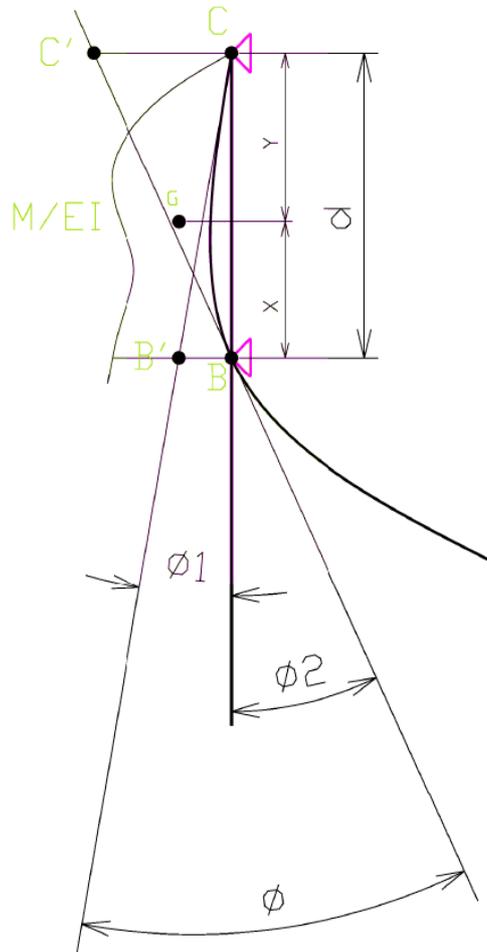


Figura 9-4: Ángulo de giro en los cojinetes.

θ	0,00794	radianes	0,4551	grados
x	922	mm		
$BB' = \int M/(EI) x dx$	5.51	mm		
$\theta_1 = \arctg(BB'/d)$	0,00340885	radianes	0,19531275	grados
$\theta_2 = \theta - \theta_1$	0,0045344	radianes	0,2597995	grados
$CC' = \int M/(EI) y dy$	7.32	mm		
$\theta_2 = \arctg(CC'/d)$	0,004534312	radianes	0,25979696	grados

Tabla 9-3: Ángulo de giro en los cojinetes.

- Aplicando la formulación descrita en 6.5.2, la desviación de la mecha con respecto a su posición de reposo vendrá dada por la Figura 9-5:

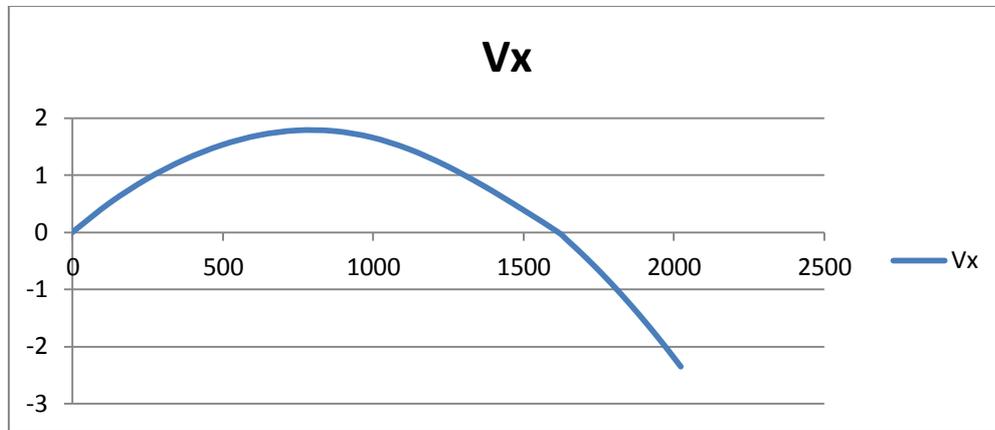


Figura 9-5: Desviación de la mecha entre cojinete superior y el obturador (mm – mm).

Produciéndose una desviación máxima de 2.35 mm en el obturador.

9.3.3. PREDIMENSIONAMIENTO DE LOS COJINETES

A lo largo de este apartado se realizará un pre-dimensionamiento del cojinete inferior. Para ello se aplicará lo explicado en la sección 6.7.

Puesto que estamos dimensionando una mecha de acero, el material a elegir para los cojinetes será de tipo metálico. Esto significa que el espesor mínimo de la pared del cojinete deberá de ser igual a 8 mm.

