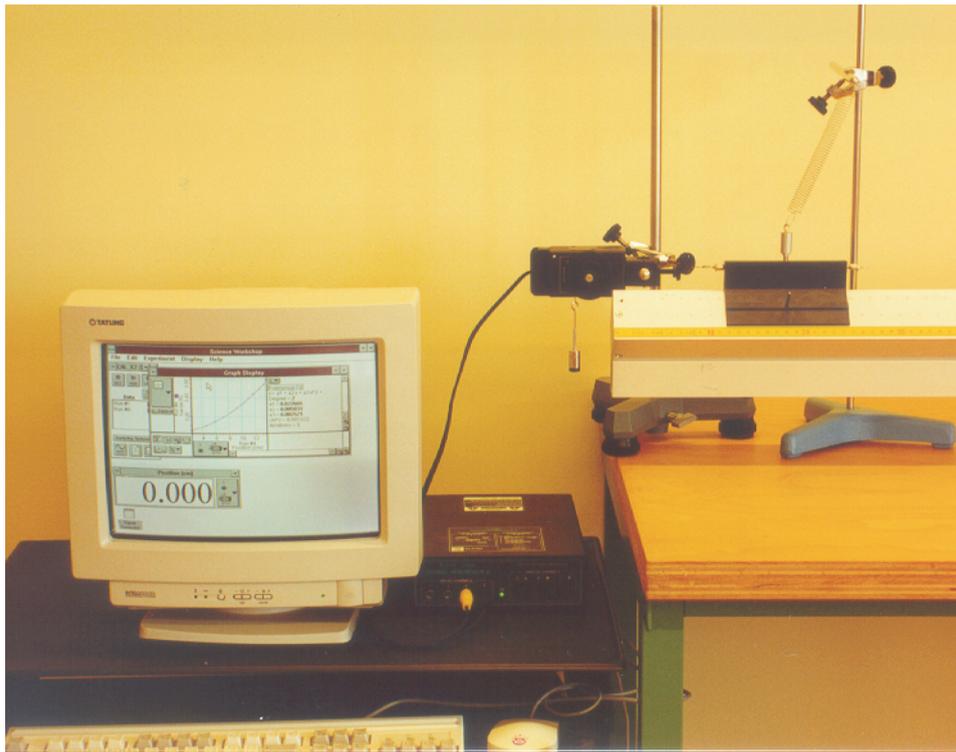


# Prácticas de Física



**Ana Jesús López Díaz**

# TABLA DE CONTENIDOS

Prefacio	iii
1. Medida de Longitudes, Masas y Tiempos	1
2. Conservación de la Energía Mecánica	11
3. Leyes de los Choques	21
4. Dinámica de Rotación	35
5. Péndulo de Torsión	43
6. Flexión de una Barra	53
7. Medidas Eléctricas con Multímetros	59
8. Máquina Térmica	71
9. Condensador de Placas Paralelas	85
10. Trazado de Líneas Equipotenciales	93
11. Circuito RC	99
12. Inducción Electromagnética	109
13. Radiactividad	119



## PREFACIO

Este manual de prácticas está pensado para una asignatura de Física de los primeros cursos de universidad. En esta asignatura el laboratorio de prácticas suele ser el lugar donde el estudiante toma contacto por primera vez con los fenómenos físicos reales; cómo se miden, cómo se cuantifican y sus imperfecciones frente a los modelos idealizados que se presentan en las clases de pizarra.

Esta toma de contacto requiere, y por tanto permite, el desarrollo de ciertas habilidades científicas relacionadas, no sólo con el manejo de instrumentos y técnicas de medida, sino también con el desarrollo de actitudes; de entre las cuales la adaptación al trabajo en grupo o la aplicación de la metodología científica para la resolución de problemas, son las más destacables.

Con el fin de facilitar al alumno ese primer contacto con el trabajo experimental en este texto se han desarrollado 13 prácticas que cubren todo el espectro de un curso típico de Física.

En cada práctica se indican los objetivos concretos, el material necesario para su realización y se hace una introducción teórica breve sobre los fundamentos físicos en que se basa cada experiencia; dado que un desarrollo más profundo corresponde a las clases de pizarra. Se incluyen instrucciones precisas sobre el procedimiento experimental: montaje y descripción de los equipos, conexiones y adquisición de datos. Se han añadido, además las tablas para que cada estudiante anote sus medidas; de esta forma se irá *familiarizando* con su uso y apreciará sus ventajas a la hora de analizar los resultados del experimento.

En lo que se refiere al análisis e interpretación de los resultados del experimento, se insiste sobre todo en la potencia de la representación gráfica como herramienta de análisis y en la utilización de técnicas de regresión lineal para obtener resultados cuantitativos. Se insiste asimismo en la necesidad de incluir en cualquier medida o resultado experimental una estimación de su incertidumbre. Además, para que el alumno reflexione sobre ciertos aspectos de interés, se han propuesto algunas cuestiones al final de cada práctica.

Finalmente, este manual se complementa con el texto “Métodos experimentales para el laboratorio de Física”, de la misma autora, donde se describen con abundantes ejemplos las técnicas del tratamiento y análisis de los datos experimentales; incluyendo el uso de calculadoras y hojas de cálculo, que serán de utilidad para la realización de estas prácticas. Asimismo se han elaborado otros materiales “multimedia” de acceso libre en <http://www.ii.udc.es/lail/em/index.htm> con los cuales el alumno interesado podrá realizar distintas experiencias, algunas de ellas difíciles de llevar a cabo en un laboratorio convencional, que le facilitarán el desarrollo habilidades científicas al tiempo que favorecen el aprendizaje autónomo.

Ana J. López



## MEDIDA DE LONGITUDES, MASAS Y TIEMPOS

### Objetivos

Aprender a utilizar distintos instrumentos de uso común en la medida de tres magnitudes fundamentales: longitud, masa y tiempo.

### Material

- Calibre o pie de rey
- Palmer o micrómetro
- Balanza de laboratorio
- Cronómetro digital
- Piezas de materiales y formas diversas
- Péndulo

### Teoría

Cualquier trabajo experimental se basa en las mediciones cuidadosas y precisas de alguna magnitud física. En el ámbito de la Mecánica generalmente se toman como magnitudes fundamentales la masa, la longitud y el tiempo; cuyas unidades en el Sistema Internacional (SI) son el metro (m), el kilogramo (kg) y el segundo (s), respectivamente. Todas las demás magnitudes mecánicas pueden derivarse de estas tres.

En la vida diaria nos hemos familiarizado con el uso de la regla graduada para medir longitudes, de balanzas para determinar la masa de un objeto o de los relojes para medir intervalos de tiempo. Con una regla podemos apreciar longitudes del orden de varios milímetros; con una balanza de cocina, por ejemplo, masas del orden de varios gramos y con un reloj ordinario medimos intervalos de varios segundos. Muchas veces, sin embargo, es necesario medir con precisión valores más pequeños de estas magnitudes, para lo cual se utilizan instrumentos tales como el calibre o el palmer, las balanzas de precisión (mecánicas o electrónicas) o los cronómetros.

### Medida de longitudes 1: Calibre o pie de rey

El calibre consiste básicamente en una regla graduada a la que se ha añadido una escala auxiliar llamada *nonius*, nonio o reglilla, que desliza sobre la regla.

Las escalas de la regla y de la reglilla están graduadas de forma que  $n$  divisiones de la reglilla se corresponden con  $(n-1)$  divisiones de la regla. Si llamamos  $D$  y  $d$  al tamaño de las divisiones de la regla y de la reglilla, respectivamente, será

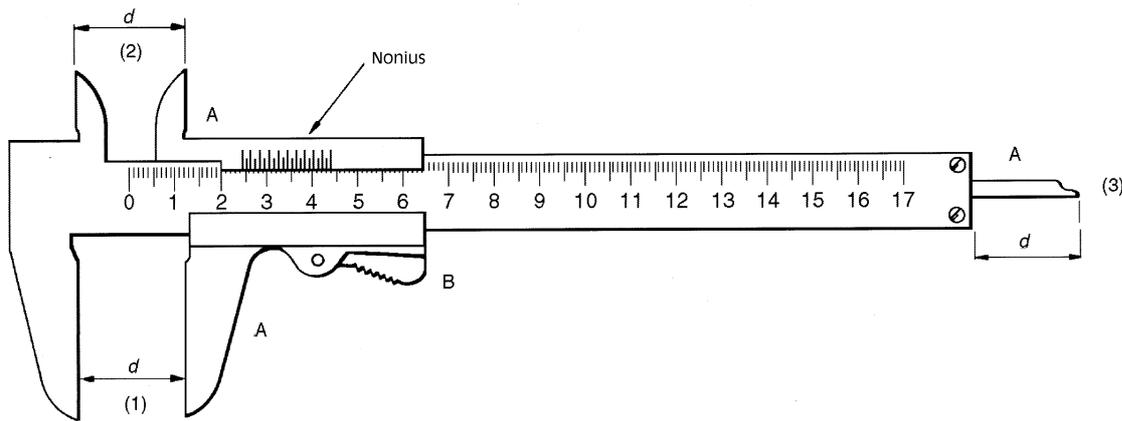
$$n d = (n-1) D \quad (1)$$

de donde se obtiene la diferencia en el tamaño de las divisiones

$$D - d = \frac{D}{n} \quad (2)$$

es decir, cada división de la reglilla es más corta en  $\frac{D}{n}$  que una de la regla. El nonius, por tanto, permite apreciar  $n$ -ésimas partes de la unidad de la regla,  $D$ . Por ejemplo, si la regla está graduada en milímetros y se le incorpora un nonius para el cual 10 divisiones se corresponden con 9 de la regla, la unidad más pequeña que podremos apreciar será:

$$\frac{D}{n} = \frac{1 \text{ mm}}{10} = 0.1 \text{ mm}$$

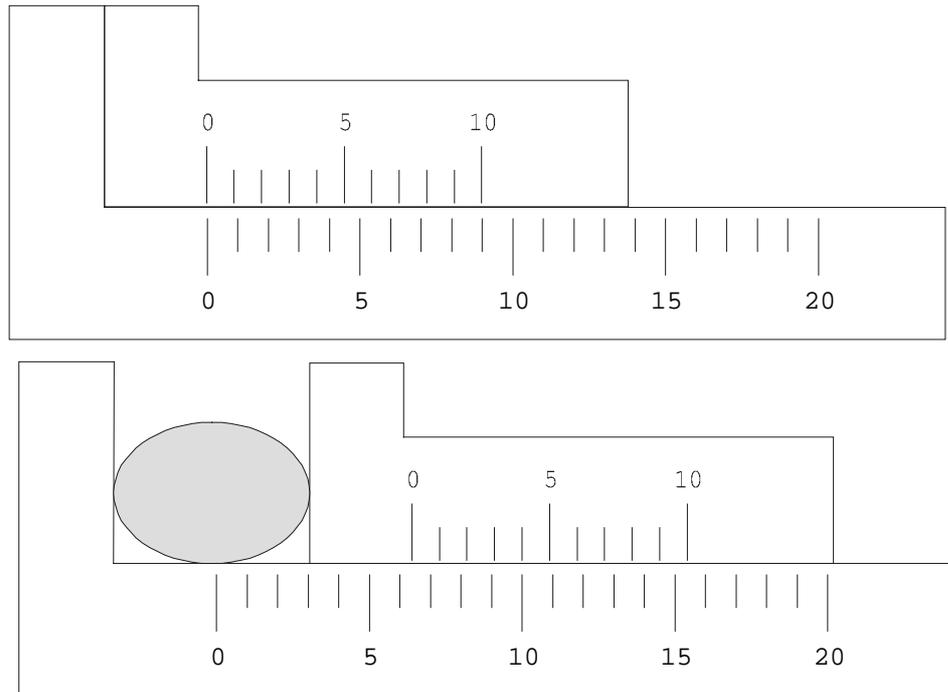


**Figura 1:** Calibre o pie de rey. Las partes marcadas con A constituyen una unidad rígida que puede moverse respecto al resto del instrumento cuando se presiona el muelle B. Las tres distancias marcadas  $d$  son iguales. (1) para medir espesores o dimensiones exteriores de piezas, (2) para medir dimensiones interiores de una cavidad y (3) para determinar profundidades.

### Procedimiento de medida

La lectura siempre se realiza en la zona donde está colocado el nonius. La marca situada en el extremo izquierdo del nonius es la marca del cero, que con frecuencia no está numerada. El procedimiento para realizar una medida se ilustra con el ejemplo de la Fig. 2, para lo cual:

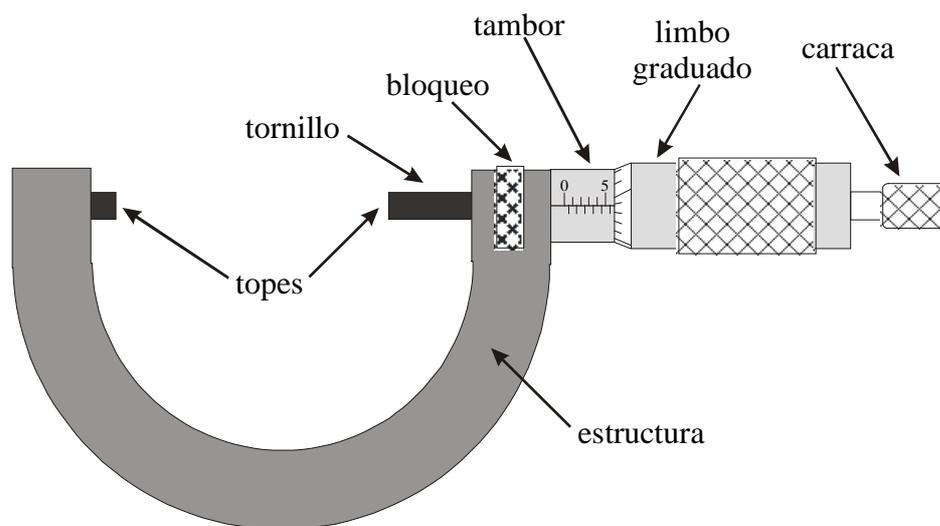
1. Determina cuál es la unidad más pequeña que puede apreciar. En el ejemplo de la Fig. 2 es 0.1 mm.
2. Sitúa el objeto entre los topes del calibre.
3. Fíjate en qué posición sobre la regla queda el cero del nonius. En el ejemplo está entre las marcas de 6 mm y 7 mm; por tanto la primera cifra significativa del resultado será 6.
4. Observa a continuación qué división del nonius coincide exactamente con una de las divisiones de la regla. En el ejemplo de la Fig. 2 es la cuarta división del nonius y por tanto la siguiente cifra del resultado será 4.
5. Finalmente la lectura del calibre será  $6 \text{ mm} + (4 \times 0.1 \text{ mm}) = 6.4 \text{ mm}$ .



**Figura 2.** Funcionamiento del nonius. El resultado de la medida es 6.4 mm.

### Medida de longitudes 2: Palmer o micrómetro

Este instrumento consiste básicamente en un tornillo que avanza lentamente a través de una tuerca con paso de rosca  $h$  rigurosamente constante. En cada vuelta completa el tornillo avanza respecto a la tuerca una distancia  $h$  igual a su paso de rosca. Un limbo graduado fijo al tornillo permite contabilizar las fracciones de vuelta. Si ese limbo está dividido en  $n$  partes iguales se podrán apreciar  $n$ -ésimas partes de vuelta, es decir, se podrá apreciar una longitud  $\frac{h}{n}$ .



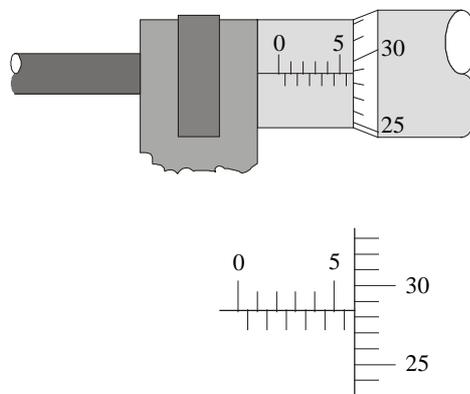
**Figura 3.** Palmer o tornillo micrométrico.

En la Fig. 3 se muestra un palmer. El tornillo avanza por una tuerca fija en una estructura con forma de herradura. El palmer se utiliza habitualmente para la determinación de espesores, para lo cual se coloca el objeto entre los topes y se hace avanzar el tornillo, girando lentamente la cabeza, hasta que ejerza una suave presión sobre el objeto. Para no forzar el tornillo la mayoría de estos instrumentos llevan una carraca que gira por fricción suave con lo que se consigue ejercer la misma presión en todas las lecturas.

#### Procedimiento de medida

La lectura viene dada por la posición del limbo graduado sobre la escala fija del tambor y la posición de la línea de lectura sobre el limbo graduado. El procedimiento es el siguiente:

1. Determina la unidad más pequeña que puede apreciar el instrumento. En el ejemplo de la Fig. 4 el paso de rosca es de 1 mm y el limbo graduado está dividido en 100 partes; por lo tanto la unidad más pequeña que puede apreciar el micrómetro es 0.01 mm.
2. Sitúa el objeto a medir entre los topes, ejerciendo una presión suave.
3. Lee en la escala fija el número de vueltas completas que avanzó el tornillo. En este ejemplo leemos 5.5.
4. Lee a continuación, sobre el limbo graduado, las fracciones de vuelta. En el ejemplo de la Fig. 4 la línea de lectura está entre las marcas 28 y 29 del limbo graduado.
5. Finalmente la lectura será de  $5.5 \text{ mm} + 0.28 \text{ mm} = 5.78 \text{ mm}$ . Podríamos incluso dar el resultado como 5.785 mm pero teniendo siempre en cuenta que el último dígito sería una cifra estimada.



**Figura 4.** Lectura de un micrómetro. El resultado de la medida es 5.78 mm.

#### Error de cero

Siempre que se utiliza el palmer hay que tener en cuenta el *error de cero* es decir, la lectura del instrumento para una longitud cero. Si se ponen los topes en contacto, debería coincidir el cero de la escala fija con el cero del tornillo, pero no siempre ocurre así y hay que tener presente este error para corregir las lecturas, considerando que esta corrección puede ser negativa o positiva, según se quede el cero del tornillo por debajo o por encima del cero de la escala fija.

Por ejemplo, si al juntar los dos topes observamos que el cero del tornillo (escala móvil) queda tres divisiones por debajo del cero de la escala fija, tendremos que sumar la

cantidad  $3p$  ( $p = h/n$ ) a todas las medidas que se realicen. Si el cero de la escala móvil quedase cuatro divisiones por encima del cero de la escala fija, restaríamos siempre la cantidad  $4p$  a nuestras medidas.

### **Medida de masas: La balanza**

Existen muchos tipos de balanzas; de precisión, electrónicas... La balanza que utilizaremos en el laboratorio es una balanza monoplato de triple brazo. Sobre cada brazo se desplazan una pesas de distinto tamaño. La mayor se mueve sobre la escala graduada en 100 g, la siguiente sobre la escala de 10 g y la más pequeña sobre la escala de 1 g con subdivisiones cada 0.1 g. El objeto que se mide se sitúa sobre el plato y se van desplazando las pesas a lo largo de los brazos (empezando por la mayor y continuando por orden) hasta equilibrar la balanza. Una vez equilibrada, la masa del objeto será la suma de las lecturas en cada brazo.

Si es necesario puede ampliarse el rango de medida mediante unas pesas auxiliares que se cuelgan de un extremo y cuyo valor se sumará a la lectura dada por las pesas móviles.

### **Medida de tiempos: El cronómetro digital**

Para medir intervalos de tiempo utilizaremos un cronómetro digital que se acciona manualmente pulsando los botones de Start/Stop. El visualizador muestra el intervalo de tiempo transcurrido en horas, minutos, segundos y centésimas de segundo. En un instrumento digital, se suele cuantificar la incertidumbre en la lectura del instrumento como una unidad en el último dígito.

## **Adquisición de datos**

### ***Caracterización de los instrumentos de medida***

Antes de realizar cualquier medida deberás caracterizar los instrumentos que vas a utilizar, determinando su rango de operación, posibles fuentes de incertidumbre, número de cifras significativas en la lectura, etc. Para ello:

1. Observa cuál es la unidad más pequeña que puede apreciar cada uno de los instrumentos sin hacer una estimación.
2. Determina el valor máximo que puede medir cada instrumento.
3. Piensa en las posibles incertidumbres que puede introducir cada instrumento. Determina el error de cero, si lo hubiera, en cada uno de ellos.
4. Anota los resultados en la Tabla 1.

### ***Experimento 1: Medidas de densidades***

La densidad de un cuerpo  $\rho$  viene dada como  $\rho = \frac{m}{V}$ . Para determinar las densidades de piezas con formas regulares se mide su masa  $m$  y se calcula su volumen  $V$  a partir de medidas de las dimensiones de la pieza.

1. Utilizando el calibre o el palmer, según consideres oportuno, mide las dimensiones de las piezas que se indican en la Tabla 2 y anota los valores obtenidos. Calcula el volumen de cada pieza con el número apropiado de cifras significativas.
2. Mide la masa de cada objeto utilizando la balanza. En el caso de los objetos esféricos (bolitas) utiliza un vidrio de reloj para evitar que rueden. Mide primero la masa del conjunto (vidrio + bolita) y después el vidrio solo. La diferencia entre las dos medidas nos dará la masa de la bolita. Ten en cuenta cómo afecta el procedimiento de medida al número de cifras significativas del resultado.
3. A partir de los datos anteriores calcula las densidades. Ten en cuenta, una vez, más el número de cifras significativas de cada magnitud a la hora de hacer los cálculos y dar los resultados. Anota los valores experimentales de la densidad en la Tabla 3 y compáralos con los valores aceptados calculando para ello la discrepancia porcentual, dada de la forma:

$$\text{discrepancia}(\%) = \frac{|\text{valor exper.} - \text{valor acept.}|}{\text{valor acept.}} \times 100$$

### ***Experimento 2: Determinación del espesor de una hoja de papel***

1. Utilizando el calibre mide el grosor de 100 hojas de tu libro de texto y calcula el grosor medio por hoja. Expresa el resultado con el número adecuado de cifras significativas.
2. Con el palmer mide el grosor de una única hoja de tu libro de texto.
3. Anota los resultados en la Tabla 4.

### ***Experimento 3: Medida del periodo de un péndulo***

El periodo es el tiempo que tarda el péndulo en realizar una oscilación completa.

1. Desplaza el péndulo unos 30 ° de su posición de equilibrio. Suéltalo y mide con el cronómetro el tiempo que tarda en realizar 10 oscilaciones.
2. Repite la medida 5 veces y anota los resultados en la Tabla 5.

Nombre y Apellidos .....Fecha: .....

**Tabla 1:** Caracterización de los instrumentos de medida.

Instrumento	Apreciación	Rango de medida	Error de cero
Calibre			
Micrómetro			
Balanza			
Cronómetro			

- Posibles fuentes de incertidumbre en cada instrumento

Calibre:.....

Palmer:.....

Balanza:.....

Cronómetro:.....

**Tabla 2:** Determinación de densidades.

Instrum.	Tubo			Hilo		Esfera	Lámina		
	Ø Ext.	Ø Int.	Largo	Ø	Largo	Ø	Largo	Ancho	Alto
Medida (mm)									
Volumen (mm <sup>3</sup> )									
Masa (g)									

**Tabla 3:** Densidades determinadas experimentalmente y valores aceptados.\*

Objeto	Densidad experimental (g/cm <sup>3</sup> )	Densidad aceptada (g/cm <sup>3</sup> )	Discrepancia (%)
<b>Tubo</b> Tipo de material _____			
<b>Hilo</b> Tipo de material _____			
<b>Esfera</b> Tipo de material _____			
<b>Lámina</b> Tipo de material _____			

**Tabla 4:** Medidas de espesores.

Calibre	Calibre	Micrómetro
Espesor de 100 hojas (mm)	Espesor promedio de 1 hoja (mm)	Espesor de 1 hoja (mm)

**Tabla 5:** Medida del periodo de un péndulo.

Medida	Tiempo para 10 oscilaciones <i>t</i> (s)
1	
2	
3	
4	
5	
<i>t</i> medio (s)	
Periodo <i>T</i> (s)	

\* Densidades:  $\rho$  (Cu) = 8.96 g cm<sup>-3</sup>;  $\rho$  (latón) = 8.47 g cm<sup>-3</sup>;  $\rho$  (acero) = 7.86 g cm<sup>-3</sup>

## Cuestiones

1. ¿Qué tipo de incertidumbre, aleatoria o sistemática, introduce en las medidas el error de cero del palmer?
2. Al determinar el espesor de una hoja de papel, ¿qué procedimiento crees que es el más adecuado?, ¿en qué caso se obtiene un resultado con mayor número de cifras significativas?
3. Si hubieras utilizado sólo 10 hojas, ¿cuántas cifras significativas tendría el resultado?, ¿cómo se ve afectado el resultado por el número de hojas que se miden?
4. Calcula la incertidumbre relativa que introduce el error de cero del micrómetro en la medida del grosor de una hoja de papel y en la medida del diámetro de una de las piezas cilíndricas.
5. Calcula la incertidumbre relativa en la masa de la bolita y compárala con las incertidumbres relativas de  $m(\text{vidrio}+\text{bolita})$  y  $m(\text{vidrio})$ .



## CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

### Objetivos

Comprobar la ley de conservación de la energía mecánica mediante la rueda de Maxwell.

### Material

- Rueda de Maxwell
- Fotopuerta
- Contador P
- Dispositivo y cable disparador
- Regla graduada.

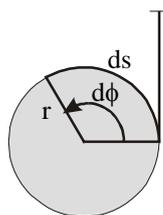
### Teoría

La rueda de Maxwell consiste en una llanta con eje que cuelga de dos hilos que se desenrollan cuando desciende bajo la acción de la gravedad.

La energía  $E$  de la rueda de Maxwell, de masa  $m$  y momento de inercia  $I_z$  alrededor del eje de giro, se compone de energía potencial  $E_p$ , energía cinética de traslación  $E_t$  y energía cinética de rotación  $E_r$ :

$$E = m \cdot \vec{g} \cdot \vec{s} + \frac{m}{2} \cdot \vec{v}^2 + \frac{I_z}{2} \cdot \vec{\omega}^2 \quad (1)$$

siendo  $\vec{\omega}$  la velocidad angular,  $\vec{v}$  la velocidad de traslación,  $\vec{g}$  la aceleración de la gravedad y  $\vec{s}$  la posición (vertical y tomando como origen el punto desde el que se suelta la rueda).



