



UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA  
MÁSTER UNIVERSITARIO EN REHABILITACIÓN ARQUITECTÓNICA  
DEPARTAMENTO DE TECNOLOGÍA DE LA CONSTRUCCIÓN

ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE FALLO DE UN PILAR  
DE HORMIGÓN EN UNA EDIFICACIÓN EXISTENTE MEDIANTE  
METODOLOGÍA PROBABILISTA EN FORMA EXPLICITA  
CONSIDERANDO EL CARÁCTER ESPACIAL Y TEMPORAL DE  
LAS ACCIONES VARIABLES

TRABAJO FIN DE MÁSTER 2015

Autor: David Fernández Pérez

Director: Dr. Juan B. Pérez Valcárcel

Codirector: Dr. Emilio Mosquera Rey

Julio 2015



UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA

MÁSTER UNIVERSITARIO EN REHABILITACIÓN ARQUITECTÓNICA

DEPARTAMENTO DE TECNOLOGÍA DE LA CONSTRUCCIÓN

ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE FALLO DE UN PILAR DE HORMIGÓN  
EN UNA EDIFICACIÓN EXISTENTE MEDIANTE METODOLOGÍA PROBABILISTA  
EN FORMA EXPLÍCITA CONSIDERANDO EL CARÁCTER ESPACIAL Y  
TEMPORAL DE LAS ACCIONES VARIABLES

TRABAJO FIN DE MÁSTER 2015

---

Autor: David Fernández Pérez

Director: Dr. Juan B. Pérez Valcárcel

Codirector: Dr. Emilio Mosquera Rey

Julio 2015



SI BUSCAS  
RESULTADOS  
DISTINTOS  
NO HAGAS  
SIEMPRE LO  
MISMO

ALBERT EINSTEIN





## RESUMEN

Las normativas e instrucciones nacionales basadas en metodologías semiprobabilistas muestran numerosas limitaciones a la hora de evaluar una estructura ya ejecutada, debido a la dificultad para introducir nueva información, ya que estos métodos semiprobabilistas ya han sido calibrados para asumir unas incertidumbres en los parámetros de diseño.

Frente a ellos y basándonos en normativas de carácter internacional más avanzadas, se emplea la metodología probabilista en la evaluación de estructuras existentes, permitiéndonos analizar la información más real procedente de la estructura, tanto a nivel resistente como solicitante, por lo que esta metodología constituye una herramienta que nos proporciona una base objetiva a la hora de tomar una decisión sobre el nivel de seguridad de una estructura existente.

El presente trabajo marca como objetivo acercar los métodos probabilísticos de fiabilidad estructural en la edificación a la evaluación de estructuras existentes, el traslado de esta metodología a la práctica, tratando de realizar una verificación estructural de un pilar de hormigón existente considerando el carácter espacial y temporal de las acciones variables, las cuales tienen una incertidumbre mayor. El resultado de este análisis ofrece el índice de fiabilidad del pilar a estudio, la probabilidad de que falle dicho elemento estructural, recogiendo una metodología útil para la comprobación estructural en elementos sometidos a flexocompresión (pilares).

**PALABRAS CLAVE:** metodología probabilista, índice de fiabilidad, probabilidad de fallo, verificación estructural, Incertidumbre, variables aleatorias.





## ABSTRACT

National regulations and instructions based on semi-probabilistic methodologies show numerous limitations in assessing a structure which has already been executed, due to the difficulty to enter new information, as these semi-probabilistic methods have already been calibrated to assume some uncertainties on the design parameters.

On the other hand, based on international rules, probabilistic methodology is used in the assessment of existing structures, allowing us to analyze more realistic information coming from the structure, both as resistant and applicant, as this methodology becomes a tool that provides us with an objective basis when we deal with taking a decision on the security level of an existing structure.

The present work is aimed at approaching probabilistic methods of structural reliability in building to the evaluation of existing structures, turning this methodology into practice trying to make the structural verifying of an existing concrete pillar, considering the spatial and temporal nature of variable actions, which have a greater uncertainty. The result of this analysis provides the reliability index of the pillar to study, the probability of a failure in this structural element, collecting a useful methodology for the structural checking of elements subjected to flexo-compression (pillars).

**KEY WORDS:** probabilistic methodology, reliability index, probability of failure, structural checking, uncertainty, random variables.



# ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS</b> .....	1
1.1. Introducción .....	3
1.2. Objetivos .....	4
1.3. Estructura del trabajo .....	4
<b>CAPÍTULO 2: PRÓLOGO HISTÓRICO</b> .....	7
2.1. El impulso del pensamiento probabilista .....	9
2.2. El Dream Team de la Física del siglo XX .....	10
2.3. El determinismo de Einstein Vs el probabilismo de Bohr .....	11
2.3.1. Los pares indeterminables de Bohr frente a los pares predeterminados de Einstein .....	11
<b>CAPÍTULO 3: ESTADO DEL CONOCIMIENTO. PROBABILISMO</b> .....	13
3.1. Introducción a los conceptos de Riesgo y Seguridad en ingeniería estructural .....	15
3.1.1. Riesgo: Identificación y escenario .....	15
3.1.2. La seguridad y la fiabilidad estructural .....	18
3.1.3. Probabilidad de fallo e índice de fiabilidad .....	21
3.2. Métodos de cálculo estructural .....	25
3.2.1. Definición de los métodos de cálculo estructural .....	25
3.2.1.1. Método determinista: tensión admisible .....	25
3.2.1.2. Método probabilístico .....	27
3.2.1.3. Método semiprobabilístico a los estados limite .....	29
3.2.1.4. Conclusión respecto a los métodos de cálculo estructural .....	30
<b>CAPÍTULO 4: TEORÍA DE LA METODOLOGÍA PROBABILISTA</b> .....	33
4.1. Enfoque determinista .....	35
4.2. Enfoque probabilístico .....	35
4.3. Enfoque semi-probabilístico .....	37
4.4. Enfoque probabilístico “exacto” .....	38

4.1.1. Caso de un espacio de dos dimensiones (R, S) .....	39
4.5. Enfoque probabilístico simplificado .....	41
4.5.1. Cálculo de $\beta$ en el caso de un espacio bidimensional y la función de estado lineal.....	41
4.6. Métodos de análisis: FORM y SORM .....	43
4.6.1. Transformaciones probabilísticas.....	44
4.6.2. Método de FORM .....	46
4.6.3. Método de SORM .....	47
4.6.4. La determinación del "punto de diseño" .....	48
4.7. Métodos para la simulación numérica .....	49
4.7.1. Simulación de Monte Carlo .....	50
4.7.2. Técnicas de simulación con la reducción de la varianza .....	50
<b>CAPÍTULO 5: ANÁLISIS DE NORMATIVAS.....</b>	<b>53</b>
5.1. Normativa Internacional .....	55
5.1.1. JCSS Joint Committee on Structural Safety. Probabilistic Model Code .....	55
5.1.2. Normas ISO: Organización Internacional para la Estandarización.....	58
5.1.2.1. ISO 2394 General principles on reability for structures .....	58
5.1.2.2. ISO 13822 Bases for desing of structures – Assessment of existing structures.....	60
5.2. Normativa española .....	62
5.2.1. UNE-EN 1990 Eurocódigos. Bases de cálculo de estructuras .....	62
5.2.2. Código Técnico de la Edificación: CTE DB-SE, Anexo C .....	64
5.2.3. EHE-08 Instrucción de Hormigón Estructural .....	69
<b>CAPÍTULO 6: MODELOS DE CARGA Y RESISTENCIA PARA EL ANÁLISIS.....</b>	<b>73</b>
Análisis de las variables aleatorias y deterministas a emplear en el caso práctico .....	75
6.1. Modelos de carga: acciones en edificación .....	75
6.2. Modelos de resistencia.....	90
6.3. Modelos geométricos.....	94

6.4. Incertidumbres de los modelos .....	95
6.5. Cuadro resumen de variables .....	97
<b>CAPÍTULO 7: APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA .....</b>	<b>99</b>
Estimación de la probabilidad de fallo de un pilar de hormigón en una edificación existente mediante metodología probabilista en forma explícita teniendo en consideración el carácter espacial y temporal de las acciones variables.....	101
7.1. Introducción .....	101
7.2. Características de la estructura a estudio.....	105
7.3. Objeto del estudio .....	105
7.4. Determinación de axiles.....	107
7.5. Coeficientes globales de seguridad mediante metodología semiprobabilista.....	110
7.6. Metodología probabilista explícita.....	113
7.6.1. Introducción al cálculo.....	113
7.6.2. Función limite a emplear .....	115
7.6.3. RCP GmbH y Comrel.....	115
7.6.4. Programación y funcionamiento de Comrel TV .....	116
7.6.5. Resultados añadiendo dos plantas .....	120
7.6.6. Interpretación de resultados .....	145
7.6.7. Cuadro resumen.....	154
<b>CAPÍTULO 8: CONCLUSIONES.....</b>	<b>155</b>
<b>CAPÍTULO 9: BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>159</b>



# ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración	Título y Fuente	Página
<b>Capítulo 3</b>		
1	<b>Título:</b> Esquema de los Métodos de Cálculo. <b>Fuente:</b> Propia	25
2	<b>Título:</b> Comportamiento asumido en el Método de Tensión Admisible. <b>Fuente:</b> Comportamiento estructural de hormigón armado. Cátedra	26
	<b>Enlace web:</b> <a href="http://goo.gl/qguVtk">http://goo.gl/qguVtk</a> <b>Extraído:</b> 17 junio 2015	
3	<b>Título:</b> Ejemplo de un PDF con distribución normal. <b>Fuente:</b> Aplicación informática COMREL	28
4	<b>Título:</b> Ejemplo de un CDF con distribución normal. <b>Fuente:</b> Aplicación informática COMREL	28
5	<b>Título:</b> Intersec. de las curvas de distribución de la resist. y el esfuerzo. <b>Fuente:</b> Propia	29
<b>Capítulo 4</b>		
6	<b>Título:</b> Valores característicos. Enfoque de nivel 1. <b>Fuente:</b> Risk and Safety in Engineering, Faber M., ETH, 2009;	37
7	<b>Título:</b> Resultado geométrico de la Integral (14). <b>Fuente:</b> Risk and Safety in Engineering, Faber M., ETH, 2009;	40
8	<b>Título:</b> Espacio de los estados límite; Estado límite reducido. <b>Fuente:</b> Risk and Safety in Engineering, Faber M., ETH, 2009;	42
9	<b>Título:</b> Definición del punto de diseño geométrico. <b>Fuente:</b> Risk and Safety in Engineering, Faber M., ETH, 2009; <b>Enlace web:</b> <a href="http://goo.gl/QhIkPz">http://goo.gl/QhIkPz</a> <b>Extraído:</b> 17 Junio 2015	46

- 10 **Título:** Criterio de convergencia para la determ. del “punto de diseño”. 49  
**Fuente:** Risk and Safety in Engineering, Faber M., ETH, 2009;

### Capítulo 5

- 11 **Título:** Revisión de los Métodos de Fiabilidad. 64  
**Fuente:** UNE-EN 1990 Eurocódigos. Bases de cálculo de estructuras

### Capítulo 6

- 12 **Título:** Varios tipos de carga. 79  
**Fuente:** JCSS. Joint Committe on Structural Safety. 2000. Probabilistic Model Code. 2001

- 13 **Título:** Modelo Jerárquico para las cargas dependientes del tiempo. 81  
**Fuente:** JCSS. Joint Committe on Structural Safety. 2000. Probabilistic Model Code. 2001

- 14 **Título:** Formas de la función de influencia y los correspondientes 83  
valores de K.  
**Fuente:** JCSS. Joint Committe on Structural Safety. 2000. Probabilistic Model Code. 2001



# ÍNDICE DE TABLAS

Tabla	Título y Fuente	Pág
<b>Capítulo 5</b>		
1	<b>Título:</b> Recomendaciones para los Estados Límites Últimos referentes a 1 año. <b>Fuente:</b> JCSS (Joint Committee on Structural Safety) Probabilistic Model Code)	56
2	<b>Título:</b> Clases de consecuencias. <b>Fuente:</b> JCSS (Joint Committee on Structural Safety) Probabilistic Model Code	56
3	<b>Título:</b> Estados Límite de Servicio o Utilización. <b>Fuente:</b> JCSS (Joint Committee on Structural Safety) Probabilistic Model Code	57
4	<b>Título:</b> Selección de las distribuciones estadísticas. <b>Fuente:</b> Código Técnico de la Edificación (CTE DB-SE), Anexo C	66
5	<b>Título:</b> Valores nominales, referidos a todo el periodo de servicio, para el índice de fiabilidad requerido. <b>Fuente:</b> Código Técnico de la Edificación (CTE DB-SE), Anexo C, sección 4.3.3	68
6	<b>Título:</b> Hipótesis para las funciones de distribución de los modelos probabilistas. <b>Fuente:</b> Código Técnico de la Edificación (CTE DB-SE).	68
7	<b>Título:</b> Valores recomendados para el índice de fiabilidad requerido. <b>Fuente:</b> Código Técnico de la Edificación (CTE DB-SE)	68
8	<b>Título:</b> Vida útil nominal de los diferentes tipos de estructura. <b>Fuente:</b> EHE-08	71
<b>Capítulo 6</b>		
9	<b>Título:</b> Parámetros para cargas variables en función de la categoría de uso. <b>Fuente:</b> JCSS. Joint Committe on Structural Safety. 2000. Probabilistic Model Code. 2001	89
11	<b>Título:</b> Tabla de valores de coeficiente de variación ( $v$ ) a garantizar por el suministrador en central de producción. <b>Fuente:</b> EHE-08. Anejo 19. 5.1.	92
12	<b>Título:</b> Tabla que recoge los diferentes valores medios en función del tipo de distribución de probabilidad <b>Fuente:</b> Propia	92

13	<b>Título:</b> Características del recubrimiento en hormigón <b>Fuente:</b> JCSS Probabilistic Model Code Part 3: Resistance Models	94
14	<b>Título:</b> Recomendaciones del Código Modelo Probabilista del JCSS. Tabla 3.9.1 <b>Fuente:</b> JCSS Probabilistic Model Code	96

*\*Nota: La procedencia de las demás tablas incluidas en este trabajo son fuente propia para una ayuda a la interpretación y análisis de resultados.*

## GLOSARIO DE TÉRMINOS Y SÍMBOLOS

$P_f ; P_{fail}$ : Probabilidad de fallo

$\beta$ : Índice de fiabilidad

$R_i$ : Riesgos

$C_{ij,k}$ : Consecuencias

$E_{ij}$ : Sucesos

$H_i$ : Situaciones consideradas

$R_{tot}$  : Riesgo total

$C(x)$ : Grado de Riesgo

$F$ : Fallo

$E_R$ : Efecto de las resistencias

$E_S$ : Efecto de las solicitaciones

$M$ : Margen de confianza aritmético

$P_S$ : Índice de supervivencia

$\Phi$ : inversa de la distribución normal

$\mu_R$ : Valor medio de la respuesta estructural.

$\sigma_R^2$ : Varianza de la respuesta estructural.

$\mu_S$ : Valor medio de las solicitaciones.

$\sigma_S^2$ : Varianza de las solicitaciones.

$S_d$ : Esfuerzo de diseño

$R_d$ : Existencia de diseño

$\Psi = \frac{R_d}{S_d}$  : Factor de seguridad

$R_f$ : Tensión de rotura del material

$\gamma$ : Factor de seguridad

$A$ : Área [m<sup>2</sup>]

$dp$ : Duración de la carga intermitente [años]

$i$ : Función de influencia

$m$ : Intensidad media carga en [kN / m<sup>2</sup>]

$p$ : Carga intermitente en [kN / m<sup>2</sup>]

$q$ : Carga sostenida en [kN / m<sup>2</sup>]

$S$ : Efecto de carga en [kN / m<sup>2</sup>]

$T$ : Tiempo de referencia en [año]

$V$ : media cero variable normal distribuida en [kN / m<sup>2</sup>]

$W$ : Intensidad de carga en [kN / m<sup>2</sup>]

$\Lambda$ : Tasa de ocurrencia de cambios de carga sufridas en [1 / año]

$N$ : Tasa de ocurrencia de cambios de carga intermitentes en [1 / año]

\*Los términos y la simbología que no esté recogida en este apartado, vendrá explicada en el texto.



## CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS



# 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

## 1.1. INTRODUCCIÓN

Parece causa indispensable a la hora de afrontar una rehabilitación, la necesidad de evaluar la estructura, bien por un cambio de uso, por un simple chequeo, por la observación de alguna degradación de los materiales o para resolver dudas sobre la seguridad estructural que posee la edificación. La evaluación de estructuras existentes es una disciplina que va ganando importancia con gran rapidez, debido al gran número de estructuras realizadas, al envejecimiento de las mismas y a la necesidad de prolongar su uso más allá de su vida útil. Sin embargo no poseemos una buena normativa para este tipo de chequeos.

En el diseño de nuevas estructuras, los requerimientos de seguridad y servicio vienen determinados por el Método de los Estados Límites, metodologías semiprobabilistas que están presentes en la mayor parte de normas y códigos. En esta fase de diseño las incertidumbres de los valores de las acciones y su comportamiento resistente se afrontan utilizando los coeficientes parciales de seguridad.

La evaluación de una estructura existente difiere mucho del diseño de una nueva estructura debido a que las incertidumbres mencionadas anteriormente pueden ser mucho mayores, por ejemplo la degradación de la propia estructura o menores siempre cuando realicemos ensayos. Podemos disponer de mucha más información de la estructura y su comportamiento, que puede emplearse para generar las variables que intervienen en la evaluación de su nivel de seguridad.

La evaluación de una estructura existente frente a requerimientos de seguridad y servicio, presentes y futuros, no se debería plantear con los mismos criterios que se utilizan para el dimensionamiento de una estructura similar mediante métodos semiprobabilistas, ya que estos se basan en valores esperados de acciones y resistencias y tienen en cuenta además incertidumbres relacionadas con la ejecución.

Dado que tanto los parámetros que representan las acciones, materiales y geometría (resistencias) están sometidas a incertidumbres, los podemos considerar de forma simplificada como variables aleatorias caracterizadas por unas determinadas funciones de distribución y densidad de probabilidad. De esta forma, el fallo de una estructura o elemento estructural es un evento probabilístico con una probabilidad de ocurrencia

(probabilidad de fallo)  $P_f$ , que viene determinada por la probabilidad de que se cumpla un determinado requerimiento (ej. un estado límite).

Las técnicas de fiabilidad constituyen una herramienta que nos proporciona una base objetiva a la hora de tomar una decisión sobre el nivel de seguridad de la estructura que se está analizando ya que nos permite tener en cuenta en el análisis la información actualizada de las variables que intervienen en el proceso de evaluación.

### 1.2. OBJETIVOS

El objetivo general de este trabajo es **acercar los métodos probabilísticos de fiabilidad estructural en la edificación a la evaluación de estructuras existentes**. De forma más concreta, **se pretende estudiar la verificación de pilares de hormigón existentes**.

Para poder cumplir con el objetivo general de este trabajo se han propuesto los siguientes **objetivos específicos**:

- a) Realizar una investigación bibliográfica para fundamentar este trabajo en relación al estado del conocimiento de:
  - Riesgo, seguridad y fiabilidad estructural
  - Probabilidad de fallo e índice de fiabilidad
  - Métodos de cálculo estructural
- b) Recoger la teoría de la metodología probabilista que permita dar a conocer los diferentes tipos de enfoques: determinista, semiprobabilista y probabilista explícito, además de los métodos de análisis y métodos de simulación numérica.
- c) Analizar y dar a conocer algunas de las normativas y reglamentos de carácter internacional y nacional que establezcan requisitos para garantizar un nivel aceptable de fiabilidad estructural.
- d) Traslado de la metodología a la práctica, realizando una verificación estructural de un pilar de hormigón existente mediante esta metodología.

### 1.3. ESTRUCTURA DEL TRABAJO

El presente trabajo está formado por **9** capítulos, incluyendo la introducción, las conclusiones finales y las referencias bibliográficas.



**Capítulo 1**, Introducción y objetivos. (Presente capítulo).

En el **capítulo 2**, se expone un prólogo histórico en el que se recoge cómo el probabilismo fue tomando importancia en la historia de mano de los físicos y matemáticos más importantes del siglo XX.

En el **capítulo 3**, se muestra el estado del conocimiento relacionado con los conceptos de riesgo, seguridad y fiabilidad estructural así como la probabilidad de fallo e índice de fiabilidad en las estructuras de edificación. Además se hace un pequeño recorrido por los métodos de cálculo estructural a lo largo de la historia.

En el **capítulo 4**, se presenta la teoría de la metodología probabilista, exponiendo los diferentes enfoques: determinista, probabilista y semiprobabilista. También se tratan algunos métodos de análisis y simulación numérica.

En el **capítulo 5**, se realiza un análisis normativo de códigos y normas de carácter nacional e internacional. Llegando a la conclusión de que unas son bastante conservadoras para esta metodología y otras ofrecen a los calculistas la opción de considerar los riesgos gracias a la experiencia y a la gran labor por parte de la investigación.

Los siguientes capítulos 6 y 7 con mayor carácter bajo mi punto de vista, dentro de este documento, se realiza el traslado de esta metodología a la práctica

En el **capítulo 6** se exponen los modelos de carga y resistencia a emplear para el análisis bajo las recomendaciones y apartados principalmente del JCSS. Joint Committee on Structural Safety, además de los recogidos en el Código técnico de la edificación y en la Instrucción de Hormigón EHE-08.

En el **capítulo 7**, se presenta un caso práctico de verificación estructural de un pilar de hormigón existente, recogiendo las variables deterministas que nos puede ofrecer la propia estructura atendiendo a su geometría, por otro lado las variables probabilistas que se centraran en la incertidumbre del propio modelo y en las acciones variables como son las sobrecargas de uso, de estas acciones, las variables, se han considerado el carácter espacial y temporal, debido a la gran incertidumbre que poseen.

Las conclusiones finales obtenidas en el estudio se recogen en el **capítulo 8**.

Finalmente en el **capítulo 9**, se muestran las fuentes bibliográficas consultadas.



## CAPÍTULO 2: PRÓLOGO HISTÓRICO



## 2. PRÓLOGO HISTÓRICO

### 2.1. El impulso del pensamiento probabilista



*“Es notable que una ciencia que comenzó con las consideraciones de juegos de azar había de llegar a ser el objeto más importante del conocimiento humano. Las cuestiones más importantes de la vida constituyen en su mayor parte, en realidad, solamente problemas de probabilidad”*

Pierre Simon de Laplace 1749-1827

Un comentario que podemos considerar profético dado que a día de hoy no se concibe el progreso en ninguna ciencia ni en cualquier actividad humana sin la presencia de la probabilidad.

Laplace fue uno de los precursores del probabilismo desarrollando su obra “Teoría analítica de la probabilidad” (1812), estudiando los **fenómenos aleatorios estocásticos**, procesos cuyos resultados no son previsibles más que en razón de la intervención del azar, cuyo **comportamiento es no determinista**, en la medida que el subsiguiente estado del sistema está **determinado tanto por las acciones predecibles del proceso como por elementos aleatorios**.

Después de Laplace el interés por esta materia fue disminuyendo hasta prácticamente desaparecer como disciplina matemática durante el siglo XIX, pero cobra de nuevo impulso a principios del siglo XX con el nacimiento de la teoría de la mecánica cuántica en la que participan desarrollándola físicos y matemáticos de la época como Schrödinger, Heisenberg, Dirac, Bohr y Von Neumann entre otros.

Hasta la llegada de la mecánica cuántica, cada fenómeno de la naturaleza siempre ha sido considerado dentro de una lógica determinista, asumiendo que cada uno de ellos podría estar vinculado a una causa que lo provoque.

Lo que defiende la física cuántica es especialmente importante para el tipo de enfoque que utiliza en relación con el mundo circundante. **Es mejor trabajar con incertidumbres verdaderas que con certezas hipotéticas.**

El principio de Heisenberg pone en cuestión todas las creencias que se consideraban indiscutibles hasta ese día, diciendo que nada se puede determinar al cien por cien, todo se caracteriza por una **incertidumbre que se puede estudiar**, pero que no se elimina. Esto llevó a grandes discusiones con Einstein quien nunca apoyó el pensamiento de Heisenberg.

Einstein aferrado a su determinismo, no le gustaba el rumbo que se estaba tomando respecto a estas teorías, conforme los físicos intentaban aportar nuevas explicaciones a como los átomos emitían radiación, desarrollaban teorías que sólo ofrecían respuestas probabilísticas, esto llevó a Heisenberg en 1925 a poder realizar la primera aportación asombrosa a la física, publicando las matemáticas necesarias para crear las predicciones probabilísticas que otros estaban estudiando, fue la primera formulación de la mecánica cuántica.

Las propiedades de la Física Cuántica son muy diferentes a las de la Física Clásica, que describen la naturaleza a nuestra escala. Se caracteriza principalmente por no ser determinista sino probabilista. El mundo microscópico no es determinista. Dadas unas condiciones iniciales, coexisten muchos estados posibles con una cierta probabilidad. Al medir, esa probabilidad desaparece y solo “ocurre” una de esas posibilidades.

## 2.2. El Dream Team de la Física del siglo XX



- [1]-Erwin Schrödinger
- [2]- Werner Heisenberg
- [3]- Niels Bohr
- [4]- Albert Einstein
- [5]-Paul Adrien Maurice Dirac
- [6]- Marie Curie

Esta foto fue tomada durante la quinta conferencia de Mecánica Cuántica en Solvay,

Bruselas, en 1927. 17 de los 29 asistentes a esta conferencia eran o se convirtieron en Premios Nobel.

Era costumbre realizar reuniones entre ellos, con el fin de debatir y compartir conocimientos sobre las investigaciones llevadas a cabo con respecto a la teoría de la mecánica cuántica.

La anécdota más famosa que ha quedado de esta conferencia fue la protagonizada por Albert Einstein y Niels Bohr cuando discutían acerca del "Principio de Incertidumbre" de Heisenberg.

Einstein comentó "Usted cree en un Dios que juega a los dados", a lo que Bohr le contestó "Einstein, deje de decirle a Dios lo que debe hacer con sus dados".

## 2.3. El determinismo de Einstein Vs el probabilismo de Bohr

Bohr sostuvo con Einstein varios debates sobre el nuevo principio cuántico, Einstein como no, aferrado a su determinismo radical no compartía ideas con Bohr quien defendía las leyes de probabilidad.

### 2.3.1. Los pares indeterminables de Bohr frente a los pares predeterminados de Einstein

Para solventar sus diferentes criterios, aceptan la proposición de realizar un experimento:

Un ayudante (*empaquetador*) pasa a una estancia contigua, toma un par de guantes y los empaqueta por separado, uno en cada paquete, por lo que *el empaquetador determina, y es el único que sabe con certeza qué guante pone en cada paquete*. Seguidamente pasa a una segunda estancia contigua, y entrega ambos paquetes a otro ayudante, cuya tarea es enviar uno de ellos por correo al polo norte; *este segundo ayudante, al igual que los observadores, también desconoce en qué paquete está cada guante, introduciendo su indeterminismo circunstancial o factor de probabilidad en el experimento*. Una vez hecho esto, este ayudante o (*remitente*) entrega el paquete *que no ha enviado*, a los observadores de la primera estancia.

Estos lo abren, observan y constatan que es el guante izquierdo:

Einstein exclama "El guante que se ha enviado al polo norte es el derecho, lo sabemos instantáneamente y el guante ya era, siempre fue, el derecho, porque esto ya estaba o había sido predeterminado por el empaquetador".

Pero Bohr concluye: "El guante estaba en un estado indeterminado e indeterminable hasta que hemos abierto el paquete, porque hasta ese instante determinista, no teníamos la certeza y existía, matemáticamente, un 50% de probabilidad de que fuera el derecho o el izquierdo, sólo al abrirlo hemos tenido esa certeza, por lo tanto hasta entonces era «*derecho e izquierdo al mismo tiempo*» pues estaba en un estado de «*probabilidad equivalente*» establecida por el *remitente* que es realmente quien ha tomado la decisión última y que ahora observamos.

En realidad, el concepto de Bohr de que "era derecho e izquierdo al mismo tiempo", significa que debemos tener en cuenta el hecho de que sea derecho o izquierdo para algo importante (como para hacer un cálculo matemático), mientras no hayamos abierto la caja, debemos considerar al 50% la posibilidad de que sea izquierdo y al 50% de que sea derecho, para poder hacer el cálculo correcto, y esto es importante especialmente si nunca nos va a ser posible abrir la caja y determinar cuál era.

Acercando el ejemplo anterior al campo de las estructuras existentes, muchas veces no podemos desvelar que elementos la componen sin la necesidad de ensayos destructivos, pero estos se pueden realizar de una forma limitada.

Bohr hace hincapié en la importancia de no poder abrir la caja, en nuestro caso no vamos a poder abrir la estructura en su totalidad para conocer que contiene, siempre trabajamos con suposiciones.

Cuando desvelamos la estructura, "abrimos el paquete", tenemos toda la autoridad para hablar, pero no podemos "abrir la estructura" al igual que la caja, nunca vamos a poder desvelar lo que la estructura esconde, por lo tanto se deberán de considerar probabilidades para poder realizar cálculos correctos sin la necesidad de suposiciones.



CAPÍTULO 3: ESTADO DEL CONOCIMIENTO.  
PROBABILISMO



## 3. ESTADO DEL CONOCIMIENTO. PROBABILISMO

### 3.1. Introducción a los conceptos de Riesgo y Seguridad en ingeniería estructural

Una de las principales responsabilidades de un diseñador de estructuras es proporcionar seguridad a las estructuras a través de toda su vida. En otras palabras, para prevenir fallos en estructuras que pueden ser resultado de numerosas causas, como peligros naturales o por el hombre, los errores humanos en el diseño, construcción y mantenimiento o el deterioro de las estructuras en condiciones de servicio.

A continuación, se proporciona una definición formal del término riesgo, explicando además la influencia de la seguridad y la fiabilidad estructural, la probabilidad de fallo y abarcando finalmente un apartado que recoge los métodos de cálculo estructural.

#### 3.1.1. Riesgo: Identificación y escenario

Entendemos como riesgo según el DB-SE como la “medida del alcance del peligro que representa un evento no deseado para las personas. Un riesgo se expresa en términos de la probabilidad vinculada a las consecuencias de dicho evento.”

Podemos concebir que es un conjunto de circunstancias capaces de causar sucesos con consecuencias indeseables. A veces se podría entender el riesgo como sinónimo de peligro, posibilidad de daño.

Por ejemplo el **riesgo en un sistema estructural** puede definirse como un **conjunto de circunstancias con el potencial de originar una acción accidental** (p. ej. un incendio o una explosión) o ambiental (corrosión) y/o una insuficiente resistencia o una excesiva desviación de las magnitudes respecto a las previstas.

Los elementos que generan riesgo en el mundo real:

La gravedad;

Las acciones climáticas, el hielo, la nieve, el viento, etc.;

Las acciones dinámicas;

La temperatura;

El agua;

El suelo;

Los productos químicos;

El hombre; Etc.

Todos estos factores están relacionados con las incertidumbres que los caracterizan, que no se pueden eliminar; por lo que no es posible predecir con absoluta precisión su comportamiento.

Podemos distinguir diferentes tipos de incertidumbre, generados por diferentes causas:

Los modelos no son precisos;

Los datos no son suficientes;

Los materiales tienen variabilidad;

La experiencia es subjetiva;

Etc.

Sin embargo estamos obligados a tomar decisiones, por lo que es correcto hacer una estimación del riesgo. Esta evaluación sirve de base para la toma de decisiones racionales y para tener en cuenta las incertidumbres y las informaciones incompletas con las que se trabaja.

### **Escenario de riesgo**

La identificación y el modelado del riesgo suponen un proceso de admisión y reconocimiento de la existencia riesgo y de definición de sus características en el tiempo y el espacio.

En el caso de sistemas estructurales en edificación, los riesgos  $R_i$  quedan asociados a diversas situaciones de cálculo del edificio, clasificadas en situaciones de dimensionado persistente, transitoria y extraordinarias (accidental).

Por lo general  $R_i$  son situaciones mutuamente excluyentes. Entonces cada situación  $R_i$  acontece con una probabilidad  $P\{R_i\}$  tal que  $\sum P\{R_i\} = 1$ .

Un escenario de riesgo es una secuencia de posibles sucesos asociada a un riesgo determinado y que tiene consecuencias indeseables. En estructuras tales escenarios lo pueden constituir el planteamiento de los Estados Límite, dentro de cada clasificación de riesgo.

En cualquier caso, el riesgo es un elemento a minimizar y a asumir por parte de la sociedad ya que cualquier actividad va a estar sujeta a un determinado riesgo.

### Estimación de riesgo

Se estima a menudo la esperanza matemática de las consecuencias de un suceso indeseable. Entonces el riesgo es el producto:

$$\text{Riesgo} = \text{Probabilidad} \cdot \text{Consecuencias}$$

La estimación del riesgo está basada en la identificación del peligro y generalmente consta de los siguientes pasos:

- Definición del alcance;
- Análisis de frecuencias;
- Análisis de consecuencias;
- Suma.

Si se da correspondencia uno a uno entre las consecuencias  $C_{ij,k}$  y los sucesos  $E_{ij}$ , entonces la componente de riesgo  $R_k$  asociada a las situaciones consideradas  $H_i$  viene dada como la suma:

$$R_k = \sum_{ij} C_{ij,k} P\{E_{ij} | H_i\} P\{H_i\}$$

La probabilidad de sucesos indeseados puede depender del vector de variables básicas  $X$ . En estas circunstancias el riesgo total puede escribirse formalmente como:

$$R_{tot} = \int C(x) f_x(x) dx$$

Donde  $C(x)$  es el grado de riesgo según una función de variables básicas  $X$ , y  $f_x(x)$  es la función de densidad de probabilidad conjunta  $X$ .

La probabilidad es la verosimilitud o el grado de certeza con respecto a que ocurra un suceso particular durante un determinado periodo de tiempo. En particular, la fiabilidad de una estructura a menudo se define como la probabilidad relativa a un requisito específico y a un periodo de tiempo dado, por ejemplo 50 años.

El fallo  $F$  de un sistema (p. ej. De la estructura o de alguno de sus elementos), dada una situación particular  $H_i$ , ocurre con la probabilidad condicionada  $P\{F | H_i\}$ , entonces la probabilidad total de fallo  $P_f$  viene dada como:

$$P_f = \sum_i P\{H_i\}P\{F | H_i\}$$

Desde el punto de vista de las consecuencias, estos son posibles desenlaces de un suceso deseable o indeseable para definir la magnitud de las fatalidades humanas, los perjuicios o daños ambientales y las pérdidas económicas. Un procedimiento para describir dichos desenlaces es el denominado análisis de consecuencias.

### 3.1.2. La seguridad y la fiabilidad estructural

El objetivo principal del diseño de las estructuras es asegurar que el edificio cumple la función para la que fue diseñado, manteniendo al mismo tiempo un nivel predeterminado de seguridad. Este término se refiere al grado de protección de las personas y los bienes respecto a las consecuencias de un colapso, lo que también se conoce como una condición límite (estado límite) que determina el mal funcionamiento de la estructura o parte de la misma.

La seguridad estructural sigue el mismo camino definido previamente con el riesgo, de hecho, están estrechamente relacionados con el concepto de fiabilidad. Esta representa la probabilidad que los caracteriza, de hecho, una estructura se define como fiable cuando su comportamiento es lo más parecido a lo que se prevé en el proyecto, lo que significa que no vamos a tener un comportamiento inesperado, a excepción de los sucesos con porcentajes de ocurrencia mínimos. Sin embargo, no es cierto que una estructura que se defina fiable sea por lo tanto también segura, ya que hay que considerar también la magnitud de las consecuencias de un colapso estructural.

El término “fiabilidad” se utiliza con cierta frecuencia de una manera un tanto vaga e imprecisa. A menudo el concepto de fiabilidad se percibe de una forma radical, la estructura es o no es fiable. Conforme a esta mentalidad, si una estructura es calificada como fiable se transmite la idea de que “un fallo en esta estructura no sucederá nunca”.

La aseveración en términos negativos (“esta estructura no es fiable”) suele ser entendida con mucho más acierto: los fallos se aceptan como una parte del mundo real y la probabilidad o frecuencia de su aparición puede ser, en consecuencia, objeto de estudio.

La definición de fiabilidad estructural, debe recoger cuatro conceptos importantes:

- Requisitos (prestaciones): definición del fallo estructural;
- Periodo de tiempo: estipulación de un determinado tiempo de servicio T;
- Nivel de fiabilidad: determinación de la probabilidad de fallo  $P_f$ ;
- Condiciones de uso: acotación de las incertidumbres.

Para una definición completa del término podemos referirnos a la norma ISO2394, que se expresa así: “**Fiabilidad es la capacidad de la estructura para cumplir con unos requisitos determinados durante el tiempo de utilización (vida útil) para el que fue calculada y bajo unas condiciones específicas**”.

Tanto las normas, como eurocódigos EN-1998, la ISO 2394 o el DB-SE, recogen que la fiabilidad tiene que incluir la capacidad de carga, el servicio y la durabilidad que tiene que ver con las influencias estructurales.

El análisis estructural y el dimensionado de una estructura de edificación, requiere la verificación de determinadas situaciones, para que no sobrepasen ciertos estados que denominamos límite. Pueden ser de 3 tipos:

- **Estados límites últimos (ELU):** aquéllos que, si se sobrepasan, originan una puesta fuera de servicio de la estructura, por fallo global o de una parte de la misma (inestabilidad, agotamiento, equilibrio, etc.).
- **Estados límite de servicio (ELS):** aquéllos que, si se sobrepasan, hacen que no se cumplan los requisitos de funcionalidad, durabilidad o estética (deformaciones, vibraciones, fisuración, etc.).
- **Estados límite de durabilidad (ELD):** aquéllos que, si se sobrepasan, afecta al comportamiento respecto de la vida útil (corrosión, funcionamiento, etc...)

La comprobación de cada uno de los estados límite se realiza evaluando por una parte el efecto de las solicitaciones o influencias ( $E_s$ ) y, por otra, el efecto de las resistencias intrínsecas de los materiales constructivos de la estructura ( $E_R$ ). El estado límite se verifica si el efecto de las acciones no supera a la capacidad estructural, es decir:

$$E_R > E_s, \text{ o lo que viene a ser lo mismo, } E_s \leq E_R$$

En el caso de los estados límite últimos,  $E_S$  corresponde a las solicitaciones (normalmente esfuerzos) y  $E_R$  a las resistencias; sin embargo, para los estados límite de servicio,  $E_S$  representa efectos diversos (deformaciones, tensiones, abertura de fisuras, etc.) y  $E_R$  valores límite admisibles para los mismos.

Para la determinación de los efectos de las solicitaciones ES (esfuerzos, deformaciones...) hay que considerar diversos factores: las acciones aplicadas (cargas, deformaciones impuestas, etc.), la geometría (secciones transversales, luces, etc.) y el modelo estructural. Además, para la evaluación de la respuesta estructural ER se considerarán las propiedades de los materiales, la geometría y el modelo estructural de la resistencia.

En un planteamiento probabilista, cada una de las variables que intervienen en la evaluación de los efectos ES y capacidad estructural ER son variables aleatorias que no están definidas por un único valor fijo, sino mediante una distribución de probabilidad.

Por tanto, la definición de la probabilidad de fallo depende de dos variables aleatorias ES y ER, que a su vez dependen de otra serie de variables aleatorias, resultando un problema cuya resolución presenta una gran complejidad. Los procedimientos para abordar la resolución de este problema se clasifican según el grado de complejidad o sofisticación en cuatro niveles:

#### **Niveles de diseño basado en la fiabilidad**

**NIVEL1:** Método de los coeficientes parciales de seguridad. Se trata de métodos semiprobabilísticos, en los que cada una de las variables del problema se define mediante un único valor, denominado valor nominal, que puede ser un valor medio, un cierto cuantil, un valor característico, etc.

Con el valor nominal y utilizando los coeficientes parciales de seguridad se determina el valor de cálculo. Finalmente, a partir de los valores de cálculo de las distintas variables se evalúa la solicitación ES y la capacidad ER y se realiza la comprobación del estado límite correspondiente. Éste es el procedimiento utilizado por la mayoría de las normativas y códigos de proyecto de estructuras tanto nacionales como internacionales. En estos métodos no puede obtenerse la probabilidad de fallo de la estructura.

**NIVEL 2:** Son métodos probabilísticos, en los que se suponen unos determinados tipos de distribución de probabilidad para las distintas variables, de las que se introducen normalmente dos valores: la media y la desviación típica. Este tipo de métodos se utiliza en la calibración de las normativas de proyecto estructural. Las probabilidades de fallo obtenidas tienen un carácter nominal y no deben utilizarse como valores absolutos, aunque resultan de gran utilidad en comparaciones estructurales.



**NIVEL 3:** Se trata de los métodos probabilísticos “exactos”, en los que se introducen las funciones de distribución reales de cada una de las variables.

Las probabilidades de fallo se determinan de forma exacta, obtenidas pueden ser utilizadas en un contexto más amplio que en las anteriores fases y su calidad será función de los datos introducidos para las variables. No hay que olvidar que, en la probabilidad de fallo calculada, no se han tenido en cuenta los errores humanos.

**NIVEL 4:** Utilizan como medida de fiabilidad el concepto de Riesgo (producto de las consecuencias del fallo por su probabilidad de suceso). Se puede tener en cuenta medidas económicas, sociales, etc. Optimizando diferentes soluciones en un entorno económico teniendo en cuenta las incertidumbres, costes y beneficios.

### 3.1.3. Probabilidad de fallo e índice de fiabilidad

A continuación se recoge una pequeña explicación de la Probabilidad de fallo y del Índice de fiabilidad estructural, siendo mejor explicados ambos en el siguiente capítulo de este documento.

#### Probabilidad de fallo

Toda estructura tiene un límite de carga. En el momento en el que las solicitaciones son mayores al límite, la estructura falla. Calcular el límite real exacto de una estructura es una labor imposible, pues en la construcción interfieren tantos factores que es imposible controlarlos todos y saber sus valores reales. Además de que este límite varía con el tiempo. Lo que si podemos determinar mediante análisis probabilísticos es la probabilidad de que una estructura reúna las condiciones para que falle, esto es a lo que se le llama la probabilidad de fallo.

La probabilidad de fallo,  $P_f$ , es la probabilidad de que la reacción de la estructura (“R”) sea menor a las acciones solicitantes (“S”). Este es el problema básico de la fiabilidad, pues considera solamente la reacción y la sollicitación en vez de la gran cantidad de variables que las componen. Matemáticamente se expresa así:

$$P_f = P(R < S)$$

Esta expresión, siguiendo las leyes del álgebra, también se puede expresar como:

$$P_f = P(R - S < 0)$$

" $R - S$ " Es el margen de confianza aritmético, que se puede expresar, como hemos visto previamente, como " $M$ ".

Los valores de la resistencia y las acciones solicitantes son valores estocásticos, fruto de diversos elementos, definidos por parámetros cuyos valores reales son generalmente variables. Estos valores se comportan como variables aleatorias, pues aunque son indeterminados, cada uno se presenta con una distribución de probabilidad ordenada asociada a un conjunto de valores posibles. El conjunto de estas variables se conoce como vector de variables aleatorias, y se designan tal que:

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Donde " $X$ " es el vector de las variables y " $X_1, X_2, \dots, X_n$ " son las distintas variables aleatorias que intervienen en el cálculo de la fiabilidad. Como el vector " $X$ " es el vector de variables que define el margen " $M$ ":

$$g(X) = R - S$$

Los puntos donde la ecuación " $R - S$ " se iguala a "0" son el límite entre la seguridad y el fallo del sistema, por lo que la ecuación que reúne estos puntos se conoce como la ecuación de estado límite:

$$g(X) = R - S = 0$$

De la que se deduce que:

- Si  $g(X) > 0$ , el sistema es seguro.
- Si  $g(X) < 0$ , el sistema falla.

Ahora podemos definir la probabilidad de fallo como:

$$P_f = P(g(X) < 0)$$

La representación de la ecuación límite da como resultado una superficie límite que separa la región de seguridad de la región de fallo. La superficie límite está en un espacio de " $n$ " dimensiones, tantas como variables aleatorias se tengan en cuenta, por lo que puede

representarse con una curva, un plano o elementos más complejos dependiendo del número de dimensiones que tenga el espacio.

