ANEJO 1: DIMENSIONAMIENTO

ÍNDICE.-

DIMENSIONAMIENTO A FLEXIÓN 3

DIMENSIONAMIENTO A CORTANTE 14

EL FENÓMENO DEL DECALAJE 23

COMBINACIONES DE CARGA PARA LOS ESTADOS LÍMITE DE SERVICIO 25

FÓRMULAS DE BASE PARA DIVERSOS PARÁMETROS A USAR EN LAS COMPROBACIONES DE ELS 26

COMPROBACIÓN DEL ESTADO LÍMITE DE SERVICIO DE FISURACIÓN 28

COMPROBACIÓN A FLECHA 34

ARMADO DE CONJUNTO DE LA VIGA. COMPROBACIÓN DEL MONTAJE DE LAS ARMADURAS EN LA SECCIÓN DE HORMIGÓN. 39

DIMENSIONAMIENTO A FLEXIÓN

En este epígrafe se resume la metodología de dimensionamiento a flexión que se ha empleado en la hoja electrónica generada.

Hipótesis asumidas.

Las hipótesis que se asumen en el cálculo de secciones de hormigón armado (HA) a flexión son las siguientes:

- ***Ecuaciones constitutivas de los materiales***: los materiales se comportan conforme a los diagramas simplificados que se incluyen en la Figura A1.1.
- ***Planeidad de secciones***: las secciones de la viga se mantienen planas cuando la estructura flecta, deformándose.
- ***Compatibilidad de deformaciones***: la deformación del acero es igual a la deformación del hormigón que le rodea (Ɛs = Ɛc que le rodea).
- ***Equilibrio***: hay equilibrio entre las resultantes de las tensiones internas existentes en el hormigón y las armaduras, por un lado, y los esfuerzos que actúan sobre la sección, por otro.

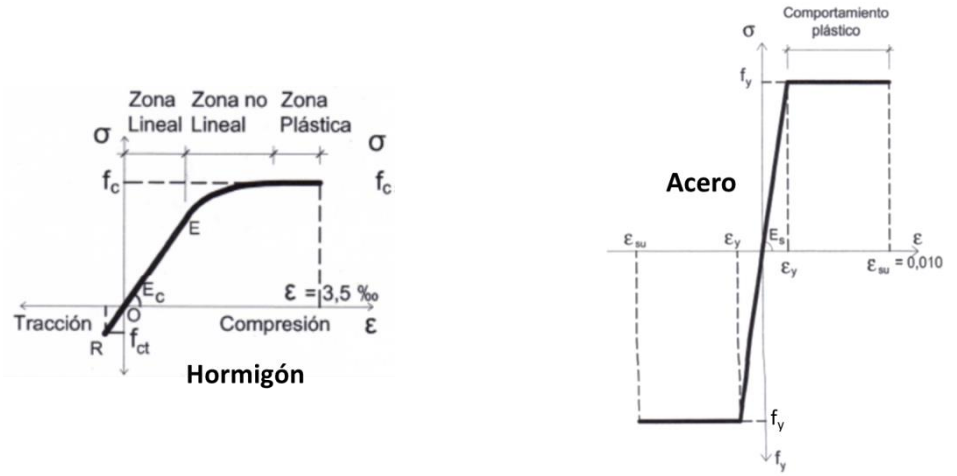

Figura A1.1. Diagramas simplificados tensión-deformación (σ-ε) de hormigón y acero (Fuente: Jiménez Montoya 2009).

Ninguna de las tres primeras hipótesis se corresponde exactamente con la realidad de lo que sucede en una estructura de hormigón y, por tanto, dichas hipótesis suponen simplificaciones de cálculo, si bien su uso lleva a resultados adecuados, y por ello se emplean.

Dominios de deformación de secciones de hormigón armado en el ELU.

Dependiendo de las deformaciones límites de las secciones, según la naturaleza de la solicitación, existen diferentes dominios de deformación que se esquematizan en la Figura A1.2.

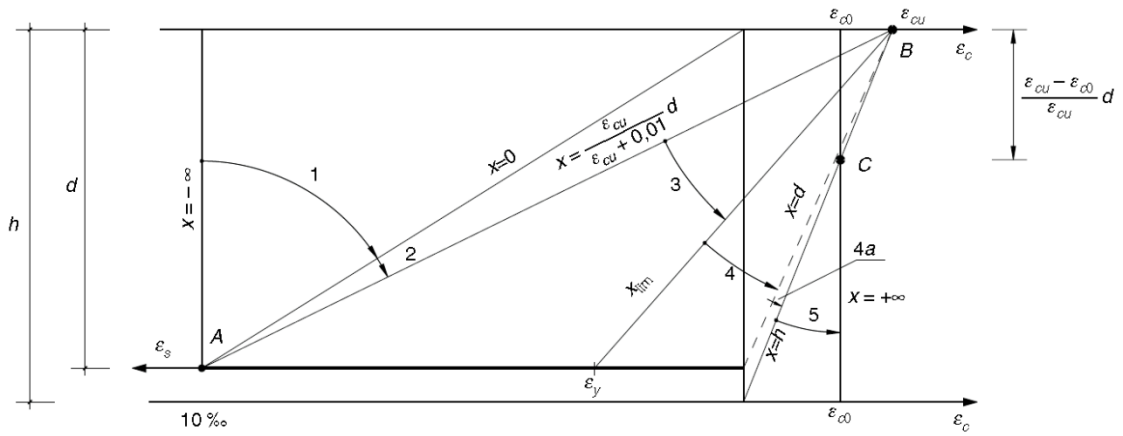

Figura A1.2. Diagramas de pivotes. Fuente: Ministerio de Fomento (2008b).

Este diagrama es conocido con el nombre de diagrama de pivotes, ya que los planos de rotura de la sección bajo estudio pivotan en los puntos A, B y C (Figura A1.2). Los planos contenidos en cada dominio constituyen todos los posibles planos de rotura de dicha sección. Se consideran planos de rotura porque, cuando la sección se deforma según esos planos, se agota a causa de que alguno de los materiales que la componen ha alcanzado su deformación de rotura, bien porque lo ha hecho el acero traccionado (pivote A), bien porque lo ha hecho el hormigón comprimido (pivote B), bien porque hay una acumulación de deformaciones de compresión del hormigón muy cercana a la rotura (pivote C).

Los dominios de deformación son los siguientes:

- Dominio 1: Tracción simple o compuesta, en la cual toda la sección está sometida a tracción. Este dominio no se puede dar en nuestro caso.

- Dominio 2: Flexión simple o compuesta, en la cual el hormigón no alcanza la rotura. Las rectas de deformación que representan los planos de rotura giran alrededor del pivote A, correspondiente a un alargamiento del 10‰ en el acero más traccionado. La máxima deformación del hormigón es inferior a 3,5‰ en valor absoluto. El máximo valor de la profundidad de la fibra neutra (x) en este dominio corresponde al plano que pasa simultáneamente por los pivotes A (rotura del acero) y B (rotura del hormigón), situación en la que se verifica que:

$$\frac{0{,}0035}{x} = \frac{0{,}01}{d - x_{AB}}; \qquad x_{AB} = 0{,}259 \cdot d$$

  Por tanto, este dominio abarca el campo de profundidades del eje neutro comprendidas entre x=0 y x_{AB}=0,259·d.

- Domino 3: Flexión simple o compuesta en la cual los planos de rotura giran alrededor del pivote B, correspondiente al máximo acortamiento del hormigón ε_c=3,5‰. El alargamiento de la armadura más traccionada está comprendido entre el 10‰ y ε_y, siendo ε_y la deformación correspondiente al límite elástico del acero. Por tanto, este dominio abarca el campo de profundidades del eje neutro comprendidas entre x_{AB}=0,259·d y x=x_{lim}, siendo x_{lim} la profundidad de la fibra neutra que marca el límite entre rotura dúctil y frágil, aspecto que se explicará posteriormente con más detalle. Como se verá más adelante, normalmente este dominio es en el que más interesa a la hora de dimensionar una viga, aunque en algunos casos nos podemos encontrar en el dominio 2.

- Dominio 4: Flexión simple o compuesta, en la cual los planos de rotura continúan girando alrededor del pivote B. El alargamiento de la armadura más traccionada está comprendida entre ε_y (deformación del límite elástico) y cero. Este dominio no interesa a la hora de dimensionar, como se verá más adelante.

- Dominio 4a: Flexión compuesta en donde todas las armaduras están comprimidas. Este dominio no se da en nuestro caso.

- Domino 5: Compresión simple o compuesta, en la cual ambos materiales trabajan a compresión. Este dominio no se da en el caso de este TFG.

A la hora de dimensionar, en nuestro caso nos vamos a encontrar en el dominio 3 por lo general, a no ser que la sección se encuentre sobredimensionada, en este caso nos encontraremos en el dominio 2.

Es mejor el dominio 3 que el dominio 2 porque en aquel se aprovechan mejor los dos materiales que en éste.

En el dominio 2 se aprovecha el acero al máximo (límite de rotura) pero no pasa lo mismo con el hormigón. Por el contrario, en el dominio 3 se aprovechan al máximo hormigón y acero.

Antes de proceder a exponer los aspectos de dimensionado de una sección sometida a flexión simple, es importante hacer unas reflexiones sobre la curvatura de la sección y su ductilidad.

La curvatura es la inclinación de la recta de deformaciones de la viga. Se llama curvatura última de una sección a la inclinación de la sección en el instante de rotura; es decir, la curvatura última de una sección es la inclinación de su plano de rotura.

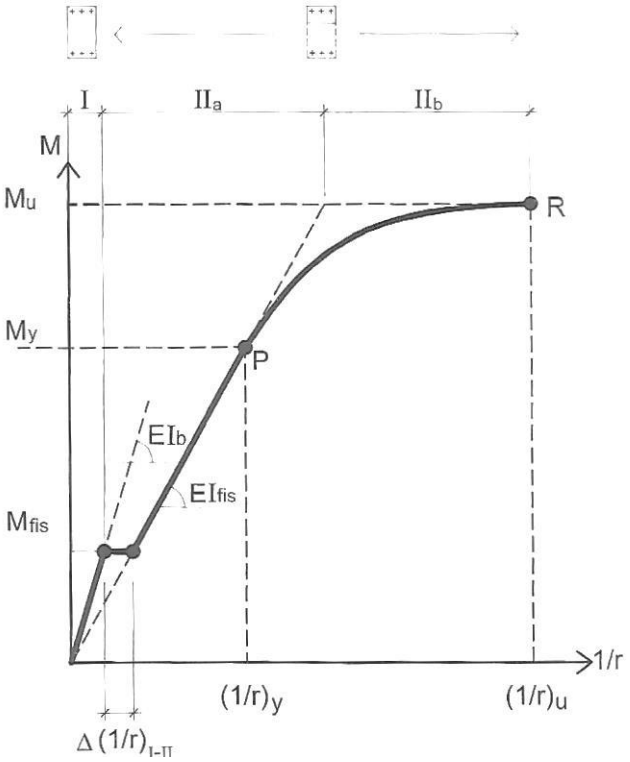

Figura A1.3. Diagrama Momento-Curvatura (Fuente: Jiménez Montoya 2009)

En la Figura A1.4 se muestran las curvaturas de los diferentes planos de rotura de los dominios 2 y 3, en función de la posición de su fibra neutra. La mayor curvatura última de todos esos planos corresponde al que pasa simultáneamente por los pivotes A y B.