**Figura 1.** Esquema del eje de la rueda de Maxwell.

Con los símbolos de la Fig. 1 se obtiene

$$d\vec{s} = d\vec{\phi} \times \vec{r} \quad \text{y} \quad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

siendo  $\vec{r}$  el radio del eje de giro. En nuestro caso,  $\vec{g}$  es paralelo a  $\vec{s}$  y  $\vec{\omega}$  es perpendicular a  $\vec{r}$ , de manera que

$$E = -m \cdot g \cdot s(t) + \frac{1}{2} \cdot \left( m + \frac{I_z}{r^2} \right) \cdot v^2(t) \quad (2)$$

y derivando respecto de  $t$ , teniendo en cuenta que la energía mecánica total se conserva, queda

$$0 = -m \cdot g \cdot v(t) + \left( m + \frac{I_z}{r^2} \right) \cdot v(t) \cdot a(t) \quad (3)$$

que conduce a una aceleración  $a(t)$  constante.

Integrando la Ec. 3 e imponiendo las condiciones iniciales  $s(t=0) = 0$  y  $v(t=0) = 0$  se obtiene

$$v(t) = \frac{m \cdot g}{m + \frac{I_z}{r^2}} \cdot t = \frac{ds}{dt} \quad (4)$$

y por tanto

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot g}{m + \frac{I_z}{r^2}} \cdot t^2 \quad (5)$$

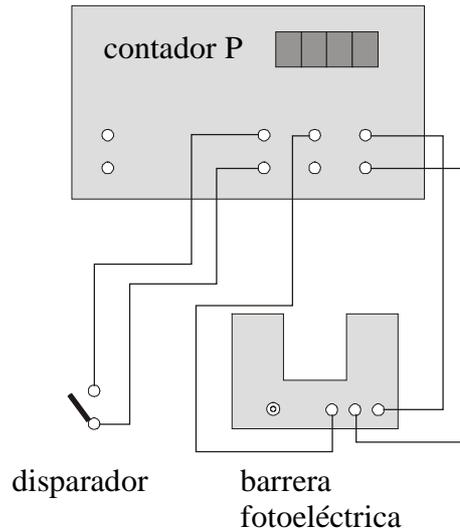
## Procedimiento experimental

El dispositivo experimental consta de un soporte del que cuelga la rueda y un sistema de enganche para soltarla mecánicamente (una espiga que entra en un orificio practicado sobre la llanta). Para medir los tiempos se utiliza un Contador P en modo cronómetro que se activa, bien con la señal del mecanismo de enganche (disparador) o bien con la señal de una fotopuerta.

### Conexiones

Para medir el tiempo  $t$  que tarda la rueda en descender desde una cierta altura, las conexiones se muestran en la Fig. 2. El disparador, conectado al START del contador, activa el cronómetro en el instante en que se suelta la rueda. La fotopuerta, conectada al STOP, detiene el cronómetro en el instante en que el eje interrumpe el haz.

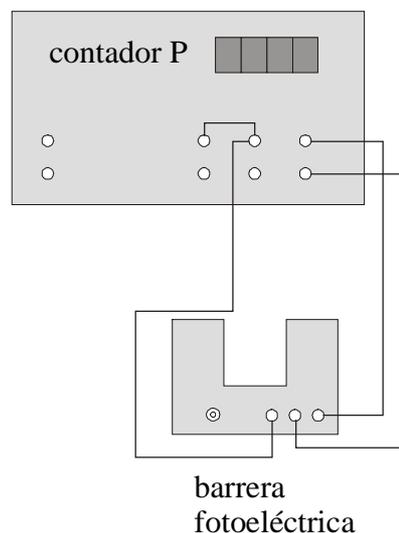
Los botones sobre el START y el STOP del contador rotulados **INVERT no deben estar pulsados.**



**Figura 2.** Conexiones para la medida del tiempo  $t$ .

Para determinar la velocidad instantánea de la rueda a partir del tiempo que tarda el eje en atravesar el haz de la fotopuerta, las conexiones necesarias son las que se muestran en la Fig. 3. Para realizarlas se sueltan los cables conectados al mecanismo de enganche, que actuará sólo como disparador mecánico y con unos cables cortos se hace un puente entre los bornes START y STOP del Contador P. De esta forma la fotopuerta activa el cronómetro cuando el eje empieza a atravesar el haz y lo desactiva cuando lo ha traspasado.

El contacto que detiene el cronómetro se produce al pasar de no-luz a luz, por ello el botón **INVERT** de la columna **STOP** **ha de estar pulsado**.



**Figura 3.** Conexiones para la medida de  $\Delta t$ .

El tiempo de permanencia  $\Delta t$  del eje de la rueda  $\Delta s$  ( $\approx 6.00$  mm) en el haz de la fotopuerta está relacionado con la velocidad instantánea según la expresión

$$v\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

## Adquisición de datos

1. Realiza las conexiones de la Fig. 2. Avisa al profesor para que revise el montaje y conecta el contador a la red, pulsando a continuación el interruptor de encendido. Selecciona 1 s en el control de escala y verifica que los botones INVERT no estén pulsados.
2. Comprueba visualmente que el eje de la rueda de Maxwell está equilibrado horizontalmente cuando el hilo está completamente desenrollado. Gira el eje con las dos manos (una a cada lado) para que se enrollen los hilos hacia adentro, procurando que la densidad del hilo enrollado sea aproximadamente la misma a ambos lados. Un falso enrollamiento, ya sea por superposición o porque lo haga hacia fuera, puede descompensar el movimiento durante la caída.
3. Sujeta la rueda con el dispositivo disparador a una altura de, aproximadamente, 60 cm y a continuación déjala caer pulsando el disparador. Anota en la Tabla 1 la altura,  $s$ , y el tiempo,  $t$ , que tarda la rueda en descender. Repite las medidas para 5 alturas diferentes. Recuerda que  $s = 0$  corresponde a la posición del haz de la fotopuerta.
4. Desconecta el disparador del Contador P y efectúa las conexiones indicadas en la Fig. 3. Asegúrate de que el botón INVERT sobre el STOP está pulsado.
5. Deja caer la rueda desde las mismas alturas y anota los valores de  $\Delta t$  (tiempo que tarda el eje del disco en atravesar la barrera fotoeléctrica). En cada medida asegúrate de que el hilo se enrolle siempre en el mismo sentido.

La masa de la rueda de Maxwell es  $m = 530$  g, y el radio de su eje es  $r(\text{sin hilo}) = 2.75$  mm ó  $r(\text{con hilo}) = 3.00$  mm.

## Análisis

1. Una forma de comprobar que la energía mecánica se conserva es verificando que se cumple la Ec. 5, para ello representa gráficamente dicha ecuación linealizada tomando logaritmos a ambos lados de la igualdad.
2. Calcula el valor de la pendiente y su incertidumbre mediante el método de los mínimos cuadrados. Expresa el resultado de la forma  $p \pm \Delta p$ . ¿Es compatible el resultado con el que cabría esperar si se cumpliera la Ec. 5? Para responder a esta cuestión comprueba que el valor esperado se encuentra dentro del intervalo definido por  $p - \Delta p$  y  $p + \Delta p$ .
3. Realiza una estimación de  $I_z$  utilizando la Ec. 4. Para ello representa gráficamente  $v$  frente a  $t$  y determina la ecuación de la recta de ajuste por el método de los mínimos cuadrados. ¿Cuál es el valor de la pendiente que has obtenido? Indica sus unidades y su incertidumbre. Expresa el valor de la pendiente y su incertidumbre con el número adecuado de cifras significativas. A partir de este resultado determina el valor de  $I_z$ . ¿Cómo se propaga el error en la pendiente a  $I_z$ ? Expresa el resultado de la forma  $I_z \pm \Delta I_z$  con las unidades adecuadas.

4. Elabora una gráfica energía-tiempo que incluya la energía potencial  $E_p$ , la energía cinética total  $E_c = E_t + E_r$  y la energía mecánica total  $E = E_p + E_c$ . Ajusta los valores de  $E$  a una recta, ¿es su pendiente compatible con cero?, ¿qué conclusiones se pueden sacar de este resultado referidas a la conservación de la energía mecánica en la rueda de Maxwell?

$$E_p = -m \cdot g \cdot s(t)$$

$$E_t = \frac{1}{2} m \cdot v^2(t)$$

$$E_r = \frac{1}{2} I_z \cdot \omega^2(t)$$

$$E_c = \frac{1}{2} \left( m + \frac{I_z}{r^2} \right) v^2(t)$$



Nombre y Apellidos .....Fecha: .....

**Tabla 1:** Energía de la rueda de Maxwell en función de la altura.

$s$ (m)	$t$ (s)	$\Delta t$ (s)	$v$ (m/s)	$\omega$ (rad/s)	$E_p$ (J)	$E_t$ (J)	$E_r$ (J)	$E$ (J)

Ecuación 5 linealizada			
Ecuación de la recta de ajuste		Compatible con 2	
$p \pm \Delta p$		SI	NO

Ecuación de la recta de ajuste de $v$ en función de $t$		Unidades	
$p \pm \Delta p$			
$I_z \pm \Delta I_z$			

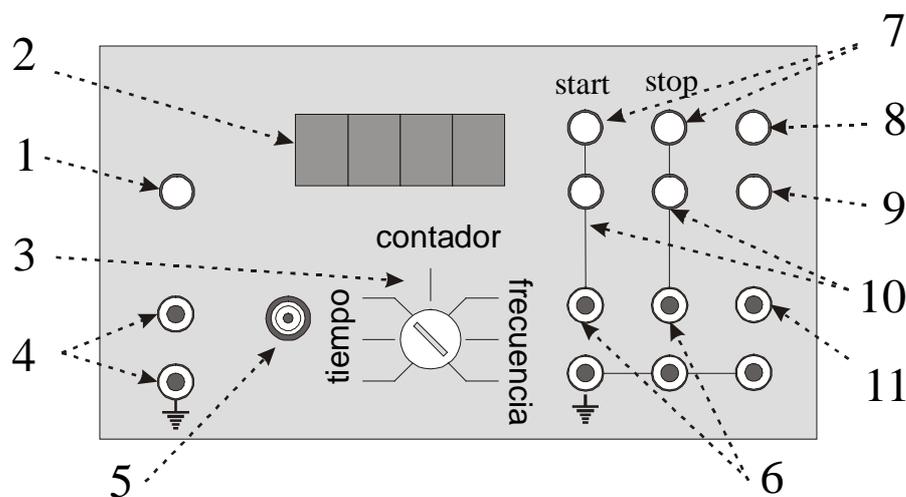
Ecuación de la recta de ajuste de $E$ en función de $t$		Compatible con cero	
$p \pm \Delta p$		SI	NO



## Complementos

### Contador P

Se trata de un dispositivo electrónico que consta, básicamente, de un reloj y un contador digital. En la función de cronómetro cuenta los ciclos de reloj entre dos señales eléctricas inicio/parada. Como contador registra el número de pulsos, tales como los procedentes de un tubo Geiger (Práctica 13), entre las señales de inicio/parada. Como frecuencímetro cuenta el número de pulsos que llegan en un tiempo fijo, cuyo origen viene determinado por la señal de inicio. En la Fig. 4 se muestra uno de estos contadores donde se indican sus distintas partes



Elementos de un Contador P

#### Descripción de los componentes:

- 1 Interruptor general.
- 2 Visualizador digital.
- 3 Conmutador de magnitud (tiempo, pulsos y frecuencia) y rango de medida.
- 4 Entrada del contador para la medida de frecuencia o pulsos.
- 5 Conexión con alimentación de alta tensión integrada para tubo contador Geiger.
- 6 Entradas para las señales eléctricas START (inicio del conteo) y STOP (parada del conteo).
- 7 Pulsadores START y STOP para la operación manual del contador.
- 8 Pulsador de puesta a cero del contador.
- 9 Interruptor para el encendido del indicador acústico (para el Geiger).
- 10 Pulsadores para selección del flanco (pendiente) de las señales de inicio/parada.
- 11 Salida de tensión continua (5V/0.5 A).

#### Operación:

- a) Contador o frecuencímetro.

Se conecta la fuente de pulsos a la entrada (4) excepto en el caso del tubo Geiger que se utiliza la entrada (5).

Se selecciona mediante el conmutador (3) el rango de medida.

Con el pulsador (8) se pone a cero el contador.

Si se quiere obtener una indicación acústica de los pulsos hay que encender el altavoz con el conmutador (9).

El conteo de pulsos se puede realizar mediante las entradas (6) o mediante los pulsadores (7) si se quiere hacer manualmente. En el caso del frecuencímetro sólo se utiliza la señal de inicio.

b) Medida de tiempos.

Se selecciona mediante el conmutador (3) el rango de medida.

Se pone a cero el contador mediante el conmutador (8).

Se puede medir el tiempo de dos maneras, o bien utilizando los pulsadores (7) si lo queremos realizar manualmente, o mediante las entradas dinámicas (6). Utilizando las entradas dinámicas, se puede además seleccionar el flanco por medio de los pulsadores (10).

### Fotopuertas

Las barreras fotoeléctricas o fotopuertas que se utilizan en el laboratorio tienen forma de horquilla y consisten en un par formado por un emisor de luz infrarroja (LED) en uno de los lados de la horquilla y un detector de esta radiación (fototransistor, PT) en el lado opuesto. Cuando se interrumpe el haz de infrarrojos que llega al detector, la fotopuerta genera un pulso cuya duración en tiempo es igual al tiempo de interrupción de la luz.

Las fotopuertas se pueden conectar a un contador o a un ordenador, bien directamente o a través de una interfaz, para medir tiempos, frecuencias, periodos de oscilación, velocidades (si la longitud de un objeto es conocida), etc.

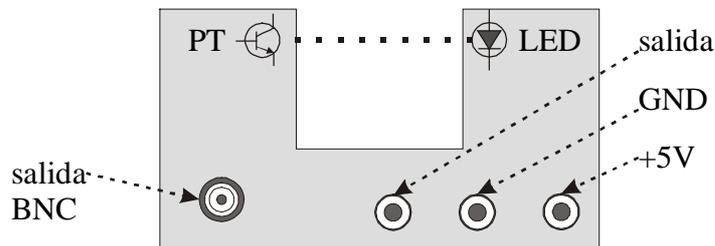
La mayoría de las fotopuertas comerciales miden tiempos con una precisión nominal del orden de 0.1 ms.

Operación:

Se sitúa la fotopuerta de manera que el objeto móvil pase a través de ella, bloqueando el haz.

Se conecta la salida de la fotopuerta al sistema contador (Contador P, interfaz del ordenador,...)

Ha de comprobarse su correcto funcionamiento asegurándose de que el contador se activa cuando se bloquea el haz.



Fotopuerta para ser utilizada con el Contador P.

## LEYES DE LOS CHOQUES

### Objetivos

Estudiar la conservación de la cantidad de movimiento y la energía en diferentes tipos de choques.

### Material

- Carril neumático
- Soplador de aire
- 2 fotopuertas
- Ordenador Apple Macintosh
- Interfaz MacTimer
- 2 planeadores
- pesas de 50 g
- 2 banderas.
- 2 bandas de goma parachoques
- Lámina parachoques
- Tubo con cera
- Aguja

### Teoría

Consideremos un sistema de cuerpos aislados del exterior pero que interaccionan entre sí; la tercera ley de Newton nos dice que las fuerzas que aparecen entre dos de ellos son iguales y de sentidos opuestos. Así, el sistema formado por todos los cuerpos estará sometido a una fuerza neta que es nula (las fuerzas se cancelan por parejas) y por ello su cantidad de movimiento total permanecerá constante.

En particular, en el choque de dos cuerpos, la cantidad de movimiento total es la suma de las cantidades de movimiento de cada uno de ellos y se verifica:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \quad (1)$$

donde  $\vec{p}_1$  y  $\vec{p}_2$  son las cantidades de movimiento antes del choque y  $\vec{p}'_1$ ,  $\vec{p}'_2$  después del choque.

Si la colisión se realiza entre dos cuerpos sólidos que se mueven sobre una recta, la fuerza que aparece entre ellos produce una deformación que va creciendo hasta anular la velocidad relativa con la que se acercan. Si los cuerpos son elásticos, aparece una fuerza recuperadora que tiende a devolver los cuerpos a su forma original produciendo una velocidad relativa de separación.

En un choque *perfectamente elástico*, toda la energía acumulada durante la deformación de los cuerpos se recupera cuando vuelven a su forma original. Las energías cinéticas antes del choque  $E$  y después del choque  $E'$  son iguales:

$$E = E'$$

siendo

$$E = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

$$E' = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \quad (2)$$

Si por el contrario el choque es *inelástico*, la deformación no desaparece totalmente y hay una parte de la energía que no se recupera. La energía cinética después de la colisión será menor que la que había antes:

$$E > E'$$

Si la deformación de los cuerpos no se recupera en absoluto, la velocidad relativa tras la colisión será nula y los dos se moverán con la misma velocidad. Es el choque *plástico*,

$$v_1' = v_2' = v'$$

## Procedimiento experimental

La práctica se realiza sobre un carril neumático de 2 m de largo. El aire a presión procedente de un soplador eléctrico se conecta al carril mediante un tubo flexible.

Los planeadores con sus accesorios deslizan sobre el carril moviéndose en línea recta y con una fricción despreciable debido al cojín de aire.

Para que la colisión sea elástica se coloca en uno de los planeadores la banda de goma parachoques. Para conseguir un choque plástico uno de los planeadores llevará el tubo con cera y el otro la aguja.

Los planeadores han de estar siempre equilibrados por ello, al añadirles cualquier masa o accesorio, ha de hacerse manteniendo la simetría.

La velocidad de los planeadores antes y después de la colisión se determina con las fotopuertas conectadas al ordenador mediante la interfaz MacTimer. Un programa mide el tiempo que el haz de luz de cada fotopuerta está bloqueado por alguno de los planeadores y, conocida la longitud de estos, calcula su velocidad.

Es evidente que el ordenador no puede distinguir cuál de los planeadores atravesó la fotopuerta ni tampoco el sentido en el que se produjo el movimiento. Por ello hay que prestar atención para identificar adecuadamente qué velocidades corresponden a cada planeador así como sus sentidos. Para evitar confusiones es conveniente tomar siempre el mismo sentido como positivo para las velocidades.

Procura que durante la colisión las banderas de los planeadores no bloqueen las fotopuertas.

## Adquisición de datos

### Experimento 1: Choque elástico

#### Uno de los planeadores en reposo

1. Sitúa un planeador con parachoques en reposo,  $v = 0$ , entre las dos fotopuertas, aproximadamente en el centro del carril. Coloca otro planeador, también con parachoques, en un extremo del carril, a la izquierda del primero.
2. Prepara las dos fotopuertas para medir el tiempo de tránsito de cada planeador como se muestra en la Fig. 1.
3. Impulsa el planeador de la izquierda contra el que está en reposo. Considera el sentido positivo hacia la derecha y mide las velocidades (magnitud y sentido).
4. Repite el experimento para distintos valores de las masas  $m_1$  y  $m_2$  y anota en la Tabla 1 las velocidades de cada planeador antes y después del choque.

Recuerda que has de sumar a la masa de cada planeador la de cada uno de sus accesorios

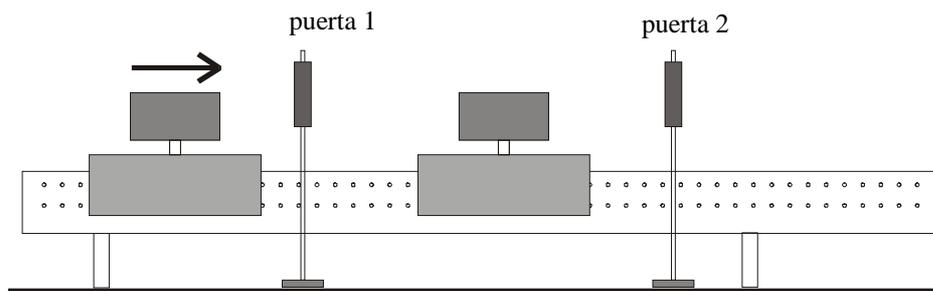


Figura 1. Choque elástico con un planeador en reposo situado entre las dos fotopuertas.

#### Los dos planeadores en movimiento

1. Sitúa cada planeador en un extremo del carril y lanza uno contra el otro de forma que la colisión se produzca entre las dos fotopuertas. Procura que el contacto entre los dos planeadores se produzca de forma suave.

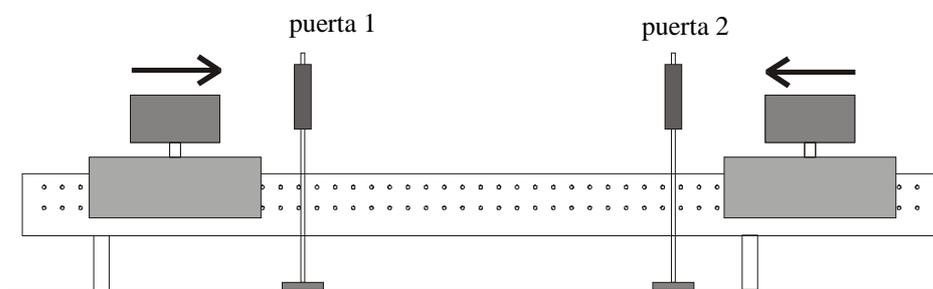


Figura 2. Choque elástico con los dos planeadores en movimiento.

2. Mide las velocidades para distintos valores de  $m_1$  y  $m_2$  y anota los resultados en la Tabla 4.

## **Experimento 2: Choque plástico**

1. Añade a uno de los planeadores el tubo con cera y al otro la aguja. Recuerda que ambos han de estar equilibrados.
2. Con uno de los planeadores en reposo,  $v = 0$ , situado entre las fotopuertas, lanza el otro desde un extremo del carril. Toma los valores de las velocidades antes y después del choque. Ten en cuenta que después de chocar los dos planeadores quedan unidos y se mueven a la misma velocidad, que se toma como el valor dado por el paso de la primera bandera a través de la fotopuerta.
3. Repite las medidas para distintos valores de  $m_1$  y  $m_2$  y anota los resultados en la Tabla 7

## **Análisis**

### **Choque elástico**

1. Para comprobar la conservación de la cantidad de movimiento, Ec. 1, representa gráficamente la cantidad de movimiento después del choque  $p' = p'_1 + p'_2$  frente a su valor inicial  $p = p_1 + p_2$  en los dos casos estudiados. Ajusta por mínimos cuadrados los puntos a una recta y determina el valor de la pendiente y su incertidumbre. Comprueba si el valor de la pendiente obtenido es compatible con 1, es decir con la conservación de la cantidad de movimiento.
2. Para comprobar si se conserva la energía, representa gráficamente la energía cinética final  $E'$  frente al inicial  $E$ . Ajusta los puntos a una recta y comprueba si la pendiente es compatible con 1.
3. Teniendo en cuenta tus respuestas a las cuestiones anteriores, ¿podrías asegurar que, dentro de la incertidumbre experimental, la colisión es elástica? Si no es así intenta justificar el cambio en la energía cinética.

### **Choque plástico**

1. Representa gráficamente la cantidad de movimiento después de la colisión  $p' = p'_1 + p'_2$  frente a  $p = p_1 + p_2$ . Ajusta los puntos a una recta mediante el método de los mínimos cuadrados. Determina la incertidumbre en la pendiente. Comprueba, a la vista del valor obtenido para la pendiente y su incertidumbre, si es compatible con 1. ¿Se conserva la cantidad de movimiento?
2. Representa gráficamente la energía cinética final  $E'$  frente al inicial  $E$ . Ajusta los puntos a una recta mediante el método de los mínimos cuadrados. Determina la incertidumbre en la pendiente. Comprueba, a la vista del valor obtenido para la pendiente y su incertidumbre, si es compatible con 1. ¿Se conserva la energía en el choque plástico?

Nombre y Apellidos .....Fecha: .....

**Choque elástico**

**Un planeador en reposo**

**Tabla 1:** Masas y velocidades antes y después del choque.

$m_1$ ( )	$m_2$ ( )	$v_1$ ( )	$v'_1$ ( )	$v'_2$ ( )
+200				
+100				
	+200			
	+100			

**Tabla 2:** Cantidad de movimiento antes y después del choque.

$p_1$ ( )	$p_1 + p_2$ ( )	$p'_1$ ( )	$p'_2$ ( )	$p'_1 + p'_2$ ( )

**Tabla 3:** Energía antes y después del choque.

$E_1$ ( )	$E = E_1 + E_2$ ( )	$E'_1$ ( )	$E'_2$ ( )	$E' = E'_1 + E'_2$ ( )

	Ecuación de la recta de ajuste	Incertidumbre en la pendiente	Compatible con 1	
$p'$ frente a $p$			SI	NO
$E'$ frente a $E$			SI	NO

- ¿Se conserva la cantidad de movimiento?.....
- ¿Se conserva la energía?.....

### Los dos planeadores en movimiento

**Tabla 4:** Masas y velocidades antes y después del choque.

$m_1$ ( )	$m_2$ ( )	$v_1$ ( )	$v_2$ ( )	$v'_1$ ( )	$v'_2$ ( )
+200					
+100					
	+200				
	+100				

**Tabla 5:** Cantidad de movimiento antes y después del choque.

$p_1$ ( )	$p_2$ ( )	$p_1 + p_2$ ( )	$p'_1$ ( )	$p'_2$ ( )	$p'_1 + p'_2$ ( )

**Tabla 6:** Energía antes y después del choque.

$E_1$ ( )	$E = E_1 + E_2$ ( )	$E'_1$ ( )	$E'_2$ ( )	$E' = E'_1 + E'_2$ ( )

	Ecuación de la recta de ajuste	Incertidumbre en la pendiente	Compatible con 1	
$p'$ frente a $p$			SI	NO
$E'$ frente a $E$			SI	NO

- ¿Se conserva la cantidad de movimiento?.....
- ¿Se conserva la energía?.....

### Choque plástico

**Tabla 7:** Masas y velocidades antes y después del choque

$m_1$ ( )	$m_2$ ( )	$v$ ( )	$v'$ ( )
+200			
+100			
	+200		
	+100		

**Tabla 8:** Cantidad de movimiento y energía.

$p$ ( )	$p'$ ( )	$E$ ( )	$E'$ ( )

	Ecuación de la recta de ajuste	Incertidumbre en la pendiente	Compatible con 1	
$p'$ frente a $p$			SI	NO
$E'$ frente a $E$			SI	NO

- ¿Se conserva la cantidad de movimiento?.....
- ¿Se conserva la energía?.....