### Índice de fiabilidad

Hay muchas maneras de referirnos a la fiabilidad de una estructura. Una forma es con el índice de supervivencia  $P_S$ , que es la probabilidad que tiene una estructura de trabajar correctamente, y es la probabilidad complementaria de la probabilidad de fallo  $P_f$  :

$$P_S = 1 - P_f$$

El valor estándar empleado para definir la fiabilidad de una estructura es el índice de fiabilidad  $\beta$  (o índice de fiabilidad de Rjanitzyne-Cornell, desarrollado para tener una medida global de fiabilidad), el cual está relacionado con la probabilidad de fallo  $P_f$ , y se define como:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) = \Phi^{-1}(P_S) \quad \text{o bien} \quad P_f = \Phi(-\beta)$$

Donde  $\Phi$  es la inversa de la distribución normal. En la siguiente tabla se hace una pequeña muestra de la relación entre  $P_f$  y  $\beta$  con los primeros 7 exponentes negativos de 10:

$P_f$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$\beta$	1,3	2,3	3,1	3,7	4,2	4,7	5,2

Si la probabilidad de fallo es un porcentaje que hace referencia a la media de fallos que se producen en un número de muestras, el índice de fallo  $\beta$  hace referencia entre la relación de la media de M y las desviaciones típicas, siendo  $\beta$  el “número” de desviaciones típicas de M a las que se encuentra el fallo. Matemáticamente, para distribuciones normales,  $\beta$ :

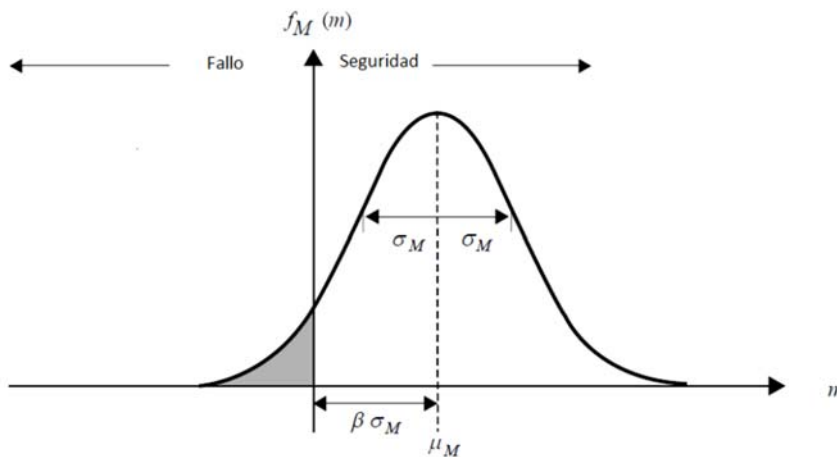
$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{(\sigma_R^2 - \sigma_S^2)}}$$

Donde:

$\mu_R$ : Valor medio de la respuesta estructural.       $\sigma_R^2$ : Varianza de la respuesta estructural.

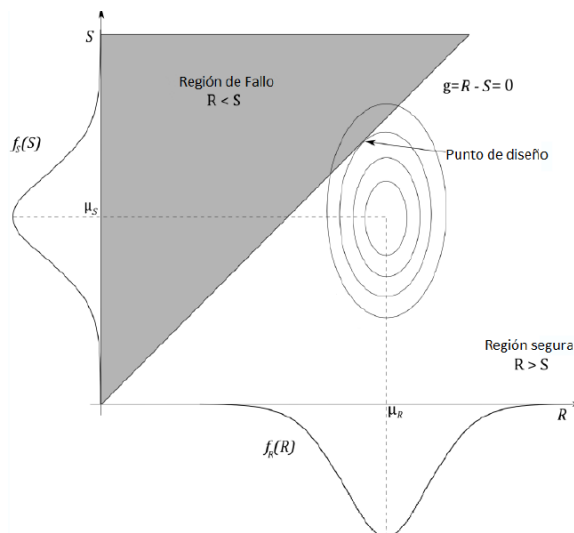
$\mu_S$ : Valor medio de las solicitaciones.       $\sigma_S^2$ : Varianza de las solicitaciones.

De forma gráfica en la función de distribución de la probabilidad de  $M$ ,  $\beta$  sería:



El uso de estos cálculos directos para hallar el índice de fiabilidad  $\beta$  solo son posibles en escasas ocasiones: cuando las variables aleatorias sean no correlacionadas, tengan distribuciones normales o log-normales, y su ecuación de estado límite sea lineal. Para el resto de los casos, habrá que acudir a métodos más complejos de aproximación a otras funciones o de simulación, generalmente métodos matemáticos informáticos los cuales se expondrán más adelante.

En el siguiente dibujo se muestra una función límite lineal con sus funciones de densidad de probabilidad de sollicitación y resistencia. La intersección entre  $\mu_R$  y  $\mu_S$  determina  $\mu_M$ , la media del margen de seguridad, y las elipses concéntricas son isolíneas que determinan el índice  $\beta$  del margen de seguridad, determinadas por la desviación típica de las variables. El punto donde la función límite pasa tangente a una isolínea de  $\beta$  es el punto más probable de fallo y determina el índice de fiabilidad del sistema, ya que es la probabilidad de fallo más próxima al margen de seguridad, y es conocido también como punto de diseño.



## 3.2. Métodos de cálculo estructural

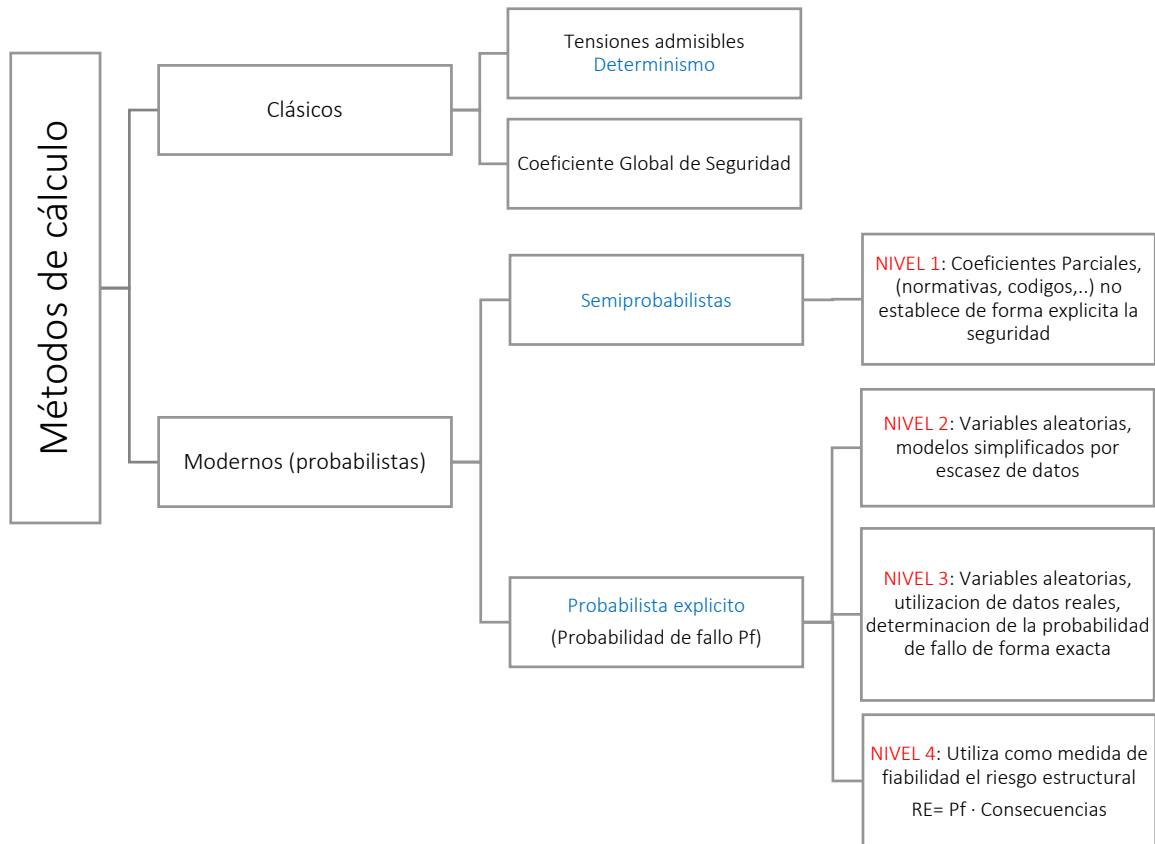


Ilustración 1 Esquema de los Métodos de Cálculo. Fuente propia

### 3.2.1. Definición de los métodos de cálculo estructural

#### 3.2.1.1. Método determinista: tensión admisible

Comenzando al final del siglo XIX, también para las estructuras de hormigón armado, la verificación de la seguridad de las estructuras se llevó a cabo con el Método de Tensión Admisible (MTA), suponiendo un comportamiento elástico-lineal de los materiales. Esta metodología se ha extendido con facilidad y ha sido ampliamente utilizada especialmente para la simplificación asumida en el cálculo de las tensiones en los materiales, realizada por la teoría elástica (por ejemplo, flexión: distribución lineal de las tensiones en la sección). En el MTA el proceso de verificación de un elemento estructural se divide en las siguientes fases:

- Estimación de las cargas;

- Evaluación de las acciones internas con un cálculo elástico basado en la definición de una determinada situación de peligro;
- Estimación de la resistencia de los materiales;
- Cálculo de tensiones elásticas ( $\sigma$ ,  $\tau$ );
- Comparación de los esfuerzos máximos, con un valor límite de tensión admisible del material.

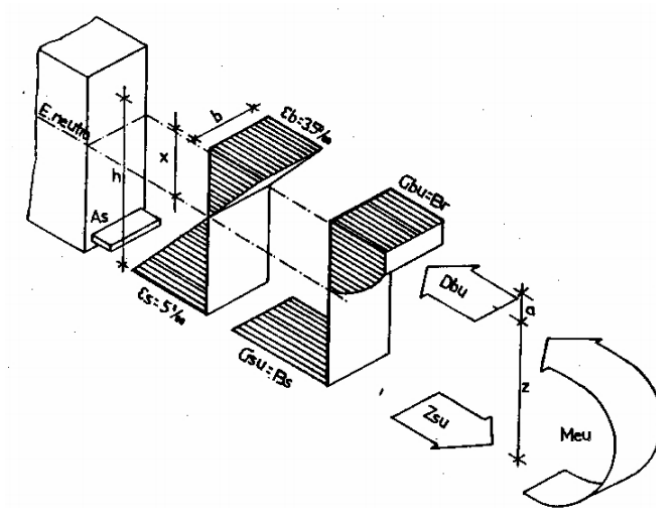


Ilustración 2 Comportamiento asumido en el Método de Tensión Admisible

$$\sigma_{es} = \frac{M_{es}}{W} < \sigma_{s,amm}$$

$$\sigma_{s,amm} = \frac{\sigma_{crit}}{C_0}$$

El MTA toma entonces los siguientes supuestos:

- Secciones giran permanecen planas;
- Material elástico-lineal;
- Examen detallado de la tensión máxima:  $\sigma_{max} < \sigma_{amm}$

Se pueden hacer muchos comentarios y críticas sobre el uso de MTA para evaluar la seguridad de una estructura:

1. Los materiales tienen en general un comportamiento no lineal y por lo tanto el logro de un cierto estado de tensión en la fibra más destacada no indica que la capacidad de carga máxima de una sección sea la de toda la estructura. La carga de rotura de una estructura depende del tipo de estructura bajo consideración y el comportamiento inelástico de materiales. El comportamiento no lineal de los materiales permite una redistribución de esfuerzos en la sección. La capacidad de carga de una sección debe definirse en función de lograr la capacidad de

deformación máxima de los materiales, y no de llegar a un valor máximo de la tensión de las fibras más estresadas;

2. No se considera la aleatoriedad de las variables involucradas, en particular, de cargas, siendo las resistencias y las cargas de las variables aleatorias, no es posible calcular la probabilidad de lograr un estado límite determinado, como el colapso de la estructura o parte de la misma. Los únicos parámetros que intervienen son la resistencia y las cargas, considerándolas como variables deterministas.
3. Con el Método de Tensión Admisible no se evalúan la capacidad de la deformación de secciones (ductilidad), propiedad particularmente importante para el diseño sísmico de las estructuras (por ejemplo, el diagrama de momento-curvatura de una sección flexionada).
4. Las propiedades del material pueden variar en el tiempo debido a los efectos de la contracción, la viscosidad, la corrosión y la degradación de los materiales en general.

### 3.2.1.2. Método probabilístico

El enfoque más correcto para la evaluación de la seguridad estructural sería el método probabilístico. Este método supone que tanto las cargas como las resistencias de los materiales son variables aleatorias y tiene como objetivo evaluar la probabilidad de que las tensiones sean más bajas que las resistencias en cada sección de la estructura (Acción < Resistencia).

Se cree que la prueba se satisface si la probabilidad  $P_r$  calculada está por debajo de un valor predeterminado  $P_r^*$ , determinado sobre la base de las consideraciones económicas, estéticas y en relación al tipo de estructura. La probabilidad  $P$  de que las acciones  $A$  sean más bajas que la resistencia  $R$  se toma como una medida de fiabilidad estructural.

Entre las variables aleatorias se deben contar: la geometría de la estructura, las características de la respuesta estructural a la tensión, las leyes que gobiernan la evolución temporal de los fenómenos de degradación y envejecimiento de los materiales.

La incertidumbre en el valor asumido por cada variable aleatoria VA puede caracterizarse a través de la función de distribución acumulativa  $F(x)$  (CDF). Esta función asocia para cada valor posible de la variable  $X$ , la probabilidad de que se asume un valor de menos de  $x$  (Ilustración 4). La función de densidad de probabilidad (PDF), que se denota por  $f(x)$ , es la derivada de  $F(x)$ . La PDF multiplicado por el infinitesimal  $dx$ , asocia cada valor específico de  $x$ , la probabilidad de que la variable  $X$  es entre  $x$  y  $x+dx$  (Ilustración 3).

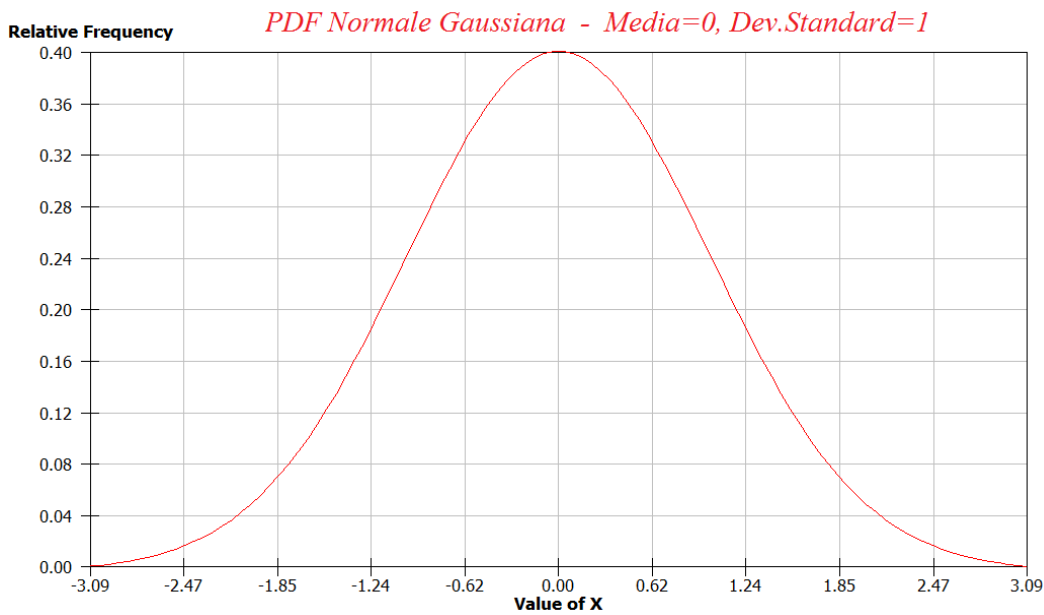


Ilustración 3 Ejemplo de un PDF con distribución normal  $\mu=0$  y  $\sigma=1$

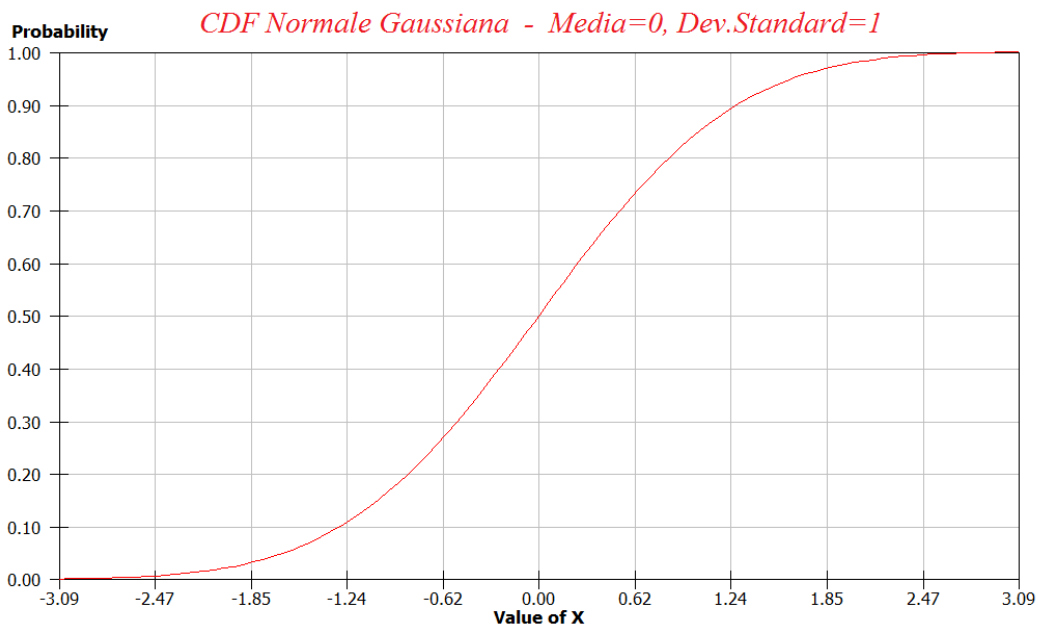


Ilustración 4 Ejemplo de un CDF con distribución normal  $\mu=0$  y  $\sigma=1$



Un fractíl se define como el valor posible de la VA asociado con una probabilidad específica de minoramiento (por ejemplo, la resistencia característica  $f_{ck}=25$  MPa es el cuantíl 5% de la distribución de resistencias del hormigón).

Como ya se ha mencionado, las variables aleatorias tradicionalmente asumidas son las cargas y las resistencias de los materiales, en las que la incertidumbre está sustancialmente vinculada al proceso de producción. Por ejemplo, el hormigón es generalmente de obra y su producción no se caracteriza por un estricto control de calidad; presenta también una composición muy heterogénea, lo que le da un alto grado de incertidumbre. Por otro lado, el acero es un material más homogéneo, que se produce en la fábrica y por lo tanto tiene un menor grado de incertidumbre.

Se puede demostrar que la probabilidad de fallo se puede calcular como la suma de la probabilidad de fallo calculada condicionalmente a cada valor de tensión específico. Se calcula la probabilidad de fallo en la hipótesis de que la tensión asuma un valor preciso:

$$P_r\{R \leq S \mid S = s\}$$

El cálculo se repite para cualquier valor de la solicitud y luego se adicionan los resultados pensándolos con la probabilidad  $P_r\{S = s\}$  que cada uno de esos valores de la tensión tiene que ocurrir (Ilustración 5).

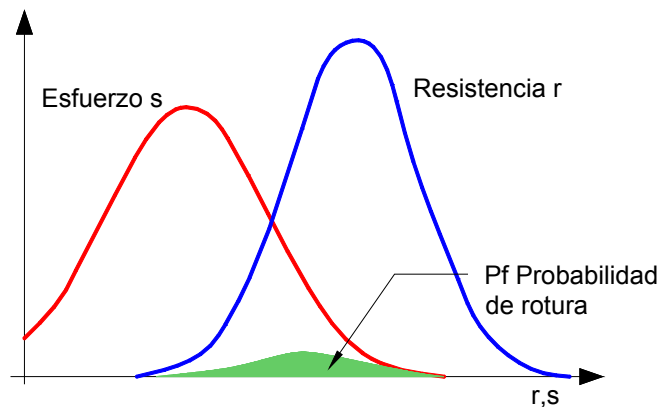


Ilustración 5 Intersección de las curvas de distribución de la resistencia "r" y el esfuerzo "s". Fuente propia

### 3.2.1.3. Método semiprobabilístico a los estados límite

Representa una solución de compromiso con la que se renuncia a calcular la probabilidad de lograr un estado límite dado. Consiste en cubrir parte de la incertidumbre de los coeficientes parciales de seguridad de las cargas ( $\gamma_G, \gamma_Q$ ) y resistencias de los materiales

$(\gamma_M)$ . De acuerdo con este método, la fiabilidad estructural puede evaluarse mediante la siguiente ecuación:

$$S_d(\gamma_G \cdot G_k; \gamma_{Qi} \cdot Q_{ki}) \leq R_d \left( \frac{f_{ki}}{\gamma_{Mi}} \right)$$

Dónde:  $S_d$  = esfuerzo de diseño

$R_d$  = resistencia de diseño

$\Psi = \frac{R_d}{S_d}$  = factor de seguridad

Esta expresión de la verificación de la seguridad es completamente análoga a una verificación del tipo determinista, sin embargo, los valores que se comparan se derivan de una caracterización probabilística de las acciones, las características de los materiales y de la estructura. Por esta razón se habla de método semi-probabilístico.

En general, el valor característico de las cargas corresponde a un cuantíl del 95%, mientras el valor característico de los materiales corresponde al cuantíl 5%.

Lo relevante consiste en la necesidad de tener que verificar la estructura con respecto a los diferentes estados límite:

- Estado límite último: estado correspondiente a la capacidad máxima de carga de la estructura o parte de la misma. Por lo general son irreversibles.
- Estado límite de servicio: referente a la idoneidad de uso de la estructura en funcionamiento.

#### 3.2.1.4. Conclusión respecto a los métodos de cálculo estructural

Para concluir este capítulo, se enuncia de forma resumida la problemática habitual que nos podemos encontrar a la hora de evaluar la seguridad en una estructura:

Los métodos deterministas, aunque son sencillos de aplicar, no dan unos resultados lo suficientemente ajustados y precisos para evaluar la seguridad en una estructura. Esto es debido a su carácter generalista: son normas aplicables a muchas tipologías estructurales. También es debido a que, al tratarse de normativas de diseño y proyecto de nuevas estructuras, las incertidumbres en las propiedades mecánicas materiales, acciones, etc..., son mucho mayores que si se consideraran lo que en la realidad sucede en estructuras

existentes: las características de los materiales, acciones, etc... pueden actualizarse y ajustarse mucho más ya que es posible hacer tomas de datos y reducir dichas incertidumbres considerablemente.

Teniendo en cuenta el punto anterior, una evaluación estructural por métodos deterministas puede suponer soluciones antieconómicas e incluso innecesarias desde el punto de vista de la seguridad, de manera que es necesario recurrir a los métodos probabilistas y, por tanto, la estimación de la probabilidad de fallo.

La utilización de los métodos probabilistas supone muchas veces enfrentarse a la integración de una función de distribución conjunta de probabilidad (función de estado limite) que depende de multitud de variables aleatorias, o al desconocimiento de una expresión explícita de dichas variables. En el mejor de los casos habría que recurrir a la programación utilizando técnicas de simulación adaptadas a las características de la estructura, o parte de ella a estudiar.

La determinación de las variables básicas, como las variables aleatorias, que constituyen el modelo adoptado, son esenciales y representan el mayor desafío al que nos enfrentamos si se pretende dar una respuesta explícita a la seguridad estructural de los edificios.



CAPÍTULO 4: TEORÍA DE LA METODOLOGÍA  
PROBABILISTA



## 4. TEORÍA DE LA METODOLOGÍA PROBABILISTA

En el capítulo anterior se facilitaban unas descripciones de los tres métodos de cálculo, a continuación se profundizará más, dando un enfoque de cada uno y tratando también de explicar métodos de análisis que nos facilitarán la determinación de los índices de fiabilidad.

### 4.1. Enfoque determinista

El Método de Tensión Admisible fue la primera aproximación en la definición de seguridad estructural. Se comenzó a utilizar en el año 1990, y se basa inicialmente en los estudios realizados por Coignet y Tedesco. Posteriormente fue un método que se utilizó para muchas simplificaciones matemáticas, así como para la teoría de la distribución normal de esfuerzos.

La teoría proporcionada en los últimos años, además de numerosos ensayos, han demostrado el comportamiento satisfactorio de las estructuras diseñadas por este método, el cual deja un margen suficiente de seguridad respecto al colapso.

El principio de la seguridad consiste en verificar la máxima tensión calculada en la sección más solicitada de la estructura, en las condiciones más desfavorables de la carga, está por debajo de una cierta tensión admisible. Esta tensión de referencia se deriva de la tensión de ruptura del material, adecuadamente escalado a través de un factor de seguridad, medida de las incertidumbres relacionadas tanto con la carga y la sollicitación. En este procedimiento, se hace la siguiente comparación:

$$S \leq R_{amm} = \frac{R_f}{\gamma} \quad (1)$$

donde  $S$  es la tensión aplicada,  $R_f$  es la tensión de ruptura del material y  $\gamma$  es el factor de seguridad.

Los problemas relacionados con el uso de este método para la verificación de la seguridad estructural son varios: en primer lugar, la dificultad de definir una medida, adecuada a la evaluación de las estructuras existentes, y en segundo lugar la necesidad de identificar las variables para expresar el problema de seguridad, y finalmente el exceso de simplificación del problema mecánico en el que hay varios fenómenos complejos tales como la plasticidad, inestabilidad, etc...

## 4.2. Enfoque probabilístico

A causa de los problemas y las incertidumbres relacionadas con el método de tensión admisible, los ingenieros han intentado a lo largo de los años abordar el problema desde una perspectiva diferente, mediante la definición de la seguridad a través de métodos probabilísticos.

A través del enfoque probabilístico es la tensión la que actúa sobre el elemento, que su resistencia se modela mediante variables aleatorias, que describen la incertidumbre, una cantidad innumerable de fenómenos que no se componen de forma determinista. Este punto de vista es el denominado “estado límite”, que se define como el efecto de un estado límite de la estructura, cuando un determinado parámetro que caracteriza la respuesta estructural alcanza un valor límite. Se verifica en este caso:

$$S \leq R \quad (2)$$

Donde S representa la solicitud en términos de rendimiento y R representa la resistencia disponible, si se alcanza el signo igual corresponde al estado límite.

En general, para cada estado límite posible podemos definir una desigualdad fundamental e identificar en un espacio de variables significativas, por ejemplo, en un espacio R-S la ecuación (2), S “dominio de seguridad” en el que se verifica la desigualdad y R “dominio de rotura en la que no se ha verificado.

Podemos entonces definir la probabilidad de rotura y la fiabilidad del sistema, respectivamente, como la probabilidad de que la desigualdad es vulnerada o menos crítica:

$$P_{fail} = Prob[S > R] \quad (3)$$

$$P_{succ} = 1 - P_{fail} = Prob[S \leq R] \quad (4)$$

Las relaciones (3) y (4) se pueden expresar como la probabilidad de que en un espacio de variables aleatorias, un punto X, que representa los parámetros significativos de entrada y sistema, está en el dominio de R o romper el dominio de seguridad S:

$$P_{fail} = Prob[X \in U] \quad (5)$$

$$P_{succ} = Prob[X \in S] \quad (6)$$



### 4.3. Enfoque semi-probabilístico

Los códigos y reglamentos de evaluación más recientes de la seguridad estructural son realizados a través de un enfoque llamado "estados límite semi-probabilísticos", que puede tratarse como una simplificación del enfoque probabilístico en el que el cálculo de la probabilidad de que se rompa, eq. (3) se sustituye por la verificación de la desigualdad críticas (2) mediante la inserción en el lugar de las variables aleatorias  $R$  y  $S$  y valores característicos de este último ( $R_k, S_k$ ), junto con "factores parciales de seguridad" ( $\gamma_S, \gamma_R$ ). De este modo el proyectista debe verificar que se cumple, para el estado límite genérico, la siguiente desigualdad:

$$\gamma_S \cdot S_k \leq \frac{R_k}{\gamma_R} \quad (7)$$

donde ( $R_k$ ) y ( $S_k$ ) se definen respectivamente como p-fractil superior e inferior:

$$Prob[R < R_k] = p \quad Prob[S > S_k] = p \quad (8)$$

siendo  $p$  un valor muy pequeño variable entre 2 y 5 (véase Ilustración 6).

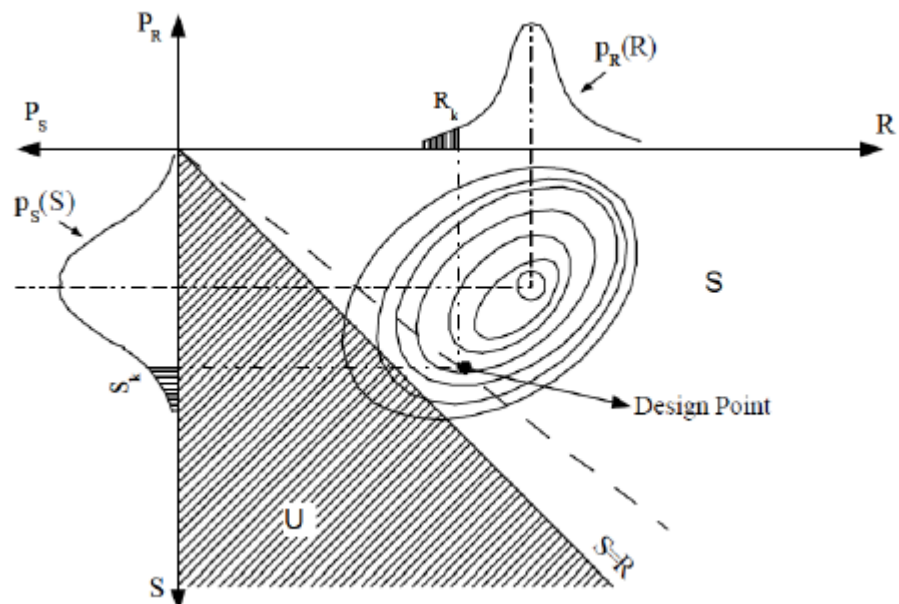


Ilustración 6 Valores Característicos. Enfoque de nivel 1

Este enfoque se denomina el semiprobabilístico ya que la evaluación de los datos de entrada y coeficientes se deriva de las consideraciones de probabilístico / estadístico; desde un punto vista de la ingeniería, sin embargo, la aplicación de los coeficientes parciales de seguridad puede ser considerado todavía como un enfoque similar a la tensión admisible con una evaluación comparativa de las variables individuales  $(R_k, S_k)$ , adecuadamente modificada  $(\gamma_s, \gamma_R)$

#### 4.4. Enfoque probabilístico “exacto”

Tratamos en esta sección, una introducción de las definiciones analíticas de algunas variables necesarias para el análisis del problema de la probabilidad de fallo, así como la presentada en la ecuación (5). Utilizando el JPDF (*Joint Probability Density Function*) (*función de densidad de probabilidad conjunta*)  $f(x)$  del vector  $X$  que representa las variables aleatorias que caracterizan el problema, introduciendo la probabilidad de colapso (error) como:

$$P_{fail} = \int_U f_x(x) \quad (9)$$

y, a continuación, en consecuencia, la probabilidad de éxito parece ser:

$$P_{succ} = \int_S f_x(x) \quad (10)$$

Además, se puede definir una función  $G = G(x)$  de tal manera que:

$$\begin{aligned} \{G(x) > 0\} &\rightarrow \{Suceso\} \\ \{G(x) < 0\} &\rightarrow \{Rotura\} \end{aligned} \quad (11)$$

Esta función generalmente se le llama *función de rendimiento (performance)*, si por ejemplo nos referimos a dos variables aleatorias  $R$  y  $S$  (resistencia y sollicitación) la función más simple de la actuación satisfactoria (11) es,  $G(R, S) = R - S$

Con la introducción de  $G$ , se puede escribir:

$$P_{fail} = \int_{G(x) \leq 0} f_x(x) dx \quad (12)$$

El problema de la fiabilidad estructural se reduce (aparentemente) a la solución de esta integral multidimensional, pero en realidad la solución forma parte de la integral (12), es posible sólo en casos muy raros y bajo hipótesis muy restrictivas en las que tanto la función

de los resultados como la función de densidad de probabilidad conjunta JPDP se puede expresar de forma muy simple, en general se puede decir integrante que sólo hay que resolver a través de simulaciones de Monte Carlo, que suele ser muy costoso computacionalmente.

Para resolver el problema de la fiabilidad estructural con un enfoque de necesidad probabilística se ha de seguir los siguientes pasos:

- 1) Determinación de JPDP de X, o la forma funcional de  $f_x(x)$ ;
- 2) determinación de la forma funcional de la función de rendimiento;
- 3) el cálculo de la integral (12);
- 4) optimización de la estructura con respecto a la  $P_{fail}$

El primer paso es un problema estándar de la estadística inferencial considerablemente simplificada si se puede hacer la hipótesis de independencia estadística entre las variables y luego:

$$f_x(x) = f_{x1}(x_1) \cdot f_{x2}(x_2) \dots f_{xn}(x_n) = \prod_{i=1}^n f_{xi}(x_i) \quad (13)$$

El segundo punto es un tema más específico de la teoría de la fiabilidad, en muchos casos se tendrá que conocer la forma analítica de la función de estado límite G, pero en otros casos esta función debe estimarse a partir de los datos y, por tanto, sólo se conoce en forma numérica.

Será necesario en estos casos utilizar enfoques particulares (tales como la de la superficie de respuesta) para determinar la forma de G. El tercer punto es puramente computacional, que se intentará resolver con los métodos adecuados de análisis numérico siendo eso un problema de integración multidimensional con dominios de integración definida en forma implícita (en forma de desigualdades en un espacio en general a  $n$  dimensiones).

Como se mencionó en un principio, sólo en el caso de un problema bidimensional de variables independientes y funciones de prestación lineal es posible encontrar una solución en forma cerrada como el introducido en el siguiente párrafo.

#### 4.4.1. Caso de un espacio de dos dimensiones (R, S)

Se presenta la formulación del problema de la fiabilidad estructural, a continuación, la evaluación de  $P_f$ , cuando la función de estado límite es del tipo  $G(R, S) = R - S$ ,

siendo  $R$  y  $S$  variables independientes de la densidad de probabilidad marginal, PDFs (*Probability Density Functions*) (*Funciones de densidad de probabilidad*),  $f_R(r)$  y  $f_S(s)$ .

En este caso la (12) se puede escribir en esta forma:

$$P_f = \iint_{[R-S < 0]} f_{R,S}(r,s) dr ds \quad (14)$$

siendo las variables independientes que podemos escribir:

$$f_{R,S}(r,s) = f_R(r) \cdot f_S(s) \quad (15)$$

y sustituyendo (15) en (14) la integral se convierte en:

$$P_f = \iint_{[R-S < 0]} f_R(r) \cdot f_S(s) dr ds = \int_0^\infty f_S(s) [\int_0^\infty f_R(r) dr] ds = \int_0^\infty f_S(s) \cdot F_R(s) ds \quad (16)$$

y luego  $P_{fail}$  está dada por la integral de convolución de dos funciones de  $s$ , en donde  $f_S(s)$  es el PDF de  $S$  y  $F_R(s) = Prob[R < S]$  es el CDF (*Cumulative Distribution Function*) de  $R$ . La (*Ilustración 7*) recoge el significado geométrico de la integral (14).

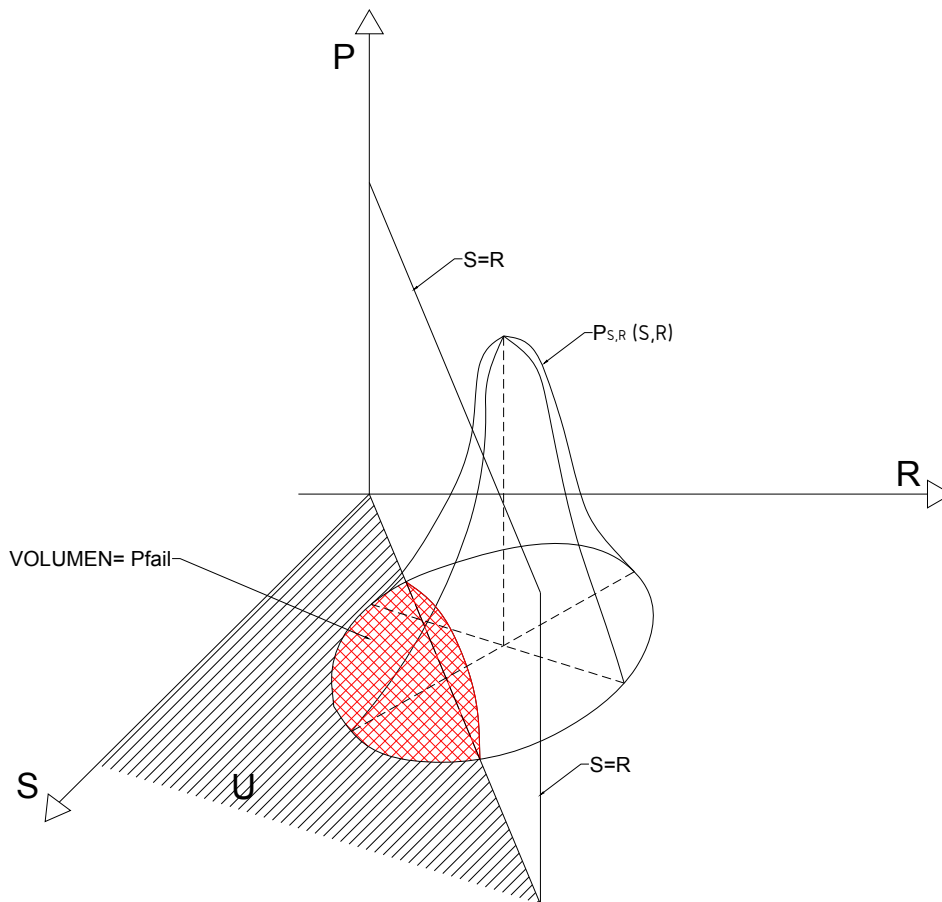


Ilustración 7 Resultado Geométrico de la Integral (14)

## 4.5. Enfoque probabilístico simplificado

El cálculo de la integral (9) representa un problema matemático de resolución trivial que en la mayoría de los casos sólo puede resolverse numéricamente con simulaciones costosas en términos de tiempo y potencia de cálculo.

Los principales problemas relacionados con el cálculo de la integral se pueden resumir como:

- 1) El dominio de la integración se conoce sólo en forma implícita;
- 2) el dominio de la integración está generalmente "lejos" de la media del vector  $X$ ;
- 3) el valor del integrando varía rápidamente en el dominio de la integración.

El primer punto hace que sea difícil encontrar los límites (*bounds*) para el dominio de la integración y para la generación de números aleatorios. El segundo punto también hace que sea difícil una eficiente generación de números al azar, mientras que el tercer punto tiene que elegir adecuadamente el esquema de integración para no perderse ningún valor pico de la función integrada.

Por estas razones, varios autores desde los años sesenta han propuesto la idea de evaluar la fiabilidad a través de un índice, que es el índice de fiabilidad. Este índice mide, en unidades de desviación estándar, la distancia entre el valor medio del vector  $X$  y el contorno del dominio de rotura, es decir, la distancia entre dicho valor medio y el punto la función de rendimiento ( $G(X)=0$ ) que es "más cerca" del valor medio (*desing point*). La evaluación del índice  $\beta$  por lo tanto, es un problema de encontrar el mínimo vinculado.

Una vez que este índice se ha calculado es posible calcular la probabilidad de colapso y compararlo con los valores de referencia a fin de evaluar el grado de fiabilidad de la estructura, obviamente, cuanto mayor sea el valor, menor será la probabilidad de fallo.

En la siguiente sección se explica el procedimiento para el cálculo en el caso de un sistema simple. Este ejemplo es muy útil para comprender las técnicas adoptadas en los casos más complejos tratados en los siguientes párrafos.

### 4.5.1. Cálculo de $\beta$ en el caso de un espacio bidimensional y la función de estado lineal

Supongamos que  $G(R, S) = R - S$  es la función de estado límite y que las dos variables son normales (gaussianas). Definimos ahora dos variables aleatorias  $R$  y  $S'$  tal que:

$$R' = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad S' = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (17)$$

donde los símbolos  $\mu$  y  $\sigma$  representan respectivamente la desviación media y estándar de mismas variables.

La ecuación (17) representa una transformación en un espacio de variables aleatorias normales estandarizada, en un espacio de variables normales con media cero y varianza unitaria. Sustituyendo (17) en función del rendimiento (estado límite), obtenemos:

$$\sigma_R \cdot R' - \sigma_S \cdot S' + \mu_R - \mu_S = 0 \quad (18)$$

que es la ecuación de una línea recta cuya distancia desde el origen es precisamente igual a  $\beta$  (Ilustración 8).

Dado que la distancia mínima desde el origen de una recta con ecuación  $ax + by + c = 0$  es  $|c|/\sqrt{a^2 + b^2}$ , podemos calcular en este caso en un índice muy sencillo de fiabilidad:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (19)$$

Recordemos que el ejemplo y desarrollo de las fórmulas son válidas sólo para este caso específico, es decir, para el caso de un espacio bidimensional de variables normal distribuíble e independiente, de manera que en la (19) no aparece el índice de correlación ( $\rho = 0$ ), el procedimiento de cambio, como veremos en las siguientes secciones se puede generalizar en el caso de las variables *n-dimensionales*, sin embargo, distribuye, y la función de estado limite no lineal

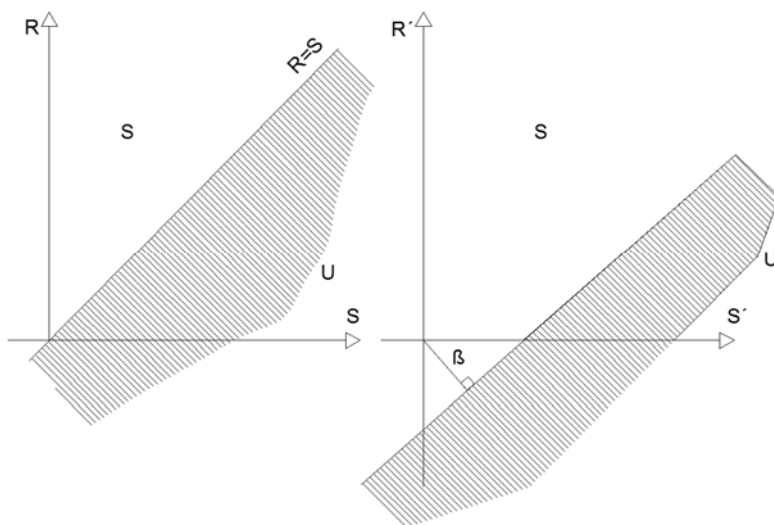


Ilustración 8 Espacio de los estados límite (izq.); Estado límite reducido (dcha.)

## 4.6. Métodos de análisis: FORM y SORM

En esta sección vamos a exponer de manera más general el problema de la determinación del índice de fiabilidad mediante la ampliación de la cuestión en la sección anterior a los espacios dimensionales de orden  $n$ , en la que las variables son necesariamente gaussianas e independientes.

Consideramos el caso general en el que  $Z$  es una función genérica que define el estado límite y  $X$  el vector de variables aleatorias que se caracteriza por la media  $\mu_X$  y la matriz covarianza  $\Sigma_{XX}$ :

$$Z = G(x) \quad (20)$$

La media y la covarianza de  $Z$  no son conocidos en el caso general en el que la función  $G(X)$  es no lineal. Si utilizamos el desarrollo en serie de Taylor en el punto

$$Z = G(\mu_X) + (\nabla_X G)_{X=\mu_X}^T \cdot (X - \mu_X) + o(\|X - \mu_X\|^2) \quad (21)$$

Recibimos las siguientes aproximaciones:

$$\mu_Z \approx G(\mu_X) \quad (22a)$$

$$\sigma_Z^2 \approx (\nabla_X G)_{X=\mu_X}^T \cdot \Sigma_{XX} \cdot (\nabla_X G)_{X=\mu_X} \quad (22b)$$

Este procedimiento conduce a la definición de la llamada MVFOSM (*Mean Value First Order Second Moment reliability index*):

$$\beta_{MVFOSM} = \frac{G(\mu_X)}{\sqrt{(\nabla_X G)_{X=\mu_X}^T \cdot \Sigma_{XX} \cdot (\nabla_X G)_{X=\mu_X}}} \quad (23)$$

El principal problema de este índice de fiabilidad es que no es invariante con respecto a la sustitución de una función de estado límite con una equivalente (por ejemplo, no tiene invariancia del índice mediante la sustitución de  $G(\cdot)$  en la función equivalente  $G(\cdot)^3$ ).

El problema de la invarianza fue resuelto por Hasofer y Lind a través de una reformulación del problema en un espacio gaussiano estándar a través de una transformación lineal. Los autores propusieron desarrollar en sucesión de Taylor en lugar de en el punto medio (21), debido al problema de la no-invarianza, en un punto de la superficie de rotura lo más cerca posible del origen en el espacio normal estándar, en la superficie de ruptura, la función de estado límite  $G(\cdot)$  y sus derivados son independientes de cómo el problema es

formulado. La distancia de este punto desde el origen representa la  $\beta_{\text{FOSM}}$  (*First Order Second Moment reliability index*).

A continuación, una transformación no lineal se introdujo para resolver el problema en el caso de distribuciones no gaussianas.

#### 4.6.1. Transformaciones probabilísticas

Teniendo en cuenta las distribuciones de probabilidad marginales y los índices de correlación entre las variables aleatorias, se muestra en esta sección cómo es posible realizar una transformación en un espacio normal estándar en el que no se correlacionan las variables.

En primer lugar, se generaliza el análisis del apartado Cálculo de  $\beta$  en el caso de un espacio bidimensional y la función de estado lineal de la página 33 para el caso *n-dimensional* de variables  $X$  normal- distribuable que tienen media  $\mu_X = \{\mu_i\}$  y la matriz de covarianza  $S_{XX} = \{\rho_{IJ}\sigma_i\sigma_j\}$ , siendo,  $\rho_{IJ}\sigma_i\sigma_j$  promedio respectivamente, el coeficiente de correlación y desviación estándar de la variable genérica  $X_i$ .

