

MASTER EN BANCA Y FINANZAS

Curso académico 2013 – 2014

TRABAJO FIN DE MASTER

**ANÁLISIS DESCRIPTIVO Y
APLICACIÓN DE LA TEORÍA
DE CARTERAS A LOS
VALORES DEL EUROSTOXX 50
EN EL PERIODO 2008-2013**

Alumno: Roberto Sánchez García

Tutora: María Dolores Lagoa Varela

7 de Enero de 2014

**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y
EMPRESARIALES**





UNIVERSIDADE DA CORUÑA

FACULTADE DE ECONOMIA E EMPRESA

SOLICITUDE DE DEFENSA DE TRABALLO DE FIN DE MESTRADOTRABALLO DE FIN DE MESTRADO EN: **Banca e finanzas**Curso Académico: **2013/2014****DATOS PERSONAIS DO/A ALUMNO/A:**Apelidos: **Sánchez García**Nome: **Roberto**DNI/NIE: **47 354688b** Correo-E: **Robsangarc@hotmail.com** Teléfono: **635106904****DATOS DO TRABALLO:**

Título en castelán:	Análisis descriptivo y aplicación de la teoría de carteras a los valores de EUROSTOXX50 en el periodo 2008-2013.
Título en galego:	Análise descriptivo e aplicación da teoría de carteiras ós valores do EUROSTOXX50 no periodo 2008-2013.
Título en inglés:	Descriptive analysis and application of portafolio theory to EUROSTOXX50 Values in the period 2008-2013.

TITOR/ES:APELIDOS E NOME: **Lagoa Varela, María Dolores**DEPARTAMENTO: **Economía financeira e contabilidade.**TEL(ext): **2419**CORREO-E: **dlagoa@udc.es**O/A alumno/a **SOLICITA** a defensa do Traballo de Fin de Mestrado na oportunidade de (especificar): **I cuadrimestre.**O/a titor/a **AUTORIZA** a defensa deste traballo (o/a titor/a entregará o informe correspondente no Decanato da facultade).

Documentación que se adxunta:

 Versión escrita do traballo por triplicado **Versión electrónica do traballo en pdf (en CD ou DVD)**

Índice

RESUMEN	7
1. INTRODUCCIÓN	9
2. MARCO TEÓRICO	13
2.1 Teoría de valoración de los activos de renta variable	13
2.2 Eficiencia de los mercados de capitales	22
2.3 El modelo de Markowitz	
2.3.1 Formulación del modelo	26
2.3.2 Desarrollo del modelo	28
2.3.3 Limitaciones del modelo de Markowitz	31
2.4 El modelo de mercado de Sharpe	32
3. PARTE EMPÍRICA	37
3.1 Base de datos o muestra utilizada para el estudio	38
3.2 Metodología empleada	40
3.3. Estudio descriptivo de las series de rendimiento de las acciones	44
3.3.1 Análisis del Rendimiento de los activos	45
3.3.2 Análisis del Riesgo de los activos	51
3.3.2 Predicción de futuros valores a partir de la serie temporal univariante	56
3.4 El modelo de mercado de Sharpe	58
3.4.1 Riesgo sistemático y riesgo específico	58
3.4.2 Análisis de las betas por sectores	63
3.5 Análisis de la relación rentabilidad-riesgo (medida de performance)	68

<u>3.6 Una aplicación práctica de la teoría de carteras construcción de frontera de carteras eficientes atendiendo al modelo de Markowitz</u>	81
<u>3.6.1 Selección de los títulos a incluir en el modelo</u>	81
<u>3.6.2 Construcción de la frontera eficiente de Markowitz y selección de la cartera óptima</u>	88
<u>4. CONCLUSIONES</u>	93
<u>5. BIBLIOGRAFÍA</u>	99
<u>ANEXOS</u>	103

ÍNDICE DE GRÁFICOS

<u>Gráfico 1. Frontera de carteras eficiente</u>	29
<u>Gráfico 2. Cartera optima, formada por la intersección de la curva de indiferencia con la frontera de carteras Markowitz</u>	30
<u>Gráfico 3. Sectores que componen el EUROSTOXX50</u>	40
<u>Gráfico 4. Regresión entre UNICREDITO y EUROSTOXX50</u>	62
<u>Gráfico 5. Aversión al riesgo</u>	84
<u>Gráfico 6. Frontera de carteras eficientes</u>	90
<u>Gráfico 7. Evolución de los precios</u>	112

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Rendimientos del sector materiales básicos y servicios de la construcción .	45
Tabla 2. Rendimientos del sector servicios financieros e inmobiliarios	46
Tabla 3. Rendimientos del sector bienes de consumo	47

Tabla 4. Rendimientos del sector tecnología y comunicaciones.	49
Tabla 5. Rendimientos del sector petróleo y energía.	49
Tabla 6. Rendimientos del sector servicios de consumo.	50
Tabla 7. Desviaciones típicas del sector materiales básicos y s. de la construcción. .	51
Tabla 8. Desviaciones típicas del sector servicios financieros e inmobiliarios.	52
Tabla 9. Desviaciones típicas del sector bienes de consumo.	53
Tabla 10. Desviaciones típicas del sector tecnología y comunicaciones.	54
Tabla 11. Desviaciones típicas del sector petróleo y energía.	54
Tabla 12. Desviaciones típicas del sector servicios de consumo.	55
Tabla 13. Ranking 10 empresas con mejor rendimiento esperado	56
Tabla 14. Ranking 10 empresas con menor riesgo	57
Tabla 15. Cálculo α y β en periodo de 5 años	60
Tabla 16. Betas del sector materiales básicos y servicios de construcción	63
Tabla 17. Betas del sector servicios financieros e inmobiliarios.	64
Tabla 18. Betas del sector bienes de consumo.	65
Tabla 19. Betas del sector tecnología y telecomunicaciones.	66
Tabla 20. Betas del sector petróleo y energía.	66
Tabla 21. Betas del sector servicios de consumo.	67
Tabla 22: Índice de Sharpe sector materiales básicos y servicios de la construcción.	69
Tabla 23. Índice de Sharpe para el sector servicios financieros e inmobiliarios.	70
Tabla 24. Índice de Sharpe para el sector bienes de consumo.	71
Tabla 25. Índice de Sharpe para el sector tecnología y comunicaciones.	72
Tabla 26. Índice de Sharpe para el sector petróleo y energía.	72
Tabla 27. Índice de Sharpe para el sector servicios de consumo.	73
Tabla 28. Índice de Treynor para el sector materiales básicos y servicios de la construcción.	74
Tabla 29. Índice de Treynor para el sector servicios financieros e inmobiliarios.	75
Tabla 30. Índice de Treynor para el sector bienes de consumo.	75
Tabla 31. Índice de Treynor para el sector tecnología y comunicaciones.	76
Tabla 32. Índice de Treynor para el sector petróleo y energía.	77
Tabla 33. Índice de Treynor para el sector servicios de consumo.	77
Tabla 34. Alfa de Jensen para el sector materiales básicos y servicios de la construcción.	78
Tabla 35. Alfa de Jensen para el sector servicios financieros e inmobiliarios.	78
Tabla 36. Alfa de Jensen para el sector bienes de consumo.	79
Tabla 37. Alfa de Jensen para el sector tecnología y comunicaciones.	80
Tabla 38. Alfa de Jensen para el sector petróleo y energía.	80
Tabla 39. Alfa de Jensen para el sector servicios de consumo.	80
Tabla 40. Preferencia inversor.....	83
Tabla 41. Ratio rentabilidad activo individual/riesgo sistemático	85
Tabla 42. Selección títulos con baja correlación	87
Tabla 43. Matriz de Varianzas-Covarianzas.....	89
Tabla 44. Resultado aplicación Markowitz	90
Tabla 45. Combinación títulos aplicando Markowitz para rentabilidad 0,04%	91
Tabla 46. Combinación títulos aplicando Markowitz para rentabilidad 0,09%	92

RESUMEN

El *objetivo principal* del trabajo es, a partir de la muestra formada por las cincuenta empresas que conforman el Eurostoxx 50, construir un conjunto de carteras de valores que consiga batir al mercado, representado éste por el índice de referencia de la Bolsa de la Eurozona. Para ello, se realiza un análisis descriptivo de las series de precios de las acciones seleccionadas para el estudio durante el periodo 2008-2013 haciendo un especial hincapié en acometer un análisis conjunto de la rentabilidad y el riesgo mediante las medidas de performance, es decir, observando los títulos que ofrecen mejor relación rentabilidad-riesgo.

En el trabajo se puede confirmar que los valores que presenta el riesgo sistemático son muy estables durante el período objeto estudio, aunque hay una clara evidencia de que las betas de los títulos están muy condicionadas por el sector al que pertenecen. También se verifica el buen comportamiento atendiendo al binomio rentabilidad-riesgo de los sectores defensivos (el sector tecnología y comunicaciones, el sector servicios de consumo y el sector bienes de consumo) que presentan valores de beta inferiores a uno. Por último, cabe destacar que en el estudio se confirma la utilidad de la teoría carteras para conseguir batir con nuestra cartera al índice de mercado.

Palabras clave: MARKOWITZ, FORMACIÓN DE CARTERAS, RIESGO, DIVERSIFICACIÓN, RENTABILIDAD, GESTIÓN PASIVA.

ABSTRACT

The main objective of the work is from the sample of fifty companies in the EUROSTOXX50, construct a set of portfolios that get beat the market , represented by this benchmark Bag Eurozone. To do this, a descriptive analysis of price series of selected measures for the study was performed during the period 2008-2013 with particular emphasis on undertaking a joint analysis of the profitability and risk through performance measures, that is, observing the titles that offer better risk-return relationship.

At work you can confirm that the values found systematic risk are very stable during the study object, although no clear evidence that the betas of the securities are heavily conditioned by the sector they belong to. Good behavior is also verified in terms of profitability and risk of the defensive sectors (technology and communications sector , the service sector and consumer goods consumer sector) having values of beta less than one. Finally, note that in the study the usefulness of portfolio theory is confirmed for our portfolio beat the market index.

Keywords: MARKOWITZ, TRAINING HOLDINGS, RISK, DIVERSIFICATION, PERFORMANCE, MANAGEMENT PASSIVE.

1. INTRODUCCIÓN

En un sistema monetario la moneda cumple básicamente dos funciones, por una parte, es un instrumento de intercambio y, por otra, un medio de ahorrar o guardar valor. En el momento en el que existe un exceso de liquidez, es conveniente realizar una inversión, ya que de no ser así, se estaría incurriendo en lo que se llama coste de oportunidad con lo que se renunciaría la rentabilidad que se podría haber obtenido acometiendo la inversión.

El rendimiento que genera una inversión, normalmente, está relacionado con el riesgo, siendo la rentabilidad directamente proporcional al riesgo que se asume. Como activos de inversión se puede elegir desde un *activo con rentabilidad baja* como por ejemplo la rentabilidad de un Bono país con una clasificación de AAA donde el riesgo teórico es nulo, hasta un activo con una *rentabilidad mayor*, por ejemplo, la rentabilidad que se puede obtener invirtiendo en una cartera renta variable a costa de asumir un riesgo mayor.

El **objetivo principal** de este trabajo es crear mediante la aplicación de la teoría de carteras una frontera de carteras eficientes en la que se obtiene un conjunto de carteras con la mejor relación rentabilidad-riesgo posible. Además, también se acomete un análisis descriptivo de las variables rentabilidad y riesgo del total de activos financieros que forman el EUROSTOXX50; haciendo especial hincapié en las diferencias que se presentan entre los diversos sectores que están representados en dicho índice.

Para realizar esta investigación, se procede, en primer lugar, a realizar una revisión de los conceptos teóricos en los que se sostiene el trabajo, empezando por los métodos para calcular la rentabilidad-riesgo de los activos individuales y de las carteras. Asimismo, se exponen los métodos más frecuentemente utilizados para estudiar la relación que existe entre la rentabilidad y riesgo y se realiza una revisión de lo que es y significa la eficiencia, concepto que ha de cumplir el mercado para poder aplicar las teorías financieras explicadas, ya que de esta forma las series de precios con las que se trabajan reflejan toda la información pública. Para finalizar la parte teórica del trabajo, se revisará la teoría de carteras, concretamente, el modelo de mercado de Sharpe -muy relevante ya que permite establecer una relación entre los activos y el mercado- y el modelo de Markowitz, necesario para la formación del conjunto de carteras.

En la parte empírica del trabajo se aplicarán los conceptos teóricos anteriormente expuestos sobre el total de los activos financieros que conforman el EUROSTOXX50, así como a los valores que presenta dicho índice durante el período objeto de estudio, 2008-2013. En una primera parte, se indica cómo se obtienen las series temporales de rendimientos diarios de los activos y del índice pasando ya a calcular los distintos estadísticos y a analizar sus resultados, siempre analizando los mismos por sectores. Los datos se han calculado para diferentes ámbitos temporales con el objeto de comprobar la estabilidad dichos estadísticos.

Una vez que se ha realizado el análisis descriptivo, se aplica la teoría de carteras. En primer lugar, y a partir del modelo de mercado de Sharpe se divide el riesgo global de los títulos en dos componentes: el riesgo sistemático y el específico. En cuanto al

riesgo sistemático de la totalidad de los títulos, representado por el estimador β , se estudiaron los diferentes valores obtenidos atendiendo a los distintos ámbitos temporales y los diferentes sectores.

Para continuar el estudio empírico, y a partir de los resultados obtenidos hasta ese momento, se procede a la aplicación del modelo de Markowitz, obteniendo así la frontera de carteras eficientes. Es en dicha frontera donde el inversor obtiene la mejor relación rentabilidad-riesgo, situándose en una parte u otra de la misma según su grado de aversión al riesgo.

Finalmente, se exponen las conclusiones más importantes del trabajo y se proponen futuras líneas de investigación con el objeto de confirmar los resultados obtenidos en el presente estudio.

2. MARCO TEÓRICO

En primer lugar se repasan los métodos para poder valorar y estudiar los activos de los mercados de capitales y los estadísticos usados para el análisis de las series históricas de estos activos y carteras de renta variable: rentabilidad y riesgo. Posteriormente, se detallan las características de los distintos tipos de eficiencia que se pueden dar en un mercado de capitales, siendo este aspecto determinante para el estudio que se realiza. Se continua el marco teórico exponiendo la Teoría de Markowitz (1952) indicando, sus objetivos, las hipótesis de las que parte y sus limitaciones. Por último, se procede a formular el modelo de mercado de Sharpe (1963), el cual establece la relación entre el rendimiento de un título con el rendimiento del mercado y se detalla como separar el riesgo global de un título en dos componentes.

2.1 TEORÍA DE VALORACIÓN DE LOS ACTIVOS DE RENTA VARIABLE

Se llaman activos de renta variable a los valores que no garantizan la obtención de un rendimiento en concreto, generando estos rendimientos en función de la evolución de la empresa¹. En este caso los títulos que conforman la muestra utilizada en la parte empírica del trabajo se corresponden con activos de renta variable que forman parte del mercado de capitales organizado². Estos valores, que componen el índice EUROSTOXX50, se negocian en el mercado secundario³ de manera que la exposición

¹ La forma tradicional de adquirir derechos para la obtención de estos beneficios es con la compra de acciones de las empresas, que son partes alícuotas de su capital.

² Es aquel en el que sus productos o contratos son estándares, además existe una cámara de compensación que supervisa las operaciones realizadas fijando un depósito a las partes si es necesario y garantizando que siempre se cumpla el contrato.

³ En el mercado primario las empresas emiten las acciones, obligaciones, etc. El mercado secundario es un mercado organizado de gran liquidez, donde se puede comprar o vender el valor al momento con total transparencia.

al riesgo viene representada por los cambios en los precios. La *teoría de la eficiencia*, que se abordará en el segundo punto de este marco teórico, defiende que estas series de precios tienen un comportamiento aleatorio, reflejando en los precios toda la información disponible. Esto da validez a la aplicación de los estadísticos (que son detallados a continuación, para evaluar riesgo, rendimiento y los ratios de performance) a una serie temporal formada a partir de los precios de cierre de las empresas.

Se define el *riesgo* como: “la probabilidad de que el resultado de una operación sea diferente a la que ha sido prevista inicialmente”, y esto es debido a que hay variables que no es posible conocer con certeza. Las oportunidades de crecimiento y, por tanto, de rendimiento de las empresas están sujetas a estas variables de riesgo, como pueden ser: tipos de interés, riesgo país, nivel de renta de las familias, etc. Debido a esto, si se trata de eliminar el riesgo de la empresa, lo que ocurre es que el rendimiento iría disminuyendo hasta alcanzar la rentabilidad de un activo sin riesgo⁴, por lo tanto, un inversor racional trata de conseguir un equilibrio entre riesgo y rendimiento.

En las inversiones financieras, las rentabilidades son calculadas por periodos pudiendo ser estos: anuales, bimestrales, mensuales, y diarios (por ejemplo, para este estudio se han escogido periodos diarios). La periodicidad de los datos diarios se ha elegido teniendo en cuenta que la principal utilidad y también el riesgo de la inversión vienen determinados por los cambios en estos precios, por lo que al usar una serie

⁴ Normalmente, se considera como activo sin riesgo a las letras o bonos del estado, de un país que tengan una calificación alta, la clasificación máxima es AAA, en la actualidad según S&P tiene esta clasificación Alemania, mientras que, por ejemplo, el bono español tiene una clasificación de BBB.

temporal⁵ con datos diarios, se tienen garantías de que éstos se actualizan constantemente.

A continuación se expone la fórmula a aplicar para calcular la serie temporal de las rentabilidades de un título de renta variable a partir de los precios de cierre:

$$R_{jt} = \left(P_{jt} - P_{j,t-1} + D_{jt} + S_{jt} \right) / P_{j,t-1} \quad (1)$$

Donde:

R_{jt} → Rentabilidad del título j en el momento t

P_{jt} → Valor de Mercado del título j en el momento t

$P_{j,t-1}$ → Valor de Mercado del título j en el momento t-1

D_{jt} → Dividendos del título j que se han devengado en t

S_{jt} → Derechos de suscripción

Aplicando esta fórmula para cada periodo se obtiene un índice de rentabilidad concatenado, que, al estar ordenado por periodos, forma una serie temporal sobre la que se pueden aplicar las técnicas estadísticas. Para poder aplicar los métodos estadísticos, estas series temporales han de seguir una distribución normal, no obstante, como indica, Piñeiro y De llano (2009), si se trabaja con muestras lo suficientemente largas se puede asumir ésta por la ley de los grandes números.