## Anexo 1

### Carril neumático

#### Introducción

El carril neumático consiste en un tubo de aluminio de sección cuadrada sobre el que deslizan unos planeadores en los que se colocan cargas y diferentes accesorios para realizar experimentos de movimiento lineal. La fricción entre el carril y los planeadores se reduce enormemente al mantener entre ambos una delgada capa de aire. Para ello en el carril se han practicado finos orificios a lo largo de toda su longitud por los que se hace salir aire procedente de un soplador eléctrico.

El carril neumático y sus accesorios son instrumentos delicados y por tanto deben tratarse **CON SUMO CUIDADO**.

#### Material.

- Carril neumático de 2 m de largo y orificios de 0.04 mm a lo largo de toda su longitud.
- 2 planeadores de aluminio anodizado, de  $129\pm 1$  mm de largo y una masa de  $180\pm 1$  g.
- 4 pesas de 50 g para los planeadores.
- 2 banderas de 100 mm de largo.
- 3 bandas de goma parachoques.
- 2 laminas parachoques.
- 1 tubo con cera.
- 1 aguja.
- 1 gancho.

La bandera, la lámina parachoques, el tubo de cera, la aguja, y el gancho tienen todos una masa aproximada de 10 g.

#### Nivelado del Carril Neumático

- Antes de efectuar ninguna medida debes asegurarte de que el carril está nivelado.
- Coloca un planeador (libre de cualquier accesorio) en el centro del carril.
- Enciende el soplador de aire.
- Si es necesario, ajusta los tornillos de la pata con dos pies hasta conseguir que el planeador permanezca en la posición inicial, sin acelerarse en ninguna dirección.

El planeador puede oscilar suavemente alrededor de su posición. Este movimiento es debido a las corrientes de aire y debe considerarse como normal.

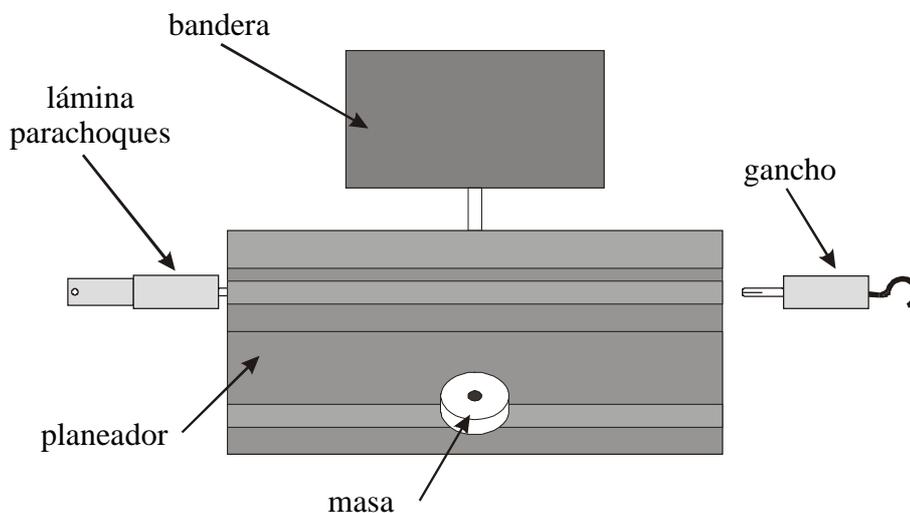
#### Ajuste de la fuente de aire

- La potencia del soplador de aire ha de ajustarse de manera que el planeador flote en el carril. Una presión de aire excesiva puede causar un movimiento errático sobre el carril.
- Se recomienda la posición 3.

### Cargado del planeador

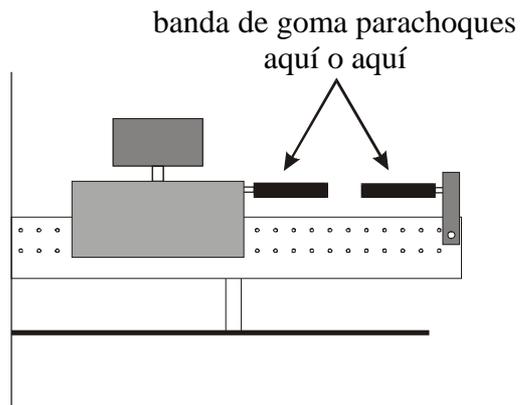
Todos las cargas y todos los accesorios que se coloquen sobre los planeadores han de hacerse manteniendo la simetría. En caso contrario, el aire podría acelerar el planeador causando errores indeseables en las medidas.

- Cuando se coloquen las pesas de 50 g habrán de ponerse de dos en dos, una a cada lado del planeador.
- Si colocamos un accesorio (como la lámina parachoques) en un extremo, debemos colocar otro accesorio de igual masa (como el parachoques o el gancho) en el extremo opuesto y a la misma altura.
- Por regla general conviene colocar los accesorios en el agujero de abajo.



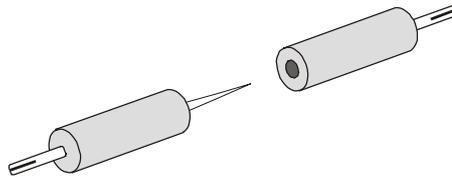
### Bandas de goma parachoques

- Se utilizan para conseguir una colisión suave de un planeador con los topes de los extremos del carril o con otro planeador. Es importante colocarlos siempre en el planeador o en los topes finales para evitar que se golpeen.
- También pueden utilizarse como lanzadores del planeador, para ello basta apretar ligeramente el lanzador contra el tope tensado la goma del parachoques y soltarlo rápidamente. Esta operación es útil para graduar la velocidad con la que se lanza el planeador.



### Tubo de cera y aguja

- Se utilizan para producir una colisión plástica entre los planeadores. Para ello se coloca el tubo de cera en uno de los planeadores y la aguja en el otro, de forma que al chocar uno contra el otro la aguja se clave en la cera y los dos planeadores queden pegados (choque plástico).
- Después de varias colisiones la cera deberá presionarse ligeramente hacia el interior del tubo para mantener la buena adhesión con la aguja.
- La aguja está protegida por un tapón de corcho. Cuando no la utilices protégela con el corcho.



## Anexo 2

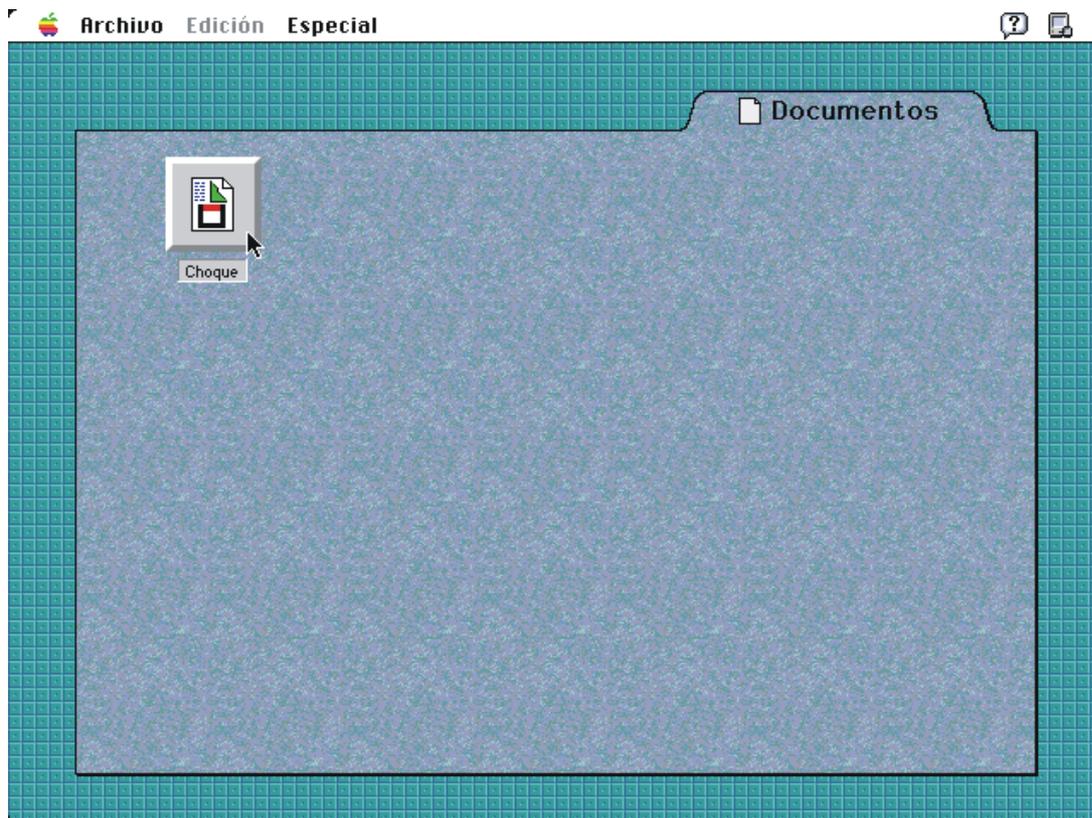
### Interfaz Mactimer para Macintosh

#### Encendido del equipo

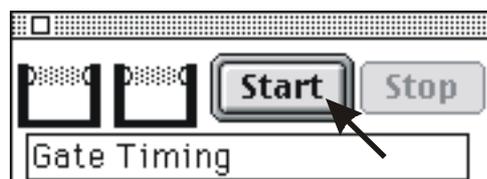
- Enchufa el transformador que alimenta a la interfaz MacTimer a la red. La luz verde de POWER deberá encenderse.
- Enciende el monitor y luego el ordenador.

#### Arranque del programa y comprobación de las fotopuertas

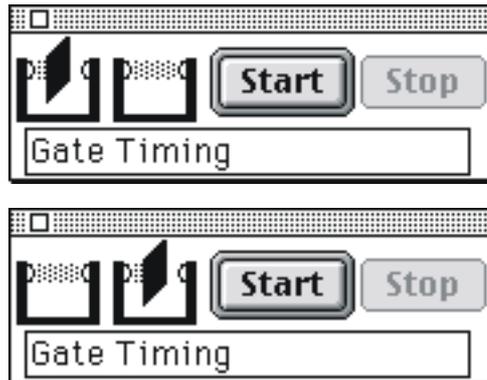
- Al cabo de unos segundos de encender el ordenador aparecerá en la pantalla una gran carpeta con un pulsador denominado "Choque".
- Lleva con el ratón el puntero hasta ese botón y haz click.



- Al cabo de unos segundos se abrirán varias ventanas. Una de las ventanas es la de estado (Status Window) que tiene los iconos de las dos fotopuertas, un botón de comienzo (START), otro de parada (STOP) y una pequeña área de texto.



- Bloquea el haz de luz de la fotopuerta número 1 (el número está indicado en la caja del interfaz MacTimer CI-6700) y comprueba que cambia el icono de la izquierda en la ventana de estado. Comprueba el funcionamiento de la fotopuerta número 2 con el icono de la derecha.

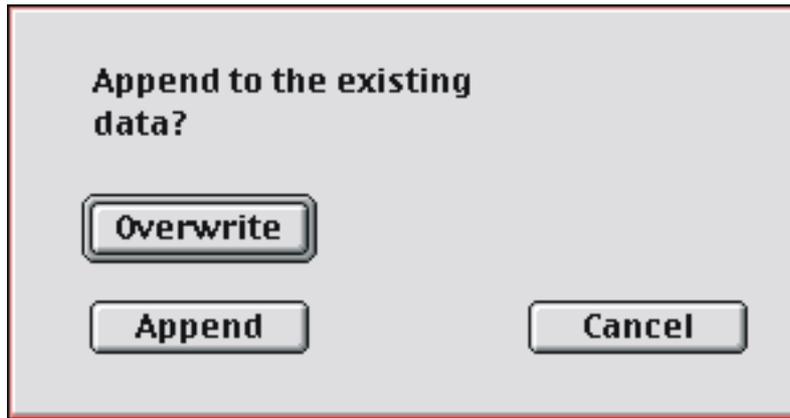


### Toma de datos

- Haz click con el ratón en el botón START de la ventana de estado. Ahora el programa está activado y medirá el intervalo de tiempo que se mantiene bloqueada cada puerta. Esos valores aparecerán en la tabla en la columna correspondiente  $\Delta t[\text{gate 1}]$  para la puerta 1 y  $\Delta t[\text{gate 2}]$  para la puerta 2.
- En otras dos columnas aparecerán las velocidades correspondientes Vel [1] y Vel [2]. Estas velocidades corresponden a la del planeador cuando el objeto que bloquea el haz de luz es la bandera (longitud 0.1 m).
- Cada vez que se bloquea una puerta aparece un nuevo valor que se añade al final de los que ya existen en la columna correspondiente.

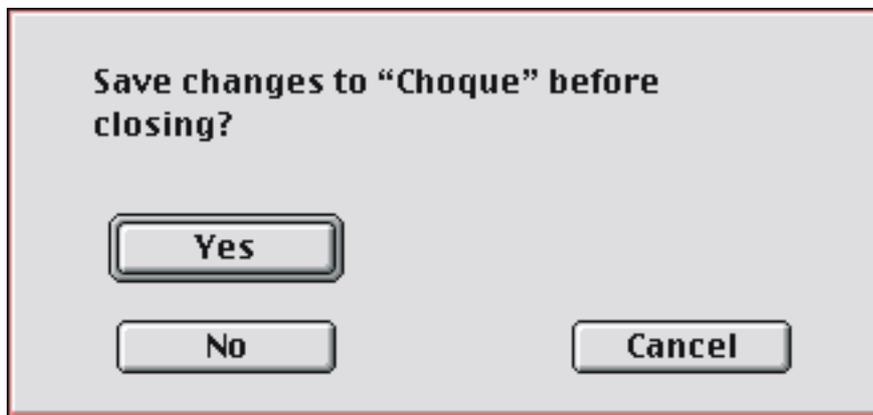
	$\Delta t[\text{gate 1}]$ s	$\Delta t[\text{gate 2}]$ s	Vel [1] m/s	Vel [2] m/s
1	0.6902	0.3990	0.1449	0.2506
2	0.4217	0.4260	0.2371	0.2347
3	0.5644	0.4831	0.1772	0.2070
4	0.2185	0.3539	0.4577	0.2826
5	0.1567	0.4669	0.6381	0.2142
6	0.5647		0.1771	
7	0.1228		0.8142	
8	0.1801		0.5554	
9				
10				

- Para hacer una nueva medida borrando los contenidos de la tabla debe pincharse el STOP y luego el START de la ventana de estado. Aparecerá una nueva ventana en la que se pregunta si quieres añadir los datos al final de los ya existentes, debes elegir OVERWRITE.



Salida del programa

- Manteniendo pulsada la tecla  $\text{⌘}$  pulsa la tecla Q.
- Si aparece una ventana preguntado si quieres salvar los cambios, pincha el botón NO.



## DINÁMICA DE ROTACIÓN

### Objetivos

Estudio experimental del movimiento de rotación. Velocidad de rotación y aceleración angular.

### Material

- Disco metálico graduado con soporte y accesorios
- Soplador de aire
- Fotopuerta.
- 2 Contadores P
- Cable disparador
- Nivel de burbuja
- Pesas variadas

### Teoría

La relación entre el momento cinético  $\vec{L}$  de un sólido rígido en un sistema de coordenadas estacionario con origen en su centro de masas y el momento de la fuerza  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$  que actúa sobre el es

$$\vec{M} = \frac{d}{dt} \vec{L} \quad (1)$$

donde el momento cinético viene dado por  $\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$ , siendo  $\vec{\omega}$  la velocidad angular e  $I$  el tensor de inercia.

Si  $\vec{\omega}$  tiene la dirección de un eje principal de inercia (eje  $z$ ), entonces  $\vec{L}$  tiene una única componente:

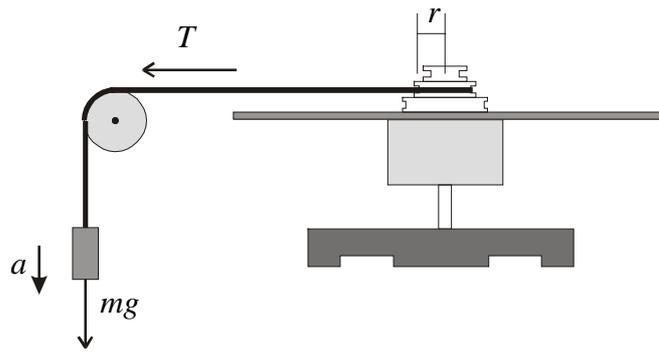
$$L_z = I_z \cdot \omega$$

donde  $I_z$  es la componente  $z$  del tensor principal de inercia del sólido. En este caso, la Ec. 1 queda,

$$M_z = I_z \cdot \frac{d}{dt} \omega \quad (2)$$

En la Fig. 1 se muestra un esquema del dispositivo experimental. El momento es producido por la tensión  $T$  del hilo

$$M = r \cdot T$$



**Figura 1.** Esquema del dispositivo experimental.

Al desenrollarse el hilo la masa  $m$  desciende con una aceleración  $a$ . Por tanto, el valor de la tensión  $T$  no es simplemente  $m g$  sino que viene dado por la ecuación del movimiento  $m a = m g - T$  y sustituyendo en la Ec. 2 queda

$$r \cdot m \cdot (g - a) = I_z \cdot \frac{d}{dt} \omega = I_z \cdot \alpha \quad (3)$$

donde podemos despejar  $\alpha$  teniendo en cuenta que  $a = \alpha r$

$$\alpha = \frac{r \cdot m \cdot g}{I_z + m r^2}$$

y despreciando  $m r^2$  frente al momento de inercia del disco  $I_z$  queda

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \approx \frac{r \cdot m \cdot g}{I_z} \quad (4)$$

Integrando la Ec. 4 entre 0 y  $t$  con las condiciones iniciales  $\omega(0) = 0$  se obtiene la expresión de la velocidad de rotación del disco

$$\omega(t) = \alpha \cdot t = \frac{r \cdot m \cdot g}{I_z} \cdot t \quad (5)$$

y para el ángulo de rotación  $\phi$  con la condición inicial de  $\phi(0) = 0$ ,

$$\phi(t) = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \quad (6)$$

## Procedimiento experimental

El dispositivo experimental, como se ve en la Fig. 1, consta de un disco metálico de aproximadamente 30 cm de diámetro que puede girar en torno a un eje vertical sin apenas fricción debido al cojín de aire que le suministra el soplador. El disco tiene adosado a su

eje un sistema de poleas sobre las cuales se enrolla un hilo que le transmite un momento producido por pesas de masa conocida que se cuelgan de su extremo.

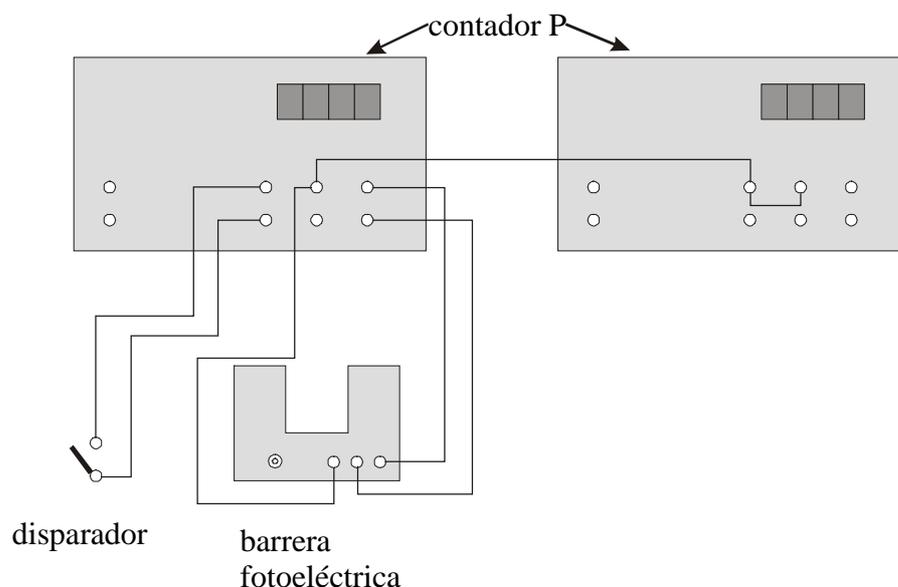
El disco lleva adosado en un punto de su circunferencia una pestaña en forma de sector circular que al interrumpir el haz de una fotopuerta activa unos contadores. El procedimiento es el siguiente:

1. Enciende el soplador de aire y equilibra el disco con ayuda del nivel de burbuja, actuando sobre los tres tornillos de la base.
2. Enrolla el hilo en el cilindro de radio  $r = 1.5$  cm y cuelga en su extremo una pesa de  $m = 20$  g.
3. Sitúa la fotopuerta a un ángulo  $\phi$  de la posición del disparador ( $\phi = 0$ ) de manera que al girar el disco la pestaña llegue a interrumpir el haz.

### Conexiones

Para realizar las medidas utilizaremos dos contadores simultáneamente. El primer contador mide el tiempo que transcurre desde que se acciona el disparador y el disco empieza a moverse, hasta que se interrumpe el haz de la fotopuerta. El segundo contador mide el intervalo de tiempo durante el cual la pestaña del disco bloquea el haz.

1. Conecta el disparador al START del primer contador.
2. Conecta la salida de la fotopuerta al STOP del mismo contador.
3. Los botones sobre el START y el STOP del primer contador rotulados **INVERT no deben estar pulsados.**



**Figura 2.** Conexión de los contadores digitales para la medida simultánea de  $t$  y  $\Delta t$ .

4. Conecta el STOP del primer contador al START del segundo contador.

5. Utiliza un cable corto para conectar el START y el STOP del segundo contador
6. Asegúrate de que en el segundo contador el START está en **modo normal** (botón INVERT sin pulsar) y el STOP en **modo invertido** (botón INVERT pulsado).
7. La fotopuerta requiere de +5 V para su funcionamiento. Conéctala a la salida de 5 V del contador.
8. Una vez realizadas las conexiones, comprueba que al accionar el disparador el disco empieza a moverse y el primer contador se pone en marcha. Comprueba asimismo que la pestaña, al interrumpir el haz de la fotopuerta, detiene el primer contador y acciona el segundo que deberá detenerse cuando deje de estar bloqueado el haz.

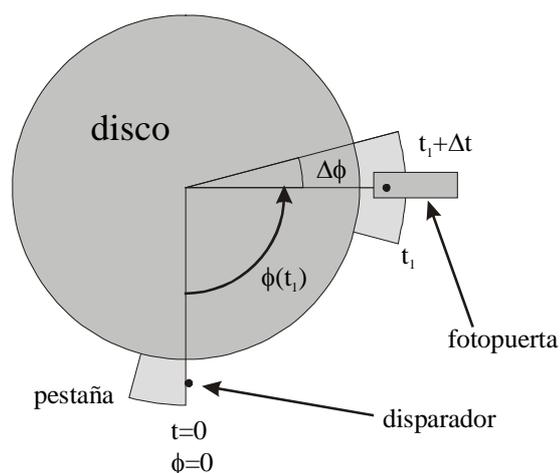
En esta configuración, el primer contador mide el tiempo  $t_1$  empleado por el disco en recorrer el ángulo  $\phi$  que va desde la posición del disparador hasta la fotopuerta y el segundo contador mide el intervalo de tiempo  $\Delta t$  empleado por la pestaña del disco ( $\Delta\phi = 15^\circ$ ) en atravesar el haz.

El valor instantáneo de la velocidad de rotación es  $\omega = \frac{d\phi}{dt}$ . Si  $\omega$  varía poco en un cierto intervalo de tiempo  $\Delta t$ , puede aproximarse la velocidad en el punto medio del intervalo por la velocidad media

$$\omega(t) \approx \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

siendo  $\Delta\phi$  el ángulo girado por el disco en el intervalo  $\Delta t$ , y  $t$  el instante que corresponde al punto medio del intervalo durante el cual la célula fotoeléctrica está bloqueada. Es decir,

$$t = t_1 + \frac{\Delta t}{2}$$



**Figura 3.** Esquema de los ángulos y los tiempos medidos.

## Adquisición de datos

Los tres experimentos que vienen a continuación nos van a permitir conocer la velocidad de rotación y aceleración angular del disco a partir de los tiempos medidos con los contadores (ver Fig. 3) y determinar partiendo de la Ec. 4 cómo depende esta aceleración angular del momento aplicado; separando la dependencia con la fuerza  $F = m \cdot g$  de la dependencia con la distancia  $r$ .

### **Experimento 1: Estudio de la velocidad de rotación en función del tiempo**

Con el hilo enrollado en el cilindro de radio  $r = 1.5$  cm y colgando en su extremo una masa  $m = 20$  g, toma valores de  $t$  y  $\Delta t$  para 5 ángulos distintos (5 posiciones de la fotopuerta). Anota los resultados en la Tabla 1.

### **Experimento 2: Dependencia de la aceleración angular con la fuerza aplicada**

De forma análoga al experimento 1, toma valores  $t$  y  $\Delta t$  manteniendo fija  $r = 1.5$  cm pero variando la masa  $m = 20$  g, 40 g y 60 g. Anota los resultados en la Tabla 1

### **Experimento 3: Dependencia con la distancia $r$**

Toma valores de  $t$  y  $\Delta t$  para una masa fija  $m = 20$  g, y  $r = 1.5$  cm, 3 cm y 4.5 cm. Anota los resultados en la Tabla 1

Para reducir la duración de la práctica se recomienda hacer los tres experimentos en paralelo. Así, para cada valor del ángulo se repetirán las medidas variando la masa y el radio. Después se mueve la fotopuerta y se vuelven a repetir todas las medidas para ese nuevo ángulo.

## Análisis

1. Con los datos obtenidos en el Experimento 1 ( $m = 20$  g,  $r = 1.5$  cm) determina  $t$  y  $\omega$  para distintos ángulos  $\phi$ . Representa gráficamente  $\omega$  frente a  $t$  y ajústalos por mínimos cuadrados a una recta, la pendiente nos dará el valor de la aceleración angular  $\alpha$  (Ec. 5). A partir del valor de la pendiente determina el momento de inercia  $I_z$ .
2. Determina la aceleración angular del disco para distintos valores de  $m$  y  $r$ . Anota los valores en la Tabla 2.
3. Analiza la dependencia de  $\alpha$  con el momento aplicado, para ello representa gráficamente  $\alpha$  frente a  $r$  y frente a la fuerza aplicada  $F = m \cdot g$ .