El área proyectada del cojinete no debe de ser menor que la obtenida mediante la expresión (166). Suponiendo un cojinete de bronce con un factor permisible de 7.0 N/mm^2 (Tabla 6-1), y considerando la carga obtenida en el cojinete inferior el área proyectada será igual a:

$$A_b = \frac{B}{q} = \frac{2901 * 10^3 \text{ N}}{7 \text{ N/mm}^2} = 414 * 10^3 \text{ mm}^2$$

Suponiendo el espesor mínimo como el espesor el cojinete, el diámetro exterior del cojinete será:

$$D_{ext.} = 2 * 8 + 455 = 471 \text{ mm}$$

Por último, la altura del cojinete vendrá dada a partir de la expresión (165):

$$H = \frac{A_b}{D_{ext.}} = \frac{414 * 10^3}{471} = 879 \text{ mm}$$

Según se expuso en la sección 6.7, la altura del cojinete no debe de exceder de 1.2 veces el diámetro de la mecha. Como se puede ver, utilizando el espesor mínimo la altura es muy superior. La única manera es aumentar el espesor para disminuir la altura. Por tanto, partiendo de una altura de 1.2 veces el diámetro de la mecha se obtendrá el espesor mínimo del cojinete:

$$D_{ext.} = \frac{A_b}{1.2D} = \frac{414 * 10^3}{1.2 * 455} = 758 \text{ mm}$$

Y el espesor mínimo del cojinete:

$$t_{min} = \frac{758 - 455}{2} = 151 \text{ mm}$$

Como se puede observar el espesor necesario considerando 1.2 veces el diámetro la altura del cojinete es muy elevado. De este modo, tal y como dice la norma, se podrá incrementar la altura de éste para reducir el espesor.

9.3.4. PRE-ESCANTILLONADO DE LA PALA

A lo largo de este apartado, se realizará una proposición de escantillonado para la pala de acuerdo con el American Bureau of Shipping (sección 7.6).

El espesor mínimo del panel de la pala viene dado por la expresión (196). Suponiendo un calado de verano de 6 m, un area de 10.106 m³ una carga de 1135 KN, un ancho de panel de panel de 0.6 m, un alto de panel de 0.8 m y un coeficiente de material de 0.72, el resultado será el siguiente:

$$p_R = 10 * 6 + \frac{1135}{10.106} = 172.31 \text{ KN/m}^2$$

$$\beta = \sqrt{1.1 - 0.5 \left(\frac{0.6}{0.8}\right)^2} = 0.905$$

$$t_p = 1.7a\beta\sqrt{p_Rk} + 2.5 = 1.7 * 0.6 * 0.905 * \sqrt{172.31 * 0.72} + 2.5 = 12.78 \text{ mm}$$

Este espesor debe de ser mayor que el espesor dispuesto para el forro del casco de popa.

El espesor de los refuerzos no debe de ser menor que el 70% del espesor del forro, es decir:

$$t_{min} = 12.78 * 0.7 = 8.95 \text{ mm}$$

O el dado mediante la expresión (197):

$$t_{min} = 8\sqrt{k} = 8\sqrt{0.72} = 6.78 \text{ mm}$$

Según esto, el espesor mínimo de los refuerzos será de 8.95 mm.

Posteriormente, dependiendo del tipo de conexión entre la pala y la mecha, será necesario hacer un escantillonado más riguroso.

Referencias

- [1] “3rd International EuroConference on High-Performance Marine Vehicles”, HIPER’02, 14-17 September 2002, Bergen.
- [2] A. F. Molland, “*The Prediction of Rudder-Propeller Interactions Using Blade Element-Momentum Theory and Modified Lifting Line Theory*” Ship Science Report N° 54. January 1992.
- [3] A. F. Molland, S.R. Turnock, “*Flow Straightening effects on a Ship Rudder due to Upstream Propeller and Hull*” University of Southampton, U.K.. August 2002.
- [4] American Bureau of Shipping, “*Common Structural Rules for Bulkcarriers- Part 5, Chapter 10*”. 2012.
- [5] Bureau Veritas, “*Rules for the Classification of Steel Ship - Part B- Hull and Stability*”. July 2011.
- [6] D. Taylor, “*First Symposium on Ship Maneuverability*”, David Taylor Model Basin, Report 1461. 24-25 May 1960.
- [7] DDS 562-2, “*Control Surface Structure Design*” Department of the Navy Naval Sea Systems Command. November 1987.
- [8] Det Norske Veritas, “*Hull Equipment and Safety-Part 3, Charter 3*”. July 2009.
- [9] DOD-STD-1399 (NAVY) , Section 301A “*Ship Motion and Attitude*” Department of Defense Interface Standard for Shipboard Systems. February 1972.
- [10] J.N. Newman, “*Marine Hydrodynamics*” MIT. 2014.