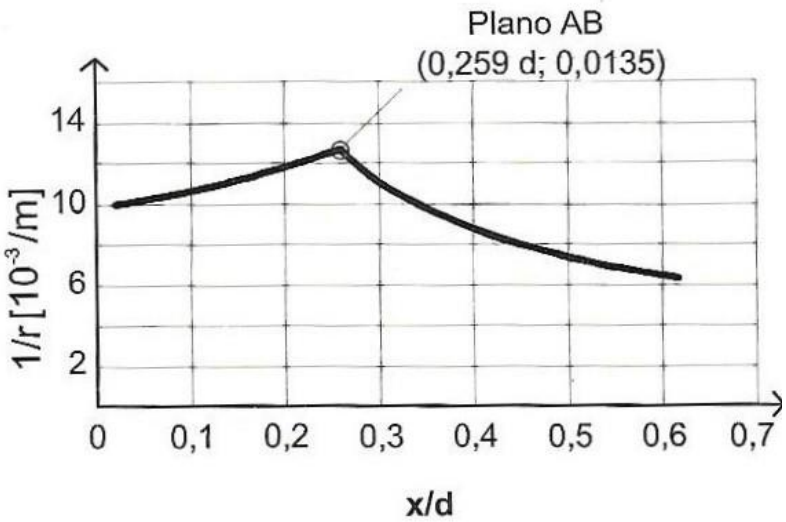

Figura A1.4. Curvatura en función de la posición de la fibra neutra (Fuente: Jiménez Montoya 2009)

La ductilidad será mayor cuanto mayor sea la curvatura última. La ductilidad es muy deseable en general, y más en el caso de una sección de hormigón armado. Una sección dúctil tendrá una gran capacidad de deformación antes de la rotura, con la consiguiente disminución de su fragilidad, con la oportuna capacidad de aviso.

La curvatura última tiene una relación directa con la profundidad de la fibra neutra. Controlando ésta se controla la ductilidad, de forma indirecta. Para que la curvatura última sea grande, la fibra neutra debe ser poco profunda.

Principios de dimensionamiento

Los principios de dimensionamiento que se han seguido son los siguientes:

- ***Seguridad estructural***. Debe ser $M_{int} \geq M_d$ y $V_{int} \geq V_d$, siendo:
    - M_d y V_d, respectivamente, el flector y el cortante de cálculo.
    - M_{int}, V_{int}, respectivamente, el flector y el cortante que puede desarrollar la sección.

- ***Ductilidad***: se debe dimensionar para que la posible rotura sea dúctil.
- ***Sostenibilidad***: se debe usar la menor cantidad posible de materiales y, por tanto, se debe dimensionar para que los materiales trabajen a su máxima resistencia de cálculo.

Planteamiento general del cálculo a realizar para determinar el armado a flexión.

Sea una sección rectangular de HA sometida a flexión, de acuerdo con la Figura A1.5.

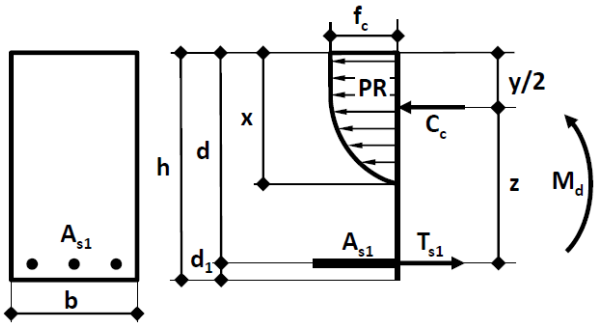

Figura A1.5. Planteamiento base con diagrama parábola-rectángulo (Fuente: Gómez et al. 2016).

El dimensionamiento de armaduras de flexión se corresponde con un cálculo en rotura. Vamos a llamar:

- M_d al momento flector de cálculo.
- b y h, respectivamente, al ancho y canto de la sección.
- X a la profundidad de la fibra neutra.
- PR al diagrama parábola-rectángulo de compresiones en el hormigón, en fase no lineal (cálculo en rotura; la tensión del hormigón es la de rotura: $\sigma_c = f_c$; véase la Figura A1.1).
- C_c a la resultante de ese prisma de compresiones.
- A_{s1} a la armadura que sirve para soportar las tracciones que se producen en la parte inferior de la viga.
- T_{s1} a la fuerza de tracción existente en las armaduras A_{s1}.
- z al brazo mecánico de la sección, igual a la distancia entre C_c y T_{s1}.
- d al canto útil de la sección, igual a la distancia entre la parte superior de la misma y el centro de gravedad de las armaduras A_{s1}.

- d_1 a la distancia complementaria de d, con respecto al canto total h.

A los efectos de este Trabajo Fin de Grado, con objeto de evitar la necesidad de cálculo de la resultante del prisma de compresión por medio de integrales, se va a hacer una simplificación de cálculo consistente en sustituir el diagrama PR por un diagrama rectangular de área aproximadamente igual, tal como se refleja en la Figura A1.6. La altura del nuevo prisma es y=0,8·x, y su tensión sigue siendo la de rotura del hormigón. El alumno, usando aplicaciones informáticas generadas por otros autores, ha comprobado que los resultados de cálculo son los mismos, mientras que el cálculo se simplifica mucho.

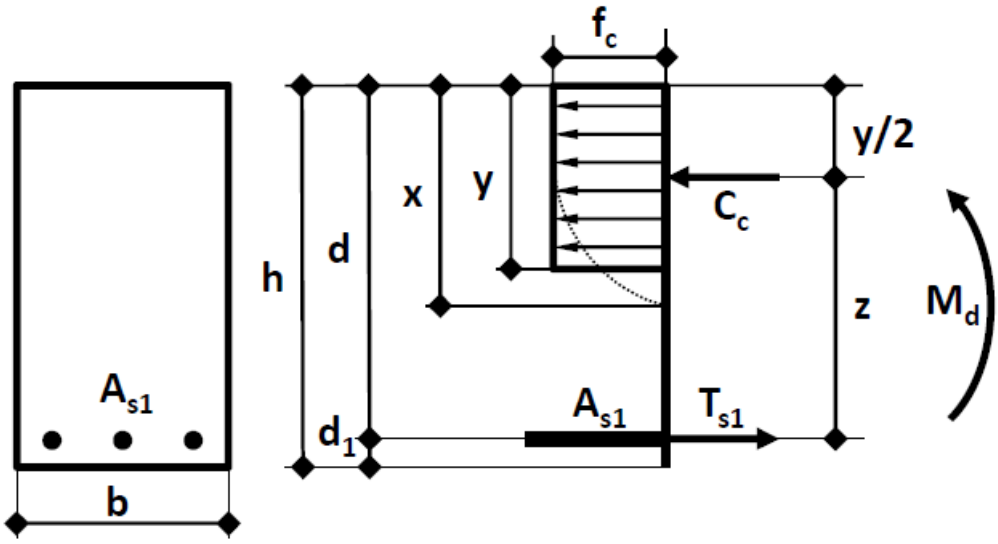

Figura A1.6. Planteamiento base con diagrama rectangular (Fuente: Gómez et al. 2016).

La resultante del prisma de compresión resulta ser: $C_c=b\cdot y\cdot f_c$. [1]

Por su parte, para un uso adecuado del acero, en el momento de la rotura la tracción en las armaduras A_{s1} debe corresponderse con la de su plastificación (véase la Figura A1.1) y, por tanto: $T_{s1} = A_{s1}\cdot f_y$. [2]

A efectos del principio de seguridad estructural, y en base a la hipótesis de equilibrio, planteando el equilibrio de fuerzas y momentos, resulta:

$\sum F=0 \rightarrow T_{s1}=C_c \rightarrow A_{s1}\cdot f_y=f_c\cdot b\cdot y$ [3]

$\sum M=0 \rightarrow C_c\cdot z(=T_{s1}\cdot z)=M_d \rightarrow f_c\cdot b\cdot y\cdot(d-y/2)=M_d$ [4]

A efectos del principio de ductilidad, para que la rotura sea dúctil, en el momento de la rotura A_{s1} debe haber alcanzado, por lo menos, ε_y (límite elástico; véase la Figura A1.1). Es decir, debemos estar en los dominios 2 o 3 de deformación de secciones de hormigón armado en el ELU aunque, como ya se ha visto, lo ideal es que estemos en el dominio 3, que es en el cual se aprovechan mejor las capacidades resistentes de acero y hormigón.

En la Figura A1.7 se muestran las condiciones límite que marcan la frontera entre rotura dúctil y rotura frágil, que se corresponden (véase la Figura A1.1) con la situación en la que A_c alcanza su deformación última, de rotura, ε_{cu}=3,5 ‰, cuando el acero ha alcanzado su límite elástico y, por tanto, $\varepsilon_s=\varepsilon_y=f_{yd}/E_s$.

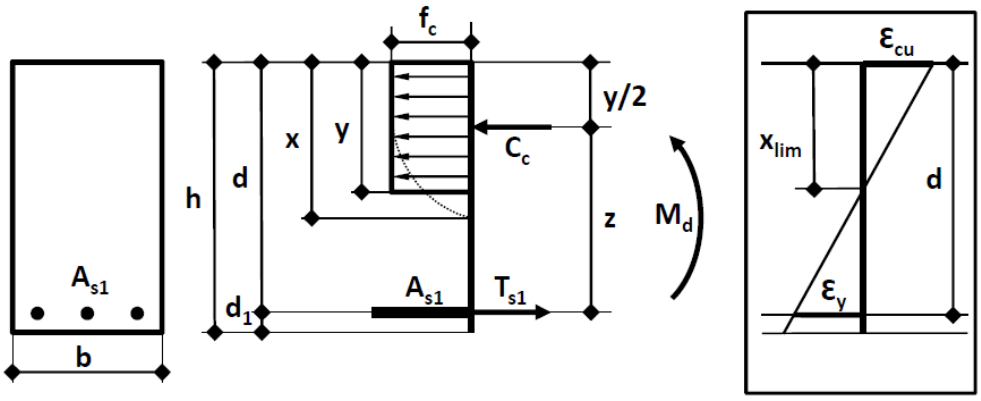

Figura A1.7. Condiciones límite que marcan la frontera entre rotura dúctil y rotura frágil (Fuente: Gómez et al. 2016).

Teniendo en cuenta la proporcionalidad de triángulos que se da en la gráfica de deformaciones de la Figura A1.4, así como la hipótesis de compatibilidad de deformaciones, la profundidad de la fibra neutra para esas condiciones de ductilidad se puede despejar de la siguiente ecuación:

$$\frac{x_{lim}}{\varepsilon_{cu}} = \frac{d}{\varepsilon_{cu}+\varepsilon_y} = \frac{d}{\varepsilon_{cu}+\frac{f_{yd}}{E_s}} \rightarrow \quad \frac{x_{lim}}{0{,}0035} = \frac{d}{0{,}0035+\frac{\frac{f_{yk}}{\gamma_s}}{200000}} \quad [5]$$

Donde x_{lim} es la profundidad límite de la fibra neutra que estamos buscando, que marca el límite entre rotura dúctil y frágil, y E_s es el módulo de Young del acero.