Nombre y Apellidos .....Fecha: .....

**Tabla 1:** Velocidad de rotación en función del tiempo.

$\phi$ (°)	$m$ (g)	$r$ (cm)	$t_I$ (s)	$\Delta t$ (s)	$t$ (s)	$\omega$ (rad/s)
60	20	1.5				
	40	1.5				
	60	1.5				
	20	3.0				
	20	4.5				
90	20	1.5				
	40	1.5				
	60	1.5				
	20	3.0				
	20	4.5				
120	20	1.5				
	40	1.5				
	60	1.5				
	20	3.0				
	20	4.5				
150	20	1.5				
	40	1.5				
	60	1.5				
	20	3.0				
	20	4.5				
180	20	1.5				
	40	1.5				
	60	1.5				
	20	3.0				
	20	4.5				

**Tabla 2:** Aceleración angular para distintos valores de  $m$  y  $r$ .

$m$ (g)	$r$ (cm)	Recta de ajuste de $\omega$ frente a $t$	Aceleración angular $\alpha$ (rad/s <sup>2</sup> )	Momento de inercia $I_z$ (g.cm <sup>2</sup> )
20	4.5			
20	3.0			
20	1.5			
40	1.5			
60	1.5			

- Momento de inercia  $I_z \pm \Delta I_z = \dots\dots\dots$ ( )

## PÉNDULO DE TORSIÓN

### Objetivos

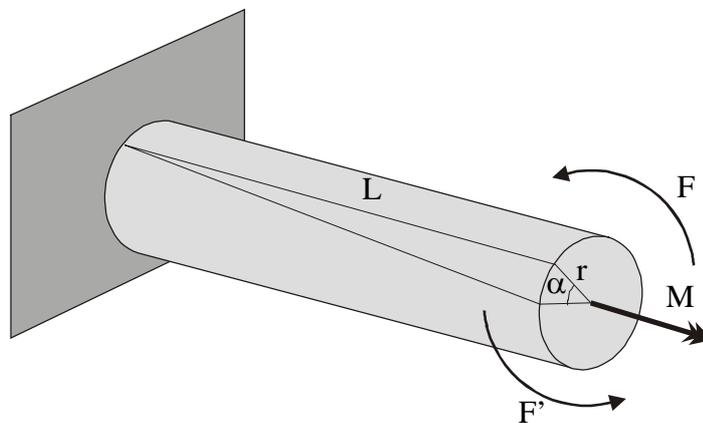
Determinación del módulo de torsión de una varilla. Estudio de la dependencia del módulo de torsión con los parámetros geométricos. Determinación del módulo de rigidez de diferentes materiales.

### Material

- Disco graduado con soportes
- Varillas de diferentes materiales, longitudes y secciones
- Dinamómetro
- Pesas
- Cronómetro
- Regla

### Teoría

El fenómeno de torsión es una deformación en la que se produce variación de forma, sin cambio de volumen. Este tipo de deformación es el que tiene lugar, por ejemplo, cuando una varilla maciza y fija por un extremo se somete a un par de fuerzas  $F - F'$  de momento  $M$ .



**Figura 1.** Barra de longitud  $L$  y radio  $r$  sometida a un par  $F - F'$ . El ángulo de torsión es  $\alpha$ .

En la torsión, el ángulo girado es proporcional al momento del par aplicado y según la Ley de Hooke vendrá dado por la expresión:

$$\alpha = \frac{1}{R} M \quad (1)$$

donde  $R$  es un coeficiente de proporcionalidad denominado *módulo de torsión*.

Como reacción a la fuerza deformadora que actúa sobre la barra, aparecen en ella fuerzas elásticas denominadas fuerzas recuperadoras, que tienden a que recobre su forma primitiva.

Esta recuperación no se consigue de manera instantánea, sino después de oscilar alrededor de la posición de equilibrio Según la ley de Hooke  $M = R \alpha$  por lo que el momento recuperador será

$$M_e = -M = -R \alpha$$

y como consecuencia, se produce una aceleración tal que

$$-R \alpha = I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \quad (2)$$

que es la condición para que se produzca un movimiento vibratorio armónico, cuyo periodo  $T$  viene dado por la expresión

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{R}} \quad (3)$$

donde  $I$  es el momento de inercia respecto al eje de giro.

Para una varilla de longitud  $L$  y radio  $r$  el módulo de torsión  $R$  viene dado por la Ec. 4 donde  $G$  es el módulo de rigidez, característico de cada material

$$R = \frac{\pi r^4}{2L} G \quad (4)$$

de manera que,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2LI}{\pi G}} r^{-2} \quad (5)$$

## Procedimiento experimental

El dispositivo experimental es el que se muestra en la Fig. 2. La varilla problema está fija en su extremo superior mientras que el extremo inferior puede girar libremente al aplicarle un par de torsión  $M$ . Una aguja solidaria a la varilla permite medir el ángulo girado sobre un disco graduado.

El par de torsión se produce al aplicar, con ayuda de un dinamómetro, una fuerza constante en distintos puntos de la barra horizontal fija al extremo inferior de la varilla.

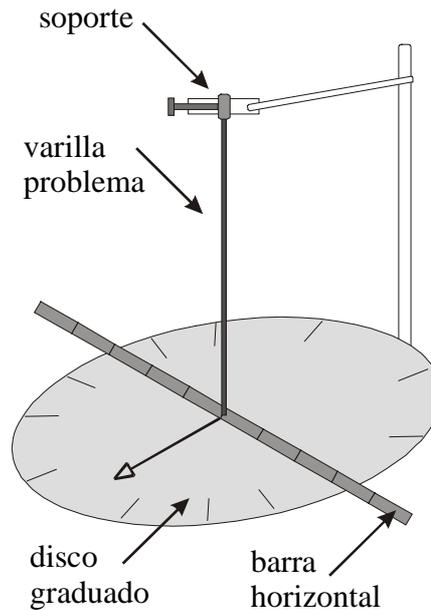


Figura 2. Esquema del dispositivo experimental.

## Adquisición de datos

### **Experimento 1: Determinación del módulo de torsión**

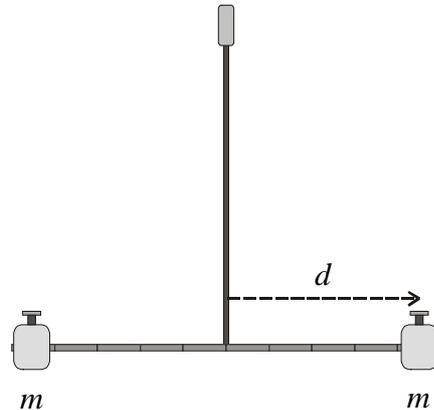
1. Monta el dispositivo de la Fig. 2 con la varilla de aluminio de longitud  $L = 500$  mm y diámetro 2 mm.
2. Engancha el dinamómetro en uno de los pinchos de la barra horizontal (empieza por el más alejado de la varilla) y aplica una fuerza de 0.5 N, procurando mantener siempre el dinamómetro perpendicular a la barra. Mide sobre el disco graduado el ángulo girado por la varilla. Anota la distancia del punto de aplicación de la fuerza al eje y el valor del ángulo en la Tabla 1.
3. Repite la operación aplicando la misma fuerza, 0.5 N, pero variando la distancia del punto de aplicación al eje. Procura ejercer fuerzas a ambos lados de la barra alternativamente, para evitar que la varilla sufra deformaciones en un único sentido. Anota los resultados en la Tabla 1.

### **Experimento 2: Determinación del momento de inercia del péndulo de torsión**

Como hemos visto, el dispositivo de la Fig. 2 es un péndulo de torsión cuyo periodo de oscilación viene dado por la Ec. 3; de manera que conocido el valor de  $R$  podemos determinar el momento de inercia  $I$  del péndulo midiendo directamente su periodo  $T$ . El procedimiento es el siguiente:

1. Sitúa dos masas iguales ( $m = 152$  g) en los extremos de la barra horizontal como se muestra en la Fig. 3.

2. Desvía el péndulo un **pequeño ángulo** de su posición de equilibrio y déjalo oscilar. Mide con el cronómetro el tiempo que tarda en realizar, por ejemplo, 10 oscilaciones.
3. Repite la medida 3 veces, desviándolo hacia un lado y hacia el otro alternativamente. Toma el valor medio de las 3 medidas y calcula el periodo  $T$  dividiendo por el número de oscilaciones.



**Figura 3.** Esquema del péndulo de torsión con las dos masas en sus extremos.

#### **Experimento 4: Dependencia de $R$ con la geometría de las varillas**

Para comprobar la validez de la Ec. 4 y, en concreto, la dependencia de  $R$  con la geometría de las varillas  $R(L, r)$ , partimos de que  $\frac{1}{R} \propto T^2$  (Ec. 3). Así, nuestro problema es equivalente a estudiar la dependencia del periodo de vibración del péndulo con la longitud y sección de las varillas,  $T = T(L, r)$ . Para ello tomamos barras de un mismo material (aluminio) pero con distintas dimensiones.

1. Dependencia con la longitud: Con las barras de radio  $r = 1$  mm y distintas longitudes  $L = 300, 400, 500$  mm, determina el periodo de oscilación. Anota los resultados en la Tabla 3.
2. Dependencia con la sección: Con las barras de la misma longitud  $L = 500$  mm y distintos radios  $r = 1, 1.5, 2$  mm determina el periodo de oscilación como en el caso anterior. Anota los resultados en la Tabla 4

#### **Experimento 5: Determinación del módulo de rigidez $G$**

De la Ec. 5 sabemos que  $T^2 \propto \frac{1}{G}$ , donde la constante de proporcionalidad depende sólo de  $L$  y  $r$ ; de manera que, una vez calculado  $G$  para un determinado material (aluminio) podemos conocer el módulo de rigidez de cualquier otro simplemente midiendo el periodo  $T$ . Para ello:

1. Toma las varillas de cobre y acero de  $L = 500$  mm,  $r = 1$  mm y determina el periodo de oscilación en cada caso.
2. Anota los resultados en la Tabla 5.

## Análisis

1. Teniendo en cuenta la Ec. 1, representa los valores del ángulo de torsión frente al momento aplicado (Tabla 1) y determina mediante un ajuste por mínimos cuadrados el valor de  $R$ .
2. A partir de la Ec. 3, con los datos de la Tabla 2, determina el momento de inercia del péndulo de torsión con su incertidumbre.
3. Con los datos de la Tabla 3 representa gráficamente  $\log T$  frente a  $\log L$ . Calcula el valor de la pendiente y su incertidumbre, ¿es compatible con 0.5?
4. Con los datos de la Tabla 4, representa gráficamente  $\log T$  frente a  $\log r$ , ¿se ajustan los puntos a una recta?, ¿su pendiente es compatible con -2?
5. Determina el valor de  $G_{Al}$  a partir del valor de  $R$  calculado en el Experimento 1.
6. Teniendo en cuenta que para un material cualquiera  $G = \frac{T_{Al}^2}{T^2} G_{Al}$ , determina el módulo de rigidez para el cobre y el acero a partir de los datos del experimento 4. Compáralos con los valores de la bibliografía:

$$G_{Al} = 24 \text{ GPa}$$

$$G_{Cu} = 38 \text{ GPa}$$

$$G_{acero} = 76 \text{ GPa}$$



Nombre y Apellidos .....Fecha: .....

**Tabla 1:** Angulo de torsión en función del momento aplicado.

Aluminio $L = 500 \text{ mm}$ $r = 1 \text{ mm}$			
Angulo $\alpha$ (°)	Angulo $\alpha$ (rad)	Distancia $d$ (cm)	Momento $M$ ( )

Recta de ajuste de $\alpha$ frente a $M$	
Módulo de torsión $R \pm \Delta R$ (.....)	

**Tabla 2:** Periodo del péndulo de torsión.

Aluminio $L = 500 \text{ mm}$ $r = 1 \text{ mm}$	
medida	tiempo para 10 oscilaciones $t$ ( )
1	
2	
3	
$t$ medio ( )	
periodo $T$ ( )	
$\Delta T$	

- Momento de inercia  $I \pm \Delta I = \dots\dots\dots( \quad )$

**Tabla 3:** Periodo en función de la longitud de la varilla.

Aluminio; $r = 1 \text{ mm}$					
$L \text{ (mm)}$	$t_1 \text{ (s)}$	$t_2 \text{ (s)}$	$t_3 \text{ (s)}$	$t \text{ medio (s)}$	Periodo $T \text{ (s)}$
500					
400					
300					

**Tabla 4:** Periodo en función del radio de la varilla.

Aluminio; $L = 500 \text{ mm}$					
$r \text{ (mm)}$	$t_1 \text{ (s)}$	$t_2 \text{ (s)}$	$t_3 \text{ (s)}$	$t \text{ medio (s)}$	Periodo $T \text{ (s)}$
1					
1.5					
2					

	Ecuación de la recta de ajuste	Incertidumbre en la pendiente	
$\log T \text{ vs. } \log L$			Compatible con 0.5 SI NO
$\log T \text{ vs. } \log r$			Compatible con -2 SI NO

**Tabla 5:** Periodo de oscilación para distintos materiales.

Material	$t_1 \text{ (s)}$	$t_2 \text{ (s)}$	$t_3 \text{ (s)}$	$t \text{ medio (s)}$	Periodo $T \text{ (s)}$	$(T_{Al}/T)^2$
aluminio						
cobre						
acero						





## FLEXIÓN DE UNA BARRA

### Objetivos

Verificar la ley de Hooke en el caso de la flexión de una barra y determinar el módulo de Young.

### Material

- Barras metálicas de distintas longitudes y secciones
- Tornillo micrométrico
- Juego de pesas
- Soportes

### Teoría

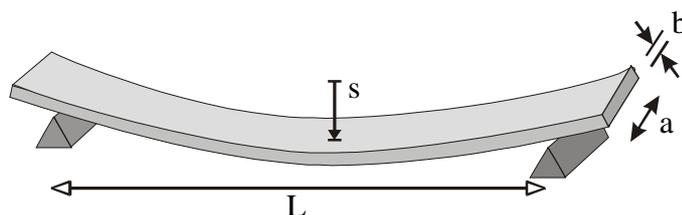
Según la ley de Hooke, la deformación para un material elástico, dentro de los límites de elasticidad, es proporcional a la fuerza aplicada.

Cuando se flexiona una barra ésta experimenta un alargamiento por su parte convexa y una contracción por la cóncava. El comportamiento de la barra está determinado por el módulo de Young del material, de manera que el valor de dicho módulo puede determinarse por medio de experimentos de flexión.

Consideremos una barra apoyada por sus extremos a la cual se aplica una fuerza vertical  $F$  en su punto medio; la deformación elástica que experimenta consiste en un descenso de dicho punto (llamado flecha de flexión,  $s$ ) que, según la ley de Hooke, es proporcional a la fuerza aplicada:

$$s = k \cdot F \quad (1)$$

siendo  $k$  una constante de proporcionalidad (constante elástica) que depende de las dimensiones geométricas y del módulo de Young  $E$  de la barra.



**Figura 1.** Flecha de flexión  $s$  que experimenta una barra de sección rectangular de lados  $a$  y  $b$ , apoyada en dos puntos separados una distancia  $L$ .

Para una barra de sección rectangular de lados  $a$  y  $b$  y siendo  $L$  la distancia entre los apoyos, la Ec.1 toma la forma:

$$s = \frac{1}{4} \left( \frac{L}{b} \right)^3 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{E} \cdot F \quad (2)$$

## Procedimiento experimental

Un esquema del montaje experimental se muestra en la Fig. 2. La barra problema se sitúa sobre los apoyos prismáticos separados una distancia  $L$ . En el centro de la barra se sitúa el fulcro con asa del cual se cuelga el soporte para las pesas. El tornillo micrométrico mide la flecha de flexión en el centro de la barra, para ello la punta de medida se apoya sobre el fulcro manteniéndose perpendicular a la barra.

### Experimento 1: Determinación del modulo de elasticidad de una barra

1. Sitúa una de las barras con los apoyos separados a una distancia  $L$  de, aproximadamente, 40 cm.

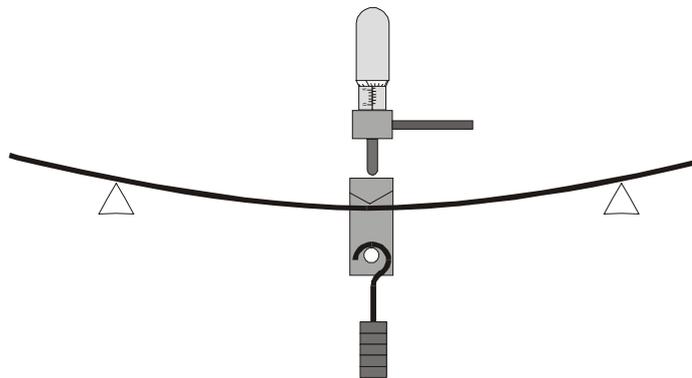


Figura 2. Esquema del montaje experimental.

2. Carga la barra incrementando gradualmente (en pasos de 50 g) el número de pesas que vas colgando. Para cada pesa mide desplazamiento  $s_1$  del centro de la barra.
3. Una vez obtenida una deformación suficiente, descarga gradualmente la barra, retirando pesas en el orden inverso con que fueron colocadas, midiendo de igual manera los sucesivos desplazamientos  $s_2$ .
4. Con los valores de  $s_1$  y  $s_2$  calcula el desplazamiento promedio  $s = \frac{s_1 + s_2}{2}$  para cada peso. Anota los valores en la Tabla 1.

### Experimento 2: Influencia de la geometría de la barra en la constante elástica

La Ec. 2 nos da la dependencia de la constante elástica con los parámetros geométricos de las barras ( $a$ ,  $b$  y  $L$ ) y con el material ( $E$ ). Dado que todas las barras disponibles son del mismo material (acero), podemos estudiar la dependencia geométrica aplicando una fuerza  $F$  constante ( $m = 160$  g) y midiendo el valor de  $s$  para:

1. Barras con distintos valores de  $a$  ( $b$  y  $L$  constantes). Anota los resultados en la Tabla 2
2. Barras con distintos valores de  $b$  ( $a$  y  $L$  constantes). Anota los resultados en la Tabla 3
3. Barras con distintos valores de  $L$  ( $a$  y  $b$  constantes). Anota los resultados en la Tabla 4.

Recuerda que  $L$  es la distancia entre los apoyos

## Análisis

1. Representa gráficamente los valores de  $s$  frente a la fuerza aplicada  $F$  (Tabla 1) y mediante un ajuste por mínimos cuadrados calcula el valor de la constante elástica  $k$  con su incertidumbre.
2. Calcula el módulo de Young  $E$  del material utilizando la Ec. 2 y el valor de la constante elástica obtenido en 1. Haz una estimación de su incertidumbre. Compara el resultado con el valor de la bibliografía para un acero ( $E = 200$  GPa).
3. Para comprobar la validez de la Ec. 2, linealízala tomando logaritmos. Utilizando los datos de las tablas 2, 3 y 4 representa gráficamente  $\log s$  frente a  $\log a$ ,  $\log b$  y  $\log L$ ; deberías obtener rectas de pendientes,  $-1$ ,  $-3$  y  $3$ , respectivamente, ¿qué valores obtienes en cada caso? Expresa los resultados con su incertidumbre. ¿Se verifica la dependencia de  $s$  con  $a$ ,  $b$  y  $L$  que predice la Ec. 2?





**Tabla 4:** Desplazamiento en función de  $L$ .

$m = 160 \text{ g}$	$a =$	$b =$
$L \text{ (mm)}$		$s \text{ (mm)}$

	Ecuación de la recta de ajuste	Incertidumbre en la pendiente	
$\log s \text{ vs. } \log b$			Compatible con -3 SI NO
$\log s \text{ vs. } \log a$			Compatible con -1 SI NO
$\log s \text{ vs. } \log L$			Compatible con 3 SI NO

## Cuestiones

1. ¿Es perfectamente elástica la deformación que experimenta la barra cuando se carga con diferentes pesos? Justifica tu respuesta.
2. En una barra rectangular como la que hemos utilizado en esta práctica, ¿qué dimensión tiene más influencia sobre la flecha de flexión, el ancho de la barra o su grosor?

## MEDIDAS ELÉCTRICAS CON MULTÍMETROS

### Objetivos

Familiarizarse con el manejo de los multímetros.

### Material

- Multímetro digital
- Caja de conexiones
- Resistencias, condensadores, diodos
- Cables de conexión

### Teoría

El multímetro o polímetro es un aparato destinado a la medida de magnitudes eléctricas tales como voltajes, intensidades (corrientes), resistencias, capacidades, frecuencias, etc., aunque la mayoría miden únicamente las tres primeras.

Según la tecnología de construcción se distingue entre analógicos y digitales, siendo la principal diferencia que los multímetros digitales no contienen partes mecánicas móviles. Las lecturas en los aparatos analógicos se efectúan mediante una aguja sobre una escala graduada y en los digitales directamente sobre un visualizador.

### Descripción de los controles

En líneas generales en todo multímetro se pueden distinguir tres tipos de controles.

- 1 Selector de rango: Permite escoger la escala de mediciones en que se va a operar. Puede consistir en una serie de pulsadores o en un mando giratorio.
- 2 Visualizador: Donde se realizan las lecturas de las magnitudes medidas. En los multímetros digitales el visualizador consiste en un pantalla de cristal líquido (LCD) con una serie de dígitos que indican directamente el valor medido.
- 3.6 Conectores de las puntas de prueba o terminales de entrada: En todos los multímetros existen unos orificios destinados a alojar las clavijas de las puntas de prueba.

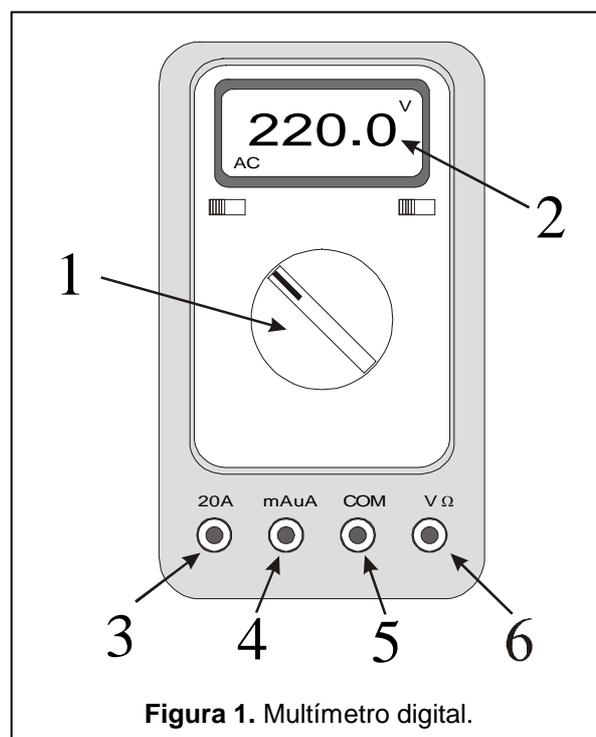


Figura 1. Multímetro digital.

## **Recomendaciones generales**

Es importante no cometer errores en la conexión de los instrumentos de medida. No sólo se leerían resultados incorrectos sino que se podrían dañar de forma irreversible. Las precauciones más importantes que conviene observar son las siguientes:

1. Asegurarse siempre de el instrumento está seleccionado de acuerdo con el **tipo de medida** a efectuar; intentar medir una tensión con el multímetro seleccionado para medir corrientes o resistencias puede dañar su circuito interno.
2. Elegir el **rango o escala de medida** adecuada. Si no se conoce el orden de magnitud de la medida se empieza por la escala más alta y se va bajando hasta conseguir la resolución adecuada.
3. Comprobar que la **punta de prueba NEGRA** está siempre conectada en el terminal de entrada "COM". La punta de prueba ROJA se conectará al terminal de entrada que corresponda al tipo de medida que se va a efectuar. En medidas de corriente continua hay que observar siempre la polaridad correcta, es decir, colocar la punta ROJA en el punto de tensión más alta.
4. Siempre que haya que cambiar el tipo de medida se desconectará alguna de las puntas de prueba del circuito.
5. Hay que asegurarse, antes de hacer las conexiones, que la alimentación está desconectada. Antes de desconectar el multímetro o modificar el circuito se debe desconectar la alimentación.

## **Procedimiento experimental**

### **Experimento 1: Medidas de voltajes (voltímetro)**

Algunas de las medidas que se realizarán a continuación se llevarán a cabo sobre la base de conexiones eléctricas existente en cada una de las mesas del laboratorio. Dado que los voltajes a medir pueden ser peligrosos e incluso letales se debe prestar atención para no tocar con las manos u otras zonas del cuerpo, partes del circuito que no estén aisladas.

**ATENCIÓN: Todas las medidas se realizarán bajo la supervisión del profesor. No conectes las puntas de prueba a las bases antes de avisar al profesor.**

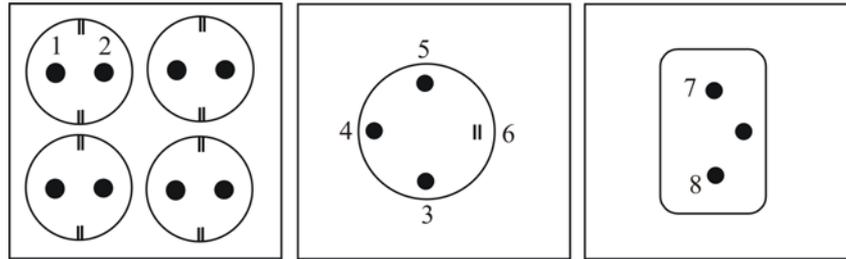
El voltímetro ha de conectarse en **PARALELO** con el elemento de circuito entre cuyos extremos se quiere medir la tensión. No se intercala nunca en el circuito. La resistencia interna del voltímetro es muy grande para que su inserción no modifique de manera importante la tensión existente\*.

#### **1.1. Medida de voltajes en corriente alterna (AC)**

En este caso se medirá la tensión entre los bornes de las bases de enchufe de las mesas del laboratorio: base cuádruple y base trifásica.