- [11] Jialun Liu, “*Impacts of Rudder Profiles on Ship Manoeuvrability*” Delft University of Technology, The Netherlands. Mars 2015.
- [12] K. Zelazny, “*Approximate Method of Calculating Forces on Rudder During Ship Sailing on a Shipping Route*”, West Pomernian University of Tecnology, Szczecin, Poland. Vol. 8, N.3. September 2014.
- [13] Lloyd’s Register, “*Rules and Regulations for the Classification of Ships-Part3, Chapter 13*”. July 2013.
- [14] S. Timoshenko, “*Resistencia de Materiales*”, Espasa-Calpe, S.A. Madrid 1957.
- [15] S. Verlag, “*Manoeuvring Technical Manual*” Manoeuvring Technical Institute Diekbarg, Hamburg. Sep.tember 1992.
- [16] Young T. Shen, Chen W. Jiang, Kenneth D. Remmers, “*A Twisted Rudder for Reduced Cavitation*”, Journal of Ship Research, Vol. 41, N°4. Dec. 1997.
- [17] Young T. Shen, Michael J.Hughes, “*Effective Inflow Velocity for Rudder Calculations*”, Naval Surface Warfare Center Carderock Division,West Bethesda, MD, USA. 2012.
- [18] L. Folger Whicker, “*AD-A014 272-Free-stream Characteristics of a Family of Low-Aspect-Ratio, All-Movable Control Surfaces for Application to Ship Design*” Washington, D.C. December 1958

Lista de figuras

FIGURA 2-1: COMPARACIÓN EFECTIVIDAD/VELOCIDAD ENTRE SISTEMAS ACTIVOS/PASIVOS.	7
FIGURA 2-2: JET THRUSTER.	8
FIGURA 2-3: PUMP THRUSTER.	9
FIGURA 2-4: MANIOBRA CON PROPULSIÓN PRINCIPAL A BAJA VELOCIDAD.	9
FIGURA 2-5: PROPULSOR ACIMUTAL.	10
FIGURA 2-6: STERING NOZZLE.	11
FIGURA 2-7: VOITH SCHNEIDER.	11
FIGURA 2-8: MOMENTO TORSOR PRODUCIDO EN EL BUQUE.	12
FIGURA 2-9: FLUJO ALREDEDOR DE LA PALA DEL TIMÓN.	13
FIGURA 2-10: PERFILES TÍPICOS NAVALES.	14
FIGURA 2-11: DESARROLLO NACA 00 (1).	15
FIGURA 2-12: DESARROLLO NACA 00 (2).	17
FIGURA 2-13: TIPOS DE TIMONES.	19
FIGURA 2-14: TIPOS DE SERVO.	22
FIGURA 2-15: COMPONENTES TIMÓN TIPO ESPADA.	23
FIGURA 2-16: PARÁMETROS DE UN TIMÓN.	24
FIGURA 3-1: EJEMPLO MODELO ($CB = 0.6$).	30
FIGURA 3-2: EFECTO DEL VIENTO SOBRE EL GIRO DEL BUQUE (MODELO).	32
FIGURA 3-3: EJEMPLO CURVA GIRO DEL BUQUE ($CB=0.7$ Y $A/L_{PP} = 1/80$).	32
FIGURA 3-4: RADIO DE GIRO SEGÚN ÁREA PALA/ÁREA DERIVA Y CB	33