Para obtener la transformación hacia un espacio normal standard necesitamos determinar la transformación lineal  $u = a_0 + AX$  de modo que sea  $\mu_u = 0$  y  $S_{uu} = I$ . Si escribiendo la media y de covarianza de una función lineal en forma de matriz que dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{aligned}\mu_u &= a_0 + A\mu_X = 0 \\ S_{uu} &= AS_{XX}A^T = I\end{aligned}\tag{24}$$

Supongamos que  $S_{XX}$  es definida positiva y por lo tanto se puede escribir  $S_{XX} = \hat{L}\hat{L}^T$  donde  $\hat{L}$  es una matriz triangular inferior, obtenido por ejemplo a través de la descomposición de Cholesky, podemos escribir la segunda de (24) como:

$$A\hat{L}\hat{L}^T A^T = (A\hat{L})(\hat{L}^T A^T) = I \rightarrow A\hat{L} = I \rightarrow A = \hat{L}^{-1}\tag{25}$$

Sustituyendo a continuación, en la primera de (24):

$$a_0 + \hat{L}^{-1}\mu_X = 0 \rightarrow a_0 = -\hat{L}^{-1}\mu_X\tag{26}$$

Así que en este caso se representa la transformación en el espacio normal estándar por la siguiente relación:

$$u = \hat{L}^{-1}(X - \mu_X)\tag{27}$$

donde  $\hat{L}^{-1}$  representa el jacobiano de la transformación.



Si las variables  $X$  no eran normales, pero estadísticamente independientes, con la matriz covarianza igual a la matriz identidad  $y$ , a continuación, cada variable  $x_i$  puede ser transformada en una variable normal estándar a través de la transformación:

$$\Phi(u_i) = F_x(X_i) \rightarrow u_i = \Phi^{-1}[F_x(X_i)] \quad (28)$$

donde  $\Phi$  es la función acumulativa de una distribución normal estándar (CDF) y  $F$  es la función de densidad acumulativa marginal de la variable random  $X_i$ ; el Jacobiano de esta transformación es:

$$J_{u,x} = \left\langle \frac{F_x(X_i)}{\Phi(u_i)} \right\rangle \quad (29)$$

donde el símbolo  $\langle . \rangle$  Indica una matriz diagonal.

Ahora podemos analizar el caso general en el que las variables  $X$  no son gaussianas y no son independientes, este caso que generaliza y extiende los dos casos anteriores. Hay varias posibles transformaciones que se pueden utilizar (Winterstein, Rosenblatt), en la formulación que seguiremos utilizando la transformación de Nataf.

Un conjunto de variables aleatorias  $X$  tiene una distribución de Nataf si las variables se obtienen por la transformación (28) son normal-distribuida. Indicamos por  $R = \{\rho_{IJ}\}$  y  $R_0 = \{\rho_{0IJ}\}$  respectivamente las matrices de correlación de  $X$  y  $u$ , los elementos de estas matrices están vinculados por la relación siguiente:

$$\rho_{IJ} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right) \left( \frac{X_j - \mu_j}{\sigma_j} \right) \cdot \Phi_2(u_i, u_j, \rho_{0ij}) du_i du_j \quad (30)$$

donde,  $\Phi_2(u_i, u_j, \rho_{0ij})$ , es el PDF de una distribución normal estándar en dos dimensiones.

La transformación se expresa entonces:

$$\mathbf{u} = \mathbf{L}_0 \begin{bmatrix} \Phi^{-1}[F_x(X_i)] \\ \Phi^{-1}[F_x(X_i)] \\ \Phi^{-1}[F_x(X_i)] \end{bmatrix} \quad (31)$$

Donde es la matriz triangular inferior obtenida por la descomposición de los  $R_0$ . Además, el Jacobiano de la transformación es:

$$J_{u,x} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{0} \cdot \left\langle \frac{F_x(X_i)}{\Phi(u_i)} \right\rangle \quad (32)$$

### 4.6.2. Método de FORM

Una vez que se ha ido del espacio de variables aleatorias  $X$  al espacio de las variables normales estándar  $u$ :

$$G(x) = g(u) \tag{33}$$

la probabilidad de fallo se puede calcular como:

$$P_f = \int_{g(u) < 0} \Phi_n(u) du \tag{34}$$

donde  $\Phi_n(u)$  es el PDF de una distribución normal estándar de  $n$  dimensiones. Esta función tiene dos propiedades importantes: es simétrica respecto a un giro genérico de ejes y también decae exponencialmente con el cuadrado de la norma  $\|u\|$ . Por lo tanto, los puntos que contribuyen significativamente a la integral (34) son los más cercanos al origen espacio normal estándar.

El índice de fiabilidad puede entonces ser definida como:

$$\beta = a^T \cdot u^* \tag{35a}$$

$$u^* = \min\{\|u\| \mid g(u) \leq 0\} \tag{35b}$$

siendo  $a$  la unidad normal a la superficie límite del vector (ver apartado la determinación del punto de diseño e ilustración 9)

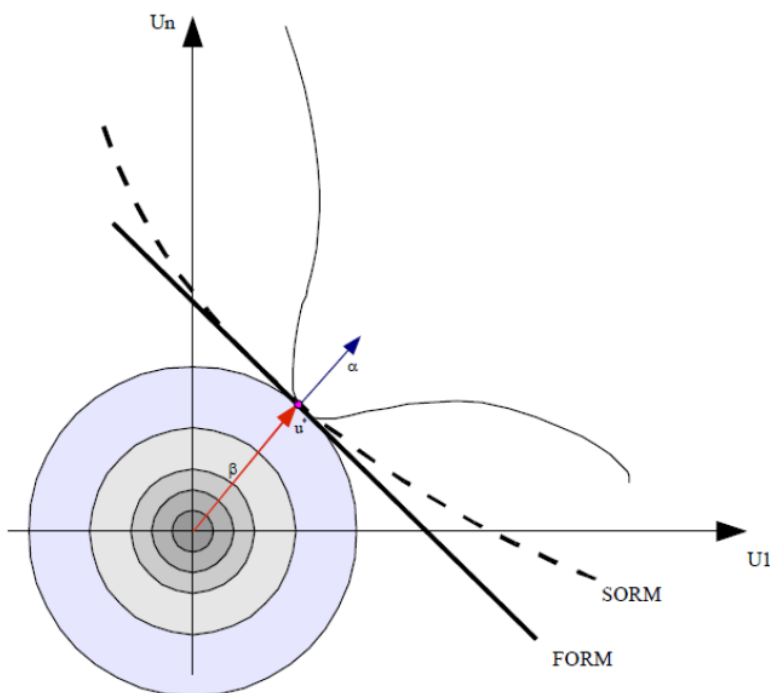


Ilustración 9 Definición del punto de diseño geométrico

La solución  $u^*$  del problema (35a, b) es lo que habíamos definido previamente como punto de diseño, lo que obviamente también se puede definir como un punto de ruptura más probablemente en el espacio normal estándar. Si la función  $g(\mathbf{u})$  es lineal en  $\mathbf{u}$ , entonces el probabilidad de fallo toma la expresión simple  $P_f = \Phi(-\beta)$ , siendo  $\Phi$  la CDF de una distribución normal estándar.

Si  $g(\mathbf{u})$  es no lineal, el *Método de aproximación de primer orden (First Order Approximation Method)* (FORM) es resolver (35) y luego evaluar  $P_f \approx \Phi(-\beta)$ . Geométricamente, esto es equivalente a sustituir el dominio de rotura con el semi-espacio más allá del hiperplano tangente a la superficie del estado límite en el punto  $u = u^*$ .

#### 4.6.3. Método de SORM

La aproximación de la superficie límite con un hiperplano (a través del desarrollo en serie de Taylor de primer orden) puede no ser satisfactorio si la superficie tiene una curvatura significativa. Aunque la función de estado límite es lineal en el espacio original, se puede llegar a ser no lineal después de la transformación en el espacio normal estándar.

El enfoque más común ha sido la aproximación de la superficie límite real con una superficie parabólica, cuadrática o de orden superior, alrededor del punto de diseño. Cuando la superficie de estado límite es aproximada por un espacio normal estándar de una superficie cuadrática de segundo orden alrededor del punto de diseño, el método de cálculo la fiabilidad estructural se llama *Second Order Reliability Method* (SORM).

Una forma de abordar el estudio de metodologías de confiabilidad como SORM es utilizar los resultados de la teoría de la aproximación asintótica. La probabilidad de rotura puede entonces estimarse determinando las curvaturas principales, la  $K$  de la superficie del estado límite en los espacios normales estándar en el punto de diseño y luego aplicar la expresión asintótica:

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \beta \cdot K_i)^{1/2} \quad (36)$$

Donde  $la k$  son las curvaturas principales calculados en  $u^*$  y  $\beta$  es el índice de fiabilidad calculado con el método FORM. La (36) representa el producto de los resultados obtenidos con el método de primer orden con un término que representa la corrección debido a la curvatura.

#### 4.6.4. La determinación del "punto de diseño"

Como hemos visto, una vez efectuada la transformación el paso decisivo para la determinación de la confiabilidad, si se utiliza FORM o SORM, es la determinación del "punto de diseño".

El método más utilizado para la determinación del punto de diseño es el desarrollado por Hasofer y Lind y posteriormente ampliado por Rackwitz y Fiessler en conjunto, con técnicas de transformación de probabilidad (véase página 36), conocido como algoritmo de HL-RF, muy utilizado por su sencillez y por los buenos resultados asociados a él, a pesar de no siempre ser convergente como es evidencia por algunos autores.

El algoritmo comienza desde el punto  $u^0$  (Por ejemplo, el origen) y el estado límite de la función  $g(u)$  se linealiza en el entorno de  $u^0$ . La intersección entre el hiperplano tangente con el plano de las variables proporciona una superficie del estado límite aproximado, el punto más cercano al origen de esta superficie representa el punto inicial para la siguiente iteración.

El procedimiento es entonces itera y el punto de diseño  $u^*$  es el límite de la serie  $u^0, u^1, \dots, u^k, \dots$

Indicamos con  $a^k$  el vector unitario y normal a la superficie del estado límite en el punto  $u^k$ :

$$a^k = \frac{-\nabla_u g(u^k)}{\|\nabla_u g(u^k)\|} \quad (37)$$

Siendo  $\nabla_u g(u^k)$  el gradiente de la superficie en el punto  $u^k$ . El punto  $u^{k+1}$  puede ser expresado como:

$$u^{k+1} = \frac{\nabla_u g(u^k)^T \cdot u^k - g(u^k)}{\|\nabla_u g(u^k)\|} \cdot \frac{\nabla_u g(u^k)}{\|\nabla_u g(u^k)\|} \quad (38)$$

y por lo tanto el valor de la k-ésima iteración será (ver ilustración 10):

$$\beta = a^{kT} \cdot u^k \quad (39)$$

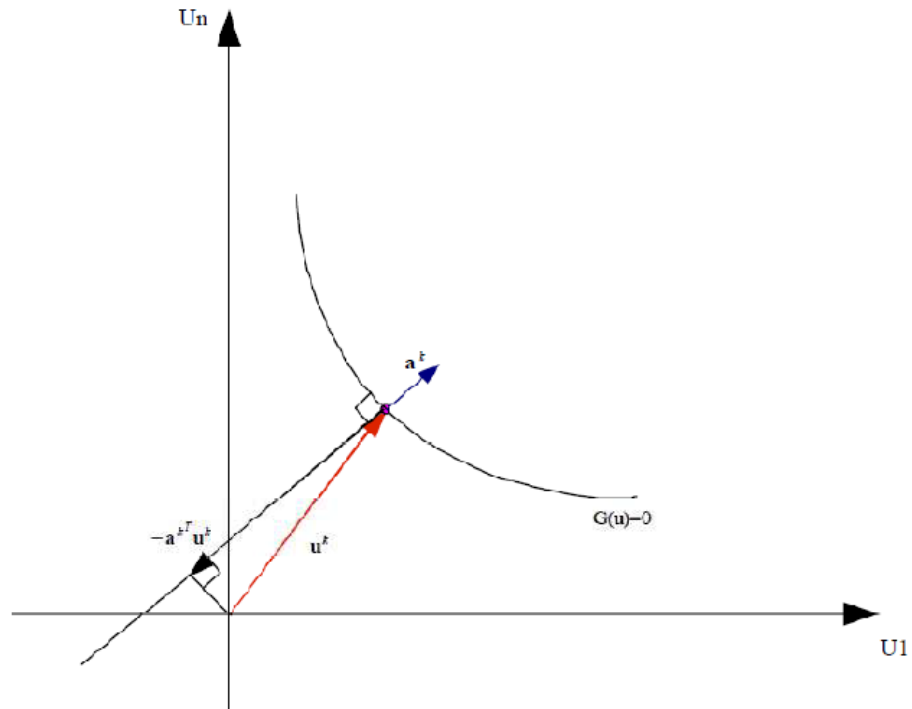


Ilustración 10 Criterio de convergencia para la determinación del "punto de diseño"

#### 4.7. Métodos para la simulación numérica

El método analítico proporciona resultados aproximados y deben ser aplicados cuando la probabilidad de rotura es menor de 0,05. Cuando la probabilidad de colapso es mayor, el método de integración directa da mejores resultados. Pero ya hemos mencionado en el enfoque probabilístico exacto (véase pág. 30) que estos métodos, cuando las variables que intervienen son muchas, muestran significativas dificultades de cálculo. Para solucionar este problema se han desarrollado en los últimos años métodos de simulación muy eficaces como la simulación de Monte Carlo, los métodos basados en la *importancia de muestreo* o métodos *adaptativos*.

La simulación de Monte Carlo se realiza generalmente cuando el problema examina, con la participación de un gran número de variables, que se sabe o se puede asumir la distribución de probabilidad. Usando técnicas de muestreo estadístico, un conjunto de valores de las variables estándar se genera como una función de las correspondientes distribuciones de probabilidad. Estos valores son tratados como si fueran el resultado de una observación experimental, repitiendo el proceso varias veces, podemos generar más conjuntos de valores según el cual para obtener la solución buscada (por ejemplo, en términos de probabilidad de fallo) que, evidentemente, será una función del número de

toma de muestras y la bondad del proceso aleatorio que genera los diversos numéricamente los diversos conjuntos.

#### 4.7.1. Simulación de Monte Carlo

Como hemos destacado anteriormente la fiabilidad de una estructura puede ser caracterizada por una función del estado límite  $G(x) = G(X_1, X_2, \dots, X_n)$  en que las variables  $X_i$  son las variables aleatorias que representan las variables de diseño (vidrio, tensiones, desplazamientos, ...). En un método de Monte Carlo un conjunto de valores de  $X$  se genera numéricamente de acuerdo a lo que es su distribución de probabilidad utilizando un generador de números aleatorios.

El conjunto de valores así generados puede ser sustituido en la función  $G$  para comprobar si su valor es positivo o negativo (rotura). Repitiendo el proceso un número de veces es posible simular la distribución de probabilidad de  $G$ . Obviamente para ello es necesario un gran número de conjuntos generados. La probabilidad de colapso puede ser estimada entonces de la siguiente manera:

$$P_f = Prob[G(X) \leq 0] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n}{N} \quad (40)$$

donde  $N$  es el número total de simulaciones y  $n$  representa el número de veces que  $G(x) < 0$ .

El informe  $\frac{n}{N}$  es generalmente muy pequeño y por lo tanto la probabilidad se estima sujeta a cierto grado de incertidumbre. En particular, la varianza de dicha relación disminuye a medida que  $N$  aumenta, para lo que la incertidumbre en la evaluación de la probabilidad en (40) disminuye con el aumento de  $N$ .

#### 4.7.2. Técnicas de simulación con la reducción de la varianza

Las simulaciones de Monte Carlo, como se mencionó en la sección anterior, requieren un gran número de muestras  $N$  para obtener resultados precisos. Se desarrollaron por lo tanto, de los métodos de simulación que tienen por objeto reducir el número de muestras necesarias sin degradar la calidad de los resultados, la reducción del contrario, en muestras iguales, la varianza. Entre estos métodos podemos mencionar la importancia del método "importance sampling" y el método "adaptive sampling".

## 4.7.2.1. Importancia de muestreo

La integral multi-dimensional (12) puede reescribirse como:

$$J = \int_{G(x) \leq 0} f_x(x) dx = \int_{\Omega} I[G(X)] f_x(x) dx \quad (41)$$

Donde  $I[G(X)]$  es una función de indicador, igual a 1 si  $X \in \Omega | G(x) \leq 0$  y a 0 de otro modo. Volvemos a escribir de manera equivalente la (41) mediante la introducción de una función  $h_v = (x)$  función de densidad de probabilidad que llamamos "importance sampling":

$$J = \int_{\Omega} I[G(X)] f_x(x) \frac{h_v(x)}{h_v(x)} dx \quad (42)$$

Y "la posibilidad de expresar la (42) como un valor esperado, a través del operador  $E[\bullet]$ :

$$J = E \left[ I[G(X)] \frac{f_x(x)}{h_v(x)} \right] \quad (43)$$

La ecuación (43) puede ser estimada como sigue:

$$P_f \cong J_2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left[ I[G(\hat{V}_j)] \frac{f_x(\hat{V}_j)}{h_v(\hat{V}_j)} \right] \quad (44)$$

donde  $(\hat{V}_j)$  es un vector de valores generados a partir de la función  $h_v(\cdot)$

La varianza de  $J_2$  se puede expresar como:

$$Var [J_2] = \frac{1}{N} \left( \int I[G(X)] \frac{f_x(x)}{h_v(x)} \right)^2 h_v(x) dx - J^2 \quad (45)$$

Y por lo tanto, está claro que al elegir adecuadamente la función  $h_v(\cdot)$  es posible reducir la varianza de  $J_2$  y luego de  $P_f$ ; el problema de la determinación de la función  $h_v(\cdot)$  es óptima en general compleja, una posibilidad es determinar primero el punto de diseño (véase pág.40), y luego utilizar en función de la importancia de muestreo la misma  $f_x(x)$  escalada de una manera tal que su media coincide con el punto de diseño.

## 4.7.2.2. El muestreo adaptativo

Como se mencionó en el párrafo anterior la elección de la función  $h_v(\cdot)$  es un punto clave para reducir la carga computacional resultante de la simulación, mientras que la reducción de la varianza, y entonces el error, relacionado con el procedimiento.

Una posibilidad para mejorar la función de muestreo de importancia es elegir un  $h_v(\cdot)$  inicial (ensayo de función) y hacer un muestreo preliminar. A partir de esta información  $h_v(\cdot)$  puede ser modificada para tratar de mejorar la velocidad de convergencia. Supongamos que  $h_v(\cdot)$  se obtiene a partir de  $k$  funciones de densidad de probabilidad elemental  $h_{vj}(\cdot)$

$$h_v = \sum w_j h_{vj}(x) \quad (46)$$

Donde  $w_i$  son los pesos seleccionados de tal manera que  $h_v(\cdot)$  tiene una forma lo más similar posible a  $f_x(x)$  dentro del dominio de rotura. Si las funciones  $h_{vj}(\cdot)$  son componentes de  $f_x(x)$ , pero con desviaciones estándar más pequeñas, y cada uno se centra en un punto inicial  $\hat{X}^*$ , entonces los pesos pueden ser elegidos de manera que:

$$w_j = \frac{f_x(\hat{X}_j)}{\sum_{i=1}^k f_x(\hat{X}_i)} \quad (47)$$

Los pesos expresados por la (47) son entonces proporcionales a la contribución del vector  $\{\hat{X}\}$  la evaluación de la probabilidad de un colapso. Una vez que los pesos han sido determinados gracias a la muestra inicial, se pueden utilizar, y luego iterados, muestrean aún más los procesos a través del cual obtienen estimaciones de los pesos y entonces la probabilidad de colapso siempre mejorará.



## CAPÍTULO 5: ANÁLISIS DE NORMATIVAS



## 5. ANÁLISIS DE NORMATIVAS

El papel de los códigos de diseño es establecer los requisitos para garantizar un nivel aceptable de fiabilidad de las estructuras. La limitación que tienen los códigos o normativas es que pueden ser muy conservadoras, o que no se ajusten perfectamente a un método particular. Como se ha podido comprobar anteriormente, la fiabilidad está estrechamente ligada a la probabilidad de fallo.

A lo largo de los años, se ha caminado hacia unos códigos y normas basadas en la investigación científica, que se basan en la experiencia acumulada y en la construcción de los modelos proyectados, dando a los calculistas la opción de tener en cuenta los riesgos.

### 5.1. Normativa Internacional

#### 5.1.1. JCSS Joint Committee on Structural Safety. Probabilistic Model Code

(“Comité Mixto de la Seguridad Estructural.” Código modelo Probabilístico)

Este documento es un primer intento de agrupar de forma consistente, algunas de las normas, reglamentos, y las explicaciones necesarias para el diseño de nuevas estructuras o la evaluación de las ya existentes desde el punto de vista probabilístico.

Desde el diseño de nuevas estructuras hasta la aceptación de las existentes, el método probabilístico es un método suficientemente seguro, es el resultado de un proceso de toma de decisiones guiada por algunos criterios de optimización. Se enlaza en este proceso de una manera lógica y coherente, los requisitos y las expectativas del cliente o propietario de una estructura, las cargas y las acciones que se esperan, las características de los materiales a utilizar que se encuentran en la obra nueva o en la ya existente, los modelos de cálculo, las calificaciones de la mano de obra previstos, el comportamiento de los usuarios y finalmente las percepciones de la sociedad con respecto al impacto ambiental y el desarrollo sostenible.

Los aspectos generales sobre el objetivo de fiabilidad: los requisitos de seguridad de una estructura están expresados en términos de índices de fiabilidad mínimos aceptados o máxima probabilidad de fallo admisible. En principio la fiabilidad estructural los considera como parámetros sujetos a optimización.

De forma práctica la fiabilidad requerida de la estructura es controlada por:

- Un conjunto de supuestos acerca de la gestión de la calidad y su aseguramiento, por ejemplo en el diseño y la supervisión de la construcción, pretendiendo evitar grandes errores.
- Estableciendo valores admisibles de la probabilidad de fallo para las diferentes clases de estructuras, como las que se presentan en el siguiente cuadro:

RECOMENDACIONES ELU REFERIDAS A 1 AÑO			
Coste relativo de las medidas de seguridad	Consecuencias leves por el fallo	Consecuencias moderadas por el fallo	Consecuencias graves por el fallo
Grande (A)	$\beta = 3.1$ ( $P_f \approx 10^{-3}$ )	$\beta = 3.3$ ( $P_f \approx 10^{-4}$ )	$\beta = 3.7$ ( $P_f \approx 10^{-4}$ )
Moderada (B)	$\beta = 3.7$ ( $P_f \approx 10^{-4}$ )	$\beta = 4.2$ ( $P_f \approx 10^{-5}$ )	$\beta = 4.4$ ( $P_f \approx 10^{-6}$ )
Baja (C)	$\beta = 4.2$ ( $P_f \approx 10^{-5}$ )	$\beta = 4.4$ ( $P_f \approx 10^{-6}$ )	$\beta = 4.7$ ( $P_f \approx 10^{-6}$ )

Tabla 1 Recomendaciones para los Estados Límites Últimos referentes a 1 año

El valor básico de la tabla anterior puede ser  $\beta=4.2$  que corresponde a condiciones moderadas.

Para ajustar más la clasificación se utiliza el parámetro  $\phi$ : razón entre costes totales (costes de construcción más costes de fallo, etc...) y costes de construcción.

Clase de consecuencia leves	$\phi < 2$	Poco riesgo para las vidas humanas, escasas consecuencias económicas, estructuras agrícolas, silos, mástiles
Clase de consecuencia moderada	$2 < \phi < 5$	Riesgo medio para las vidas humanas e intereses económicos. Edificios industriales y residenciales, etc.
Clase de consecuencia grave	$5 < \phi < 10$	Riesgo alto para vidas humanas y consecuencias económicas importantes. Puentes, teatros, hospitales, edificios en altura, etc.

Tabla 2 Clases de consecuencias

Valores mayores de  $\phi > 10$  representan riesgos muy elevados, desaconsejando su construcción

También hay que tener en consideración las formas de fallo, que se pueden clasificar en:

- Rotura dúctil con capacidad de reserva de resistencia, post-crítica
- Rotura dúctil sin capacidad de reserva de resistencia
- Rotura frágil

Por lo tanto, un elemento estructural que sería probable que colapsase repentinamente sin advertencia alguna, debería de ser diseñado para un mayor nivel de fiabilidad, para que el colapso sea precedido por algún tipo de advertencia para evitar graves consecuencias.

Por lo tanto las estructuras con múltiples modos de fallo igualmente importantes deben ser diseñadas para un nivel más alto de fiabilidad.

Trata también el coste relativo de las medidas de seguridad:

La clase B estará asociada con:

- Variabilidades ( $0.1 < V < 0.3$ ), coeficiente de variación medio ( $v$ ), medias de las cargas totales, solicitaciones y resistencias
- Costo medio de las medidas de seguridad
- La vida útil de diseño normal y tasa de obsolescencia normal del orden del 3%

Los valores indicados se refieren a las estructuras o elementos estructurales nuevos, no para las ya ejecutadas.

Los valores fuera de los rangos indicados pueden conducir a una clasificación más alta o más baja. Se pueden dar los siguientes aspectos:

Grado de incertidumbre: coeficiente de variación  $>40\%$

Garantía de calidad e inspecciones:

Cuando se establecen valores objetivos para los estados límite de servicio (SLS) es importante distinguir entre los estados límite de servicio irreversibles y reversibles. Valores objetivo de SLS pueden ser derivados sobre la base de métodos de análisis de decisión.

Para los estados límite de servicio irreversibles se dan valores objetivo provisionales en la Tabla 3. La variación de los índices de facilidad de servicio de destino de la orden de 0,3 se puede considerar. Para Estados límites de servicio reversibles no se dan valores generales.

Se recomienda lo siguiente:

ESTADOS LIMITES DE SERVICIO REFERIDOS A 1 AÑO	
Coste relativo de la medida de seguridad	$\beta$ admisible (sistemas irreversibles)
Grande	$\beta = 1.3 (P_f \approx 10^{-1})$
Moderada	$\beta = 1.7 (P_f \approx 10^{-2})$
Baja	$\beta = 2.3 (P_f \approx 10^{-2})$

Tabla 3 Estados Límite de Servicio o Utilización

## 5.1.2. Normas ISO: Organización Internacional para la Estandarización

### 5.1.2.1. ISO 2394 General principles on reability for structures

“ISO 2394 Principios generales sobre la fiabilidad de las estructuras.”

Esta norma ISO fue creada por la *International Standard Organization*, quiere servir como base para las comisiones responsables de elaborar los códigos y normas para las estructuras en general.

Recoge en sus distintos apartados, lo principios de los estados límite de diseño, así como variables básicas: las acciones, las influencias ambientales, las propiedades de los materiales y sus magnitudes geométricas.

Otro de los puntos, siendo este la esencia de este trabajo, es el punto 8 de esta norma que recoge los principios de diseño basados en la probabilidad.

Apartado 8 de la ISO 2394. Principios de diseño basado en la probabilidad:

#### 8.1 Generalidades:

Las variables básicas que mencionábamos anteriormente, se considerarán como variables aleatorias y se trataran mediante procedimientos probabilísticos.

Estos procedimientos dan una medida probabilística bien definida de la fiabilidad, pudiendo llegar a calcular la probabilidad de fallo.

En general, se deben describir las variables básicas, que describen las acciones variables e influencias ambientales, con la ayuda de procesos aleatorios.

El método probabilístico puede ser aplicado principalmente para calibrar el formato de los coeficientes parciales, se puede aplicar en un diseño directo a un especificado grado de fiabilidad.

#### 8.2 Sistemas de fiabilidad frente a la fiabilidad del elemento:

Desde un punto de vista probabilístico, un elemento puede ser considerado como un modo de fallo dominante único, pero el sistema puede tener más de un modo de fallo y consistir en dos o más elementos, cada uno con un solo modo de fallo.

El diseño estructural probabilístico se aplica principalmente al comportamiento de elementos y estados límites.

La fiabilidad se considera en relación con el desarrollo de la estructura a través de su tiempo estimado de vida diseñado, y quiere ser un estándar para la seguridad, y la construcción de estructuras de larga duración.

Los principios generales son aplicables al diseño de estructuras completas (edificios, puentes, estructuras industriales, etc.), y los elementos estructurales que conforman la estructura y los cimientos. Es aplicable también a las sucesivas etapas en la

construcción, es decir, la fabricación de elementos estructurales, el transporte y manipulación de los elementos estructurales, su erección y todo el trabajo en la obra, así como el uso de la estructura durante su tiempo estimado de vida diseñado, incluido el mantenimiento y reparación.

A esta norma podemos encontrar la definición de la probabilidad de fallo  $P_f$  y del índice de fiabilidad  $\beta$  de la misma manera que en el Eurocódigo EN 1990.

### 8.3 Grado especificado de fiabilidad requerido:

Las probabilidades de fallo máximo aceptable especificados deben depender de la consecuencia y la naturaleza del fallo, las pérdidas económicas, las molestias sociales, y el importe del gasto y el esfuerzo necesario para reducir la probabilidad de fallo. Ellos deben ser calibrados contra los casos bien establecidos que se sabe de la experiencia pasada para tener una fiabilidad adecuada. Por lo tanto, la probabilidad de fallo especificada debe depender de la clase de fiabilidad

Cuando se trata de propiedades estructurales dependientes del tiempo, el efecto de los procedimientos de inspección y reparación en la probabilidad de fallo debe ser tomado en cuenta. Esto puede llevar a ajustes en los valores especificados, condicionales en los resultados de las inspecciones. Las probabilidades de fallo especificadas deben considerarse siempre en relación con la adoptada al cálculo y modelos probabilísticos y el método de evaluación del grado de fiabilidad.

Además deben estar siempre definidas por algún período de referencia. Dependiendo del tipo de estado límite.

Finalmente el punto 8 de esta norma cierra con el apartado 8.4 Cálculo de las probabilidades de fallo:

Recoge los problemas de fiabilidad invariantes en el tiempo con tres tipos de métodos a utilizar, métodos de análisis como por ejemplo FORM/SORM (primer/segundo orden

Métodos de Fiabilidad), simulación de Monte Carlo y finalmente la que puede resultar más pesada la integración numérica.

Para la transformación de la variante en el tiempo en problemas invariantes en el tiempo

Dos clases de problemas que dependen del tiempo se han previsto, es decir, los relacionados con Fallo de sobrecarga y Fracaso acumulativo.

En el caso de fallo de sobrecarga, un único proceso de acción puede ser sustituido por una variable aleatoria con un valor medio igual a su valor máximo esperado durante un período de referencia elegido. Si hay más de una acción al azar proceso, que deben combinarse, teniendo en cuenta las escalas de la fluctuación de todos los procesos de acción.

El método probabilístico se puede aplicar directamente para lograr diseños con grados de fiabilidad cercanas a valores especificados

Este enfoque podría ser utilizado dependiendo de su estandarización

- Medidas de incertidumbre,
- Métodos de fiabilidad.

En lugar de utilizar un método probabilístico directo, las dos siguientes simplificaciones pueden ser utilizadas: uno método de valor de diseño, y el método de coeficiente parcial.

Finalmente la norma trata sobre el formato de los coeficientes parciales, y la evaluación de las estructuras existentes.

#### **5.1.2.2. ISO 13822 Bases for desing of structures – Assessment of existing structures**

“ISO 13822 Bases para el diseño de estructuras – Evaluación de estructuras existentes.”

Esta norma ISO especifica los principios generales y se recomiendan los procedimientos para la verificación de la durabilidad de estructuras sometidas a acciones ambientales conocidas o previsibles, incluidas las acciones mecánicas, provocando la degradación del material que lleva a fallos de funcionamiento. Esto ayudará a garantizar la fiabilidad de rendimiento a lo largo de la vida útil de la estructura.

Fue desarrollada por el Comité Técnico ISO / TC 98, Bases para el diseño de estructuras, Subcomité SC 2, fiabilidad de las estructuras.



Esta Norma Internacional tiene los siguientes objetivos:

- Mejorar la evaluación y diseño de estructuras para una mayor durabilidad mediante la incorporación de principios de ciencia de la construcción en la práctica de la ingeniería estructural.
- Proporcionar un marco para el desarrollo de modelos matemáticos para predecir la vida útil de los componentes de la estructura.

Los principios generales en la verificación y el diseño de estructuras y componentes para una mayor durabilidad en esta Norma Internacional se debe utilizar cada vez que es necesaria una vida útil mínima, en nuevas estructuras, así como para la evaluación de las estructuras existentes.

La norma está destinada a ejercer una función armonización similar a la norma ISO

2394:1998, (Los principios generales sobre la fiabilidad de las estructuras), que ha servido en los últimos 30 años para la verificación y el diseño de las estructuras contra el fallo en

Debido a la tensión mecánica, gravedad, viento, nieve y terremoto.

El objetivo es garantizar que todos los modelos de análisis se incorporan en el método de estados límites, los mismos que se utilizan actualmente para la verificación y el diseño de estructuras.

La ISO 13823:2008 cubre:

- Conceptos básicos para verificar la durabilidad
- Requisitos de durabilidad
- Diseño de la vida útil de una estructura y sus componentes
- Vida útil de servicio predicha
- Estrategias para el diseño de durabilidad.

Esta Norma Internacional no trata directamente de la sostenibilidad de las estructuras, pero, indirectamente, las estructuras duraderas mejoran la sostenibilidad de la infraestructura.

## 5.2. Normativa española

### 5.2.1. UNE-EN 1990 Eurocódigos. Bases de cálculo de estructuras

El Eurocódigo 0, o EN 1990, es el documento central en el conjunto de los Eurocódigos que establece las bases para todos los demás: el EN 1991 a EN 1999.

En este Eurocódigo se describen las bases y principios generales para el diseño estructural y verificación de los edificios y obras de ingeniería civil. Hace referencia a los aspectos geotécnicos, los principios y requisitos para la seguridad y funcionalidad de las estructuras y orienta sobre los problemas relacionados con la fiabilidad estructural en todas las circunstancias, incluidos los incendios y sismos. Todos los demás Eurocódigos deben utilizarse siempre conjuntamente con éste.

Se permite el uso de otras reglas de diseño alternativas a las indicadas en la norma EN-1990, siempre que se demuestre que éstas, de acuerdo con los principios pertinentes, sean como mínimo equivalentes en cuanto a la resistencia, utilidad y durabilidad de la estructura.

Es decir, deberán ser equivalentes a lo que se conseguiría mediante el Eurocódigo.

Los contenidos se dividen en diferentes secciones:

Sección 1: Generalidades

Sección 2: Requisitos

Sección 3: Principios de los estados límite

Sección 4: Variables básicas

Sección 5: Análisis estructural y diseño asistido por pruebas

Sección 6: Verificación por el método de los factores parciales

Anexo A (n); (N): Aplicación para edificios (1); puentes (2)

Anexo B (I): Gestión de fiabilidad estructural para trabajos de construcción

Anexo C (I): Bases para el diseño con factores parciales y análisis de fiabilidad

Anexo D (I): Diseño asistido por pruebas

La EN 1990 proporciona una guía para la obtención de diferentes niveles de fiabilidad, la diferenciación de la fiabilidad. Un nivel de fiabilidad adecuado se obtiene mediante el diseño y ejecución de acuerdo con los Eurocódigos 1 a 9. La selección de los niveles de fiabilidad para una estructura en particular debe tener en cuenta factores relevantes como: La posible causa y modo de llegar a un estado límite, las posibles consecuencias de un fallo en pérdidas de vidas humanas, daños a las personas o pérdidas económicas, la percepción pública del fallo, y los gastos y procedimientos necesarios para reducir el riesgo de fallo.

En el anexo B se dan las siguientes herramientas para la gestión de las consecuencias de fallo según cada caso:

- Diferenciación de los valores de  $\beta$  (índice de fiabilidad);
- Modificación de los factores parciales;
- Diferenciación de la supervisión del diseño
- Inspecciones durante la ejecución

A continuación se puede ver la relación entre los estados límites y las probabilidades de fallo asociadas. Por ejemplo, un índice de fiabilidad  $\beta$  igual a 3,8 lo encontraríamos en la probabilidad  $7,2 \cdot 10^{-5}$  (Período de referencia 50 años) a los estados límite últimos, y un índice de fiabilidad  $\beta$  igual a 1,5 lo encontraríamos en la probabilidad  $0,5 \cdot 10^{-1}$

(Período de referencia 50 años) a los estados límite de servicio.

El anexo C, quizás sea el apartado más importante a tratar por el desarrollo de este trabajo, se trata de un anexo de carácter informativo que recoge de las bases para el cálculo con coeficientes parciales de seguridad y análisis de la fiabilidad, sirve como una base de introducción al anexo D basándose en el contenido del anexo B.

Recoge además los métodos de fiabilidad estructural, la aplicación del método basado en la fiabilidad para determinar mediante calibración de los valores de cálculo y los coeficientes parciales en las expresiones de cálculo, también informa de los formatos para la verificación del cálculo de los Eurocódigos.

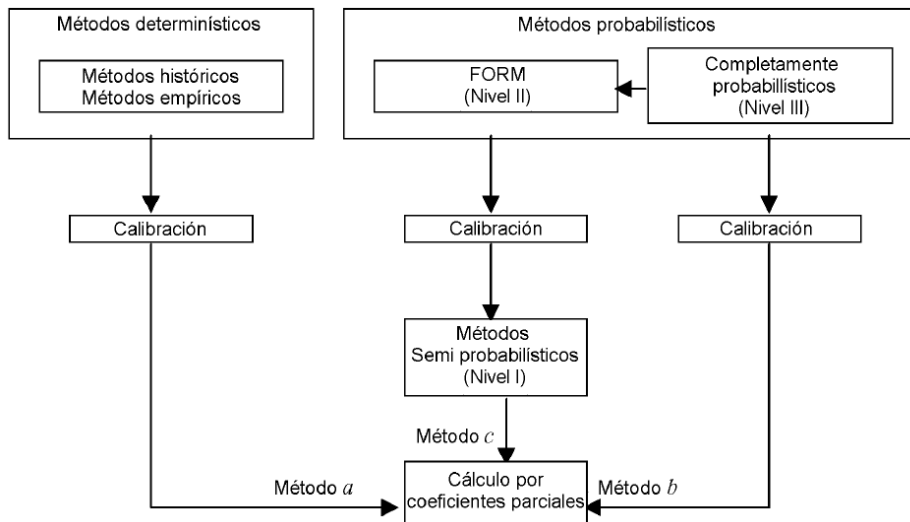


Ilustración 11 Revisión de los Métodos de Fiabilidad

El anexo C además añade el índice de fiabilidad, los valores objetivos del índice de fiabilidad  $\beta$ , la aproximación a la calibración de los valores de cálculo y los formatos de verificación de la fiabilidad en los Eurocódigos.

### 5.2.2. Código Técnico de la Edificación: CTE DB-SE, Anexo C

El Código Técnico de la Edificación es el conjunto principal de normativas que regulan la construcción de edificios en España, este recoge los requisitos básicos de seguridad y habitabilidad de las construcciones.

Se compone de diferentes normativas, en las que se pueden dividir, como anteriormente se menciona, por un lado las que tratan la seguridad del edificio y por otro, las que tratan temas de habitabilidad, en nuestro caso, haremos mención dentro de las normativas que tratan la seguridad, al Documento Básico de Seguridad Estructural (DB-SE), el cual en su documento C, llamado "Principios de los métodos probabilistas explícito e implícito", recoge el tema que estamos tratando.

El contenido de este anejo es de carácter informativo y tiene dos objetivos:

- La recopilación de las bases que esta norma recoge en los capítulos 3,4 y 5 referentes a, el Análisis Estructural y Dimensionado, a las Verificaciones Basadas en Coeficientes Parciales y a las Verificaciones Basadas en Métodos Experimentales

- La introducción de algunas recomendaciones relativas a la aplicación de los métodos probabilistas explícitos.

Los objetivos y el campo de aplicación de este anejo recoge, que los métodos probabilistas explícitos los podremos utilizar para la verificación de cualquier problema que se pueda describir a través de relaciones matemáticas siempre que se pueda identificar el conjunto de los correspondientes eventos aleatorios.

Podemos dividir en dos grupos las principales aplicaciones de estos métodos:

- La calibración de modelos probabilistas implícitos (por ejemplo la calibración de los coeficientes parciales);
- La aplicación directa para la adopción de decisiones relacionadas con las prestaciones de las estructuras (por ejemplo para el dimensionado de estructuras nuevas en los casos en que los métodos implícitos resulten inadecuados, o por la evaluación estructural de edificios existentes).

En el apartado C.2 se definen las incertidumbres asociadas con las variables básicas, donde se pueden distinguir tres tipos de incertidumbres.

- Variabilidad aleatoria inherente al modelo, que pueden estar o no afectadas por actividades humanas. Del hombre depende, por ejemplo, las dimensiones y la resistencia los elementos estructurales en su fabricación. Este tipo de incertidumbres se pueden reducir mediante métodos de producción más avanzadas o métodos de control adecuados.
- Incertidumbres debidas a la falta de conocimientos que pueden ser los modelos utilizados, como por ejemplo los modelos de las acciones y sus efectos (velocidad del viento, carga de nieve...) o los modelos de resistencia, como de las que dependen de la evolución futura de ciertos parámetros (como por ejemplo la evolución de las sobrecargas).
- Incertidumbres estadísticas, asociadas con la evaluación estadística de los resultados los ensayos, medidas u otras observaciones. Algunos ejemplos de estas incertidumbres son: falta de identificación y de distinción entre diferentes poblaciones estadísticas; número limitado de resultados que conduce a incertidumbres en la obtención los parámetros estadísticos (por ejemplo del valor medio o de la desviación típica); no consideración de las variaciones sistemáticas de las variables analizadas (por ejemplo de parámetros climáticos); una

extrapolación excesiva de la información estadística; no consideración de posibles correlaciones, el uso de distribuciones estadísticas para la descripción de incertidumbres cuyo origen es sólo en parte es estadístico.

- La obtención de los datos numéricos se puede hacer por distintas vías o combinando datos obtenidos de varias de ellas:

a) Mediciones u observaciones \*

b) Análisis \*

c) Adopción de decisiones \*\*

a) y b): En estos casos el procedimiento incluirá un análisis estadístico de los datos y los resultados se representarán en términos estadísticos.

c) No es posible normalmente una representación directa en términos estadísticos, pero a efectos de la aplicación de los métodos probabilistas también asignaremos a estas variables parámetros estadísticos.

Variables básicas que tienen en cuenta las incertidumbres se caracterizarán mediante parámetros tales como:

Valor medio

Desviación típica

Correlaciones con otras variables

Tipo de distribución estadística

Datos	Función de distribución estadística
Acciones permanentes	Normal*
Acciones variables	Log-normal, Weibull, Gamma o de valores extremos
Propiedades de los materiales y dimensiones	Normal o Log-normal

*Tabla 4 Selección de las distribuciones estadísticas*

\* En caso de que la posibilidad de que se produzcan valores negativos no resulte contradictoria con otras hipótesis y puedan dar resultados erróneos, si es este el caso se tomarán funciones Log-normal, Weibull, Gama o de valores extremos.

En el apartado 4.1 se encuentran las siguientes secciones:

Sección 4.1.1 se exponen los niveles de fiabilidad:

Seguridad de las personas

Optimización económica

Valores numéricos

Sección 4.1.2 se determina la probabilidad de fallo:

Problemas variables con el tiempo

Transformación de problemas variables en el tiempo en invariables en el tiempo.

Sección 4.1.3 se exponen los métodos basados en la determinación de los valores de cálculo:

FORM

Factores de sensibilidad

Sección 4.1.4 exponen el formato de los coeficientes parciales:

Basados en valores de cálculo

Coeficientes parciales calibrados

En el apartado 4.2 encontramos la optimización económica, donde se explica que el nivel de fiabilidad requerido se puede determinar mediante un equilibrio entre las consecuencias del fallo estructural de un edificio y el coste de las medidas de protección y seguridad. Se facilita una fórmula para la optimización, que se basa en minimizar el coste total acumulado durante el período en que estuvo {la estructura en servicio. En este coste total intervienen:

- Coste del proyecto y de la ejecución
- Coste previsto el mantenimiento, inspección y demolición
- Coste del fallo
- Probabilidad de fallo

En el apartado 4.3 habla del Valores numéricos. Estos valores son el índice de fiabilidad y la probabilidad de fallo. Se muestra una tabla donde se relacionan los dos. Esta tabla se puede ver a esta memoria en la tabla 2.2.

En la Sección 4.3.3 se muestra una tabla de valores nominales, referidos a todo el periodo de servicio, por el índice de fiabilidad requerido:

Coste relativo para incrementar la fiabilidad	Consecuencias de un fallo estructural			
	Despreciables	Pequeñas	Moderadas	Grandes
Elevado	0	1.5	2.3	3.1
Moderado	1.3	2.3	3.1	3.8
Bajo	2.3	3.1	3.8	4.3

Tabla 5 Valores nominales, referidos a todo el periodo de servicio, para el índice de fiabilidad requerido

Los valores de esta tabla se deducen aplicando los métodos de los valores de cálculo que se explican después en el apartado C.6 (método FORM). Es interesante ver cuáles son las hipótesis para las funciones de distribución de los modelos probabilistas:

Hipótesis	Funciones de Distribución
Modelos de resistencia	Lognormal o Weibull
Acciones permanentes	Normal
Acciones variables	Gumbel

Tabla 6 Hipótesis para las funciones de distribución de los modelos probabilistas

En el apartado 4.3.4 se dan los valores recomendados por el índice de fiabilidad requerido, referidos a todo el periodo en servicio de la estructura:

Estados límite de servicio reversible	$\beta=0$
Estados límite de servicio irreversible	$\beta= 1.5$
Fatiga	$\beta=2.3$ a $3.1^*$
Estados limite últimos	$\beta=3.1; 3.8; 4.3$

\*: Según las posibilidades de inspección

Tabla 7 Valores recomendados para el índice de fiabilidad requerido

En el apartado C.5 se explica la determinación de probabilidades de fallo, la problemática general, los problemas invariantes en el tiempo y cómo transformarlos en problemas variables en el tiempo.