---

\* Sin embargo sí que introduce una incertidumbre en la medida, o "error de inserción", que se puede cuantificar. Ver "Métodos Experimentales para el Laboratorio de Física", capítulo V, ejercicio 3.



**Figura 2.** Disposición de bases de enchufe en las mesas del laboratorio.

1. Selecciona la escala adecuada para medir voltaje en alterna ( $V_{\sim}$  ó  $V_{AC}$  según los modelos) en la escala más alta (750 V).
2. Conecta la punta de prueba ROJA en el terminal marcado con **V**.
3. Mide la tensión entre bornes en la base cuádruple (nominal 220 V). Anota la medida en la Tabla 1.
4. En la base trifásica mide entre cada par de bornes redondos y luego entre cada borne redondo y el rectangular (nominal: 380 V). Anota las medidas en la Tabla 1.
5. Comprueba que la medida no cambia aunque se intercambien entre sí las puntas de prueba.
6. Localiza en la base cuádruple de 220 V cuál de los dos bornes es la fase y cuál el neutro, midiendo el voltaje entre cada borne y los contactos laterales de tierra.
7. Verifica que seleccionando en el conmutador de rangos para medida de voltaje en corriente continua (V DC), escala superior a 380 V, se obtiene una medida nula, como corresponde a un voltaje sinusoidal cuyo valor medio es cero.

### 1. 2 Medida de voltajes en corriente continua (DC)

Selecciona la escala adecuada para medir **voltaje continua** ( $V_{=}$  ó  $V_{DC}$ ) en la escala de 20 V o más. No es necesario cambiar la conexión de las puntas de prueba al polímetro.

1. Efectúa una medida del voltaje en la base bipolar que tiene marcados los bornes con color **rojo** y **negro**. Anota la medida en la Tabla 1.
2. Comprueba cómo cambia la lectura del polímetro cuando se invierten entre sí las puntas de prueba.

### **Experimento 2: Medida de intensidades (amperímetro)**

El amperímetro tiene que medir la intensidad de la corriente que recorre el circuito, deberá intercalarse directamente en este; es decir, se pone en **SERIE** con los demás elementos del circuito. Para que la introducción en serie del amperímetro no modifique la intensidad que circula por el circuito\*, la resistencia interna del amperímetro es muy pequeña.

\*Ver errores de inserción en “Métodos Experimentales para el Laboratorio de Física”, capítulo V, ejercicio 3.

## 2.1 Medida de intensidades en corriente alterna

Esta medida se realizará en la mesa 1 bajo la **supervisión del profesor**.

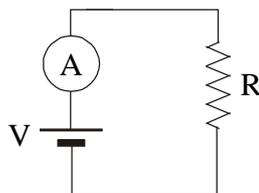
1. Sitúa el selector de rangos en la zona de **intensidad de alterna** ( $A_{\sim}$  ó A AC) y en la escala más alta 20 A.
2. Conecta el calentador/agitador situado dentro del recipiente con agua a una base de 220 V intercalando unos cables dotados de **bananas aisladas** y poniendo en serie el amperímetro.
3. Acciona el interruptor del agitador y mide la intensidad consumida. Anota la medida en la Tabla 2.
4. Gira a derechas el mando del termostato (hasta que se encienda el piloto del calentador) para que se conecte la resistencia del calentador. Mide la intensidad consumida y anótala en la Tabla 2.
5. Determina la potencia consumida por la resistencia del calentador (utiliza el valor de la tensión medido en 1.1.3).

## 2.2 Medida de intensidades en corriente continua

El objetivo es medir la intensidad de corriente que circula a través de unas resistencias. Para ello se monta el circuito de la Fig. 3 utilizando la caja de conexiones gris y los cables cortos con conectores en sus extremos.

Para las conexiones al multímetro se usarán los cables rojo y negro con bananas roja y negra en un extremo y conectores pequeños en el otro.

La diferencia de potencial  $\Delta V$  es la alimentación de continua disponible en las mesas del laboratorio, que se lleva hasta la caja gris mediante el cable rojo-negro. La caja dispone de un interruptor de conexión de la alimentación y un diodo LED rojo que indica cuando hay tensión continua entre los terminales rojo y negro de la caja.



**Figura 3.** Circuito para la medida de intensidades en continua.

**ATENCIÓN:** Conecta primero la clavija en la alimentación de la mesa, luego conecta todos los elementos del circuito en la caja gris y finalmente acciona el interruptor de alimentación. Antes de realizar cualquier cambio desconecta la alimentación accionando el interruptor.

1. Sitúa el selector de rangos en la zona de **intensidad de continua** ( $A_{=}$  ó A DC) y en la escala 2000 mA para ir bajando hasta obtener la máxima resolución.
2. Conecta la punta de prueba ROJA en el terminal del polímetro marcado como **mA** y la punta de prueba NEGRA en el COM.

3. Mide la intensidad conectando sucesivamente las resistencias disponibles en la caja ( $R_1$  a  $R_4$ ) según el esquema de la Fig. 3. Recuerda que antes de cambiar las conexiones debes desconectar la alimentación de la caja accionando el interruptor.
4. Anota los valores medidos en la Tabla 3.
5. Determina los valores de cada resistencia a partir de los valores medidos de intensidad y voltaje,  $R = \frac{\Delta V}{I}$ .

### **Experimento 3: Medida de resistencias (ohmímetro)**

El multímetro también sirve para medir directamente resistencias; para lo cual utiliza una batería de tensión conocida (una pila) conectada a un amperímetro y a una resistencia en serie, todo ello alojado en su interior. **No se necesita ninguna fuente de tensión externa.** La resistencia se conecta entre las dos puntas de prueba.

#### **3.1 Medida de resistencias fijas**

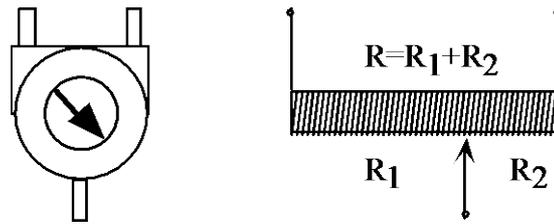
1. Sitúa el selector de rangos del polímetro en la zona correspondiente a medida de resistencias.
2. Conecta la punta de prueba ROJA en el terminal del polímetro marcado como  $\Omega$ .
3. Selecciona la escala más adecuada al valor de resistencia. Si no la conoces de antemano elige la escala más alta,  $20\text{ M}\Omega$ , para ir reduciendo hasta conseguir la máxima resolución.
4. Conecta sucesivamente las puntas de prueba del polímetro a los extremos de cada una de las resistencias,  $R_1$  a  $R_4$ , de la placa de pruebas.
5. Anota el resultado en la Tabla 3 y deduce los colores que a tu juicio deberían tener las resistencias de acuerdo con el código de colores que se incluye como anexo.

#### **3.2 Medida de resistencias en paralelo y en serie**

1. Conecta dos de las resistencias disponibles; primero en serie y luego en paralelo.
2. Comprueba que se cumplen las leyes de asociación de resistencias en serie y en paralelo.
3. Repite las medidas para dos combinaciones en serie y otras dos en paralelo y anota los resultados en la Tabla 4.

#### **3.3 Medida de resistencias variables: Potenciómetro**

1. Mide la resistencia entre los extremos fijos de la resistencia del potenciómetro. Anota la medida en la Tabla 5
2. Manteniendo una de las puntas de pruebas en uno de los extremos y cambiando la otra a la tercera patilla (cursor) del potenciómetro, mide la nueva resistencia.
3. Comprueba que, girando el mando del potenciómetro, se puede variar su resistencia desde el valor cero hasta el valor medido en 1 (valor máximo de la resistencia del potenciómetro).



**Figura 4.** Potenciómetro y esquema de su funcionamiento.

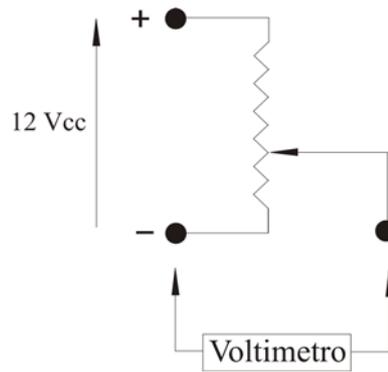
### 3.4 Comprobación de continuidades

El multímetro también se puede usar para comprobar la continuidad entre dos puntos de un circuito, cables, etc. Para ello:

1. Coloca el selector de rangos en la posición que representa una nota musical o un zumbador (●)).
2. Conecta la punta de prueba NEGRA al terminal COM y la ROJA al terminal  $\Omega$ .
3. Utiliza las puntas de prueba para comprobar la continuidad entre la clavija del cable de alimentación a la caja gris y los terminales rojo y negro de la misma. Comprueba que conductor se corta con el interruptor (Pitido  $\equiv$  conexión  $\equiv$  resistencia  $< 30 \Omega$ ).

### **Experimento 4: Medida de voltajes variables en corriente continua. Divisor de tensión**

1. Conecta los extremos del potenciómetro a los conectores ROJO y NEGRO de la caja siguiendo el esquema de la Fig. 5. Acciona el interruptor comprobando que se enciende el LED.
2. Sitúa el selector de rangos del polímetro en la zona para medidas de **voltajes de continua** y en la escala de **20 V**. Las puntas de prueba en los bornes adecuados
3. Conecta la punta de prueba de color NEGRO al extremo del potenciómetro que está conectado al borne negativo (NEGRO) de la caja.
4. Conecta la punta de prueba ROJA al tercer terminal del potenciómetro y activa la alimentación accionando el interruptor de la caja.
5. Haciendo girar el cursor del potenciómetro, comprueba que el voltaje se puede variar desde cero hasta el valor máximo aplicado entre los extremos de la resistencia del potenciómetro.
6. Anota en la Tabla 6 los valores en los dos extremos y en un punto intermedio.



**Figura 5.** Esquema del divisor de tensión.

### ***Experimento 5: Medida de capacidades***

El condensador cuya capacidad se va a medir se debe **descargar totalmente**, cortocircuitando con un cable sus extremos antes de conectarlo en el zócalo de medidas de capacidades del polímetro.

Nunca se debe aplicar voltaje al zócalo de medidas de condensadores, ya que se puede dañar de forma irreversible.

1. Sitúa el selector de rango en la zona de **medida de capacidades**, escala de  $1 \mu\text{F}$  o mayor.
2. Conecta el condensador en el zócalo de medida de capacidades del polímetro con la ayuda de los cables adecuados. Enciende el polímetro y anota las medidas en la Tabla 7.



Nombre y Apellidos .....Fecha: .....

**Tabla 1:** Medidas de voltajes en corriente alterna (AC) y continua (DC)

	$\Delta V$	Medida (V)	Nominal (V)
<b>ALTERNA AC</b>	1-2		
	3-4		
	3-5		
	3-6		
	4-5		
	4-6		
<b>CONTINUA DC</b>	7-8		

- En la base cuádruple, identifica qué borne corresponde a:  
Fase:..... Neutro:.....

**Tabla 2:** Medidas de intensidades en corriente alterna (AC)

$I$ consumida por el agitador ( )	
$I$ consumida por el calentador ( )	

- Potencia consumida por el calentador:.....( )

**Tabla 3:** Medidas de intensidades en corriente continua.

Resistencia	Intensidad $I$ (A)	$R$ calculada ( $\Omega$ )	$R$ medida ( $\Omega$ )	Colores
$R_1$				
$R_2$				
$R_3$				
$R_4$				

**Tabla 4:** Medidas de resistencias en paralelo y en serie.

Resistencias	Configuración	R medida ( $\Omega$ )	R teórica ( $\Omega$ )
<b>R<sub>1</sub>-R<sub>2</sub></b>	serie		
	paralelo		
<b>R<sub>3</sub>-R<sub>4</sub></b>	serie		
	paralelo		
<b>R<sub>1</sub>-R<sub>3</sub></b>	serie		
	paralelo		

**Tabla 5:** Potenciómetro

Resistencia	Valor medido( $\Omega$ )
<b>R<sub>12</sub></b>	
<b>R<sub>13</sub> (máxima)</b>	
<b>R<sub>13</sub> (mínima)</b>	

**Tabla 6:** Divisor de tensión.

$\Delta V$ (V)	
Valor máximo	Valor mínimo

**Tabla 7:** Medida de capacidades.

Condensador	Capacidad ( $\mu\text{F}$ )
<b>C<sub>1</sub></b>	
<b>C<sub>2</sub></b>	

## Anexo

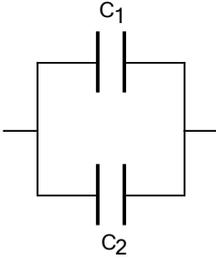
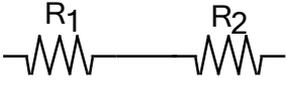
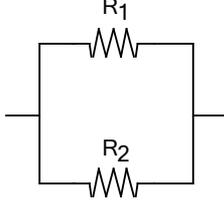
### Código de colores de las resistencias

Color	A	B	D (multiplicador)
Negro	0	0	× 1
Marrón	1	1	× 10
Rojo	2	2	× 100
Naranja	3	3	× 1 k
Amarillo	4	4	× 10 k
Verde	5	5	× 100 k
Azul	6	6	× 1 M
Morado	7	7	-
Gris	8	8	-
Blanco	9	9	-

Color	Tolerancia
Marrón	± 1 %
Rojo	± 2 %
Oro	± 5 %
Plata	± 10 %
Sin Color	± 20 %

- **Ejemplo:** rojo, rojo, amarillo, plata : 220 kΩ ± 10 %

### Asociación de condensadores y resistencias

	SERIE	PARALELO
CONDENSADORES		
	$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$	$C_T = C_1 + C_2$
RESISTENCIAS		
	$R_T = R_1 + R_2$	$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$



# MÁQUINA TÉRMICA

## Objetivos

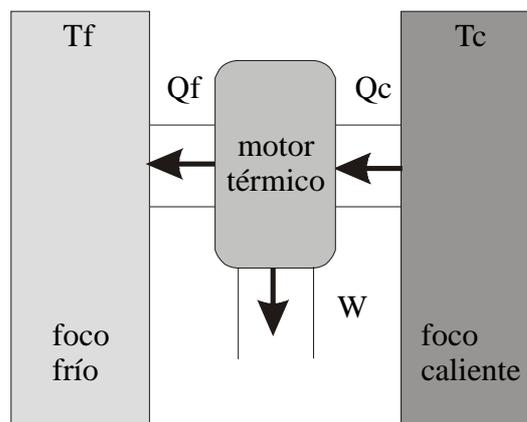
Determinación del valor de la eficiencia de una máquina térmica.

## Material

- Aparato de eficiencia térmica
- Fuente de alimentación AC/DC
- 4 polímetros digitales
- Cables de conexión
- Recipiente con agua/hielo

## Teoría

Un motor térmico convierte energía térmica en calor siguiendo el proceso siguiente: se extrae calor del foco caliente; una parte de ese calor se utiliza para realizar un trabajo y el resto entra en el foco frío.



**Figura 1.** Esquema de una máquina térmica actuando entre dos focos a distinta temperatura.

En la Fig. 1 se muestra un esquema del funcionamiento de una máquina térmica, siendo:

- $T_c$  = temperatura del foco caliente
- $T_f$  = temperatura del foco frío
- $Q_c$  = calor absorbido del foco caliente
- $Q_f$  = calor cedido al foco frío
- $W$  = trabajo realizado

La conservación de la energía (Primera Ley de la Termodinámica) requiere que:

$$Q_c = W + Q_f \quad (1)$$

La eficiencia de un motor térmico se define como el trabajo realizado dividido por el calor extraído del foco caliente:

$$\text{Eficiencia} = e = \frac{W}{Q_c} \quad (2)$$

Teniendo en cuenta la Primera Ley de la Termodinámica no hay ninguna razón que impida que todo el calor se convierta en trabajo. Si ese fuera el caso, la eficiencia de esa máquina sería del 100% y no sería necesaria la existencia de un foco frío. Sin embargo, la Segunda Ley de la Termodinámica nos dice que el foco frío es siempre necesario y que además existe una eficiencia teórica máxima para una máquina térmica que depende únicamente de las temperaturas absolutas de los dos focos, es la eficiencia de la máquina de Carnot operando entre esos dos focos:

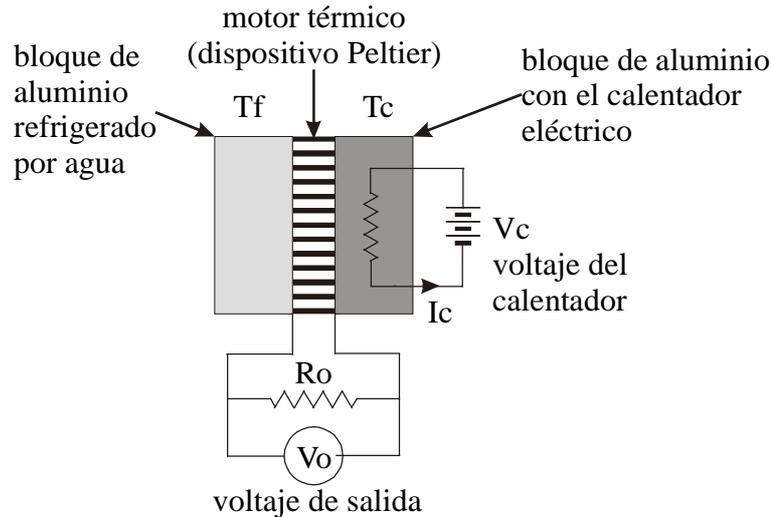
$$e_{\text{carnot}} = \frac{T_c - T_f}{T_c} \quad (3)$$

De acuerdo con este resultado, un motor térmico podría llegar al 100% de eficiencia solamente si el foco frío se encuentra en el cero absoluto ( $0 \text{ K} = -273.15 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

Evidentemente hay otras limitaciones a la eficiencia. En toda máquina real existen pérdidas de energía debidas a fricción entre las piezas que la forman, pérdidas debidas a conducción y radiación del calor, etc. Por lo tanto la Ec. 3 nos da el límite superior de la eficiencia de una máquina térmica.

## Procedimiento experimental

En este experimento utilizaremos el aparato de eficiencia térmica, “Thermal Efficiency Apparatus”. Esta máquina térmica consiste, básicamente, en un convertidor termoeléctrico denominado dispositivo Peltier. Una diferencia de temperatura entre sus extremos produce una diferencia de potencial (voltaje Seebeck). Este dispositivo es capaz de convertir calor en energía eléctrica y viceversa.



**Figura 2.** Esquema del Thermal Efficiency Apparatus en la configuración de máquina térmica.

El dispositivo Peltier opera entre dos focos a temperaturas fijas  $T_c$  y  $T_f$ . En un motor ideal los focos se consideran infinitamente grandes de forma que puede extraerse o añadirse calor sin que varíe su temperatura. Para simular esta condición el dispositivo Peltier se encuentra situado entre dos bloques de aluminio. Uno de ellos, que actúa como foco frío, se mantiene a temperatura constante bombeando agua del recipiente exterior. El otro bloque se calienta por medio de una resistencia y se mantiene a temperatura constante.

Las temperaturas de ambos focos,  $T_c$  y  $T_f$  se determinan midiendo la resistencia de dos termistores (termómetros de resistencia) situados en los bloques de aluminio. Los valores de resistencia se convierten en valores de temperatura utilizando la tabla de calibración que se incluye como anexo. Nótese que cuando la temperatura aumenta, la resistencia disminuye (100 k $\Omega$  corresponde a una temperatura más alta que 200 k $\Omega$ ).

La eficiencia del motor se determina a partir de las medidas de flujos de energía, es decir, de potencias. Así, derivando respecto del tiempo la Ec. 1.

$$P_c = \frac{dQ_c}{dt} = P_w + P_f \quad (4)$$

y la eficiencia sería

$$e = \frac{P_w}{P_c} \quad (5)$$

El flujo de calor en el foco caliente es igual a la potencia disipada en la resistencia utilizada como calentador (de unos 5  $\Omega$ ). Como la resistencia varía con la temperatura se obtiene un valor más preciso si se mide además del voltaje  $V_c$  la corriente,  $I_c$  de modo que la potencia será

$$P_c = V_c \cdot I_c \quad (6)$$

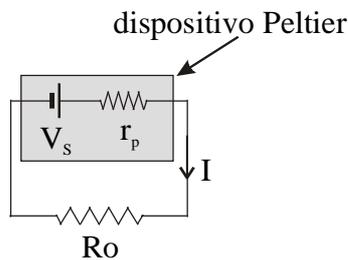
El trabajo realizado por el motor es la energía eléctrica producida por el dispositivo Peltier. Esta energía se disipa en la resistencia de carga  $R_o$ . Para su determinación

mediremos la caída de tensión  $V_0$  en la resistencia. Por tanto la potencia (trabajo/tiempo) será

$$P_w = \frac{V_0^2}{R_0} \quad (7)$$

### Carga para el rendimiento óptimo

Se puede determinar fácilmente el valor de la resistencia de carga que hace máxima la potencia de salida de la máquina térmica. La potencia cedida a la resistencia de carga es  $P = I^2 \cdot R_0$ , donde  $I$  es la corriente a través de la resistencia de carga  $R_0$ .



**Figura 3.** Circuito equivalente al Termal Efficiency Apparatus.

De la Fig. 3,  $V_s = I \cdot (r_p + R_0)$  donde  $V_s$  es el voltaje Seebeck y  $r_p$  la resistencia interna del dispositivo Peltier. De manera que la potencia de salida puede expresarse en términos del voltaje Seebeck, la resistencia interna y la resistencia de carga:

$$P = \frac{V_s^2 \cdot R_0}{(r_p + R_0)^2} \quad (8)$$

Suponiendo que el voltaje Seebeck permanece constante si las temperaturas de los dos focos, frío y caliente, permanecen constantes; la potencia alcanza un máximo respecto a la resistencia de carga cuando

$$\frac{dP}{dR} = \frac{V_s^2 \cdot (r_p - R_0)}{(r_p + R_0)^3} = 0 \quad (9)$$

Esto muestra que cuando la resistencia de carga iguala a la resistencia interna del dispositivo Peltier, la potencia liberada en la carga es máxima.

### Montaje y conexiones

Fijándote en el esquema del montaje experimental que se muestra en la Fig. 4:

1. Introduce los tubos de goma en el recipiente con agua/hielo y activa la bomba que hace circular el agua fría.

2. Conecta a los terminales del termistor un polímetro en el modo ohmímetro y selecciona la escala de 200 k $\Omega$ . Existe un conmutador que permite seleccionar el termistor del bloque caliente y el del frío de forma alternativa.
3. Conecta la fuente de alimentación de corriente continua (DC) a la resistencia del calentador "heater". Utiliza un polímetro para medir la corriente (escala de 20 A, DC) y otro para el voltaje (escala de 20 V, DC) suministrado por la fuente.
4. Conecta la resistencia de carga de 2  $\Omega$  usando uno de los cables cortos. Conecta un polímetro para medir la caída de tensión en su extremos (escala de 2000 mV, DC).

Avisa al profesor para que verifique el montaje

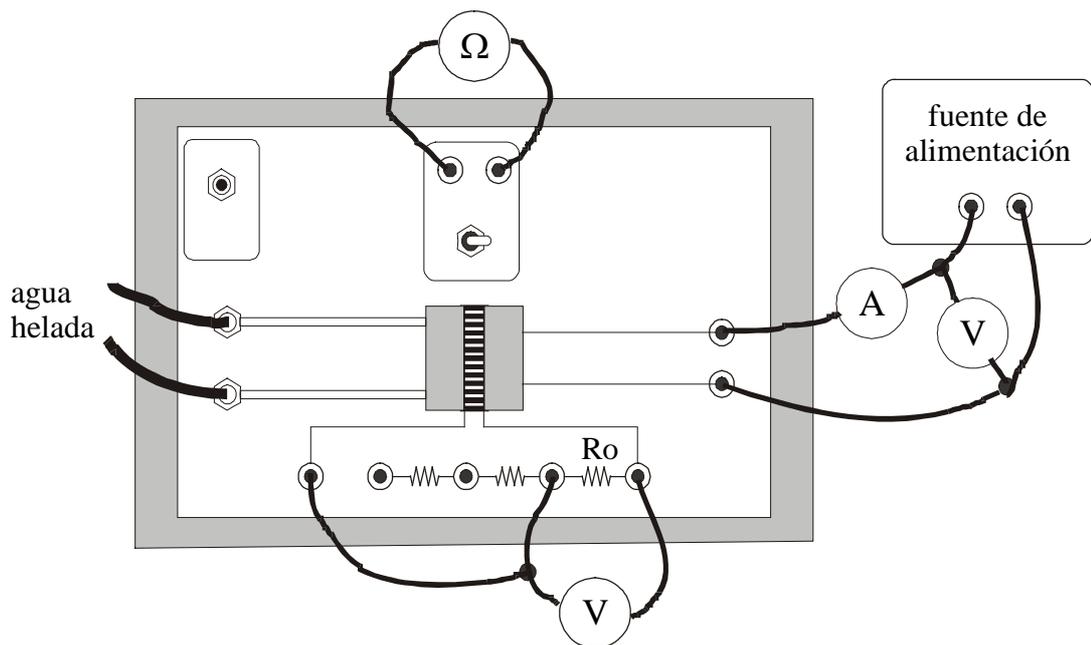


Figura 4. Montaje experimental para la medida de la eficiencia del motor térmico.

## Adquisición de datos

### Experimento 1. Medida de la eficiencia real del motor térmico

El objetivo es determinar la eficiencia del motor térmico para diferentes temperaturas del foco caliente.

1. Ajusta el voltaje de la fuente de alimentación a unos 11 V. Comprueba que la temperatura del foco caliente comienza a subir hasta un valor próximo a 80 °C (unos 10 k $\Omega$ ).

La temperatura del foco caliente no debe mantenerse más de 5 minutos por encima de 80°C

2. Al cabo de unos 5 ó 10 minutos se estabilizará el sistema, de forma que las temperaturas de ambos focos permanecen constantes. En ese momento, mide las resistencias de los termistores del lado caliente y del frío y conviértelas en valores de temperatura utilizando para ello la tabla que se incluye en el anexo.

3. Mide el voltaje en el calentador  $V_c$ , la corriente  $I_c$  y el voltaje  $V_0$  entre los extremos de la resistencia de carga  $R_0$ . Calcula la potencia suministrada al foco caliente  $P_c$  y la potencia disipada en la carga  $P_w$ . Anota los valores en la Tabla 1.
4. Reduce lentamente el voltaje del calentador en unos 2 V y repite los pasos 2 al 5 hasta que hayas tomado datos para 5 valores diferentes de  $T_c$ .
5. Calcula los valores de la eficiencia térmica en cada caso y completa la Tabla 2.