Con x_{lim} podemos calcular el máximo momento interno que es capaz de desarrollar, en condiciones de ductilidad, una sección sin armaduras de compresión, a las cuales denominaremos A_{s2}. Llamaremos momento límite de la sección (M_{lim}) a ese

máximo momento interno. Usando la ecuación [4] podemos calcular el valor del momento límite:

$$M_{lim} = f_{cd} \cdot b \cdot y_{lim} \cdot \left(d - \frac{y_{lim}}{2}\right) \quad (siendo\ y_{lim} = 0{,}8 \cdot x_{lim})$$

Finalmente, a efectos del principio de sostenibilidad, los materiales deben trabajar a su máxima resistencia de cálculo y, por tanto, debe ser:

Hormigón: $f_c = f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$

Acero: $f_y = f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$

Con ello, las ecuaciones [3] y [4] quedan así:

$\sum F=0 \rightarrow T_{s1}=C_c \rightarrow A_{s1} \cdot f_{yd}=f_{cd} \cdot b \cdot y$ [6]

$\sum M=0 \rightarrow C_c \cdot z(=T_{s1} \cdot z)=M_d \rightarrow f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot (d-y/2)=M_d$ [7]

Si $M_d \leq M_{lim}$ se produciría rotura dúctil aunque no hubiese armaduras longitudinales de compresión, que llamaremos A_{s2}. En ese caso tenemos un sistema de dos ecuaciones ($\sum F=0$ y $\sum M=0$) con tres incógnitas: A_{s1}, y, d. Esto se resuelve tanteando, suponiendo un determinado diámetro para A_{s1}, y en función de ello, por tanto, suponiendo un canto útil d acorde con dicho diámetro. Tras ello se resuelve el sistema con 2 ecuaciones y 2 incógnitas (A_{s1}, y), cabiendo la posibilidad de que tengamos que realizar iteraciones en este tanteo.

Una vez se obtiene A_{s1} tenemos el área de barras necesaria en la zona de tracción, y en la zona de compresión, en la cual no sería necesaria armadura alguna, en sentido estricto, se dispondrá la cuantía mínima establecida por la EHE-08 (Ministerio de Fomento 2008a).

Se llama cuantía geométrica a la relación entre las áreas de acero y hormigón, A_s / A_c, siendo $A_c = b \cdot d$, contando solamente la parte del canto útil de la sección de hormigón.

Se llama cuantía mecánica a la relación entre las capacidades mecánicas (fuerzas desarrolladas en pre-rotura, minorando la resistencia) de acero y hormigón: U_s / $U_c = A_s \cdot f_{yd} / A_c \cdot f_{cd}$.

Se debe disponer siempre una cuantía mínima de acero, incluso aunque A_{s2} no sea estrictamente necesaria, para ductilizar la rotura de la viga, y para evitar la fisuración por retracción o efectos térmicos.

En vigas la cuantía geométrica mínima para armaduras de tracción es de 0,0033 y 0,0028, respectivamente, para aceros de 400 y 500 MPa, y un 30% de dicha cuantía para la zona de compresión (0,00099 para aceros de 400 MPa y 0,00084 para 500 MPa).

Por otro lado, con respecto a cuantía mecánica, la capacidad mecánica del acero traccionado (A_{s1}) debe ser, al menos (cuantía mecánica mínima), un 4% de la del hormigón. Es decir: $U_s = A_s \cdot f_{yd} \geq 4\% \cdot U_c = 4\% \cdot A_c \cdot f_{cd}$. Este requerimiento es menos exigente que el de cuantía geométrica mínima, salvo si f_{ck}>45 MPa.

Pasemos ahora al caso en que $M_d > M_{lim}$. En este caso, si no se dispusiera armadura en la parte superior de la viga, A_c alcanzaría su deformación de rotura (ε_{cu} = 3,5‰) antes de que A_{s1} alcanzase la suya (ε_y) y, con ello habría rotura frágil, al no ser capaz A_s de soportar toda la tracción que se le transmite en el momento de la fisuración (la que soportaba A_c hasta ese momento). Esto hay que evitarlo, disponiendo armadura en la parte superior de la viga, armadura que llamaremos A_{s2}, que servirá para asegurar una rotura dúctil.

Con respecto a la cantidad de armadura a disponer, obviamente se dispondrá la A_{s2} que resulte necesaria para que haya rotura dúctil, es decir, la A_{s2} necesaria para compensar la diferencia que exista entre el M_d y el M_{lim} de la sección. Por tanto, hay que dimensionar A_{s1} y A_{s2} para x_{lim} (y, por tanto, para y_{lim}).

Teniendo esto en cuenta, y de acuerdo con la Figura A1.8, en este caso tenemos un sistema de dos ecuaciones ($\sum F=0$ y $\sum M=0$) con cuatro incógnitas: A_{s1}, A_{s2}, d, d_2. Este nuevo sistema de ecuaciones, derivado de la Figura A1.8 es el siguiente:

$\sum F=0 \rightarrow T_{s1}=C_c \rightarrow A_{s1}\cdot f_{y1d}=f_{cd}\cdot b\cdot y_{lim}+A_{s2}\cdot f_{y2d}$ [8]

$\sum M=0 \rightarrow C_c\cdot z+C_{s2}\cdot z_{s2}=M_d \rightarrow f_{cd}\cdot b\cdot y_{lim}\cdot(d-y_{lim}/2)+A_{s2}\cdot f_{y2d}\cdot(d-d2)=M_d$ [9]

Nótese que en [8] y [9] se toma $\sigma(A_{s2})=f_{yd}$ porque, en la rotura, $\varepsilon_{cu} \simeq 0{,}0035$, y $\varepsilon_{As2} \simeq 0{,}0035 > \varepsilon_y$, con lo cual, debe ser $\sigma_y=f_y$ (salvo en el caso de grandes recubrimientos, r+Δr).

Por lo demás, igual que antes, se suele suponer un diámetro determinado para para las barras de A_{s1} y A_{s2}, con los cual se suponen los correspondientes valores de d y d_2 acordes con dichos diámetros. Tras ello se resuelve el sistema que queda, de dos ecuaciones con dos incógnitas (A_{s1}, A_{s2}), cabiendo la posibilidad de que tengamos que realizar iteraciones en este tanteo. Una vez obtenidas tenemos el área estrictamente necesaria en la zona de tracción (A_{s1}) y en la zona de compresión (A_{s2}).

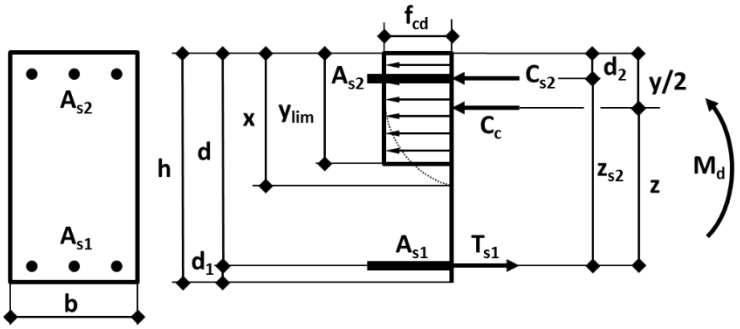

Figura A1.8. Planteamiento para el armado cuando M_d>M_{lim} (Fuente: Gómez et al. 2016).

Distribución del armado

Hasta aquí todo lo relativo al dimensionamiento a flexión de la sección más desfavorable, que en nuestro caso es la central, en el punto medio de la viga. Con respecto al armado del resto de la viga, el armado de tracción se puede ir cortando, desde el centro a los extremos, conforme M_d va bajando. Cuando hay muchas armaduras, se suelen ir cortando armaduras, normalmente de dos en dos, para ajustar la capacidad resistente de la viga a la ley de momentos flectores, por fuera de la misma. En la hoja electrónica generada en este TFG se ha implementado una distribución simplificada del armado, de la siguiente manera:

- Abajo:
  · Se dispone el A_{s1} anteriormente calculado en la parte central de la viga, en un total del 80 % de su luz (0,8·L).
  · En los extremos se dispone una armadura superior al 30% de A_{s1} ($A_s \geq 0,3 \cdot A_{s1}$).
- Arriba:
  · Se dispone el A_{s2} anteriormente calculado (o $A_{s,min}$ si $M_d \leq M_{lim}$), en toda la luz de la viga.

DIMENSIONAMIENTO A CORTANTE

En este epígrafe se resume el método de dimensionamiento a cortante que se ha empleado en la hoja electrónica generada.

Introducción

En el interior de una viga sometida a una carga uniforme se producen fenómenos complejos, que se resumen en la Figura A1.9 (véase Calavera 2008). Se llama:

- ***Líneas isostáticas*** a las envolventes de las tensiones principales.
- ***Tensiones principales*** a las correspondientes a un diferencial de material orientado de tal forma que sobre él son nulas todas las tensiones tangenciales.
- ***Direcciones principales*** a las de las tensiones principales.

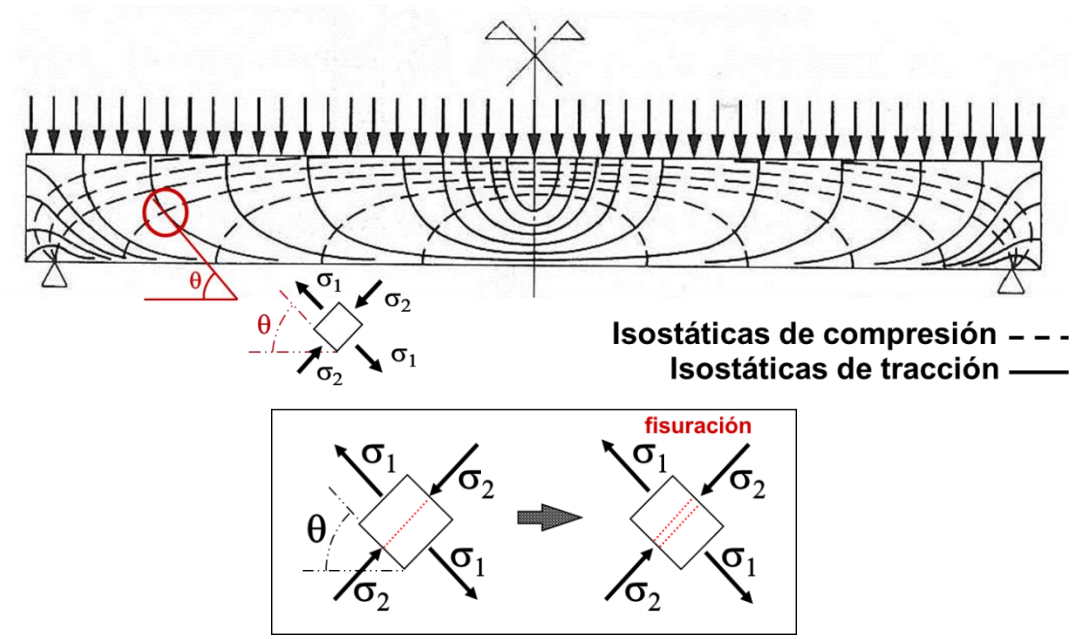

Figura A1.9. Isostáticas de tracción y compresión en una viga isostática simplemente apoyada sometida a carga uniforme, y estado tensional en zonas de cortante elevado (adaptado de Calavera 2008 y Gómez et al. 2016).

En la sección central las isostáticas de tracción pasan por la zona inferior de la viga y las de compresión por arriba, en ambos casos perpendicularmente a dicha sección.