⁵ Secuencia de observaciones ordenada, cada una asociada a un momento en el tiempo.

Además estas series temporales de rendimientos diarios son aleatorias, ya que se han construido a partir de los precios de los activos que por la teoría de la eficiencia son aleatorios, cuestión que es contrastada y confirmada en, Piñeiro y De Llano (2009), mediante la aplicación del contraste de rachas a una serie de precios y rendimientos del IBEX35 comprendidos entre (01/2000-06/2003).

Según, Piñeiro y De Llano (2010), si el lapso entre dos observaciones es infinitesimal⁶, se puede simplificar el cálculo del rendimiento, ya que, los rendimientos definen una tasa geométrica. Partiendo ya de que los dividendos y los derechos de suscripción⁷ están descontados de los precios de los activos de renta variable, se puede calcular el rendimiento, mediante el logaritmo natural del cociente del precio en t y el precio en t-1.

$$R_{jt} = \ln\left(\frac{P_{jt}}{P_{t-1}}\right) \quad (2)$$

La rentabilidad es una variable aleatoria temporal, y el riesgo de cualquier inversión depende de su variación en el tiempo, por lo tanto, se puede obtener la rentabilidad media y la desviación típica de la rentabilidad como indicativo del riesgo del activo.

⁶ En el caso de este estudio las observaciones son diarias, por lo tanto, se considera que el lapso entre las observaciones es infinitesimal.

⁷ Los dividendos son la forma de retribuir a los accionistas. En el momento que se reparte el dividendo, el valor de la empresa es distinto, al igual que los splits, que pueden ser ampliaciones de capital o reducciones, por lo tanto, es necesario trabajar con datos que tengan descontados estos valores.

$$\mu_j = \sum R_{jt} / n \quad (3)$$

$$\sigma_j = E \left[R_{jt} - \mu_m \right]^2 / n \quad (4)$$

Siendo n el tamaño de la serie.

En el caso de este estudio se trabaja con varios títulos, con lo que, también es necesario medir la relación que hay entre las rentabilidades de los títulos. El estadístico que mide esto es la covarianza, considerando, por ejemplo, el título h y título j, resulta la siguiente expresión:

$$\sigma_{ht} = \frac{\sum [R_{ht} - \mu_h][R_{jt} - \mu_j]}{N} \quad (5)$$

Siendo N el número de observaciones.

Se puede obtener también la relación o dependencia de las rentabilidades de dos títulos a través del coeficiente de correlación, cuya formulación es la siguiente:

$$\rho = \frac{\sigma_{hj}}{\sigma_h \cdot \sigma_j} \quad (6)$$

Uno de los objetivos del análisis financiero es crear oportunidades de inversión, se puede invertir en un activo individual, o bien, se pueden **agrupar varios títulos para**

formar una cartera, lo que se conoce como **diversificación**⁸. Markowitz (Pérez-carballo (2007)), autor premio Nobel que va a ser tratado en el siguiente punto, indica que mediante la diversificación, aún siendo ésta muy básica, se reduce el riesgo; indicando que al combinar solamente dos títulos al 50%, salvo que el valor del coeficiente de correlación entre ellos sea de 1, la suma de sus desviaciones típicas no son aditivas, siendo su desviación típica menor. Por lo tanto, **la diversificación es muy relevante** ya que una cartera de estas características va a tener menos riesgo que el riesgo promedio de las acciones que la componen. En el último punto de este marco teórico se profundizará y se detallará la forma de diversificar correctamente.

Entrando ya en la aplicación de las técnicas estadísticas a la cartera, al igual que una acción, una cartera de inversión también tiene un rendimiento esperado y un riesgo. El cálculo de estos componentes en la cartera de inversión, como conocemos la media y varianza de cada título, es muy sencillo, obteniendo los estadísticos de la cartera que se formulan a continuación:

- el rendimiento esperado de la cartera se calcula mediante:

$$\mu_c = \sum_{h=1}^N \mu_h \cdot \chi_h \quad (7)$$

Donde,

⁸ No poner todos los huevos en la misma cesta. El precursor de la diversificación fue DANIEL BERNOUILLI (PEREZ-CARBALLO, J (2007)), matemático, estadístico y médico, quién en 1738 argumentó que era conveniente "... dividir los bienes expuestos a algún riesgo en varias porciones, en lugar de arriesgarlos juntos".

X_h es el porcentaje del título h, el cual va cambiando, y,

μ_h es el rendimiento medio del título h.

- De igual forma, se obtiene la varianza de la cartera:

$$\sigma_c^2 = \sum \sum X_h \cdot X_j \cdot \sigma_{hj} \quad (8)$$

Donde,

σ_{hj} es la covarianza de los rendimientos de los títulos.

Para que estas medidas sean válidas, se tiene que cumplir que la variable resultante de la suma de las variables aleatorias de los títulos individuales usadas para la formación de la cartera, han de seguir una distribución Normal o Gaussiana, según, Lagoa (2007), esto debe de ser siempre contrastado ya que en otro caso los estadísticos obtenidos no son validos. En todo caso, si las variables aleatorias independientes están distribuidas en periodos temporales iguales con esperanza matemática μ y varianza σ^2 , el teorema central del límite garantiza que la distribución que siguen es normal.

Para concluir este punto es necesario comparar el riesgo con la rentabilidad como índice, Lagoa (2007): *“El estudio de los precios y el análisis de la evolución de los precios y de las rentabilidades de los activos financieros no tendría sentido si no se hiciera relacionándolo con los riesgos soportados para la consecución de dichos*

rendimientos”. Para medir esto, se dispone de lo que se llama **ratios de rentabilidad ajustada al riesgo o medidas performance**, que se detallan a continuación:

1. Índice de Sharpe;

Este ratio ha sido creado por William Sharpe en 1966, también se denomina como ratio premio-variabilidad. Se define este índice como la relación entre el riesgo de una acción o fondo de inversión, medida por su desviación típica, y la diferencia de rentabilidad media entre el activo o fondo a estudiar y el activo sin riesgo. De esta forma se obtiene el beneficio por unidad de riesgo.

Se obtiene la siguiente formulación:

$$S_c = (\mu_c - \mu_f) / \sigma_c \quad (9)$$

Donde, μ_c es la rentabilidad anual media del fondo o activo a analizar, μ_f es la rentabilidad anual media del activo sin riesgo y, por último, σ_c es el riesgo del fondo o activo medido por la desviación típica media anual de los rendimientos.

En cuanto a los valores en los que se puede mantener este ratio, tenemos que:

- si es negativo, nos indica que el rendimiento del activo es inferior al del activo sin riesgo,

- un valor menor a uno nos indica que el riesgo asumido es mayor al riesgo,
- si tenemos un valor del índice mayor a uno nos indica que el beneficio es mayor al riesgo.

2. Índice de Treynor

Creado por Jack Treynor en 1996, este ratio mide la relación entre el riesgo y la diferencia del rendimiento del activo con el rendimiento del activo sin riesgo y el riesgo del activo o fondo, pero esta vez, a diferencia del anterior ratio, el riesgo está definido por β que representa el riesgo sistemático. En el último punto, se estudiará el riesgo sistemático representado por β , que se define como la volatilidad del título con respecto al mercado.

$$T_c = (\mu_c - \mu_f) / \beta_c \quad (10)$$

La interpretación de los valores del ratio es la misma que la de Sharpe, usándose este ratio cuando el gestor de la cartera o fondo ha eliminado, mediante la diversificación, el riesgo específico.

3. Alfa de Jensen

Este índice fue presentado por el autor Michael Jensen en 1968, el índice nos da la diferencia entre la rentabilidad esperada a partir del riesgo sistemático asumido y la que realmente se ha obtenido.

Su formulación es la siguiente:

$$J_c = [\mu_c - \mu_f] - [(\mu_M - \mu_f) \beta_c] \quad (11)$$

Donde μ_c es la rentabilidad media de la cartera o activo a analizar, μ_f la rentabilidad media del activo libre de riesgo, μ_M es la rentabilidad media del mercado al que pertenece el activo o el fondo y, por último, β_c se define como la volatilidad del título con respecto al mercado.

2.2 EFICIENCIA DE LOS MERCADOS DE CAPITALLES.

Para aplicar los métodos del apartado anterior y que tengan validez, se ha de cumplir que los precios de los activos deben de reflejar toda la información disponible (la serie de rendimientos que se analizan se forman a partir de los precios), ajustándose, rápidamente, a los cambios que puedan ocurrir. Esto sólo ocurre si el mercado es eficiente.

Para estudiar la eficiencia del mercado de capitales, se va a introducir primero el concepto de **mercado perfecto**. En el funcionamiento de un mercado, para que pueda considerarse perfecto, deben de cumplirse una serie de condiciones:

- No existir costes de transacción, pudiéndose mover libremente los recursos siendo estos divisibles, además, no existen impuestos.
- Existen bienes que pueden sustituir a otros perfectamente, habiendo infinidad tanto de compradores como vendedores.
- Por último, hay eficiencia de información, todo el mundo tiene la misma información y es gratuita.

Estas condiciones nunca se cumplen en la realidad en ningún mercado y tampoco en el mercado de capitales. Por este motivo se aplica una condición menos restrictiva, lo que llamamos mercados eficientes.

Según Fama (1970), un **mercado es eficiente cuando los precios reflejan toda la información disponible, y en este caso, se podrán usar estos precios para asignar los recursos**. Para que esto ocurra, tienen que cumplirse unas características:

- No deben de existir costes transacción,
- toda la información debe de ser publica pudiendo ser usada libremente, y,
- debe de existir un acuerdo entre las implicaciones que la información tiene sobre los precios actuales y en los del futuro.

En los *mercados de capitales* existirán inversiones con diferentes rentabilidades en función del nivel de riesgo que soportan y mediante la ley de la oferta y la demanda se llegará a un punto de equilibrio mediante el cual se fijará el precio. Para que los mercados de capitales fluyan correctamente, es necesario que los precios de los valores reflejen toda la información disponible.

La totalidad de las características del concepto teórico de eficiencia nunca se va a dar en ningún mercado de capitales, donde por ejemplo existen costes de transacción, aunque no se cumplan todas estas características exactamente, se puede dar igualmente la eficiencia, ya que hay varios niveles. Según Roberts (Gómez-Bezares, 2000), hay tres tipos de eficiencia:

- *Eficiencia débil*, en donde los precios reflejan toda la información histórica, por lo tanto, la información histórica no es útil para batir el mercado,
- *eficiencia semifuerte*, donde el precio refleja toda la información pública, por lo que mediante los análisis de especialistas, prensa especializada etc., no es posible batir al mercado, salvo con información privilegiada y,
- *eficiencia fuerte*, en donde no se puede obtener beneficio con ningún tipo de información, ya que, los precios reflejan toda la información, publica y privilegiada, si la hubiese.

Se puede indicar que cuando el mercado es eficiente, en ningún caso es posible obtener rentabilidades superiores al mercado mediante información, porque ésta ya está contenida en los precios.

En el caso de la **eficiencia débil**, se asume que el mercado no tiene memoria con lo que con los precios históricos no se pueden predecir los futuros, ya que, el arbitraje⁹ corregiría rápidamente cualquier precio, invalidando de esta forma el análisis técnico.

Reinganum (Gómez-Bezares, 2000) detectó una serie de comportamientos estacionales, como pueden ser: el efecto fin de semana, efecto apertura y cierre, efecto enero, que no son compatibles con la eficiencia. Estos patrones, en todo caso, son absorbidos rápidamente por el mercado.

En cuanto a la **eficiencia semifuerte**, indica que toda la información pública está contenida en los precios, con lo que de darse, no se pueden obtener beneficios superiores al mercado, ya que, estudios empíricos demuestran que la información pública es asimilada muy rápidamente por el mercado, con lo que no nos podríamos aprovechar de dicha información, invalidando de esta forma al análisis fundamental.

La **eficiencia fuerte** es rechazada, ya que el uso de información privilegiada es ilegal, aunque su uso provoca rendimientos anormales, por ejemplo, un alto directivo de una empresa se puede aprovechar de la información que tiene y obtener beneficios.

⁹ El arbitraje es obtener beneficio sin asumir ningún riesgo, por ejemplo, detectando diferencias en los precios de un mismo activo en diferentes mercados.

La mayor prueba que tenemos para demostrar que el mercado es eficiente está en la enorme dificultad que tienen los gestores profesionales en batir el mercado o conseguir resultados superiores al índice. Según, Malkiel (Pérez-Carballo 2007), solamente un tercio de estos gestores logran un resultado mayor al obtenido por el índice general. Este autor también indica que si descontamos los elevados costes de transacción y gestión del resultado del fondo positivo, finalmente, se obtiene un resultado comparable a los que se obtienen mediante la gestión pasiva¹⁰.

2.3 EL MODELO DE MARKOWITZ.

2.3.1 Formulación del modelo.

Harry Markowitz publicó en 1952 el artículo “portafolio selection” en el que planteaba la conducta racional del inversor, desarrollando posteriormente su teoría en el libro “*Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*”. Se considera que el inversor es un sujeto con aversión al riesgo, el cual desea una tasa de rentabilidad lo más elevada posible y un riesgo lo más reducido posible.

El modelo se puede formular de dos formas diferentes:

- Minimizando el riesgo de la cartera, sujeto a distintos niveles de rendimiento, obteniendo la siguiente expresión:

¹⁰ Consiste en que, como no es posible batir al mercado buscando incoherencias en los precios, se busca una cartera que replique al mercado, buscando una rentabilidad concreta en un periodo de tiempo. Es la estrategia que se puede usar cuando se supone una eficiencia media del mercado.

MINIMIZAR (14)

$$\sigma_c^2(Rp) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_{jk} \cdot x_j \cdot x_k$$

Sujeto a:

$$\mu_c^*(Rp) = \sum_{j=1}^N \mu_j \cdot x_j$$

$$\sum X_j \geq 1$$

- También se formula maximizando el rendimiento, sujeto a un nivel determinado de riesgo. Se obtiene la siguiente expresión:

MAXIMIZAR (15)

$$\mu_c^*(Rp) = \sum_{j=1}^N \mu_j \cdot x_j$$

Sujeto a:

$$\sigma_c^2(Rp) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_{jk} \cdot x_j \cdot x_k$$

$$\sum X_j \geq 1$$

La suma de los títulos debe de sumar 1 y todos los porcentajes de los títulos han de ser positivos.

Las hipótesis del modelo son las siguientes:

1.- El rendimiento de un título se mide por su esperanza matemática y es una variable aleatoria de carácter subjetivo que sigue una distribución normal, por lo tanto, la media matemática es la medida adecuada del rendimiento.

2.- El riesgo, variabilidad o dispersión del rendimiento se mide por la desviación típica.

3.- La conducta del inversor le lleva a preferir aquellas carteras con una mayor rentabilidad y menor riesgo, con lo que la función de utilidad depende de los dos conceptos.

4.- Los activos se pueden dividir, además el mercado es eficiente y suponemos que no existen impuestos ni costes de transacción.

El objetivo del modelo es **obtener mediante su formulación las mejores carteras posibles de entre todas las posibilidades de combinación**, siguiendo las anteriores hipótesis.

2.3.2 Desarrollo del modelo.

En la **primera fase del modelo de Markowitz**, a partir de los rendimientos obtenidos de la serie de precios, se deducen los parámetros de rentabilidad y riesgo de cada título.

En la **segunda fase del modelo de Markowitz**, se determinan los parámetros estadísticos de la cartera en función de los títulos. La formulación del modelo, como se ha indicado en el apartado anterior, puede ser de dos formas:

- **Minimizando la varianza de la cartera, sujeta a un nivel determinado de rentabilidad.**

De esta forma para un rendimiento determinado, siempre acotado entre los valores máximos y mínimos del conjunto de valores de nuestra cartera, obtenemos la combinación de los títulos para que la varianza sea mínima. Esta combinación, que se obtiene, es la cartera eficiente para ese nivel de riesgo.

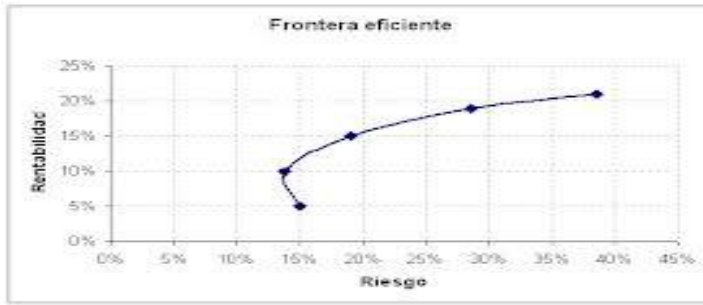
- El modelo también se puede formular **maximizando la rentabilidad sujeto a un nivel determinado de riesgo.**

De esta forma, solucionando el modelo de Markowitz, para un nivel de varianza se obtiene la combinación de títulos para que la rentabilidad sea la mayor posible, es decir, la cartera eficiente para ese nivel de varianza.

Todo esto se calcula teniendo en cuenta las restricciones presupuestarias: no puede existir ningún valor negativo, no existen impuestos ni costes de transacción.

Las carteras preferidas por los inversores se situarán en la frontera superior izquierda, ya que, son las que tienen una mayor rentabilidad media para cada nivel de riesgo y un riesgo menor para una determinada rentabilidad media.