FIGURA 3-5: ÁNGULO DE GIRO RESPECTO AL ÁNGULO DE ATAQUE	34
FIGURA 3-6: RELACIÓN RADIO DE GIRO - CB	35
FIGURA 3-7: RELACIÓN RADIO DE GIRO – DESPLAZAMIENTO.....	36
FIGURA 3-8: RELACIÓN RADIO DE GIRO – DESPLAZAMIENTO.....	37
FIGURA 3-9: RELACIÓN VELOCIDAD - DIÁMETRO DE GIRO – CB.....	38
FIGURA 3-10: COMPARACIÓN BABOR - ESTRIBOR.	39
FIGURA 3-11: VARIACIÓN DEL CP.	40
FIGURA 3-12: VARIACIÓN DEL CN.	41
FIGURA 3-13: POSICIÓN CP – PROFUNDIDAD.....	44
FIGURA 3-14: FLOW STRAIGHTENING EFFECT ON A SHIP RUDDER DUE TO UPSTREAM PROPELLER AND HULL.....	46
FIGURA 3-15: VELOCIDAD DEL FLUJO TRANSVERSAL Y AXIAL.	47
FIGURA 3-16: PROPULSOR CLÁSICO PARA EL FLUJO AXIAL.	48
FIGURA 3-17: COMPARACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA CIRCULACIÓN OPTIMA DE GOLDSTEIN CON LA DISTRIBUCIÓN DADA POR LA ECUACIÓN (13).	51
FIGURA 3-18: COMPARACIÓN DE VELOCIDAD AXIAL CON UNA DISTRIBUCIÓN REAL Y DISTRIBUCIÓN UNIFORME SEGÚN SU POSICIÓN LONGITUDINAL (EJE AXIAL).	51
FIGURA 3-19: DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDAD AXIAL REAL PARA $X/R = 2$	52
FIGURA 3-20: COMPARACIÓN DEL KR (MOLLAND AND TURNOCK [REFERENCE XX]) CON $V/V(x=0)$ A $r/R = 0.7$ CALCULADO POR EL MÉTODO (HOUGH AND ORDWAY).....	55
FIGURA 3-21: PROPULSOR CLÁSICO PARA FLUJO TANGENCIAL.	56
FIGURA 3-22: VELOCIDAD DE ENTRADA EN LA PALA EN CADA SEGMENTO.	59
FIGURA 3-23: GEOMETRÍA PALA DEL TIMÓN PARA CÁLCULO DE $C(z)$	60
FIGURA 3-24: PARÁMETROS DEL BUQUE PARA CÁLCULO DEL FLUJO EN LA PALA DEL TIMÓN.	62
FIGURA 4-1: FUERZAS PERFIL HIDRODINÁMICO.	66
FIGURA 4-2: LÍNEA DE FLUJO ASUMIDA PARA EL PERFIL.....	67
FIGURA 4-3: LÍNEA DE FLUJO SIN CIRCULACIÓN.....	67
FIGURA 4-4: CONTORNO QUE RODEA EL FOIL.	68
FIGURA 4-5: DEFINICIÓN CARA SUPERIOR E INFERIOR DEL PERFIL.	69
FIGURA 4-6: PROBLEMA DEL ESPESOR Y DE LA LÍNEA DE CURVATURA MEDIA.	71
FIGURA 4-7: PERFIL TIPO NACA0010 DESDE $-0.5c$ A $0.5c$ ($c=8$).....	80

FIGURA 4-8: VELOCIDAD HORIZONTAL Y VERTICAL (PROBLEMA DEL ESPESOR).....	83
FIGURA 4-9: DENSIDAD DE CIRCULACIÓN A LO LARGO DEL PERFIL.	86
FIGURA 4-10: SUSTENTACIÓN A LO LARGO DE LA ALTURA DE LA PALA ($L(z)$).....	92
FIGURA 4-11: FUERZA DE ARRASTRE A LO LARGO DE LA ALTURA DE LA PALA ($D(z)$).	93
FIGURA 4-12: VELOCIDAD TANGENCIAL EN LA PALA DEBIDA A LA ROTACIÓN DE LA HÉLICE.	94
FIGURA 4-13: DESCOMPOSICIÓN DE LA VELOCIDAD TANGENCIAL.	95
FIGURA 4-14: CALCULO COMPONENTES DE LA VELOCIDAD TANGENCIAL.	95
FIGURA 4-15: LÍNEAS DE CIRCULACIÓN CON LA MISMA VELOCIDAD AXIAL.	96
FIGURA 4-16: CALCULO VELOCIDAD AXIAL.....	97
FIGURA 4-17: VARIACIÓN DE VELOCIDAD Y ÁNGULO DE ATAQUE SEGÚN LA SITUACIÓN TRAS LA HÉLICE.	99
FIGURA 4-18: CURVAS DE PAR.....	106
FIGURA 4-19: CURVAS DE FUERZA NORMAL Y RESULTANTE.....	106
FIGURA 5-1: MOVIMIENTOS DEL BUQUE.	114
FIGURA 6-1: DIAGRAMA DE CARGAS, FUERZAS CORTANTES Y MOMENTO FLECTOR A LO LARGO DE LA ALTURA.....	131
FIGURA 6-2: DISTRIBUCIÓN DE CARGAS A LO LARGO DE LA ALTURA.	132
FIGURA 6-3: DIAGRAMA DE FUERZAS CORTANTES A LO LARGO DE LA ALTURA.	133
FIGURA 6-4: DIAGRAMA DE MOMENTO FLECTOR A LO LARGO DE LA ALTURA.....	133
FIGURA 6-5: DIAGRAMA DE DISTRIBUCIÓN DE CARGAS, FUERZAS CORTANTES Y MOMENTO FLECTOR A LO LARGO DE LA CUERDA.	134
FIGURA 6-6: DISTRIBUCIÓN DE CARGAS A LO LARGO DE LA CUERDA.	136
FIGURA 6-7: DIAGRAMA DE FUERZAS CORTANTES A LO LARGO DE LA CUERDA.	137
FIGURA 6-8: DIAGRAMA DE MOMENTO FLECTOR A LO LARGO DE LA CUERDA.....	137
FIGURA 6-9: DEFINICIÓN PARTE SUPERIOR MECHA.	140
FIGURA 6-10: ÁNGULO DE GIRO DE LA MECHA EN LOS COJINETES.	141
FIGURA 6-11: DESVIACIÓN DE LA MECHA.	145
FIGURA 6-12: MOMENTO MECHA (COJINETE SUPERIOR-OBTURADOR).....	147
FIGURA 6-13: RELACIÓN ENTRE EL MOMENTO Y EL MÓDULO DE YOUNG POR LA INERCIA. (COJINETE SUPERIOR-OBTURADOR).	147
FIGURA 6-14: DESVIACIÓN DE LA MECHA (COJINETE SUPERIOR-OBTURADOR)	148