En las zonas extremas se producen fenómenos muy complejos. En ellas no se cumple la hipótesis de Bernouilli-Navier. Esta hipótesis, que simplifica determinados aspectos del cálculo estructural, supone que dos secciones planas y paralelas siguen siendo planas, aunque no paralelas, a lo largo del proceso de deformación. En esas zonas extremas de los apoyos, como en otras zonas de otros tipos de estructuras (véase Calavera 2008 y Jiménez Montoya 2009), llamadas "zonas D" o de discontinuidad, esta hipótesis no se cumple. En estas zonas del hormigón armado se suele usar un método de cálculo diferente al convencional, denominado método de bielas y tirantes, que no es necesario usar en el caso que aquí nos ocupa, de acuerdo con la normativa vigente.

De todas formas, si nos alejamos un poco de esa zona situada justo encima de los apoyos, pero quedándonos todavía en las zonas de mayor cortante, las isostáticas de tracción y compresión se cruzan con ángulos del orden de los 45º. Ello lleva a que, si tomamos un elemento diferencial cúbico de material (de hormigón), dicho cubo sufra compresiones en dos de sus caras opuestas, y tracciones en las perpendiculares a aquellas, tal como se refleja en la Figura A1.9. En el momento que las tensiones de tracción superen la capacidad del hormigón para resistirlas, se producirán fisuras con inclinaciones cercanas a los 45º.

Para "coser" esas fisuras se colocan armaduras denominadas "estribos" o "cercos", dispuestos perpendicularmente al eje longitudinal de la viga, a todo lo largo del perímetro de la sección.

Antes del momento de la fisuración los estribos a cortante, como apenas se han deformado, se considera que no colaboran en la resistencia a cortante.

A partir de la fisuración del hormigón los estribos van a coser esas fisuras, con la colaboración de la armadura longitudinal (que también las cose), generando un mecanismo mixto hormigón-armaduras que se encarga de seguir resistiendo el cortante, con una gran ductilidad.

Pudiera pensarse que deberíamos poner cercos a 45° pero la industria de la construcción y su normativa se ha inclinado por los estribos verticales, por razones técnicas y por facilidad de ejecución. Las razones técnicas tienen que ver con la mayor eficacia en el cumplimiento de su misión resistente, ya que se van a deformar menos que si se colocasen a 45º. En este último caso los alargamientos serían muy superiores, deformándose el acero mucho más que el hormigón, y eso generaría fisuración mucho antes que con estribos verticales. Por otro lado, las razones de facilidad de ejecución tienen que ver con el hecho de que colocando los estribos siempre en vertical se evitan posibles errores de colocación.

A diferencia de la flexión, el problema aquí es que los conocimientos actuales no permiten conocer la distribución de tensiones tangenciales por encima de la fibra neutra, en estado límite último (rotura a cortante).

Esto se debe a que para determinarlas hay que tener en cuenta tanto el cortante como las tensiones normales debidas al flector, pero el diagrama PR (y el rectangular) son simplificaciones admitidas para establecer modelos útiles, válidos para el cálculo a flexión, pero no para el de cortante.

El fenómeno se ha estudiado experimentalmente, y buena parte de las fórmulas usadas se derivan de dicha experimentación.

Las isostáticas de tensiones principales de una viga isostática dependen del estado de fisuración.

Al fisurarse, entre fisura y fisura quedan zonas de hormigón sometidas a compresión (Figura A1.9), llamadas bielas de compresión (Figura A1.10).

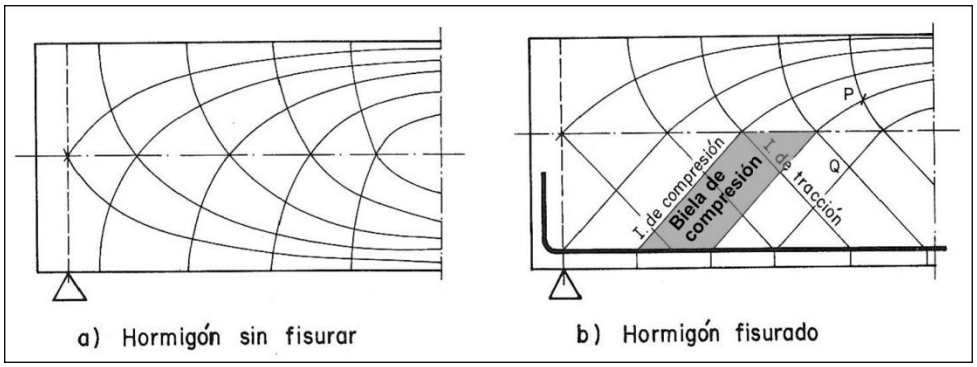

Figura A1.10. Bielas de compresión (simplificaciones; adaptado de Calavera 2008 y Gómez et al. 2016).

El comportamiento de las bielas y las armaduras de cortante, junto con las armaduras longitudinales de tracción para la flexión, es semejante a una celosía (analogía de la celosía de Ritter-Mörsch, reflejada en la Figura A1.11), en la cual:

- El cordón superior es la cabeza comprimida.
- El cordón inferior es la armadura de flexión A_{s1}.
- Los montantes son los estribos de cortante, A_{α}.
- Y las diagonales son las bielas de compresión, con un ángulo de inclinación $\beta \approx 45º$.

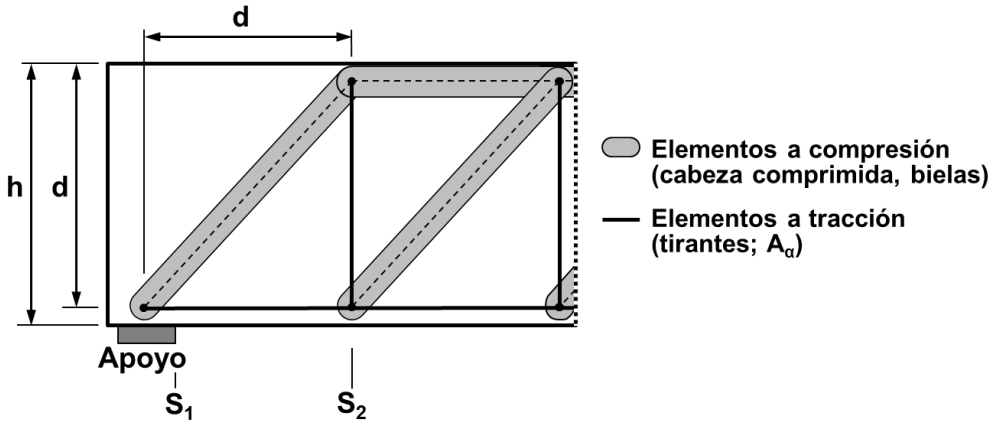

Figura A1.11. Analogía de la celosía (Fuente: Gómez et al. 2016).

En la realidad los estribos van distanciados a una separación menor que el canto (s < d) y, por tanto, el mecanismo real podría verse como una superposición de varias celosías como esta.

Hay una parte del cortante que es resistido por los estribos de cortante (A_α). Otra parte del cortante es resistido por las bielas de compresión. Finalmente, en la rotura el hormigón contribuye también de otras formas. Dicha contribución se debe (Figura A1.12):

- A la resistencia a cortante de la cabeza comprimida (Figura A1.12, marcado con un óvalo de color rojo). En ella no hay fisuras, y aparecen tensiones tangenciales (τ_1) que contribuyen a resistir el cortante.
- Al efecto de engranamiento de áridos (del 30% al 50% del cortante resistido por el hormigón; Figura A1.12, marcado con líneas punteadas de color marrón). La tracción en la armadura longitudinal es mayor en el centro que en los extremos. Cada biela funciona como una ménsula empotrada en la cabeza comprimida, sometida a una carga sometida a la carga ΔN_s (Figura A1.12) que tiende a alargar uno de los lados de cada biela (lado AA'), situado en la fisura que se forma entre dicha biela y la anterior, y a acortar el otro de los lados de la biela bajo estudio (lado BB'), situado en la fisura que se forma entre dicha biela y la siguiente. El engranamiento de los áridos que hay a cada lado de la fisura, tocando el otro lado de la misma, cosiéndola, dificulta, respectivamente, el alargamiento y acortamiento de las zonas traccionadas y comprimidas de dicha ménsula, generando unas tensiones tangenciales τ_2 (Figura A1.12) que contribuyen a resistir el cortante.

- Al efecto pasador (del 15% al 25% de contribución; Figura A1.12, marcado con un óvalo de color verde). La armadura longitudinal de tracción, A_{s1}, cose las ménsulas en sus extremos, rigidizándolas, oponiéndose a que la fisuración progrese, y con ello oponiéndose a la deformación de las bielas mediante fuerzas rasantes F_3(Figura A1.12) que contribuyen a resistir el cortante.
- Al efecto arco (del 20% al 40% de contribución; Figura A1.12, marcado con línea de color azul, y Figura A1.113). La cabeza comprimida se inclina en las proximidades de los apoyos, formándose un arco atirantado, en el cual el hormigón de la cabeza comprimida junto con el de los extremos de la viga, en los cuales las cargas se transmiten a los apoyos, está sometido a compresión, y la armadura longitudinal de tracción, A_{s1}, constituye el tirante que evita la apertura de arco. En estas zonas extremas la compresión N_c (Figura A1.12) de la cabeza de la viga tiene una componente vertical ($N_c \cdot \text{sen}\theta$; Figura A1.13), que contribuye a resistir el cortante, transmitiéndolo al apoyo (ésta es la forma de transmitir las cargas a los apoyos).

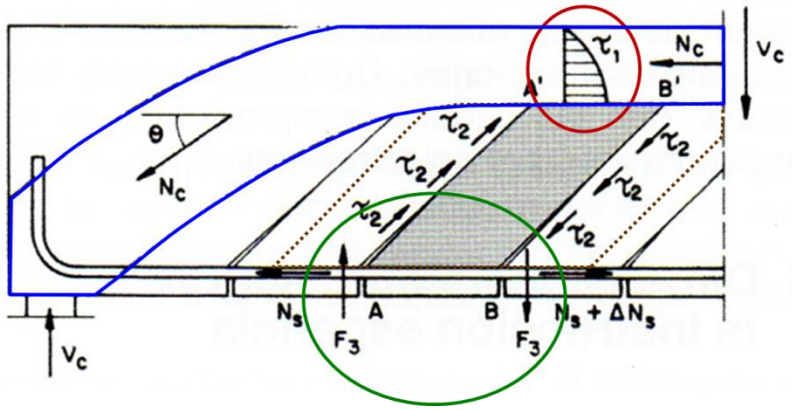

Figura A1.12. Esquema de la contribución del hormigón a la resistencia a cortante (Adaptado de Jiménez Montoya 2009 y Gómez et al. 2016).

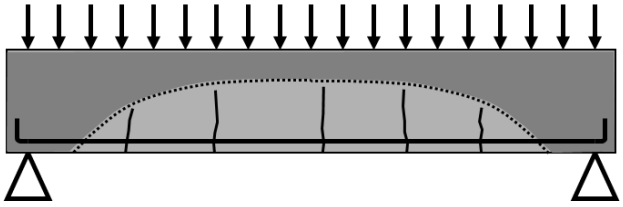

Figura A1.13. Esquema completo del efecto arco, en la contribución del hormigón a la resistencia a cortante (Fuente: Gómez et al. 2016).

Como se ha anticipado, no se conoce bien el comportamiento del hormigón a cortante, y por eso todos estos efectos se han determinado experimentalmente, estableciéndose fórmulas empíricas para el cálculo.