En el apartado C.6 explican los métodos basados en la determinación de los valores de cálculo: el método aproximado FORM y los factores de sensibilidad.



Y por último, en el apartado C.7 habla del formato de los coeficientes parciales, que es el método de cálculo de estructuras más habitual. En la Sección 7.2 se introducen los coeficientes parciales calibrados que consiste en la deducción de coeficientes parciales para de que la fiabilidad estructural resultante se desvíe lo menos posible de la fiabilidad requerida.

### 5.2.3. EHE-08 Instrucción de Hormigón Estructural

Con la nueva revisión de la " *Instrucción de hormigón estructural* "EHE, que fue aprobada por el Real Decreto del 18 de julio 2008, se adoptan los formatos de seguridad similares al de los Eurocódigos y su tratamiento de la durabilidad, introduciendo criterios para la vida útil.

La instrucción tiene por objeto regular el proyecto, ejecución y control de las estructuras de hormigón, tanto en obras de edificación como de ingeniería civil, con el fin de conseguir la adecuada seguridad de las mismas, preservando la de las construcciones que en ellas se sustentan y la de los usuarios que las utilizan.

Los puntos relacionados con la fiabilidad estructural son los siguientes:

- Entrada en vigor del mercado CE para los primeros casos de productos de construcción, en el ámbito de la Directiva 89/106/CEE del Consejo, de 21 de diciembre de 1988, relativa a la aproximación de las disposiciones legales, reglamentarias y administrativas de los Estados miembros sobre productos de construcción.
- La finalización de los trabajos desarrollados por el Comité Europeo de Normalización (CEN) en relación con los Eurocódigos estructurales y, en particular, con la norma europea EN 01/01/1992 "Eurocódigo 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1.1.Reglas generales y edificación".
- En el punto 5.1.1 se indican las exigencias que deben satisfacer en relación a la seguridad estructural: las estructuras se han de proyectar, construir, controlar y mantener de manera que se cumplan unos niveles mínimos de fiabilidad para cada una de las exigencias que se establecen en los apartados siguientes, de acuerdo con el sistema de seguridad recogido en el grupo de normas europeas EN 1990 A 1999 "Eurocódigos Estructurales". Se entiende que el cumplimiento de esta

Instrucción, complementada por las correspondientes reglamentaciones específicas relativas a acciones, es suficiente para garantizar la satisfacción de este requisito de seguridad estructural.

- En el punto 5.1.1.1 se trata la exigencia de resistencia y estabilidad: La resistencia y la estabilidad de la estructura serán las adecuadas para que no se generen riesgos inadmisibles como consecuencia de las acciones e influencias previsibles, tanto durante su fase de ejecución como durante su uso, manteniendo durante su vida útil prevista. Además, cualquier acontecimiento extraordinario no deberá producir consecuencias desproporcionadas respecto a la causa original. El nivel de fiabilidad que asegúrese en las estructuras de hormigón vendrá definido por su índice de fiabilidad,  $\beta_{50}$ , para un período de referencia de 50 años, que en el caso general, no deberá ser inferior a 3,8. En el caso de estructuras singulares o de estructuras de poca importancia, la propiedad podrá adoptar un índice diferente.
- Los procedimientos incluidos en esta Instrucción mediante la comprobación de los Estados Límite Últimos, junto con el resto de criterios relativos a ejecución y control, permiten satisfacer esta exigencia.
- Armonización general de los procedimientos de cálculo en relación con los Eurocódigos estructurales y, en particular, con la norma europea EN 01/01/1992 "Eurocódigo 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-1. Reglas generales y reglas para edificación".
- En los proyectos de estructuras se hace obligatorio un plan de mantenimiento y revisión de las mismas, que incide directamente en la seguridad y vida útil.

Como se puede ver, se trata de un código basado en prestaciones, con los requisitos:

Seguridad y Funcionalidad, Seguridad en caso de incendio y Seguridad Medioambiental.

Normalmente, a la hora de encargar un proyecto, la propiedad debe definir la vida útil de la construcción (indirectamente la de la estructura). Se facilita una tabla (4.5) donde se puede ver que para edificación se prevé una vida útil de 50 años:

Vida útil nominal de los diferentes tipos de estructura <sup>(1)</sup>	
Tipo de estructura	Vida útil nominal
Estructuras de caracter temporal <sup>(2)</sup>	Entre 3 y 10 años
Elementos reemplazables que no forman parte de las estructura principal (por ejemplo, barandillas, apoyos de tuberías)	Entre 10 y 25 años
Edificios (o intalaciones)agricolas o industriales y obras maritimas	Entre 15 y 50 años
Edificios de viviendas u oficinas y estructuras de ingenieria civil (excepto obras maritimas) de repercusion economica baja o media	50 años
Edificios de caracter monumental o de importancia especial	100 años
Puentes y otras estructuras de ingeniería civil de repercusion economica alta	100 años

*(1) Cuando una estructura esté construida por diferentes partes, podrá adoptarse para tales partes diferentes valores de vida útil, siempre en función del tipo y características de la construcción de las mismas.*

*(2) En función del propósito de la estructura (exposición temporal, etc...). En ningún caso se considerarán como estructuras de carácter temporal aquellas estructuras de vida útil nominal superior a 10 años*

*Tabla 8 Vida útil nominal de los diferentes tipos de estructura EHE-08*

Cuando una estructura esté constituida por diferentes partes, podrá adoptar para tales partes diferentes valores de vida útil, siempre en función del tipo y características de la construcción de las mismas.



## CAPÍTULO 6: MODELOS DE CARGA Y RESISTENCIA PARA EL ANÁLISIS



## 6. MODELOS DE CARGA Y RESISTENCIA PARA EL ANÁLISIS CONSIDERANDO EL CARÁCTER ESPACIAL Y TEMPORAL DE LAS ACCIONES VARIABLES

### ANÁLISIS DE LAS VARIABLES ALEATORIAS Y DETERMINISTAS A EMPLEAR EN EL CASO PRÁCTICO

#### Contenido

#### 6. 1. MODELOS DE CARGA: ACCIONES EN EDIFICACIÓN

##### 6.1.1. PRINCIPIOS GENERALES

- 6.1.1.1. Introducción
- 6.1.1.2. Clasificaciones
- 6.1.1.3. Modelización de las acciones
- 6.1.1.4. Modelos para las incertidumbres en el tiempo
- 6.1.1.5. Modelos para la variabilidad espacial
- 6.1.1.6. Interacciones y correlaciones entre las acciones
- 6.1.1.7. Combinaciones de acciones

##### 6.1.2. MODELOS DE CARGAS: CARGAS VARIABLES

- 6.1.2.1. Modelo Básico

- 6.1.2.2. Modelo Estocástico

- 6.1.2.3. Variaciones en el tiempo

- 6.1.2.4. Parámetros de carga

#### 6.2. MODELOS DE RESISTENCIA

- 6.2.1. Hormigón

- 6.2.2. Acero

#### 6.3. MODELOS GEOMETRICOS

- 6.3.1 Recubrimiento

#### 6.4. INCERTIDUMBRES DE LOS MODELOS

#### 6.5. CUADRO RESUMEN DE VARIABLES

Este apartado expone principalmente las recomendaciones y apartados del **JCSS. Joint Committe on Structural Safety. 2000. Probabilistic Model Code. 2001.**

#### 6.1.1. MODELOS DE CARGA: ACCIONES EN EDIFICACIÓN

##### 6.1.1. PRINCIPIOS GENERALES

##### 6.1.1.1. Introducción

El funcionamiento de los sistemas estructurales da lugar a fuerzas internas en la estructura, provocando deformaciones, deterioro del material y otros efectos a corto o largo plazo. Las causas de estos efectos se denominan acciones. Este entorno en el que se forman las acciones puede considerarse de carácter natural como por ejemplo la nieve, el viento y el sismo, o también puede estar asociado a actividades humanas.

Las acciones a las que se puede referir este documento, responden a los siguientes conceptos:

- Una acción es un conjunto de fuerzas concentradas o distribuidas que actúan sobre la estructura. Este tipo de acciones también se denotan por “carga”.
- Una acción puede ser causa de desplazamientos impuestos o efectos térmicos de la estructura. Este tipo de acción se suele denotar como “acción indirecta”.
- Una acción también puede ser generada por una influencia ambiental, que puede causar cambios con el tiempo en el material, afectar a sus propiedades e incluso a las dimensiones de una estructura.

Las acciones vienen descritas mayormente por casos basados en modelos matemáticos convenientemente simples, que describen propiedades temporales, espaciales y direccionales de la propia acción a través de la estructura. Precisan de modelados razonables, la elección del nivel de realismo y la precisión en la predicción de los efectos de las acciones pertenecientes en el tiempo.

#### 6.1.1.2. Clasificaciones

Las cargas pueden ser clasificadas de acuerdo a un número de características.

Con respecto al tipo de cargas se puede hacer la siguiente subdivisión:

- Peso propio de las estructuras
- Cargas de ocupación de los edificios, por ejemplo, las cargas de personas y equipos
- Acciones causadas por las actividades industriales, por ejemplo, las cargas de silo
- Acciones causadas por el transporte: el tráfico, líquidos en tuberías, grúas, impacto, etc.
- Acciones climáticas, por ejemplo nieve, viento, temperatura exterior, etc.
- Actuaciones hidráulicas, por ejemplo, agua y presiones de agua subterránea
- Acciones de suelo o roca, incluyendo temblor de la tierra

Con respecto a las variaciones en el tiempo se puede hacer la siguiente clasificación:

- **Acciones permanentes**, cuyas variaciones en el tiempo alrededor de su media es pequeña y lenta (por ejemplo el peso propio, la presión de la tierra).



- **Acciones variables**, cuyas variaciones en el tiempo son frecuentes y de gran tamaño (por ejemplo, todas las acciones causadas por el uso de la estructura y por la mayoría de las acciones exteriores, como el viento y la nieve)
- **Acciones excepcionales**, cuya magnitud puede ser considerable, pero cuya probabilidad de ocurrencia en una estructura dada es pequeña. Con frecuencia, la duración es corta (por ejemplo, las cargas de impacto, las explosiones, los terremotos y avalanchas de nieve).

En lo que se refiere a las incertidumbres espaciales es útil para distinguir entre acciones fijas o acciones libres. Las acciones fijas tienen una distribución de intensidad espacial dada sobre la estructura, son completamente definidas si se especifica la intensidad en un punto de la estructura. Para las acciones libres la distribución de intensidad es espacial.

### 6.1.1.3. Modelización de las acciones

Hay dos aspectos principales en la caracterización de una acción: uno es el aspecto físico y el otro es el aspecto estadístico. En la mayoría de los casos, estos aspectos pueden ser claramente diferenciados. A continuación, la descripción física da a los tipos de datos físicos la caracterización del modelo de acción, por ejemplo, fuerzas verticales distribuidas en un área dada. La descripción estadística da las propiedades estadísticas de las variables, por ejemplo, una función de distribución de probabilidad. En algunos casos, la física y la estadística son aspectos que están tan integrados que no pueden ser considerados por separado.

Un modelo de acción completo consiste, en general, de varios componentes que describen la magnitud, la posición, la dirección, la duración, etc., de la acción. A veces hay una interacción entre los componentes. Es posible que en algunos casos también pueda ser una interacción entre la acción y la respuesta de la estructura.

Se puede distinguir entre dos tipos de variables (componentes)  $F_0$  y  $W$ , describiendo  $F$  como acción.

$$F = \varphi(F_0, W) \quad (1)$$

$F_0$  es una variable de acción básica que se asocia directamente con el evento que causa la acción y que debe ser definido de manera que, en la medida de lo posible,

sea independiente de la estructura. Por ejemplo, para la carga de nieve,  $F_0$  es la carga de nieve en el suelo, sobre una superficie horizontal plana.

$W$  es un tipo de factor de conversión que aparece en la transformación de la acción básica a la acción  $F$ , que afecta a la estructura particular.  $W$  puede depender de la forma y el tamaño de la estructura etc.

En el ejemplo de carga de nieve,  $W$  es el factor que transforma la carga de nieve en el suelo a la carga de nieve en el techo y que depende de la pendiente de la cubierta, el tipo de la superficie del techo, etc.

$\varphi(-)$  es una función adecuada, a menudo un producto simple.

La variabilidad del tiempo se incluye normalmente en  $F_0$ , Mientras que  $W$  a menudo puede ser considerado como el tiempo independiente. Una parte sistemática de la variabilidad espacial de una acción en la mayoría de los casos se incluyen en  $W$ , mientras que una posible parte aleatoria puede ser incluido en  $F_0$  o en  $W$ . La ecuación (1) debe ser considerada como una ecuación a forma de esquema. Para una acción que puede haber varias variables  $F_0$  y varias variables  $W$ .

Cualquier modelo de acción contiene un conjunto de parámetros y variables que deben ser evaluados antes de que el modelo pueda ser usado. En el modelado probabilístico todas las variables de acción suponen, en principio, variables aleatorias mientras que otros parámetros puedan ser el tiempo o coordenadas espaciales, direcciones, etc.

A veces, ellos mismos pueden ser parámetros variables aleatorios, por ejemplo cuando el modelo permite incertidumbre estadística debido al pequeño tamaño de la muestra.

Un modelo de acción, a menudo incluye dos o más variables de carácter diferente como se describe en la ecuación. (1). Para cada variable se debe elegir un modelo adecuado, de modo que el modelo de acción se compone de un número de modelos para las variables individuales

Estos modelos se pueden describir en términos de:

- procesos estocásticos o campos aleatorios
- secuencias de variables aleatorias
- variables aleatorias individuales
- valores o funciones deterministas

#### 6.1.1.4. Modelos para las incertidumbres en el tiempo

##### Tipos de modelos

Para analizar el tiempo que depende de las cargas, uno necesita una distribución de probabilidad para la carga, “los valores del punto arbitrario en el tiempo” y una descripción de las variaciones en el tiempo.

Algunos procesos típicos son los siguientes modelos (ver ilustración 12):

- Procesos continuos y diferenciables
- Secuencias aleatorias
- Procesos de “pulso punto” con intervalos aleatorios
- Procesos de onda rectangular con intervalos aleatorios
- Procesos de onda rectangular con intervalos equidistantes  $\Delta$

Si la intensidad de carga en intervalos de tiempo ( $e$ ), son independientes, el modelo se denomina modelo FBC (modelo Ferry Borges Castanheta).

En muchas aplicaciones se utiliza una combinación de modelos, por ejemplo, para el viento a largo plazo la media a menudo se modela como un modelo FBC mientras que el proceso de ráfaga a corto plazo es un proceso continuo de Gauss. Estos modelos se conocen como modelos jerárquicos. Cada término en un modelo de este tipo se describe una parte específica e independiente de la variabilidad del tiempo.

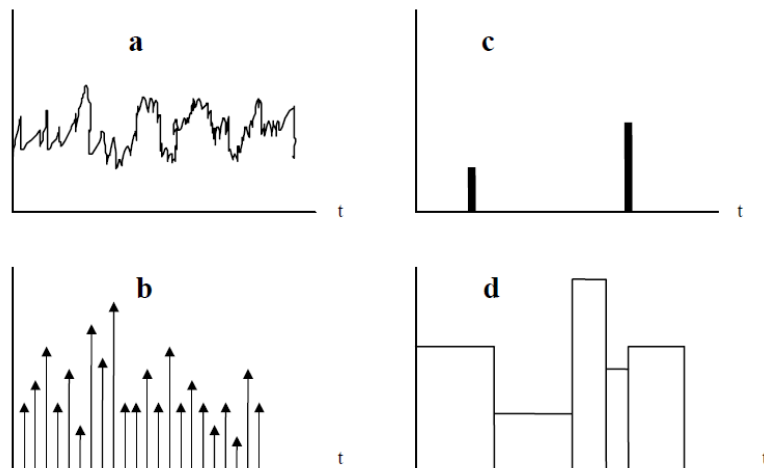


Ilustración 12 Varios tipos de carga

### Distribución de los extremos de los procesos individuales

En el diseño el interés principal está normalmente dirigido al valor máximo de la carga en algunos períodos de referencia de tiempo  $t_0$ . Una fórmula bastante general y útil para calcular el límite superior distribución de la máxima viene dada por:

$$F_{maxF}(a) \cong \exp[-t_0 v^+(a)]$$

La frecuencia upcrossing  $v^+(a)$  viene dada por:

$$v^+(a) = P\{F_t < a \text{ and } F_{t+dt} > a\}/dt$$

Para el modelo FBC  $v^+(a)$  simplemente viene dada por:

$$v^+(a) = (1 - F_F(a)) F_F(a)/\Delta t \cong (1 - F_F(a))/\Delta t$$

Y para un proceso continuo de Gauss:

$$v^+(a) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{-p''(0)} \exp(-\beta^2/2)$$

Donde  $\beta = (a - \mu_F)/\sigma_F$  y  $p$  = la función de correlación.

Miércoles

### Distribución de los extremos de los procesos jerárquicos

En el caso que se considere que el modelo de carga contiene variaciones lentas y rápidas, así como las variables aleatorias que son constantes en el tiempo. (Ver ilustración 13).

$$F = R + Q + S$$

R = Variables aleatorias independientes del tiempo

Q = variable vectorial de secuencias fijas y ergódicas. Por lo general, se utiliza para modelar las variaciones a largo plazo (sobrecargas de viento, ciertos usos, estados del tráfico, estado del mar, etc.) representan los estados de fluctuación de las variables del proceso.

S = es un vector (mezcla) de variables de proceso, no necesariamente estacionario que puede depender de Q o de las variables aleatorias consideradas independientes del tiempo (R)

En ese caso, se puede utilizar la siguiente expresión:

$$F_{\max F}(a) = E_R \left[ \exp \left[ \lambda t_0 \left[ 1 - E_Q \exp(-\Delta t v_s^+(a|RQ)) \right] \right] \right]$$

$v_s^+(a|RQ)$  = upcrossing tasa de nivel "a" para el proceso de S, condicionada a la R y Q

$\Delta t = 1 / \lambda$  = intervalo de tiempo para el proceso rectangular Q

$E_R$  y  $E_Q$  denota el operador expectativa sobre todas las variables R y Q, respectivamente.

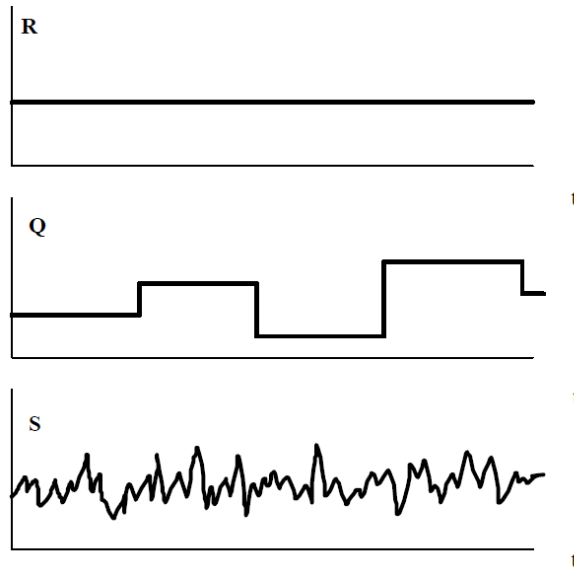


Ilustración 13 Modelo Jerárquico para las cargas dependientes del tiempo

### 6.1.1.5. Modelos para la variabilidad espacial

#### Modelos jerárquicos

Como ejemplo para el modelado espacial de acciones se ha utilizado un modelo jerárquico que tiene en cuenta la carga variable en un edificio de oficinas:

$$F = m + \Delta F_1 + \Delta F_2 + \Delta F_{3(x,y)}$$

donde:

$m$ : es un valor medio general para toda la población

$\Delta F_1$ : es una variable estocástica que describe la variación entre la carga en diferentes plantas. La función de distribución para  $\Delta F_1$  tiene el valor de media cero y desviación estándar  $\sigma_1$

$\Delta F_2$ : es una variable estocástica que describe la variación entre la carga en habitaciones en el mismo piso, pero con diferentes áreas del piso. La función de distribución para  $\Delta F_2$  tiene cero valor medio y la desviación estándar  $\sigma^2$

$\Delta F_3$ : es un campo aleatorio que describe la variabilidad espacial de la carga dentro de una habitación.

La variabilidad total de las muestras tomadas, de la población total, viene descrito por:

$$\Delta F_1 + \Delta F_2 + \Delta F_3$$

La variabilidad dentro de la subpoblación de plantas, viene descrita por:

$$\Delta F_2 + \Delta F_3$$

### Equivalente carga uniformemente distribuida (EUDL)

Considere un modelo de carga de distribución jerárquica sencilla dada por:

$$q(x, y) = q_0 + q_{loc}(x, y)$$

$q_0$  = La variabilidad entre las diversas estructuras o elementos estructurales

$q_{loc}$  = Punto a punto de fluctuación.

En muchos casos el campo  $q$  aleatorio se sustituye por una denominada carga equivalente uniformemente distribuida (EUDL). Esta carga se define como:

$$q_{EUDL}(t) = \frac{\int q(x, y, t) i(xy) dA}{\int i(xy) dA}$$

cuando  $i(x, y)$  es la función de influencia para algún efecto carga específica (por ejemplo, el momento de flexión en el centro de la luz).

Para las propiedades estadísticas dadas, el campo de carga  $q(x, y)$  la media y desviación estándar, el  $q_{EUDL}$  puede ser evaluado. Para un campo homogéneo, es decir un campo aleatorio donde las propiedades estadísticas de  $q(x, y)$  no dependen de la ubicación, damos aquí las fórmulas resultantes:

$$\mu(q_{EUDL}) = \mu(q_0)$$

$$\sigma^2(q_{EUDL}) = \sigma^2(q_0) + \sigma^2(q_{LOC}) \int \int \int i(x,y)i(\xi,\eta)\rho(d)dx dy d\xi d\eta / \left[ \int \int i(x,y)dx dy \right]^2$$

Aquí  $\rho(d)$  es la función de correlación que describe la correlación entre la carga  $q$  pequeña escala y  $q_{loc}$ , En los dos puntos  $(x, y)$  y  $(\xi, \eta)$ . Esta función puede ser de la forma:

$$\rho(\Delta r) = \exp\{-\Delta r^2/d_c^2\}$$

con  $\Delta r^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2$   $\Delta R$  es la distancia entre los dos puntos, y  $d_c$  cierta distancia a escala.

La función de correlación tiende a cero para distancias  $\Delta R$  mucho más grande que  $d_c$ .

Si el campo se puede esquematizar como un campo de FBC, la fórmula para  $\sigma^2(q_{EUDL})$  se puede simplificar a:

$$\sigma^2(q_{EUDL}) = \sigma^2(q_i) + \sigma^2(q_{loc}) kA_0/A$$

Aquí  $A_0$  es el área de referencia del campo FBC y  $A$  representa el área total bajo consideración, la denominada área tributaria. La fórmula es válida sólo para  $A > A_0$ .

El parámetro  $\kappa$  es un factor que depende de la forma de la línea de influencia  $i(x, y)$ . Los valores se presentan en la ilustración 14. La figura  $\kappa = 1$  corresponde a un valor constante de  $i(x, y)$ .

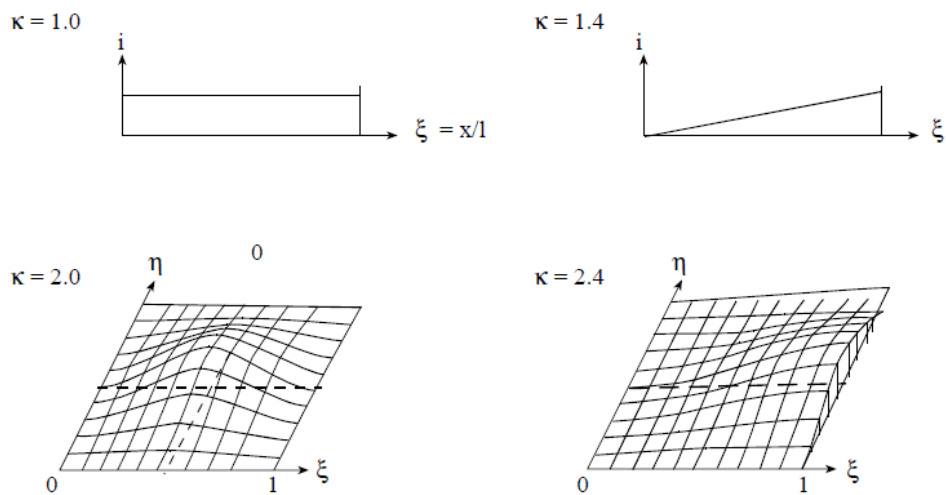


Ilustración 14 Formas de la función de influencia y los correspondientes valores de K.

### 6.1.1.6. Interacciones y correlaciones entre las acciones

Para la descripción de las dependencias entre varias acciones se debe distinguir entre:

- acciones de la misma naturaleza
- acciones de diferente naturaleza

Acciones de la misma naturaleza, son por ejemplo para cargas en diferentes plantas de un mismo edificio o las cargas del viento en la pared frontal y trasera. La combinación de viento y la nieve es un ejemplo típico de combinación de acciones con la misma naturaleza. Hay que tener en cuenta que a veces puede ser más complicado, puede ser difícil para decidir si las cargas de suelo son de un tipo completamente diferente en el mismo edificio (por ejemplo cargas de oficinas y cargas de almacenamiento) ¿son cargas de la misma naturaleza o de una naturaleza diferente?

Si las acciones son de la misma naturaleza, se podrían mejorar si se consideran como componentes de una acción. Los diversos componentes se describen normalmente por modelos probabilísticos similares. La pregunta básica es como modelar la dependencia estadística entre ambos procesos. En general se trata de un problema matemático. Los detalles de la descripción matemática de las dependencias, dependen de la naturaleza, de la relación física y la naturaleza de los propios procesos. Una posibilidad es construir un modelo jerárquico como se ha explicado en la sección anterior.

Las cargas permanentes en edificios de varias plantas son un buen ejemplo en el que las correlaciones son de importancia.

Si las acciones son de naturaleza diferente, a veces pueden mostrar interacciones físicas bastante complejas.

### 6.1.1.7. Combinaciones de acciones

Desde un punto de vista matemático, la modelización de la carga en una estructura es un conjunto de unión  $F(t)$ , tiempo que varía aleatoriamente. Este conjunto de cargas da un efecto de carga  $E(t)$  en una sección transversal dada o punto de la estructura en el tiempo  $t$  como una función de  $F(t)$  (es decir, un proceso aleatorio). En el caso escalar tenemos:

$$E(t) = c_1 F_1(t) + c_2 F_2(t) + \dots$$



El problema de fiabilidad en el punto considerado es evaluar la probabilidad de fallo que  $F_{max}(t)$  EV para todos los tiempos futuros  $V$ , es el dominio sin llegar al fallo definido por las propiedades de resistencia al considerar punto y estado límite.

El problema de combinación de cargas es formular un sistema razonablemente simple, pero en ingeniería el modelo matemático que define  $F(t)$ , es suficientemente realista. El nivel necesario de detalle para modelar  $F(t)$  depende del efecto de filtrado de la función que mapea  $F(t)$  en el efecto de carga  $E(t)$ . Por lo tanto, para que el sistema sea operativo, la modelización de  $F(t)$  debe ser lo suficientemente simple para permitir que al menos una simulación por ordenador, del proceso de escalar  $E(t)$ , permita una estimar la PF.

En primer lugar se identifica el conjunto de diferentes tipos de acciones. Esta identificación define el número de elementos en el conjunto  $F(t)$  y la subdivisión de  $F(t)$  en subconjuntos estocásticamente independientes. El modelado está próximo, centrado en cada uno de estos subconjuntos con componentes dependientes.

## 6.1.2. MODELOS DE CARGAS: CARGAS VARIABLES

### 6.1.2.1. Modelo Básico

Las cargas variables en los edificios son causadas por el peso de mobiliario, de objetos, personas, etc... No se incluyen en este tipo de carga los elementos estructurales o no estructurales, tabiques o equipos. La carga variable se distingue según el uso previsto, la categoría del edificio, es decir, edificios administrativos, hoteles, hospitales, edificios de oficinas, escuelas y tiendas. Se debe tener en cuenta en las fases de diseño, los posibles cambios de uso durante el periodo de vigencia. Áreas dedicadas para almacenar mercancías, materiales, etc., deben ser tratados por separado. **Las cargas variables varían en el tiempo y en el espacio de manera aleatoria.** Las variaciones espaciales se supone que son homogéneas en una primera aproximación. **Con respecto a la variación en el tiempo, se divide en dos componentes, la carga sostenida y la carga intermitente.**

**La carga sostenida contiene el peso de mobiliario y equipo pesado.** La magnitud de la carga de acuerdo con el modelo representa el promedio de tiempo de la carga fluctuante real. Los cambios suelen estar relacionados con cambios de uso y de los usuarios en un

edificio. Las fluctuaciones a corto plazo se incluyen en las incertidumbres de esta carga parcial.

**La carga intermitente representa todo tipo de cargas variables, que no están cubiertos por la carga sostenida.** Reunión de personas, salas abarrotadas durante eventos especiales o apilamiento de muebles durante la remodelación. La duración relativa de las cargas intermitentes es bastante pequeña.

### 6.1.2.2. Modelo Estocástico

La intensidad de carga está representado por un campo estocástico  $W(x, y)$ , por lo que los parámetros dependen de la categoría de uso del edificio.

$$W(x, y) = m + V + U(x, y)$$

donde  $m$  es la intensidad de la carga media general para una categoría de uso en particular,  $V$  es la variable de distribución con media cero que representa la variabilidad de la carga entre los diferentes edificios y diferentes pisos y  $U(x, y)$  es un campo aleatorio de media cero con una característica asimetría hacia la derecha. La cantidades  $V$  y  $U$  se supone que son estocásticamente independientes.

Los efectos de las cargas calculadas a partir del modelo deberán describir los efectos de las cargas provocadas por la carga real, con suficiente precisión. Para los sistemas lineales elásticos, donde es posible la superposición de cargas, el efecto de carga sostenida  $S$  se puede expresar como:

$$S = \int_A W(x, y) i(x, y) dA$$

donde  $W(x, y)$  es la intensidad de la carga y  $i(x, y)$  es la función de influencia para el efecto de carga sobre el área  $A$  considerada.

Para una respuesta estructural no lineal puede suponerse una linealidad de manera gradual, por el que la relación propuesta por el efecto de carga puede ser utilizada en cada paso. La intensidad de la carga  $W$  se sustituye por el paso  $\Delta W$  y la influencia la función  $i(x, y)$  debe reflejar la situación de la carga total, que resulta en un correspondiente  $\Delta S$  de paso

para el efecto de la carga. Al aplicar la teoría de la plasticidad, la función de influencia es proporcional a la deflexión correspondiente al mecanismo.

Una carga equivalente uniformemente distribuida que represente la carga sostenida por unidad de área, es decir, la carga que tiene el mismo efecto de carga que  $W(x, y)$ , es:

$$q = \frac{\int_A W(x, y) i(x, y) dA}{\int_A i(x, y) dA}$$

Los parámetros estadísticos de la **carga sostenida** son:

$$E[q] = m$$

$$Var[q] = \sigma_V^2 + \sigma_U^2 \frac{A_0}{A} k$$

cuyo factor de  $\kappa$  se da en la ilustración 14. Tenga en cuenta que para que  $A < A_0$  habría que tomar  $\frac{A_0}{A} = 1$ .

La variable  $V$  describe la variabilidad de las cargas sostenidas en relación con las zonas  $A_1$  y  $A_2$ , los cuales se supone que son independientes y no superpuestas. Estas áreas pueden ser o bien en la misma planta o en diferentes plantas. La covarianza entre la carga correspondiente  $q_1$  y  $q_2$  se da como:

$$Cov[q_1, q_2] = \sigma_V^2$$

Se supone que la distribución estocástica de  $V$  se distribuye normalmente. El campo aleatorio  $U(x, y)$  tiene un sesgo específico a la derecha, y en consecuencia también el efecto de carga  $S$  y  $q$  (carga sostenida). **La distribución Gamma para la carga sostenida encaja mejor las observaciones reales**, con parámetros definidos a través de las relaciones:

$$E[q] = k/\mu_U \quad \text{and} \quad Var[q] = k/\mu_U^2$$

La intensidad de carga para la carga intermitente (transitoria)  $p$  está representada por el mismo campo estocástico como la carga sostenida, con lo que los parámetros dependen de la categoría de uso del edificio. La carga intermitente en general puede considerarse como carga concentrada. Pero, para fines de diseño, se utiliza el mismo criterio que para la carga sostenida. La duración de la carga intermitente  $dp$  se considera como determinista.

El equivalente para cargas uniformemente distribuidas para cargas intermitentes  $p$  tienen las propiedades estadísticas como la de carga sostenida y se puede evaluar de la misma manera. En general, hay una falta de datos para esta carga.

La desviación estándar normalmente recibe valores en la misma magnitud que el valor medio,  $E[p] = \mu p$

Por lo tanto, se supone que la carga intermitente es distribuida de manera exponencial.

### 6.1.2.3. Variaciones en el tiempo

Se supone que el tiempo entre cambios de carga se distribuye de manera exponencial, entonces el número de cambios de carga se considera una distribución de Poisson. La función de probabilidad para la carga máxima sostenida viene dada por:

$$F_{q_{max}}(x) = \exp[-\lambda T(1 - F_q(x))]$$

donde  $F_q(X)$  es la función de probabilidad de la carga sostenida,  $T$  es el tiempo de referencia, previsto como la vida del edificio, y  $\lambda$  es la tasa de ocurrencia de cambios de carga sufridas. Así  $\lambda T$  es la media del número de cambios de ocupación.

El máximo de la carga intermitente se define como un proceso de Poisson en el tiempo para la tasa de ocurrencia  $\nu$ . La duración media de la carga intermitente depende del proceso, es decir, personal, emergencia o remodelación.

**La carga máxima que se producirá en un edificio es una combinación de la carga sostenida y carga intermitente. Suponiendo una independencia estocástica entre ambos tipos de carga, la carga máxima durante la ocupación se obtiene de la integral de convolución. La carga máxima total durante la referencia tiempo  $T$  se obtiene mediante el empleo de la teoría del valor extremo.**

En los casos con alta participación de la carga sostenida las estadísticas de duración se vuelve interesantes, especialmente para retracción y fluencia de problemas. En general, la carga intermitente será de poco interés.

$$E[\tau(x)] = T(1 - F_q(x))$$

$$Var[\tau(x)] = 2T(1 - F_q(x))/\lambda$$

#### 6.1.2.4. Parámetros de carga

Una lista de los parámetros de carga se muestran en la siguiente tabla, los cuales se van a utilizar en el modelado de las cargas variables.

Type of use	Sustained Load					Intermittent Load			
	$A_v$ [m <sup>2</sup> ]	$m_q$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_v$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_u$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$1/\lambda$ [a]	$m_p$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_U$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$1/\nu$ [a]	$d_p$ [d]
Office	20	0.5	0.3	0.6	5	0.2	0.4	0.3	1 - 3
Lobby	20	0.2	0.15	0.3	10	0.4	0.6	1.0	1 - 3
Residence	20	0.3	0.15	0.3	7	0.3	0.4	1.0	1 - 3
Hotel guest room	20	0.3	0.05	0.1	10	0.2	0.4	0.1	1 - 3
Patient room	20	0.4	0.3	0.6	5 - 10	0.2	0.4	1.0	1 - 3
Laboratory	20	0.7	0.4	0.8	5 - 10				
Libraries	20	1.7	0.5	1.0	>10				
School classroom	100	0.6	0.15	0.4	>10	0.5	1.4	0.3	1 - 5
Merchant/retail:									
first floor	100	0.9	0.6	1.6	1 - 5	0.4	1.1	1.0	1 - 14
upper floor	100	0.9	0.6	1.6	1 - 5	0.4	1.1	1.0	1 - 14
Storage	100	3.5	2.5	6.9	0.1-1.0				
Industrial:									
light	100	1.0	1.0	2.8	5 - 10				
heavy	100	3.0	1.5	4.1	5 - 10				
Concentration of people	20					1.25	2.5	0.02	0.5

Tabla 9 Parámetros para cargas variables en función de la categoría de uso. Fuente: JCSS Probabilistic Model Code Part 2: Load Models. Apartado 2.2.4 Load Parameters (pág.31)

Se señala en el recuadro en color rojo el caso en el que nos encontramos para el ejercicio práctico expuesto en el siguiente capítulo, que hace referencia a un uso residencial.

## 6.2. MODELOS DE RESISTENCIA

En el caso de estructuras en edificación resueltas mediante hormigón armado, y acercándonos más en el caso estudiado, pilares, los materiales empleados para su construcción son el Hormigón y el Acero.

### 6.2.1. HORMIGÓN

#### Según el JCSS

La propiedad de referencia en el hormigón es la resistencia a compresión, de muestras de ensayo estándar (cilindro de 300mm de altura y 150mm de diámetro) a prueba, de acuerdo con las condiciones normales y una edad estándar de 28 días

Resistencia a compresión del hormigón:  $f_c = \alpha(t, \tau) f_{co}^\lambda Y$

$\alpha(t, \tau)$  : Es una variable determinista que tiene en cuenta la edad del hormigón en el momento de carga  $t$  (días) y la duración de la carga  $\tau$  (días). Se puede estimar como:

$$\alpha(t, \tau) = 0.8(0.6 + 0.1 \ln(t)); \text{ para } t = 120 \rightarrow \alpha(t, \tau) = 0.94$$

$\lambda$ : Es una variable log-normal de media 0.96 y coeficiente de variación (V)= 0.005. Es decir, un valor muy próximo a la unidad y casi determinista

$f_{co}$  : Resistencia a compresión a 28 días

$Y$ : Variable log-normal que represente las posibles variaciones de curado, fraguado, puesta en obra etc. Tiene una distribución Ln de media 1 y V= 0.06

Considerando estas condiciones se puede suponer para el hormigón que la resistencia a compresión es una variable aleatoria con distribución log-normal y coeficiente de variación (V) 0.15, teniendo en cuenta las condiciones de puesta en obra y curado para un hormigón "in situ"

Se puede considerar como valor característico el fractil 5%

**Según el DB-SE. Documento Básico SE Seguridad Estructural**

El DB-SE recoge en su apartado 3, Análisis estructural y dimensionado, las variables básicas para métodos de fiabilidad según el Anejo C.

En el apartado 3.3.4, hace mención a los materiales

“Se consideran como valores característicos los fractiles 95% o 5% según el efecto”

Además, en el apartado 5.3.2 Estimación de la resistencia característica añade:

“En ausencia de información previa se puede considerar distribución normal y se adoptará como valor característico el fractil del 5%”

$$R_k = m_R - k\sigma \cdot \sigma_R$$

$m_R$  = valor medio de la muestra

$\sigma_R$  = desviación típica de la muestra o de la distribución

$k\sigma$ : coeficiente para fractil 5%, se determina en la siguiente tabla.

Desviación	Número de ensayos					
	3	4	5	8	10	Infinito
Desconocida	3.15	2.68	2.34	2.19	2.10	1.64
Conocida	2.03	1.98	1.92	1.88	1.86	1.64

Tabla 10 Valores del coeficiente  $k\sigma$  para un fractil de 5%

También en el anejo C, apartado C.2.3.3 hace una pequeña referencia sobre el tipo de distribución para los materiales.

“Para las propiedades de los materiales suele ser adecuada una distribución tipo normal o log-normal”

**Según la Instrucción EHE-08**

Características mecánicas

31.3. Comentarios:  $f_{cm} = f_{ck} + 8$

$f_{cm}$ : Resistencia media a compresión a 28días

$f_{ck}$  : Resistencia característica

$f_{ck}$	V
25	0.110
30	0.110
35	0.110
40	0.108

Tabla 11 Tabla de valores de coeficiente de variación (v) a garantizar por el suministrador en central de producción. Anejo 19. 5.1

La antigua EHE, en el apartado 88.4-control estadístico del hormigón. Clasificaba las plantas de suministro de hormigón en A, B, C con el arreglo al siguiente criterio:

Clase A. instalaciones con coeficiente de variación entre 0.08 y 0.13

Clase B. instalaciones con coeficiente de variación entre 0.13 y 0.16

Clase C. instalaciones con coeficientes de variación entre 0.16 y 0.2

Otros casos. Coeficiente de variación entre 0.2 y 0.25

Teniendo en cuenta lo anterior y para un hormigón  $f_{ck} = 25N/mm^2$  (fractil 5%), con coeficiente de variación  $V=0.15$ , el valor medio será función del tipo de distribución de probabilidad, así tendremos los valores de la siguiente tabla:

Distribución Normal	CV=15%	$f_{cm} = \frac{25}{0.753} = 33.2 N/mm^2$
Distribución Lognormal	CV=15%	$f_{cm} = \frac{25}{0.774} = 32.3 N/mm^2$
Distribución Gamma	CV=15%	$f_{cm} = \frac{25}{0.753} = 32.6 N/mm^2$
Distribución Gumbel	CV=15%	$f_{cm} = \frac{25}{0.753} = 31.2 N/mm^2$

Tabla 12 Tabla que recoge los diferentes valores medios en función del tipo de distribución de probabilidad

Los fractiles están calculados mediante la utilización de la aplicación MATHCAD-14 para cada función de distribución.

Un buen ajuste lo determina la distribución log-normal por lo que será la que se considere en el ejercicio numérico.



### 6.2.2. ACERO

#### Según el JCSS

En su artículo 3.2.2 Modelo probabilístico recoge:

La propiedad de referencia del acero para armar es el límite elástico  $f_y$ . El modelo establece una distribución Normal

$$f_1 = X_1 + X_2 + X_3$$

$X_1$  : Variable que representa la variación de los distintos fabricantes

$X_2$  : Variable que representa la variación entre distintos lotes de fabricación

$X_3$  : Variable que representa la variación dentro de un mismo lote

$$X_1 \begin{cases} \mu = S_{nom} + 2\sigma X_1 \\ \sigma_1 = 19 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$

$$X_2 \begin{cases} \mu = 0 \\ \sigma_2 = 22 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$

$$X_3 \begin{cases} \mu = 0 \\ \sigma_3 = 8 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$

La desviación típica total será:  $\sigma_t = \sqrt{19^2 + 22^2 + 8^2} = 30 \text{ N/mm}^2$

El valor medio para B-500:  $\mu = 500 + 2 \cdot 19 = 538 \text{ N/mm}^2$

Estos valores proporcionan un coeficiente de variación:  $V = \frac{\sigma}{\mu} = 0.056$  que tiene en cuenta las incertidumbres anteriormente indicadas.

#### Según DB-SE. Documento Básico SE Seguridad Estructural

3.3.4. "Distribución normal", "Coeficiente de variación"  $V = 0.05$ , lo que supone un valor medio:

$$f_{media} = \frac{500}{0.918} = 545 \text{ N/mm}^2$$

Para el ejercicio numérico se ha considerado la referencia del DB-SE

### 6.3. MODELOS GEOMÉTRICOS

#### 6.3.1. EL RECUBRIMIENTO

Según el JCSS, tras sus estudios realizados referentes al recubrimiento en [Casciati, F., Negri, I, Rackwitz, R. *Geometrical Variability in Structural Members and Systems, JCSS Working Document, January 1991.*] recoge:

El recubrimiento medio del hormigón es sistemáticamente mayor que el valor nominal, aproximadamente 10mm y la desviación estándar también esta entorno a los 10mm (dentro de un intervalo de 5 a 15mm). Las fórmulas de promedio (que poseen gran incertidumbre) pueden describirse por la formula aproximada:

$$5mm < \mu_v < 15mm$$

En cuanto a dimensiones externas, no recoge diferencias significativas entre columnas, losas y vigas. Pero si existen diferencias en el recubrimiento de los elementos expuestos en la siguiente tabla:

Recubrimiento hormigón	Media $\mu_Y$	Desviación estándar $\sigma_Y$
En pilares	1; 3	0.2; 7

Tabla 13 Características del recubrimiento en hormigón. JCSS Probabilistic Model Code Part 3: Resistance models

Los datos de la tabla, pueden ser considerados como aproximaciones (intervalos indicados para la media y la desviación estándar.

Por lo tanto en nuestro caso particular que son pilares:  $\mu_Y = 0$  a  $5mm$  y  $\sigma_Y = 5$  a  $10mm$

Estos valores representan sólo estimaciones de la estadística básica respecto a las características del recubrimiento del hormigón.

En otra literatura especializada se encuentran valores entre 2 y 8 cm. con coeficientes de variación que se mueven en el rango del 5% al 25%.

Es una variable determinada por el diseño y controlada por la ejecución, por lo que su grado de variabilidad se puede hacer depender del nivel de control de la ejecución, en éste sentido se podría proponer tramos de variación para la variabilidad a fin de categorizar los diversos niveles de control de la calidad existente en la ejecución de los elementos de hormigón armado. Se podría proponer la siguiente clasificación de la variabilidad.

Debido a la inexistencia de estudios que definan claramente los límites entre los niveles de control de ejecución del recubrimiento, se pueden adoptar los propuestos por Aranha 1994.

Nivel de control	CoV
Bajo	0.40
Medio	0.20
Alto	0.10

**Nivel Bajo:** Inexistencia de un plano de distribución de separadores en relación al área o volumen de los elementos estructurales. Empleo de separadores inadecuados. Colocación inadecuada del hormigón.

La existencia de un plano de distribución de separadores en forma adecuada y un control riguroso de la colocación del hormigón, proporcionarían el **Nivel Alto**.