FIGURA 6-15: REPRESENTACIÓN DE FUERZAS DINÁMICAS.	150
FIGURA 6-16: DIAGRAMAS DE FUERZAS CORTANTES Y MOMENTOS FLECTORES (FUERZAS DINÁMICAS).	150
FIGURA 6-17: FUERZAS HIDRODINÁMICAS.	152
FIGURA 6-18: DIRECCIÓN FUERZAS HIDRODINÁMICAS REALES.	152
FIGURA 7-1: DISPOSICIÓN DE LA PALA DEL TIMÓN CON NÚCLEO (DDS 562)	162
FIGURA 7-2: FACTOR DE TENSIÓN SEGÚN PENETRACIÓN DE LA MECHA. (DDS-562).....	163
FIGURA 7-3: DISPOSICIÓN DE LA PALA DEL TIMÓN CON MECHA SOLDADA (DDS-562)	164
FIGURA 7-4: CÁLCULO TENSIONES EN DISCONTINUIDADES (DDS-562).....	165
FIGURA 7-5: FACTOR DE CONCENTRACIÓN DE TENSIONES CHAVETA-CHAVETERO (DDS-562).....	166
FIGURA 7-6: DISPOSICIÓN MECHA-PALA (BV).	170
FIGURA 7-7: DISPOSICIÓN CON CHAVETA (LR).....	180
FIGURA 7-8: DISPOSICIÓN CONO MECHA CON CHAVETA (ABS).	182
FIGURA 7-9: DISPOSICIÓN ACOPLAMIENTO CÓNICO CON DISPOSICIÓN ESPECIAL (ABS).....	183
FIGURA 7-10: ACCESO A TUERCA MECHA (ABS).	189
FIGURA 8-1: DISPOSICIÓN CONJUNTO PALA-MECHA “TIPO”	192
FIGURA 8-2: DISPOSICIÓN CONJUNTO HÉLICE-PALA-MECHA “TIPO”	193
FIGURA 8-3: SUPERPOSICIÓN DE PALAS DE TIMÓN (PROBLEMA 1).	197
FIGURA 8-4: SUPERPOSICIÓN DE PALAS DE TIMÓN (PROBLEMA 2).	202
FIGURA 8-5: SUSTENTACIÓN-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (KN-GRADOS) (PROBLEMA 1).	216
FIGURA 8-6: ARRASTRE-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (KN-GRADOS) (PROBLEMA 1).	216
FIGURA 8-7: COEFICIENTE DE SUSTENTACIÓN-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (PROBLEMA 1)	217
FIGURA 8-8: COEFICIENTE DE ARRASTRE-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (PROBLEMA 1).	217
FIGURA 8-9: CENTRO DE PRESIÓN A LO LARGO DE LA CUERDA-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (PROBLEMA 1).	218
FIGURA 8-10: CENTRO DE PRESIÓN A LO LARGO DE LA ALTURA-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (PROBLEMA 1).....	218
FIGURA 8-11: FUERZA RESULTANTE-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (KN-GRADOS) (PROBLEMA 1).	219
FIGURA 8-12: MOMENTO TORSOR-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (KN.M-GRADOS) (PROBLEMA 1).....	219
FIGURA 8-13: DISTANCIA VERTICAL CENTRO DE PRESIÓN-CANTO ALTO PALA F.P. (METROS) (PROBLEMA 1).....	220