Dimensionamiento según la EHE

Introducción

La EHE se basa en el modelo de la Figura A1.11. Hay que verificar:

- $\mathbf{V_{rd} \leq V_{u1}}$ (agotamiento por compresión de bielas). V_{u1} se comprueba en S_1 (Figura A1.11) que es donde está situada la primera biela (la más solicitada, por ser el extremo la zona de mayor cortante).
- $\mathbf{V_{rd} \leq V_{u2}}$ (agotamiento por tracción soportada por hormigón y acero). V_{u2} se comprueba en S_2 (Figura A1.11) que es donde está el primer tirante (primer estribo).

Siendo $V_{rd} = V_d + V_{pd} + V_{cvd}$

Con:

- V_d = cortante de cálculo
- V_{pd} = cortante por efecto del pretensado
- V_{cvd} = cortante por efecto del cambio de sección en piezas peraltadas

Por tanto, aquí $V_{rd} = V_d$

Agotamiento por compresión de bielas

Debe comprobarse que:

$$V_d \leq V_{u1} = 0{,}6 \cdot f_{cd} \cdot b_0 \cdot d \cdot k \cdot \frac{cotg\ \beta + cotg\ \alpha}{1 + cotg^2\ \beta}$$

Con:

- β = 45º (inclinación de fisuras y bielas)
- α = 90º (inclinación de estribos)
- b_0 = ancho del alma = b para piezas rectangulares

- k = 1 en flexión simple (k es un parámetro para tener en cuenta esfuerzos exteriores de axil).

Con todo ello:

$$V_d \leq V_{u1} = 0{,}6 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot 1 \cdot \frac{1+0}{1+1} = 0{,}6 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$V_d \leq V_{u1} = 0{,}3 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

Cuando sucede que:

$$V_d > V_{u1} = 0{,}3 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

Entonces no basta con disponer estribos. Hay que tomar una (o más) de las siguientes decisiones:

- Aumentar b
- Aumentar d
- Aumentar f_{cd}

Agotamiento por tracción soportada por el hormigón y el acero

Debe comprobarse que:

$$V_d \leq V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$$

Siendo:

- V_{cu}: contribución del hormigón
- V_{su}: contribución del acero

Primero se calcula la contribución del hormigón. No haría falta armadura de cortante (A_α) si el hormigón soporta por sí solo todo ese cortante, lo cual no es frecuente. En ese caso dispondremos una cuantía mínima para A_α.

Si el hormigón no soporta por sí solo todo el cortante (que es lo habitual), dispondremos tanta A_α como sea necesaria para resistir la parte que no soporta el hormigón.

La contribución del hormigón es V_{cu}:

$$V_{cu} = \left[\frac{0{,}15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{cv})^{\frac{1}{3}} + 0{,}15 \cdot \sigma'_{cd}\right] \cdot \beta \cdot b_0 \cdot d$$

Siendo:

- γ_c = coeficiente de minoración de la resistencia del hormigón
- ξ = coeficiente de efecto de engranamiento de áridos, siendo:

$$\xi = \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) < 2 \quad (no\ mayor\ que\ 2;\ con\ d\ en\ mm)$$

- ρ_l = cuantía geométrica de la armadura longitudinal de tracción anclada a un canto (d) de la sección de comprobación, que posibilita los efectos arco y pasador, siendo:

$$\rho_l = \frac{A_{s1}}{b_0 \cdot d} < 0{,}02 \quad (no\ mayor\ que\ 0{,}02)$$

- b_0 = b para secciones rectangulares
- $f_{cv} = f_{ck}$ para un control normal de la calidad del hormigón
- $\sigma'_{cd} = N_d / A_c = 0$ para estructuras a flexión sin pretensado
- $\beta = 1$ para fisuras y bielas a 45º con el eje de la pieza

Con todo ello, resulta:

$$V_{cu} = \left[\frac{0{,}15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{cv})^{\frac{1}{3}} + 0{,}15 \cdot \sigma'_{cd}\right] \cdot \beta \cdot b_0 \cdot d \quad \Rightarrow$$

$$V_{cu} = \left[\frac{0{,}15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}\right] \cdot b \cdot d$$

La contribución del acero es V_{su}:

$$V_{su} = z \cdot sen\ \alpha \cdot \left(cotg\ \alpha + cotg\ \beta\right) \cdot \Sigma A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d}$$

Siendo:

- z = brazo mecánico ≈ 0,9 · d
- β = 45º
- α = 90º
- A_{α} = área de cada grupo de estribos que forman ángulo A_{α} con la directriz de la viga, por unidad de longitud de viga. Téngase en cuenta que en estribos sólo se usan c**Φ**6 a c**Φ**12, ya que con c>**Φ**12 es difícil elaborar los estribos.
- $f_{y\alpha,d}$ = min(f_{yd}, 400 MPa), ya que debe ser $f_{y\alpha,d} \leq 400$ MPa (para valores de σ_{α} > 400 MPa habría deformaciones que podrían causar fisuración excesiva)

Con todo ello, resulta:

$$V_{su} = 0{,}9 \cdot d \cdot sen\ 90 \cdot \left(cotg\ 90 + cotg\ 45\right) \cdot A_{90} \cdot \min(f_{yd}, 400)$$

Lo cual lleva a que:

$V_{su} = 360 \cdot d \cdot A_{90}$ para aceros de 500 MPa, que es el más usado.

$V_{su} = 310 \cdot d \cdot A_{90}$ para aceros de 400 MPa.

Con respecto a la separación longitudinal s_t entre estribos, para asegurar un adecuado confinamiento del hormigón sometido a compresión oblicua, la EHE-08 establece que se deberá cumplir que:

1. $s_t \leq 0{,}75 \cdot d(1+cotg\ \alpha) \leq 600$ mm, si $V_{rd} \leq V_{u1}/5$ (aquí cotg α = cotg 90 = 0)
2. $s_t \leq 0{,}60 \cdot d(1+cotg\ \alpha) \leq 450$ mm, si $V_{u1}/5 < V_{rd} \leq 2 \cdot V_{u1}/3$
3. $s_t \leq 0{,}30 \cdot d(1+cotg\ \alpha) \leq 300$ mm, si $V_{rd} > 2 \cdot V_{u1}/3$

Finalmente, se debe disponer siempre una cuantía mínima de acero, incluso aunque A_{α} no sea estrictamente necesaria. A efectos de cuantía mínima, debe cumplirse que:

$$\Sigma \frac{A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d}}{sen\ \alpha} \geq \frac{f_{ct,m}}{7{,}5} \cdot b_0$$

Siendo:

- $f_{y\alpha,d} = \min(f_{yd}, 400\ \text{MPa})$
- $\text{sen}\ \alpha = \text{sen}\ 90 = 1$
- $b_0 = b$
- $f_{ct,m}$ = resistencia media a tracción a 28 días, siendo:
  - $f_{ct,m} = 0{,}3 \cdot {f_{ck}}^{2/3}$ si $f_{ck} \leq 50$ Mpa (es lo habitual)
  - $f_{ct,m} = 0{,}58 \cdot {f_{ck}}^{1/2}$ si $f_{ck} > 50$ Mpa

EL FENÓMENO DEL DECALAJE

En una viga de hormigón fisurada, en una sección determinada no coinciden el valor de los esfuerzos internos de momentos y de cortantes, con el esfuerzo real que tiene que soportar dicha sección, debido a un fenómeno que se denomina decalaje, resumido gráficamente en le Figura A1.14.

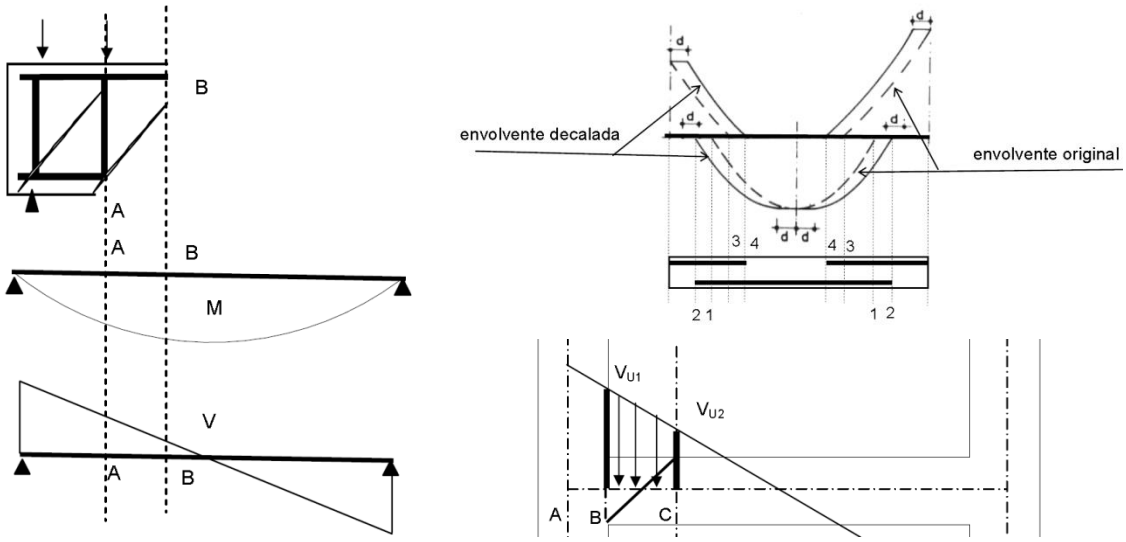

Figura A1.14. Fenómeno de decalaje (Fuente: Montero y Galletero 1999).

Sea un punto B de una viga fisurada a cortante, en el cual hacemos un corte vertical en su cabeza de compresión, terminando dicho corte cuando nos entramos con una fisura de cortante. El corte realizado tiene una parte vertical, correspondiente a la cabeza de compresión, y una parte inclinada, correspondiente a la fisura a cortante. Por causa de la inclinación de dicha fisura, el flector existente en el punto B pasa a la armadura longitudinal de tracción, trasladándose cierta distancia hacia el apoyo

de la viga, hasta llegar al punto A. Como consecuencia de esto, como se puede ver en la imagen izquierda de la Figura A1.14, el flector en A es mayor que el que habría en ausencia de fisuración. Por la misma causa (imagen izquierda de la Figura A1.14), el cortante en el estribo cuya parte inferior se encuentra en el punto A es menor que el que habría en ausencia de fisuración. Se llama decalaje a la distancia que se desplazan flector y cortante por las razones comentadas.

La EHE-08 establece que el decalaje se tome igual al canto útil (d), de forma que el diagrama de flectores (imagen superior derecha de la Figura A1.14) se desplace una distancia d en el sentido más desfavorable, aumentando los flectores.

Lo anterior afecta al corte de armaduras longitudinales, cuando cambia el signo del diagrama de flectores, cosa que no sucede en nuestro caso. La imagen superior derecha de la Figura A1.14 representa la envolvente de flectores de viga con extremos unidos rígidamente a otros elementos estructurales. En el caso de la armadura de tracción de la cara inferior, las armaduras no dejarán de ser necesarias hasta que lleguen al punto 2, a pesar de que en un diagrama de flectores sin decalar dejarían de ser necesarias en el punto 1. Todo ello sin tener en cuenta las oportunas longitudes de anclaje, que habría que añadir a partir del punto 2, aumentando la longitud de estas armaduras. Vemos que el diagrama de envolventes llega hasta el punto 1. Lo mismo ocurre con las armaduras de tracción de la cara superior, que habrá que prolongar hasta el punto 4, sin contar la longitud de anclaje.