## 6.4. INCERTIDUMBRES DE LOS MODELOS

Las incertidumbres de los modelos, tanto de las solicitaciones como de las resistencias pueden ser tratadas como variables aleatorias ( $\theta_i$ ). Básicamente estas variables tienen su origen en:

- Efectos aleatorios de las simplificaciones de los modelos: incertidumbres intrínsecas
- Simplificaciones materiales en sus relaciones

Es evidente que cuanto más sofisticado sea el modelo de cálculo las incertidumbres serán menores

Referencia.- Este apartado expone las recomendaciones del **JJCS. Joint Committe on Structural Safety. 2000**. Probabilistic Model Code, Part 3, Model Uncertainties.

La forma más común de introducir en el cálculo estas incertidumbres es:

$$y = \theta f(X_1, \dots, X_n) \quad \theta = \frac{y}{f(X_1, \dots, X_n)}$$

donde:

$y$ : respuesta de la estructura

$f(X_1, \dots, X_n)$ : Función del modelo

$X_1, \dots, X_n$ : Variables aleatorias que representan las acciones y las propiedades de los materiales

$\theta$ : Variable aleatoria que recoge la incertidumbre de los modelos

Los tipos de modelos para el análisis estructural son:

- 1) Modelos de cálculo de las acciones
- 2) Modelos de cálculo de los efectos de las solicitaciones
- 3) Modelo de cálculo de los efectos de las resistencias y rigideces

### 6.4.1. MODELO DE CÁLCULO DE LOS EFECTOS DE LAS SOLICITACIONES

Tiene que ver con el modelo lineal-no lineal de las tensiones, axiles, momentos, cortantes, torsión, etc. de los distintos elementos estructurales. Son generalmente, el resultado de simplificaciones groseras, por ejemplo: interacciones, efectos frontera, conexiones, imperfecciones, etc. La dispersión de la incertidumbre también depende del tipo de estructura (pórticos, placas, láminas, solados, etc.)

### 6.4.2. MODELO DE CÁLCULO DE LOS EFECTOS DE LAS RESISTENCIAS Y RIGIDECES

Se utilizan para definir la respuesta estructural de un elemento y sección transversal ó incluso un punto. Se puede pensar en modelos elástico-plásticos, de forma de rotura (Von Mises, Tresca, Mhor, etc.) propiedades térmicas, etc.

**Recomendaciones:** La naturaleza del modelo puede ser numérica, analítica o empírica, la siguiente tabla está tomada del Código Modelo Probabilista del JCSS, tabla 3.9.3

EFECTOS DE LAS SOLICITACIONES			
TIPO DE MODELO	DISTRIBUCIÓN	MEDIA	V
Momentos en pórticos	Log-Normal	1.0	0.10
Axiles en pórticos	Log-Normal	1.0	0.05
Cortantes en pórticos	Log-Normal	1.0	0.10
Momentos en placas	Log-Normal	1.0	0.20
Fuerzas en placas	Log-Normal	1.0	0.10
Torsión bidimensional	Normal	0.0	0.05
Torsión triaxial	Normal	0.0	0.05
EFECTOS RESISTENTES ESTRUCTURAS DE ACERO			
TIPO DE MODELO	DISTRIBUCIÓN	MEDIA	V
Resistencia a flexión	Log-Normal	1.0	0.05
Uniones soldadas	Log-Normal	1.15	0.15
Uniones atornilladas	Log-Normal	1.25	0.15
EFECTOS RESISTENTES, ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN			
TIPO DE MODELO	DISTRIBUCIÓN	MEDIA	V
Resistencia a flexión	Log-Normal	1.2	0.15
Resistencia a cortante	Log-Normal	1.4	0.25
Resistencia de las uniones	Log-Normal	1.0	0.10

Tabla 14 Recomendaciones del Código Modelo Probabilista del JCSS. Tabla 3.9.1

**Referencia.- FABER-** Para este modelo de incertidumbre, recomienda una distribución lognormal con media 1 y para modelos de solicitaciones y resistencias en buenas condiciones los coeficientes de variación entre el 2% y el 5%, excepto para el modelo resistente de los esfuerzos cortantes en el hormigón o algún modelos menos precisos entre el 10% y el 20%.

## 6.5. CUADRO RESUMEN DE VARIABLES

A continuación y tras toda la normativa estudiada en este capítulo, se recoge una tabla a modo de resumen, que incluye todas las variables que se consideran en el estudio práctico del siguiente capítulo.

MATERIALES						
DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES	SÍMBOLO	UNIDADES	TIPO DE DISTRIBUCIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN ESTÁNDAR	V
Resistencia a compresión del hormigón a 28 días sobre probetas cilíndricas $f_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	$f_c$	N/mm <sup>2</sup>	Log-Normal	32,3	4,84	15%
Límite elástico del acero para armar $f_y$ con tensión de rotura	$f_y$	N/mm <sup>2</sup>	Normal	545	27,25	5%

$$f_c = 25, \text{ fractil: } 5\%, \text{ distrib: } \text{Log} - \text{Normal}, f_m = \frac{25}{0.774} = 32.3 \text{ N/mm}^2, C_v = 15\%$$

$$f_y = 500, \text{ fractil: } 5\%, \text{ distrib: } \text{Normal}, f_m = \frac{500}{0.918} = 545 \text{ N/mm}^2, C_v = 5\%$$

\*Los fractiles están calculados mediante la utilización de la aplicación MATHCAD-14 para cada función de distribución.

GEOMETRÍA							
DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES	SÍMBOLO	UNIDADES	TIPO DE DISTRIBUCIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN ESTÁNDAR	V	
Altura pilar PB	H	m	Determinista	5,00	-	-	
Altura pilares planta tipo	H	m	Determinista	3,00	-	-	
Dimension b del pilar	b	m	Determinista	0,25	-	-	
				0,30	-	-	
				0,35	-	-	
Dimension h del pilar	h	m	Determinista	0,25	-	-	
				0,30	-	-	
				0,35	-	-	
Recubrimiento d'	d'	m	Gamma	0,03	0,005	15%	
Canto útil d	d	m	Determinista	0,22	-	-	
				0,27	-	-	
				0,32	-	-	
Área tributaria forjados	Atf	m <sup>2</sup>	Determinista	15,30	-	-	
Área tributaria vuelos	Atv	m <sup>2</sup>	Determinista	2,78	-	-	
				2,94	-	-	
Longitud cierre	L	m	Determinista	5,38	-	-	
Área de la armadura (cm <sup>2</sup> )	PLANTA 7	As	cm <sup>2</sup>	Determinista	4,52	-	-
	PLANTA 6	As	cm <sup>2</sup>	Determinista	4,52	-	-
	PLANTA 5	As	cm <sup>2</sup>	Determinista	8,04	-	-
	PLANTA 4	As	cm <sup>2</sup>	Determinista	8,04	-	-
	PLANTA 3	As	cm <sup>2</sup>	Determinista	12,57	-	-
	PLANTA 2	As	cm <sup>2</sup>	Determinista	12,57	-	-
	PLANTA 1	As	cm <sup>2</sup>	Determinista	12,57	-	-
	PLANTA B	As	cm <sup>2</sup>	Determinista	20,61	-	-

CARGAS						
DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES	SÍMBOLO	UNIDADES	TIPO DE DISTRIBUCIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN ESTÁNDAR	V
Forjado tipo	Cp	KN/m2	Normal (Gauss)	5,96	0,298	5%
Cerramiento fachada	Cc	KN/m	Normal (Gauss)	8	0,4	5%
Sobrecarga uso sostenida	Sus	KN/m2	Gamma	0,3	0,45	*
Sobrecarga uso transitoria	Sut	KN/m2	Gamma	0,3	0,56	*

Forjado tipo Cp:

$$C_p = 6.45, \text{ fractil: } 95\%, \text{ distrib: Normal Gauss}, C_{p1} = \frac{6.45}{1.08} = 5.96 \text{ KN/m}^2, C_v = 5\%$$

Cerramiento de fachada Cc:

$$C_c = 8.65, \text{ fractil: } 95\%, \text{ distrib: Normal Gauss}, C_{c1} = \frac{8.65}{1.08} = 8.00 \text{ KN/m}^2, C_v = 5\%$$

Sobrecargas de Uso:

\*Ver apartado 1.2.2 y tabla 9 de este documento (pág. 86)

Type of use	Sustained Load					Intermittent Load			
	A <sub>0</sub> [m <sup>2</sup> ]	m <sub>q</sub> [kN/m <sup>2</sup> ]	σ <sub>v</sub> [kN/m <sup>2</sup> ]	σ <sub>u</sub> [kN/m <sup>2</sup> ]	1/λ [a]	m <sub>p</sub> [kN/m <sup>2</sup> ]	σ <sub>U</sub> [kN/m <sup>2</sup> ]	1/v [a]	d <sub>p</sub> [d]
Residence	20	0.3	0.15	0.3	7	0.3	0.4	1.0	1-3

Sobrecarga de uso sostenida Sus:

$$Var[q] = \sigma_v^2 + \sigma_u^2 \frac{A_0}{A} k$$

$$Cov[q_1, q_2] = \sigma_v^2$$

$$\text{desviación estándar } \sigma = \sqrt{0.15^2 + 0.30^2 \cdot 2} = 0.45$$

$$1/\lambda = 7 \text{ años} \rightarrow \lambda = 1/7 = 0.14$$

Datos para sobrecarga sostenida:

σ<sub>v</sub> = 0.15      σ<sub>u</sub> = 0.3      K<sub>red</sub> =  $\frac{A_0}{A} \cdot k$

k = 2      media m<sub>q</sub> = 0.3

Se consideran superficies de 20m<sup>2</sup> → A<sub>0</sub> = 20

Sobrecarga de uso transitoria Sut:

$$\text{desviación estándar } \sigma = \sqrt{0.40^2 \cdot 2} = 0.56$$

Datos para sobrecarga transitoria:

σ<sub>u</sub> = 0.4      k = 2      media m<sub>q</sub> = 0.3

INCERTIDUMBRE MODELO						
DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES	SÍMBOLO	UNIDADES	TIPO DE DISTRIBUCIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN ESTÁNDAR	V
Incertidumbre resistencia	IR	-	Log-normal	1,2	0,084	7%
Incertidumbre solicitación	IS	-	Log-normal	1	0,05	5%

## CAPÍTULO 7: APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA





## 7. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

### ESTIMACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE FALLO DE UN PILAR DE HORMIGÓN EN UNA EDIFICACIÓN EXISTENTE MEDIANTE METODOLOGÍA PROBABILISTA EN FORMA EXPLÍCITA TENIENDO EN CONSIDERACIÓN EL CARÁCTER ESPACIAL Y TEMPORAL DE LAS ACCIONES VARIABLES.

#### 7.1. Introducción

Como aplicación práctica a lo expuesto en los anteriores capítulos, a continuación se ha desarrollado un caso práctico de verificación estructural, que bien puede ser dado en la vida real, tanto en una obra de rehabilitación como en obra nueva.

Imagínense que queremos añadir un par de plantas más a un edificio ya ejecutado. El procedimiento habitual sería realizar la comprobación de secciones en pilares de una o varias plantas por métodos semiprobabilísticos, con el fin de determinar el coeficiente de seguridad de los pilares existentes.

En la actualidad, se duda de que coeficiente puedo considerar como seguro para mi estructura, y en muchos casos se recurre a refuerzos estructurales que quizá puedan ser cuestionados respecto a su necesidad. Pues bien, ¿porqué no hacer una comprobación más precisa?

Como bien sabemos tras lo mostrado, los métodos semiprobabilísticos no dejan de ser métodos aproximados, por lo tanto, podemos ajustar más estos estudios recurriendo a la metodología probabilista, pudiendo obtener la probabilidad de fallo de los pilares a estudio.

De qué modo, pues bien, de un pilar existente podemos obtener datos determinantes mediante ensayos, podemos determinar su geometría con una fácil medición, o sus capacidades mecánicas mediante algún ensayo de rotura de probetas. Pero por otro lado existen las variables probabilistas que se centran en las acciones variables como son las sobrecargas de uso, con una gran incertidumbre dentro de cualquier variable a considerar en la estructura, y su aleatoriedad es claramente **espacial-temporal**, por lo que compromete realizar un estudio respecto a su situación espacial y su periodo o tiempo de actuación, por lo tanto, estas acciones van a ser en las que nos centremos más detenidamente en nuestro estudio, como veíamos en el capítulo anterior.

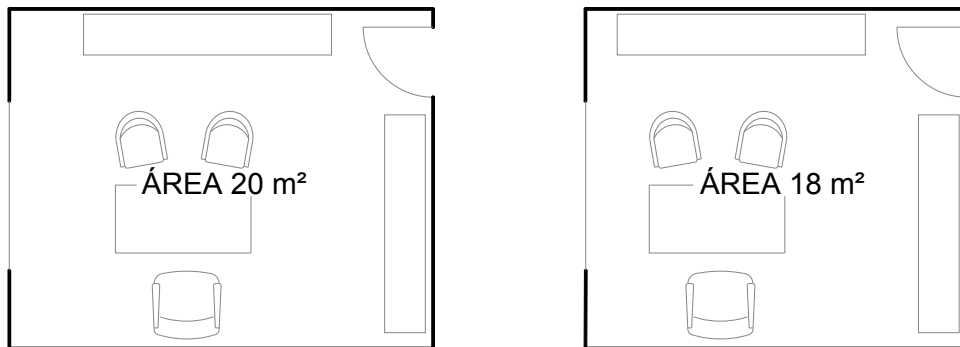
**Aleatoriedad espacial-temporal:** situación espacial y periodo de tiempo de actuación.

Para interpretar de mejor modo este apartado vamos a poner un ejemplo sencillo.

Quizás donde ustedes estén leyendo esto, pueda ser un despacho, una oficina, un aula, o biblioteca, etc... intenten pensar por ejemplo cuánto tiempo lleva el mobiliario que les rodea en el mismo sitio, cuantas veces se ha movido esa estantería o la mesa. Lo que se intenta dar a entender es que normalmente en nuestros cálculos, así lo recoge por ejemplo el código técnico, consideramos el mobiliario o enseres como cargas variables de uso, cargas de uso que apenas van a tener una variabilidad en un tiempo determinado.

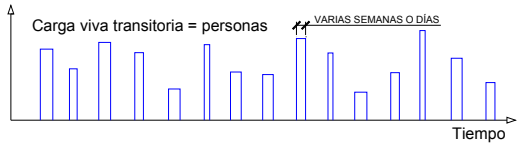
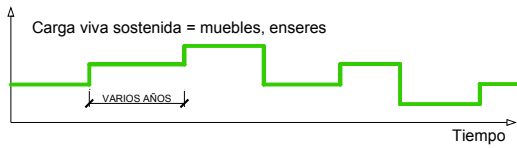
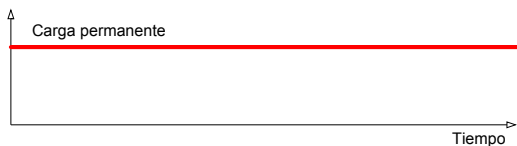
El espacio

A continuación se muestran dos despachos con distinta área, pero con el mismo mobiliario, muchas veces, independientemente del espacio, la necesidad va a decidir qué es lo que exigimos, en estos dos despachos, independientemente de tener mayor superficie, no es significado de tener más cosas.



El tiempo

Vamos a poner el ejemplo también en el mismo despacho, la primera gráfica en color rojo



representa la carga permanente (el peso propio de la estructura), aquella carga que no va a poder variar ni en el tiempo ni en el espacio, en la segunda gráfica de color verde se representa la carga variable sostenida referente a muebles, enseres, etc...pero como se observa para que se realice una modificación han de pasar años, casos puntuales por ejemplo en

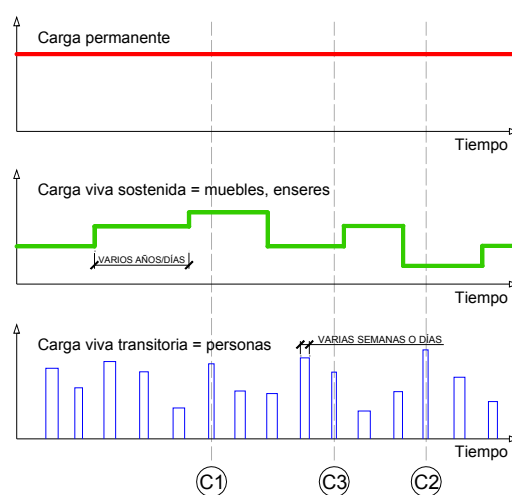
alguna reforma como pintar las paredes en las que solemos mover el mobiliario. En la tercera grafica de color azul, ya se representa las cargas transitorias referentes a las personas, en la que la variación en el tiempo ya se hace diaria o semanal.

Puesto el ejemplo lo primero que se puede venir a la cabeza es, ¡lo calculo todo para la situación más desfavorable!, pero si nos detenemos a pensar, realmente que probabilidad hay de que se den todos los casos a la vez, independientemente de contar con la carga permanente que es inamovible, ¿qué probabilidad hay de que el día que la carga variable sostenida sea mayor, coincida con la sala repleta de personas?

Es muy poco probable que todas las cargas individuales alcancen sus valores máximos en el mismo tiempo.

A lo largo de este planteamiento se expondrá el procedimiento para poder realizar una combinación de las acciones con el fin de obtener resultados más aproximados y realistas.

Como se ha venido diciendo a lo largo de este documento, las cargas variables son aquellas que tienen gran incertidumbre, por lo tanto vamos a profundizar en su análisis con el fin de ajustarlas lo máximo posible.



Las recomendaciones en este tipo de variables, se han obtenido como veíamos en el capítulo anterior, del **JCSS. Joint Committee on Structural Safety. 2000. Probabilistic Model Code**, en el que se recoge el procedimiento a seguir para ajustar estas variables.



## 7.2. Características de la estructura a estudio

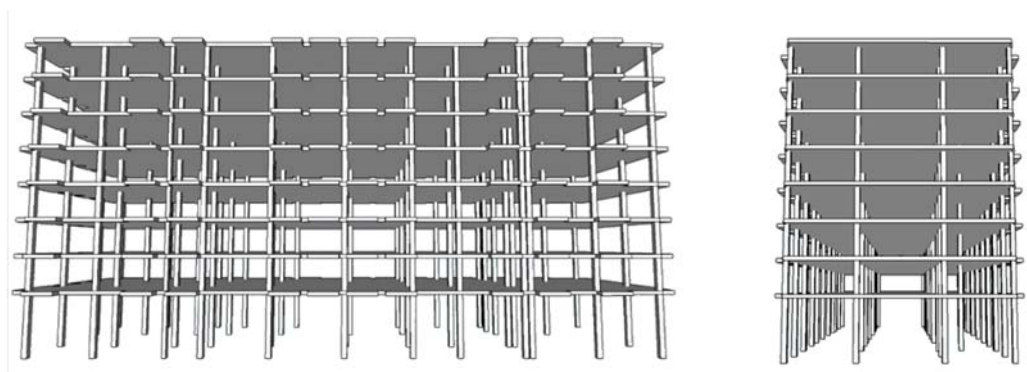
Se trata de un edificio compuesto por planta baja comercial y siete plantas altas para viviendas.

La estructura es de hormigón armado, formada por pórticos longitudinales y transversales, con ocho placas horizontales, los forjados son unidireccionales de hormigón armado de canto 35cm e intereje de 70cm.

La cimentación es superficial, resuelta mediante zapatas aisladas, vigas centradoras y de atado.

## 7.3. Objeto del estudio

En una edificación existente, se quieren añadir **2** plantas más en altura.



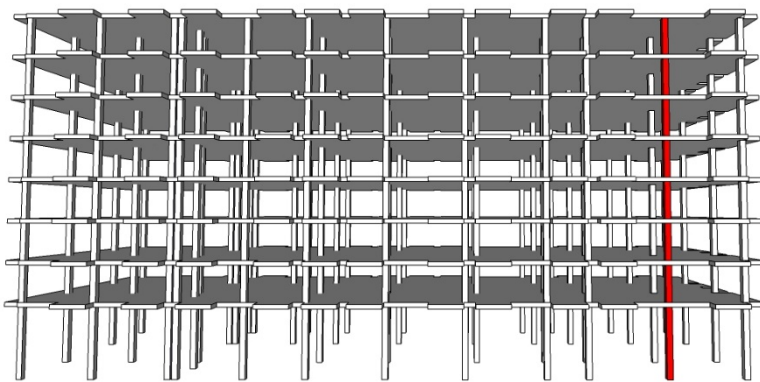
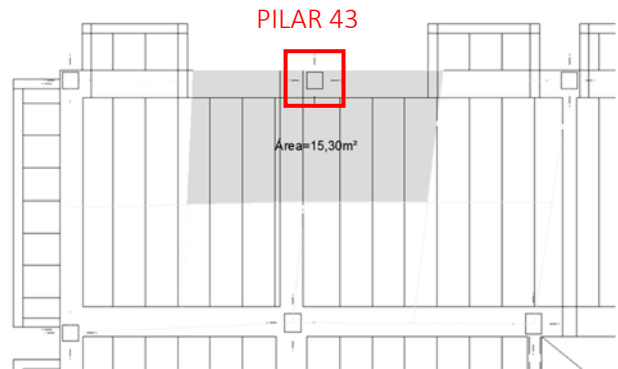
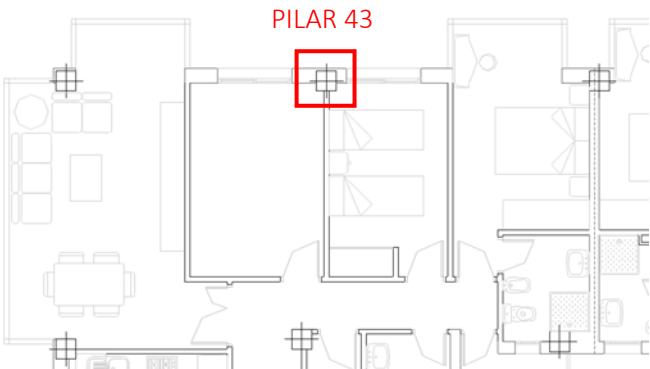
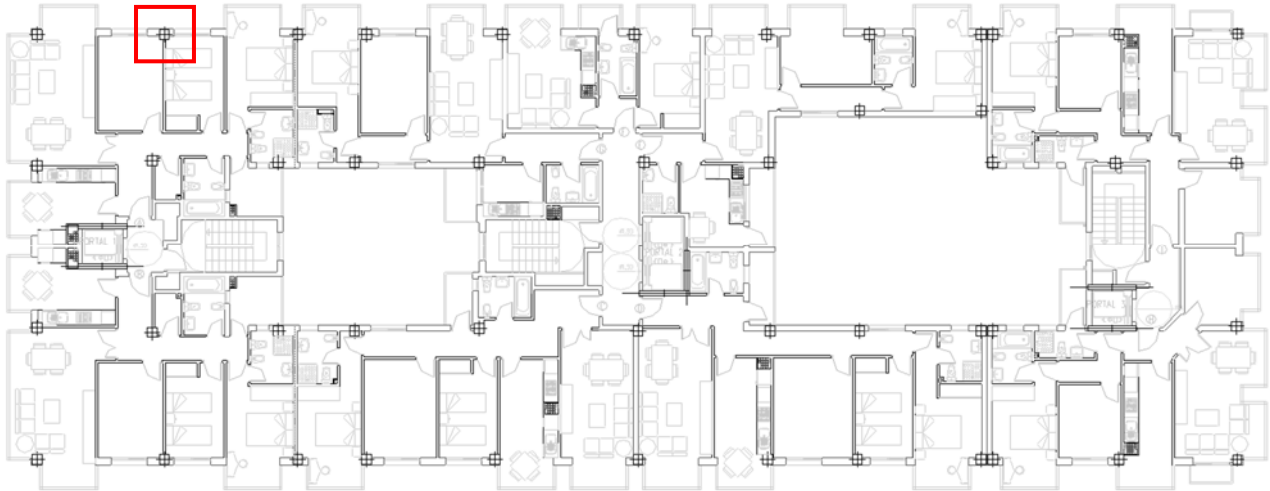
Por **métodos semiprobabilistas** se ofrecerá el coeficiente global de seguridad del elemento a estudio.

Mediante la **metodología probabilista explícita** se obtendrá el índice de fiabilidad y la probabilidad de fallo del elemento.

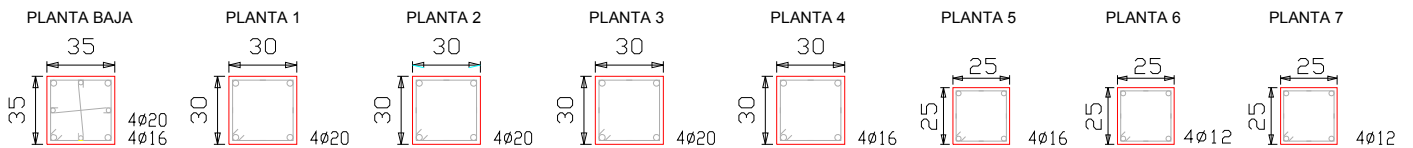
Se podrán dar casos en los que los resultados obtenidos por metodologías semiprobabilistas, hagan dudar de la necesidad de plantear un refuerzo en una estructura, por ello se plantea el cálculo mediante la metodología probabilista explícita, que dará un resultado mucho más preciso.

Para el estudio nos centraremos en un solo pilar, no es objetivo de este trabajo analizar la estructura entera, sino comparar las metodologías de análisis.

Se estudiará el pilar número 43, con el fin de incluir en los cálculos un pilar con una considerable carga lineal a causa del cerramiento de fachada, además se tendrá en consideración la carga de los vuelos correspondientes a los balcones.

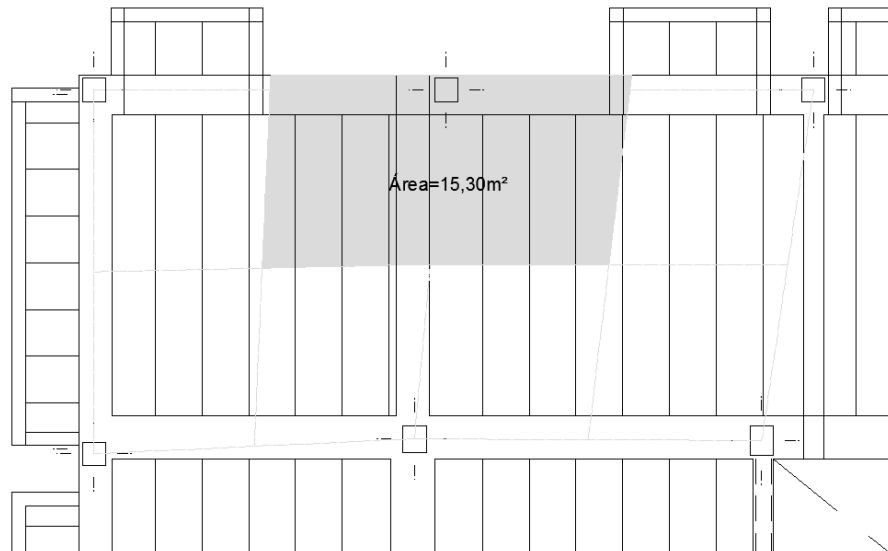


PILAR 43  
 Hormigón HA-25  
 Acero B-500-S  
 Recubrimiento 3.00 cm



## 7.4. Determinación de axiles

Forjado planta tipo



### Datos geométricos

H pilares PB = 5.00 m

H pilares P. Tipo = 3.00 m

Longitud de cerramiento de fachada que afecta al pilar L= 5.38 m

### PERMANENTES

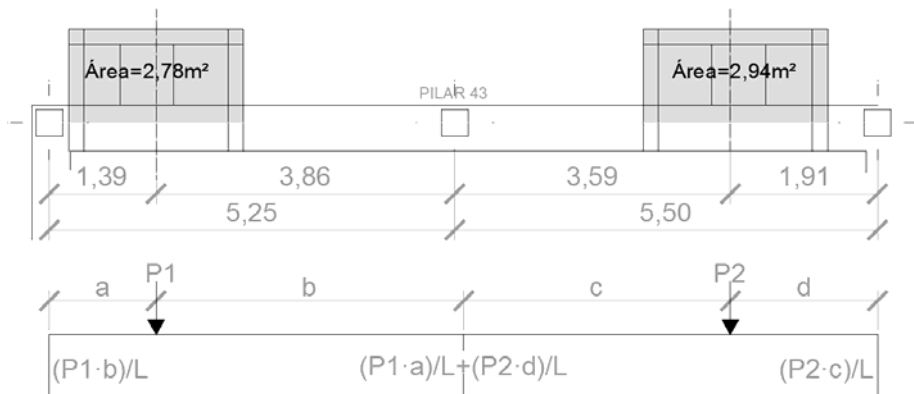
SOLUCIÓN CONSTRUCTIVA: <b>FORJADO TIPO</b>	ESPESOR TOTAL (cm)		CARGA (KN/m <sup>2</sup> )	CTE SE-AE
Tarmia flotante (i/relleno)	2		0,4	Tabla C.3
Capa de relleno para alojar instalaciones a base de hormigón de escoria	5	15kN/m <sup>3</sup> x 0,05m espesor	0,75	Tabla C.1
Forjado unidireccional de hormigón armado con viguetas pretensadas de hormigón y bovedillas ceramicas aligerantes (intereje 70cm <sup>2</sup> )	30+5		4,00	Tabla C.5
Acabado de techo mediante guarnecido de yeso	1,5	20kN/m <sup>3</sup> x 0,015m espesor	0,30	Tabla C.1
Tabiquería			1,00	Art. 2.1(3)
TOTAL ACCIONES PERMANENTES			6,45	

SOLUCIÓN CONSTRUCTIVA: <b>CERRAMIENTO FACHADA</b>	ESPESOR TOTAL (cm)		CARGA (KN/m <sup>2</sup> )	CTE SE-AE
Enfoscado exterior de cemento	2	18kN/m <sup>3</sup> x 0,02m espesor	0,36	Tabla C.1
Hoja exterior, medio pie de ladrillo perforado	12	12kN/m <sup>3</sup> x 0,12m espesor	1,44	Tabla C.1
Cámara de aire intermedia con aislante	4		-	-
Hoja interior, medio pie de ladrillo hueco	8	12kN/m <sup>3</sup> x 0,08m espesor	0,96	Tabla C.1
Guarnecido interior de yeso	2	12kN/m <sup>3</sup> x 0,02m espesor	0,24	Tabla C.1
TOTAL ACCIONES PERMANENTES			3,00	
(3,00KN/m <sup>2</sup> )*(3,00m altura entre plantas)= 9,00 KN/m				

### VARIABLES

SOLUCIÓN CONSTRUCTIVA: <b>FORJADO TIPO</b>	CARGA (KN/m <sup>2</sup> )	CTE SE-AE
Sobrecarga superficial en las viviendas	2	Tabla 3.1

Cargas de los voladizos sobre el pilar a estudio



#### VUELOS

Cargas permanentes vuelo

$S_u$  (Sobrecarga Uso) vuelo

Forjado = 6.45 KN/m<sup>2</sup>

Viviendas = 2.00 KN/m<sup>2</sup>

Cargas procedentes de los vuelos sin mayorar:

$$P_1 = ((C_p + S_u) \cdot A_t)$$

$$P_1 = (6.45 + 2) \cdot 2.78 = 23.49 \text{ KN}$$

$$P_2 = ((C_p + S_u) \cdot A_t)$$

$$P_2 = (6.45 + 2) \cdot 2.94 = 24.84 \text{ KN}$$

$$N \text{ Vuelos en P43} = \frac{P_1 \cdot a}{L} + \frac{P_2 \cdot d}{L} = \frac{23.49 \cdot 1.39}{5.25} + \frac{24.84 \cdot 1.91}{5.50} = 14.84 \text{ KN}$$

Cargas procedentes de los vuelos mayoradas:

$$P_1^* = ((C_p \cdot 1.35 + S_u \cdot 1.50) \cdot A_t)$$

$$P_1^* = (6.45 \cdot 1.35 + 2 \cdot 1.50) \cdot 2.78 = 32.54 \text{ KN}$$

$$P_2^* = ((C_p \cdot 1.35 + S_u \cdot 1.50) \cdot A_t)$$

$$P_2^* = (6.45 \cdot 1.35 + 2 \cdot 1.50) \cdot 2.94 = 34.42 \text{ KN}$$

$$N^* \text{ Axil Vuelos en P43} = \frac{P_1^* \cdot a}{L} + \frac{P_2^* \cdot d}{L} = \frac{32.54 \cdot 1.39}{5.25} + \frac{34.42 \cdot 1.91}{5.50} = 20.56 \text{ KN}$$



Axil característico por planta:

$$N_S = ((C_p + S_u) \cdot A_t) + (C \cdot H \cdot L) + N \text{ vuelos}$$

$$N_S = ((6.45 + 2) \cdot 15.30) + (3.00 \cdot 3.00 \cdot 5.38) + 14.84 = 192.54 \text{ KN}$$

$$N_S = 192.54 \text{ kN} \cdot 1.1 (\text{efecto hiperestático}) = 211.80 \text{ kN}$$

Axil de cálculo por planta:

Coefficientes de mayoración

1,35 cargas permanentes

1,50 sobrecargas

$$N_S^* = ((C_p \cdot 1.35 + S_u \cdot 1.50) \cdot A_t) + (C_f \cdot H \cdot L \cdot 1.35) + N^* \text{ vuelos}$$

$$N_S^* = ((6.45 \cdot 1.35 + 2 \cdot 1.50) \cdot 15.30) + (3.00 \cdot 3.00 \cdot 5.38 \cdot 1.35) + 20.56 = 265.05 \text{ KN}$$

$$N_S^* = 265.05 \text{ kN} \cdot 1.1 (\text{efecto hiperestático}) = 291.56 \text{ kN}$$

**Nota:**

Se considera por el efecto hiperestático y el peso de la estructura un 10% más del axil.

Además se ha considerado una excentricidad mínima del 1% de la altura de los pilares, fijada en 5.00m para la planta baja y 3.00m para las demás plantas.

PLANTA	ÁREA TRIB. M2	PERMANENTES				VARIABLES	AXIL KN		
		FORJADO TIPO (KN/m2)	CERRAMIENTO (KN/m)	N VUELOS sin mayorar (KN)	N VUELOS mayorados (KN)		USO (kN/m2)	x PLANTA	CARACTERISTICO
7	15,30	6,45	48,42	14,84	20,56	2,00	211,80	211,80	291,56
6	15,30	6,45	48,42	14,84	20,56	2,00	211,80	423,60	583,11
5	15,30	6,45	48,42	14,84	20,56	2,00	211,80	635,40	874,67
4	15,30	6,45	48,42	14,84	20,56	2,00	211,80	847,20	1166,23
3	15,30	6,45	48,42	14,84	20,56	2,00	211,80	1059,00	1457,78
2	15,30	6,45	48,42	14,84	20,56	2,00	211,80	1270,80	1749,34
1	15,30	6,45	48,42	14,84	20,56	2,00	211,80	1482,60	2040,90
PB	15,30	6,45	48,42	14,84	20,56	2,00	211,80	1694,40	2332,46

El cálculo de axiles se realiza para efectuar una comprobación mediante la metodología probabilista. La idea de emplear esta metodología en el ejemplo, es mostrar que no se ofrece la seguridad de una forma explícita, es decir, obtenemos coeficientes de seguridad, partiendo de que el axil solicitante ha de ser menor que el axil último del pilar para evitar el colapso, por lo tanto si el resultado de este coeficiente es menor a la unidad, estará repercutiendo sobre los coeficientes de seguridad, pero no sabemos en qué proporción. Por lo tanto, para un coeficiente aproximado a 1, ¿tomo la decisión de reforzar? o ¿realizo un estudio más preciso?

## 7.5. Coeficientes globales de seguridad mediante metodología semiprobabilista

Obtenidos los axiles, se utilizará como metodología de comprobación la recogida en la Instrucción del Hormigón Estructural EHE-08.

Anejo 7: Cálculo simplificado de secciones en Estado Límite de Agotamiento frente a sollicitaciones normales. (pág. 505)

Apartado 5.2: **Comprobación de secciones rectangulares sometidas a flexión compuesta recta.** Armadura simétrica dispuesta en dos capas con recubrimientos iguales. (pág. 514)

Respecto a la comprobación la instrucción recoge 3 casos, este estudio se realizará mediante el caso 3, ya que en todas las plantas se cumple con la siguiente expresión:

$$U_{s1}(d - d') + 0.125 U_0(d + 2d' - 4e_0) > 0$$

CASO 3

$$N_R = \frac{U_{s1}(d - d') + \alpha U_0 d}{e_0 + 0.5(d - d')}$$

$$M_R = N_R e_0$$

con:

$$\alpha = \frac{0.480m_1 - 0.375m_2}{m_1 - m_2} \geq 0.5 \left( 1 - \left( \frac{d'}{d} \right)^2 \right)$$

donde:

$$m_1 = -0.5U_0e_0 + (U_{s1} + U_{s2}) \frac{d - d'}{2} + 0.125U_0(d + 2d')$$

$$m_2 = -(U_{s2} + 0.8U_0)e_0 + U_{s2} \frac{d - d'}{2} + 0.08U_0(d + 5d')$$

PLANTA BAJA		
AXIL ÚLTIMO DE PILAR Nu (KN)		
DATOS PILAR	b (m)	0,35
	h (m)	0,35
	r (m)	0,03
	e0 (m)	0,05
	As (cm2)	20,61
RESIST. HORM	fcd (N/mm2)	16,67
RESIT. ACERO	fyd (N/mm2)	434,78
DATOS PARA DETERMINAR Nult	Us1	896,09
	Us2	896,09
	U0	1866,67
	$\alpha$	0,52
	m1	301,87
	m2	80,65
Axil último	Nu (KN)	2920,26
Momento Ult.	Mu (KN)	146,01

COEF. SEGURIDAD 1,25

PLANTA 1		
AXIL ÚLTIMO DE PILAR Nu (KN)		
DATOS PILAR	b (m)	0,30
	h (m)	0,30
	r (m)	0,03
	e0 (m)	0,03
	As (cm2)	12,57
RESIST. HORM	fcd (N/mm2)	16,67
RESIT. ACERO	fyd (N/mm2)	434,78
DATOS PARA DETERMINAR Nult	Us1	546,52
	Us2	546,52
	U0	1350,00
	$\alpha$	0,54
	m1	166,60
	m2	62,15
Axil último	Nu (KN)	2192,64
Momento Ult.	Mu (KN)	65,78

COEF. SEGURIDAD 1,07

PLANTA 2		
AXIL ÚLTIMO DE PILAR Nu (KN)		
DATOS PILAR	b (m)	0,30
	h (m)	0,30
	r (m)	0,03
	e0 (m)	0,03
	As (cm2)	12,57
RESIST. HORM	fcd (N/mm2)	16,67
RESIT. ACERO	fyd (N/mm2)	434,78
DATOS PARA DETERMINAR Nult	Us1	546,52
	Us2	546,52
	U0	1350,00
	$\alpha$	0,54
	m1	166,60
	m2	62,15
Axil último	Nu (KN)	2192,64
Momento Ult.	Mu (KN)	65,78

COEF. SEGURIDAD 1,25

PLANTA 3		
AXIL ÚLTIMO DE PILAR Nu (KN)		
DATOS PILAR	b (m)	0,30
	h (m)	0,30
	r (m)	0,03
	e0 (m)	0,03
	As (cm2)	12,57
RESIST. HORM	fcd (N/mm2)	16,67
RESIT. ACERO	fyd (N/mm2)	434,78
DATOS PARA DETERMINAR Nult	Us1	546,52
	Us2	546,52
	U0	1350,00
	$\alpha$	0,54
	m1	166,60
	m2	62,15
Axil último	Nu (KN)	2192,64
Momento Ult.	Mu (KN)	65,78

COEF. SEGURIDAD 1,50

PLANTA 4		
AXIL ÚLTIMO DE PILAR Nu (KN)		
DATOS PILAR	b (m)	0,30
	h (m)	0,30
	r (m)	0,03
	e0 (m)	0,03
	As (cm2)	8,04
RESIST. HORM	fcd (N/mm2)	16,67
RESIT. ACERO	fyd (N/mm2)	434,78
DATOS PARA DETERMINAR Nult	Us1	349,57
	Us2	349,57
	U0	1350,00
	$\alpha$	0,54
	m1	119,33
	m2	44,42
Axil último	Nu (KN)	1877,00
Momento Ult.	Mu (KN)	56,31

COEF. SEGURIDAD 1,61

PLANTA 5		
AXIL ÚLTIMO DE PILAR Nu (KN)		
DATOS PILAR	b (m)	0,25
	h (m)	0,25
	r (m)	0,03
	e0 (m)	0,03
	As (cm2)	8,04
RESIST. HORM	fcd (N/mm2)	16,67
RESIT. ACERO	fyd (N/mm2)	434,78
DATOS PARA DETERMINAR Nult	Us1	349,57
	Us2	349,57
	U0	916,67
	$\alpha$	0,53
	m1	84,75
	m2	27,86
Axil último	Nu (KN)	1388,67
Momento Ult.	Mu (KN)	41,66

COEF. SEGURIDAD 1,59

PLANTA 6		
AXIL ÚLTIMO DE PILAR Nu (KN)		
DATOS PILAR	b (m)	0,25
	h (m)	0,25
	r (m)	0,03
	e0 (m)	0,03
	As (cm2)	4,52
RESIST. HORM	fcd (N/mm2)	16,67
RESIT. ACERO	fyd (N/mm2)	434,78
DATOS PARA DETERMINAR Nult	Us1	196,52
	Us2	196,52
	U0	916,67
	$\alpha$	0,53
	m1	55,67
	m2	17,91
Axil último	Nu (KN)	1153,44
Momento Ult.	Mu (KN)	34,60

COEF. SEGURIDAD 1,98

PLANTA 7		
AXIL ÚLTIMO DE PILAR Nu (KN)		
DATOS PILAR	b (m)	0,25
	h (m)	0,25
	r (m)	0,03
	e0 (m)	0,03
	As (cm2)	4,52
RESIST. HORM	fcd (N/mm2)	16,67
RESIT. ACERO	fyd (N/mm2)	434,78
DATOS PARA DETERMINAR Nult	Us1	196,52
	Us2	196,52
	U0	916,67
	$\alpha$	0,53
	m1	55,67
	m2	17,91
Axil último	Nu (KN)	1153,44
Momento Ult.	Mu (KN)	34,60

COEF. SEGURIDAD 3,96

Como se puede observar, al comprobar el pilar en cada planta, mediante la metodología probabilista, obtenemos coeficientes de seguridad superiores a la unidad. Con lo cual, la estructura cumple con las especificaciones de proyecto. En el caso de añadir dos plantas más, ¿es necesario reforzar la estructura?

Variables utilizadas para la comprobación mediante metodología semiprobabilista:

MATERIALES		
Descripción de la Variable	Valor característico	Valor de cálculo
Resistencia a compresión del hormigón a 28 días sobre probetas cilíndricas $f_c(N/mm^2)$	$f_{ck} = 25$	$\gamma_c = 1,5$ $f_{cd} = \frac{25}{1,5} = 16,66$
Límite elástico del acero para armar $f_y$ con tensión de rotura $f_s = 500 N/mm^2$	$f_{yk} = 500$	$\gamma_s = 1,15$ $f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 437,78$

Respecto a las variables consideradas como materiales, solo se utilizan dos, por un lado el hormigón, empleando la resistencia a compresión, cuyo valor característico será ponderado por un coeficiente parcial de 1,50 y por otro el límite elástico del acero con un coeficiente parcial de 1,15.

GEOMETRÍA			
Descripción de la Variable	Valor característico	Valor de cálculo	
Altura pilar PB (m)	5,00	5,00	
Altura pilares planta tipo	3,00	3,00	
Dimension b del pilar (m)	0,25	0,25	
	0,30	0,30	
	0,35	0,35	
Dimension h del pilar (m)	0,25	0,25	
	0,30	0,30	
	0,35	0,35	
Recubrimiento d' (m)	0,03	0,03	
Canto útil d (m)	0,22	0,22	
	0,27	0,27	
	0,32	0,32	
Área tributaria forjados (m <sup>2</sup> )	15,3	15,3	
Área tributaria vuelos (m <sup>2</sup> )	2,78	2,78	
	2,94	2,94	
Longitud cierre (m)	5,38	5,38	
Área armadura (cm <sup>2</sup> )	PLANTA 7	4,52	4,52
	PLANTA 6	4,52	2,26
	PLANTA 5	8,04	2,26
	PLANTA 4	8,04	8,04
	PLANTA 3	12,57	12,57
	PLANTA 2	12,57	12,57
	PLANTA 1	12,57	12,57
	PLANTA B	20,61	20,61

En edificación, las variables geométricas (dimensiones, secciones, excentricidades, etc...) no son afectados por los coeficientes parciales y por lo tanto no se les atribuye incertidumbre alguna. Son variables fácilmente verificables, pero poseen cierta incertidumbre respecto a la medida, es decir, errores en la propia medida como por ejemplo y muy comúnmente en los recubrimientos de las armaduras, en la posición de las barras y en la separación de estribos. Todos estos valores no deberían ser despreciados, y se correspondería estudiarlos como variables aleatorias.

INCERTIDUMBRE MODELO		
Descripción de la Variable	Valor característico	Valor de cálculo
Incertidumbre Modelo Solicitante	1	1
Incertidumbre Modelo Resistente	1	1

Esta metodología no toma en consideración la incertidumbre del modelo empleado, tanto para el modelo solicitante como el modelo resistente, por lo tanto los valores característicos y de cálculo representados en la tabla representan la unidad como un valor no considerado que no afecta al cálculo, a diferencia de las variables utilizadas para la metodología probabilista, que si tendrá en cuenta que tipo de variable es empleada para los modelos.