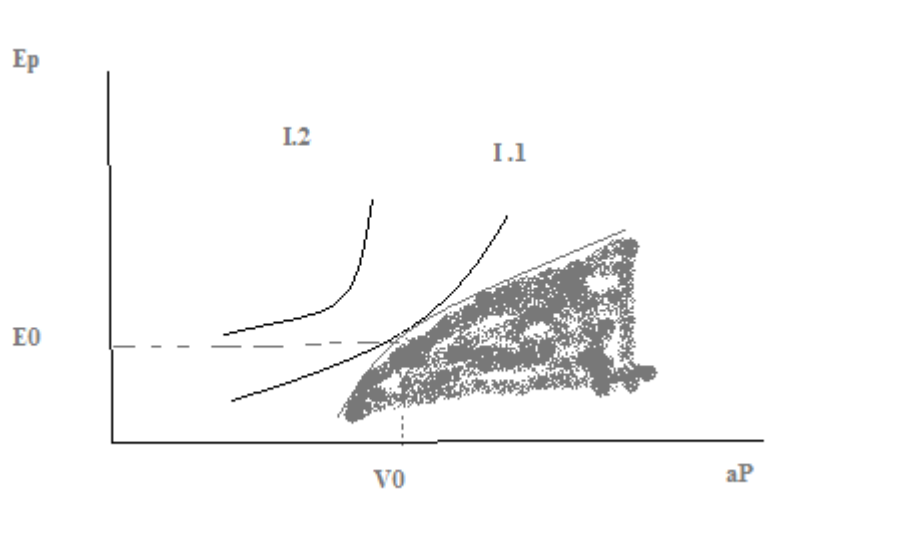
Gráfico 1. Frontera de carteras eficiente



Fuente: Referencia Web, www.fondoscotizados.com

En la **tercera fase del modelo de Markowitz**, los inversores al comportarse de una forma racional van a elegir siempre una cartera en la frontera eficiente. En esta frontera, objetivamente, todas la carteras son indiferentes con lo que la única razón para elegir una u otra son las preferencias individuales de cada inversor, que vienen representadas por la curvas de indiferencia.

Gráfico 2: Cartera optima, formada por la intersección de la curva de indiferencia con la frontera de carteras de Markowitz.



Fuente: Referencia Web. www.elblogsalmon.com

Siendo $I.2$ y $I.1$ las curvas de indiferencia de cada inversor, el punto de tangencia donde se toca la curva de inferencia y la frontera de carteras eficientes ($E0$, VP) es la **cartera óptima** para ese inversor. La determinación de la cartera óptima exige que el inversor nos especifique su función de utilidad¹¹.

2.3.3 Limitaciones del modelo de Markowitz.

El modelo de Markowitz no ha sido muy usado por los gestores de carteras, principalmente por la complejidad de los cálculos al introducir muchos valores. La resolución del modelo cuadrático paramétrico, que hoy se resuelve mediante la hoja de cálculo, era antiguamente mas complicada de resolver matemáticamente, además, el cálculo de la matriz de varianzas-covarianzas nos limita el número de títulos que podemos utilizar.

El modelo tiene las siguientes hipótesis restrictivas:

- No tiene en cuenta los costes de transacción, ni tampoco los impuestos,
- considera que los títulos son perfectamente divisibles, cuando la realidad es que una acción tiene un valor nominal y no la podemos dividir, lo que puede provocar que no podamos replicar exactamente los porcentajes de inversión de cada título y , por último,
- no nos da ninguna indicación para poder calcular la función de utilidad de cada inversor para saber cuál es su cartera óptima dentro de las eficientes.

¹¹ La utilidad es la satisfacción de una persona a consumir un bien o servicio, la función de utilidad le da valores, creando las curvas de indiferencia del consumidor o usuario.

Iglesias (1998), hace un repaso de las hipótesis restrictivas indicando finalmente que en parte se pueden solucionar introduciendo nuevas restricciones en el modelo; además, indica que aunque se apoye en hipótesis limitadas lo importante es que funciona bien en la práctica.

2.4 EL MODELO DE MERCADO DE SHARPE.

El modelo de William Sharpe se considera uno de los más importantes en las inversiones financieras, tras el modelo de Markowitz. Tal como se ha comentado anteriormente, un problema de la teoría de Markowitz es la carga de cálculo de la matriz de varianzas-covarianzas, por lo que, Sharpe (1963) lo simplifica con la presunción de que existe una relación entre el rendimiento de las acciones y el rendimiento del mercado, siendo esta relación lineal y simple¹². Sharpe formuló su modelo basándose en que los rendimientos de los activos pueden calcularse en base a su relación con el rendimiento del mercado.

Mediante la formulación de la teoría de Sharpe se obtiene la siguiente expresión:

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j * R_{mt} + \varepsilon_t \quad (16)$$

$$E[R_{jt}] = \mu_j = \alpha_j + \beta_j * \mu_m;$$

$$\begin{aligned} \sigma_j^2 &= E[R_{jt} - \mu_m]^2 = E[\alpha_j + \beta_j * R_{mt} + \varepsilon_t - (\alpha_j + \beta_j * \mu_m)]^2 = \\ &= E[\beta_j * R_{mt} + \varepsilon_t - \beta_j * \mu_m]^2 = \beta_j^2 * E[R_{jt} - \mu_m]^2 + E[\varepsilon_{jt}]^2 = \beta_j^2 * \sigma_m^2 + \sigma_{ej}^2 \end{aligned} \quad (17)$$

¹² Recibe este nombre porque la relación se mantiene estable en todo el periodo a estudiar y es simple ya que solamente tiene una variable explicativa.

Hasta este momento, con los métodos anteriores, se calculaba el riesgo de un título solamente en función de su serie histórica. Mediante el modelo de mercado de Sharpe se mide el riesgo en relación al mercado en su conjunto, pudiendo dividir, como se puede ver en la fórmula 17, el riesgo total en dos componentes.

El componente σ_{ej}^2 es definido, como el **riesgo específico** de cada título que puede ser eliminado mediante la diversificación.

Se define $\beta_j = \frac{\sigma_{jm}}{\sigma_m^2}$ como el coeficiente de volatilidad, siendo la pendiente de la recta que relaciona la rentabilidad del activo j con la rentabilidad del mercado general y que es el **riesgo sistemático**. Se interpreta β como la **sensibilidad de la rentabilidad de un activo respecto a la rentabilidad de la cartera de mercado**, indicando como varía el rendimiento del activo a estudiar en relación al mercado del que forme parte.

En cuanto a los valores obtenidos de β se pueden interpretar, mediante los siguientes parámetros:

- Los activos con $\beta > 1$ son los activos más agresivos y los que varían más en relación al movimiento del mercado, son los de mayor riesgo sistemático.
- Los activos con $\beta = 1$ varían igual al mercado.
- Los activos con $\beta < 1$, son los que tienen un riesgo sistemático menor, por tanto, son los que menos varían en relación al movimiento del mercado.

Mediante el modelo de mercado, $R_{jt} = \alpha_j + \beta_j * R_{mt} + \varepsilon_t$, se puede obtener las α y β de cada título. Alfa indica el rendimiento medio del título cuando el mercado no varía, mientras que el coeficiente Beta indica la variación del rendimiento del título cuando el mercado varía.

La **utilidad práctica** de las β puede ser para predecir rendimientos futuros a través del modelo de mercado o para gestionar el riesgo de la cartera, ya que la β mide el riesgo que no puede ser eliminado mediante la diversificación, por lo tanto, se debe de tener muy en cuenta en la formación de una cartera de inversión.

En cuanto a los títulos necesarios para una correcta diversificación, Rodríguez (2012), indica que los mayores efectos de la diversificación son producidos por un número limitado de títulos, indicando que con 10 o 15 títulos ya se consigue la mayor parte de reducción de la desviación típica, siendo a partir de ahí, muy marginal la reducción de la desviación típica incorporando nuevos valores.

Mediante las β se puede calcular probabilísticamente cuál es el grado de riesgo al que está expuesta la cartera, esto es necesario debido a que no se conoce como van a variar los rendimientos de los activos. Según Fernández (1999) las β son estables para periodos iguales, es decir, la beta de 5 años debería mantenerse estable en periodos de 5 años, con lo que el rendimiento futuro del mercado y el rendimiento futuro de nuestra cartera deberían tener una relación aproximada a la inicial.

A efectos prácticos, al aplicar estos conceptos teóricos en los mercados, las betas nos proporcionan una aproximación para medir el riesgo sistemático. La ventaja de usar las betas como medida de gestión de riesgo es que permiten gestionar de forma rápida carteras con cientos de valores, sin tener un conocimiento específico de cada empresa en concreto, y debido a esto, los costes de aplicación son muy reducidos.

3. PARTE EMPIRICA

El *objetivo principal* del trabajo es **construir la frontera de carteras eficientes de Markowitz**, formada por una selección de los títulos (entre todos los que conforman el EUROSTOXX50), buscando que las carteras batan al índice EUROSTOXX50 que representa al mercado. Otro objetivo es **estudiar el comportamiento de los distintos valores y sus sectores** con un **análisis descriptivo** de los activos del EUROSTOXX50, a partir de un conjunto de series temporales formadas por los rendimientos de los activos del EUROSTOXX50 y del índice. Teniendo en cuenta los valores obtenidos y mediante la aplicación de la teoría de carteras, concretamente el modelo de Markowitz (1952) y el modelo de Sharpe (1963) se obtienen el conjunto de carteras. Los periodos que comprenden las series temporales son 5 años del 30 de mayo de 2008 al 30 de mayo de 2013, fecha en la que se comienza el estudio.

Se comienza en el primer punto de esta parte del trabajo con una explicación de los datos que se han utilizado y las fuentes que se han sido necesarias para su obtención, pasando en el siguiente punto a detallar la metodología que se ha usado, y posteriormente, en los tres siguientes puntos, se desarrolla propiamente el estudio empírico. Para el estudio empírico, en primer lugar, se hace análisis descriptivo por sectores de la rentabilidad y del riesgo de las series temporales, posteriormente, se introduce el modelo de Sharpe, que permite separar el riesgo en 2 componentes: Riesgo sistemático y específico, siendo el primero el relevante ya que no puede ser eliminado mediante la diversificación. Mediante la relación entre los valores de rentabilidad obtenidos y los valores del riesgo sistemático (variante del ratio de Treynor), se obtiene

una preselección de 18 valores que van a formar parte de la cartera. A partir de esos 18 valores y atendiendo a su correlación son elegidos 10 valores (cantidad suficiente para disminuir el riesgo específico mediante la diversificación) lo que mediante la aplicación de la teoría de Markowitz permite obtener el conjunto de carteras eficientes.

3.1 BASE DE DATOS O MUESTRA UTILIZADA PARA EL ESTUDIO.

Los datos que se han usado para el estudio son 51 series temporales¹³ formadas por los precios de cierre del índice EUROSTOXX 50¹⁴ y de las 50 empresas que componen el índice. Las series de precios son diarias y el periodo de la muestra abarca del 30/05/2008 al 30/05/2013 (fecha en la que se comienza este estudio). El periodo de la muestra que se ha elegido son 5 años ya que nos parece un periodo suficiente para que los datos obtenidos tengan validez y sean representativos. Este período abarca el comienzo de la crisis del 2008 donde hubo una enorme bajada en los precios y también el periodo a partir del año 2009 donde el mercado no tiene una tendencia clara. Los datos diarios obtenidos tienen ya descontados dividendos y splits ya que de otra forma, no es posible aplicar correctamente los métodos estadísticos a las series históricas. Las series se han obtenido de diferentes fuentes de acceso libre. Más concretamente, en el caso de las acciones, se han descargado los datos de la Web www.infomercados.es, en la que figuran los datos de los 3 últimos años completos y para los 2 años restantes se ha hecho una recopilación de varios sitios Web: www.economista.com, www.infobolsa.es,

¹³ Secuencia ordenada de observaciones asociada cada una a un momento en el tiempo.

¹⁴ Creado por Stoxx limited el 26 de febrero de 1998 mediante una alianza entre las empresas Dow Jones & Company, Deutsche Börse y SWX Swiss Exchange.

www.invertia.es. En el caso del índice, se han descargado de la página oficial www.stoxx.es¹⁵.

Se ha elegido el índice EUROSTOXX 50, ya que está compuesto por las 50 empresas más importantes de la zona euro, las llamadas blue chips¹⁶, que cualquier inversor del mercado de capitales, sea particular o empresa, va tener en cuenta para realizar sus inversiones. Los valores forman parte de 12 países de la zona euro, Austria, Bélgica, Finlandia, Francia, Alemania, Grecia, Irlanda, Italia, Luxemburgo, Países Bajos, Portugal y España.

El EUROSTOXX50 es un índice ponderado por capitalización bursátil¹⁷, es decir, no todas las empresas tienen el mismo peso, siendo del 10% la ponderación del valor con más peso. Esto es relevante ya que de esta forma hay valores que influyen más que otros en la variación del índice. Se puede afirmar que la muestra seleccionada para el estudio es una muestra suficientemente grande para que estén representados los sectores fundamentales de la economía. A continuación, se indican las empresas, las cuales componen el índice en el momento del estudio¹⁸, que forman parte de cada uno de los sectores. La clasificación por sectores es la siguiente:

- Materiales básicos industria y construcción (7 empresas)

¹⁵ Hay que resaltar la gran dificultad de obtener datos diarios fiables, ya que normalmente faltan periodos o están los datos incorrectos. En la página oficial www.stoxx.es, sólo es posible descargar libremente los datos del índice, no ocurriendo así con los valores.

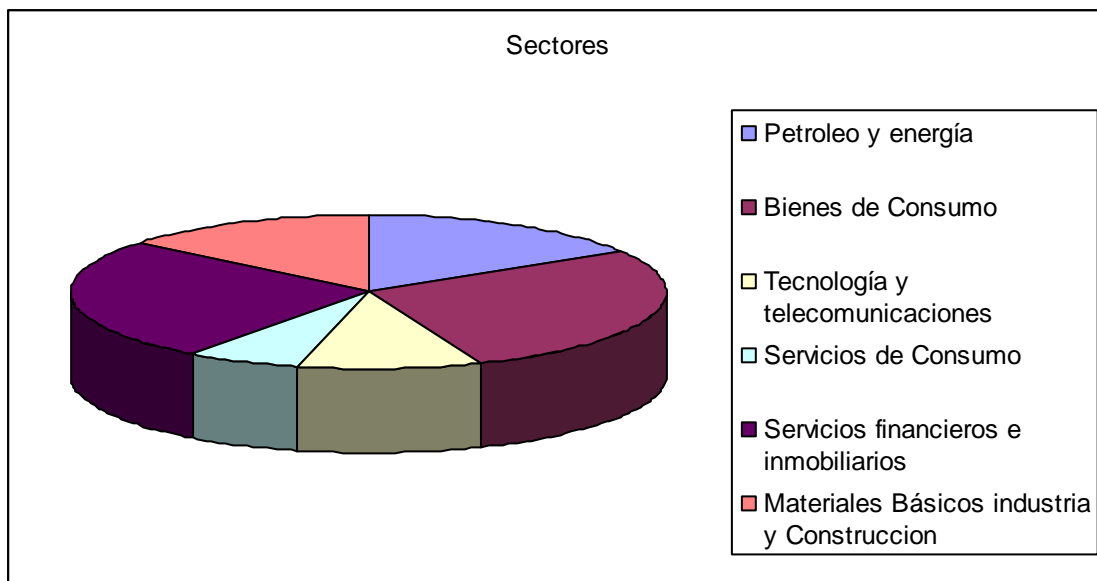
¹⁶ Valores normalmente poco volátiles, de gran liquidez y fuerte capitalización bursátil.

¹⁷ Al igual que el IBEX 35 y al contrario, por ejemplo, del índice DOW JONES donde todas las compañías ponderan igual

¹⁸ Se hace una revisión trimestral pudiendo salir y entrar nuevos valores, la última variación se ha producido el 18 de marzo de 2013, entrando la sociedad EADS y saliendo NOKIA.

- Servicios financieros e inmobiliarios (13 empresas)
- Bienes de consumo (14 empresas)
- Tecnología y telecomunicaciones (5 empresas)
- Petróleo y energía (8 empresas)
- Servicios de consumo (3 empresas)

GRÁFICO 3. Sectores que componen el EUROSTOXX50



Fuente: Elaboración propia a partir de datos www.stoxx.com.

3.2 METODOLOGÍA EMPLEADA.

Como hemos indicado anteriormente el objetivo final del trabajo es la selección de entre todos los títulos que forman el EUROSTOXX 50, un conjunto de títulos que van a formar parte de la frontera de carteras eficientes, de forma que el inversor puede elegir según su función de utilidad¹⁹ la cartera mejor para sus preferencias considerando que es un inversor racional, es decir, siempre busca la máxima rentabilidad y el mínimo

¹⁹ Función que mide la satisfacción del sujeto económico obtenida al consumir un bien.

riesgo. Se buscará que esta cartera ofrezca mejores valores de performance que el índice general del EUROSTOXX50, el cual se considera que representa al mercado.

En la gestión y posterior formación de carteras existen dos métodos como indica Gómez-bezares (2000), uno es el de gestión activa y otro el de gestión pasiva. ¿Por qué elegir un método de gestión pasiva y no de gestión activa para gestionar nuestra cartera? Este es un tema muy discutido entre los gestores y analistas de los fondos de inversión. Las características de los dos tipos de gestión son las siguientes:

- En la *gestión activa*, el inversor básicamente supone que el mercado no es eficiente por lo que trata de buscar, mediante multitud de métodos (análisis técnico, análisis fundamental, etc.), valores que estén infravalorados o sobrevalorados para anticiparse a los movimientos del mercado y así obtener beneficios.
- En la *gestión pasiva*, se considera que el mercado tiene al menos una eficiencia media, por lo que los precios reflejan toda la información. En este tipo de gestión se puede hacer de varias formas una de ellas es siguiendo una cartera de referencia que refleje los movimientos del mercado tratando de igualar o mejorar los valores de performance del índice de referencia.

En el trabajo primero se hace un análisis descriptivo de los valores y del índice y, después aplicando la teoría de carteras de Markowitz y el modelo de mercado de Sharpe, se busca obtener una cartera que consiga batir al mercado teórico de referencia

formado por el índice EUROSTOXX50. Con la gestión activa, batir al mercado no es posible, ya que como demuestran diversos estudios empíricos (a los que hemos hecho referencia en la parte teórica) el mercado es eficiente debido a que la información pública es asimilada muy rápidamente por el mercado, con lo que no podemos aprovecharnos de ella.

El motivo para trabajar con datos diarios y no otro ámbito temporal, es que como los precios reflejan toda la información relevante necesaria para el inversor, se considera muy importante que esta información se actualice constantemente como ocurre utilizando esta periodicidad en los datos.