Todo lo dicho no es necesario tenerlo en cuenta en nuestro caso ya que, como se verá más tarde en el epígrafe siguiente, se ha realizado una distribución del armado simplificada, que ya tiene en cuenta el decalaje.

Por otro lado, como se había anticipado, el decalaje afecta al cortante. En la imagen inferior derecha de la Figura A1.14 se muestra el diagrama de cortantes de una viga unida rígidamente a los pilares en que se apoya. El cortante máximo será el del punto A, de inicio de la luz estructural. Sin embargo en A no riesgo de rotura por cortante, pues ese punto está dentro del pilar. El hormigón soporta cortantes a partir del punto B de contacto con el pilar. Por ello la EHE-08 establece que la comprobación del agotamiento por compresión oblicua del alma ($V_{rd} \leq V_{u1}$) se realice en el borde del apoyo.

En otro orden de cosas, el primer punto en el cual pueden aparecer fisuras de cortante es el punto B al cual, debido a la fisuración, llega el cortante que hay en el punto C, que está desplazado una distancia d hacia el interior de la viga. Por ello la EHE-08 establece que la comprobación del agotamiento por tracción en los

estribos ($V_{rd} \leq V_{u2}$) se realice en la sección situada a una distancia d del borde del apoyo.

Distribución del armado

Hasta aquí lo relativo al dimensionamiento a cortante de las secciones más desfavorables, que en nuestro caso están en los extremos. Con respecto al armado del resto de la viga, las necesidades de armado van variando conforme V_d va bajando. En la hoja electrónica generada en este TFG se ha implementado una distribución simplificada del armado, de la siguiente manera:

- Se establecen tres zonas de estribos:
    - Dos extremas con el A_α que resulte necesario en virtud del cálculo, a la que se le prolonga a cada lado la mitad del canto.
    - Y una central, en la zona en que $V_d < V_{cu}$ (no hace falta A_α), disponiendo en ella A_α mínima.

Cuando se trata de una viga de menos de 3 metros de luz no se establecen diferentes zonas de armado ya que no merece hacerlo.

COMBINACIONES DE CARGA PARA LOS ESTADOS LÍMITE DE SERVICIO

Dependiendo del ELS que se quiera comprobar, las combinaciones de carga a utilizar pueden ser las siguientes:

- ***Combinación poco frecuente o carga total característica***: es la suma del valor característico (sin mayorar) de todas las cargas permanentes y variables.
    - Por tanto, en este caso la combinación poco frecuente es PP + SU, siendo PP el peso propio y SU la sobrecarga de uso.
- ***Combinación frecuente***: es la suma del valor característico (sin mayorar) de la carga permanente más la fracción frecuente de la sobrecarga.
    - Esta última se obtiene multiplicando el valor característico de la sobrecarga por el coeficiente ψ_1 establecido por el Código Técnico de la Edificación (CTE).
    - El CTE establece que ψ_1 tome el valor 0,5 para zonas de uso residencial o administrativo, y 0,7 para zonas comerciales o destinadas al público.

- En este caso, al ser una plataforma de paso, que en algunas ocasiones (mantenimiento, reparación) puede alojar momentáneamente equipos pesados, lo oportuno es tomar $\psi_1 = 0{,}5$, ya que se trata de una zona en la cual no va a ser frecuente ni que la plataforma se llene de personas, ni tampoco de equipos.
- Por tanto, en este caso la combinación poco frecuente es PP + 0,5·SU.
- De todas formas, la hoja electrónica permite que el usuario modifique el valor de ψ_1.

- ***Combinación cuasipermanente***: es la suma del valor característico (sin mayorar) de la carga permanentes más la fracción cuasipermanente de la sobrecarga.
  - Esta última se obtiene multiplicando el valor característico de la sobrecarga por el coeficiente ψ_2 establecido por el CTE.
  - El CTE establece un $\psi_1 = 0{,}3$ para zonas de uso residencial o administrativo, y $\psi_1 = 0{,}6$ para zonas comerciales o destinadas al público.
  - En este caso, por las mismas razones ya comentadas al estimar el valor de ψ_1, lo oportuno es tomar $\psi_2 = 0{,}3$.
  - Por tanto, en este caso la combinación poco frecuente es PP + 0,3·SU.
  - De todas formas, la hoja electrónica permite que el usuario modifique el valor de ψ_2.

Téngase en cuenta que, para las comprobaciones de ELS, no sólo las cargas no se mayoran (como se acaba de ver), sino que tampoco se minoran las resistencias ($\gamma_s = \gamma_c = 1$).

FÓRMULAS DE BASE PARA DIVERSOS PARÁMETROS A USAR EN LAS COMPROBACIONES DE ELS

En los posteriores epígrafes se van a plantear los cálculos para realizar las oportunas comprobaciones a fisuración y flecha, en los cuales hay parámetros que se necesitan en ambos casos. En este epígrafe se determinan los valores de esos parámetros.

Por un lado, se llama n a la relación entre los módulos de elasticidad de acero y hormigón, que vale (con f_{ck} en MPa):

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200.000}{8.500 \cdot \sqrt[3]{f_{cm}}} = \frac{200.000}{8.500 \cdot \sqrt[3]{f_{ck} + 8}}$$

El área bruta de la sección rectangular de la viga es $A_b = b \cdot h$. Antes de la fisuración, el área homogeneizada, en la cual se sustituyen las armaduras por un área equivalente de hormigón, tal como se muestra en el centro de la Figura A1.15, es:

$$A_h = b \cdot h + (n-1) \cdot A_{s1}$$

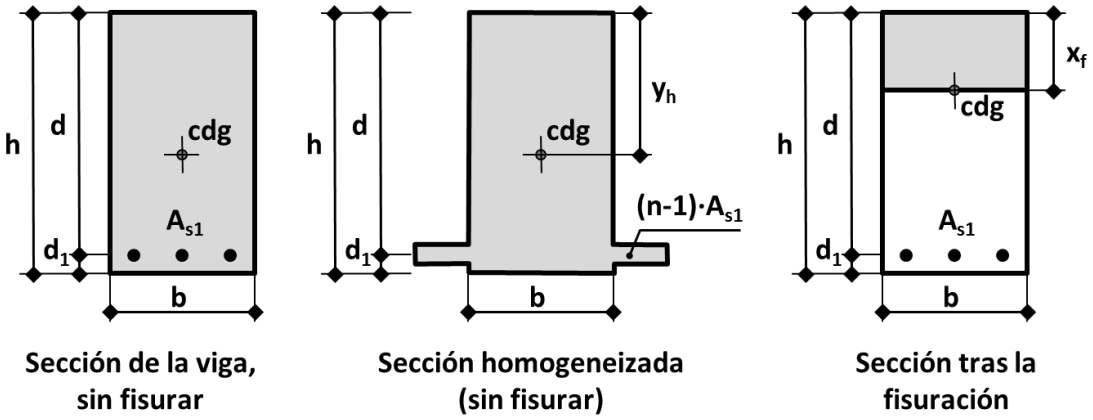

Figura A1.15. Figuras de base para el cálculo de parámetros de la sección bruta, homogeneizada y fisurada. Fuente: Gómez et al. 2016.

En la sección homogeneizada, la distancia y_h entre la parte superior de la viga y el centro de gravedad de la sección (que es igual a la de la sección real, teniendo en cuenta hormigón y acero), dividiendo el momento estático respecto de la fibra superior entre el área, es:

$$y_h = \frac{b \cdot \frac{h^2}{2} + (n-1) \cdot d \cdot A_{s1}}{b \cdot h + (n-1) \cdot A_{s1}}$$

A partir de y_h, el momento de inercia de la sección homogeneizada resulta:

$$I_h = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(y_h - \frac{h}{2}\right)^2 + (n-1) \cdot A_{s1} \cdot (d - y_h)^2$$

Cuando la sección se fisura y, en estado de servicio, hay linealidad de tensiones, la distancia x_f entre la parte superior de la viga y la fibra neutra, que es el centro de gravedad de la sección, dividiendo de nuevo el momento estático respecto de la fibra superior entre el área, es:

$$x_f = \frac{b \cdot \frac{{x_f}^2}{2} + n \cdot d \cdot A_{s1}}{b \cdot x_f + n \cdot A_{s1}}$$

Obteniendo x_f tras resolver dicha ecuación de segundo grado, resulta:

$$x_f = \frac{\sqrt{{A_{s1}}^2 \cdot n^2 + 2 \cdot A_{s1} \cdot b \cdot d \cdot n} - n \cdot A_{s1}}{b}$$

A partir de x_f, el momento de inercia de la sección fisurada resulta:

$$I_f = \frac{b \cdot {x_f}^3}{3} + n \cdot A_{s1} \cdot (d - x_f)^2$$

COMPROBACIÓN DEL ESTADO LÍMITE DE SERVICIO DE FISURACIÓN

Los fenómenos de fisuración son muy complejos e inabordables numéricamente, de forma rigurosa. Por ello se usan fórmulas simplificadas.

El estudio del ELS de fisuración supone realizar varias comprobaciones relacionadas directa o indirectamente con la anchura de fisura. Además de comprobar la anchura de fisuras provocadas por tracción (flexotracción), hay que controlar la fisuración por compresión excesiva y garantizar la existencia de una cuantía mínima de armadura.

Fisuración por compresión

Si las compresiones existentes en el hormigón (en este caso provocadas por la flexión y el cortante) en estado de servicio son muy elevadas, hay riesgo de fisuración por esta causa. Además, en dicho estado, una compresión excesiva en el hormigón aumenta la fluencia, lo que puede causar deformaciones excesivas (flechas, giros en apoyos).

A estos efectos, la EHE-08 y el Eurocódigo EC-2 (AENOR 1992) prescriben que, bajo la combinación más desfavorable de acciones, que en este caso es la combinación poco frecuente, PP + SU, la tensión de compresión σ_c no supere el 60% del valor de la resistencia característica del hormigón; es decir:

$$\sigma_c \leq 0{,}6 \cdot f_{ck,j}$$

siendo $f_{ck,j}$ el valor de la resistencia característica a la edad de j días que corresponde a la situación considerada. En este caso, del lado de la seguridad, se toma $f_{ck,j} = f_{ck}$, ya que la combinación poco frecuente no va a suceder antes de los 28 días del hormigonado, y a posteriori de esos 28 días va a ser $f_{ck,j} > f_{ck}$.

Cuando la tensión se aproxima a ese valor, se recomienda la utilización de estrategias de confinamiento mediante cercos, que en este caso va a haber siempre.

En estructuras en las cuales deban tenerse en cuenta los efectos de la fluencia, el Eurocódigo establece que, bajo la combinación cuasipermanente, que en este caso es PP + 0,3·SU, la tensión de compresión σ_c no supere el 45% del valor de la resistencia característica del hormigón, ya que por encima de este valor la fluencia aumenta mucho; es decir:

$$\sigma_c \leq 0{,}45 \cdot f_{ck}$$

Normalmente, en condiciones de servicio, el hormigón armado va a estar fisurado y en estado lineal. Las tensiones de compresión en el hormigón van a ser lineales, siendo cero en la fibra neutra, cuando termina la fisuración, y valiendo $\sigma_{c,max}$ en el extremo superior de la sección central de la viga. Por tanto, para hacer las dos comprobaciones de fisuración por compresión que se acaban de comentar, se puede tomar:

$$\sigma_{c,max}=M_k \cdot x_f/I_f.$$

Siendo:

- M_k el flector oportuno, $(PP + SU)\cdot l^2/8$ en el primer caso ($\sigma_{c,max} \leq 0{,}6 \cdot f_{ck,j}$), y $(PP + 0{,}3\cdot SU)\cdot l^2/8$ en el segundo ($\sigma_{c,max} \leq 0{,}45 \cdot f_{ck}$).
- x_f la distancia entre la parte superior de la viga y la fibra neutra, cuya fórmula ya se ha visto en el epígrafe anterior.
- I_f el momento de inercia de la sección fisurada , cuya fórmula también se ha visto ya en el epígrafe anterior.