### Experimento 2. Carga para rendimiento óptimo

El objetivo es determinar la resistencia de carga  $R_0$  para la cual la eficiencia del motor térmico es máxima. Para ello se utiliza el mismo montaje experimental pero variando la resistencia de carga  $R_0$ . Un esquema del mismo se muestra en la Fig. 5.

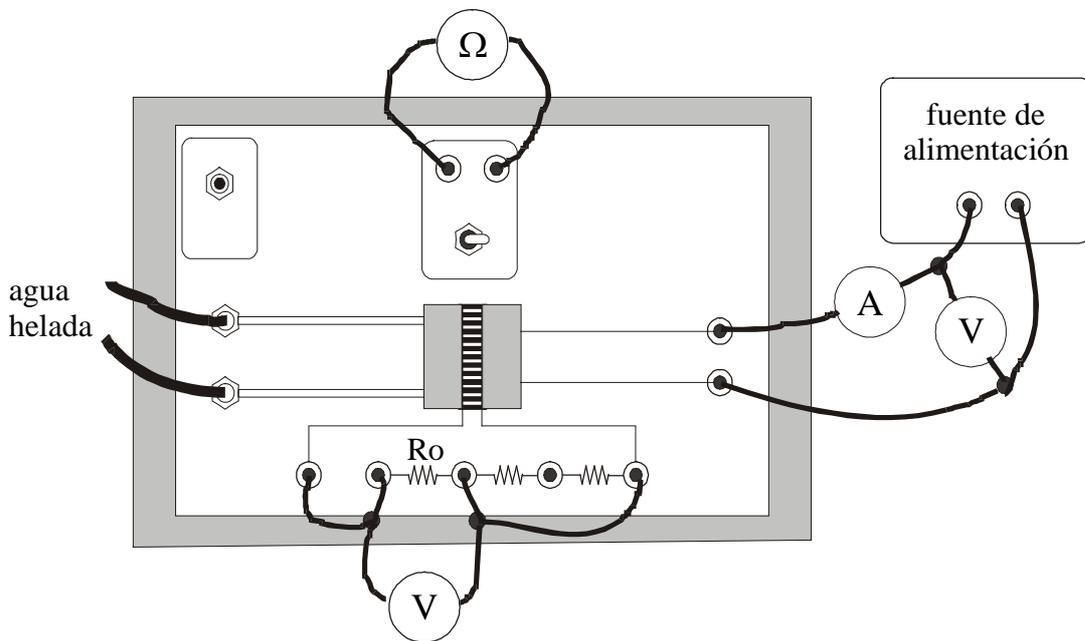


Figura 5. Montaje experimental para medir la resistencia de carga para un rendimiento óptimo

1. Conecta la resistencia de carga de  $0.5 \Omega$  mediante uno de los cables cortos como se muestra en la Fig. 5. Conecta un polímetro para medir la caída de tensión en sus extremos (escala de 2000 mV, DC).
2. Ajusta el voltaje de la fuente de alimentación a unos 11 V y espera a que el sistema alcance el equilibrio.
3. Anota los valores de resistencia de los termistores del lado caliente y del frío. Convierte estos valores en temperaturas de acuerdo con la tabla incluida en el anexo.
4. Anota en la Tabla 3 el voltaje del calentador  $V_c$ , la corriente  $I_c$  y el voltaje  $V_0$  en la resistencia de carga  $R_0$ . Calcula la potencia suministrada al foco caliente  $P_c$  y la potencia disipada en la carga  $P_w$ . Calcula la eficiencia.
5. Repite los pasos 3 y 4 utilizando otros valores de la resistencia (1, 1.5, 2 y 3  $\Omega$ ). Ajusta de nuevo la potencia suministrada al foco caliente (reduciendo el voltaje del calentador

en unos 0.2 ó 0.3 V) para mantener la temperatura del foco caliente estabilizada en el mismo valor para todas las medidas.

## Análisis

1. Representa gráficamente los valores de la eficiencia real del motor y la eficiencia de Carnot frente al inverso de la temperatura del foco caliente en la escala absoluta y ajusta los puntos experimentales a dos rectas.
2. Comprueba que la eficiencia real es prácticamente un porcentaje constante de la ideal (las pendientes y los interceptos de las rectas son proporcionales). ¿Cuánto vale ese porcentaje?
3. ¿Para qué valor de la resistencia de carga  $R_0$  obtienes la eficiencia más alta?



Nombre y Apellidos .....Fecha: .....

**Tabla 1:** Temperaturas y potencias en la máquina térmica.

medida	$T_c$ (k $\Omega$ )	$T_f$ (k $\Omega$ )	$T_c$ ( $^{\circ}$ C)	$T_f$ ( $^{\circ}$ C)	$V_c$ ( )	$I_c$ ( )	$P_c$ ( )	$V_0$ ( )	$P_w$ ( )
1									
2									
3									
4									
5									

**Tabla 2:** Eficiencia de la máquina real y de la máquina de Carnot .

medida	$T_c$ (K)	$T_f$ (K)	$e_{real}$	$e_{Carnot}$	$e_{real} / e_{Carnot}$
1					
2					
3					
4					
5					

Ecuación de la recta de ajuste	
$e_{real}$ frente a $1/T_c$	
$e_{Carnot}$ frente a $1/T_c$	

- Relación entre la eficiencia real y la de Carnot en esta máquina:.....

**Tabla 3:** Eficiencia para distintas resistencias de carga

$R_0$ ( $\Omega$ )	$T_c$ (k $\Omega$ )	$T_f$ (k $\Omega$ )	$V_c$ ( )	$I_c$ ( )	$V_0$ ( )	$P_c$ ( )	$P_w$ ( )	e
0.5								
1								
1.5								
2								
3								

- Valor de  $R_0$  para el rendimiento óptimo:.....



## Apéndice

**Tabla con la resistencia del termistor en función de la temperatura**

kΩ	°C	kΩ	°C	kΩ	°C	kΩ	°C	kΩ	°C
461	-5	146	17	53.2	39	21.7	61	9.76	83
436	-4	139	18	51.0	40	20.9	62	9.43	84
413	-3	133	19	48.9	41	20.1	63	9.12	85
391	-2	126	20	46.8	42	19.3	64	8.81	86
370	-1	120	21	44.9	43	18.6	65	8.52	87
351	0	115	22	43.0	44	17.9	66	8.24	88
332	1	109	23	41.2	45	17.3	67	7.96	89
315	2	104	24	39.6	46	16.6	68	7.70	90
298	3	100	25	37.9	47	16.0	69	7.45	91
283	4	95.4	26	36.4	48	15.5	70	7.21	92
269	5	91.1	27	34.9	49	14.9	71	6.98	93
255	6	87.0	28	33.5	50	14.4	72	6.75	94
242	7	83.1	29	32.2	51	13.8	73	6.53	95
230	8	79.4	30	30.9	52	13.4	74	6.33	96
218	9	75.9	31	29.7	53	12.9	75	6.12	97
207	10	72.5	32	28.5	54	12.4	76	5.93	98
197	11	69.3	33	27.4	55	12.0	77	5.74	99
187	12	66.3	34	26.4	56	11.6	78	5.56	100
178	13	63.4	35	25.3	57	11.2	79	5.39	101
169	14	60.7	36	24.4	58	10.8	80	5.22	102
161	15	58.1	37	23.4	59	10.4	81	5.06	103
153	16	55.6	38	22.5	60	10.1	82	4.91	104

Nota: Para mejorar la precisión se deberá interpolar entre los números mostrados en la tabla. Por ejemplo, si la lectura del ohmímetro es 118.7 kΩ, este valor se encuentra entre 120 kΩ ≡ 21°C y 115 kΩ ≡ 22°C. Como 120 kΩ - 118.7 kΩ = 1.3 kΩ la temperatura interpolada es:

$$1.3 \text{ k}\Omega \times \left\{ \frac{22^\circ \text{C} - 21^\circ \text{C}}{120 \text{ k}\Omega - 115 \text{ k}\Omega} \right\} = 0.26^\circ \text{C}$$

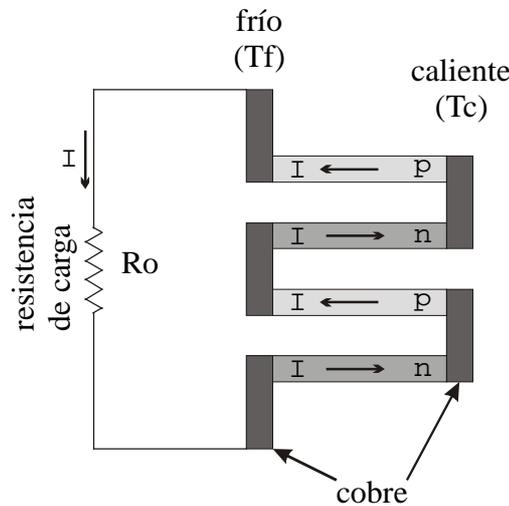
Por tanto, 118.7 kΩ corresponde a 21.26°C.

## Complementos

### El dispositivo peltier

En 1821 el físico ruso-germano, Thomas Johann Seebeck descubrió que cuando se calienta la unión de dos metales diferentes se produce una corriente eléctrica. Este fenómeno se conoce hoy en día como Efecto Seebeck y es un ejemplo de una máquina térmica muy básica. En 1834 Jean-Charles-Athanase Peltier descubrió el fenómeno opuesto: Una corriente que fluye a través de la unión de dos metales diferentes hace que se absorba o libere calor, dependiendo de la dirección en que fluye la corriente. Es un ejemplo de bomba de calor.

Hoy en día el Efecto Seebeck puede producirse utilizando uniones *pn* en un semiconductor (denominado dispositivo Peltier). La disposición de los diferentes semiconductores se puede ver en la figura:



Dispositivo Peltier

Supongamos que el lado derecho del dispositivo está a temperatura más alta que el de la izquierda. El extremo caliente de las regiones *tipo-n* tendrá una mayor densidad de electrones de más alta energía (más móviles). Esto estimula un movimiento de electrones hacia el extremo más frío, estableciendo así un potencial eléctrico (el extremo caliente positivo y el extremo frío negativo).

En el extremo caliente de las regiones *tipo-p*, los huecos se llenan más fácilmente porque los electrones son más móviles en ese extremo. Esto crea nuevos huecos que provienen del extremo caliente dando lugar a un movimiento neto de huecos que se desplazan de caliente a frío. Creándose una vez más una diferencia de potencial (extremo caliente negativo, extremo frío positivo).

Cuando los semiconductores de *tipo-n* y *tipo-p* se unen como en el dispositivo Peltier, los electrones fluyen desde el extremo frío del *tipo-p* hasta el extremo frío del *tipo-n*. Esta corriente fluye a través de la resistencia de carga y realiza un trabajo.

### Termómetros y medida de temperaturas

Un termómetro es cualquier dispositivo o sistema que presenta alguna propiedad, como puede ser la longitud, la presión o la resistencia eléctrica, que varía con la

temperatura de una manera fácilmente medible. Sus indicaciones deberán ser reproducibles y su construcción debe ser tal que pueda duplicarse fácilmente, de forma que se puedan utilizar termómetros semejantes en cualquier parte del mundo. Deberá, además, ser capaz de medir temperaturas en un margen amplio. Cualquier termómetro real posee estas características en mayor o menor grado.

Dentro de la gran variedad de termómetros existentes, los que más se utilizan en el laboratorio son los termómetros de mercurio, donde la temperatura viene indicada por la longitud de una columna de mercurio dentro de un capilar de vidrio; los termopares constituidos por dos hilos de metales diferentes soldados en un extremo, cuyo funcionamiento se basa en el Efecto Seebeck y los termómetros de resistencia.

Los termómetros de resistencia basan su funcionamiento en el hecho de que la resistividad de un material varía con la temperatura. En algunos casos pequeñas variaciones de temperatura suponen grandes cambios en el valor de la resistividad. En estos termómetros, al igual que en los termopares, la temperatura se mide eléctricamente. Dentro de los termómetros de resistencia, podemos distinguir dos grandes grupos:

Metálicos. Su resistividad **aumenta** con la temperatura. El platino es el metal más utilizado en la construcción de termómetros.

Termistores. Se fabrican con mezclas de distintos óxidos metálicos y tienen propiedades eléctricas similares a los semiconductores. Al contrario de lo que ocurre con los metales la resistividad **disminuye** con la temperatura. En un rango limitado de temperaturas, la variación de la resistencia con la temperatura es una exponencial. Son utilizables desde cero a unos pocos cientos de grados centígrados puesto que sus resistencias se hacen demasiado altas a bajas temperaturas para ser utilizables.



## CONDENSADOR DE PLACAS PARALELAS

### Objetivos

Medida del campo eléctrico entre dos placas paralelas cargadas. Estudiar cómo varía en función de la distancia entre las placas y del voltaje aplicado a las placas.

### Material

- Placas metálicas
- Medidor de campos eléctricos
- Fuente de alimentación 220 V AC
- 2 polímetros digitales
- Cables de conexión
- Regla graduada

### Teoría

El campo eléctrico  $\vec{E}$  entre dos placas paralelas viene dado por el gradiente de una función escalar  $\phi$

$$\vec{E} = -\nabla\phi \quad (1)$$

Si las placas están orientadas según el plano  $y$ - $z$ , el campo eléctrico es aproximadamente paralelo al eje  $x$  y la Ec. 1 puede escribirse

$$\vec{E} = -\frac{d\phi}{dx}\vec{u}_x \quad (2)$$

que, debido a la uniformidad del campo eléctrico  $\vec{E}$ , queda

$$|\vec{E}| = -\frac{\phi_1 - \phi_0}{x_1 - x_0} = \frac{V}{d} \quad (3)$$

donde  $V$  es el voltaje entre las placas del condensador y  $d$  la distancia entre las placas.

### Procedimiento experimental

El dispositivo experimental es el que se muestra en la Fig. 1. Para la medida del campo eléctrico utilizaremos el medidor de campos eléctricos EFM con su salida conectada a un amperímetro.

El EFM permite seleccionar tres rangos en los que se pueden medir valores del campo eléctrico de hasta 1, 10 y 100 kV/m, respectivamente. Una vez seleccionado el rango de medida, la lectura que nos da el amperímetro se transforma en valores del campo eléctrico teniendo en cuenta que 1 mA se corresponde en cada caso a la máxima lectura del rango de

medida seleccionado. Si, por ejemplo, hemos seleccionado el rango de 10 kV/m y leemos en el amperímetro 0.5 mA; el valor del campo eléctrico medido en esas condiciones será  $0.5 \times 10 = 5 \text{ kV/m}$

En los Complementos a esta práctica se incluyen esquemas del EFM así como del panel frontal de la fuente de alimentación. Para seguir las indicaciones que a continuación se dan del montaje experimental, es aconsejable tener a la vista dichos esquemas.

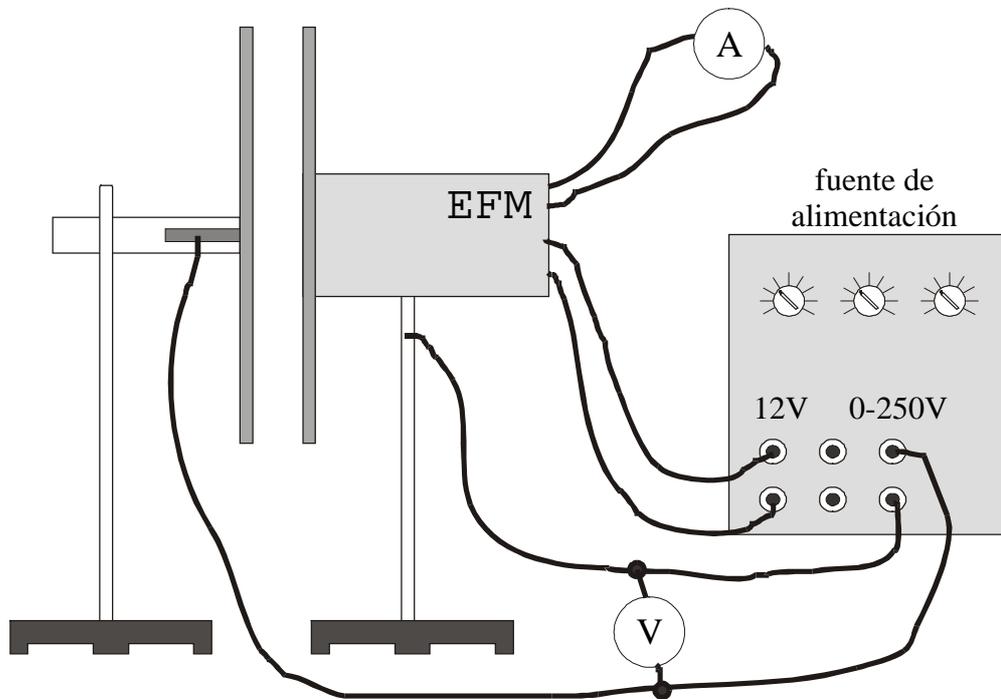


Figura 1. Montaje experimental para la medida del campo eléctrico entre las placas.

## Conexiones

1. El EFM requiere para su funcionamiento un voltaje entre 11 y 14 V DC que se los suministrará la fuente de alimentación, para lo cual has de conectar la salida 2 de la fuente a la salida 4 del EFM.
2. Conecta un amperímetro a la salida 2 del EFM.
3. Para establecer un campo eléctrico entre las placas han de conectarse estas (por dos puntos situados en los soportes) a la salida 4 de la fuente de alimentación. Conecta también un voltímetro a las placas y con el botón 10 de la fuente ajusta la tensión al valor deseado.

Una vez efectuadas las conexiones avisa al profesor para que revise el montaje antes de conectarlo a la red.

## Test de funcionamiento

Con el equipo de medida conectado a la red, comprueba el correcto funcionamiento del EFM, para lo cual:

4. Enciende el medidor pulsando el botón 5; el electrodo de medida empezará a rotar.

5. Selecciona la escala de mayor sensibilidad del instrumento, 1 kV/m, (botón 7.1) y coloca la tapa protectora sobre la cabeza de medida 8.
6. Pulsando el botón de test 6 se ha de leer en el amperímetro un valor en el intervalo de 0.4 a 0.6 mA.

### Ajuste del cero

El siguiente paso, previo a la realización de cualquier medida, consistirá en el ajuste del cero puesto que, aun cuando no actúe ningún campo eléctrico sobre el electrodo de medida, el miliamperímetro puede dar una lectura distinta de cero. Para ello elegimos la escala más sensible (7.1) y en ausencia de campo aplicado ( es decir, con  $V = 0$ ) y con las dos placas juntas ( $d = 0$ ) ajustamos a cero la lectura del amperímetro actuando sobre el botón 3 del EFM.

Una vez comprobado el correcto funcionamiento del sistema y realizado el ajuste del cero, estarás en condiciones de realizar los siguientes experimentos:

### ***Experimento 1: Variación del campo eléctrico con el voltaje aplicado a las placas***

1. Sitúa las placas a una distancia  $d = 5$  cm.
2. Varía el voltaje aplicado. Empieza aplicando unos 50 V y ve subiendo a saltos de aproximadamente 20 V hasta tener 10 valores en el rango de 0 a 250 V (ten en cuenta que deberás cambiar a la escala de 10 kV/m cuando la lectura del amperímetro llegue a 1 mA)
3. Anota en la Tabla 1 los valores del voltaje aplicado y las lecturas del amperímetro. Anota también la escala del EFM que has utilizado y el valor del campo eléctrico  $E$ .

### ***Experimento 2: Variación del campo eléctrico con la distancia entre las placas***

1. Fija el voltaje aplicado a las placas en unos 220 V.
2. Toma lecturas del amperímetro para distintos valores de la distancia entre las placas. Hazlo para 5 valores entre 5 y 10 cm.

**ATENCIÓN:** Para medir las distancias apaga previamente la fuente; si tocas las dos placas al mismo tiempo puedes recibir una fuerte descarga.

### Análisis

1. Representa los valores medidos del campo eléctrico frente al voltaje aplicado. Realiza un ajuste por mínimos cuadrados. ¿Cuál debería ser el valor de la pendiente del ajuste?, ¿qué valor obtienes?, ¿es compatible el valor obtenido con el valor esperado? Justifica brevemente tu respuesta.
2. Representa gráficamente  $E$  en función del inverso de la distancia entre las placas y ajústalo por mínimos cuadrados, ¿qué pendiente obtienes?, ¿qué valor esperabas obtener?, ¿son compatibles? Justifica brevemente tu respuesta.



Nombre y Apellidos .....Fecha: .....

**Tabla 1:** Variación del campo eléctrico con el voltaje aplicado.

Distancia entre placas, $d = 5\text{cm}$				
Medida	Voltaje (V)	$I$ (mA)	Escala (kV/m)	$E$ (V/m)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Ecuación del ajuste $E$ vs. $V$	Incertidumbre en la pendiente	$p \pm \Delta p$

- ¿Es compatible el valor obtenido para la pendiente con el valor esperado? Justifica brevemente tu respuesta

**Tabla 2:** Variación del campo eléctrico con la distancia entre placas.

Voltaje aplicado a las placas, $V = \dots\dots\dots$				
Medida	distancia (m)	$I$ (mA)	Escala (kV/m)	$E$ (V/m)
1	0.05			
2	0.06			
3	0.07			
4	0.08			
5	0.09			

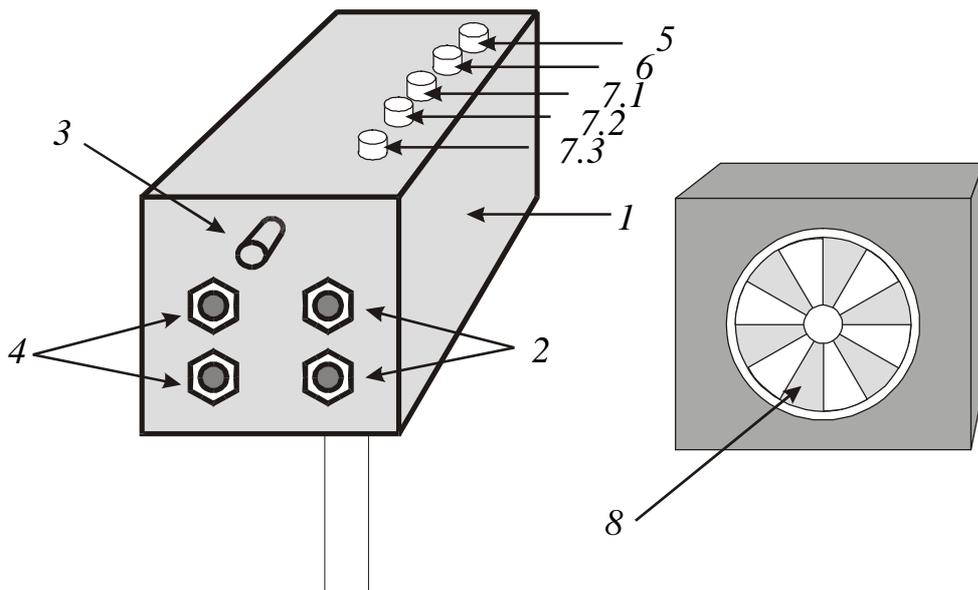
Ecuación del ajuste $E$ vs. $1/d$	Incertidumbre en la pendiente	$p \pm \Delta p$

- ¿Es compatible el valor obtenido para la pendiente con el valor esperado? Justifica brevemente tu respuesta

## Complementos

### Medidor de campos eléctricos EFM

Para la realización de la práctica, se utiliza un medidor de campos eléctricos (Electric Field Meter) que para abreviar llamaremos EFM. Este dispositivo permite medir el campo eléctrico entre dos placas paralelas mediante una cabeza de medida que va situada en el centro de una de las placas. El EFM tiene los siguientes controles y elementos funcionales (ver figura)

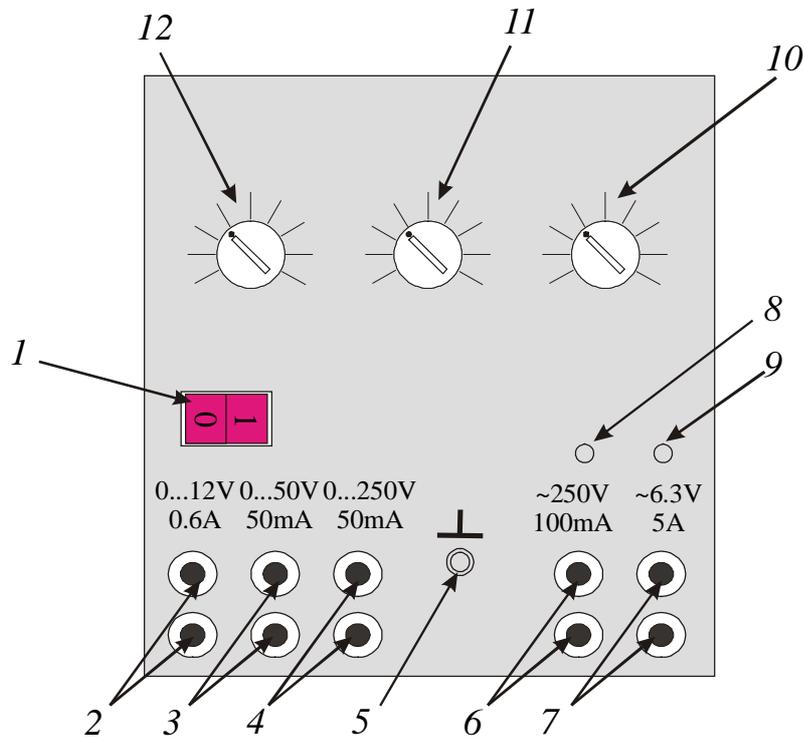


1. Caja metálica provista de un agujero transversal donde se enrosca un vástago que sirve de soporte del EFM y a su vez hace de tierra.
2. Salidas. Permiten conectar la salida (el "output") del EFM a un amperímetro donde se visualiza el valor del campo medido.
3. Botón giratorio que se emplea para ajustar el cero del EFM.
4. Entradas "11...14 V": Sirven para la alimentación del EFM que necesita para su correcto funcionamiento un voltaje de entre 11 y 14 V DC.
5. Botón de encendido del EFM
6. Botón de prueba: Se emplea para comprobar el correcto funcionamiento del EFM después de encendido.
7. Botones de rango de medida: Sirven para seleccionar el rango de medida. Dependiendo del voltaje aplicado a las placas, se seleccionará una de las escalas pulsando el correspondiente botón:
  - 7.1.1. 1 kV/m
  - 7.1.2. 10 kV/m
  - 7.1.3. 100 kV/m
8. Cabeza de medida: Consiste en un electrodo de medida formado por seis sectores iguales y situados simétricamente, un electrodo auxiliar para el ajuste del cero y un volante con seis aberturas recortadas de forma adecuada. La tapa sirve para proteger el

sistema cuando no está en uso y puede utilizarse también para apantallar la cabeza de medida cuando se ajusta el cero.