A partir de la serie histórica de precios de cierre diarios del EUROSTOXX50, que ya tienen descontados dividendos y splits²⁰, calculamos los rendimientos de la totalidad de los activos que componen el EUROSTOXX50 (podemos ver la composición del EUROSTOXX50 en el anexo I). Los rendimientos o rentabilidades se han calculado a través de $R_{jt} = \ln\left(\frac{P_{jt}}{P_{t-1}}\right)$, obteniendo de esta forma las rentabilidades diarias de los activos en los últimos 5 años para los 50 valores.

Partiendo de los rendimientos obtenidos, se calculan para el índice EUROSTOXX50 y sus componentes las rentabilidades de los activos así como su riesgo total que medimos por la desviación típica de los rendimientos en diferentes

²⁰ Se denomina de esta forma a las ampliaciones o reducciones de capital.

periodos, en concreto en los últimos 5 años (anexo: tabla III), 4 años (anexo: tabla IV), 3 años (anexo: tabla V), 2 años (anexo: tabla VI) y en el último año (anexo: tabla VII).

A continuación, en el tercer punto de esta parte del trabajo, se acomete un análisis descriptivo de los rangos de rentabilidad en los que se mueven los diferentes títulos, y a partir de esta información, aplicando los métodos estadísticos, podemos conocer los rangos más probables en los que se van a mantener los diferentes activos. En este punto, también se analiza en profundidad el riesgo de los activos del EUROSTOXX50, definido éste, como la variación de los rendimientos de los activos, y que podemos estimar mediante la desviación típica. Por último, se hace referencia a la capacidad predictiva de los estadísticos anteriores, ya que es conveniente tener estos datos para poder elegir los valores de la cartera.

Posteriormente, en el cuarto punto, se aplica el modelo de Sharpe a las series temporales, lo que nos permite separar el riesgo en dos componentes: el sistemático y el específico. Esto es necesario para poder gestionar correctamente la cartera; en una primera parte, se formula y se resuelve el modelo, pasando a la segunda parte donde se estudia el riesgo sistemático medido por las β de los sectores y en diferentes horizontes temporales. Para su análisis se separan la totalidad de los títulos por sectores para verificar cuáles se comportan mejor y además suavizar la variación específica que algún título pueda haber tenido. Para finalizar, se realiza un análisis de la relación rentabilidad-riesgo de los distintos activos.

En el último punto, se va a formar una frontera de carteras eficientes (partiendo del total de la muestra seleccionada), con el fin de obtener **mejor resultado que el mercado de referencia representado por los valores del EUROSTOXX50**. Se hace una preselección analizando los datos históricos de los últimos 5 años, en concreto, se buscan las empresas que mejor se han comportado en relación a la rentabilidad/riesgo obteniendo 18 empresas.

Con el fin de simplificar los cálculos y además comprobar la importancia de la correcta diversificación se seleccionaron 10 títulos teniendo en cuenta la correlación obteniendo mediante la aplicación del modelo de Markowitz a estos 10 valores (cantidad suficiente de títulos como se indica en la parte teórica) la frontera de carteras eficientes, en la que cualquier inversor racional y adverso al riesgo se va a situar, eligiendo una cartera u otra de la frontera de carteras eficientes dependiendo de su función de utilidad.

3.3 ESTUDIO DESCRIPTIVO DE LAS SERIES DE RENDIMIENTOS DE LAS ACCIONES.

En esta parte del trabajo, vamos a acometer un análisis descriptivo del índice y de sus valores, ya que es el primer paso necesario para la selección de los valores que van a formar parte de la cartera, además de uno de los objetivos del estudio.

Para hacer el análisis descriptivo, vamos a tomar como referencia 5 ámbitos temporales diferentes: el periodo de 5 años abarca la totalidad de la muestra, el periodo

de 4 años abarca del 29/05/2009 hasta el 30/05/2013, el periodo de 3 años abarca del 31/05/2010 al 30/05/2013, en el periodo de 2 años tenemos una muestra del 31/05/2011 hasta el 30/05/2013 y, por último, el periodo de un año la muestra empieza el 31/05/2012 y termina el 31/05/2013.

Inicialmente se estudian los estadísticos media y riesgo de todos los valores separados por sectores, y se explica la utilidad predictiva de estos datos.

3.3.1 Análisis del Rendimiento de los activos.

Se ha calculado la rentabilidad diaria de los 50 títulos que componen el EUROSTOXX50 en diferentes periodos de 5 años, 4 años, 3 años, 2 años y un año, obteniendo los resultados que podemos ver en el anexo (Tabla II a la Tabla VII). Los datos se han tomado desde el 30/05/2008 al 31/05/2013.

Los resultados obtenidos se van a analizar por sectores con el objeto de comparar sus comportamientos para diferentes ámbitos temporales.

Tabla 1. Rendimientos del sector **materiales básicos y servicios de la construcción.**

Rendimiento	5 años	4 años	3 años	2 años	1 año
AIR LIQUIDE	0,000043061	0,000414148	0,000288021	0,000103145	0,000172014
ARCELORMITTA	-0,001466320	-0,000837951	-0,001190484	-0,001637468	-0,000574376
BASF SE	-0,000186050	0,000899760	0,000731917	0,000380287	0,001107047
BAYER AG NA	0,000302177	0,000740800	0,000777122	0,000772231	0,001903678
CRH PLC	-0,000301600	-0,000028622	-0,000200620	0,000181963	0,000574156
SAINT GOBAIN	-0,000328325	0,000271040	0,000084469	-0,000558605	0,000537946
VINCI	-0,000145632	0,000145796	0,000098317	-0,000178309	0,000756033
MEDIA	-0,000297527	0,000229282	0,000084106	-0,000133820	0,000639500

EUROSTOXX50	-0,000238683	0,000119669	0,000073020	-0,000031270	0,001055313
-------------	--------------	-------------	-------------	--------------	-------------

Fuente: Elaboración propia

Los rendimientos del sector materiales básicos y servicios de la construcción son negativos a 5 años y a 2 años al igual que el índice EUROSTOXX 50.

Dentro de este sector, tenemos que separar el subsector químico, formado por las empresas AIR LIQUIDE, BAYER AG NA, y BASF, en donde se observa que la rentabilidad a 5 años de las dos primeras empresas ya es positiva, mientras que en caso de BASF todavía no ha alcanzado precios del año 2008, en todo caso, por lo que reflejan los datos, este subsector, tiene un mejor comportamiento que el resto del sector.

La empresa que arroja peor resultado es ACERLOMITTAL, empresa del subsector siderúrgico, dedicada a la producción de acero, pudiendo deducir que sus resultados negativos son debidos a la caída de la demanda del material.

Tabla 2. Rendimientos del sector **servicios financieros e inmobiliarios**.

Rendimiento	5 años	4 años	3 años	2 años	1 año
ALLIANZ SE	-0,000003724	0,000534847	0,000499916	0,000461686	0,001943759
AXA UAP	-0,000291200	0,000170696	0,000187609	0,000141978	0,002100103
BBVA	-0,000535090	-0,000166759	-0,000225076	-0,000160267	0,001816883
BNP PARIBAS	-0,000284830	-0,000047548	-0,000046120	-0,000312038	0,002331190
DT.BANK NA	-0,000547540	-0,000248742	-0,000384064	-0,000231759	0,000883295
GENERALI A.	-0,000435730	-0,000113666	-0,000038232	-0,000058815	0,002205770
ING GROEP	-0,000940680	-0,000040492	0,000146037	-0,000262343	0,001696731
INTESA	-0,000825660	-0,000557767	-0,000505497	-0,000368883	0,001485191
MUV2	0,000145224	0,000383618	0,000437186	0,000624767	0,001435657
SANTANDER	-0,000683380	-0,000297110	-0,000541271	-0,000705425	0,001052879
SOCIETE GR.	-0,000588600	-0,000246996	-0,000183026	-0,000599396	0,002586714
UNIBAIL	0,000110428	0,000506348	0,000528300	0,000408599	0,001342725
UNICREDITO	-0,001804730	-0,001417107	-0,001771628	-0,002455250	0,002279968
MEDIA	-0,000514270	-0,000118514	-0,000145836	-0,000270550	0,001781605

EUROSTOXX50	-0,000238680	0,000119669	0,000073020	-0,000031270	0,001055313
-------------	--------------	-------------	-------------	--------------	-------------

Fuente: Elaboración propia

En el sector servicios financieros e inmobiliarios (salvo la rentabilidad a 1 año) se comprueba que la rentabilidad siempre es negativa. Sin embargo, en el último año, la rentabilidad es positiva, siendo muy superior a la del índice EUROSTOXX50, en concreto, un 68,82 % superior. Además, en este ámbito temporal, es el único sector superior a la media. Esto podría marcar el inicio de la recuperación del sector, que ha sido al igual que el sector de petróleo y energía, uno de los más afectados por la crisis.

Se comprueba que hay dos empresas de este sector, MUENCH.RUECK y UNIBAIL, en la que los números se reflejan valores positivos. UNIBAIL-RODAMCO, es una empresa francesa inmobiliaria que está especializada en promoción e inversión de grandes centros comerciales, edificios de congresos y exposiciones, etc., con lo que en cierta medida, está relacionada con los servicios de consumo, sector que no se ha visto tan afectado. Éste puede ser el motivo por el que la empresa refleja un mejor comportamiento. MUENCH.RUECK por su parte es una empresa aseguradora alemana, fundadora del grupo ALLIANZ. Las otras dos sociedades relacionadas con el sector de seguros, ALLIANZ y AXA, en la actualidad, sobre todo la primera, están a niveles de precios idénticos a antes de la crisis (2008), por lo que, según estos datos, podemos indicar que este subsector ya se ha recuperado.

Tabla 3. Rendimientos del sector **bienes de consumo**.

Rendimiento	5 años	4 años	3 años	2 años	1 año
AB INBEV	0,000292006	0,001027685	0,000773117	0,001060979	0,001033107
BMW STAM.	0,000537601	0,001039770	0,000872566	0,000374578	0,000679415
CARREFOUR	-0,000518781	-0,000341722	-0,000508847	-0,000551040	0,001874320
DAIMLER AG	0,000005731	0,000645588	0,000265021	0,000054107	0,001039429
DANONE	0,000008008	0,000440900	0,000390379	0,000250114	0,000368658
EADS	0,000876894	0,001302560	0,001314576	0,001331106	0,001937261
INDITEX	0,000882624	0,001101406	0,000966764	0,000823673	0,001430971
KON.PHI.N.V	-0,000080846	0,000465895	-0,000141196	0,000269779	0,001664058
LOREAL	0,000395563	0,000826351	0,000695026	0,000809776	0,001411498
LVMH	0,000473026	0,000822359	0,000600267	0,000285483	0,000543516
SCHNEIDER	-0,000206523	0,000130230	-0,000367621	0,000198157	0,001357761
SIEMENS	0,000092403	0,000429684	0,000136992	-0,000199574	0,000758437
UNILEVER	0,000324850	0,000593059	0,000447109	0,000653320	0,000874443
VW	-0,000046108	-0,000212639	0,001161295	0,000608085	0,001015144
MEDIA	0,000216889	0,000590795	0,000471818	0,000426324	0,001142001
EUROSTOXX50	-0,000238683	0,000119669	0,000073020	-0,000031270	0,001055313

Fuente: Elaboración propia

Se verifica que este sector en conjunto, en los 5 ámbitos temporales, se comporta mejor que el índice, siendo su rentabilidad positiva en los 5 periodos.

En el periodo de 5 años, cuando el EUROSTOXX50 tiene una rentabilidad negativa del -0,0238683%, el sector en su conjunto ha tenido una rentabilidad positiva de un 0,000216889%, también se verifica que cuando el índice ha logrado una rentabilidad positiva, el sector siempre ha logrado una rentabilidad superior.

Se observa que este sector, a diferencia del índice, refleja unos valores superiores a los de principios del año 2008 antes del inicio de la crisis.

Analizando los títulos por separado, curiosamente, uno de los valores más afectados, ha sido la sociedad francesa CARREFOUR, esto puede ser debido a la caída en las compras de los productos no alimentarios.

Tabla 4. Rendimientos del sector **tecnología y comunicaciones**.

Rendimiento	5 años	4 años	3 años	2 años	1 año
ASML HOLD.	0,000952130	0,001470066	0,001322431	0,001695994	0,002140522
DT.TELEKOM	-0,000152874	0,000089987	-0,000045115	-0,000274183	0,000435250
ORANGE	-0,000702963	-0,000771217	-0,000889251	-0,001362136	-0,001020290
SAP AG	0,000391867	0,000637164	0,000669062	0,000606016	0,000920636
TELEFONICA	-0,000432633	-0,000356481	-0,000510802	-0,000877248	0,000705934
MEDIA	0,000011105	0,000213904	0,000109265	-0,000042311	0,000636417
EUROSTOXX50	-0,000238683	0,000119669	0,000073020	-0,000031270	0,001055313

Fuente: Elaboración propia

El sector tecnología y comunicaciones, en su conjunto, se ha comportado de mejor forma que el índice general, debido al subsector tecnología; se comprueba que este subsector, formado por ASML HOLDING y SAP AG, ha arrojado un valor positivo en los 5 ámbitos temporales, mientras que el subsector de telecomunicaciones, tiene un resultado negativo, siendo la empresa que refleja un peor resultado ORANGE, con unas pérdidas de un 40,57% en los últimos 5 años.

Tabla 5. Rendimientos del sector **petróleo y energía**.

Rendimiento	5 años	4 años	3 años	2 años	1 año
E.ON SE	-0,001839972	-0,000642272	-0,000835499	-0,000788431	-0,000524200
ENEL	-0,000708996	-0,000417309	-0,000327063	-0,000943792	0,000930372
ENI S.P.A.	-0,000307415	0,000022053	0,000170907	0,000134480	0,000520700
GDF SUEZ	-0,000769613	-0,000543228	-0,000627893	-0,000917875	-0,000063957
IBERDROLA	-0,000621833	-0,000365033	-0,000350498	-0,000736501	0,001218508
REPSOL	-0,000326163	0,000123856	0,000062709	-0,000504831	0,001452701
RWE	-0,000903930	-0,000797588	-0,001037732	-0,000822567	-0,000426950
TOTAL	-0,000296564	-0,000036664	0,000015007	-0,000042887	0,000433165

MEDIA	-0,000721811	-0,000332023	-0,000366258	-0,000577801	0,000442546
EUROSTOXX50	-0,000238683	0,000119669	0,000073020	-0,000031270	0,001055313

Fuente: Elaboración propia

Se observa en la tabla 5 que el rendimiento de este sector es inferior al del EUROSTOXX50 en los 5 periodos, por lo que los resultados arrojan, es uno de los sectores más afectados por la coyuntura económica.

Dentro del sector, el subsector de las eléctricas, formado por EON, ENEL, GDF SUEZ, IBERDROLA Y RWE, es el que peor comportamiento tiene, con resultado negativo en los 4 ámbitos temporales, salvo en el último ámbito donde IBERDROLA y ENEL obtienen resultados positivos. Este sector está cotizando actualmente a un precio muy bajo en relación al que tenía antes de comienzo de la crisis.

Tabla 6. Rendimientos del sector **servicios de consumo**.

Rendimiento	5 años	4 años	3 años	2 años	1 año
ESSILOR	0,000585975	0,000931017	0,000783982	0,000828787	0,000821730
SANOFI	0,000435823	0,000588168	0,000673598	0,000821537	0,001619995
VIVENDI	-0,000437130	-0,000206220	-0,000202460	-0,000433870	0,000613541
MEDIA	0,000194889	0,000437655	0,000418373	0,000405483	0,001018422
EUROSTOXX50	-0,000238630	0,000119669	0,000073020	-0,000031270	0,001055313

Fuente: Elaboración propia

Se verifica que el sector servicios de consumo se mantiene siempre positivo en los todos los ámbitos temporales. Se comprueba que al igual que, el sector bienes de consumo, su rentabilidad no se ha visto afectada especialmente por la crisis, a excepción de VIVENDI, que es una empresa francesa relacionada con los medios de comunicación y los videojuegos.

3.3.2 Análisis del Riesgo de los activos.

En este apartado se va a comprobar el riesgo de los activos medidos por las desviaciones típicas del rendimiento del índice y de los activos del EUROSTOXX50 en los 5 periodos muestrales, comprendidos entre el 30/05/2008 y 30/05/2013, obteniendo los resultados que podemos observar en las Tabla II a la Tabla VII del anexo. Se procede a continuación a analizar por separado los seis sectores.

Tabla 7. Desviaciones típicas del sector **materiales básicos y s. de la construcción.**

Riesgo	5 años	4 años	3 años	2 años	1 año
AIR LIQUIDE	0,01714452	0,01441033	0,01365700	0,01400691	0,01305615
ARCELORMITTA	0,03482472	0,02615063	0,02533930	0,02813242	0,02291319
BASF SE	0,03033893	0,01828731	0,01769836	0,01851094	0,01437947
BAYER AG NA	0,01990125	0,01707425	0,01706644	0,01867097	0,01478847
CRH PLC	0,02906550	0,02487133	0,02397779	0,02329358	0,01925915
SAINT GOBAIN	0,03034386	0,02366831	0,02260114	0,02439257	0,01982445
VINCI	0,02344546	0,01831893	0,01805371	0,01970243	0,01601618
MEDIA	0,02643775	0,02039730	0,01977053	0,02095855	0,01717672
EUROSTOXX50	0,01767411	0,01482743	0,01455021	0,01584525	0,01221478

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 7 se puede observar que el riesgo medio del sector está por encima en todos los periodos, del riesgo del índice. Además el periodo de 5 años, que abarca, entre otros, el periodo de finales del 2008, donde se registraron las mayores bajadas de los precios, es el que tiene un riesgo mayor según los valores de la desviación típica.

Dentro del sector, comprobamos que las empresas del subsector químico, AIR LIQUIDE, BAYER, y BASF, son las que tienen un riesgo menor, aunque BASF, en el

periodo de 5 años, tiene un riesgo muy elevado, tomando como referencia los valores de este estadístico.

Tabla 8. Desviaciones típicas del sector **servicios financieros e inmobiliarios**.