Armadura mínima

La armadura mínima permite garantizar que no se producirá la plastificación del acero que cose la fisura en el momento en que se forma dicha fisura. Por tanto, se garantiza que, en ese instante, la tensión de la armadura en la fisura será menor

que su límite elástico. Sin esa armadura mínima, al surgir la fisura se producirá la rotura del elemento.

En flexión simple de vigas de hormigón armado, al no haber solicitaciones externas perpendiculares a la sección, para garantizar que la armadura no alcanza la plastificación basta con igualar las tracciones en el hormigón antes de fisurarse, con las tracciones en el acero situado en la zona de tracción, en el momento en que el hormigón se fisura. En un caso simple esto lleva a una ecuación general de este tipo:

$$T_s(t = t_{fisur} + \Delta t) = T_c(t = t_{fisur} - \Delta t) \rightarrow A_s \cdot f_{yk} = A_{ct} \cdot f_{ct}$$

Aunque existen otras, la fórmula que proponen el Eurocódigo EC-2 y el Código Modelo MC-90 del FIB (*Fédération Internationale du Béton*; Federación Internacional del Hormigón), basada en la anterior y usada en la hoja electrónica de este TFG, es la siguiente:

$$A_s \cdot f_{yk} = k_c \cdot k \cdot A_{ct} \cdot f_{ct,eff}$$

Con los siguientes significados:

- k_c es un coeficiente que tiene en cuenta la forma de la distribución de tensiones y la variación del brazo de las tracciones respecto de las compresiones en el momento de la fisuración. Toma el valor 1 para tracción, y 0,4 para flexión simple, que es nuestro caso.
- k es un coeficiente que tiene en cuenta el efecto de las tensiones no lineales producidas por fenómenos de retracción. Toma el valor 0,8 para cantos menores de 30 cm y 0,5 para cantos mayores de 80 cm.
- A_{ct} es el área de hormigón sometida a tracción antes de la fisuración.
- $f_{ct,eff}$ es la resistencia a tracción del hormigón en el momento de producirse la fisuración. Puede tomarse igual a $f_{ct,m}$, a la cual el Eurocódigo EC-2 le asigna el mismo valor que la EHE-08, es decir, $0{,}3 \cdot (f_{ck})^{2/3}$.

El uso de k_c se debe a que, en el caso de flexión simple, el volumen de tracciones previo a la aparición de la fisura es triangular y aproximadamente igual a $0{,}5 \cdot A_c \cdot f_{ct,eff}$. Por otro lado, al producirse la fisura el brazo (z) o distancia entre la resultante de las tracciones y la de las compresiones pasa de ser aproximadamente $2 \cdot h/3 = 0{,}67 \cdot h$ a ser aproximadamente $0{,}85 \cdot h$ (véase Jiménez Montoya 2009), lo cual lleva a un disminución proporcional de la tracción ($0{,}67/0{,}85 = 0{,}77$). Al superponer ambos efectos se obtiene un coeficiente de ($0{,}5 \cdot 0{,}67/0{,}85 = 0{,}39 \simeq$) 0,4.

La corrección mediante el factor *k* tiene en cuenta que la ley de deformaciones impuestas de la sección puede ser no lineal. Esto sucede cuando la deformación es intrínseca (producida por el propio elemento que se estudia; no debida a la deformación de otros elementos o barras de la estructura), como es el caso de la retracción. Por la propia definición de retracción, cuya causa es la evaporación de una parte del agua de la masa de hormigón, dicha retracción es bastante mayor en la superficie, en contacto pleno con la atmósfera, que en el centro de la sección. En una sección en la que se producen tensiones autoequilibradas (equilibrio interno que hace que unas y otras tensiones se compensen) no lineales, la tensión media de la sección será parecida a la tensión máxima de la misma si el canto del elemento (en este caso, la viga) es pequeño, y bastante menor que la tensión máxima si el canto del elemento es grande.

Cálculo de la anchura de fisura

Como se ha anticipado, la estimación de la anchura de fisura es un problema complejo. Por un lado, la resistencia a tracción del hormigón está sujeta a una fuerte dispersión. Por otro, la retracción del hormigón, al ser coartada por las armaduras, genera compresiones en ellas y provoca tracciones en el hormigón. Además, no son sólo estos aspectos los que intervienen en la realidad del fenómeno de fisuración. Por todo ello, los cálculos a fisuración nunca son precisos, teniendo un valor meramente orientativo.

Las diversas normativas europeas garantizan el cumplimiento del Estado Límite si:

$$w_k \leq w_{máx}$$

Con los siguientes significados:

- W_k = anchura característica de fisura.
- $W_{máx}$ = anchura máxima permitida, que será diferente según la clase general de exposición y, por tanto, según la agresividad del medio que rodea a la estructura. Como en este caso se trata de una viga en el interior de un edificio, $W_{máx}$ = 0,4 mm. No obstante, por razones de aspecto y de la inquietud que las fisuras pueden causar a los usuarios (Jiménez Montoya 2009), es recomendable tomar $W_{máx}$ = 0,3 mm. En todo caso, la hoja electrónica deja al usuario establecer el $W_{máx}$ que desee, por si se quisiera aplicar a casos diferentes al aquí tratado.

En la hoja electrónica generada se calcula la anchura característica según el Eurocódigo EC-2. La fórmula de la anchura característica de fisura según el EC-2 es:

$$w_k = s_{r,máx} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

Donde $s_{r,máx}$ es la separación máxima entre fisuras que, en el caso de secciones sometidas a flexión con barras corrugadas, toma el valor:

$$s_{r,máx} = 3{,}4 \cdot c + 0{,}17 \cdot \frac{\phi}{\rho}$$

En dicha expresión c es el recubrimiento de las armaduras sometidas a tracción, ϕ el diámetro de la barra traccionada de mayor sección, y ρ la cuantía de acero traccionado en relación con el área eficaz de hormigón sometida a tracción:

$$\rho = A_{s1} / A_{c,eficaz}$$

Donde A_{s1} es el área traccionada de acero, y $A_{c,eficaz}$ el área rectangular eficaz de hormigón que hay alrededor de A_{s1}:

$$A_{c,eficaz} = b \cdot h_{eficaz}$$

Siendo b el ancho total de la sección y h_{eficaz} una altura igual a:

$$h_{eficaz} = 2{,}5(h - d) \leq \frac{h - x}{3} \leq \frac{h}{2}$$

Siendo h el canto total de la viga, d su canto útil, y x la profundidad de la fibra neutra.

Por su parte, el segundo factor del producto correspondiente a la fórmula de W_k es la deformación media del acero respecto a la del hormigón, ε_{sm}-ε_{cm}, que se calcula mediante la fórmula:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - 0{,}4 \cdot \frac{f_{ct,m}}{\rho} \cdot (1 + n \cdot \rho)}{E_s} \leq 0{,}6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$

Donde:

- σ_s es la tensión de la armadura traccionada, A_{s1}, en la combinación de cargas de servicio a efectos de fisuración, que normalmente, y en particular en este caso, es la cuasipermanente, que en este caso es PP + 0,3·SU.
    - Por tanto, será $\sigma_s < f_{yd}$.

- Para estructuras de hormigón armado (no válido para el pretensado) σ_s puede calcularse, de forma simplificada, tomando $\sigma_s = M_k / (0{,}8 \cdot d \cdot A_{s1})$, siendo M_k el momento flector característico (sin mayorar) para la combinación cuasipermanente (con la carga PP + 0,3·SU), d el canto útil y A_{s1} el área traccionada de acero.
- De todas formas, para mayor precisión puede usarse la fórmula $\sigma_s = n \cdot M_k \cdot (d-x_f)/I_f$, siendo n la relación entre E_s y E_c, x_f la distancia entre la parte superior de la viga y la fibra neutra, cuando la sección se fisura en estado de servicio, e I_f el momento de inercia de la sección fisurada. Todos estos parámetros se han visto ya en el epígrafe anterior.

- $f_{ct,m}$ es la resistencia media a tracción del hormigón a 28 días, para la cual tanto el Eurocódigo como la EHE-08 emplean las mismas fórmulas, que ya han sido vistas al hablar de dimensionamiento a cortante ($f_{ct,m} = 0{,}3 \cdot (f_{ck})^{2/3}$ para $f_{ck} \leq 50$MPa (que es lo habitual), y $f_{ct,m} = 0{,}58 \cdot (f_{ck})^{1/2}$ para $f_{ck} > 50$MPa, con todos los parámetros en MPa).
- E_s es el módulo de elasticidad del acero.
- n, en este caso, es la relación entre E_s y E_{cm} ($n = E_s / E_{cm}$), siendo E_{cm} el módulo de deformación longitudinal o módulo de elasticidad para un hormigón de 28 días aproximado según la pendiente de la recta secante a la curva tensión-deformación del hormigón.
  - El EC-2 propone una fórmula que puede simplificarse, tomando $E_{cm} = 15.400 \cdot (f_{cm}/10)^{0,3}$, con E_{cm} y f_{cm} en MPa.
  - A su vez, en ausencia de datos reales, la resistencia media del hormigón a compresión a 28 días, f_{cm}, puede aproximarse como $f_{cm} = f_{ck}$+8MPa.
  - Nótese que esta fórmula de n y la que se ha visto en el epígrafe anterior no dan los mismos resultados, pero llevan a resultados bastante cercanos.
- ρ ya ha sido visto previamente en este sub-epígrafe.

COMPROBACIÓN A FLECHA

Valores límite admisibles para las flechas

La normativa limita normalmente la flecha total, por razones de funcionalidad y aspecto, y la flecha activa, para evitar daños en los elementos no estructurales que se apoyan sobre la estructura.

Recordemos que se llama flecha instantánea a la inmediata, que se produce al aplicar una carga, del tipo que sea, sea permanente (CP) o variable (CV).

Flecha diferida es la que producen las cargas permanentes y cuasipermanentes, a partir del momento de aplicar dichas cargas, a lo largo del tiempo, por causa de la reología del hormigón (retracción y fluencia). En nuestro caso va a ser la fluencia la causante esencial de este tipo de flecha. Las cargas variables (sobrecargas; SC) que desaparecen en breve tiempo no producen fluencia y, por tanto, no producen flecha diferida.

Flecha total, o flecha total a plazo infinito, es la suma de la flecha instantánea más la diferida.

Flecha activa es la que se produce a partir de que un elemento dañable no estructural (fachada, ventanales, tabique, solado) se construye sobre la estructura. Es igual a la flecha total a plazo infinito menos la flecha existente antes de construir el elemento dañable. En el caso de este TFG la flecha activa no es un problema relevante, porque sobre la plataforma no hay más sistemas constructivos que las barandillas.