FIGURA 8-14: REACCIÓN COJINETE SUPERIOR-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (KN-GRADOS) (PROBLEMA 1).
220

FIGURA 8-15: REACCIÓN COJINETE INFERIOR-ÁNGULO DE ATAQUE F.P.(KN-GRADOS) (PROBLEMA 1).
221

FIGURA 8-16: MOMENTO FLECTOR EN EL COJINETE INFERIOR-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (KN.M-GRADOS) (PROBLEMA 1).221

FIGURA 8-17: FUERZA NORMAL-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (KN-GRADOS) (PROBLEMA 1).234

FIGURA 8-18: FUERZA RESULTANTE-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (KN-GRADOS) (PROBLEMA 1).234

FIGURA 8-19: CENTRO DE PRESIÓN A LO LARGO DE LA CUERDA-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (%) (PROBLEMA 1).235

FIGURA 8-20: CENTRO DE PRESIÓN TEÓRICO A LO LARGO DE LA ALTURA-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (%) (PROBLEMA 1).235

FIGURA 8-21: COEFICIENTE DE SUSTENTACIÓN-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (PROBLEMA 1).236

FIGURA 8-22: COEFICIENTE DE ARRASTRE-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (PROBLEMA 1).236

FIGURA 8-23: MOMENTO TORSOR-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (KN.M-GRADOS) (PROBLEMA 1).237

FIGURA 8-24: REACCIÓN COJINETE SUPERIOR-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (KN-GRADOS) (PROBLEMA 1).237

FIGURA 8-25: REACCIÓN COJINETE INFERIOR-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (KN-GRADOS) (PROBLEMA 1).238

FIGURA 8-26: MOMENTO FLECTOR EN EL COJINETE INFERIOR-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (KN.M-GRADOS) (PROBLEMA 1).238

FIGURA 8-27: SUSTENTACIÓN-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (KN-GRADOS) (PROBLEMA 2).264

FIGURA 8-28: ARRASTRE-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (KN-GRADOS) (PROBLEMA 2).264

FIGURA 8-29: COEFICIENTE DE SUSTENTACIÓN-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (PROBLEMA 2)265

FIGURA 8-30: COEFICIENTE DE ARRASTRE-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (PROBLEMA 2).265

FIGURA 8-31: CENTRO DE PRESIÓN A LO LARGO DE LA CUERDA-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (PROBLEMA 2).266

FIGURA 8-32: CENTRO DE PRESIÓN A LO LARGO DE LA ALTURA-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (PROBLEMA 2).266