ACCIONES		
Descripción de la Variable	Valor característico	Valor de cálculo
Forjado tipo y cubierta (KN/m <sup>2</sup> )	6,45	$\gamma_{cmp} = 1,35$ $6,45 \cdot 1,35 = 8,71$
Cerramiento fachada (KN/m <sup>2</sup> )	3,00	$\gamma_{cmp} = 1,35$ $3,00 \cdot 1,35 = 4,05$

## 7.6. Metodología probabilista explícita

### 7.6.1. Introducción al cálculo

Como primer apartado en esta metodología, se pretende realizar una introducción con la idea de dar a conocer como se ha afrontado la resolución, recogiendo el procedimiento de cálculo seguido.

En el capítulo 3 de este documento, se recogía que el estado límite se verifica con la comprobación de que las acciones no superen la capacidad estructural, por lo tanto la probabilidad de fallo se plantea de la siguiente forma:

$$P_f = \text{prob}[(E_R - E_S) < 0]$$

$$E_R > E_S, \text{ o lo que viene a ser lo mismo, } E_S \leq E_R$$

Las capacidades resistentes de la estructura  $E_R$ , deberán de ser mayores que las que se soliciten  $E_S$ , por lo tanto si esto no se cumple la estructura fallará.

En primer lugar, debemos analizar que acciones o sollicitaciones se van a tener en cuenta en nuestra estructura: El peso propio, las cargas permanentes, sobrecargas, etc...

A continuación se debe analizar la resistencia, en este caso la resistencia de un pilar, que será determinada en función de su geometría, de los materiales acero y hormigón, etc...

Tras obtener ambos caminos, por un lado las sollicitaciones de la estructura y por otro la resistencia, habrá que enfrentar ambos casos para poder obtener un resultado y comprobar si es mayor la capacidad resistente de la estructura o sin embargo son mayores las sollicitaciones.

Para enfrentar ambos axiles, tanto el resistente como el solicitante, se deberá crear una función de fallo y la función límite, que serán de las que se obtenga la probabilidad de fallo.

La función de fallo viene determinada por la expresión  $f(N_R \leq N_S)$ , mientras que la función límite se expresa  $F_{LIM} = N_R - N_S$ .

La función de fallo expresa que el axil solicitante  $N_S$  es mayor o igual que el axil resistente  $N_R$  y por lo tanto la estructura fallará, sin embargo la función límite determina cuanto puede ser mayor  $N_R$  respecto de  $N_S$ .

Se emplearán las mismas funciones que se han empleado en el apartado anterior, la misma función solicitante que la empleada en la determinación de los axiles, y la misma función resistente que viene recogida en la norma.

$$N_R = \frac{U_{S1}(d-d') + \alpha U_0 d}{e_0 + 0.5(d-d')} \rightarrow \text{EHE-08. Anejo 7. Apartado 5.2. Caso 3}$$

$N_S = \sum(A_T \cdot (C_P + S_{Us} + S_{Ut})) + \sum L \cdot C_C + \sum P_{vuelos} \rightarrow$  La misma función empleada que en el ejercicio anterior, con la diferencia de que la sobrecarga de uso se ha descompuesto en dos tipos de sobrecarga diferente, por un lado la sostenida y por otro la transitoria, como se recomienda en el capítulo anterior de este documento, para considerar el carácter espacial y temporal de las acciones variables.

## 7.6.2. Función límite a emplear

$$F_{LIM} = N_R - N_S$$

Función límite

$$N_R = \frac{U_{S1}(d - d') + \alpha U_0 d}{e_0 + 0.5(d - d')} - N_S = \sum (A_T \cdot (C_P + S_U + S_{Ut})) + \sum L \cdot C_C + \sum P_{vuelos}$$

Para los cálculos, se ha utilizado el programa informático **COMREL**, donde se introducirá la función límite a estudio, considerando las variables estudiadas en el capítulo 6 de este documento en su 5º apartado, y con el que obtendremos el índice de fiabilidad  $\beta$  de la estructura y su probabilidad de fallo  $P_f$ , la cual es inversamente proporcional, por lo tanto a un índice de fiabilidad mayor, la probabilidad de fallo será menor.

## 7.6.3. RCP GmbH y Comrel

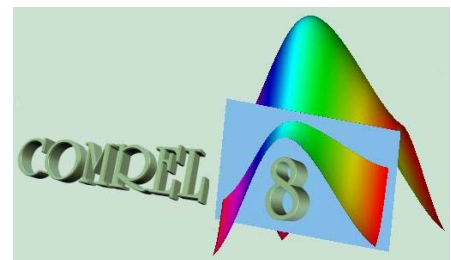


RCP GmbH es una consultora independiente especializada en la fiabilidad y el análisis de riesgos de los sistemas técnicos. RCP posee y desarrolla un conjunto completo de herramientas de software para el análisis estructural, estadística y fiabilidad: STRUREL. RCP está estrechamente vinculada a la investigación y desarrollo en la Universidad Técnica de Munich. Sus principales actividades se encuentran en los campos de la marina y el mar, la industria aeroespacial y la ingeniería civil. Página Web: <http://www.strurel.de/>

Entre una de sus herramientas está el COMREL, consiste en una aplicación que nos permitirá el análisis de la confiabilidad.

Se hará uso de la función límite estudiada anteriormente para nuestro caso, y la elección y determinación de las variables a emplear,

obteniendo como resultado del cálculo, el índice de fiabilidad  $\beta$  de la estructura.



Página Web: <http://www.strurel.de/comrel.htm>

## 7.6.4. Programación y funcionamiento de Comrel TV

La función límite será la que se introducirá en el programa para el cálculo del índice de fiabilidad es la siguiente:

$$N_R = \frac{U_{S1}(d-d') + \alpha U_0 d}{e_0 + 0.5(d-d')} - N_S = \sum (A_T \cdot (C_P + S_{US} + S_{Ut})) + \sum L \cdot C_C + \sum P_{vuelos}$$

### Funcionamiento básico de Comrel TV

En primer lugar en el Comrel debemos describir las funciones a emplear dentro del espacio de trabajo "Symbolic Expressions" (expresiones simbólicas), en lo que básicamente consiste es en definir cada uno de los valores intervinientes en nuestras funciones límite.

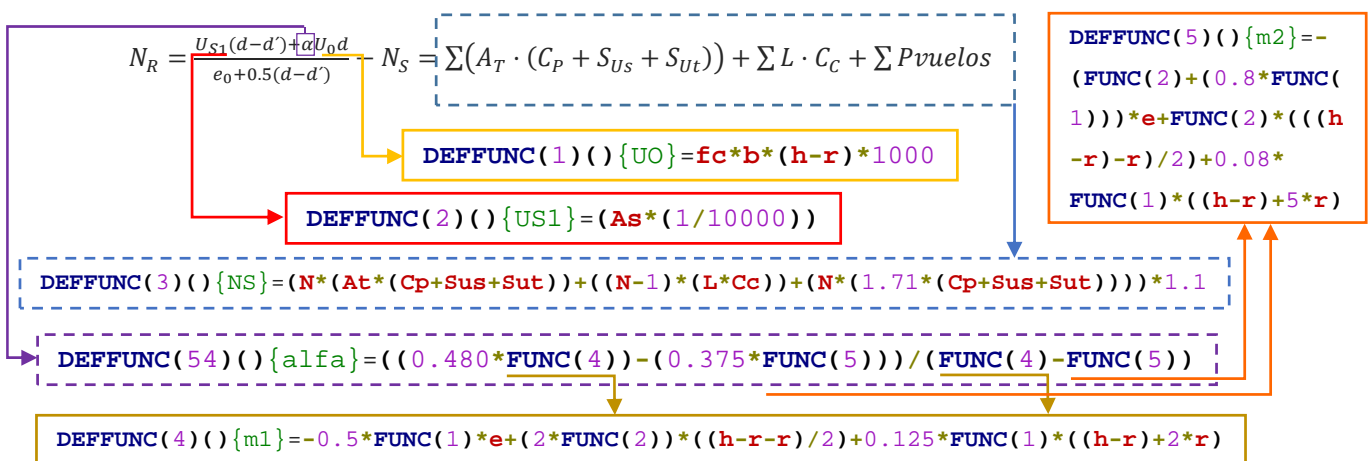
Existen tres comandos que deberemos conocer para la introducción de funciones básicas en este espacio de trabajo.

**DEFFUNC (x)** → este comando nos permite la introducción de una función la cual podrá ser llamada mediante el comando **FUNC(x)** entre paréntesis deberá corresponder el mismo número para que esta capte la función deseada. Lo que nos permite esto será la simplificación de la formulación con el fin de que no se realicen cálculos pesados.

**FUNC(x)** → este comando se utiliza para la introducción de cualquier tipo de función, como anteriormente se citó, puede acompañarse del comando **DEFFUNC (x)** para una mayor comodidad a la hora de definir funciones

**FLIM(x)** → será el comando que nos permita finalmente introducir nuestra función límite a emplear y la cual el programa reconocerá para realizar los cálculos, sin ella este no correrá.

Definición de la Función límite, para Comrel:





A continuación se muestra la programación genérica de Comrel, que se utilizará para todas las plantas a estudio.

### “Symbolic Expressions”

```

DEFFUNC(1)() {UO}=fc*b*(h-r)*1000

DEFFUNC(2)() {US1}=(As*(1/10000))*fy*1000

DEFFUNC(3)() {NS}=(N*(At*(Cp+Sus+Sut)))+(N-1)*(L*Cc)+(N*(1.71*(Cp+Sus+Sut)))*1.1

!Función límite; CASO3

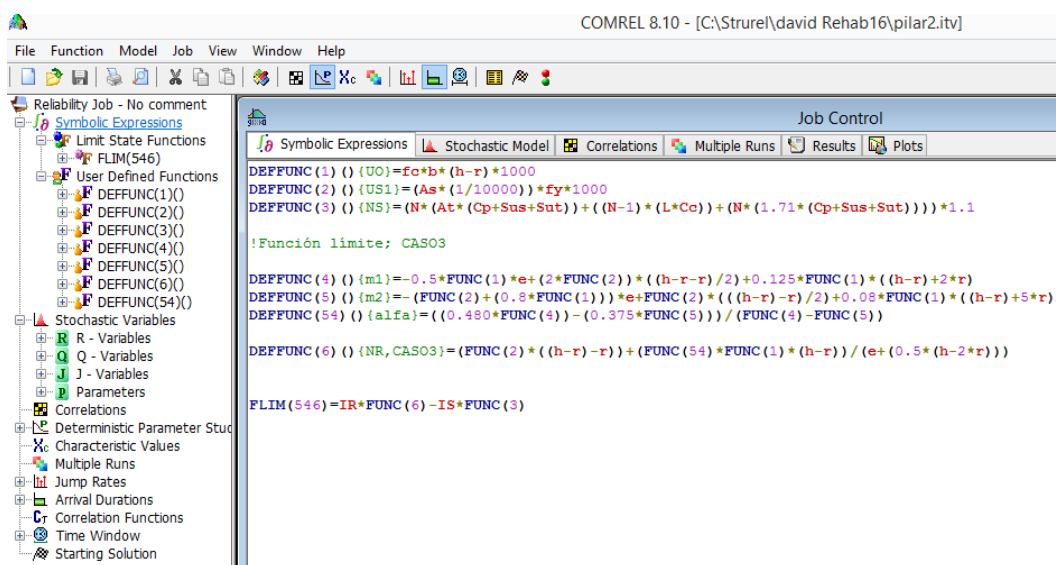
DEFFUNC(4)() {m1}=-0.5*FUNC(1)*e+(2*FUNC(2))*((h-r-r)/2)+0.125*FUNC(1)*((h-r)+2*r)

DEFFUNC(5)() {m2}=- (FUNC(2)+(0.8*FUNC(1)))*e+FUNC(2)*(((h-r)-r)/2)+0.08*FUNC(1)*((h-r)+5*r)
DEFFUNC(54)() {alfa}=(0.480*FUNC(4)-(0.375*FUNC(5)))/(FUNC(4)-FUNC(5))

DEFFUNC(6)() {NR,CASO3}=(FUNC(2)*((h-r)-r)+(FUNC(54)*FUNC(1)*(h-r)))/(e+(0.5*(h-2*r)))

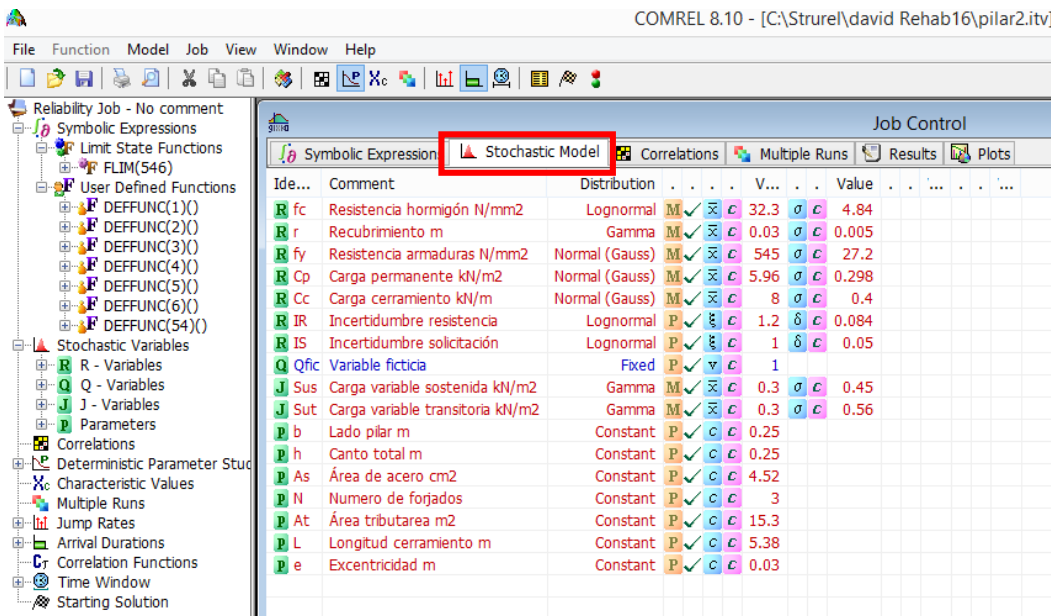
FLIM(546)=IR*FUNC(6)-IS*FUNC(3)

```



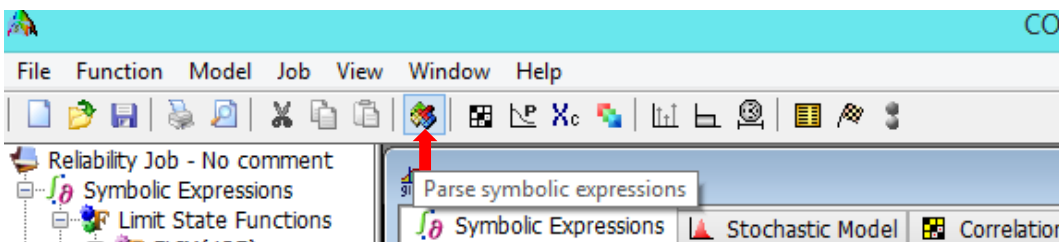
Captura de pantalla que corresponde a la pestaña “Symbolic Expressions”

Tras la introducción de todas las funciones, el programa analiza todos los parámetros en la pestaña “Stochastic Model” (Modelo Estocástico), que posteriormente consideraremos como variables aleatorias o deterministas.

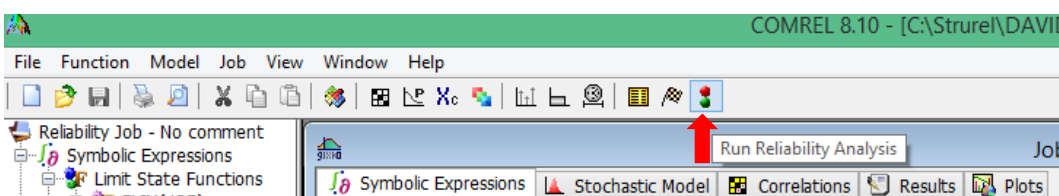


En esta pestaña “Stochastic Model”, podremos hacer un breve comentario del parámetro extraído de la formulación, designaremos el tipo de distribución correspondiente a cada parámetro y además introduciremos la media y la desviación típica en las unidades correspondientes. (Se han introducido las variables analizadas en el apartado 5 del anterior capítulo).

Una vez que se ha completado el proceso de introducción de datos, se fijarán las expresiones simbólicas, en el botón “Parse Symbolic Expressions” indicado:



Finalmente ya se podrán obtener resultados, habrá que pulsar el botón “Run Reliability Analysis”, quiere decir; que comience a correr el programa para analizar la fiabilidad.



El programa nos permite obtener resultados de distintas formas, incluso entre intervalos en función de un parámetro, también podemos extraer gráficos que ayudarán a la interpretación de resultados.

Veremos lo explicado, a continuación en el ejercicio propuesto para el análisis.

*Determinación de la duración de las cargas sostenidas según la tabla 9*

Variable	.	Value
J Sus	c	0.14
J Sut	c	1

*Determinación de los tipos de sobrecargas, Sus y Sut.*

Variable	.	Value
J Sus	c	Permanent
J Sut	c	0.008

*Consideración del tiempo, comenzando el estudio a los 25 años hasta los 50 recogidos en la norma.*

Description	Value
T - low	0
T - start	25
T - up	50

Con el fin de realizar una interpretación más atractiva de los resultados, se ha decidido introducir un parámetro en la formulación. En función del número de forjados a soportar por el pilar a estudio, obtendremos la probabilidad de fallo en cada caso.

Description	Value
Parameter	N
Current Value	10
Lower Boundary	1
Upper Boundary	5
Step	1
STATREL data	No

- Nombre del parámetro
- Valor actual
- Límite inferior
- Límite superior
- Paso

## 7.6.5. Resultados añadiendo dos plantas

El objetivo del análisis será comprobar el pilar 43 en cada planta, si añadimos al edificio 2 plantas más.

### PLANTA 7

“Symbolic Expressions”

**DEFFUNC(1)() {UO} =  $fc \cdot b \cdot (h-r) \cdot 1000$**

**DEFFUNC(2)() {US1} =  $(As \cdot (1/10000)) \cdot fy \cdot 1000$**

**DEFFUNC(3)() {NS} =  $(N \cdot (At \cdot (Cp + Sus + Sut))) + ((N - 1) \cdot (L \cdot Cc)) + (N \cdot (1.71 \cdot (Cp + Sus + Sut))) \cdot 1.1$**

!Función límite; CASO3

**DEFFUNC(4)() {m1} =  $-0.5 \cdot FUNC(1) \cdot e + (2 \cdot FUNC(2)) \cdot ((h-r-r)/2) + 0.125 \cdot FUNC(1) \cdot ((h-r) + 2 \cdot r)$**

**DEFFUNC(5)() {m2} =  $-(FUNC(2) + (0.8 \cdot FUNC(1))) \cdot e + FUNC(2) \cdot ((h-r-r)/2) + 0.08 \cdot FUNC(1) \cdot ((h-r) + 5 \cdot r)$**

**DEFFUNC(54)() {alfa} =  $((0.480 \cdot FUNC(4)) - (0.375 \cdot FUNC(5))) / (FUNC(4) - FUNC(5))$**

**DEFFUNC(6)() {NR, CASO3} =  $(FUNC(2) \cdot ((h-r-r)) + (FUNC(54) \cdot FUNC(1) \cdot (h-r))) / (e + (0.5 \cdot (h-2 \cdot r)))$**

**FLIM(546) =  $IR \cdot FUNC(6) - IS \cdot FUNC(3)$**

COMREL 8.10 - [C:\Struel\david Rehab16\pilar2.itv]

File Function Model Job View Window Help

Reliability Job - No comment

Symbolic Expressions

Limit State Functions

FLIM(546)

User Defined Functions

DEFFUNC(1)()

DEFFUNC(2)()

DEFFUNC(3)()

DEFFUNC(4)()

DEFFUNC(5)()

DEFFUNC(6)()

DEFFUNC(54)()

Stochastic Variables

R - Variables

Q - Variables

J - Variables

Parameters

Correlations

Deterministic Parameter Stuc

Characteristic Values

Multiple Runs

Jump Rates

Arrival Durations

Correlation Functions

Time Window

Starting Solution

Job Control

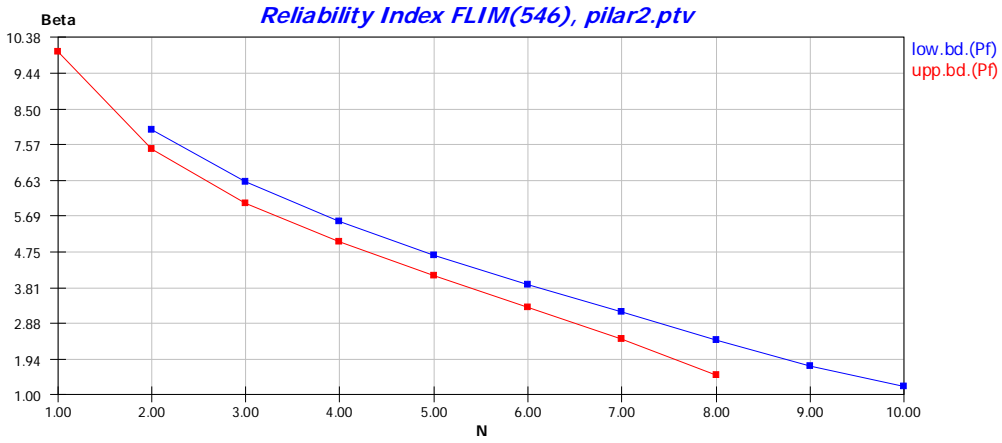
Symbolic Expressions Stochastic Model Correlations Multiple Runs Results Plots

Ide...	Comment	Distribution	V...	Value
R fc	Resistencia hormigón N/mm2	Lognormal	32.3	4.84
R r	Recubrimiento m	Gamma	0.03	0.005
R fy	Resistencia armaduras N/mm2	Normal (Gauss)	545	27.2
R Cp	Carga permanente kN/m2	Normal (Gauss)	5.96	0.298
R Cc	Carga cerramiento kN/m	Normal (Gauss)	8	0.4
R IR	Incertidumbre resistencia	Lognormal	1.2	0.084
R IS	Incertidumbre sollicitación	Lognormal	1	0.05
Q Qfc	Variable ficticia	Fixed	1	
J Sus	Carga variable sostenida kN/m2	Gamma	0.3	0.45
J Sut	Carga variable transitoria kN/m2	Gamma	0.3	0.56
P b	Lado pilar m	Constant	0.25	
P h	Canto total m	Constant	0.25	
P As	Área de acero cm2	Constant	4.52	
P N	Numero de forjados	Constant	3	
P At	Área tributarea m2	Constant	15.3	
P L	Longitud cerramiento m	Constant	5.38	
P e	Excentricidad m	Constant	0.03	

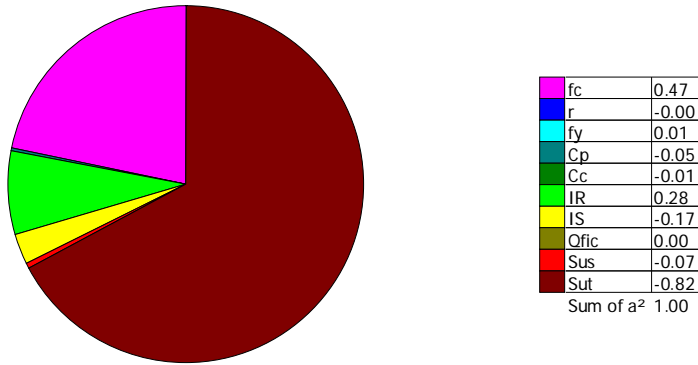
## Numerical Results

\*\*\*\*\*  
----- Comrel-TV (Version 8) -----  
---- (c) Copyright: RCP GmbH (1998-2012) ----  
\*\*\*\*\*

```
-----  
Job name ..... : pillar2  
Failure criterion no. : 546  
Comment : No commen  
Transformation type : Rosenblatt  
Optimization algorithm: NLPQL-T  
-----  
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 7.312E-10; Sum(Pf's)= 7.312E-10  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 6.295E-11; Sum(Pf's)= 7.942E-10  
Intermittent loads: Lower-/ upper-bound(Pf) beta= 6.592; 6.036; IER= 0  
  
----- Parameter study for Constant: N -----  
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 7.944E-24; Sum(Pf's)= 7.944E-24  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.398E-28; Sum(Pf's)= 7.944E-24  
----- For Constant = 1.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 10.383, Upper-bd.(Pf) Beta= 9.998, T-*= 50.000  
*****  
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 4.797E-14; Sum(Pf's)= 4.797E-14  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 0.00 ; Sum(Pf's)= 4.797E-14  
----- For Constant = 2.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 7.954, Upper-bd.(Pf) Beta= 7.447, T-*= 50.000  
*****  
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 7.317E-10; Sum(Pf's)= 7.317E-10  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 6.295E-11; Sum(Pf's)= 7.947E-10  
----- For Constant = 3.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 6.592, Upper-bd.(Pf) Beta= 6.036, T-*= 50.000  
*****  
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 1.910E-07; Sum(Pf's)= 1.910E-07  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 8.531E-08; Sum(Pf's)= 2.763E-07  
----- For Constant = 4.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 5.550, Upper-bd.(Pf) Beta= 5.007, T-*= 50.000  
*****  
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 7.701E-06; Sum(Pf's)= 7.701E-06  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.075E-05; Sum(Pf's)= 1.845E-05  
----- For Constant = 5.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.672, Upper-bd.(Pf) Beta= 4.126, T-*= 50.000  
*****  
  
----- Statistics after COMREL-TV -----  
Total State Function calls = 2191  
State Funct. gradient evaluations = 134  
Total computation time (CPU-secs.) = 0.23  
The error indicator (IER) was = 0  
*****  
  
Reliability analysis is finished
```

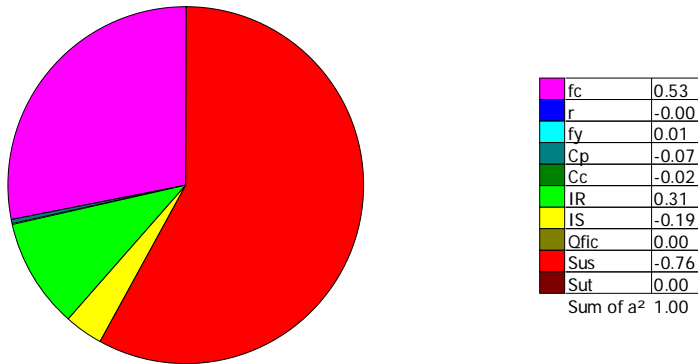


**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 7.31e-010; Active J & D-variables: Sus, Sut

**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 6.30e-011; Active J & D-variables: Sus

# PLANTA 6

“Symbolic Expressions”

$$\text{DEFFUNC}(1)() \{UO\} = fc * b * (h - r) * 1000$$

$$\text{DEFFUNC}(2)() \{US1\} = (As * (1 / 10000)) * fy * 1000$$

$$\text{DEFFUNC}(3)() \{NS\} = (N * (At * (Cp + Sus + Sut))) + ((N - 1) * (L * Cc)) + (N * (1.71 * (Cp + Sus + Sut))) * 1.1$$

!Función límite; CASO3

$$\text{DEFFUNC}(4)() \{m1\} = -0.5 * \text{FUNC}(1) * e + (2 * \text{FUNC}(2)) * ((h - r - r) / 2) + 0.125 * \text{FUNC}(1) * ((h - r) + 2 * r)$$

$$\text{DEFFUNC}(5)() \{m2\} = -(\text{FUNC}(2) + (0.8 * \text{FUNC}(1))) * e + \text{FUNC}(2) * ((h - r) - r) / 2 + 0.08 * \text{FUNC}(1) * ((h - r) + 5 * r)$$

$$\text{DEFFUNC}(54)() \{alfa\} = ((0.480 * \text{FUNC}(4)) - (0.375 * \text{FUNC}(5))) / (\text{FUNC}(4) - \text{FUNC}(5))$$

$$\text{DEFFUNC}(6)() \{NR, CASO3\} = (\text{FUNC}(2) * ((h - r) - r)) + (\text{FUNC}(54) * \text{FUNC}(1) * (h - r)) / (e + (0.5 * (h - 2 * r)))$$

$$\text{FLIM}(546) = IR * \text{FUNC}(6) - IS * \text{FUNC}(3)$$

COMREL 8.10 - [C:\Sturle\david Rehab16\pilar2.itv]

File Function Model Job View Window Help

Reliability Job - No comment

- Symbolic Expressions
  - Limit State Functions
    - FLIM(546)
  - User Defined Functions
    - DEFFUNC(1)()
    - DEFFUNC(2)()
    - DEFFUNC(3)()
    - DEFFUNC(4)()
    - DEFFUNC(5)()
    - DEFFUNC(6)()
    - DEFFUNC(54)()
  - Stochastic Variables
    - R - Variables
    - Q - Variables
    - J - Variables
    - Parameters
  - Correlations
  - Deterministic Parameter Stuc
  - Characteristic Values
  - Multiple Runs
  - Jump Rates
  - Arrival Durations
  - Correlation Functions
  - Time Window
  - Starting Solution

Job Control

Ide...	Comment	Distribution	V...	Value
R fc	Resistencia hormigón N/mm2	Lognormal	32.3	4.84
R r	Recubrimiento m	Gamma	0.03	0.005
R fy	Resistencia armaduras N/mm2	Normal (Gauss)	545	27.2
R Cp	Carga permanente kN/m2	Normal (Gauss)	5.96	0.298
R Cc	Carga cerramiento kN/m	Normal (Gauss)	8	0.4
R IR	Incertidumbre resistencia	Lognormal	1.2	0.084
R IS	Incertidumbre sollicitación	Lognormal	1	0.05
Q Qfic	Variable ficticia	Fixed	1	
J Sus	Carga variable sostenida kN/m2	Gamma	0.3	0.45
J Sut	Carga variable transitoria kN/m2	Gamma	0.3	0.56
P b	Lado pilar m	Constant		0.25
P h	Canto total m	Constant		0.25
P As	Área de acero cm2	Constant		4.52
P N	Numero de forjados	Constant		4
P At	Área tributarea m2	Constant		15.3
P L	Longitud cerramiento m	Constant		5.38
P e	Excentricidad m	Constant		0.03

# Numerical Results

```
*****
----- Comrel-TV (Version 8) -----
---- (c) Copyright: RCP GmbH (1998-2012) ----
*****
```

```
-----
Job name ..... : pillar2
Failure criterion no. : 546
Comment : No commen
Transformation type : Rosenblatt
Optimization algorithm: NLPQL-T
-----
```

```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 1.895E-07; Sum(Pf's)= 1.895E-07
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 8.536E-08; Sum(Pf's)= 2.749E-07
Intermittent loads: Lower-/ upper-bound(Pf) beta= 5.551; 5.008; IER= 0
```

```
----- Parameter study for Constant: N -----
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 4.817E-14; Sum(Pf's)= 4.817E-14
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 0.00 ; Sum(Pf's)= 4.817E-14
----- For Constant = 2.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 7.954, Upper-bd.(Pf) Beta= 7.447, T-*= 50.000
*****
```

```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 7.342E-10; Sum(Pf's)= 7.342E-10
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 6.295E-11; Sum(Pf's)= 7.972E-10
----- For Constant = 3.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 6.592, Upper-bd.(Pf) Beta= 6.035, T-*= 50.000
*****
```

```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 1.896E-07; Sum(Pf's)= 1.896E-07
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 8.534E-08; Sum(Pf's)= 2.749E-07
----- For Constant = 4.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 5.551, Upper-bd.(Pf) Beta= 5.008, T-*= 50.000
*****
```

```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 7.703E-06; Sum(Pf's)= 7.703E-06
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.075E-05; Sum(Pf's)= 1.845E-05
----- For Constant = 5.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.672, Upper-bd.(Pf) Beta= 4.126, T-*= 50.000
*****
```

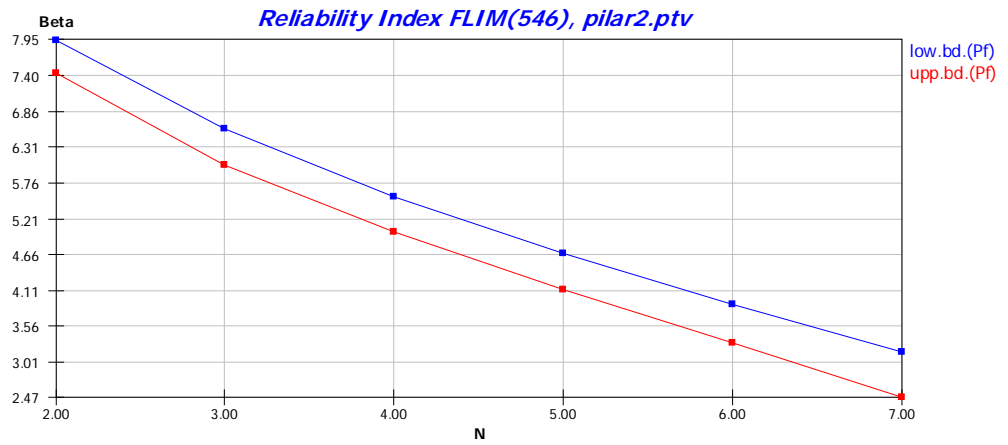
```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 1.145E-04; Sum(Pf's)= 1.145E-04
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 3.692E-04; Sum(Pf's)= 4.837E-04
----- For Constant = 6.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 3.899, Upper-bd.(Pf) Beta= 3.300, T-*= 50.000
*****
```

```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 9.496E-04; Sum(Pf's)= 9.496E-04
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 5.899E-03; Sum(Pf's)= 6.849E-03
----- For Constant = 7.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 3.172, Upper-bd.(Pf) Beta= 2.465, T-*= 50.000
*****
```

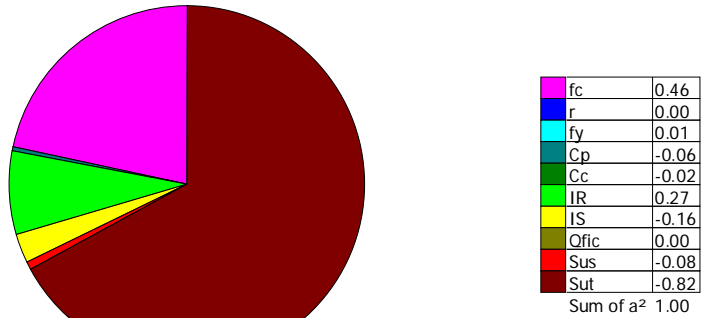
```
----- Statistics after COMREL-TV -----
Total State Function calls = 2389
State Funct. gradient evaluations = 140
Total computation time (CPU-secs.) = 0.25
The error indicator (IER) was = 0
*****
```

Reliability analysis is finished



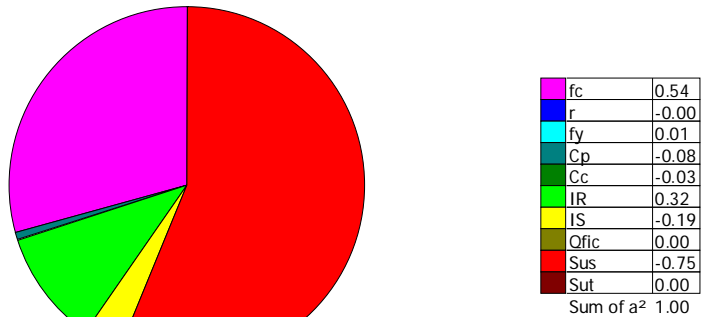


**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 1.89e-007; Active J & D-variables: Sus, Sut

**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 8.54e-008; Active J & D-variables: Sus

# PLANTA 5

“Symbolic Expressions”

$$\text{DEFFUNC}(1)() \{UO\} = fc * b * (h - r) * 1000$$

$$\text{DEFFUNC}(2)() \{US1\} = (As * (1/10000)) * fy * 1000$$

$$\text{DEFFUNC}(3)() \{NS\} = (N * (At * (Cp + Sus + Sut))) + ((N - 1) * (L * Cc)) + (N * (1.71 * (Cp + Sus + Sut))) * 1.1$$

!Función límite; CASO3

$$\text{DEFFUNC}(4)() \{m1\} = -0.5 * \text{FUNC}(1) * e + (2 * \text{FUNC}(2)) * ((h - r - r) / 2) + 0.125 * \text{FUNC}(1) * ((h - r) + 2 * r)$$

$$\text{DEFFUNC}(5)() \{m2\} = -(\text{FUNC}(2) + (0.8 * \text{FUNC}(1))) * e + \text{FUNC}(2) * ((h - r) - r) / 2 + 0.08 * \text{FUNC}(1) * ((h - r) + 5 * r)$$

$$\text{DEFFUNC}(54)() \{alfa\} = ((0.480 * \text{FUNC}(4)) - (0.375 * \text{FUNC}(5))) / (\text{FUNC}(4) - \text{FUNC}(5))$$

$$\text{DEFFUNC}(6)() \{NR, CASO3\} = (\text{FUNC}(2) * ((h - r) - r)) + (\text{FUNC}(54) * \text{FUNC}(1) * (h - r)) / (e + (0.5 * (h - 2 * r)))$$

$$\text{FLIM}(546) = IR * \text{FUNC}(6) - IS * \text{FUNC}(3)$$

COMREL 8.10 - [C:\Sturrel\david Rehab16\pilar2.itv]

File Function Model Job View Window Help

Reliability Job - No comment

Symbolic Expressions

Limit State Functions

FLIM(546)

User Defined Functions

- DEFFUNC(1)()
- DEFFUNC(2)()
- DEFFUNC(3)()
- DEFFUNC(4)()
- DEFFUNC(5)()
- DEFFUNC(6)()
- DEFFUNC(54)()

Stochastic Variables

- R - Variables
- Q - Variables
- J - Variables
- Parameters

Correlations

Deterministic Parameter Stuc

(N) - [3, 8, 1]

Characteristic Values

Multiple Runs

Jump Rates

Arrival Durations

Correlation Functions

Time Window

Starting Solution

Job Control

Symbolic Expressions Stochastic Model Correlations Multiple Runs Results Plots

Ide...	Comment	Distribution	V...	Value
R fc	Resistencia hormigón N/mm2	Lognormal	32.3	4.84
R r	Recubrimiento m	Gamma	0.03	0.005
R fy	Resistencia armaduras N/mm2	Normal (Gauss)	545	27.2
R Cp	Carga permanente kN/m2	Normal (Gauss)	5.96	0.298
R Cc	Carga cerramiento kN/m	Normal (Gauss)	8	0.4
R IR	Incertidumbre resistencia	Lognormal	1.2	0.084
R IS	Incertidumbre sollicitación	Lognormal	1	0.05
Q Qfc	Variable ficticia	Fixed	1	
J Sus	Carga variable sostenida kN/m2	Gamma	0.3	0.45
J Sut	Carga variable transitoria kN/m2	Gamma	0.3	0.56
P b	Lado pilar m	Constant		0.25
P h	Canto total m	Constant		0.25
P As	Área de acero cm2	Constant		8.04
P li	Numero de forjados	Constant		5
P At	Área tributarea m2	Constant		15.3
P L	Longitud cerramiento m	Constant		5.38
P e	Excentricidad m	Constant		0.03

# Numerical Results

\*\*\*\*\*  
----- Comrel-TV (Version 8) -----  
---- (c) Copyright: RCP GmbH (1998-2012) ----  
\*\*\*\*\*

-----  
Job name ..... : pilar2  
Failure criterion no. : 546  
Comment : No commen  
Transformation type : Rosenblatt  
Optimization algorithm: NLPQL-T  
-----

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 4.773E-06; Sum(Pf's)= 4.773E-06  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 5.493E-06; Sum(Pf's)= 1.027E-05  
Intermittent loads: Lower-/ upper-bound(Pf) beta= 4.804; 4.259; IER= 0

----- Parameter study for Constant: N -----  
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 3.627E-10; Sum(Pf's)= 3.627E-10  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 2.345E-11; Sum(Pf's)= 3.862E-10  
----- For Constant = 3.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 6.710, Upper-bd.(Pf) Beta= 6.151, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 1.082E-07; Sum(Pf's)= 1.082E-07  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 3.867E-08; Sum(Pf's)= 1.469E-07  
----- For Constant = 4.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 5.677, Upper-bd.(Pf) Beta= 5.128, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 4.755E-06; Sum(Pf's)= 4.755E-06  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 5.494E-06; Sum(Pf's)= 1.025E-05  
----- For Constant = 5.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.804, Upper-bd.(Pf) Beta= 4.260, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

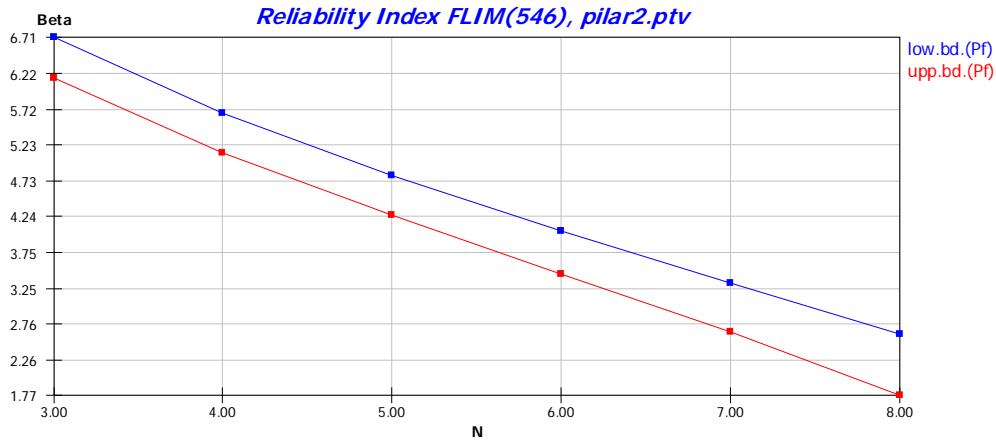
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 7.489E-05; Sum(Pf's)= 7.489E-05  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 2.038E-04; Sum(Pf's)= 2.787E-04  
----- For Constant = 6.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.038, Upper-bd.(Pf) Beta= 3.452, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 6.355E-04; Sum(Pf's)= 6.355E-04  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 3.405E-03; Sum(Pf's)= 4.040E-03  
----- For Constant = 7.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 3.327, Upper-bd.(Pf) Beta= 2.649, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

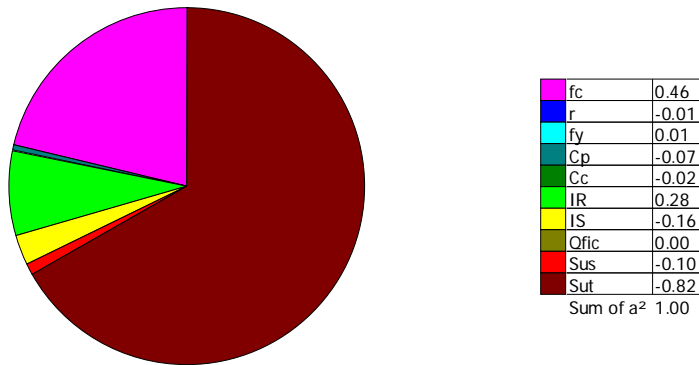
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 3.810E-03; Sum(Pf's)= 3.810E-03  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 3.458E-02; Sum(Pf's)= 3.839E-02  
----- For Constant = 8.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 2.618, Upper-bd.(Pf) Beta= 1.770, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

----- Statistics after COMREL-TV -----  
Total State Function calls = 2352  
State Funct. gradient evaluations = 132  
Total computation time (CPU-secs.) = 0.25  
The error indicator (IER) was = 0  
\*\*\*\*\*

Reliability analysis is finished

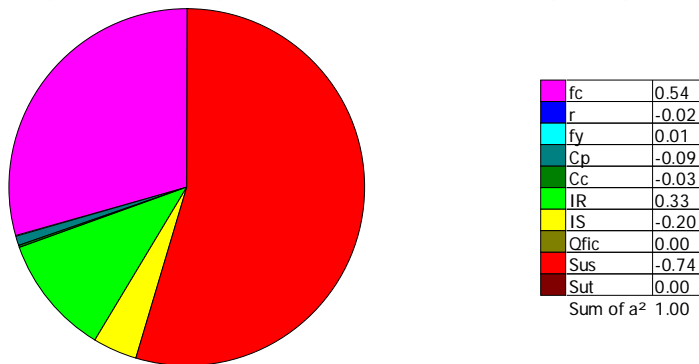


**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 4.77e-006; Active J & D-variables: Sus, Sut

**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 5.49e-006; Active J & D-variables: Sus

## PLANTA 4

“Symbolic Expressions”

```
DEFFUNC(1)() {UO} = fc * b * (h - r) * 1000
```

```
DEFFUNC(2)() {US1} = (As * (1 / 10000)) * fy * 1000
```

```
DEFFUNC(3)() {NS} = (N * (At * (Cp + Sus + Sut))) + ((N - 1) * (L * Cc)) + (N * (1.71 * (Cp + Sus + Sut))) * 1.1
```

!Función límite; CASO3

```
DEFFUNC(4)() {m1} = -0.5 * FUNC(1) * e + (2 * FUNC(2)) * ((h - r - r) / 2) + 0.125 * FUNC(1) * ((h - r) + 2 * r)
```

```
DEFFUNC(5)() {m2} = -(FUNC(2) + (0.8 * FUNC(1))) * e + FUNC(2) * (((h - r) - r) / 2) + 0.08 * FUNC(1) * ((h - r) + 5 * r)
```

```
DEFFUNC(54)() {alfa} = ((0.480 * FUNC(4)) - (0.375 * FUNC(5))) / (FUNC(4) - FUNC(5))
```

```
DEFFUNC(6)() {NR, CASO3} = (FUNC(2) * ((h - r) - r)) + (FUNC(54) * FUNC(1) * (h - r)) / (e + (0.5 * (h - 2 * r)))
```

```
FLIM(546) = IR * FUNC(6) - IS * FUNC(3)
```