En general, se suele producir:

- Una flecha instantánea $f_{1,i}$ por causa de las cargas de peso propio (PP), cuando la estructura se descimbra y, por tanto, comienza a soportar su peso propio.
- Una flecha diferida $f_{2,d}$ desde ese momento hasta que se construyen los elementos no estructurales que gravitan sobre la estructura (solados, tabiques, etc.). $f_{2,d}$ se produce por la fluencia causada por el PP.
- Una flecha instantánea $f_{3,i}$ causada por esos la carga muerta (CM) que suponen esos elementos no estructurales que cargan sobre la estructura.
- Una flecha instantánea $f_{4,i}$ causada por las sobrecargas (SC).
- Una flecha diferida $f_{5,d}$ desde que la carga muerta se apoya en la estructura hasta tiempo infinito. $F_{5,d}$ se produce por la fluencia causada por las cargas permanentes (CP = PP + CM).

- Una flecha instantánea $f_{6,i}$ causada por las sobrecargas (SC) en momentos tardíos del ciclo de vida de la estructura (a tiempo infinito).

Las limitaciones de flecha reflejadas en la normativa son orientativas. Dichas limitaciones deben definirse en cada caso según las características particulares de cada estructura y de los sistemas no estructurales que apoyan sobre ella. El cálculo de flechas no puede hacerse de forma precisa, porque en las deformaciones diferidas intervienen muchos factores aleatorios difíciles de cuantificar, como el historial de cargas a lo largo del tiempo, los fenómenos reológicos (retracción, fluencia), o las condiciones de temperatura y humedad, condiciones de curado, edad del hormigón en el momento de la puesta en carga, cuantía de la armadura de compresión, valor de la carga permanente, entre otros.

Diferentes normativas españolas y extranjeras establecen diferentes limitaciones. Para que el usuario pueda establecer las limitaciones que estime oportunas, la hoja electrónica deja al usuario introducir la que desee establecer, en la forma de divisor de la luz (l/divisor; por ejemplo, l/250).

Para estructuras normales de edificación, la EHE-08 exime de la comprobación a flecha para los elementos sometidos a flexión simple, armados con acero B-500, cuya relación luz/canto sea igual o menor que el máximo indicado en la Tabla A1.1.

Sistema estructural	Elementos fuertemente armados (ρ=0,015)	Elementos débilmente armados (ρ=0,005)
Viga o losa simplemente apoyada	14	20
Vano exterior de viga o losa continua	18	26
Vano interior de viga o losa continua	20	30
Recuadro interior de losa sobre apoyos aislados	17	24
Recuadro exterior de losa sobre apoyos aislados	16	23
Voladizo	6	9

Tabla A1.1. Relación luz-canto

En este caso se trata de una viga simplemente apoyada, y se puede considerar que, a diferencia de un forjado, se trata de un elemento fuertemente armado y, por tanto, se puede omitir la comprobación a flecha si d > l/14. Se puede tomar d = canto útil ≃ h – recubrimiento o, para mayor simplicidad, d ≃ h.

Cálculo de la flecha instantánea

En el caso de materiales elásticos, homogéneos e isótropos la flecha instantánea puede calcularse aplicando las fórmulas clásicas de la resistencia de materiales, en función de la carga, la luz y la rigidez a flexión (momento de inercia I multiplicado por el módulo de deformación E). En nuestro caso, para una viga isostática simplemente apoyada de luz l sometida a una carga q uniformemente repartida, la flecha máxima (en el centro de la viga) es:

$$f_i = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

Sin embargo el hormigón armado no es homogéneo ni isótropo, y no tiene rigidez (E·I) constante; por un lado la armadura se orienta de determinadas maneras y varía a lo largo de la pieza; además, y esto es lo que más influye, las secciones más solicitadas se fisuran. A lo largo de una viga hay secciones con diferentes inercias, unas fisuradas y otras sin fisurar. Cada sección de una pieza tendrá una inercia que dependerá de la relación entre el momento flector que actúa sobre ella (M_a) y el momento de fisuración (M_f).

En este TFG, a efectos de flecha se aplica la EHE-08, que usa una inercia media equivalente que tiene en cuenta la disminución de rigidez y que, aplicada a la oportuna fórmula de resistencia de materiales, permite calcular una flecha parecida a la real.

El valor de esa inercia equivalente (I_e) oscila entre la inercia bruta (I_b) y la de fisuración (I_f) y, por tanto, depende de la relación M_f/M_a. Cuando $M_f < M_a$, será $I_e=I_b$. Cuando $M_f = M_a$, será $I_e \simeq I_b$. Cuando $M_f > M_a$ la inercia equivalente irá pasando, progresivamente, de I_b a I_f , y cuanto menor sea M_f/M_a, más cerca estará I_e de I_f que de I_b.

Probablemente la fórmula más usada para calcular I_e es la fórmula empírica de Branson, adoptada por la EHE-08 y por la normativa norteamericana (Código ACI; *American Concrete Institute*), que estima el momento de inercia efectivo mediante una interpolación lineal entre los dos casos extremos que se acaban de comentar (I_b e I_f), por medio de la fórmula:

$$I_e = \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3 \cdot I_b + \left[1 - \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_f \leq I_b$$

Siendo:

- M_f = momento flector de fisuración, que provoca una tensión $f_{ctm,fl}$ en la fibra más traccionada, siendo $f_{ctm,fl}$ la resistencia media a flexotracción del hormigón.
- M_a = momento flector que actúa sobre la sección, en condiciones de servicio, que en este caso, en la sección central, es de $q \cdot l^2/8$, usando q = PP + SU para calcular la flecha instantánea máxima.
- I_b = momento de inercia de la sección de hormigón bruta. En nuestro caso: $I_b = b \cdot h^3/12$.
- I_f = momento de inercia de la sección fisurada.

Con respecto a momento flector de fisuración, M_f, la resistencia media a flexotracción del hormigón se calcula por medio de la fórmula:

$$f_{ctm,fl} = \left(1{,}6 - \frac{h}{1.000}\right) \cdot f_{ct,m} \geq f_{ct,m} \ (con\ h\ en\ mm)$$

Siendo $f_{ct,m}$ la resistencia media a tracción a 28 días, ya vista con anterioridad ($f_{ct,m} = 0{,}3 \cdot f_{ck}^{2/3}$, si $f_{ck} \leq 50$ MPa, que es lo habitual).

El momento de fisuración es:

$$M_f = \frac{\sigma_{fisuración} \cdot I}{h/2}$$

M_f puede estimarse de forma aproximada por medio de la fórmula:

$$M_f = \frac{\sigma_{fisuración} \cdot I}{h/2} \approx \frac{f_{ctm,fl} \cdot I_b}{h/2}$$

Siendo:

- f_{ct} la resistencia a tracción del hormigón, que en ausencia de datos reales se puede aproximar mediante la fórmula $f_{ct} \simeq 0{,}7 \cdot f_{ctm,fl}$, con $f_{ctm,fl}$ ya vista en este epígrafe.
- I_b la inercia bruta ($I_b = b \cdot h^3/12$).
- h el canto total.

M_f puede estimarse con mayor precisión por medio de la fórmula:

$$M_f = \frac{f_{ct} \cdot I_h}{h - y_h}$$

Siendo:

- f_{ct}, igual que antes, la resistencia a tracción del hormigón.
- I_b la inercia de la sección homogeneizada, cuya fórmula ya ha sido vista con anterioridad en este Anejo.
- h el canto total.
- y_h la distancia entre la parte superior de la viga y el centro de gravedad de la sección, en la sección homogeneizada, cuya fórmula ha sido abordada anteriormente en este Anejo.

No obstante, estas dos fórmulas de M_f llevan a resultados muy similares.

Por lo demás, en el caso de una viga isostática la EHE-08 indica que como inercia equivalente de la pieza hay que usar la inercia equivalente de la sección central.

Por otro lado, M_a es el máximo momento flector que va a sufrir la sección a lo largo de su vida, en condiciones de servicio, que en este caso, como hemos dicho, es (PP + SU)·l^2/8. Debe tenerse en cuenta que una vez que en una viga ha actuado un determinado flector, aunque luego el flector disminuya, la viga ya se habrá degradado y su momento de inercia real no va a mejorar, porque las fisuras no desaparecen, ni siquiera si descargamos totalmente la viga.

Cálculo de la flecha diferida

Ya se ha hablado con anterioridad del concepto de flecha diferida. Como se ha anticipado, su cálculo preciso es prácticamente inabordable por depender de numerosas variables. Además, la fisuración aumenta la complejidad del problema. Por ello las normativas suelen establecer fórmulas experimentales sencillas.

En este caso se ha empleado la EHE-08 que al igual que el Código ACI, propone multiplicar la flecha instantánea debida a cargas permanentes por el factor:

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50 \cdot \rho'}$$

Siendo:

- ρ´ la cuantía geométrica de la armadura comprimida en la sección central, para nuestro caso de vigas bi-apoyadas.

- ξ un coeficiente que depende de la duración de la carga, y que se toma de la Tabla A1.2.

Duración de la carga	ξ
$\geq 5\ años$	2
1 año	1,4
6 meses	1,2
3 meses	1
1 mes	0,7
15 días	0,5

Tabla A1.2. Coeficiente ξ

En este caso se ha tomado ξ = 2, a tiempo infinito, empleando el coeficiente para una duración mayor de 5 años.

Una vez calculado λ, la flecha diferida se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$f_d = \lambda \cdot f_i$$

Siendo f_i la flecha instantánea.

Cálculo de la flecha total

La flecha total es la suma de las flechas instantánea y diferida.

ARMADO DE CONJUNTO DE LA VIGA. COMPROBACIÓN DEL MONTAJE DE LAS ARMADURAS EN LA SECCIÓN DE HORMIGÓN.

Una vez establecido un determinado armado hay que comprobar que las armaduras caben en la sección de hormigón.

De acuerdo con la EHE-08, si se trata de una viga de canto (ancho b menor que el canto total h), se debe comprobar que, en la cara más armada (más armadura longitudinal), que en este caso es la inferior:

$$b \geq 2 \cdot (r + \Delta r) + n_{\Phi long} \cdot \Phi_{long} + n_{\Phi t} \cdot \Phi_t + (n - 1) \cdot \max\left(1{,}25 \cdot D_{max}, \Phi_{max}, 20mm\right)$$

Siendo:

- $r+\Delta r$ el recubrimiento
- $n_{\Phi long}$ el número de barras de armadura longitudinal en dicha cara.
- Φ_{long} el diámetro de las barras de la armadura longitudinal en dicha cara.
- $n_{\Phi t}$ el número de barras de armadura de cortante, que cuando sólo se dispone un estribo es de 2.
- Φ_t el diámetro de las barras de la armadura de cortante.
- D_{max} el tamaño máximo del árido.
- Φ_{max} el diámetro de la barra longitudinal de mayor diámetro.

Si lo anterior se verifica para b, entonces se verificará para h, al ser h>b.

En el caso de vigas planas (ancho b mayor que el canto total h), la comprobación referida debe hacerse para h, al ser h<b.

Finalmente, hay que comprobar que el recubrimiento es el adecuado. El recubrimiento debe ser mayor que:

- El diámetro de la barra de mayor diámetro.
- $1{,}25 \cdot D_{max}$.
- Lo establecido en la EHE-08 para una adecuada protección de la agresividad del ambiente que va a rodear al hormigón. La hoja electrónica generada supone que esto último se cumple, quedando en manos del usuario dicho cumplimiento.