FIGURA 8-33: FUERZA RESULTANTE-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (KN-GRADOS) (PROBLEMA 2).267

FIGURA 8-34: MOMENTO TORSOR-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (KN.M-GRADOS) (PROBLEMA 2).267

FIGURA 8-35: DISTANCIA VERTICAL CENTRO DE PRESIÓN-CANTO ALTO PALA F.P. (METROS) (PROBLEMA 2).268

FIGURA 8-36: REACCIÓN COJINETE SUPERIOR-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (KN-GRADOS) (PROBLEMA 2).	268
FIGURA 8-37: REACCIÓN COJINETE INFERIOR-ÁNGULO DE ATAQUE F.P.(KN-GRADOS) (PROBLEMA 2).	269
FIGURA 8-38: MOMENTO FLECTOR EN EL COJINETE INFERIOR-ÁNGULO DE ATAQUE F.P. (KN.M-GRADOS) (PROBLEMA 2).	269
FIGURA 8-39: FUERZA NORMAL-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (KN-GRADOS) (PROBLEMA 2).	283
FIGURA 8-40: FUERZA RESULTANTE-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (KN-GRADOS) (PROBLEMA 2).	283
FIGURA 8-41: CENTRO DE PRESIÓN A LO LARGO DE LA CUERDA-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (%) (PROBLEMA 2).	284
FIGURA 8-42: CENTRO DE PRESIÓN TEÓRICO A LO LARGO DE LA ALTURA-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (%) (PROBLEMA 2).	284
FIGURA 8-43: COEFICIENTE DE SUSTENTACIÓN-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (PROBLEMA 2).	285
FIGURA 8-44: COEFICIENTE DE ARRASTRE-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (PROBLEMA 2).	285
FIGURA 8-45: MOMENTO TORSOR-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (KN.M-GRADOS) (PROBLEMA 2).	286
FIGURA 8-46: REACCIÓN COJINETE SUPERIOR-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (KN-GRADOS) (PROBLEMA 2).	286
FIGURA 8-47: REACCIÓN COJINETE INFERIOR-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (KN-GRADOS) (PROBLEMA 2).	287
FIGURA 8-48: MOMENTO FLECTOR EN EL COJINETE INFERIOR-ÁNGULO DE ATAQUE TAPLIN (KN.M-GRADOS) (PROBLEMA 2).	287
FIGURA 9-1: DEFINICIÓN DE MECHA (PROBLEMA DE LA DEFLEXIÓN A LO LARGO DE LA ALTURA).	307
FIGURA 9-2: MOMENTO FLECTOR DESDE EL COJINETE INFERIOR HASTA EL OBTURADOR (KN.M - MM).	308
FIGURA 9-3: RELACIÓN $M/(EI)$ DESDE EL COJINETE INFERIOR HASTA EL OBTURADOR ($1/M - MM$).	308
FIGURA 9-4: ÁNGULO DE GIRO EN LOS COJINETES.	309
FIGURA 9-5: DESVIACIÓN DE LA MECHA ENTRE COJINETE SUPERIOR Y EL OBTURADOR (MM – MM).	310

Lista de tablas

TABLA 3-1: CARACTERÍSTICAS DEL PROPULSOR DEL MODELO.	31
TABLA 3-2: CARACTERÍSTICAS DE PRUEBAS.	31
TABLA 3-3: RESUMEN MÉTODO CÁLCULO DEL FLUJO.	64
TABLA 4-1: RESUMEN MÉTODO DE TAPLIN.	107
TABLA 4-2: MÉTODO DE TAPLIN CORREGIDO (1).	109
TABLA 4-3: MÉTODO DE TAPLIN CORREGIDO (2).	110
TABLA 5-1: TABLA DE DATOS (“LIST”, “TRIM” Y “HELL” NO ESTÁN INCLUIDOS EN EL FACTOR DE CARGA)	116
TABLA 5-2: PARÁMETROS DEL “ROLL” PARA EL CÁLCULO DEL FACTOR DE CARGA (BUQUES DE SUPERFICIE).....	117
TABLA 5-3: PARÁMETROS DEL “PITCH” PARA EL CÁLCULO DEL FACTOR DE CARGA (BUQUES DE SUPERFICIE).....	118
TABLA 5-4: PARÁMETROS DEL “HEAVE” Y EL “SURGE” PARA EL CÁLCULO DEL FACTOR DE CARGA (BUQUES DE SUPERFICIE).....	119
TABLA 5-5: VALORES DE DISEÑO LÍMITE PARA LOS MOVIMIENTOS DEL BUQUE.	120
TABLA 5-6: ALTURA DE OLA SEGÚN EL ESTADO DE LA MAR.	120
TABLA 5-7: CARACTERÍSTICAS BUQUE PROYECTO.....	124
TABLA 5-8: VALORES DE TABLAS PARA BUQUE PROYECTO.	124
TABLA 5-9: PESO Y DISTANCIAS POSICIÓN PALA (BUQUE PROYECTO).	125
TABLA 5-10: PESO Y DISTANCIAS POSICIÓN MECHA (BUQUE PROYECTO).	126
TABLA 6-1: FACTOR PERMISIBLE DE PRESIÓN EN COJINETES.	156