Riesgo	5 años	4 años	3 años	2 años	1 año
ALLIANZ SE	0,02681206	0,01896877	0,01923351	0,02143128	0,01437160
AXA UAP	0,03408932	0,02607783	0,02605146	0,02850407	0,01843706
BBVA	0,02747513	0,02447491	0,02434053	0,02544451	0,02289953
BNP PARIBAS	0,03352407	0,02833394	0,02927702	0,03287878	0,02277744
DT.BANK NA	0,03429063	0,02555677	0,02539708	0,02864532	0,02344645
GENERALI ASS	0,02158158	0,02027312	0,02087475	0,02318215	0,02261551
ING GROEP	0,04370200	0,03292074	0,02937120	0,03290351	0,02299292
INTESA	0,03406721	0,03080542	0,03282166	0,03609936	0,02815331
MUV2	0,01961551	0,01487103	0,01534791	0,01703423	0,01301178
SANTANDER	0,02787606	0,02391906	0,02318019	0,02392047	0,02232561
SOCIETE GRAL	0,03763914	0,03358304	0,03465194	0,03877334	0,02706460
UNIBAIL	0,01929546	0,0160399	0,01558356	0,01565253	0,01246435
UNICREDITO	0,04280892	0,03759549	0,04029406	0,04684602	0,02962976
MEDIA	0,03098285	0,02564769	0,02587884	0,02856274	0,02155307
EUROSTOXX50	0,01767411	0,01482743	0,01455021	0,01584525	0,01221478

Fuente: Elaboración propia

El sector servicios financieros e inmobiliarios según los resultados que muestra el estadístico, es el que peor comportamiento tiene de los seis sectores.

Aunque la medida de dispersión tiene un mejor comportamiento en el último ámbito temporal en relación a los anteriores, sigue siendo el sector de más riesgo. Las series históricas con más riesgo son las de 5 años, donde los datos reflejan el inicio de la crisis del 2008 y la penúltima serie histórica, donde toman importancia los datos del año 2011, año en el que tubo lugar la segunda corrección más importante después del inicio de la crisis, como se puede ver en el gráfico de evolución de precios del anexo.

En este sector las dos empresas que reflejan menos riesgo son: MUENCHENER RUECK y UNIBAIL, siendo la diferencia con los otros valores del sector incluso de más de un 100%, como se ha indicado en el estudio de los rendimientos; esto es debido a que no pertenecen al sector bancario puro, la primera es una empresa reaseguradora y, UNIBAIL es una sociedad especializada en la inversión en activos comerciales.

Las sociedades que desprenden peor resultado son UNICREDITO y SOCIETE GRAL, con variaciones medias diarias, en el caso de esta última, de hasta de un 4,68%.

Tabla 9. Desviaciones típicas del sector **bienes de consumo**.

Riesgo	5 años	4 años	3 años	2 años	1 año
AB INBEV	0,02929432	0,01444115	0,01364635	0,01394684	0,01395479
BMW STAM.	0,02530574	0,02067054	0,02093486	0,02162633	0,01603241
CARREFOUR	0,02306350	0,02083769	0,02190610	0,02459554	0,02088605
DAIMLER AG	0,02750142	0,02140911	0,02080929	0,02188888	0,01653573
DANONE	0,01632100	0,01325903	0,01275277	0,01357483	0,01280706
EADS	0,02531207	0,02080182	0,02077253	0,02174349	0,01988503
INDITEX	0,02000740	0,01677500	0,01663453	0,01722385	0,01881285
KON.PH.N.V	0,02255519	0,01923393	0,01837137	0,01916242	0,01490714
LOREAL	0,01878874	0,01400185	0,01335489	0,01374624	0,01395565
LVMH	0,02167774	0,01778247	0,01747238	0,01818141	0,01547459
SCHNEIDER	0,03295418	0,03160119	0,03452376	0,02488351	0,01967459
SIEMENS	0,02269452	0,01627089	0,01475169	0,01461278	0,01121861
UNILEVER	0,01504835	0,01134421	0,01059705	0,01040772	0,00930374
VW	0,04666788	0,02534197	0,02231311	0,02292088	0,01738369
MEDIA	0,02479943	0,01884078	0,01848862	0,01846534	0,01577371
EUROSTOXX50	0,01767411	0,01482743	0,01455021	0,01584525	0,01221478

Fuente: Elaboración propia

Dentro de este sector las empresas que, atendiendo a la variación de su rendimiento, tienen menos riesgo son: UNILEVER, DANONE y LOREAL, estando las dos primeras por debajo del riesgo del índice general. Es relevante indicar que las dos

primeras están dedicadas exclusivamente a productos de alimentación, siendo las únicas dedicadas a este subsector.

Tabla 10. Desviaciones típicas del **sector tecnología y comunicaciones**.

Riesgo	5 años	4 años	3 años	2 años	1 año
ASML HOLD.	0,02206360	0,01880717	0,01869730	0,01826277	0,01837295
DT.TELEKOM	0,01837851	0,01482558	0,01511623	0,01616860	0,01421758
ORANGE	0,01675877	0,01513757	0,01581757	0,01778425	0,01831702
SAP AG	0,01742877	0,01335551	0,01340518	0,01447634	0,01324443
TELEFONICA	0,01783906	0,01652191	0,01679600	0,01872884	0,01819522
MEDIA	0,01849374	0,01572955	0,01596646	0,01708416	0,01646944
EUROSTOXX50	0,01767411	0,01482743	0,01455021	0,01584525	0,01221478

Fuente: Elaboración propia

Este es el sector (tabla 10) donde, según los valores de variabilidad de los rendimientos, el riesgo permanece más estable; siendo además, sus valores bajos en relación a los otros sectores.

Tabla 11. Desviaciones típicas del **sector petróleo y energía**.

Riesgo	5 años	4 años	3 años	2 años	1 año
E.ON SE	0,03841463	0,01847566	0,01897629	0,02149918	0,01710695
ENEL	0,02091959	0,01857564	0,01861877	0,02125006	0,02010255
ENI S.P.A.	0,02055813	0,01584727	0,01592024	0,01733406	0,01545960
GDF SUEZ	0,02287121	0,01764867	0,01807907	0,01950725	0,01646861
IBERDROLA	0,02288876	0,01884470	0,01941502	0,02158825	0,02212059
REPSOL	0,02281013	0,02047524	0,02124813	0,02360823	0,02278597
RWE	0,02047552	0,01784830	0,01928168	0,02194133	0,01565417
TOTAL	0,01855604	0,01418199	0,01373363	0,01422687	0,01245182
MEDIA	0,02343675	0,01773718	0,01815910	0,02011940	0,01776878
EUROSTOXX50	0,01767411	0,01482743	0,01455021	0,01584525	0,01221478

Fuente: Elaboración propia

Los valores de la desviación típica son estables en el sector petróleo y energía manteniéndose sus niveles de dispersión media diaria en el rango 2,3% y 1,17%, siendo siempre superior a los valores del índice de referencia.

En el ámbito temporal de los 5 años, mencionar el valor de dispersión de EON, que se sitúa en un 3,84% de media diario, un valor muy elevado. Destacar que la empresa que tiene un riesgo menor en los 5 ámbitos es TOTAL.

Tabla 12. Desviaciones típicas del sector **servicios de consumo**.

Riesgo	5 años	4 años	3 años	2 años	1 año
ESSILOR	0,01470157	0,01167049	0,01199961	0,01340197	0,01421695
SANOFI	0,01800273	0,01486569	0,01446461	0,01516994	0,01474948
VIVENDI	0,01926547	0,01758813	0,01778468	0,01925106	0,01710072
MEDIA	0,01732326	0,01470811	0,01474963	0,01594099	0,01535571
EUROSTOXX50	0,01767411	0,01482743	0,01455021	0,01584525	0,01221478

Fuente: Elaboración propia

Este sector es el que mejor resultados proporciona, en base al riesgo medido por la desviación típica, manteniéndose, además, esta medida de dispersión muy estable en los 5 ámbitos temporales en una horquilla que va del 1,470% al 1,732%.

Se concluye este punto indicando que, en términos de este estadístico, no hay ningún sector cuya media de los títulos individuales sea inferior a la que refleja el valor del EUROSTOXX50, aunque el sector *servicios de consumo* está muy cerca, teniendo menos riesgo incluso en el ámbito de 5 años y 4 años, es decir, hay muy pocas empresas cuyo riesgo individual sea inferior al del índice general, esto es debido a que la cartera

teórica formada por el índice EUROSTOXX50, debido a la diversificación, consigue compensar la variación de los rendimientos de unos activos con los de otros.

3.3.2 Predicción de futuros valores a partir de la serie temporal univariante.

Otra utilidad que nos permite el análisis descriptivo de las series temporales es usarla para predecir movimientos futuros, con lo que nos permite seleccionar, o bien en base al mejor rendimiento esperado o al menor riesgo esperado, los valores con mejor expectativas que van a formar parte de la cartera. Mediante este método se estudia cada serie temporal por separado, independiente de las otras, lo que en realidad es una extrapolación histórica.

Vamos a tomar para las predicciones los datos del periodo de 5 años, ya que reflejan más información al contener datos desde el inicio de la crisis.

Aplicando la extrapolación histórica, obtenemos el rendimiento esperado y el riesgo esperado de los títulos simplemente identificando estos dos conceptos, con la media histórica de los rendimientos y la desviación típica de los mismos.

Se puede obtener de esta forma, por ejemplo, el ranking de las diez empresas con mayor rendimiento esperado:

Tabla 13. Ranking 10 empresas con mejor rendimiento esperado

Empresas	Rendimiento	Riesgo
----------	-------------	--------

	esperado	esperado
ASML HOLDING	0,000952130	0,022063598
BMW STAM.	0,000537601	0,025305744
EADS	0,000876894	0,025312072
ESSILOR	0,000585975	0,014701573
INDITEX	0,000882624	0,020007396
LOREAL	0,000395563	0,018788742
LVMH	0,000473026	0,021677742
SANOFI	0,000435823	0,018002729
SAP AG	0,000391867	0,017428767
UNILEVER	0,000324850	0,015048354

Fuente: Elaboración propia

Los rangos de rendimientos de estos activos se mantienen entre 0,032485% y 0,095213%, mientras que el riesgo va del 0,014701573 al 0,025305744.

De la misma forma también se obtiene el ranking de las 10 empresas con menor riesgo.

Tabla 14. Ranking 10 empresas con menor riesgo

Empresas	Rendimiento esperado	Riesgo esperado
AIR LIQUIDE	0,000043061	0,017144525
DANONE	0,000008008	0,016321003
DT.TELEKOM	-0,000152874	0,018378506
ESSILOR	0,000585975	0,014701573
ORANGE	-0,000702963	0,016758771
SANOFI	0,000435823	0,018002729
SAP AG	0,000391867	0,017428767
TELEFONICA	-0,000432633	0,017839062
TOTAL	-0,000296564	0,018556042
UNILEVER	0,000324850	0,015048354

Fuente: Elaboración propia

En este caso los rangos de las rentabilidades van desde $-0,0070296\%$ a $0,04358\%$, y el riesgo de $0,01470$ a $0,01855$.

Hay tres empresas que están en los dos rankings **SAP, UNILEVER y SANOFI**, siguiendo el criterio del análisis descriptivo, son los valores que proporcionan mayor rentabilidad con un menor riesgo, con lo que son los valores preferibles, según este análisis, para formar parte de la cartera.

3.4 EL MODELO DE MERCADO DE SHARPE.

Hasta ahora en el trabajo se ha tratado la serie temporal de cada título por separado, en esta apartado, se va a considerar que el rendimiento de los 50 valores del EUROSTOXX50 están relacionados con el rendimiento del índice, siendo esta relación lineal y simple, que es la definición del modelo de Sharpe.

De esta forma, obtenemos un modelo temporal multivariante²¹ que nos permite estudiar dos series temporales a la vez, por aplicación del modelo de Sharpe, suponemos que los pasados de las series temporales están relacionados (valor e índice). Esta relación entre los rendimientos nos va permitir separar el riesgo total de un título en dos componentes: riesgo sistemático y riesgo específico, los cuales se pasan a explicar en el siguiente punto.

²¹ Para construir este modelo, que nos permite el análisis de varias series temporales a la vez, debe de existir algún tipo de relación entre las dos variables temporales.

3.4.1 Riesgo total de los títulos: riesgo sistemático y riesgo específico.

Partiendo de la formulación del modelo de Sharpe, se obtiene para cualquiera de los 50 valores que componen el EUROSTOXX50 la siguiente expresión

:

$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j * R_{mt} + \varepsilon_t$, siendo R_{mt} la rentabilidad del índice EUROSTOXX50 en el momento t , ε_t la perturbación aleatoria que consideramos que es un ruido blanco²², Rentabilidad R_{jt} la rentabilidad del uno de los 50 títulos que componen el EUROSTOXX50 en el momento t , α_j es el estimador del regresor ficticio²³ y β_j el estimador del regresor del modelo.

Se puede resolver el modelo por MCO²⁴ a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sum R_{jt} &= n * \alpha_j + \beta_j * \sum R_{mt} \\ \sum R_{jt} * R_{mt} &= \alpha_j * \sum R_{mt} + \beta_j * \sum R_{mt}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

De esta forma obtenemos para cada título las α y las β pudiendo formular el modelo de mercado para cada acción del EUROSTOXX50.

Los estimadores de los títulos han sido calculados para un periodo de 5 años porque, de esta forma, tenemos más observaciones con lo que los resultados obtenidos

²² Ruido blanco, representa a una variable que oscila en torno a una media constante, siendo su volatilidad constante y sin información útil para predecir valores futuros.

²³ Es el término independiente.

²⁴ Mínimos cuadrados ordinarios, método que permite en un modelo de regresión lineal estimar parámetros desconocidos.

son más fiables, no empleamos más datos ya que los consideramos suficientes. Además de esta forma, tenemos los estimadores para uno de los peores escenarios posibles que se pueden dar en la economía, un periodo de recesión muy intenso, aunque, como se indica en el siguiente punto el estimador beta se mantiene estable en todos los periodos.

Los estimadores de los títulos calculados mediante este método, para el periodo de 5 años, son los siguientes:

Tabla 15. Cálculo α y β en periodo de 5 años.

EMPRESAS	α 5 años	β 5 años	EMPRESAS	α 5 años	β 5 años
AB INBEV	0,000390906	0,418221546	INDITEX	0,001048739	0,698082961
AIR LIQUIDE	0,000223457	0,762254230	ING GROEP	-0,000494876	1,885209157
ALLIANZ SE	0,000293207	1,246849344	INTESA	-0,000458037	1,535217537
ARCELORMITA	-0,001105213	1,517519074	KON.PHLN.V	0,000138838	0,928988531
ASML HOLDING	0,001117426	0,695184471	LOREAL	0,000565380	0,717558684
AXA UAP	0,000098100	1,644877297	LVMH	0,000699819	0,958303530
BASF SE	0,000075400	1,097999412	MUV2	0,000335711	0,799878839
BAYER AG NA	0,000494274	0,807269763	ORANGE	-0,000545074	0,667155468
BBVA	-0,000220791	1,320724296	REPSOL	-0,000095900	0,967769860
BMW STAMM.	0,000786238	1,044052482	RWE	-0,000705839	0,831806989
BNP PARIBAS	0,000065900	1,482080114	SAINT GOBAIN	-0,000002540	1,376607402
CARREFOUR	-0,000310592	0,879695294	SANOFI	0,000592165	0,660616235
CRH PLC	-0,000051400	1,048213290	SANTANDER	-0,000366750	1,330642627
DAIMLER AG	0,000296044	1,220013736	SAP AG	0,000541935	0,630155078
DANONE	0,000138521	0,551473961	SCHNEIDER	0,000085700	1,234886377
DT.BANK NA	-0,000175355	1,562882795	SIEMENS	0,000339878	1,039174115
DT.TELEKOM	0,000007440	0,673156190	SOCIETE GRAL	-0,000207913	1,608601776
E.ON SE	-0,001607290	0,977057263	TELEFONICA	-0,000241629	0,802676387
EADS	0,001065590	0,797326403	TOTAL	-0,000090500	0,870859379
ENEL	-0,000538370	0,712543560	UNIBAIL	0,000236401	0,532291555
ENI S.P.A.	-0,000147113	0,669428662	UNICREDITO	-0,001419266	1,609776078
ESSILOR	0,000683870	0,413650528	UNILEVER	0,000441076	0,491494083
GDF SUEZ	-0,000625136	0,610958548	VINCI	0,000124156	1,139980092
GENERALI ASS	-0,000274783	0,672218754	VIVENDI	-0,000249539	0,792661835
IBERDROLA	-0,000371156	1,053447394	VW	0,000073000	0,500005894

Fuente: Elaboración propia

Esta expresión permite que el riesgo de cada título se pueda separar en dos componentes:

- Riesgo sistemático
- Riesgo específico

$$E[R_{jt}] = \mu_j = \alpha_j + \beta_j * \mu_m;$$

$$\begin{aligned} \sigma_j^2 &= E[R_{jt} - \mu_m]^2 = E[\alpha_j + \beta_j * R_{mt} + \varepsilon_t - (\alpha_j + \beta_j * \mu_m)]^2 = \\ &= E[\beta_j * R_{mt} + \varepsilon_t - \beta_j * \mu_m]^2 = \beta_j^2 * E[R_{jt} - \mu_m]^2 + E[\varepsilon_{jt}]^2 = \beta_j^2 * \sigma_m^2 + \sigma_{ej}^2 \end{aligned}$$

Se considera que j es cualquier título de los 50 valores del EUROSTOXX50 y m es el índice EUROSTOXX50.

El componente $\beta_j^2 * \sigma_m^2$ es el riesgo sistemático o de mercado del título j, y por otra parte, el componente σ_{ej}^2 es el riesgo específico el título j²⁵.