## Fuente de alimentación

En la figura se muestra la placa frontal de la fuente de alimentación que se utilizará en esta práctica. Cada uno de los elementos funcionales y de mando están numerados y las explicaciones se dan a continuación



1. Interruptor de red con lámpara de control
2. Salida "0...12 V— / 0.6 A": Para la toma de la tensión continua ajustada con el botón 12.
3. Salida "0...50 V— / 50 mA": Para la toma de la tensión continua ajustada con el botón 11.
4. Salida "0...250 V— / 50 mA": Para la toma de la corriente continua ajustada con el botón 10.
5. Borne de tierra: Este borne se halla unido a la masa de la caja y mediante el cable de conexión, a la tierra de la red alterna.
6. Salida "250 V— / max. 100 mA": Para la toma de la corriente continua fija.
7. Salida "6.3 V~/ max. 5 A". Para la toma de una tensión alterna fija.
8. Interruptor de sobrecarga 0.2 A. De reacción térmica para protección de la salida 6
9. Interruptor de sobrecarga 10 A de reacción térmica para la protección de la salida 7
10. Botón de mando con escala para ajustar la tensión en la salida 4
11. Botón de mando con escala para ajustar la tensión en la salida 3
12. Botón de mando con escala para ajustar la tensión en la salida 2

## TRAZADO DE LÍNEAS EQUIPOTENCIALES

### Objetivos

Estudiar las distribuciones de líneas equipotenciales y de campo eléctrico para diversas configuraciones de conductores. Determinar los valores de R y C para distintas geometrías.

### Material

- Electrodo metálicos de distinta geometría
- Hojas de papel carbón
- Sistema de sujeción (rejilla metálica, placa de plástico y soportes)
- Fuente de alimentación 10V DC
- Cables de conexión y pinzas tipo cocodrilo
- Polímetro y puntas de prueba
- Calibre

### Teoría

Al aplicar una diferencia de potencial constante  $\Delta\phi$  entre dos conductores situados en un medio de conductividad  $\sigma$  se establece una corriente. De acuerdo con la Ley de Ohm,

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (1)$$

siendo  $\vec{J}$  la densidad de corriente y  $\vec{E}$  el campo eléctrico. En medios lineales, homogéneos e isotrópicos  $\sigma$  es una constante y la corriente tiene la misma dirección y sentido que el campo eléctrico que la produce.

Dado que el campo eléctrico se puede definir como el gradiente del potencial,

$$\vec{E} = -\nabla\phi \quad (2)$$

la distribución de las superficies equipotenciales nos permite conocer tanto la dirección del campo, perpendicular a las superficies equipotenciales, como su sentido, dirigido hacia potenciales decrecientes.

Cualquier configuración de dos conductores presenta una capacidad  $C$  y una resistencia  $R$  que dependen de las propiedades del medio (constante dieléctrica,  $\epsilon$ , y conductividad,  $\sigma$ ) y de las características geométricas de la configuración siendo,

$$C = \epsilon \cdot f \quad \text{y} \quad \frac{1}{R} = \sigma \cdot f \quad (3)$$

donde  $f = \frac{\oiint \vec{E} \cdot d\vec{s}}{\int \vec{E} \cdot d\vec{r}}$  es un término geométrico con dimensiones de longitud. De manera que la capacidad y la resistencia del sistema están relacionadas por

$$RC = \frac{\varepsilon}{\sigma} \quad (4)$$

donde la dependencia geométrica se ha cancelado.

En los experimentos que vamos a realizar se utilizan configuraciones de electrodos en 2 dimensiones. Al establecer una diferencia de potencial entre los dos conductores se crea una corriente superficial normal en cada punto a las líneas equipotenciales. En 2 dimensiones el factor geométrico  $f$  es adimensional, porque en el numerador el término del flujo se calcula en una línea que encierre a uno de los electrodos (y no en una superficie como en el caso de 3 dimensiones). En este caso, tenemos que

$$RC = \frac{\varepsilon_{2D}}{\sigma_{2D}} \quad (5)$$

donde  $\varepsilon_{2D}$  y  $\sigma_{2D}$  son la constante dieléctrica y conductividad superficial del medio, respectivamente. Conviene tener en cuenta que sus unidades son F y  $\Omega^{-1}$  mientras que  $\varepsilon$  y  $\sigma$  se miden en  $F \cdot m^{-1}$  y  $\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ .

## Procedimiento experimental

Para la realización de este experimento, como medio débilmente conductor, se emplean hojas de papel carbón que presentan una resistividad superficial elevada pero finita. Los electrodos son piezas metálicas de diferente geometría conectadas a una fuente de tensión continua. Las líneas equipotenciales se obtienen midiendo directamente sobre el papel carbón con un voltímetro. Las configuraciones de electrodos que se analizan son las siguientes:

- **Electrodos circulares concéntricos.** Como electrodo exterior la pieza con forma de anillo y como interior la pieza circular de 1 cm de diámetro.
- **Electrodos circulares separados una distancia  $d$ .** Utiliza los dos electrodos cilíndricos situados lo más alejados posible.
- **Placas rectangulares paralelas de dimensión finita.** Utiliza los electrodos prismáticos situándolos lo más alejados posible.

Para realizar el montaje experimental que se muestra en la Fig. 2, los pasos a seguir son:

1. Coloca la placa de plástico transparente sobre la rejilla, centrándola entre los soportes, y sitúa sobre ella una lámina de papel carbón.
2. Selecciona los electrodos metálicos que vas a utilizar y una vez colocados sobre el papel carbón en la configuración deseada, fíjalos apretando suavemente los tornillos.
3. Con un lápiz marca sobre el papel carbón el contorno de los electrodos, extrae la hoja y rellena con el lápiz la superficie ocupada por los electrodos.

4. Vuelve a colocar la hoja de papel carbón en su posición original y fíjala de nuevo con los electrodos, asegurando una presión uniforme sobre el papel.
5. Conecta los electrodos a la fuente de alimentación mediante dos pinzas de cocodrilo.

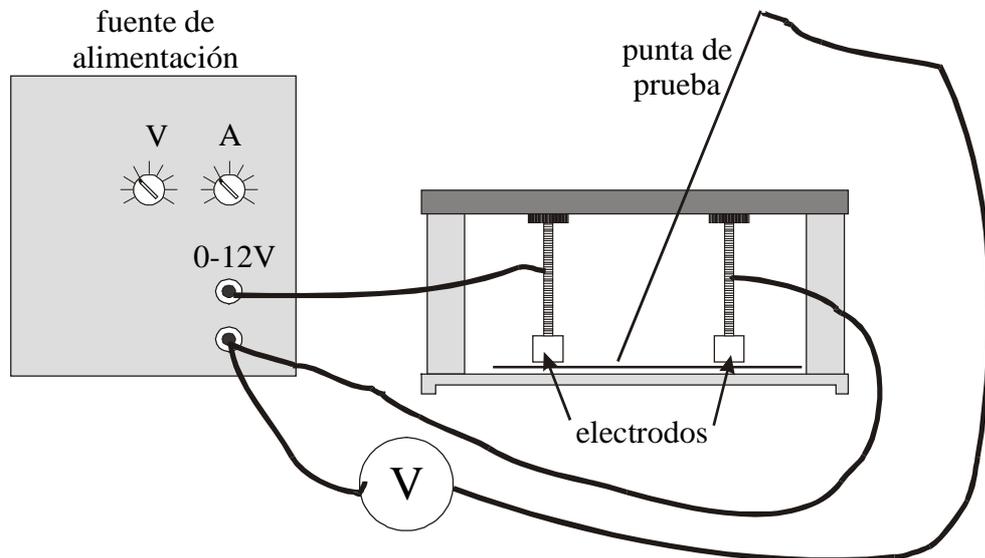


Figura 2. Montaje experimental

### **Experimento 1: Trazado de las líneas equipotenciales**

1. Selecciona en el polímetro el modo voltímetro en continua.
2. Conecta el borne negativo del voltímetro al electrodo negativo. En el borne positivo conecta una punta de prueba. La diferencia de potencial entre el electrodo de referencia (electrodo negativo) y un punto cualquiera sobre el papel carbón se medirá tocando ese punto directamente con la punta de prueba.

**ATENCIÓN:** una vez efectuadas las conexiones, avisa al profesor para que revise el montaje antes de conectarlo a la red.

3. Enciende la fuente de alimentación y establece una diferencia de potencial de unos 10 V entre los electrodos.
4. Para determinar las líneas equipotenciales tocando sobre el papel carbón con la punta de prueba, busca puntos de potencial constante (unos 7 por línea) y márcalos con un lápiz de punta fina. Repite las medidas para distintas líneas equipotenciales (1, 3, 5, 7, 9 V). No te limites a la zona central, toma puntos también en las zonas próximas a los bordes de los electrodos.

### **Experimento 2: Determinación de R y C**

1. Para medir la resistencia  $R$  de esa configuración de electrodos, desconecta los cables de la fuente de alimentación y del polímetro y configura este para la medida de resistencias. Mide la resistencia entre los electrodos. Anota el valor medido y sus unidades en la Tabla 1.

2. Para medir la capacidad  $C$ , vuelve a desconectar los cables del polímetro y ajústalo para la medida de capacidades. Antes de realizar la medida, debes tener en cuenta que este sistema puede haber almacenado carga y por tanto deberás descargarlo conectando entre si los dos electrodos y esperando un par de segundos. Una vez descargado mide su capacidad con el polímetro y anota el valor obtenido y sus unidades en la Tabla 1.

Una vez realizadas las medidas correspondientes al Experimento1 y Experimento2 para una configuración de electrodos, extrae el papel carbón y traza suavemente con el lápiz las líneas equipotenciales indicando la diferencia de potencial correspondiente a cada una de ellas. Cambia la configuración de electrodos y repite las medidas.

## Análisis

1. Calca las líneas equipotenciales sobre un papel blanco y traza las líneas de campo.
2. Compara cada distribución de líneas equipotenciales con los casos ideales: condensador plano de placas infinitas, condensador cilíndrico infinito y dipolo formado por cargas lineales infinitas. Indica las similitudes y diferencias que observas en cada caso.
3. El potencial en el exterior de un cilindro conductor de longitud infinita es proporcional a  $\log\left(\frac{1}{\rho}\right)$ , siendo  $\rho$  la distancia radial al eje del cilindro. Considera la distribución de líneas equipotenciales de la configuración de electrodos circulares concéntricos, mide los radios de las diferentes líneas equipotenciales y representa gráficamente la diferencia de potencial frente al logaritmo del radio. Ajusta los puntos a una recta mediante el método de los mínimos cuadrados.
4. Calcula el producto  $RC$  para las tres configuraciones de electrodos. Calcula su valor medio y su desviación típica de  $RC$ .
5. A partir de la expresión  $f = \frac{2\pi}{\ln(b/a)}$  siendo  $b$  y  $a$  los radios mayor y menor, respectivamente, calcula el valor de  $f$  para la configuración de electrodos circulares concéntricos y con los valores de  $R$  y  $C$  medidos determina el valor de las constantes  $\epsilon_{2D}$  y  $\sigma_{2D}$  para el papel carbón.

Nombre y Apellidos .....Fecha: .....

**Tabla 1:** Resistencias y capacidades.

Configuración	1	2	3		
$R$ ( )					
$C$ ( )				$RC_{\text{medio}}$	$\Delta(RC)$
$RC$ ( )					

**Tabla 2:** Electrodo circular concéntrico. Voltaje en función de la distancia radial.

Potencial (V)						
$\rho$ (mm)						
Log [ $\rho$ (mm)]						

Electrodos circulares concéntricos	Papel carbón	
Valor de $f$	$\epsilon_{2D}$	$\sigma_{2D}$

## Cuestiones

- Para otra configuración cualquiera, distinta de formada por dos conductores circulares concéntricos, ¿cómo obtendrías el valor de  $C$  conocido el valor de  $R$ ?
- Determina el valor del factor geométrico  $f$  para las otras dos configuraciones de electrodos a partir de los valores medidos de  $R$  y  $C$  y de los valores de  $\epsilon_{2D}$  y  $\sigma_{2D}$  obtenidos en el apartado anterior.

<b>Configuración</b>	<b>Factor geométrico <math>f</math></b>
Electrodos circulares separados una distancia $d$	
Placas rectangulares paralelas de dimensión finita	

3. Determina el error relativo que se comete al tomar para los dos electrodos rectangulares el valor del condensador de placas planas infinitas  $f = l/d$ .

## CIRCUITO RC

### Objetivos

Estudiar el proceso de carga de un condensador. Determinación de las constantes de tiempo características del circuito. Propiedades básicas de un circuito RC

### Material

- Resistencias y condensadores
- Fuente de alimentación 9 V DC
- Cajas de conexiones y cables
- Polímetros
- Cronómetro

### Teoría

Cuando un condensador inicialmente descargado se conecta a una diferencia de potencial  $V$  adquiere una carga  $q$  dada por

$$q = C \cdot V \quad (1)$$

donde  $C$  es la capacidad del condensador.

En un circuito RC, es decir, un condensador conectado en serie con una resistencia a los terminales de una fuente de alimentación de corriente continua, como se muestra en la Fig. 1, este proceso de carga no es instantáneo; se requiere un cierto tiempo para que el condensador acumule su carga máxima  $q_{\max} = C \cdot V$ . En un instante  $t$  cualquiera del proceso tendremos:

$$V = I \cdot R + \frac{q}{C} \quad (2)$$

siendo  $I$  la intensidad de corriente en el circuito y  $q$  la carga acumulada en el condensador.

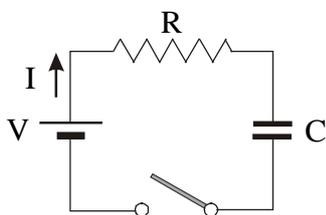


Figura 1. Esquema de un circuito RC.

Para conocer cómo varía con el tiempo la intensidad de corriente en el circuito derivamos la Ec. 2 teniendo en cuenta que

$$\frac{dV}{dt} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} = I$$

obteniendo de este modo

$$0 = \frac{dI}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} I \quad (3)$$

Si reagrupamos los términos en  $I$  e integramos la Ec. 3 entre el instante  $t = 0$  en que se cierra el circuito y un instante  $t$  cualquiera obtendremos

$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{1}{RC} t\right) \quad (4)$$

donde

$$I_0 = I(t = 0) = \frac{V}{R}$$

De la Ec. 4 se deduce que al cabo de un tiempo  $t = R \cdot C$  la corriente ha disminuido  $\frac{1}{e}$  de su valor inicial. El producto  $R \cdot C$  se llama constante de tiempo,  $\tau$ , o tiempo de relajación del circuito.

Sean  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$  las intensidades medidas a los tiempos  $t_1, t_2, \dots, t_n$  tales que  $t_2 = t_1 + \Delta t, t_3 = t_2 + \Delta t, \dots, t_n = t_{n-1} + \Delta t$ . Teniendo en cuenta la Ec. 4 se deduce inmediatamente que el cociente entre las intensidades medidas a intervalos regulares de tiempo es constante; es decir, mientras se carga el condensador la intensidad que recorre el circuito disminuye en progresión geométrica:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{I_3}{I_2} = \dots = \frac{I_n}{I_{n-1}} = \exp\left[-\frac{\Delta t}{\tau}\right] \quad (5)$$

Por otra parte el voltaje entre los bornes del condensador en un instante  $t$  cualquiera es

$$V_c = \frac{q}{C} = \frac{\int I dt}{C}$$

y sustituyendo  $I$  por el valor obtenido en Ec.4 e integrando se sigue que  $V_c$  varía con el tiempo de la forma:

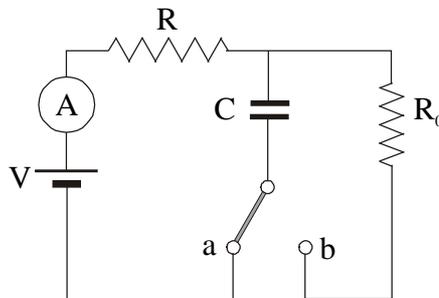
$$V_c = V \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right) \right] \quad (6)$$

y por tanto la carga  $Q$  en el condensador viene dada por:

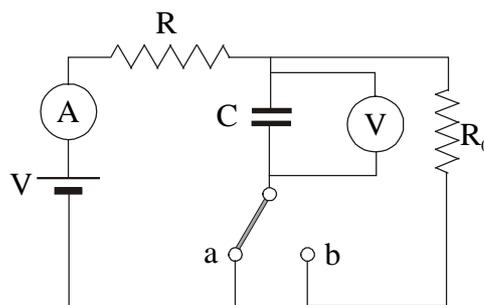
$$Q(t) = V \cdot C \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right) \right] \quad (7)$$

## Procedimiento experimental

Estudiaremos el proceso de carga del condensador desde el punto de vista del circuito; siguiendo la variación de la intensidad de corriente y desde el punto de vista del propio condensador, siguiendo la variación del voltaje entre bornes. Los esquemas de los circuitos se muestran en las figuras siguientes. Para seguir la variación de intensidad en el circuito se ha conectado un amperímetro (Fig. 2) y para seguir la variación de voltaje entre los bornes del condensador deberás conectar un voltímetro, como se indica en la Fig. 3.



**Figura 2.** Circuito para medir la variación de intensidad en el circuito.



**Figura 3.** Circuito para medir el voltaje entre los bornes del condensador.

## Adquisición de datos

### **Experimento 1: Variación de la intensidad durante el proceso de carga**

1. Estudia el circuito de la Fig. 2. Ten en cuenta que cuando el interruptor está en la posición **a** el condensador se carga a través de la resistencia  $R$  y del amperímetro. Cuando el interruptor está en la posición **b** el condensador se descarga a través de la resistencia  $R_0$ .
2. Conecta el circuito con  $R_0 = 100 \Omega$ ,  $R = 2.2 \text{ M}\Omega$ ,  $C = 4.7 \mu\text{F}$  y la fuente de alimentación en la posición 9 V. Asegúrate de que durante el montaje el interruptor se encuentra en la posición **b** es decir, que la tensión no está aplicada al condensador. Elige la escala de 200  $\mu\text{A}$  en el amperímetro.
3. Cierra el circuito pasando el interruptor a la posición **a** y toma lecturas de la intensidad cada 10 s ( $\Delta t = 10 \text{ s}$ ). La primera lectura en el instante  $t = 0$  en que se cierra el circuito. Anota las medidas en la Tabla 1.
4. Una vez finalizado el proceso de carga, deberás descargar el condensador pasando el interruptor a la posición **b** y manteniéndolo en esa posición durante unos segundos.

### **Experimento 2: Variación del voltaje entre bornes del condensador**

1. Cambia la resistencia  $R_0$  de 100  $\Omega$  por una de 2.2  $\text{M}\Omega$ .
2. Con el interruptor en la posición **b**, conecta el voltímetro. Selecciona la escala 20 V DC
3. Cierra el circuito pasando el interruptor a la posición **a**. Durante el tiempo necesario para conseguir cargar el condensador toma, a intervalos regulares (cada 10 segundos) lecturas del voltímetro.
4. Una vez cargado el condensador, descárgalo pasando el interruptor a la posición **b**.
5. Anota los valores de voltaje en la Tabla 2.

### **Experimento 3: Dependencia con C**

Para estudiar cómo varía el proceso de carga con la capacidad del condensador se utiliza el mismo circuito del experimento 1 pero con distintos condensadores repitiendo las medidas de intensidad para cada condensador: 16  $\mu\text{F}$  ( $\Delta t = 20 \text{ s}$ ), 32  $\mu\text{F}$  ( $\Delta t = 40 \text{ s}$ ), y 64  $\mu\text{F}$  ( $\Delta t = 60 \text{ s}$ ). Anota los resultados en la Tabla 3.

### **Experimento 4: Dependencia con R**

Con el mismo montaje del caso anterior, varía ahora los valores de la resistencia  $R$  ( $R = 4.4 \text{ M}\Omega$ ,  $8.8 \text{ M}\Omega$ ) manteniendo  $V = 9 \text{ V}$  y  $C = 4.7 \mu\text{F}$ . Anota en la Tabla 4 los valores de la intensidad medidos a intervalos 10 s .

## Análisis

1. Con las lecturas del amperímetro representa los valores de intensidad en función del tiempo durante el proceso de carga del condensador.
2. Determina la constante de tiempo del circuito. Para ello toma valores de la intensidad medidos a intervalos regulares de tiempo y utilizando la propiedad dada por Ec. 5 calcula los cinco valores de la constante de tiempo. Calcula el valor medio y la desviación típica.
3. Linealiza la Ec. 4 y elabora la gráfica adecuada para el caso  $R = 2.2 \text{ M}\Omega$  y  $C = 4.7 \text{ }\mu\text{F}$  y obtén mediante un ajuste por mínimos cuadrados el valor de la constante de tiempo.
4. Con los datos obtenidos en el Experimento 2 representa gráficamente la carga almacenada en el condensador en función del tiempo.
5. Representa gráficamente la intensidad en función del tiempo para distintos valores de  $C$ .
6. Representa gráficamente la intensidad en función del tiempo para distintos valores de  $R$ .



Nombre y Apellidos .....Fecha: .....

**Tabla 1:** Lecturas del amperímetro.

$V_{\text{fuente}} = 9 \text{ V}$ $R = 2.2 \text{ M}\Omega$ $C = 4.7\mu\text{F}$						
<b>Medida</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>Tiempo <math>t</math> ( )</b>						
<b>Intensidad <math>I</math> ( )</b>						

Determinación de la constante de tiempo.

<b>medida</b>	<b>Constante de tiempo <math>\tau</math> ( )</b>
<b>1</b>	
<b>2</b>	
<b>3</b>	
<b>4</b>	
<b>5</b>	
<b>Valor medio <math>\tau</math> ( )</b>	
<b><math>\Delta\tau</math> ( )</b>	

Ecuación 4 linealizada	Ecuación de la recta de ajuste	$\tau \pm \Delta\tau$

**Tabla 2:** Lecturas del voltímetro.

$V_{\text{fuente}} = 9 \text{ V}$ $R = 2.2 \text{ M}\Omega$ $C = 4.7\mu\text{F}$						
<b>Medida</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>Tiempo <math>t</math> ( )</b>						
<b>Voltaje <math>V</math> ( )</b>						

**Tabla 3:** Dependencia con  $C$ .

$V_{\text{fuente}} = 9 \text{ V}$		$R = 2.2 \text{ M}\Omega$					
Medida	1	2	3	4	5	6	
$t ( )$							$C = 4.7\mu\text{F}$
$I ( )$							
$t ( )$							$C = 16\mu\text{F}$
$I ( )$							
$t ( )$							$C = 32\mu\text{F}$
$I ( )$							
$t ( )$							$C = 64\mu\text{F}$
$I ( )$							

**Tabla 4:** dependencia con  $R$

$V_{\text{fuente}} = 9$		$C = 4.7\mu\text{F}$					
Medida	1	2	3	4	5	6	
$t ( )$							$R=2.2\text{M}\Omega$
$I ( )$							
$t ( )$							$R=4.4\text{M}\Omega$
$I ( )$							
$t ( )$							$R=8.8\text{M}\Omega$
$I ( )$							

## Cuestiones

- Utilizando el análisis dimensional comprueba que el producto  $RC$  tiene dimensiones de tiempo.
- Compara los dos valores de la constante de tiempo obtenidos en el Experimento 1 con el valor esperado  $\tau = R \cdot C$ , ¿qué método consideras más adecuado para calcular  $\tau$ ? Justifica la respuesta.

3. ¿Cuál sería la constante de tiempo si en lugar de una resistencia  $R = 2.2 \text{ M}\Omega$  hubiéramos utilizado una de  $R = 2.2 \text{ k}\Omega$ ? Explica qué dificultades podrías encontrar para tomar los datos en ese caso.
  
4. ¿Cuál sería la corriente máxima que circularía por el circuito en caso de que la resistencia de  $2.2 \text{ M}\Omega$  se sustituyera por una de  $2.2 \text{ k}\Omega$ ?
  
5. ¿A qué valor tiende el voltaje cuando  $t$  se hace muy grande?
  
6. En el instante en que se cierra el circuito para cargar el condensador, ¿cuál es la resistencia efectiva del condensador?, ¿cuál es la resistencia efectiva del condensador cuando está completamente cargado?
  
7. Para ser rigurosos en nuestros cálculos deberíamos haber incluido la resistencia del amperímetro, ¿por qué la hemos despreciado?
  
8. Si la resistencia  $R$  se desconecta del circuito y se cierra este para cargar el condensador es posible que el amperímetro resulte dañado. Explícalo
  
9. Si la resistencia  $R$  se conecta en paralelo con el condensador en lugar de ir en serie, es posible que el amperímetro se estropee. Explícalo.
  
10. Basándote en tus observaciones en este experimento explica cómo un condensador puede llegar a ser un conductor cuando se conecta a una fuente de alimentación de corriente alterna.



# INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

## Objetivos

Comprobar la ley de inducción electromagnética o ley de Faraday.