TABLA 7-1: VALOR DE “C” SEGÚN MATERIAL (DDS-562).....	159
TABLA 7-2: VALOR DE “K” SEGÚN MATERIAL (DDS-562).....	160
TABLA 7-3: ESPESORES MÍNIMOS (BV).	168
TABLA 7-4: ESPESORES MÍNIMOS (LR).	176
TABLA 7-5: TENSIONES PERMISIBLES PARA EL ESCANTILLONADO DE LA PALA (LR).....	177
TABLA 7-6: CONEXIÓN CÓNICA ENTRE PALA-MECHA (LR).....	178
TABLA 7-7: TIPO DE ENSAMBLAJE (LR).	180
TABLA 7-8: ESPESORES MÍNIMOS (ABS).....	189
TABLA 8-1: RESULTADOS PALA -5 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 1).	204
TABLA 8-2: RESULTADOS PALA -4 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 1).	205
TABLA 8-3: RESULTADOS PALA -3 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 1).	206
TABLA 8-4: RESULTADOS PALA -2 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 1).	207
TABLA 8-5: RESULTADOS PALA -1 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 1).	208
TABLA 8-6: RESULTADOS PALA 0 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 1).	209
TABLA 8-7: RESULTADOS PALA 1 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 1).	210
TABLA 8-8: RESULTADOS PALA 8 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 1).	211
TABLA 8-9: RESULTADOS PALA 3 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 1).	212
TABLA 8-10: RESULTADOS PALA 4 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 1).....	213
TABLA 8-11: RESULTADOS PALA 5 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 1).....	214
TABLA 8-12: RESULTADOS PALA 6 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 1).....	215
TABLA 8-13: RESULTADOS PALA -5 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 1).....	222
TABLA 8-14: RESULTADOS PALA -4 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 1).....	223
TABLA 8-15: RESULTADOS PALA -3 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 1).....	224
TABLA 8-16: RESULTADOS PALA -2 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 1).....	225
TABLA 8-17: RESULTADOS PALA -1 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 1).....	226
TABLA 8-18: RESULTADOS PALA 0 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 1).....	227
TABLA 8-19: RESULTADOS PALA 1 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 1).....	228
TABLA 8-20: RESULTADOS PALA 2 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 1).....	229
TABLA 8-21: RESULTADOS PALA 3 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 1).....	230
TABLA 8-22: RESULTADOS PALA 4 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 1).....	231

TABLA 8-23: RESULTADOS PALA 5 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 1).....	232
TABLA 8-24: RESULTADOS PALA 6 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 1).....	233
TABLA 8-25: RESULTADOS PALA -6 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 2).	251
TABLA 8-26: RESULTADOS PALA -5 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 2).	252
TABLA 8-27: RESULTADOS PALA -4 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 2).	253
TABLA 8-28: RESULTADOS PALA -3 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 2).	254
TABLA 8-29: RESULTADOS PALA -2 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 2).	255
TABLA 8-30: RESULTADOS PALA -1 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 2).	256
TABLA 8-31: RESULTADOS PALA 0 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 2).....	257
TABLA 8-32: RESULTADOS PALA 1 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 2).....	258
TABLA 8-33: RESULTADOS PALA 2 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 2).....	259
TABLA 8-34: RESULTADOS PALA 3 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 2).....	260
TABLA 8-35: RESULTADOS PALA 4 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 2).....	261
TABLA 8-36: RESULTADOS PALA 5 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 2).....	262
TABLA 8-37: RESULTADOS PALA 6 MEDIANTE FLUJO POTENCIAL (PROBLEMA 2).....	263
TABLA 8-38: RESULTADOS PALA -6 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 2).....	270
TABLA 8-39: RESULTADOS PALA -5 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 2).....	271
TABLA 8-40: RESULTADOS PALA -4 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 2).....	272
TABLA 8-41: RESULTADOS PALA -3 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 2).....	273
TABLA 8-42: RESULTADOS PALA -2 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 2).....	274
TABLA 8-43: RESULTADOS PALA -1 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 2).....	275
TABLA 8-44: RESULTADOS PALA 0 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 2).....	276
TABLA 8-45: RESULTADOS PALA 1 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 2).....	277
TABLA 8-46: RESULTADOS PALA 2 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 2).....	278
TABLA 8-47: RESULTADOS PALA 3 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 2).....	279
TABLA 8-48: RESULTADOS PALA 4 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 2).....	280
TABLA 8-49: RESULTADOS PALA 5 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 2).....	281
TABLA 8-50: RESULTADOS PALA 6 MEDIANTE MÉTODO DE TAPLIN (PROBLEMA 2).....	282
TABLA 9-1: COMPARACIÓN MÉTODO F.P. CON MÉTODO TAPLIN.	300
TABLA 9-2: DATOS DE PARTIDA DEFLEXIÓN DE LA MECHA.	307

TABLA 9-3: ÁNGULO DE GIRO EN LOS COJINETES.309