COMREL 8.10 - [C:\Sturcel\david Rehab16\pilar2.itv]

File Function Model Job View Window Help

Reliability Job - No comment

- Symbolic Expressions
  - Limit State Functions
    - FLIM(546)
  - User Defined Functions
    - DEFFUNC(1)()
    - DEFFUNC(2)()
    - DEFFUNC(3)()
    - DEFFUNC(4)()
    - DEFFUNC(5)()
    - DEFFUNC(6)()
    - DEFFUNC(54)()
- Stochastic Variables
  - R - Variables
  - Q - Variables
    - Sus
    - Sut
  - J - Variables
  - Parameters
- Correlations
- Deterministic Parameter Stuc
  - (N) - [ 4, 9, 1 ]
- Characteristic Values
  - Multiple Runs
  - Jump Rates
  - Arrival Durations
  - Correlation Functions
  - Time Window
  - Starting Solution

Job Control

Ide...	Comment	Distribution	V...	Value
R fc	Resistencia hormigón N/mm2	Lognormal	32.3	4.84
R r	Recubrimiento m	Gamma	0.03	0.005
R fy	Resistencia armaduras N/mm2	Normal (Gauss)	545	27.2
R Cp	Carga permanente kN/m2	Normal (Gauss)	5.96	0.298
R Cc	Carga cerramiento kN/m	Normal (Gauss)	8	0.4
R IR	Incertidumbre resistencia	Lognormal	1.2	0.084
R IS	Incertidumbre sollicitación	Lognormal	1	0.05
Q Qfic	Variable ficticia	Fixed	1	
J Sus	Carga variable sostenida kN/m2	Gamma	0.3	0.45
J Sut	Carga variable transitoria kN/m2	Gamma	0.3	0.56
P b	Lado pilar m	Constant		0.3
P h	Canto total m	Constant		0.3
P As	Área de acero cm2	Constant		8.04
P N	Numero de forjados	Constant		6
P At	Área tributarea m2	Constant		15.3
P L	Longitud cerramiento m	Constant		5.38
P e	Excentricidad m	Constant		0.03

# Numerical Results

```
*****
----- Comrel-TV (Version 8) -----
---- (c) Copyright: RCP GmbH (1998-2012) ----
*****
```

```
-----
Job name ..... : pillar2
Failure criterion no. : 546
Comment : No commen
Transformation type : Rosenblatt
Optimization algorithm: NLPQL-T
-----
```

```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 1.081E-07; Sum(Pf's)= 1.081E-07
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 4.170E-08; Sum(Pf's)= 1.498E-07
Intermittent loads: Lower-/ upper-bound(Pf) beta= 5.668; 5.124; IER= 0
```

```
----- Parameter study for Constant: N -----
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 2.782E-11; Sum(Pf's)= 2.782E-11
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 9.640E-13; Sum(Pf's)= 2.879E-11
----- For Constant = 4.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 7.096, Upper-bd.(Pf) Beta= 6.551, T-*= 50.000
*****
```

```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 3.355E-09; Sum(Pf's)= 3.355E-09
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 4.631E-10; Sum(Pf's)= 3.818E-09
----- For Constant = 5.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 6.332, Upper-bd.(Pf) Beta= 5.777, T-*= 50.000
*****
```

```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 1.077E-07; Sum(Pf's)= 1.077E-07
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 4.169E-08; Sum(Pf's)= 1.494E-07
----- For Constant = 6.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 5.668, Upper-bd.(Pf) Beta= 5.125, T-*= 50.000
*****
```

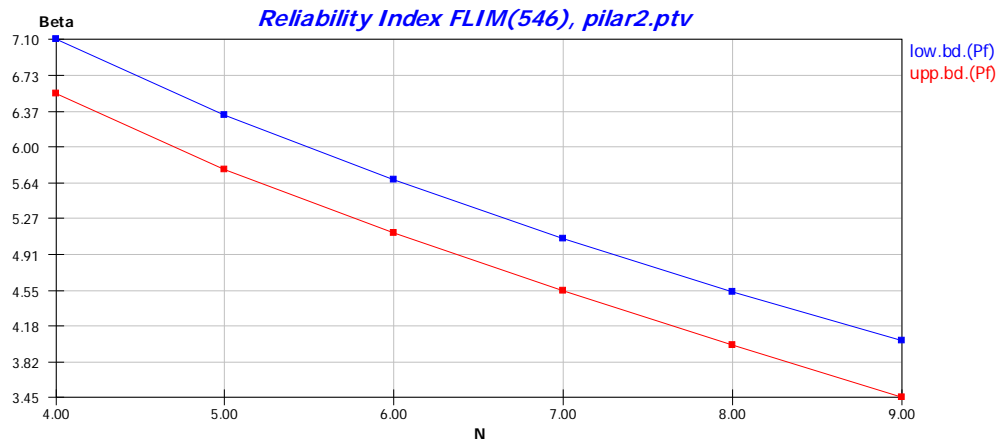
```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 1.530E-06; Sum(Pf's)= 1.530E-06
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.323E-06; Sum(Pf's)= 2.853E-06
----- For Constant = 7.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 5.075, Upper-bd.(Pf) Beta= 4.537, T-*= 50.000
*****
```

```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 1.268E-05; Sum(Pf's)= 1.268E-05
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 2.100E-05; Sum(Pf's)= 3.368E-05
----- For Constant = 8.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.536, Upper-bd.(Pf) Beta= 3.986, T-*= 50.000
*****
```

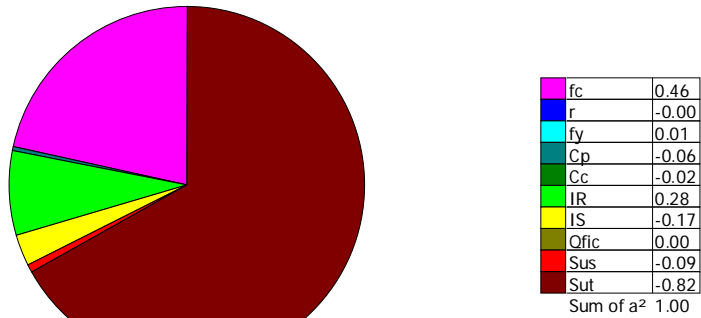
```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 7.242E-05; Sum(Pf's)= 7.242E-05
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 2.051E-04; Sum(Pf's)= 2.775E-04
----- For Constant = 9.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.038, Upper-bd.(Pf) Beta= 3.453, T-*= 50.000
*****
```

```
----- Statistics after COMREL-TV -----
Total State Function calls = 2511
State Funct. gradient evaluations = 147
Total computation time (CPU-secs.) = 0.28
The error indicator (IER) was = 0
*****
```

Reliability analysis is finished

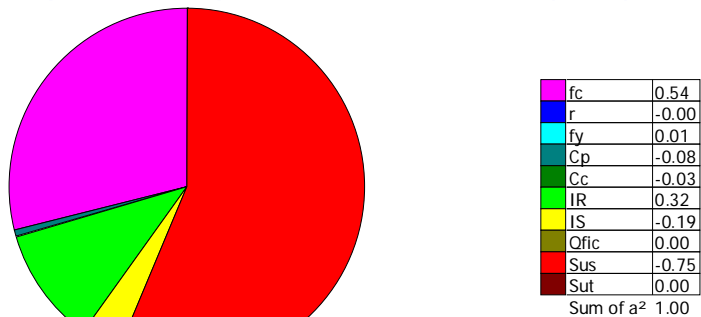


**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 1.08e-007; Active J & D-variables: Sus, Sut

**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 4.17e-008; Active J & D-variables: Sus

# PLANTA 3

“Symbolic Expressions”

$$\text{DEFFUNC}(1)() \{UO\} = fc * b * (h - r) * 1000$$

$$\text{DEFFUNC}(2)() \{US1\} = (As * (1/10000)) * fy * 1000$$

$$\text{DEFFUNC}(3)() \{NS\} = (N * (At * (Cp + Sus + Sut))) + ((N - 1) * (L * Cc)) + (N * (1.71 * (Cp + Sus + Sut))) * 1.1$$

!Función límite; CASO3

$$\text{DEFFUNC}(4)() \{m1\} = -0.5 * \text{FUNC}(1) * e + (2 * \text{FUNC}(2)) * ((h - r - r) / 2) + 0.125 * \text{FUNC}(1) * ((h - r) + 2 * r)$$

$$\text{DEFFUNC}(5)() \{m2\} = -(\text{FUNC}(2) + (0.8 * \text{FUNC}(1))) * e + \text{FUNC}(2) * ((h - r) - r) / 2 + 0.08 * \text{FUNC}(1) * ((h - r) + 5 * r)$$

$$\text{DEFFUNC}(54)() \{alfa\} = ((0.480 * \text{FUNC}(4)) - (0.375 * \text{FUNC}(5))) / (\text{FUNC}(4) - \text{FUNC}(5))$$

$$\text{DEFFUNC}(6)() \{NR, CASO3\} = (\text{FUNC}(2) * ((h - r) - r)) + (\text{FUNC}(54) * \text{FUNC}(1) * (h - r)) / (e + (0.5 * (h - 2 * r)))$$

$$\text{FLIM}(546) = \text{IR} * \text{FUNC}(6) - \text{IS} * \text{FUNC}(3)$$

COMREL 8.10 - [C:\Sturrel\david Rehab16\pilar2.itv]

File Function Model Job View Window Help

Reliability Job - No comment

- Symbolic Expressions
  - Limit State Functions
    - FLIM(546)
  - User Defined Functions
    - DEFFUNC(1)()
    - DEFFUNC(2)()
    - DEFFUNC(3)()
    - DEFFUNC(4)()
    - DEFFUNC(5)()
    - DEFFUNC(6)()
    - DEFFUNC(54)()
  - Stochastic Variables
    - R - Variables
    - Q - Variables
    - J - Variables
    - Parameters
  - Correlations
  - Deterministic Parameter Stuc
  - Characteristic Values
  - Multiple Runs
  - Jump Rates
  - Arrival Durations
  - Correlation Functions
  - Time Window
  - Starting Solution

Job Control

Ide...	Comment	Distribution	Value	Value
R fc	Resistencia hormigón N/mm2	Lognormal	32.3	4.84
R r	Recubrimiento m	Gamma	0.03	0.005
R fy	Resistencia armaduras N/mm2	Normal (Gauss)	545	27.2
R Cp	Carga permanente kN/m2	Normal (Gauss)	5.96	0.298
R Cc	Carga cerramiento kN/m	Normal (Gauss)	8	0.4
R IR	Incertidumbre resistencia	Lognormal	1.2	0.084
R IS	Incertidumbre solicitud	Lognormal	1	0.05
Q Qfc	Variable ficticia	Fixed	1	
J Sus	Carga variable sostenida kN/m2	Gamma	0.3	0.45
J Sut	Carga variable transitoria kN/m2	Gamma	0.3	0.56
P b	Lado pilar m	Constant	0.3	
P h	Canto total m	Constant	0.3	
P As	Área de acero cm2	Constant	12.57	
P N	Numero de forjados	Constant	7	
P At	Área tributarea m2	Constant	15.3	
P L	Longitud cerramiento m	Constant	5.38	
P e	Excentricidad m	Constant	0.03	



## Numerical Results

\*\*\*\*\*  
----- Comrel-TV (Version 8) -----  
---- (c) Copyright: RCP GmbH (1998-2012) ----  
\*\*\*\*\*

-----  
Job name ..... : pilar2  
Failure criterion no. : 546  
Comment : No commen  
Transformation type : Rosenblatt  
Optimization algorithm: NLPQL-T  
-----

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 9.290E-07; Sum(Pf's)= 9.290E-07  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 6.538E-07; Sum(Pf's)= 1.583E-06  
Intermittent loads: Lower-/ upper-bound(Pf) beta= 5.201; 4.660; IER= 0

----- Parameter study for Constant: N -----  
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 1.763E-09; Sum(Pf's)= 1.763E-09  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.848E-10; Sum(Pf's)= 1.947E-09  
----- For Constant = 5.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 6.449, Upper-bd.(Pf) Beta= 5.889, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 6.184E-08; Sum(Pf's)= 6.184E-08  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.883E-08; Sum(Pf's)= 8.067E-08  
----- For Constant = 6.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 5.790, Upper-bd.(Pf) Beta= 5.239, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 9.385E-07; Sum(Pf's)= 9.385E-07  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 6.539E-07; Sum(Pf's)= 1.592E-06  
----- For Constant = 7.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 5.201, Upper-bd.(Pf) Beta= 4.659, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

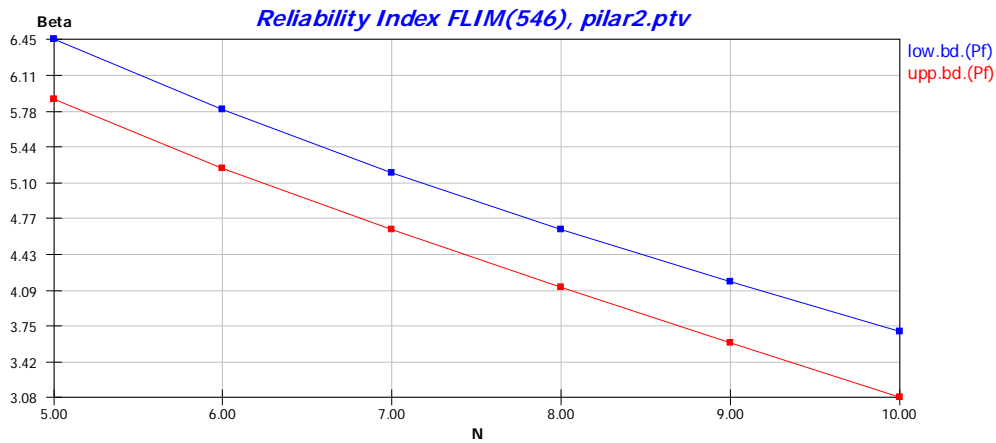
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 8.114E-06; Sum(Pf's)= 8.114E-06  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.109E-05; Sum(Pf's)= 1.921E-05  
----- For Constant = 8.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.666, Upper-bd.(Pf) Beta= 4.117, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 4.778E-05; Sum(Pf's)= 4.778E-05  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.139E-04; Sum(Pf's)= 1.617E-04  
----- For Constant = 9.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.171, Upper-bd.(Pf) Beta= 3.596, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

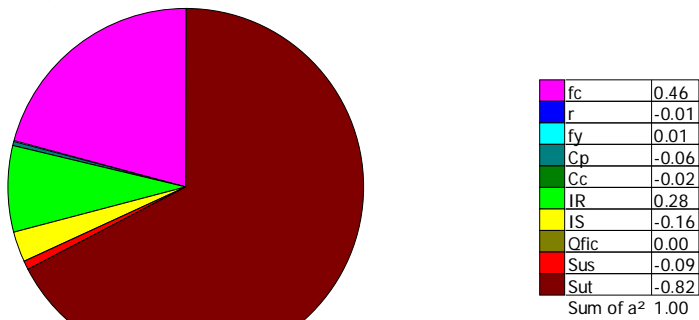
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 2.144E-04; Sum(Pf's)= 2.144E-04  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 8.162E-04; Sum(Pf's)= 1.031E-03  
----- For Constant = 10.00 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 3.704, Upper-bd.(Pf) Beta= 3.081, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

----- Statistics after COMREL-TV -----  
Total State Function calls = 2438  
State Funct. gradient evaluations = 140  
Total computation time (CPU-secs.) = 0.25  
The error indicator (IER) was = 0  
\*\*\*\*\*

Reliability analysis is finished

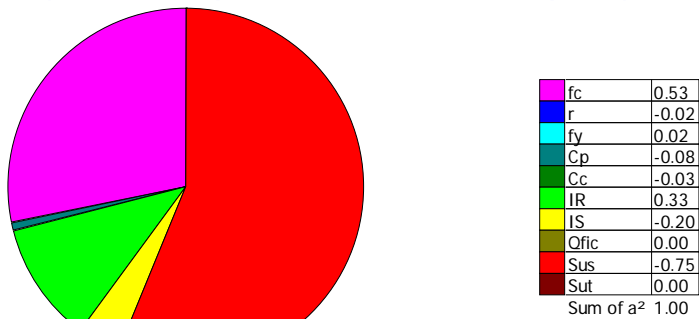


**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 9.29e-007; Active J & D-variables: Sus, Sut

**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 6.54e-007; Active J & D-variables: Sus

## PLANTA 2

“Symbolic Expressions”

**DEFFUNC(1)()** {UO}=**fc\*b\*(h-r)\*1000**

**DEFFUNC(2)()** {US1}=**(As\*(1/10000))\*fy\*1000**

**DEFFUNC(3)()** {NS}=**(N\*(At\*(Cp+Sus+Sut)))+(N-1)\*(L\*Cc)+(N\*(1.71\*(Cp+Sus+Sut)))\*1.1**

!Función límite; CASO3

**DEFFUNC(4)()** {m1}=**-0.5\*FUNC(1)\*e+(2\*FUNC(2))\*((h-r-r)/2)+0.125\*FUNC(1)\*((h-r)+2\*r)**

**DEFFUNC(5)()** {m2}=**-(FUNC(2)+(0.8\*FUNC(1)))\*e+FUNC(2)\*((h-r)-r)/2)+0.08\*FUNC(1)\*((h-r)+5\*r)**

**DEFFUNC(54)()** {alfa}=**((0.480\*FUNC(4))-(0.375\*FUNC(5)))/(FUNC(4)-FUNC(5))**

**DEFFUNC(6)()** {NR, CASO3}=**(FUNC(2)\*((h-r)-r)+(FUNC(54)\*FUNC(1)\*(h-r)))/(e+(0.5\*(h-2\*r)))**

**FLIM(546)=IR\*FUNC(6)-IS\*FUNC(3)**

COMREL 8.10 - [C:\Sturrel\david Rehab16\pilar2.itv]

File Function Model Job View Window Help

Reliability Job - No comment

- Symbolic Expressions
  - Limit State Functions
    - FLIM(546)
      - User Defined Functions
        - DEFFUNC(1)()
        - DEFFUNC(2)()
        - DEFFUNC(3)()
        - DEFFUNC(4)()
        - DEFFUNC(5)()
        - DEFFUNC(6)()
        - DEFFUNC(54)()
  - Stochastic Variables
    - R - Variables
      - Sus
      - Sut
    - Q - Variables
      - Qfic
    - J - Variables
      - J
    - Parameters
      - b
      - h
      - As
      - N
      - At
      - L
      - e
    - Correlations
    - Deterministic Parameter Stuc
    - Characteristic Values
    - Multiple Runs
    - Jump Rates
    - Arrival Durations
    - Correlation Functions
    - Time Window
    - Starting Solution

Job Control

Ide...	Comment	Distribution	Value	Value
R fc	Resistencia hormigón N/mm2	Lognormal	32.3	4.84
R r	Recubrimiento m	Gamma	0.03	0.005
R fy	Resistencia armaduras N/mm2	Normal (Gauss)	545	27.2
R Cp	Carga permanente kN/m2	Normal (Gauss)	5.96	0.298
R Cc	Carga cerramiento kN/m	Normal (Gauss)	8	0.4
R IR	Incertidumbre resistencia	Lognormal	1.2	0.084
R IS	Incertidumbre sollicitación	Lognormal	1	0.05
Q Qfic	Variable ficticia	Fixed	1	
J Sus	Carga variable sostenida kN/m2	Gamma	0.3	0.45
J Sut	Carga variable transitoria kN/m2	Gamma	0.3	0.56
P b	Lado pilar m	Constant	0.3	
P h	Canto total m	Constant	0.3	
P As	Área de acero cm2	Constant	12.57	
P N	Numero de forjados	Constant	8	
P At	Área tributarea m2	Constant	15.3	
P L	Longitud cerramiento m	Constant	5.38	
P e	Excentricidad m	Constant	0.03	

# Numerical Results

\*\*\*\*\*  
----- Comrel-TV (Version 8) -----  
---- (c) Copyright: RCP GmbH (1998-2012) ----  
\*\*\*\*\*

-----  
Job name ..... : pilar2  
Failure criterion no. : 546  
Comment : No commen  
Transformation type : Rosenblatt  
Optimization algorithm: NLPQL-T  
-----

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 8.100E-06; Sum(Pf's)= 8.100E-06  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.109E-05; Sum(Pf's)= 1.919E-05  
Intermittent loads: Lower-/ upper-bound(Pf) beta= 4.666; 4.117; IER= 0

----- Parameter study for Constant: N -----  
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 6.173E-08; Sum(Pf's)= 6.173E-08  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.883E-08; Sum(Pf's)= 8.057E-08  
----- For Constant = 6.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 5.790, Upper-bd.(Pf) Beta= 5.240, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 9.359E-07; Sum(Pf's)= 9.359E-07  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 6.539E-07; Sum(Pf's)= 1.590E-06  
----- For Constant = 7.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 5.201, Upper-bd.(Pf) Beta= 4.659, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 8.132E-06; Sum(Pf's)= 8.132E-06  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.109E-05; Sum(Pf's)= 1.923E-05  
----- For Constant = 8.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.665, Upper-bd.(Pf) Beta= 4.117, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

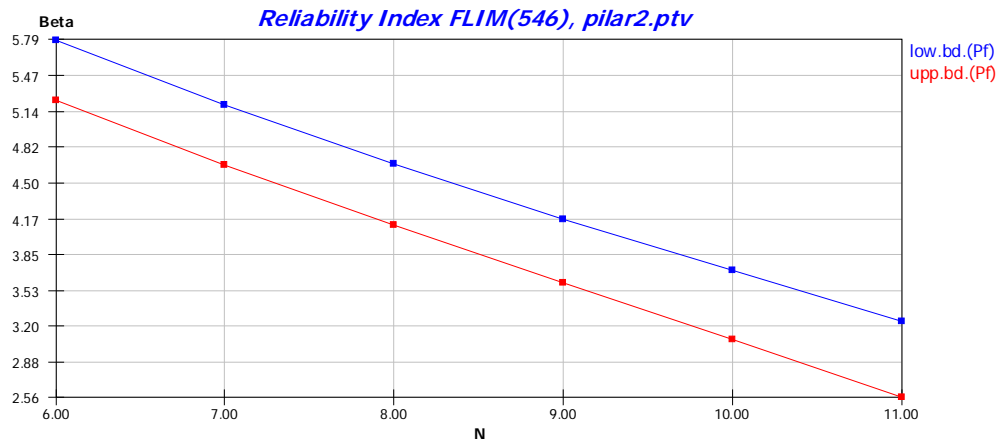
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 4.779E-05; Sum(Pf's)= 4.779E-05  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.139E-04; Sum(Pf's)= 1.617E-04  
----- For Constant = 9.000 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.171, Upper-bd.(Pf) Beta= 3.596, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 2.144E-04; Sum(Pf's)= 2.144E-04  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 8.162E-04; Sum(Pf's)= 1.031E-03  
----- For Constant = 10.00 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 3.704, Upper-bd.(Pf) Beta= 3.081, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

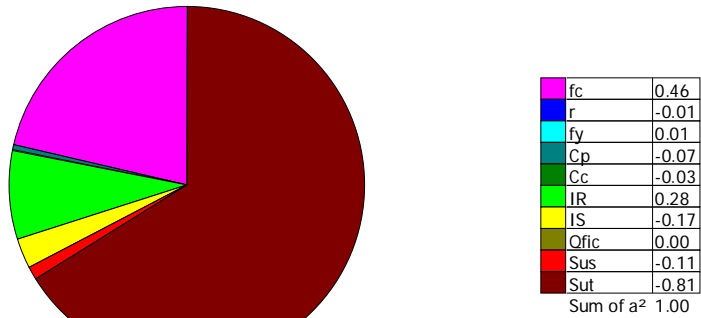
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 7.871E-04; Sum(Pf's)= 7.871E-04  
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 4.504E-03; Sum(Pf's)= 5.291E-03  
----- For Constant = 11.00 -----  
Lower-bd.(Pf) Beta= 3.249, Upper-bd.(Pf) Beta= 2.556, T-\*= 50.000  
\*\*\*\*\*

----- Statistics after COMREL-TV -----  
Total State Function calls = 2352  
State Funct. gradient evaluations = 132  
Total computation time (CPU-secs.) = 0.27  
The error indicator (IER) was = 0  
\*\*\*\*\*

Reliability analysis is finished

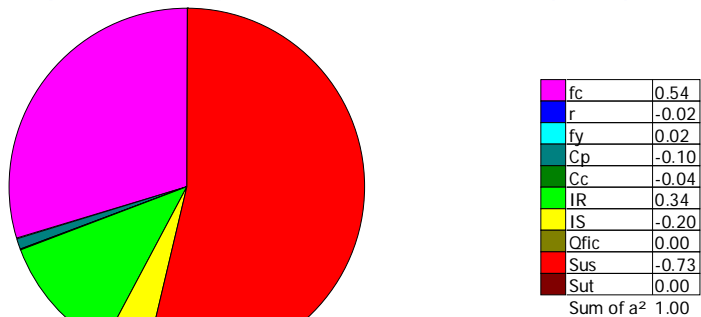


**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 8.10e-006; Active J & D-variables: Sus, Sut

**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 1.11e-005; Active J & D-variables: Sus

# PLANTA 1

“Symbolic Expressions”

**DEFFUNC(1)()** {UO} = **fc\*b\*(h-r)\*1000**

**DEFFUNC(2)()** {US1} = **(As\*(1/10000))\*fy\*1000**

**DEFFUNC(3)()** {NS} = **(N\*(At\*(Cp+Sus+Sut)))+(N-1)\*(L\*Cc)+(N\*(1.71\*(Cp+Sus+Sut)))\*1.1**

!Función límite; CASO3

**DEFFUNC(4)()** {m1} = **-0.5\*FUNC(1)\*e+(2\*FUNC(2))\*((h-r-r)/2)+0.125\*FUNC(1)\*((h-r)+2\*r)**

**DEFFUNC(5)()** {m2} = **-(FUNC(2)+(0.8\*FUNC(1)))\*e+FUNC(2)\*((h-r)-r)/2+0.08\*FUNC(1)\*((h-r)+5\*r)**

**DEFFUNC(54)()** {alfa} = **((0.480\*FUNC(4))-(0.375\*FUNC(5)))/(FUNC(4)-FUNC(5))**

**DEFFUNC(6)()** {NR,CASO3} = **(FUNC(2)\*((h-r)-r)+(FUNC(54)\*FUNC(1)\*(h-r)))/(e+(0.5\*(h-2\*r)))**

**FLIM(546) = IR\*FUNC(6) - IS\*FUNC(3)**

COMREL 8.10 - [C:\Sturcel\david Rehab16\pilar2.itv]

File Function Model Job View Window Help

Reliability Job - No comment

Symbolic Expressions

Limit State Functions

FLIM(546)

User Defined Functions

DEFFUNC(1)()

DEFFUNC(2)()

DEFFUNC(3)()

DEFFUNC(4)()

DEFFUNC(5)()

DEFFUNC(6)()

DEFFUNC(54)()

Stochastic Variables

R - Variables

Q - Variables

J - Variables

Parameters

Correlations

Deterministic Parameter Stud

(N) - [7, 12, 1]

Characteristic Values

Multiple Runs

Jump Rates

Arrival Durations

Correlation Functions

Time Window

Starting Solution

Job Control

Symbolic Expressions Stochastic Model Correlations Multiple Runs Results Plots

Ide...	Comment	Distribution	Value	Value
R fc	Resistencia hormigón N/mm2	Lognormal	32.3	4.84
R r	Recubrimiento m	Gamma	0.03	0.005
R fy	Resistencia armaduras N/mm2	Normal (Gauss)	545	27.2
R Cp	Carga permanente kN/m2	Normal (Gauss)	5.96	0.298
R Cc	Carga cerramiento kN/m	Normal (Gauss)	8	0.4
R IR	Incertidumbre resistencia	Lognormal	1.2	0.084
R IS	Incertidumbre sollicitación	Lognormal	1	0.05
Q Qfc	Variable ficticia	Fixed	1	
J Sus	Carga variable sostenida kN/m2	Gamma	0.3	0.45
J Sut	Carga variable transitoria kN/m2	Gamma	0.3	0.56
P b	Lado pilar m	Constant	0.3	
P h	Canto total m	Constant	0.3	
P As	Área de acero cm2	Constant	12.57	
P N	Numero de forjados	Constant	9	
P At	Área tributarea m2	Constant	15.3	
P L	Longitud cerramiento m	Constant	5.38	
P e	Excentricidad m	Constant	0.03	

## Numerical Results

```

*****
----- Comrel-TV (Version 8) -----
---- (c) Copyright: RCP GmbH (1998-2012) ----
*****

```

```

-----
Job name ..... :                               pilar2
Failure criterion no. :      546
Comment : No commen
Transformation type   : Rosenblatt
Optimization algorithm: NLPQL-T
-----

```

```

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 4.759E-05; Sum(Pf's)= 4.759E-05
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.139E-04; Sum(Pf's)= 1.615E-04
Intermittent loads: Lower-/ upper-bound(Pf) beta= 4.171; 3.596; IER= 0

```

```

----- Parameter study for Constant: N -----
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 9.316E-07; Sum(Pf's)= 9.316E-07
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 6.539E-07; Sum(Pf's)= 1.585E-06
----- For Constant = 7.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 5.201, Upper-bd.(Pf) Beta= 4.660, T-*= 50.000
*****

```

```

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 8.062E-06; Sum(Pf's)= 8.062E-06
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.109E-05; Sum(Pf's)= 1.916E-05
----- For Constant = 8.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.666, Upper-bd.(Pf) Beta= 4.118, T-*= 50.000
*****

```

```

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 4.778E-05; Sum(Pf's)= 4.778E-05
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.139E-04; Sum(Pf's)= 1.617E-04
----- For Constant = 9.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.171, Upper-bd.(Pf) Beta= 3.596, T-*= 50.000
*****

```

```

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 2.144E-04; Sum(Pf's)= 2.144E-04
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 8.162E-04; Sum(Pf's)= 1.031E-03
----- For Constant = 10.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 3.704, Upper-bd.(Pf) Beta= 3.081, T-*= 50.000
*****

```

```

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 7.871E-04; Sum(Pf's)= 7.871E-04
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 4.504E-03; Sum(Pf's)= 5.291E-03
----- For Constant = 11.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 3.249, Upper-bd.(Pf) Beta= 2.556, T-*= 50.000
*****

```

```

Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 2.518E-03; Sum(Pf's)= 2.518E-03
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 2.048E-02; Sum(Pf's)= 2.300E-02
----- For Constant = 12.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 2.792, Upper-bd.(Pf) Beta= 1.995, T-*= 50.000
*****

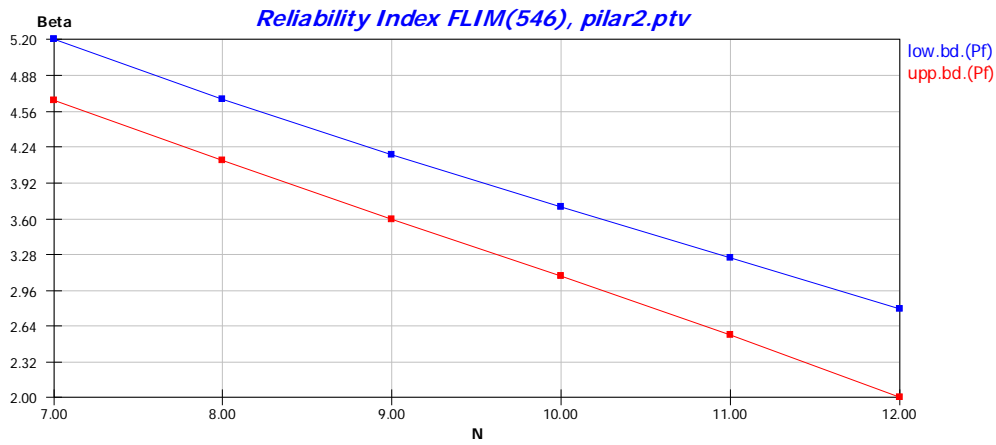
```

```

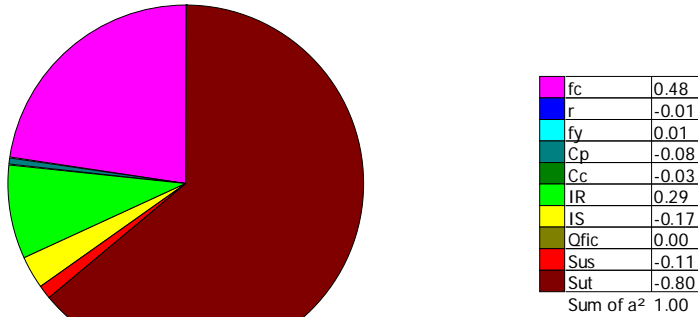
----- Statistics after COMREL-TV -----
Total State Function calls      = 2290
State Funct. gradient evaluations = 126
Total computation time (CPU-secs.) = 0.28
The error indicator (IER) was = 0
*****

```

Reliability analysis is finished

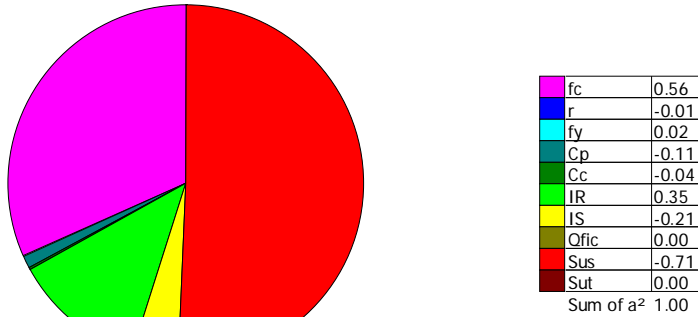


**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 4.76e-005; Active J & D-variables: Sus, Sut

**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 1.14e-004; Active J & D-variables: Sus



# PLANTA PB

“Symbolic Expressions”

**DEFFUNC(1)()** {UO}=**fc\*b\*(h-r)\*1000**

**DEFFUNC(2)()** {US1}=**(As\*(1/10000))\*fy\*1000**

**DEFFUNC(3)()** {NS}=**(N\*(At\*(Cp+Sus+Sut)))+(N-1)\*(L\*Cc)+(N\*(1.71\*(Cp+Sus+Sut)))\*1.1**

!Función límite; CASO3

**DEFFUNC(4)()** {m1}=**-0.5\*FUNC(1)\*e+(2\*FUNC(2))\*((h-r-r)/2)+0.125\*FUNC(1)\*((h-r)+2\*r)**

**DEFFUNC(5)()** {m2}=**-(FUNC(2)+(0.8\*FUNC(1)))\*e+FUNC(2)\*((h-r)-r)/2+0.08\*FUNC(1)\*((h-r)+5\*r)**

**DEFFUNC(54)()** {alfa}=**((0.480\*FUNC(4))-(0.375\*FUNC(5)))/(FUNC(4)-FUNC(5))**

**DEFFUNC(6)()** {NR, CASO3}=**(FUNC(2)\*((h-r)-r)+(FUNC(54)\*FUNC(1)\*(h-r)))/(e+(0.5\*(h-2\*r)))**

**FLIM(546)=IR\*FUNC(6)-IS\*FUNC(3)**

COMREL 8.10 - [C:\Sturlel\ david Rehab16\ pilar2.itv]

File Function Model Job View Window Help

Reliability Job - No comment

- Symbolic Expressions
  - Limit State Functions
    - FLIM(546)
  - User Defined Functions
    - DEFFUNC(1)()
    - DEFFUNC(2)()
    - DEFFUNC(3)()
    - DEFFUNC(4)()
    - DEFFUNC(5)()
    - DEFFUNC(6)()
    - DEFFUNC(54)()
- Stochastic Variables
  - R - Variables
  - Q - Variables
  - J - Variables
  - Parameters
- Correlations
- Deterministic Parameter Stuc
  - (N) - [ 8, 13, 1 ]
- Characteristic Values
- Multiple Runs
- Jump Rates
- Arrival Durations
- Correlation Functions
- Time Window
- Starting Solution

Job Control

Ide...	Comment	Distribution	Value	Value
R fc	Resistencia hormigón N/mm2	Lognormal	32.3	4.84
R r	Recubrimiento m	Gamma	0.03	0.005
R fy	Resistencia armaduras N/mm2	Normal (Gauss)	545	27.2
R Cp	Carga permanente kN/m2	Normal (Gauss)	5.96	0.298
R Cc	Carga cerramiento kN/m	Normal (Gauss)	8	0.4
R IR	Incertidumbre resistencia	Lognormal	1.2	0.084
R IS	Incertidumbre sollicitación	Lognormal	1	0.05
Q Qfic	Variable ficticia	Fixed	1	
J Sus	Carga variable sostenida kN/m2	Gamma	0.3	0.45
J Sut	Carga variable transitoria kN/m2	Gamma	0.3	0.56
P b	Lado pilar m	Constant	0.35	
P h	Canto total m	Constant	0.35	
P As	Área de acero cm2	Constant	20.61	
P N	Numero de forjados	Constant	10	
P At	Área tributarea m2	Constant	15.3	
P L	Longitud cerramiento m	Constant	5.38	
P e	Excentricidad m	Constant	0.05	

# Numerical Results

```
*****
----- Comrel-TV (Version 8) -----
---- (c) Copyright: RCP GmbH (1998-2012) ----
*****
```

```
-----
Job name ..... : pillar2
Failure criterion no. : 546
Comment : No commen
Transformation type : Rosenblatt
Optimization algorithm: NLPQL-T
-----
```

```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 7.408E-06; Sum(Pf's)= 7.408E-06
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 8.953E-06; Sum(Pf's)= 1.636E-05
Intermittent loads: Lower-/ upper-bound(Pf) beta= 4.707; 4.154; IER= 0
```

```
----- Parameter study for Constant: N -----
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 1.717E-07; Sum(Pf's)= 1.717E-07
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 6.338E-08; Sum(Pf's)= 2.351E-07
----- For Constant = 8.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 5.593, Upper-bd.(Pf) Beta= 5.038, T-*= 50.000
*****
```

```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 1.343E-06; Sum(Pf's)= 1.343E-06
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 9.372E-07; Sum(Pf's)= 2.280E-06
----- For Constant = 9.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 5.133, Upper-bd.(Pf) Beta= 4.584, T-*= 50.000
*****
```

```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 7.432E-06; Sum(Pf's)= 7.432E-06
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 8.953E-06; Sum(Pf's)= 1.639E-05
----- For Constant = 10.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.707, Upper-bd.(Pf) Beta= 4.153, T-*= 50.000
*****
```

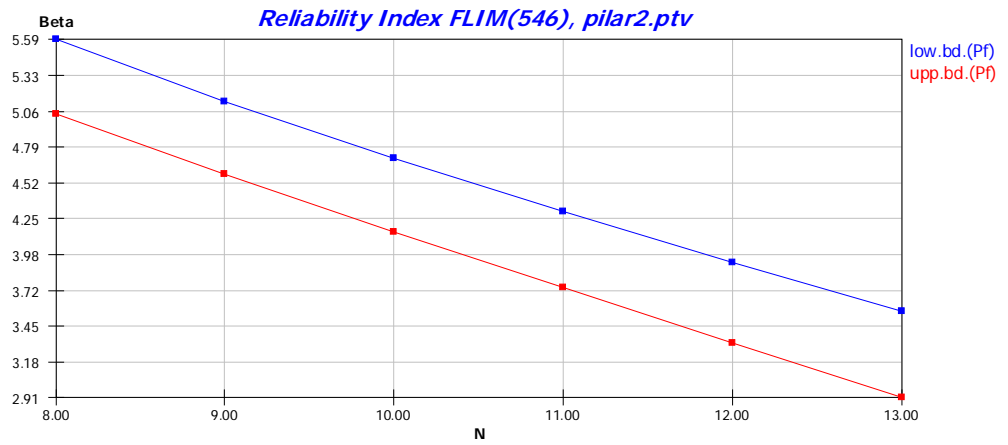
```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 3.210E-05; Sum(Pf's)= 3.210E-05
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 6.149E-05; Sum(Pf's)= 9.358E-05
----- For Constant = 11.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 4.307, Upper-bd.(Pf) Beta= 3.736, T-*= 50.000
*****
```

```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 1.141E-04; Sum(Pf's)= 1.141E-04
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 3.282E-04; Sum(Pf's)= 4.423E-04
----- For Constant = 12.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 3.926, Upper-bd.(Pf) Beta= 3.325, T-*= 50.000
*****
```

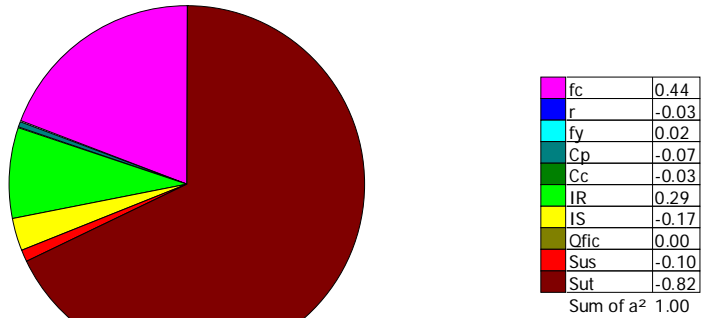
```
Case 1; loads on: 2 with Load-case Pf= 3.516E-04; Sum(Pf's)= 3.516E-04
Case 2; loads on: 1 with Load-case Pf= 1.441E-03; Sum(Pf's)= 1.792E-03
----- For Constant = 13.000 -----
Lower-bd.(Pf) Beta= 3.558, Upper-bd.(Pf) Beta= 2.913, T-*= 50.000
*****
```

```
----- Statistics after COMREL-TV -----
Total State Function calls = 2386
State Funct. gradient evaluations = 135
Total computation time (CPU-secs.) = 0.28
The error indicator (IER) was = 0
*****
```

Reliability analysis is finished

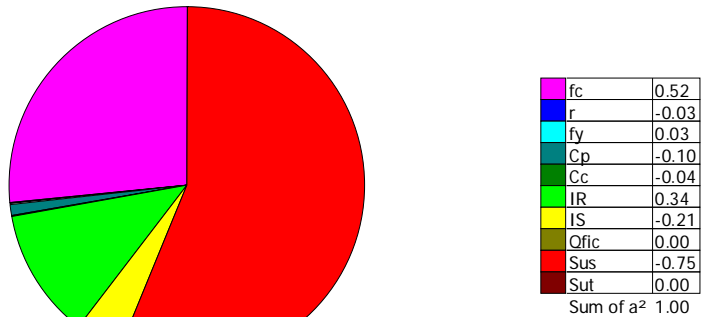


**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 7.41e-006; Active J & D-variables: Sus, Sut

**Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv**



Load-case Pf: 8.95e-006; Active J & D-variables: Sus



### 7.6.6. Interpretación de resultados

En este apartado se recoge una modificación de las tablas obtenidas como resultado en función del parámetro “N” → nº de forjados a soportar por el pilar a estudio. La idea ha sido seleccionar donde se encontraría el objetivo del análisis, es decir, añadiendo dos plantas más, y a la vez seleccionando donde se encuentra el nivel de fiabilidad indicado por la norma para estructuras de hormigón  $\beta_{50} = 3.8$ , para un periodo de referencia de 50 años.

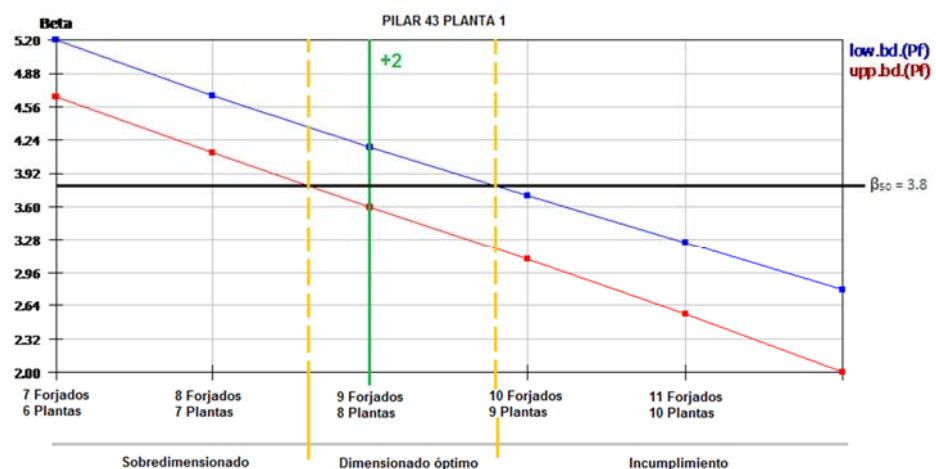
En el eje de abscisas se representan el número de forjados a añadir sobre el pilar de la planta a estudio, y en el eje de ordenadas el índice de fiabilidad  $\beta$ .

La línea de color rojo representa, para un periodo de 50 años, la máxima probabilidad de fallo del pilar, es decir la  $\beta_{50}$  más baja que se va a dar en ese periodo de tiempo a estudio.