Como se está trabajando con el índice EUROSTOXX50, la σ_m^2 es la varianza del conjunto de los títulos y es igual para todos los valores del índice que forman el mercado, por lo tanto, podemos saber que título tiene más riesgo sistemático **observando solamente las β de cada título.**

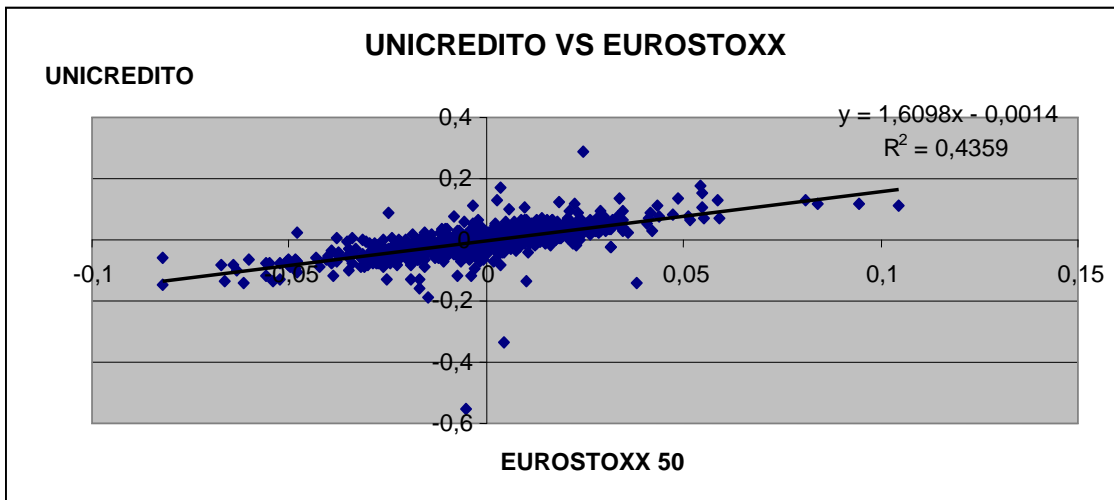
²⁵ Por ejemplo, se formula esta expresión de igual forma que se puede hacer con cualquier valor del índice EUROSTOXX50, por ejemplo para el título UNILEVER, obteniendo:

$$\begin{aligned} \text{Rentabilidad Diaria Unilever } t &= 0,000441076 + 0,491494083 * (-0,002377263) = \\ &= -0,0007273346 \\ \text{Varianza Diaria Unilever } t &= (0,491494083)^2 * 0,003136094 + 0,193725 / 1282 = \\ &= 0,000757575 + 0,000151111 = 0,00090869 \end{aligned}$$

Es muy importante poder separar en estos dos componentes el riesgo de cada título, ya que mientras el riesgo específico de cada título puede ser eliminado mediante la diversificación, el riesgo sistemático no puede ser eliminado, que es el que realmente se debe tener en cuenta al formar la cartera de inversión.

Haciendo una regresión entre todos los valores y el índice se pueden **calcular las Betas y la bondad de modelo²⁶ representado por R^2** . A modo de ejemplo, se exponen los datos obtenidos en la regresión entre el índice EUROSTOXX50 y el título UNICREDITO.

Gráfico 4. Regresión entre UNICREDITO y EUROSTOXX50



Fuente: Elaboración propia

²⁶ Se han calculado las betas para los 50 títulos como se puede ver en las tablas del anexo, pero la totalidad de las R^2 no se han calculado ya que no ha sido necesario para el estudio realizado.

En el gráfico anterior, se observa la recta de regresión lineal, la beta es 1,6098 y el valor de R^2 es 43,59 %, con lo que el 43,59 por ciento de las variaciones de UNICREDITO se explican por el movimiento del EUROSTOXX50.

3.4.2 Análisis de las betas por sectores.

Como se ha indicado anteriormente, al basarse este estudio exclusivamente en los valores que componen el EUROSTOXX50, la varianza del mercado es igual para todos los valores, por lo tanto podemos estudiar el riesgo sistemático solamente observando el valor de las β .

En este apartado se procede a analizar el valor de las β en los seis grandes sectores de los que forman parte las empresas objeto del estudio y en los ámbitos temporales de 5 años, 4 años, 3 años, 2 años y el último año.

Se va a comprobar por sectores qué títulos tienen mayor riesgo sistemático y menor riesgo para poder usarlos posteriormente en la formación de carteras de inversión según el perfil del inversor. Se trabaja con sectores para así poder suavizar la variación que pueda haber tenido un valor en concreto. Además también se va a verificar por sectores cuál es el que tiene un mayor riesgo sistemático.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 16. Betas del sector **materiales básicos y servicios de construcción**.

EMPRESAS	β 5 años	β 4 años	β 3 años	β 2 años	β 1 años
AIR LIQUIDE	0,76225423	0,77467282	0,73613421	0,6924384	0,77545415
ARCELORMITTA	1,51751907	1,39906633	1,38383105	1,45928525	1,30549711
BASF SE	1,09799941	0,99750043	0,99458127	0,98142807	0,91691233
BAYER AG NA	0,80726976	0,84107540	0,88084360	0,91482053	0,86939437
CRH PLC	1,04821329	1,16366543	1,15101197	1,11025704	0,91274931
SAINT GOBAIN	1,3766074	1,33801265	1,30023099	1,30354991	1,14684702
VINCI	1,13998009	1,09144483	1,08741053	1,09829843	1,08446532
MEDIA	1,10712047	1,08649113	1,07629195	1,08001109	1,00161709

Fuente: Elaboración propia

Se observa en los datos calculados de la tabla 16 que a medida que se amplía el periodo muestral, hasta llegar al periodo de 5 años, el riesgo sistemático del sector aumenta, tomando un valor según la β , en el periodo que abarca de 31/05/2008 a 31/05/2013, de 1,1071, mientras que en la muestra del último año baja a 1,0016.

Entrando a analizar individualmente la totalidad de los valores del sector, se comprueba que no todos actúan de esta forma, las empresas que forman parte del subsector químico como son AIR LIQUIDE, BAYER y BASH, el valor aumenta muy poco, como en el caso de BASH, o en el caso de las dos primeras, tienen un menor riesgo sistemático tomando como referencia los 5 años. AIR LIQUID pasa de un 0,7622 a un 0,7754 y BAYER pasa de 0,8072 a 0,8693. Los valores de las empresas del subsector son defensivos ya que tienen una β inferior a uno, mientras que las β del resto de las sociedades del sector son agresivas con β mayores a 1.

Tabla 17. Betas del sector **servicios financieros e inmobiliarios**.

EMPRESAS	β 5 años	β 4 años	β 3 años	β 2 años	β 1 años
ALLIANZ SE	1,24684934	1,10411021	1,16422564	1,21189432	1,00996163
AXA UAP	1,64487730	1,54557124	1,58172606	1,60422966	1,33682327
BBVA	1,32072430	1,38079188	1,37839755	1,35150321	1,53250519

BNP PARIBAS	1,48208011	1,61255533	1,70033555	1,75238825	1,61026222
DT.BANK NA	1,56288280	1,43810449	1,46871672	1,56382582	1,54215685
GENERALI A.	0,67221875	1,14746166	1,16714135	1,17390823	1,47187405
ING GROEP	1,88520916	1,77663110	1,74396216	1,80811074	1,54084029
INTESA	1,53521754	1,69472040	1,81593632	1,86023427	1,82124960
MUV2	0,79987884	0,76625503	0,83683282	0,89152595	0,77482466
SANTANDER	1,33064263	1,34156002	1,30264096	1,24616302	1,46827801
SOCIETE GR.	1,60860178	1,85846131	1,97935448	2,05949953	1,85388497
UNIBAIL	0,53229156	0,74812670	0,77590320	0,74568177	0,66296202
UNICREDITO	1,60977608	1,71307920	1,78468122	1,89072103	1,86813432
MEDIA	1,32548078	1,39441758	1,43845031	1,47382198	1,4225967

Fuente: Elaboración propia

Se observa que los valores de este sector, servicios financieros e inmobiliarios, son muy agresivos con betas en la mayoría de los valores muy superiores a uno, salvo dos sociedades UNIBAIL y MUNCHENER RUC, que como se indicó anteriormente, no pertenecen al sector bancario puro.

Tabla 18. Betas del sector **bienes de consumo**.

EMPRESAS	β 5 años	β 4 años	β 3 años	β 2 años	β 1 años
AB INBEV	0,41822155	0,545938985	0,511043584	0,46913464	0,52249285
BMW STAMM.	1,04405248	0,986662075	1,023778747	1,0331783	0,93463317
CARREFOUR	0,87969529	0,962445128	1,057171591	1,1317114	1,14070833
DAIMLER AG	1,22001374	1,092052571	1,074501033	1,0903237	0,91165046
DANONE	0,55147396	0,552162751	0,532344828	0,52222178	0,58500572
EADS	0,79732640	0,740841048	0,754444988	0,75627959	0,58532939
INDITEX	0,69808296	0,661365900	0,642280559	0,62918403	0,8248134
KON.PHI.N.V	0,92898853	0,940620780	0,878449171	0,84702897	0,6418248
LOREAL	0,71755868	0,652808005	0,633986021	0,59419133	0,76760584
LVMH	0,95830353	0,939326566	0,91836765	0,9127528	0,95594654
SCHNEIDER	1,23488638	1,275360894	1,343580766	1,34674359	1,30628783
SIEMENS	1,03917411	0,898611546	0,825820814	0,77731424	0,68610428
UNILEVER	0,49149408	0,446098947	0,39566595	0,35813411	0,46449430
VW	0,50000589	0,989457015	0,983623747	1,0302267	0,82219892
MEDIA	0,81994840	0,834553729	0,826789961	0,82131608	0,79636399

Fuente: Elaboración propia

Dentro del sector destacar las dos empresas del subsector alimentación, DANONE y UNILEVER, con betas con valores muy defensivos y estables.

Tabla 19. Betas del sector **tecnología y telecomunicaciones**.

EMPRESAS	β 5 años	β 4 años	β 3 años	β 2 años	β 1 años
ASML HOLD	0,69518447	0,67661976	0,64460612	0,58866736	0,66802513
DT.TELEKOM	0,67315619	0,63301323	0,64815656	0,67449057	0,68962064
ORANGE	0,66715547	0,76473152	0,82452483	0,87121527	1,03906845
SAP AG	0,63015508	0,55531566	0,58955537	0,61207960	0,66573614
TELEFONICA	0,80267639	0,89420446	0,93244332	0,95458556	1,15986430
MEDIA	0,69366552	0,70477692	0,72785724	0,74020767	0,84446293

Fuente: Elaboración propia

Se comprueba que todas las betas de los valores del sector tecnología y telecomunicaciones están notablemente por debajo del uno, lo que indica que son valores muy defensivos, se observa que el riesgo sistemático de estos valores no es mayor en periodos de recesión económica siendo el valor de este riesgo sistemático menor en esos periodos, como podemos observar en ORANGE y TELEFONICA, pasando a ser en el último año, valores agresivos con betas en ambos casos ligeramente superiores a uno.

Tabla 20. Betas del sector **petróleo y energía**.

EMPRESAS	β 5 años	β 4 años	β 3 años	β 2 años	β 1 años
E.ON SE	0,97705726	0,91400307	0,95764789	1,03480200	0,78699493
ENEL	0,71254356	0,94394342	0,99797131	1,04582820	1,26083043
ENI S.P.A.	0,66942866	0,89622838	0,91625039	0,92509010	1,04233275
GDF SUEZ	0,61095855	0,94245309	0,98142840	0,96024805	0,85994903
IBERDROLA	1,05344739	1,00717830	1,04218125	1,06945829	1,33383935
REPSOL	0,96776986	0,99015072	0,98490755	0,95619615	1,06711517
RWE	0,83180699	0,86437298	0,97400259	1,05830581	0,82661089
TOTAL	0,87085938	0,81871635	0,80521471	0,77466374	0,90320372

MEDIA	0,83673396	0,92213079	0,95745051	0,97807404	1,01010953
--------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

Fuente: Elaboración propia

Globalmente el sector petróleo y energía arroja valores algo inferiores a 1, con lo que el sector se considera neutro.

Tabla 21. Betas del sector **servicios de consumo**.

EMPRESAS	β 5 años	β 4 años	β 3 años	β 2 años	β 1 años
ESSILOR	0,41365053	0,40887881	0,43643184	0,46468246	0,72087918
SANOFI	0,66061624	0,72551055	0,74591529	0,73464508	0,91675737
VIVENDI	0,79266184	0,85496653	0,89319666	0,86931901	0,88594873
MEDIA	0,62230953	0,66311863	0,69184793	0,68954885	0,84119509

Fuente: Elaboración propia

Este sector representado en la tabla 21, al igual que el de bienes de consumo, es un sector muy defensivo. Se observa que el riesgo sistemático medido por la beta, a medida que abandonamos las series muestrales que contienen las series de precios con mayores caídas debido a la recesión, aumentan su valor. Tomando como referencia la media del sector de 0,6223 en el periodo de 5 años ha pasado a 0,84119 en el último año. Se observa una ligera disminución del valor de la muestra de 2 años, esto es debido a que en esta muestra toma relevancia la corrección del índice EUROSTOXX50, como se puede ver en el gráfico del anexo, del año 2011.

Para finalizar el apartado se puede indicar **que las betas son muy distintas en función del sector al que pertenezca**, según los datos obtenidos, los sectores:

- servicios básicos y servicios de construcción y, servicios financieros e inmobiliarios, tienen β mayores a uno en todos los periodos con lo que son los valores más *agresivos* y *cíclicos* que se ven más afectados por la variación de la economía en general.
- En cambio los valores que forman el sector de Tecnología y telecomunicaciones, Servicios de consumo, Petróleo y energía y Bienes de consumo son activos refugio con betas inferiores a uno, lo que significa que varían menos que el rendimiento del mercado. Se considera que los sectores más neutrales ya que los valores de las Betas son más cercanos a uno, son los sectores Petróleo y energía y Bienes de consumo.

3.5 ANÁLISIS DE LA RELACIÓN RENTABILIDAD-RIESGO (MEDIDAS DE PERFORMANCE).

Hasta este momento, se ha estudiado por separado el rendimiento y el riesgo de los distintos activos que forman EUROSTOXX50. En el análisis descriptivo, se han verificado los rendimientos en los cinco ámbitos temporales y en los seis grandes sectores al igual que el riesgo, del cual se ha estudiado por riesgo total, medido por sigma, y después, se ha separado el riesgo total en riesgo sistemático y específico. Es interesante comprobar también las dos variables al mismo tiempo, ya que un inversor racional y adverso al riesgo siempre busca una relación óptima entre estos dos componentes.

Para acometer esto, vamos a utilizar las medidas de performance que se han explicado en la parte teórica, que son el índice de Sharpe, el índice de Treynor y la alfa de Jensen. Para el cálculo de estas medidas es necesario definir un activo libre de riesgo, en este caso, se va a usar el Bono Alemán y el periodo que decidimos usar es a 5 años que en el momento de la redacción del trabajo es un 0,55% anual.

Se va a calcular este índice en cinco ámbitos temporales, 5 años, 4 años, 3 años, 2 años y el último año; en estos últimos ámbitos temporales el mercado esta estabilizado y, en el último año, incluso hay indicios de recuperación.

4.3.1 Índice de Sharpe:

En este apartado se va a calcular este índice, definido como $Sc = (\mu_c - \mu_f) / \sigma_c$, donde μ_c es el rendimiento del título, μ_f el rendimiento del activo libre de riesgo y σ_c es el riesgo del título. El índice expresa el exceso de rentabilidad de cada título sobre el activo sin riesgo por unidad de riesgo total.

Los cálculos los hemos realizado en los cinco ámbitos temporales que hemos indicado anteriormente, para visualizar los resultados se dividen por sectores.

Tabla 22: Índice de Sharpe **sector materiales básicos y servicios de la construcción.**

Empresas	Sharpe 5 años	Sharpe 4 años	Sharpe 3 años	Sharpe 2 años	Sharpe 1 año
AIR LIQUIDE	0,02060419	0,43974261	0,31508445	0,09438674	0,18631386
ARCELORMITTA	-0,68872920	-0,52972540	-0,77101870	-0,95066400	-0,41908720

BASF SE	-0,11012460	0,77469604	0,64755819	0,31283375	1,21767339
BAYER AG NA	0,22769203	0,67961620	0,71424488	0,64864065	2,05259825
CRH PLC	-0,17905240	-0,03227040	-0,14913800	0,11131717	0,46299501
SAINT GOBAIN	-0,18571070	0,17024015	0,04517107	-0,38324490	0,42034094
VINCI	-0,11470620	0,10971135	0,06891776	-0,16324070	0,73984993

Fuente: Elaboración propia

En el sector *materiales básicos y servicios de la construcción* como se observa en el periodo de 5 años, salvo dos valores que son AIR LIQUID y BAYER, todos tienen un ratio negativo, es decir, en el periodo de 5 años habría sido más ventajoso para el inversor escoger un activo de renta fija. Esto mejora a medida que disminuye el ámbito temporal entrando en el periodo de estancamiento. Además en el periodo a 4 años, 3 años y 2 años, aunque sólo arrojan valores negativos 3 empresas, el valor del ratio para todos los valores es inferior a 1, por lo tanto, el riesgo que se asumiría al invertir en el activo, es superior a la rentabilidad proporcionada.

En el último año, los datos mejoran notablemente, solamente, habiendo un valor negativo. Además tenemos dos empresas con valor mayor a 1 que son BASF y BAYER.

Tabla 23 .Índice de Sharpe para el sector **servicios financieros e inmobiliarios**.

Empresas	Sharpe 5 años	Sharpe 4 años	Sharpe 3 años	Sharpe 2 años	Sharpe 1 año
ALLIANZ SE	-0,01496154	0,43666778	0,40137260	0,33144860	2,15710582
AXA UAP	-0,14774716	0,09246530	0,10302744	0,06834920	1,81818834
BBVA	-0,32643443	-0,12380009	-0,16311644	-0,11496858	1,26444804
BNP PARIBAS	-0,14717410	-0,03909718	-0,03705122	-0,16340508	1,63531170
DT.BANK NA	-0,26742143	-0,17028536	-0,25727112	-0,14236502	0,59290908
GENERALI A.	-0,34137423	-0,10723111	-0,04587175	-0,05562262	1,55759869
ING GROEP	-0,35488430	-0,03019392	0,06855947	-0,13892875	1,17505207
INTESA	-0,40080998	-0,30302528	-0,25873149	-0,17421810	0,83851200
MUV2	0,10198889	0,39301658	0,43708309	0,57137698	1,75288672
SANTANDER	-0,40753239	-0,21455084	-0,39123164	-0,48977817	0,74515616
SOCIETE GR.	-0,26121955	-0,12874918	-0,09501073	-0,25806578	1,52850657
UNIBAIL	0,07460326	0,48775406	0,52475047	0,39912835	1,70965229
UNICREDITO	-0,68774716	-0,61686289	-0,71741932	-0,85238431	1,22924647

Fuente: Elaboración propia

En este sector, **servicios financieros e inmobiliarios**, los resultados pasan de ser negativos, o muy inferiores a uno en los 4 primeros ámbitos temporales, a obtener resultados positivos y mayores a 1 o incluso en algunos casos como el caso de ALLIANZ mayores a 2. Esto es debido, a que el índice en general y en particular este sector ha experimentado una subida en los precios en el último periodo estudiado, como podemos ver en el último gráfico del anexo, en el último periodo del estudio entre el 31/05/2012 y el 31/05/2013 el índice ha experimentado un leve recuperación, con una subida en los precios.