## Material

- Generador de funciones
- Bobina de 0.750 m y 485 vueltas/m
- Bobinas de diferente diámetro y número de espiras
- Amperímetro
- Voltímetro

## Teoría

La ley de Faraday establece la posibilidad de generar una corriente eléctrica a partir de un campo magnético variable. Así, la fuerza electromotriz inducida (f.e.m.) en un circuito es igual a la variación del flujo magnético  $\Phi$  por unidad de tiempo:

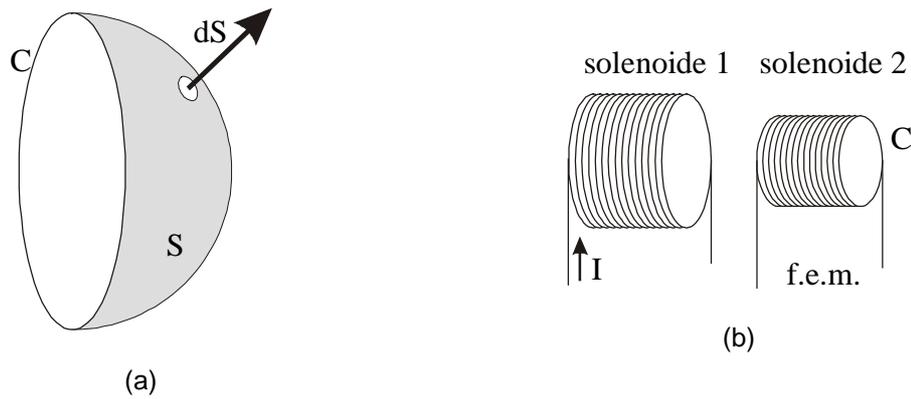
$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1)$$

donde el signo "-" indica que el sentido de la corriente inducida se opone siempre a la causa que la ha producido, esto se conoce como ley de Lenz.

El flujo magnético  $\Phi$  a través del circuito C de la Fig. 1 se obtiene a partir de la integral del campo de inducción magnética  $\vec{B}$  extendida a cualquier superficie S cuyo contorno sea C. Es decir,

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} \cdot ds \quad (2)$$

En la Fig. 2 se muestra una configuración de dos solenoides: el *solenoides-1*, o bobina primaria, por la cual circula una corriente variable que produce un campo  $\vec{B}$  variable, y el *solenoides-2* o bobina de inducción, como circuito C sobre el que se induce la fuerza electromotriz.



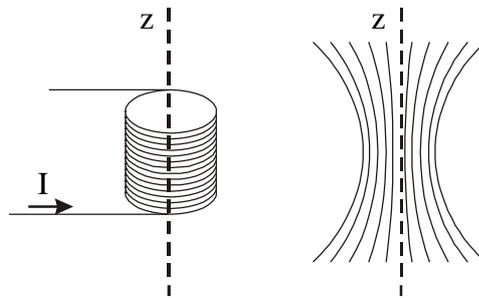
**Figura 1.** (a)Circuito C y superficie S. (b) Bobina generadora del campo y bobina de inducción.

El campo de inducción magnética creado por un solenoide infinito equivale al de una distribución continua de espiras cuyos centros se encuentran sobre el eje del solenoide. De acuerdo con la Ley de Ampere, el campo  $\vec{B}$  en el exterior es nulo y en su interior es uniforme y viene dado por

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot I \cdot n \cdot \hat{k} \tag{3}$$

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío,  $I$  es la intensidad de corriente que circula por el solenoide,  $n$  la densidad de espiras (número de espiras por unidad de longitud) y  $\hat{k}$  es el vector unitario en la dirección del eje del solenoide.

Si el solenoide es de longitud finita el campo magnético ya no está confinado en el interior y las líneas de campo se cierran por el exterior tal como se muestra en la Fig. 2.



**Figura 2.** Solenoide y sus líneas de campo magnético.

Si la longitud del solenoide es mucho mayor que su diámetro, las líneas de campo en el interior son prácticamente paralelas al eje y el campo en la zona central puede considerarse uniforme y aproximarse por el de un solenoide infinito, es decir

$$\vec{B} \approx \mu_0 \cdot I \cdot \frac{N_1}{L_1} \cdot \hat{k} \tag{4}$$

donde  $L_1$  es la longitud y  $N_1$  el número de espiras del *solenoides-1*.

El *solenoides-2* de  $N_2$  vueltas y sección  $S$ , situado longitudinalmente en el interior de la bobina primaria, equivale a  $N_2$  espiras circulares de área  $S$ . La integral de flujo sobre cada espira se calcula fácilmente si se toma como superficie de integración el círculo encerrado por la espira, ya que en este caso  $\vec{B}$  y  $\hat{n}$  son paralelos. El flujo total será:

$$\Phi = N_2 \cdot B \cdot S \quad (5)$$

Si por el *solenoides-1* circula una corriente variable de intensidad  $I$

$$I = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \delta) \quad (6)$$

el campo magnético varía con el tiempo de la forma

$$\vec{B}(t) \approx \mu_0 \cdot \frac{N_1}{L_1} \cdot I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \delta) \hat{k} \quad (7)$$

y se produce una variación temporal del flujo que atraviesa la bobina de inducción, dando lugar a una fuerza electromotriz inducida

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d}{dt}[N_2 \cdot B(t) \cdot S] = -N_2 \cdot S \cdot \frac{dB}{dt} \quad (8)$$

Sustituyendo la Ec. 7 en la ecuación anterior y derivando queda

$$\text{f.e.m.} = -N_2 \cdot S \cdot \mu_0 \cdot \frac{N_1}{L_1} \cdot I_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \delta) \quad (9)$$

## Procedimiento experimental

El montaje experimental es el que se muestra en la Fig. 4. Se utilizan dos bobinas, una de las cuales (bobina secundaria o de inducción) se sitúa en el interior de la bobina primaria ( $L_1 = 750$  mm y 485 vueltas/m). Mediante un generador de funciones se hace circular por la bobina primaria una corriente senoidal cuya intensidad se mide intercalando un amperímetro. La fuerza electromotriz inducida en la bobina secundaria se determina con ayuda de un voltímetro.

Conviene tener en cuenta que tanto el voltímetro como el amperímetro miden valores eficaces;  $I_{ef} = I/\sqrt{2}$ ,  $V_{ef} = V/\sqrt{2}$

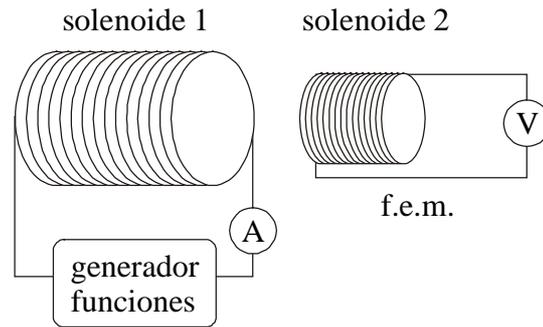


Figura 3. Montaje experimental. El solenoide 2 se introduce en el solenoide 1.

## Adquisición de datos

### ***Experimento 1: Voltaje inducido en función de la intensidad que recorre la bobina primaria***

1. Conecta los extremos de la bobina primaria a la salida del generador de funciones intercalando un amperímetro para medir la intensidad de corriente.
2. Toma la bobina de 300 espiras y 41 mm de diámetro, conecta un voltímetro a sus extremos y sitúala en el interior de la bobina primaria, aproximadamente en su parte central.
3. Selecciona en el generador de funciones una forma de onda senoidal y ajusta la frecuencia a 2 kHz y la intensidad a unos 50 mA.
4. Toma valores del voltaje inducido en la bobina de inducción al incrementar la intensidad a saltos de, aproximadamente, 50 mA. Anota los resultados en la Tabla 1.

### ***Experimento 2: Voltaje inducido en función de la frecuencia de la señal que recorre la bobina primaria***

1. Fija la intensidad en un valor de unos 50 mA e incrementa la frecuencia de la señal a saltos de 1 kHz (ten en cuenta que cada vez que varíes la frecuencia tendrás que ajustar la salida de la fuente para que la intensidad se mantenga en los 50 mA).
2. Anota los resultados en la Tabla 2.

### ***Experimento 3: Dependencia con los parámetros geométricos (diámetro y nº de espiras) de la bobina secundaria***

1. Selecciona las bobinas de 300 vueltas y diferentes diámetros (41, 33 y 26 mm). Fija la frecuencia de la señal en 5 kHz y la intensidad en 50 mA y anota las lecturas del voltímetro en la Tabla 3.
2. Selecciona las bobinas de 41 mm de diámetro y diferente número de vueltas (300, 200 y 100) y con los mismos valores de frecuencia e intensidad del caso anterior, anota en la Tabla 4 los valores del voltaje inducido en cada una de las bobinas.

### **Experimento 4: El transformador**

El dispositivo formado por dos bobinas o espiras que comparten sus flujos, se conoce como transformador.

1. Utiliza como bobinas secundarias las de 41 mm de diámetro y distinto número de espiras (300, 200 y 100).
2. Conecta un voltímetro a los extremos de la bobina primaria.
3. Ajusta en el generador una señal senoidal de frecuencia y amplitud constantes (5 kHz, 50 mA).
4. Mide las tensiones en el primario y en el secundario para las distintas bobinas. Anota los valores en la Tabla 5

### **Análisis**

1. Con los datos de la Tabla 1 representa gráficamente el voltaje inducido en función de la intensidad de corriente en la bobina primaria. Ajusta por mínimos cuadrados los puntos a una recta.
2. Con los datos de la Tabla 2 representa el voltaje en la bobina de inducción en función de la frecuencia en la señal en la bobina primaria. Ajusta por mínimos cuadrados los puntos a una recta.
3. Con los datos de voltaje inducido en función del diámetro de la espira secundaria, (Tabla 3) representa la Ec. 9, eligiendo adecuadamente las variables para obtener una gráfica lineal.
4. Con los datos de la Tabla 4 representa gráficamente el voltaje inducido como función del número de espiras de la bobina de inducción. Ajusta por mínimos cuadrados los puntos a una recta.
5. A partir de los valores de la pendiente calculada en los apartados 1 y 2, determina el valor de  $\mu_0$  en cada caso, calcula el valor medio y compáralo con el valor de la literatura.
6. Representa gráficamente  $V_2/V_1$  frente a  $N_2/N_1$ , esto nos da la razón de transformación del transformador.



Nombre y Apellidos .....Fecha: .....

**Tabla1 :** Voltaje inducido en función de la intensidad en la bobina primaria

$N_2 = 300$ <b>Diámetro = 41 mm</b> <b>Frecuencia = 2 kHz</b>		
Medida	Intensidad (mA)	Voltaje(V)
1		
2		
3		
4		
5		

**Tabla 2:** Voltaje inducido en función de la frecuencia

$N_2 = 300$ <b>Diámetro = 41 mm</b> <b>Intensidad = 50 mA</b>		
Medida	Frecuencia (kHz)	Voltaje(V)
1		
2		
3		
4		
5		

	Ecuación recta de ajuste	$\mu_0 \pm \Delta\mu_0$ (                    )	discrepancia %
$V$ frente a $I$			
$V$ frente a $f$			

**Tabla 3:** Voltaje inducido en función del diámetro.

$N_2 = 300$ $f = 5 \text{ kHz}$ $I = 50 \text{ mA}$	
diámetro (mm)	Voltaje(V)
41	
33	
26	

**Tabla 4:** Voltaje inducido en función del número de espiras.

$f = 5 \text{ kHz}$ diámetro = 41mm $I = 50 \text{ mA}$	
$N_2$	Voltaje(V)
300	
200	
100	

**Tabla 5:** El transformador.

$f = 5 \text{ kHz}$ diámetro = 41mm $I = 50 \text{ mA}$				
$N_2$	$N_2/N_1$	$V_2(V)$	$V_1(V)$	$V_2/V_1$
300				
200				
100				

- Razón de transformación: .....
- Indica de forma esquemática cómo construirías un transformador que duplique la tensión de la red ( $f = 50\text{-}60 \text{ Hz}$ ) y otro que la reduzca en un factor tres.

## Complementos

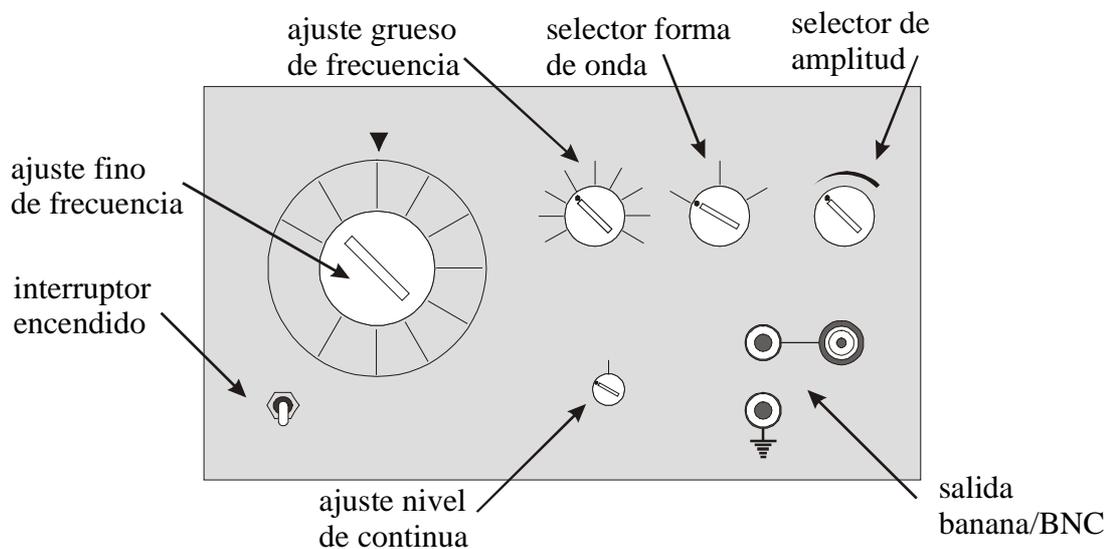
### Generador de funciones

Es un dispositivo que permite generar señales con determinadas características de forma, amplitud, frecuencia, etc. Es decir se entiende por generador de funciones un generador de tensión que permite una selección de distintas formas de onda en su salida, con frecuencias seleccionables en una gama bastante amplia. Las formas de onda más usuales son sinusoidales, triangulares o cuadradas. Pueden ofrecer además, la posibilidad de una variación continua y repetida de la frecuencia (barrido) y de una modulación.

Descripción de controles: Comentaremos algunos controles que en general presenta cualquier generador de funciones:

- **Selector de frecuencia:** Permite variar la frecuencia de la onda generada. Por lo general suele constar de un mando para el ajuste grueso y otro auxiliar que permite el ajuste fino.
- **Selector de amplitud:** Permite variar la amplitud de la tensión de la onda de salida entre unos límites especificados por el fabricante (0 y 5 voltios).
- **Selectores de forma de onda:** Permiten al usuario escoger entre las distintas formas de onda que puede generar el aparato.

Un generador típico utilizado en el laboratorio es el que se muestra en la figura donde se indican los controles más importantes del mismo.





## RADIATIVIDAD

### Objetivo

Comprobación de la disminución de la intensidad de la radiación con la distancia y su atenuación en medios materiales.

### Material

- Tubo detector de desintegraciones, Geiger-Müller
- Contador digital de impulsos
- Muestra radiactiva  $^{226}\text{Ra}$
- Cronómetro
- Láminas de aluminio y plomo de distintos espesores
- Regla graduada

### Teoría

Las sustancias radiactivas se desintegran siguiendo una ley de tipo exponencial. El número de átomos presentes en una muestra para un tiempo  $t$  determinado,  $N(t)$ , se puede expresar de la siguiente manera.

$$N(t) = N_0 \exp(-kt) \quad (1)$$

siendo  $N_0$  el número de átomos iniciales y  $k$  una constante característica de cada sustancia radiactiva, llamada constante de desintegración.

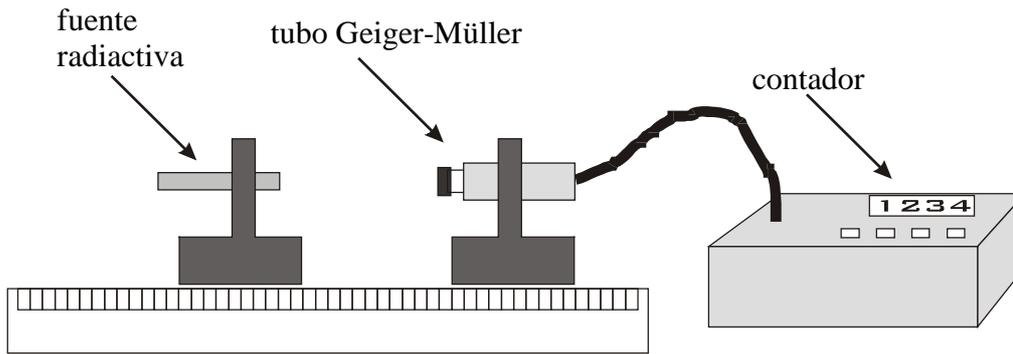
Las radiaciones emitidas por la materia tienen diferentes alcances según el tipo de radiación y también según el medio material interpuesto entre el cuerpo emisor y el detector. En esta práctica vamos a estudiar por medio de un contador Geiger-Müller cómo varía con la distancia de alcance de la radiación así como su poder de penetración a través de dos tipos de blindajes, Al y Pb.

Antes de realizar cualquier medida debemos tener en cuenta que en la naturaleza existe una radiactividad ambiental de origen diverso, especialmente radiación cósmica, que se denomina radiación de fondo. Este fondo radiactivo se superpone a la radiación emitida por cualquier muestra radiactiva, por lo que es necesario conocer su valor para restarlo en cualquier cálculo posterior.

### Procedimiento experimental

El dispositivo experimental es el que se muestra en la Fig. 1. La muestra radiactiva la suministra el profesor en el momento de iniciar la práctica.

La muestra de  $^{226}\text{Ra}$  está protegida por una cápsula de aluminio y manipulándola correctamente no supone ningún riesgo para la salud.



**Figura 1.** Dispositivo experimental.

El tubo Geiger se conecta al contador de impulsos en cuya caja va incluida la fuente de alta tensión necesaria para su funcionamiento\*. El conteo se puede iniciar y detener manualmente, accionando los pulsadores START y STOP o realizar medidas durante periodos de muestreo fijos de 10 s.

La cápsula que contiene la muestra radiactiva se coloca sobre un soporte, justo enfrente de la ventana de mica del tubo Geiger. Dadas las características de esta cápsula la distancia real entre el detector y la muestra radiactiva se obtiene sumando 1 cm a la distancia entre los bordes de detector y la cápsula.

### **Experimento 1: Medida de la radiación de fondo**

1. Aleja lo máximo posible del detector todas las muestras radiactivas del laboratorio.
2. Enciende el contador de impulsos y selecciona el modo de operación para medidas de 10 s.
3. Realiza 40 medidas de 10 s y anota los valores obtenidos en la Tabla 1.

### **Experimento 2: Dependencia con la distancia entre fuente y detector**

1. Coloca la muestra radiactiva dejando un espacio de 1 cm entre los bordes del detector y la cápsula.
2. Selecciona en el contador el modo manual y registra el número de impulsos que se detectan en 5 minutos.
3. Aumenta la distancia en unos 0.5 cm y repite las medidas. Toma medidas para 4 valores de la distancia pero manteniéndote siempre por debajo de los 4 cm. Anota los resultados en la Tabla 2

### **Experimento 4: Atenuación por medios materiales**

1. Sitúa la muestra y el detector separados una distancia de aproximadamente 2 cm y coloca entre los dos el soporte para los blindajes.

---

\* Ver en Complementos (Práctica 2) el funcionamiento del contador.

2. Coloca la placa de aluminio de 0.5 mm en el soporte, lo más cerca posible del detector y realiza una medida de 5 min de duración.
3. Repite la medida para espesores de aluminio de 1 mm, 1.5 mm y 2 mm, así como para la lámina de plomo. Los distintos espesores de los blindajes pueden conseguirse superponiendo varias placas.

## Análisis

1. Con las 40 medidas de la radiación de fondo, representa en un histograma de barras el número de veces (frecuencia) que ha salido cada valor. ¿Se trata de una distribución de Gauss o de Poisson? Calcula su valor medio y su desviación típica. Comprueba que la desviación típica coincide "aproximadamente" con la raíz cuadrada del valor medio.
2. Con los datos de la Tabla 2 calcula la actividad detectada (número de desintegraciones por unidad de tiempo) para cada distancia, es decir, el número de impulsos detectados por segundo menos el valor medio de la actividad del fondo.
3. Representa gráficamente el logaritmo de la actividad frente al logaritmo de la distancia y ajusta los puntos a una recta. ¿Cuál es su pendiente?, ¿puede decirse que la actividad detectada decae con el cuadrado de la distancia al detector? Justifica brevemente la respuesta.
4. Con los datos de la Tabla 3 representa gráficamente el logaritmo de la actividad frente al espesor másico, que se obtiene multiplicando el espesor de la lámina por la densidad del material (aluminio:  $2.7 \text{ g/cm}^3$  y plomo:  $11.35 \text{ g/cm}^3$ ).



Nombre y Apellidos .....Fecha: .....

**Tabla 1:** Radiación de fondo.

medida	Nº cuentas						
1		11		21		31	
2		12		22		32	
3		13		23		33	
4		14		24		34	
5		15		25		35	
6		16		26		36	
7		17		27		37	
8		18		28		38	
9		19		29		39	
10		20		30		40	

- $\bar{N} = \dots\dots\dots$
- $\sqrt{\bar{N}} = \dots\dots\dots$
- $\sigma_{n-1} = \dots\dots\dots$
- Fondo (cuentas/s) =  $\dots\dots\dots$

**Tabla 2:** Actividad detectada en función de la distancia.

<b>Distancia</b> (cm)				
<b>nº cuentas</b>				
<b>nº cuentas/segundo</b>				
<b>(nº cuentas/s)-(fondo/s)</b>				
<b>Actividad</b> (nº cuentas/s)				

**Tabla 3:** Actividad en función del espesor del blindaje.

<b>Espesor másico (g/cm<sup>2</sup>)</b>					
<b>n° cuentas</b>					
<b>n°cuentas/segundo</b>					
<b>(n° cuentas/s)-(fondo/s)</b>					
<b>Actividad (n° cuentas/s)</b>					

## Complementos

### Fundamento del contador Geiger-Müller

El contador G-M está construido en forma de tubo metálico, con un fino hilo conductor a lo largo de su eje. El tubo contiene una mezcla apropiada de gases (normalmente argón y bromo). La radiación penetra en el tubo a través de una de las bases del cilindro que consiste en una fina lámina de aluminio o mica denominada "ventana". El hilo está cargado positivamente (ánodo) y el cilindro metálico negativamente (cátodo). El ánodo central conectado a alta tensión, permite crear un campo eléctrico elevado dentro del tubo.

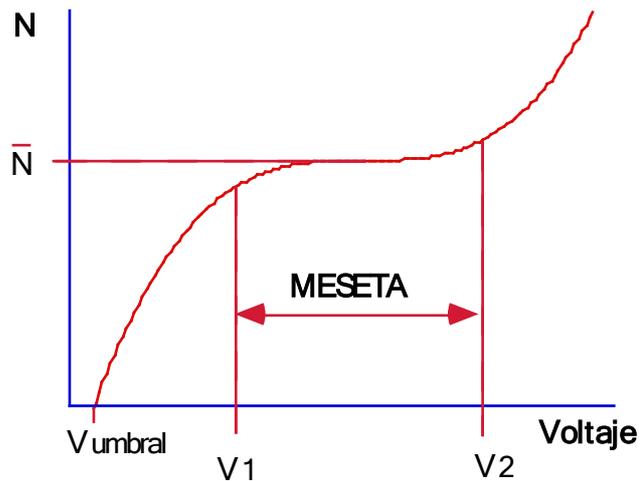
La radiación que penetra en el interior del tubo G-M cede su energía al gas produciendo su ionización. Los electrones arrancados de las moléculas del gas son atraídos hacia el hilo que actúa como ánodo y los iones cargados positivamente son atraídos hacia el cátodo. Si la diferencia de potencial entre el hilo y el cilindro metálico es suficientemente alta (800 -1000 V) el campo eléctrico creado en el volumen del detector suministra a los electrones de ionización la energía suficiente para producir nuevas ionizaciones al colisionar con otras moléculas de gas, proceso que se conoce como ionización secundaria. Estos iones secundarios junto con los iones primarios pueden producir nuevas ionizaciones y así sucesivamente hasta alcanzar los electrodos. Este efecto de cascada resultante se denomina "avalancha" de iones.

La llegada de la avalancha de iones al cátodo da lugar a un cambio en la carga del electrodo que produce un cambio repentino en la diferencia de potencial entre el hilo y el cilindro dando lugar a un pulso de corriente que es enviado al circuito eléctrico. Este pulso de corriente produce una caída de tensión entre los extremos de una resistencia  $R$  que cuando se amplifica puede hacer avanzar un contador mecánico o producir un ruido en un altavoz.

El efecto que se produce en el tubo G-M es la multiplicación de la carga generada por la radiación incidente. La carga generada da lugar a un impulso eléctrico cuya amplitud depende de la cantidad de la misma. Si la amplitud supera un valor mínimo (nivel de discriminación del circuito electrónico) el impulso es registrado por un equipo de recuento, estableciendo así una correspondencia entre el número de partículas incidentes y el número de impulsos registrados.

Se denomina tensión umbral al menor valor para el cual el factor de multiplicación de la carga es tal que permite registrar el impulso. Si se aumenta progresivamente la tensión de polarización pueden surgir nuevos fenómenos en el volumen del detector, como por ejemplo la emisión de fotones o de electrones dispersados que provocan nuevas ionizaciones (avalanchas) a lo largo de todo el ánodo. Este proceso produce impulsos cuya amplitud máxima es independiente de la energía y naturaleza de la partícula incidente.

La curva obtenida experimentalmente al representar el número de cuentas por unidad de tiempo frente a la tensión aplicada se denomina curva característica del G-M y tiene la forma que se ve en la figura:



Curva característica del G-M

El rango permitido de tensiones de trabajo está situado en la zona horizontal de la curva característica y se denomina "meseta" (plateau).

Al aumentar la tensión dentro del tubo, aumenta la probabilidad de que los iones positivos provoquen el desprendimiento de un electrón secundario al chocar con los átomos del medio o con el cátodo. Este electrón puede originar una nueva avalancha, dando lugar a un nuevo impulso que no corresponde a la incidencia de una partícula ionizante. Para valores más altos se produce la descarga continua y el contador puede sufrir un daño irreparable.

#### Tiempo de resolución

Si los iones resultantes de una partícula incidente no han alcanzado el electrodo antes de que una segunda partícula entre en el tubo G-M, el pulso de corriente del segundo grupo de iones puede superponerse al primero y sólo se registra una única cuenta. El intervalo de tiempo más corto para que el tubo registre pulsos separados para dos partículas sucesivas se denomina tiempo de resolución y es una característica de cada tubo.