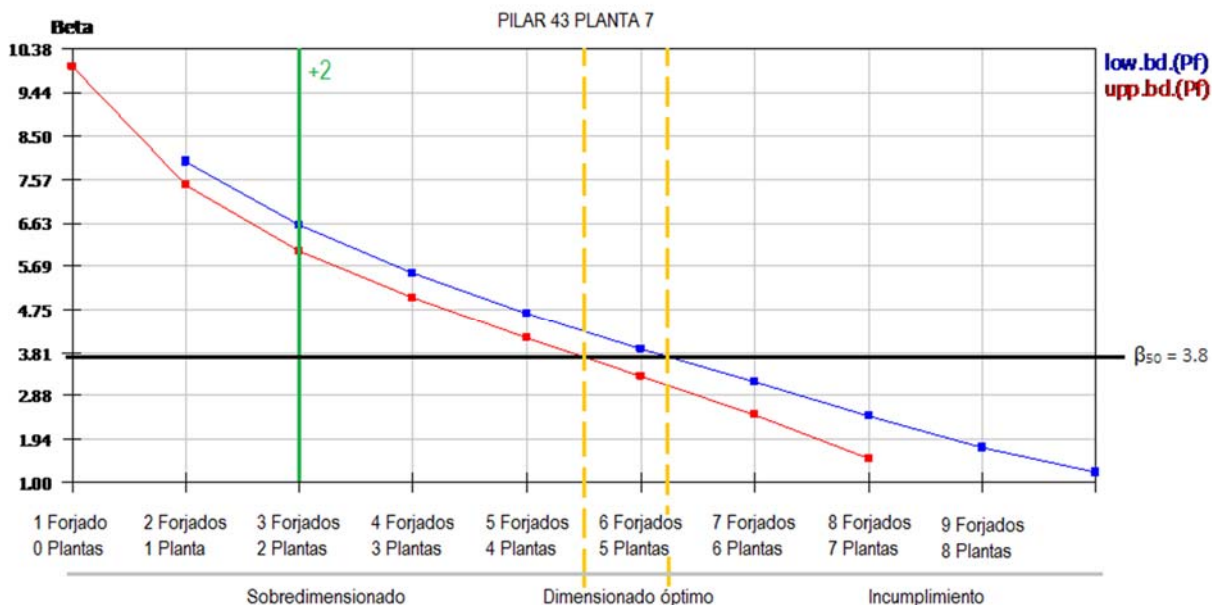
Por otro lado, de color azul, se representa la probabilidad de fallo más baja del pilar, lo cual nos indica la  $\beta_{50}$  más alta que se va a poder dar en el periodo de tiempo de 50 años.

La línea verde, indica donde está el objetivo de este análisis, es decir, que pasa si se añaden dos plantas más.

Finalmente se traza una línea  $\gamma=3.8$  de color negro, que indica el valor mínimo a cumplir por la norma, las líneas amarillas nos dan el intervalo de valores desde la máxima probabilidad de fallo (rojo) a la mínima (azul) que se puede dar en 50 años.



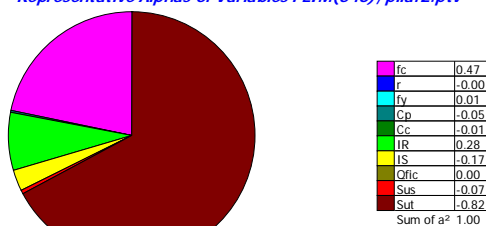
Ejemplo de una de las gráficas analizadas.



En la planta número 7, se posee un pilar de 25x25cm con 4Ø12, el índice de fiabilidad máximo de este pilar, en un periodo de 50 años, observamos que es  $\beta = 10.38$ . Añadiendo dos plantas más, como se indica mediante la línea verde, el índice de fiabilidad  $\beta_{50}$  cumple exitosamente el mínimo seleccionado por la norma, donde obtenemos valores de  $\beta$  máximos en torno al 6.60 y  $\beta$  mínimo 6.03.

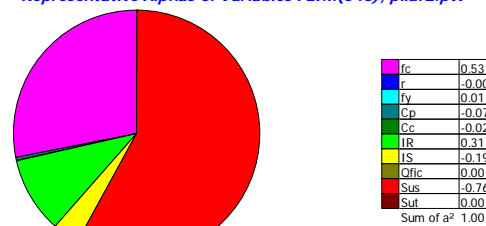
Si se traza una línea por el mínimo recogido en la norma,  $\beta_{50} = 3.8$ , y buscamos donde corta ésta a la gráfica obtenemos que el pilar de esta planta podría soportar con 5 plantas más, es decir, 6 Forjados.

Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



Load-case Pf: 7.31e-010; Active J & D-variables: Sus, Sut

Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



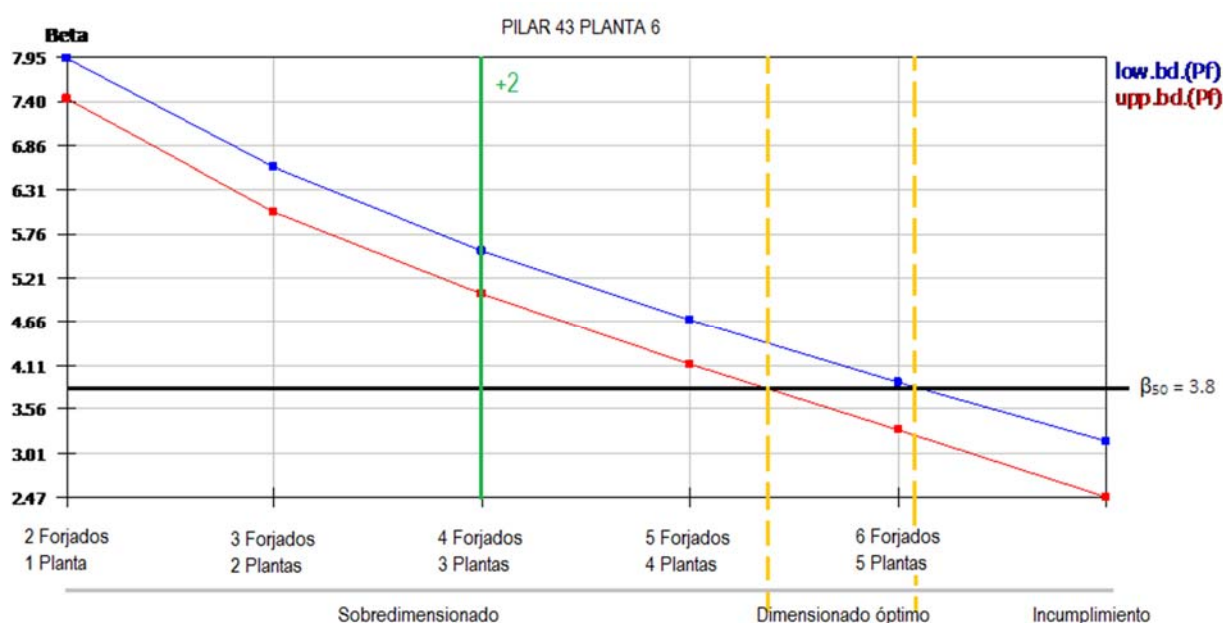
Load-case Pf: 6.30e-011; Active J & D-variables: Sus

Estos gráficos representan los cosenos directores, de los vectores de las variables básicas, y expresan la significación de cada variable en el supuesto estudiado.

En la gráfica izquierda, se recoge la influencia de las variables aleatorias, teniendo en cuenta en mayor parte las sobrecargas transitorias, en la gráfica derecha, se le

da una mayor importancia a las sobrecargas sostenidas, el programa generará una combinación de ambas, para obtener los valores más reales.

Se observan además otras variables con una gran influencia, como lo son la resistencia a compresión del hormigón y las variables referentes a las incertidumbres de los propios modelos, tanto resistente como solicitante.

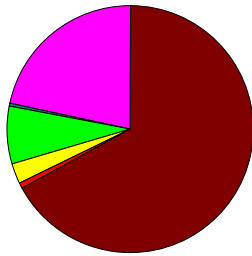


El pilar de la planta 6, es también un pilar de dimensiones 25 x 25cm con 4Ø12, se observa que en el estado actual de la estructura, el índice de fiabilidad baja con respecto a la planta 7, dado que este pilar soporta una planta más. Se sitúan estos valores en un  $\beta$  máximo de 7.95 y un  $\beta$  mínimo de 7.41.

Se observa mediante la línea verde, que al añadir dos plantas más al edificio a estudio, es decir 3 plantas más sobre la planta 6, el índice de fiabilidad  $\beta_{50}$  sigue superando el valor mínimo recogido por la norma situándose entre un  $\beta$  máximo de 5.60 y  $\beta$  mínimo 5.10.

Trazando una línea por el mínimo recogido en la norma,  $\beta_{50} = 3.8$ , y buscamos donde corta ésta a la gráfica obtenemos que el pilar de esta planta podría soportar con 5 plantas más, es decir, 6 forjados por encima de este.

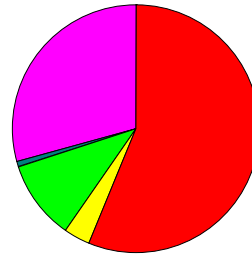
Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



Ic	0.46
r	0.00
Iy	0.01
Cp	-0.06
Cc	-0.02
IR	0.27
IS	-0.16
Ofic	0.00
Sus	-0.08
Sut	-0.82
Sum of a <sup>2</sup>	1.00

Load-case Pf: 1.89e-007; Active J & D-variables: Sus, Sut

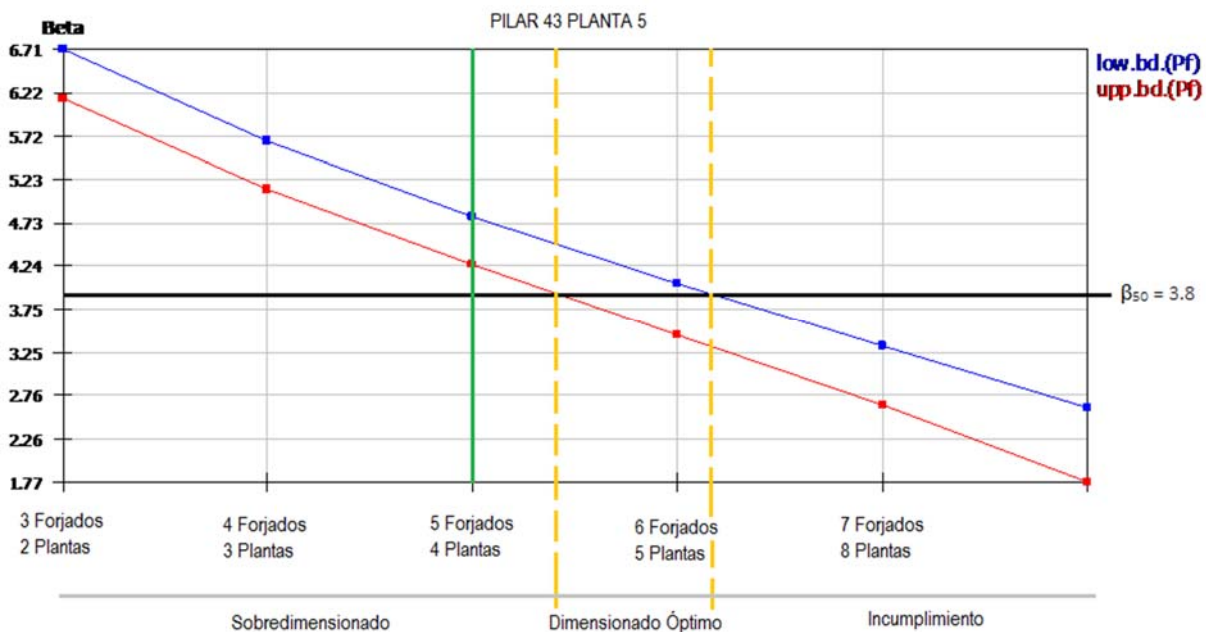
Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



Ic	0.54
r	-0.00
Iy	0.01
Cp	-0.08
Cc	-0.03
IR	0.32
IS	-0.19
Ofic	0.00
Sus	-0.75
Sut	0.00
Sum of a <sup>2</sup>	1.00

Load-case Pf: 8.54e-008; Active J & D-variables: Sus

Volviendo a analizar los gráficos que representan los cosenos directores, de los vectores de las variables básicas, volvemos a ver la misma situación que en el anterior apartado.

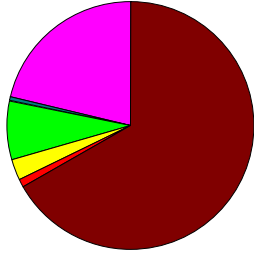


En la planta 5, el pilar a estudio es también de dimensión 25 x 25cm, pero su armadura aumenta a 4Ø16, se observa que los valores de la estructura inicial, para este pilar están entre 6.71 y 6.18, y que si añadimos un par de plantas más al edificio, este pilar seguirá teniendo la fiabilidad suficiente recogida en la norma, valores entre el 4.25 y 4.75.

Si acotamos los valores de la gráfica para una  $\beta_{50} = 3.8$ , este pilar de la planta 5 podría sostener 5 plantas.



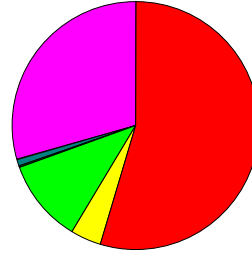
Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



fc	0.46
r	-0.01
fy	0.01
Cp	-0.07
Cc	-0.02
IR	0.28
IS	-0.16
Cflc	0.00
Sus	-0.10
Sut	-0.82
Sum of a²	1.00

Load-case Pf: 4.77e-006; Active J & D-variables: Sus, Sut

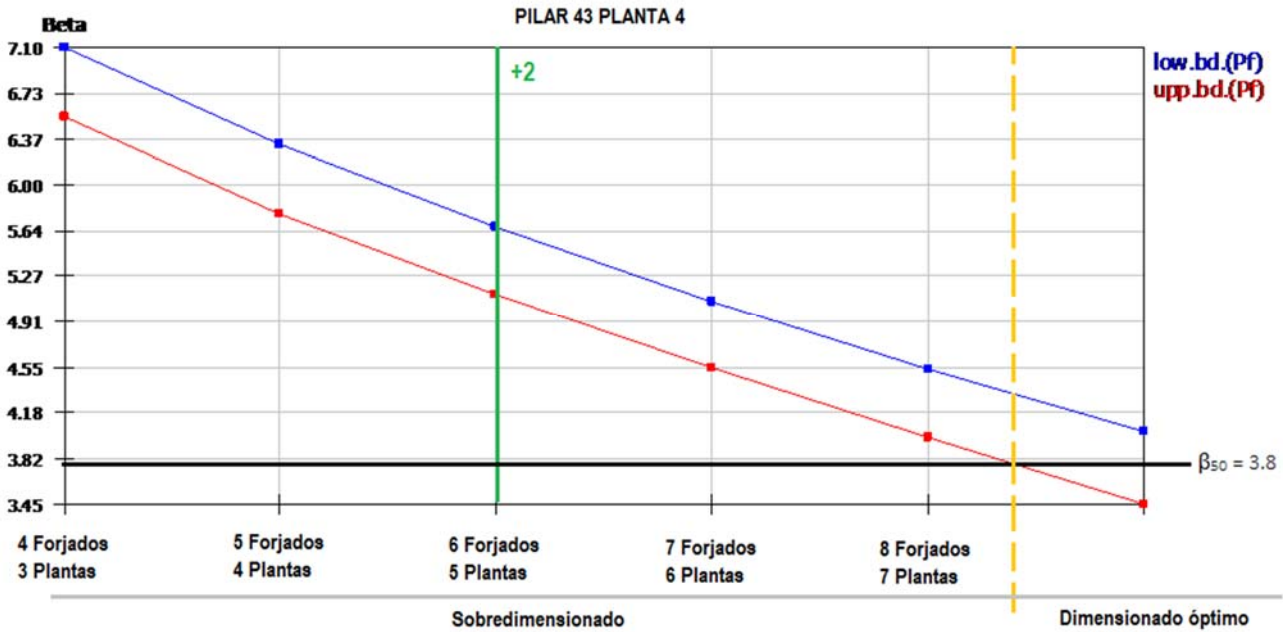
Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



fc	0.54
r	-0.02
fy	0.01
Cp	-0.09
Cc	-0.03
IR	0.33
IS	-0.20
Cflc	0.00
Sus	-0.74
Sut	0.00
Sum of a²	1.00

Load-case Pf: 5.49e-006; Active J & D-variables: Sus

Las gráficas que representan los cosenos directores, de los vectores de las variables básicas, siguen mostrándonos resultados similares que en plantas anteriores.

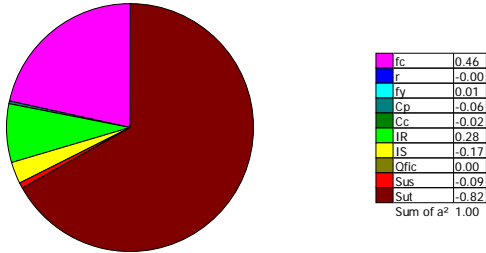


En la planta cuarta, el pilar es de sección 30 x 30cm con 4Ø16, en esta planta el índice de fiabilidad sube con respecto a la planta superior dado que ha aumentado la sección del pilar, nos situamos en valores  $\beta$  máxima 6.50 y  $\beta$  mínima 7.10.

Aumentando dos plantas más al edificio, y como nos muestra la línea de color verde, este pilar cumpliría con las exigencias mínimas, dado que nos situaríamos en valores de  $\beta$  máxima 5.70 y  $\beta$  mínima 5.10.

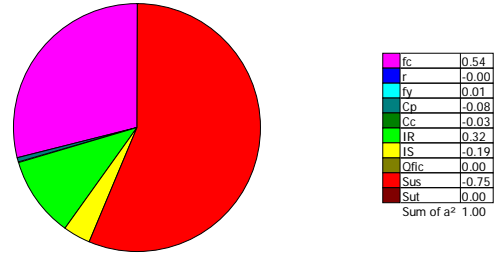
Si nos fuésemos a la referencia de la norma  $\beta_{50} = 3.8$ , podríamos decir que este pilar podría soportar 8 plantas.

Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



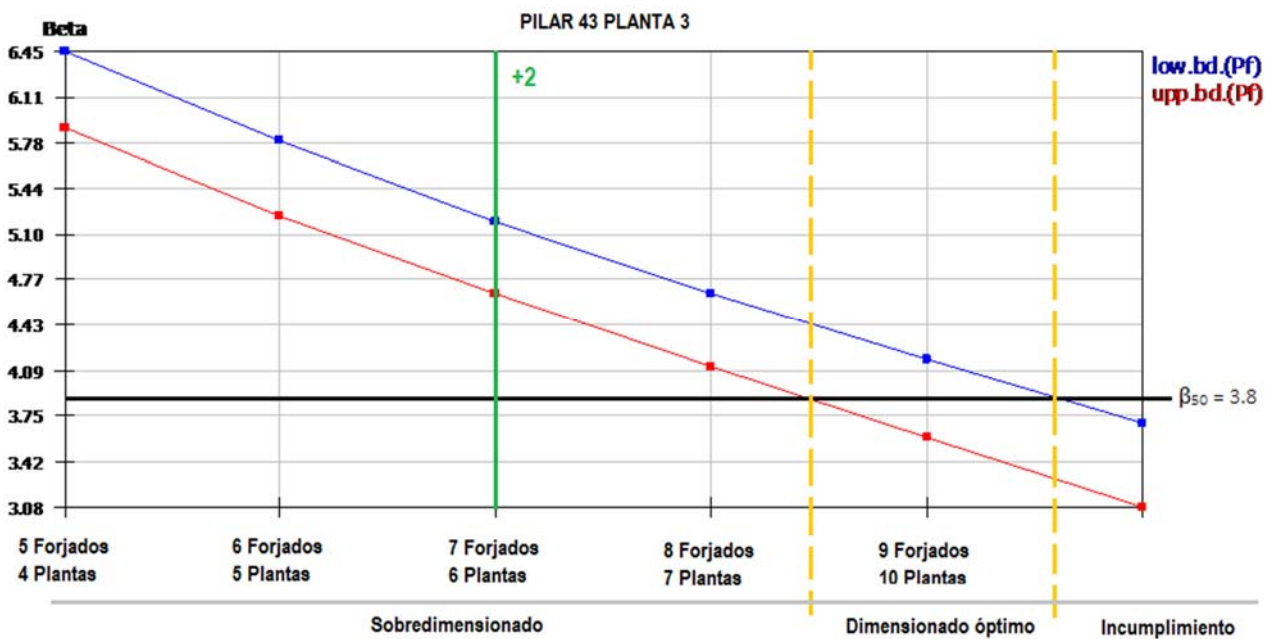
Load-case Pf: 1.08e-007; Active J & D-variables: Sus, Sut

Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



Load-case Pf: 4.17e-008; Active J & D-variables: Sus

Las gráficas que representan los cosenos directores, de los vectores de las variables básicas, siguen mostrándonos resultados similares que en plantas anteriores.

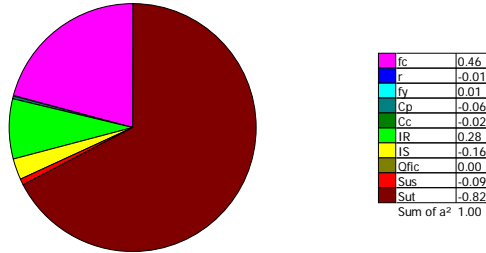


Situándonos en la planta tercera, el pilar es de sección 30 x 30cm, con una armadura de 4Ø20. El índice de fiabilidad ha bajado aproximadamente 1 punto de la situación anterior, situándonos en valores de  $\beta$  máxima 6.45 y  $\beta$  mínima 5.90.

Este pilar de la planta 3, está soportando de 4 plantas, y añadiendo dos más al edificio, soportaría 6, para estas 6 observamos que los valores siguen estando dentro de los recogidos por la norma, tenemos para una  $\beta$  máxima un valor de 5.15 y para una  $\beta$  mínima un valor de 4.60.

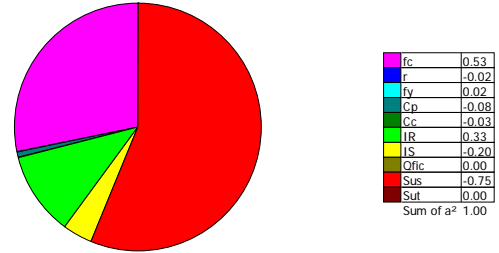
Observando lo estipulado en la norma, podríamos añadir sobre el pilar de esta planta 10 plantas más, que sería un dimensionado óptimo de dicho pilar.

Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



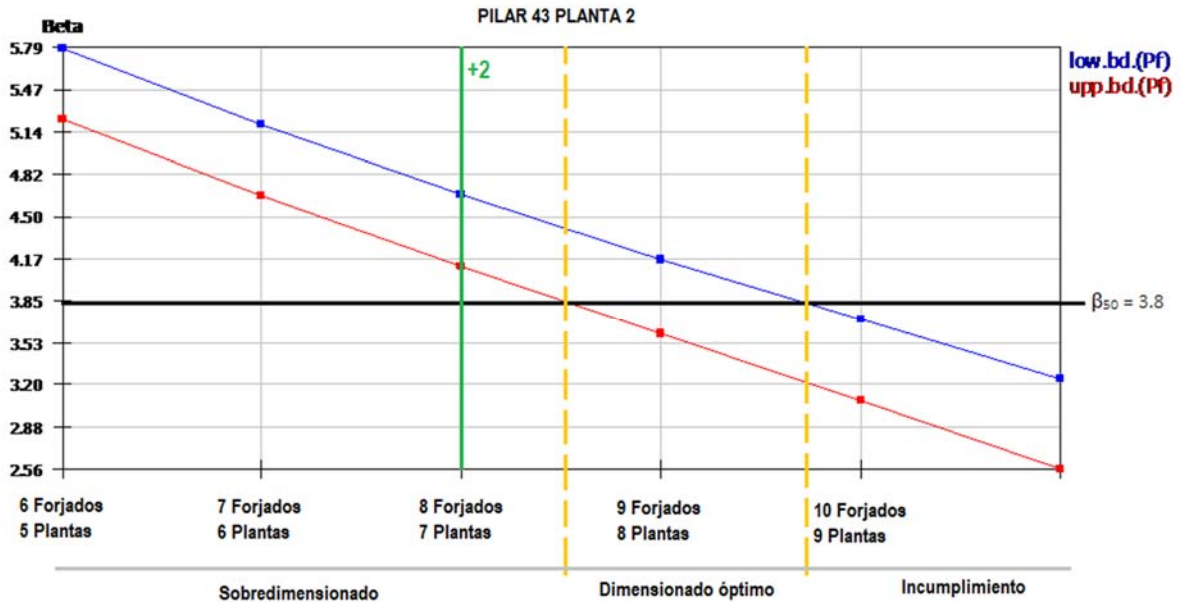
Load-case Pf: 9.29e-007; Active J & D-variables: Sus, Sut

Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



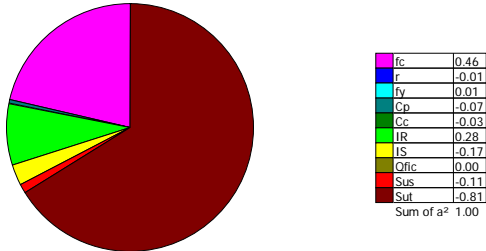
Load-case Pf: 6.54e-007; Active J & D-variables: Sus

Las gráficas que representan los cosenos directores, de los vectores de las variables básicas, siguen mostrándonos resultados similares que en plantas anteriores.



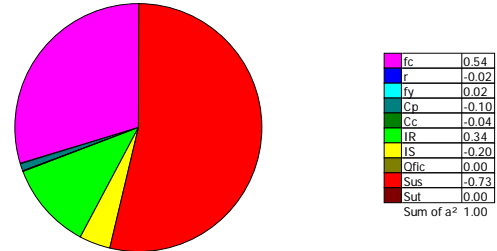
En la planta segunda tenemos un pilar de sección 30 x 30, con un armado de 4Ø20. El índice de fiabilidad de este pilar tal cual está, ronda valores de  $\beta$  máxima 5.79 y  $\beta$  mínima 5.20. Si añadiésemos dos plantas más al edificio, el índice de fiabilidad seguiría cumpliendo con la norma, estaríamos en valores de  $\beta$  máxima 4.70 y  $\beta$  mínima 4.10. Podríamos aumentar 8 plantas sobre este pilar sin inconveniente alguno, observando así que el pilar estaría optimizado lo máximo.

Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



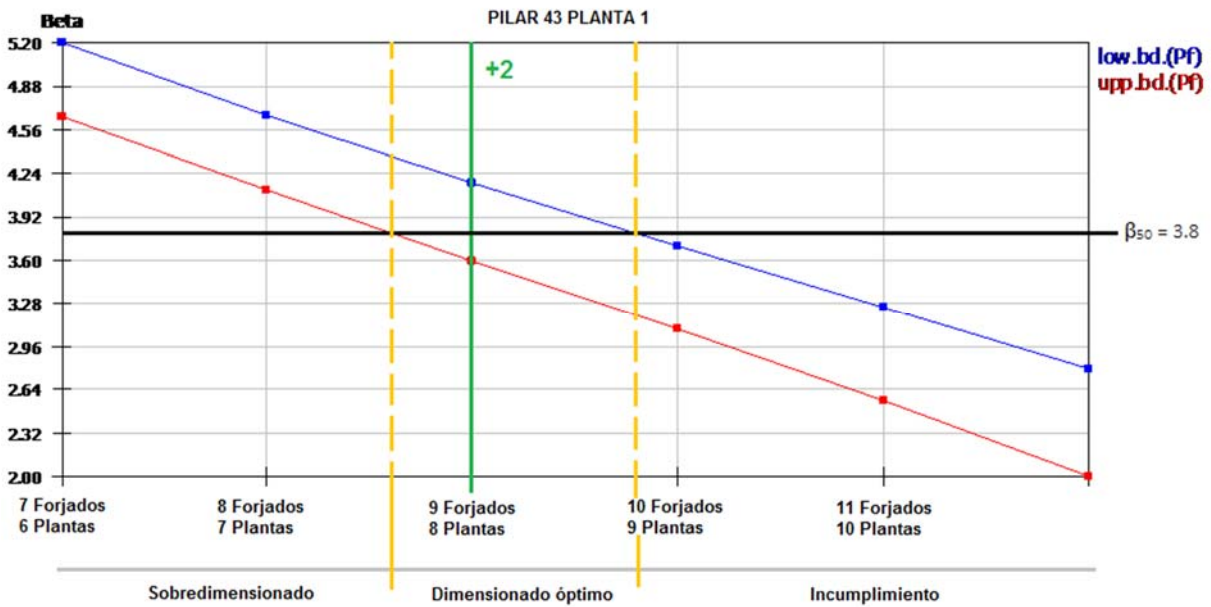
Load-case Pf: 8.10e-006; Active J & D-variables: Sus, Sut

Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



Load-case Pf: 1.11e-005; Active J & D-variables: Sus

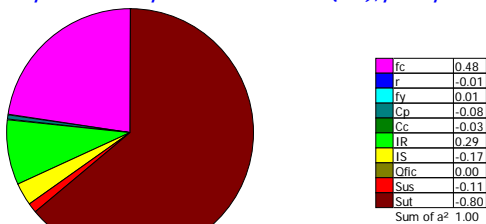
Las gráficas que representan los cosenos directores, de los vectores de las variables básicas, siguen mostrándonos resultados similares que en plantas anteriores.



En la planta primera tenemos un pilar de sección 30 x 30cm con una armadura de 4Ø20, el índice de fiabilidad de este pilar se sitúa en valores de  $\beta$  máxima 5.20 y  $\beta$  mínima 4.60.

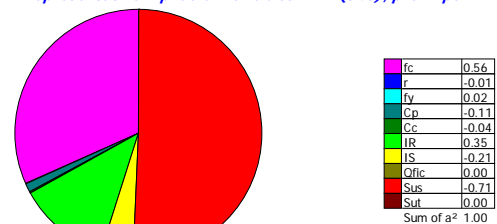
Observamos que si añadimos dos plantas más al edificio, el dimensionado original estaría situado en el intervalo de dimensionado óptimo de dicho pilar, recogido por la norma para un valor de  $\beta_{50} = 3.8$ .

Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv

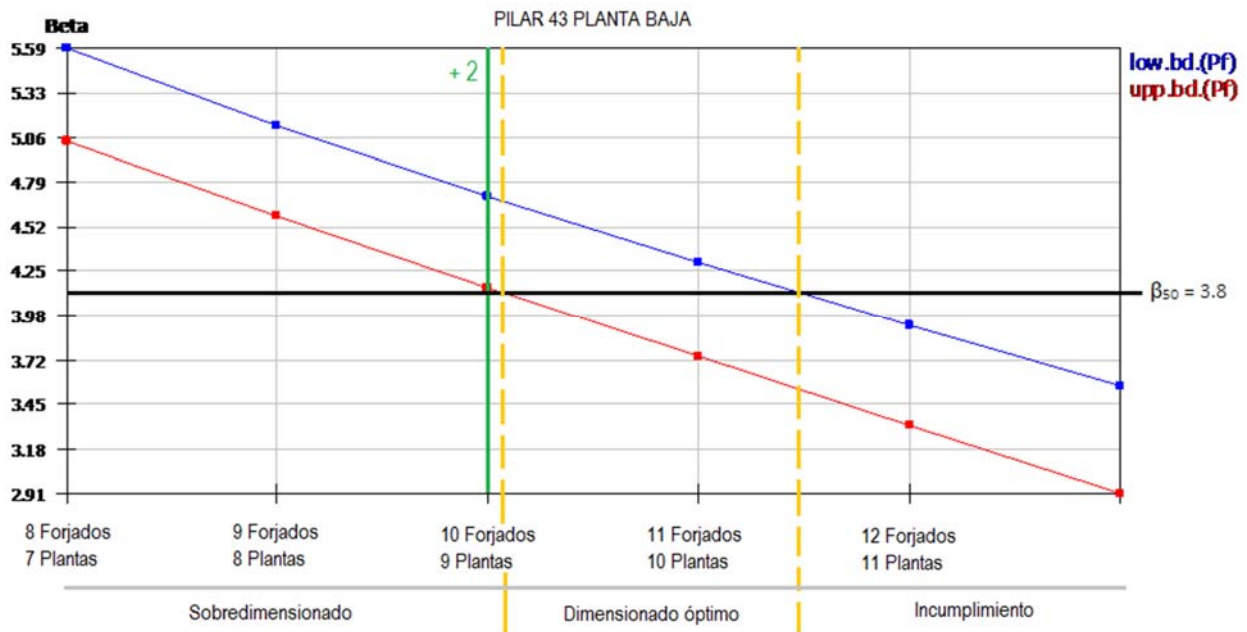


Load-case Pf: 4.76e-005; Active J & D-variables: Sus, Sut

Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



Load-case Pf: 1.14e-004; Active J & D-variables: Sus

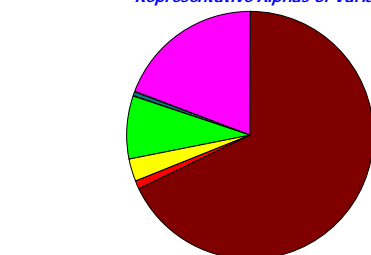


Llegamos a la planta baja, en la que tenemos un pilar de sección 35 x 35cm, armado con 4Ø20 + 4Ø16, obteniendo un índice de fiabilidad del pilar con una  $\beta$  máxima de 5.59 y  $\beta$  mínima de 5.05.

Añadiendo dos plantas más a la estructura, el pilar de la planta baja seguiría cumpliendo con el valor recogido en la norma, si observamos la línea verde correspondiente a añadirle a la estructura dos plantas, observamos que la  $\beta$  máxima toma un valor de 4.60 mientras que la  $\beta$  mínima se aproxima al valor 3.8.

Aun así el pilar de la planta baja estaría capacitado para soportar el aumento de 3 plantas más sobre la estructura original.

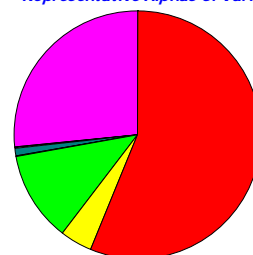
Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



f <sub>c</sub>	0.44
r	-0.03
f <sub>y</sub>	0.02
c <sub>p</sub>	-0.07
c <sub>c</sub>	-0.03
I <sub>R</sub>	0.29
I <sub>S</sub>	-0.17
Ofic	0.00
Sus	-0.10
Sut	-0.82
Sum of a <sup>2</sup>	1.00

Load-case Pf: 7.41e-006; Active J & D-variables: Sus, Sut

Representative Alphas of Variables FLIM(546), pilar2.ptv



f <sub>c</sub>	0.52
r	-0.03
f <sub>y</sub>	0.03
c <sub>p</sub>	-0.10
c <sub>c</sub>	0.04
I <sub>R</sub>	0.34
I <sub>S</sub>	-0.21
Ofic	0.00
Sus	-0.75
Sut	0.00
Sum of a <sup>2</sup>	1.00

Load-case Pf: 8.95e-006; Active J & D-variables: Sus

Observando las gráficas que representan los cosenos directores, de los vectores de las variables básicas, siguen mostrándonos resultados similares que en plantas anteriores.

### 7.6.7. Cuadro resumen

	Estado actual				+ 1 PLANTA		+ 2 PLANTAS		
	Ddimensión	Armado	$\beta_{50}$ max	$\beta_{50}$ min	$\beta_{50}$ max	$\beta_{50}$ min	$\beta_{50}$ max	$\beta_{50}$ min	
PILAR 43	7	25x25cm	4Ø12	10,38	9,99	7,95	7,44	6,59	6,03
	6	25x25cm	4Ø12	7,95	7,44	6,59	6,03	5,55	5,08
	5	25x25cm	4Ø16	6,71	6,15	5,67	5,12	4,80	4,26
	4	30x30cm	4Ø16	7,10	6,55	6,33	5,77	5,66	5,12
	3	30x30cm	4Ø20	6,44	5,88	5,79	5,23	5,20	4,65
	2	30x30cm	4Ø20	5,79	5,24	5,20	4,65	4,66	4,11
	1	30x30cm	4Ø20	5,20	4,66	4,66	4,11	4,17	3,50
	PB	35x35cm	4Ø20 + 4Ø16	5,59	5,04	5,13	4,58	4,70	4,15

## CAPÍTULO 8: CONCLUSIONES





## 8. CONCLUSIONES

A través de los estudios e investigaciones llevados a cabo en el presente trabajo, destacan los siguientes aspectos:

### **De carácter general:**

Los métodos semiprobabilistas presentes en las Normativas e Instrucciones nacionales presentan numerosas limitaciones a la hora de evaluar una estructura ya construida, debido a la dificultad para introducir nueva información, ya que han sido calibrados para asumir unas incertidumbres en los parámetros de diseño diferentes. Frente a ellos, el empleo de las técnicas de fiabilidad en la evaluación de estructuras existentes nos permite analizar la información actualizada procedente de la estructura, tanto a nivel respuesta como solicitaciones, por lo que constituyen una herramienta, que nos proporciona una base objetiva a la hora de tomar una decisión sobre el nivel de seguridad de una estructura existente.

La metodología probabilista, basada en el análisis de la fiabilidad estructural, es la única en dar verdadera interpretación de la seguridad en las estructuras, pero tenemos que acudir a normativa de carácter internacional para poder emplear estos métodos, lo que dificulta en gran medida estos procesos.

Indicar también y con gran importancia, que sin la caracterización y el conocimiento de las variables aleatorias no se podría aplicar esta metodología, por lo tanto queda de mano de la investigación el seguir analizando las distribuciones de las variables más adecuadas para cada caso.

### **Con respecto al ejercicio propuesto:**

En el apartado en el que se comprueba el pilar, mediante coeficientes globales de seguridad (metodología semiprobabilista), no se muestra la seguridad de forma explícita, sin embargo en el análisis del pilar mediante metodología probabilista, obtenemos la probabilidad de que ese pilar falle.

El objeto del estudio, como se menciona en el capítulo 7 (pág105) era determinar si a la estructura existente podríamos añadirle dos plantas más, realizando el estudio sobre el pilar número 43. Observando el cuadro resumen de la pág. 154, se considera este pilar como APTO para soportar la nueva carga.

Por otro lado, y con la misma importancia que el haber podido obtener el índice de fiabilidad del pilar, hemos conocido la influencia y significación de las variables aleatorias en el estudio realizado, observando que las variables con mayor carácter son aquellas correspondientes a las sobrecargas, la resistencia del hormigón y la incertidumbre del propio modelo. Así lo han venido expresando los gráficos que representan los cosenos directores de los vectores de las variables básicas.

## CAPÍTULO 9: BIBLIOGRAFÍA



## 9. BIBLIOGRAFÍA

- 1.- Faber, M.H. (2009). Curso "Risk and Safety in Engineering", Zurich; Swiss Federal Institute of Technology- ETH Zurich, <http://www.ibk.ethz.ch/emeritus/fa/education/ws-safety>.
- 2.- Mosquera-Rey, E. (2011). Probabilismo explícito en la corrosión de armaduras en las estructuras de hormigón sometidas al ambiente marino de la costa gallega. (Tesis doctoral). A Coruña: Universidad da Coruña.
- 3.- Mosquera-Rey, E. Pérez Valcárcel, J. (2014). Análisis de las variables para el estudio probabilístico en estructuras de edificaciones construidas. Congreso Latinoamericano REHABEND 2014: 756-764. ISBN 978-84-616-8862-3
- 4.- Mosquera-Rey, E. Presedo-Quindimil, M. (2013). Principios de la Ingeniería del Riesgo y Fiabilidad Estructural. (4503014) Máster Universitario en Tecnologías de la Edificación Sostenible, (UDC).
- 5.- Mosquera-Rey, E. Presedo-Quindimil, M. (2013). Métodos de Cálculo Estructural y Metodología Probabilista. (4503015) Máster Universitario en Tecnologías de la Edificación Sostenible, (UDC).
- 6.- Jean-Pierre, J. (Ed.). (2008). *Eurocode 2 Commentary*. Brussels: European Concrete Platform ASBL. [http://www.efca.info/downloads/commentary\\_to\\_eurocode.pdf](http://www.efca.info/downloads/commentary_to_eurocode.pdf)
- 7.- Walraven, J. (2010). Model Code 2010 - First complete draft. *fib Bulletin*, 1(55).
- 8.- Matthews, S. L. (2010). Structural Concrete Textbook. *fib Bulletin* 3(53).
- 9.- Tanner, P., Lara, C., Hingorani, R. (2007). Seguridad estructural. Una lucha con incertidumbres. *Hormigón y acero*, (245): 59-78
- 10.- Reliability Consulting Programs (RCP Munich). *COMREL v8.1-TV-TI*. <http://www.strurel.de/index.html>.
- 11.- ISO. (1998). *ISO 2394: General principles on reliability for structures*. International Organization for Standardization.
- 12.- UNE-EN-1990. (2003). Eurocódigo 2 - Bases de cálculo de estructuras.
- 13.- Probabilistic Model Code. (2002) Joint Committee on Structural Safety. JSCC- Part I-II-III
- 14.- Dimitri Val, (2014). Safety, Risk and Reliability [D21SR]. School of the Built Environment Heriot-Watt University, Riccarton, Edinburgh, EH14 4AS, UK.

- 15.- Mosquera-Rey, E. R. (2015). Revisión de la validez del coeficiente de seguridad, propuesto por EHE-08, para la estimación de la vida útil de cálculo en estructuras de edificación sometidas a la acción de cloruros. *Informes de la Construcción*, 67(538): e082, doi: <http://dx.doi.org/10.3989/ic.13.27>.
- 16.- Mosquera-Rey, E. (2015). La investigación en la edificación. Una tarea ilusionante (VIEJAS Y NUEVAS VARIABLES). *Deplano*, 30. Edita COATIEAC. ISSN. 2174-5390:12-15.
- 17.- Mosquera-Rey, E. (2012). *Los métodos de cálculo y las variables básicas..... Una historia inacabada*. Conferencia (2012-11-03): III Proyecto estructural con aplicaciones Cype. ETSA (UDC).
- 18.- Faber, M (2001) *Probabilistic Model Code*  
[http://www.jcss.byg.dtu.dk/publications/probabilistic\\_model\\_code.aspx](http://www.jcss.byg.dtu.dk/publications/probabilistic_model_code.aspx).JCSS.
- 19.- Gulvanessian, H., Holický, M. (1990). Annex C: Calibration Procedure. En *Implementation of Eurocodes. Handbook 2: Reliability Backgrounds*.  
<http://www.eurocodes.fi/1990/paasivu1990/sahkoinen1990/handbook2%5B1%5D.pdf>.
- 20.- Holický, M., Vrouwenvelder, T., Arteaga, A. (1990). Annex B: Methods of Structural Reliability. En *Implementation of Eurocodes. Handbook 2: Reliability Backgrounds*.  
<http://www.eurocodes.fi/1990/paasivu1990/sahkoinen1990/handbook2%5B1%5D.pdf>.
- 21.- Holický, M. (1990). Annex A: Basic Statistical Concepts and Technique. En *Implementation of Eurocodes. Handbook 2: Reliability Backgrounds*.  
<http://www.eurocodes.fi/1990/paasivu1990/sahkoinen1990/handbook2%5B1%5D.pdf>.
- 22.- Melchers, R.E. (1987). *Structural Reliability Analysis and Prediction*. John Wiley and Sons, Chichester, UK.
- 23.- Madsen, H.O., Krenk, S. and Lind, N.C. (1986). *Methods of Structural Safety*. Prentice Hal, Englewood Cliffs, USA.
- 24.- Hasofer, A.M. and Lind, N.C. (1974). An Exact and Invariant First Order Reliability Format. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 100(EMI), 111-121.
- 25.- Cornell, C.A. (1969). A Probability Based Structural Code. *ACI Journal*, 66, 974-985.
- 26.- CodeCal (2003). *CodeCal – an Excel Based Tool for Reliability Based Code Calibration*. The Joint Committee on Structural Safety (JCSS).



ESTIMACIÓN  
PROBABILIDAD DE  
PILAR DE FALLO  
HORMIGÓN  
FORMA  
EXPLICITA  
METODOLOGÍA  
PROBABILISTA  
CARÁCTER  
ESPACIAL Y  
TEMPORAL  
ACCIONES VARIABLES

Las normativas e instrucciones nacionales basadas en metodologías semiprobabilistas muestran numerosas limitaciones a la hora de evaluar una estructura ya ejecutada, debido a la dificultad para introducir nueva información, ya que estos métodos semiprobabilistas ya han sido calibrados para asumir unas incertidumbres en los parámetros de diseño.

Frente a ellos y basándonos en normativas de carácter internacional, se emplea la metodología probabilista en la evaluación de estructuras existentes, permitiéndonos analizar la información más real procedente de la estructura, tanto a nivel resistente como solicitante, por lo que esta metodología constituye una herramienta que nos proporciona una base objetiva a la hora de tomar una decisión sobre el nivel de seguridad de una estructura existente.

El presente trabajo marca como objetivo acercar los métodos probabilísticos de fiabilidad estructural en la edificación a la evaluación de estructuras existentes, el traslado de esta metodología a la práctica, tratando de realizar una verificación estructural de un pilar de hormigón existente considerando el carácter espacial y temporal de las acciones variables, las cuales tienen una incertidumbre mayor. El resultado de este análisis ofrece el índice de fiabilidad del pilar a estudio, la probabilidad de que falle dicho elemento estructural, recogiendo una metodología útil para la comprobación estructural en elementos sometidos a flexocompresión (pilares).



UNIVERSIDADE DA CORUÑA



1989  
2014



ETSAC ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA



DEPARTAMENTO DE TECNOLOGÍA DE LA CONSTRUCCIÓN



MÁSTER UNIVERSITARIO EN REHABILITACIONES ARQUITECTÓNICAS (8ª edición)