Tabla 24. Índice de Sharpe para el **sector bienes de consumo**.

Empresas	Sharpe 5 años	Sharpe 4 años	Sharpe 3 años	Sharpe 2 años	Sharpe 1 año
AB INBEV	0,14908581	1,12386032	0,88851930	1,20218388	1,16929341
BMW STAMMA.	0,32907419	0,79459425	0,65577739	0,26351194	0,66204311
CARREFOUR	-0,37748762	-0,28079895	-0,39011963	-0,37512249	1,43068763
DAIMLER AG	-0,00904271	0,47029974	0,18896580	0,02427479	0,99295282
DANONE	-0,01298727	0,51046036	0,46684534	0,27196450	0,43751957
EADS	0,54513131	0,99328134	1,00400870	0,97143289	1,55374686
INDITEX	0,69428302	1,03836260	0,91661759	0,75129712	1,20835601
KON.PHL.N.V	-0,07291892	0,37284283	-0,14249379	0,20920953	1,77707034
LOREAL	0,32131790	0,92726353	0,81362490	0,92506362	1,60642008
LVMH	0,33611521	0,72650421	0,53443866	0,23442515	0,54430123
SCHNEIDER	-0,11140261	0,05565624	-0,18157935	0,11469789	1,09543045
SIEMENS	0,05062263	0,40485488	0,12661839	-0,24356264	1,05969763
UNILEVER	0,32541425	0,81289876	0,64813436	0,97940506	1,47885354
VW	-0,02324017	-0,14875734	0,82392008	0,41289771	0,92199081

Fuente: Elaboración propia

En el sector bienes de consumo, se observa que más del 50% de los títulos son positivos en el ámbito de 5 años, lo que es un buen resultado en comparación con el

resto de sectores, pasando la mayor parte a ser positivos en el resto de los periodos, siendo en el último periodo todos los valores positivos. En este último periodo, es en el único que se obtienen ratios mayores a 1, esto lo hace el 64,20 % de las empresas de este sector, con lo que el exceso de rentabilidad que nos da el activo del sector sobre el activo sin riesgo, es mayor al riesgo de la empresa.

Tabla 25. Índice de Sharpe para el sector tecnología y comunicaciones.

Empresas	Sharpe 5 años	Sharpe 4 años	Sharpe 3 años	Sharpe 2 años	Sharpe 1 año
ASML HOLDINC	0,68037601	1,24223965	1,12221901	1,47874562	1,86000513
DT.TELEKOM	-0,15268468	0,07486430	-0,07068889	-0,29453138	0,46963732
ORANGE	-0,69671215	-0,84403241	-0,92807163	-1,25419310	-0,91675789
SAP AG	0,34297116	0,74372806	0,77934077	0,65145062	1,09508084
TELEFONICA	-0,41017272	-0,36855129	-0,51068896	-0,77347525	0,60684873

Fuente: Elaboración propia.

No existe nada que se pueda indicar en este sector que difiera con lo que se ha indicado en los anteriores, salvo destacar el buen comportamiento según este ratio de ASML HOLDING, con resultados siempre mayores a 1, salvo en el periodo de 5 años, con lo que el exceso de rendimiento sobre el activo sin riesgo es mayor que el riesgo en los 4 periodos.

Tabla 26. Índice de Sharpe para el sector petróleo y energía.

Empresas	Sharpe 5 años	Sharpe 4 años	Sharpe 3 años	Sharpe 2 años	Sharpe 1 año
E.ON SE	-0,78120630	-0,57900085	-0,72791411	-0,60719400	-0,51404102
ENEL	-0,56278896	-0,38060627	-0,30156816	-0,73219963	0,72929526
ENI S.P.A.	-0,25770895	0,00091451	0,15167428	0,10541842	0,52103139
GDF SUEZ	-0,55750137	-0,51564165	-0,57887738	-0,77619285	-0,08333321
IBERDROLA	-0,45296702	-0,33044182	-0,30866323	-0,56590152	0,87279612
REPSOL	-0,24551915	0,08087912	0,03153475	-0,35924974	1,01303584
RWE	-0,72850520	-0,73966818	-0,88550508	-0,62004412	-0,46153193
TOTAL	-0,27608513	-0,06573770	-0,00721758	-0,07258244	0,53353535

Fuente: Elaboración propia.

En este sector en el periodo de 5 años la rentabilidad de los activos es menor a la rentabilidad del activo sin riesgo, en el periodo muestral de 3 años y de 4 años hay solamente dos empresas con exceso de rentabilidad sobre el activo sin riesgo, aunque esto mejora notablemente en el último año con más del 50% de los activos del sector con exceso de rentabilidad sobre el activo sin riesgo. Como se observa en la tabla de esas empresas, solamente REPSOL obtiene un exceso de beneficio mayor al riesgo a asumir, en caso de invertir en el activo, con un valor de 1,01 el último año.

Tabla 27. Índice de Sharpe para el sector servicios de consumo.

Empresas	Sharpe 5 años	Sharpe 4 años	Sharpe 3 años	Sharpe 2 años	Sharpe 1 año
ESSILOR	0,61948952	1,25711054	1,02505358	0,97169938	0,90799397
SANOFI	0,37140732	0,61502839	0,72731629	0,85074810	1,74789549
VIVENDI	-0,38356820	-0,20845310	-0,20274060	-0,38112800	0,55857006

Fuente: Elaboración propia.

Por último, en el sector *servicios de consumo*, se observa que 2 de las 3 empresas que lo componen, obtienen un exceso de rentabilidad sobre el activo sin riesgo, llegando incluso en algunos periodos, como ESSILOR en el periodo de 3 y 4 años y SANOFI en el último periodo, este exceso a superar al riesgo del rendimiento.

Para concluir el estudio de este ratio, es necesario indicar que, en general, en los 6 sectores se observa que hay mucha variación dependiendo del ámbito temporal con el que se trabaje para calcular este ratio. Probablemente, la utilidad de este índice sea mejor para analizar fondos o carteras que para analizar activos individuales. **Como dato**

relevante que obtenemos de este cálculo es que no hay ningún título que sea positivo en el primer ámbito temporal de 5 años y sea negativo en los posteriores.

4.3.2 Índice de Treynor.

El segundo índice a tratar es el Índice de Treynor, que se formula como: $S_c = (\mu_c - \mu_f) / \beta_c$, donde a diferencia del anterior el riesgo se define por β_c , que es el riesgo sistemático de título. Representa el diferencial de rendimiento del activo sobre el activo sin riesgo por unidad de riesgo sistemático.

Se calcula en los tres ámbitos temporales y se exponen los resultados separados por sectores. Los datos obtenidos, en base a que el resultado sea positivo o negativo, son evidentemente los mismos que los del índice de Sharpe, por lo que únicamente vamos a verificar cuáles son los valores preferentes en cada sector. Se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 28. Índice de Treynor para el sector **materiales básicos y servicios de la construcción.**

Empresas	Treynor 5 años	Treynor 4 años	Treynor 3 años	Treynor 2 años	Treynor 1 año
AIR LIQUIDE	0,00747253	0,13189876	0,09425661	0,0307864	0,05058141
ARCELORMITTA	-0,25485236	-0,1596549	-0,2276476	-0,2955157	-0,1186044
BASF SE	-0,04906473	0,22901015	0,18580534	0,09514154	0,30791615
BAYER AG NA	0,09050991	0,22246271	0,22314028	0,21346266	0,56298538
CRH PLC	-0,08005621	-0,0111214	-0,0500961	0,03765837	0,15752467
SAINT GOBAIN	-0,06600618	0,04855742	0,01266067	-0,1156359	0,11716125
VINCI	-0,03803955	0,0296918	0,01844976	-0,0472187	0,17618685

Fuente: Elaboración propia

Los resultados obtenidos con este índice en este sector, **materiales básicos y servicios de la construcción**, son muy parecidos a los obtenidos con el resto de los estudios, las empresas preferidas son las del subsector químico, siendo en concreto la empresa que da más beneficio por unidad de riesgo sistemático BAYER.

Tabla 29. Índice de Treynor para el sector **servicios financieros e inmobiliarios**.

Empresas	Treynor 5 años	Treynor 4 años	Treynor 3 años	Treynor 2 años	Treynor 1 año
ALLIANZ SE	-0,00518775	0,12096633	0,10691921	0,09451183	0,49494675
AXA UAP	-0,04937312	0,02515636	0,02736153	0,01958215	0,40433682
BBVA	-0,10949903	-0,03538348	-0,04644510	-0,03490141	0,30465774
B. PARIBAS	-0,05367883	-0,01107706	-0,01028683	-0,04943534	0,37298851
DT.BANK NA	-0,09460890	-0,04879547	-0,07173374	-0,04204897	0,14535280
GENERALI	-0,17672171	-0,03054851	-0,01322908	-0,0177116	0,38590279
ING GROEP	-0,13265244	-0,00902150	0,01861825	-0,04076581	0,28273540
INTESA	-0,14341411	-0,08881671	-0,07540427	-0,05451448	0,20900463
MUV2	0,04032876	0,12298871	0,12925911	0,17603455	0,47465046
SANTANDER	-0,13766346	-0,06168094	-0,11225687	-0,15159366	0,18269599
SOCIETE G.	-0,09855611	-0,03751437	-0,02682027	-0,07834090	0,35980962
UNIBAIL	0,04360637	0,16862197	0,16994115	0,13509221	0,51829299
UNICREDITO	-0,29490642	-0,21828989	-0,26118010	-0,34053942	0,31437335

Fuente: Elaboración propia.

Hay cuatro empresas del sector que nos arrojan resultados positivos en todos los 4 periodos, ALLIANZ, AXA, MUV2 y UNIBAIL, siendo estas dos últimas, las que proporcionan una prima mayor de beneficio por unidad de riesgo sistemático. Además hay que destacar la evolución favorable de los valores pasando a ser todos positivos en el último ámbito temporal.

Tabla 30. Índice de Treynor para el sector **bienes de consumo**.

Empresas	Treynor 5 años	Treynor 4 años	Treynor 3 años	Treynor 2 años	Treynor 1 año
AB INBEV	0,16838368	0,47935432	0,38257114	0,57628329	0,50356236

BMW STA.	0,12861075	0,26842033	0,21622553	0,08893946	0,18311776
CARREFOUR	-0,15958146	-0,09802929	-0,13034791	-0,13145602	0,42238954
DAIMLER	-0,00328682	0,14866769	0,05900928	0,00785797	0,29040918
DANONE	-0,00619764	0,19764848	0,18033129	0,11399306	0,15444492
EADS	0,27904828	0,44971280	0,44574446	0,45034614	0,85112402
INDITEX	0,32085347	0,42467481	0,38278998	0,33162784	0,44440648
KON.PHL.N.V	-0,02854717	0,12293230	-0,04805155	0,07631680	0,66553208
LOREAL	0,13566314	0,32069328	0,27635764	0,34507689	0,47093129
LVMH	0,12259868	0,22176876	0,16395327	0,07529486	0,14207298
SCHNEIDER	-0,04793642	0,02223673	-0,07523284	0,03417187	0,26603476
SIEMENS	0,01782641	0,11820218	0,03647031	-0,07383013	0,27939428
UNILEVER	0,16065489	0,33332362	0,27990334	0,45894324	0,47762710
VW	-0,03497590	-0,06143395	0,30137195	0,14812472	0,31432464

Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la tabla 30, hay 5 empresas con ratio positivo en todos los periodos, las que nos proporcionan una mayor prima de beneficio por unidad de riesgo sistemático son, AB INBEV, EADS y INDITEX.

Tabla 31. Índice de Treynor para **tecnología y comunicaciones**.

Empresas	Treynor 5 años	Treynor 4 años	Treynor 3 años	Treynor 2 años	Treynor 1 año
ASML HOLD.	0,34818650	0,55676354	0,52486642	0,73973596	0,82487266
DT.TELEKOM	-0,06721659	0,02827226	-0,02658284	-0,11384523	0,15612226
ORANGE	-0,28219880	-0,26939711	-0,28708074	-0,41282037	-0,26058650
SAP AG	0,15295494	0,28841740	0,28573417	0,24843859	0,35128848
TELEFONICA	-0,14698905	-0,10980146	-0,14832913	-0,24469724	0,15350316

Fuente: Elaboración propia

Las dos sociedades con resultados positivos en los 5 periodos son ASML HOLDING y SAP, obteniendo ASML HOLDING una de los valores más altos del ratio. Esta empresa fabrica componentes informáticos, viéndose sus ventas incrementadas en los últimos años por el aumento de la demanda de chips para smartphones y tablets.

Tabla 32. Índice de Treynor para el sector **petróleo y energía**.

Empresas	Treynor 5 años	Treynor 4 años	Treynor 3 años	Treynor 2 años	Treynor 1 año
E.ON SE	-0,49525523	-0,18872009	-0,2325799	-0,20341299	-0,18017106
ENEL	-0,26642444	-0,12077035	-0,09072045	-0,23989213	0,18749280
ENI S.P.A.	-0,12761318	0,00026074	0,04249464	0,03185073	0,12460703
GDF SUEZ	-0,33651936	-0,15569936	-0,17194548	-0,25425462	-0,02573291
IBERDROLA	-0,15869478	-0,09969295	-0,09271843	-0,18419637	0,23339555
REPSOL	-0,09330988	0,02696813	0,01096986	-0,14302092	0,34879296
RWE	-0,28915569	-0,24627441	-0,2826588	-0,20728174	-0,14093448
TOTAL	-0,09485648	-0,01836136	-0,00198496	-0,02149385	0,11860332

Fuente: Elaboración propia

El comportamiento de este sector es, en general, el peor de los 6 sectores, no superando sus activos en la mayoría de los periodos la rentabilidad del activo sin riesgo.

Tabla 33. Índice de Treynor para el sector **servicios de consumo**.

Empresas	Treynor 5 años	Treynor 4 años	Treynor 3 años	Treynor 2 años	Treynor 1 año
ESSILOR	0,35501840	0,57856847	0,45444760	0,45188817	0,28874438
SANOFI	0,16320229	0,20319978	0,22741917	0,28326563	0,45344471
VIVENDI	-0,15032148	-0,06914579	-0,06509183	-0,13609213	0,17384814

Fuente: Elaboración propia

Se observa que 2 empresas de las 3 del sector, tienen resultado positivo en los 5 periodos, siendo mayor la prima de beneficio por unidad de riesgo que ofrece ESSILOR.

4.3.3 Alfa de Jensen.

Con la última medida de performance cuya expresión matemática es $J_c = [\mu_c - \mu_f] - [(\mu_M - \mu_f) \beta_c]$, se calcula la diferencia entre el valor del rendimiento obtenido y lo que teóricamente le correspondería por el riesgo asumido.

Al igual que en los dos índices anteriores los cálculos se realizan en los 3 ámbitos temporales, para su análisis y visualización se dividen en sectores, obteniendo los siguientes resultados:

Tabla 34. Alfa de Jensen para el sector **materiales básicos y servicios de la construcción.**

Empresas	Jensen 5 años	Jensen 4 años	Jensen 3 años	Jensen 2 años	Jensen 1 año
AIR LIQUIDE	0,05708552	0,08257133	0,03977052	0,03075582	-0,17011926
ARCELORMITT.	-0,28443543	-0,25877789	-0,37069800	-0,41135128	-0,50727187
BASF SE	0,02015172	0,20319087	0,14478608	0,10675173	0,03480101
BAYER AG NA	0,12749031	0,16582020	0,16111497	0,20774930	0,25475325
CRH PLC	-0,01324769	-0,04239419	-0,10396697	0,05694361	-0,10262671
SAINT GOBAIN	0,00194333	0,03110520	-0,03584705	-0,13296949	-0,17523860
VINCI	0,03349069	0,00478237	-0,02368453	-0,03689011	-0,10169544

Fuente: Elaboración propia

Analizando este sector se observa que al igual que con otros estadísticos las empresas químicas del sector, BAYER, BASF y AIR LIQUIDE, son las que tienen un mejor comportamiento.

Tabla 35. Alfa de Jensen para el sector servicios financieros e inmobiliarios.

Empresas	Jensen 5 años	Jensen 4 años	Jensen 3 años	Jensen 2 años	Jensen 1 año
ALLIANZ SE	0,07759156	0,10561501	0,07764079	0,13105683	0,22722640
AXA UAP	0,02968137	-0,00023763	-0,02035507	0,05328039	0,17963595
BBVA	-0,05557763	-0,08380521	-0,11947334	-0,02874798	0,05317204
BNP PARIBAS	0,02036233	-0,05867632	-0,08589629	-0,06274434	0,16590038

DT.BANK NA	-0,04249641	-0,10657157	-0,16444365	-0,04444185	-0,19216628
GENERALI	-0,07347610	-0,06409562	-0,06239481	-0,00479107	0,17065086
ING GROEP	-0,12298083	-0,06099460	-0,03769083	-0,04906401	0,01968243
INTESA	-0,11667078	-0,19341305	-0,20998524	-0,07605415	-0,11101781
MUV2	0,08618424	0,07484672	0,07450212	0,16909113	0,1585980
SANTANDER	-0,09347180	-0,11670371	-0,19863620	-0,17192484	-0,12813014
SOCIETE GR.	-0,05008905	-0,11675687	-0,13271711	-0,13327146	0,16656793
UNIBAIL	0,05909726	0,10721543	0,10064296	0,11089966	0,16463430
UNICREDITO	-0,36620565	-0,41730609	-0,53792171	-0,61809396	0,08296715

Fuente: Elaboración propia

Hay cuatro empresas con rendimiento superior a su rendimiento teórico en los cinco periodos, tres empresas del subsector de seguros: ALLIANZ, AXA, MUV2 y UNIBAIL, empresa del subsector inmobiliario especializado en inversiones en centros comerciales.

Tabla 36. Alfa de Jensen para el sector **bienes de consumo**.

Empresas	Jensen 5 años	Jensen 4 años	Jensen 3 años	Jensen 2 años	Jensen 1 año
AB INBEV	0,09861728	0,24788044	0,17495102	0,27674890	0,12205474
BMW STAM.	0,20466416	0,23986763	0,18018004	0,10597285	-0,08116711
CARREFOUR	-0,08107588	-0,11870740	-0,18033058	-0,13334472	0,17387584
DAIMLER A.	0,07824075	0,13471296	0,02017790	0,02342916	0,01864107
DANONE	0,03376136	0,09515883	0,07458197	0,06664770	-0,06757790
EADS	0,27624660	0,31441493	0,30593803	0,35089591	0,34017146
INDITEX	0,27104560	0,26412620	0,22001934	0,21723090	0,14388450
KON.PHI.N.V	0,03611042	0,09182546	-0,07755123	0,07618779	0,25388696
LOREAL	0,14572253	0,19282850	0,14970135	0,21314070	0,15426553
LVMH	0,18209351	0,18453883	0,11362306	0,08116668	-0,12225466
SCHNEIDER	0,02405736	-0,00391967	-0,15513423	0,06437727	-0,00512955
SIEMENS	0,08858364	0,08347389	-0,00310519	-0,04679419	0,00647182
UNILEVER	0,11209641	0,13740450	0,09483041	0,16924470	0,09645945
VW	0,01622117	-0,08582952	0,25686500	0,16664434	0,03647526

Fuente: Elaboración propia

Como se puede ver en la tabla 36, un 57,14% de las empresas de este sector obtiene un beneficio superior al rendimiento teórico.

Tabla 37. Alfa de Jensen para el sector **tecnología y comunicaciones**.

Empresas	Jensen 5 años	Jensen 4 años	Jensen 3 años	Jensen 2 años	Jensen 1 año
ASML HOLD.	0,28892170	0,35959189	0,31239933	0,44348213	0,37069455
DT.TELEKOM	0,00013548	0,00187508	-0,04330546	-0,06759403	-0,07850594
ORANGE	-0,14329228	-0,22537190	-0,26987619	-0,34778048	-0,55127577
SAP AG	0,13886904	0,14610760	0,14473805	0,16040702	0,05414226
TELEFONICA	-0,06386992	-0,12081737	-0,17582111	-0,22057317	-0,13507596

Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la tabla anterior, se verifica, al igual que con otros, que las empresas del sector tecnológico que tienen mejor comportamiento son ASML HOLDING y SAP, destacando ASML HOLDING por ser la empresa que da una mayor diferencia entre el beneficio real obtenido y el teórico.

Tabla 38. Alfa de Jensen para el sector **petróleo y energía**.

Empresas	Jensen 5 años	Jensen 4 años	Jensen 3 años	Jensen 2 años	Jensen 1 año
E.ON SE	-0,41802161	-0,19562426	-0,26125624	-0,19638751	-0,3542521
ENEL	-0,14180086	-0,13789169	-0,13068522	-0,23663101	-0,10397914
ENI S.P.A.	-0,04029647	-0,02244995	0,00207458	0,04207405	-0,15150781
GDF SUEZ	-0,16440987	-0,17059293	-0,20823546	-0,23105904	-0,25428219
IBERDROLA	-0,09615543	-0,12590037	-0,13855681	-0,1824133	-0,0487732
REPSOL	-0,02505752	0,00164169	-0,02881895	-0,12372282	0,08412216
RWE	-0,18444308	-0,23475032	-0,31449495	-0,20494245	-0,33965115
TOTAL	-0,02389518	-0,03575454	-0,03399245	-0,00609161	-0,13670734

Fuente: Elaboración propia

Este es el sector que peor comportamiento tiene, según este ratio, todos los valores del sector ofrecen un valor negativo. Por lo tanto su rendimiento real ha sido inferior en todos los valores y en todos los periodos al rendimiento teórico.

Tabla 39. Alfa de Jensen para el sector **servicios de consumo**.

Empresas	Jensen 5 años	Jensen 4 años	Jensen 3 años	Jensen 2 años	Jensen 1 año
ESSILOR	0,17474098	0,22621562	0,18077757	0,21631827	0,01354013
SANOFI	0,15235141	0,12906083	0,13962694	0,21811313	0,16820951
VIVENDI	-0,06571454	-0,08075664	-0,09407349	-0,1064584	-0,08515158

Fuente: Elaboración propia

Tanto ESSILOR como SANOFI aportan beneficios reales mayores a los teóricos en los 5 periodos estudiados.

3.6 UNA APLICACIÓN PRÁCTICA DE LA TEORÍA DE CARTERAS: CONSTRUCCIÓN DE LA FRONTERA DE CARTERAS EFICIENTES ATENDIENDO AL MODELO DE MARKOWITZ.

En este último apartado se busca *construir una cartera atendiendo a los criterios de racionalidad y aversión al riesgo*. A partir de una combinación de valores seleccionados a partir de la muestra de todos los títulos que conforman el EUROSTOXX50 se obtiene un conjunto de carteras (*frontera de carteras eficientes*) mediante la aplicación del modelo de Markowitz.

En una primera parte, se indica el procedimiento que se ha seguido para escoger entre los cincuenta títulos los que van a formar parte del conjunto de carteras (mediante una variante del índice de Treynor) para, posteriormente, construir el conjunto de carteras aplicando el método de Markowitz.

3.6.1 Selección de los títulos a incluir en el modelo.

En este punto se va escoger de entre la totalidad de los títulos del índice EUROSTOXX50 una selección de los que van a formar parte de la frontera de carteras eficientes²⁷ que se va a construir.

Hacer una cartera con la totalidad de títulos del EUROSTOXX50 para emular el comportamiento del índice o tratar de conseguir un conjunto de carteras más eficiente que el índice, proporciona costes más elevados (de transacción, de gestión) que escoger un número más reducido de títulos y, además, como se ha indicado en la parte teórica, una cartera con 10 valores, seleccionándola correctamente, está lo suficiente bien diversificada, para que el riesgo sistemático se reduzca en su mayor parte. De esta forma, se obtienen beneficios similares o mejores que trabajar con todos los valores, pero simplificando los cálculos. Por otro lado, aplicar Markowitz a los 50 títulos es demasiado complejo, debido al tamaño de la matriz de varianzas-covarianzas, que es una de las limitaciones de este modelo tal como se ha indicado en la parte teórica.

Para elegir el conjunto de títulos que van a formar parte de la cartera se considera que el inversor es **racional y adverso al riesgo**. Mediante los cálculos anteriores se han obtenido los estadísticos de *media* y *varianza* del rendimiento de cada título, valores que van a permitir junto con el riesgo sistemático, seleccionar los títulos que van a formar parte de la cartera.

²⁷ Se entiende por cartera la elección que un sujeto económico hace entre un conjunto de títulos.

A continuación, se realiza una pequeña explicación de los principios que se considera que sigue un **inversor racional y adverso al riesgo**. En determinadas ocasiones la elección no alberga duda posible.

- Es preferible el valor A al valor B, cuando los **rendimientos son iguales** pero la desviación típica de A es menor que la de B,
- si el **rendimiento de A es mayor que el de B** será preferible siempre que la desviación típica de A sea menor o igual a la de B.

Por ejemplo, dados los siguientes rendimientos y desviaciones típicas de tres títulos:

Tabla 40. Preferencia inversor

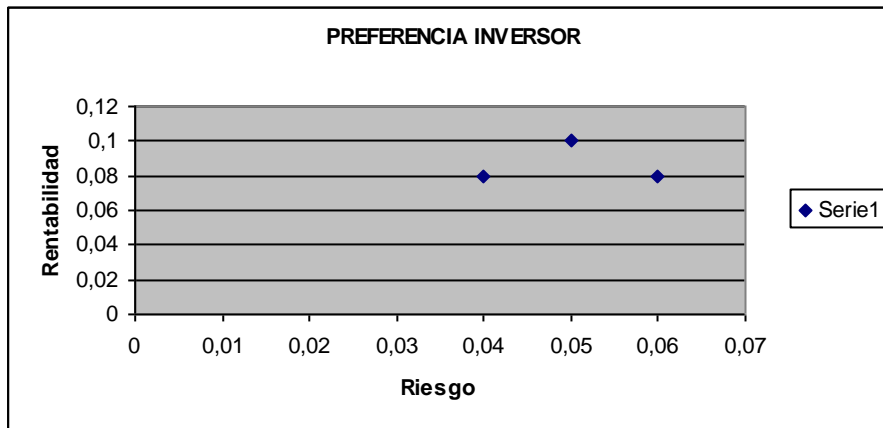
	Rentabilidad	Riesgo
Título A	0,08	0,04
Título B	0,08	0,06
Título C	0,1	0,05

Fuente: Elaboración propia

No hay duda de que entre el título A y el título B, cualquier inversor racional y adverso al riesgo elegiría el título A, ya que tiene la misma rentabilidad que el B y menos riesgo, lo que ya no está tan claro es si elegiría A o C, esto ya depende del grado de aversión al riesgo del inversor. En el lado más extremo dentro de los inversores, están los que son tan adversos al riesgo, que buscan un riesgo mínimo aún a costa de sacrificar la mayor parte de la rentabilidad, estaríamos ante inversores de renta fija que

no tienen el perfil necesario para invertir en el producto que es desarrollado en este trabajo.

Gráfico 5. Aversión al riesgo



Fuente: Elaboración propia.

Continuando con la selección de valores, se explica a continuación la **importancia de formar una cartera de inversión y no invertir solamente en título individual**. Es habitual que los inversores de renta variable combinen los títulos, formando lo que denominamos cartera de valores o portafolio (no tener todos los huevos en la misma cesta), con el fin de eliminar el riesgo no sistemático. Se obtiene de esta forma, si se ha hecho correctamente, una cartera de valores con la mejor relación posible entre rendimiento y riesgo.

En principio, para eliminar el riesgo no sistemático puede ser conveniente buscar valores con correlaciones negativas, pero esto puede provocar una disminución en los rendimientos obtenidos, ya que por ejemplo los rangos de rentabilidad en la que se

muevan los títulos sean bajos. No podemos minimizar el riesgo sin tener en cuenta la rentabilidad, lo que vamos a **tratar de encontrar es un equilibrio entre las dos**.

Mediante la diversificación de los títulos se compensan las pérdidas y ganancias de unos títulos con los otros con lo que minimizamos el riesgo, es decir, la diversificación nos proporciona una mejor relación entre la rentabilidad y riesgo.

A continuación, se va a calcular entre las 50 empresas las que tengan el **mejor ratio rendimiento-riesgo sistemático**. Se ha elegido este ratio porque lo que se busca en toda inversión racional es obtener el máximo rendimiento posible con un mínimo riesgo, como medida de riesgo se ha elegido el riesgo sistemático ya que el otro no es necesario tenerlo en cuenta, ya que va ser eliminado cuando se forme la cartera. Este ratio es una variante del Ratio de Treynor, pero sin tener en cuenta para la existencia del rendimiento libre de riesgo, ya que para la aplicación que se le da a los resultados obtenidos, no es relevante reflejar este dato. El ratio es el cociente entre la rentabilidad media de cada título y el riesgo sistemático medido por β , ya este riesgo, como ya se ha indicado, no se puede eliminar formando la cartera.

Para el cálculo del ratio, se cogen las rentabilidades medias de cada título en un periodo de 5 años y lo dividimos entre las betas en el mismo periodo de cada título. Se ha elegido para esta parte del trabajo un periodo de 5 años, ya que se considera que de esta forma los datos reflejan más información, debido a que la serie histórica recoge de esta forma el comienzo y evolución de la crisis económica.

Los resultados que se obtienen son los siguientes:

Tabla 41. Ratio rentabilidad activo individual/riesgo sistemático

RENTABILIDAD	EMPRESA	BETA 5 AÑOS	RATIO
-0,00183997	E.ON SE	0,97705726	-0,00188318
-0,00076961	GDF SUEZ	0,61095855	-0,00125968
-0,00180474	UNICREDITO	1,60977608	-0,00112111
-0,00090393	RWE	0,83180699	-0,00108671
-0,00070296	ORANGE	0,66715547	-0,00105367
-0,00070900	ENEL	0,71254356	-0,00099502
-0,00146632	ARCELORMITTA	1,51751907	-0,00096626
-0,00043575	GENERALI ASS	0,67221875	-0,00064823
-0,00062183	IBERDROLA	1,05344739	-0,00059028
-0,00051878	CARREFOUR	0,87969529	-0,00058973
-0,00043713	VIVENDI	0,79266184	-0,00055147
-0,00043263	TELEFONICA	0,80267639	-0,00053899
-0,00082566	INTESA	1,53521754	-0,00053781
-0,00068339	SANTANDER	1,33064263	-0,00051358
-0,00094068	ING GROEP	1,88520916	-0,00049898
-0,00030742	ENI S.P.A.	0,66942866	-0,00045922
-0,00053507	BBVA	1,32072430	-0,00040513
-0,00058861	SOCIETE GRAL	1,60860178	-0,00036591
-0,00054755	DT.BANK NA	1,56288280	-0,00035035
-0,00029656	TOTAL	0,87085938	-0,00034054
-0,00032616	REPSOL	0,96776986	-0,00033703
-0,00030160	CRH PLC	1,04821329	-0,00028773
-0,00032833	SAINT GOBAIN	1,37660740	-0,00023850
-0,00015287	DT.TELEKOM	0,67315619	-0,00022710
-0,00028483	BNP PARIBAS	1,48208011	-0,00019218
-0,00029120	AXA UAP	1,64487730	-0,00017704
-0,00018605	BASF SE	1,09799941	-0,00016944
-0,00020652	SCHNEIDER	1,23488638	-0,00016724
-0,00014563	VINCI	1,13998009	-0,00012775
-0,00004610	VW	0,50000589	-0,00009220
-0,00008080	KON.PHI.N.V	0,92898853	-0,00008700
-0,00000372	ALLIANZ SE	1,24684934	-0,00000299
0,00000573	DAIMLER AG	1,22001374	0,00000470
0,00000801	DANONE	0,55147396	0,00001450
0,00004310	AIR LIQUIDE	0,76225423	0,00005650
0,00009240	SIEMENS	1,03917412	0,00008890
0,00014522	MUV2	0,79987884	0,00018156
0,00011043	UNIBAIL	0,53229156	0,00020746
0,00030218	BAYER AG NA	0,80726976	0,00037432
0,00047303	LVMH	0,95830353	0,00049361
0,00053760	BMW STAMM.	1,04405248	0,00051492
0,00039556	LOREAL	0,71755868	0,00055126
0,00039187	SAP AG	0,63015508	0,00062186
0,00043582	SANOFI	0,66061624	0,00065972

0,00032485	UNILEVER	0,49149408	0,00066094
0,00029201	AB INBEV	0,41822155	0,00069821
0,00087689	EADS	0,79732640	0,00109979
0,00088262	INDITEX	0,69808296	0,00126435
0,00095213	ASML HOLDING	0,69518447	0,00136961
0,00058598	ESSILOR	0,41365053	0,00141659

Fuente: Elaboración propia

En la tabla anterior se observa en **negrita** los 18 valores cuyo ratio es positivo, desechando los otros títulos para la formación de la cartera. Según la teoría financiera los resultados obtenidos con la diversificación son más beneficios cuanta más baja sea la correlación entre los títulos, sin embargo, como indica Doldán (2003), si solamente se atiende al criterio de correlación, puede ocurrir que los valores con menor correlación tengan una rentabilidad baja o un riesgo elevado, con lo que el valor de performance de las carteras obtenidas sería menos satisfactorio. Por este motivo son tomados como punto de partida estos 18 valores, y a partir de éstos se pasa a calcular las correlaciones de los títulos.

Para calcular las correlaciones, se forma la matriz de correlaciones a través de la hoja de cálculo, dando como resultado la matriz que figura en el anexo Tabla II que al estar formada por 18 títulos, está compuesta por 324 varianzas y covarianzas.

Una vez que se tiene formada la matriz, haciendo una simple media aritmética o promedio de cada una de las columnas, obtenemos los 10 valores con la correlación más baja, datos que se muestran en la tabla que sigue a continuación.

Tabla 42. Selección títulos con baja correlación

EMPRESA	RENTABILIDAD	RIESGO
<i>Bienes de consumo</i>		
EADS	0,00088239	0,02531207
INDITEX	0,00088331	0,02000740
DANONE	0,00001799	0,01632100
UNILEVER	0,00035390	0,01504835
AB INBEV	0,00025310	0,02929432
<i>Tecnología y telecomunicaciones</i>		
ASML HOLD.	0,00095362	0,02206360
SAP AG	0,00039186	0,01742877
<i>Servicios de consumo</i>		
ESSILOR	0,00058965	0,01470157
SANOFI	0,00043855	0,01800273
<i>Servicios financieros e inmobiliarios</i>		
MUV2	0,00014522	0,01961551

Fuente: Elaboración propia

Se observa que las *betas de las empresas que se han obtenido en la formación de la cartera son betas bajas y todas menores que uno*. Estos son valores defensivos y teóricamente la mejor opción en un periodo de recesión económica como el actual, y además al tener una correlación baja entre ellos, la eliminación del riesgo sistemático al formar la cartera va a ser mayor.

3.6.2 Construcción de la frontera eficiente de Markowitz y selección de la cartera óptima.

A partir de los **10 valores** que se han obtenido en el apartado anterior **elegidos según el ratio rentabilidad/riesgo sistemático y la matriz de correlaciones**, el objetivo que se persigue, es, entre todas las carteras que ofrecen una misma rentabilidad,

obtener la de varianza mínima, pues será la que cualquier inversor racional va a elegir, es decir, la **cartera eficiente** para cada nivel de rentabilidad.

Los valores de **rentabilidad del conjunto de carteras** van a estar acotados entre unos valores máximos y mínimos, siendo la cota superior el valor de más rentabilidad, ASML HOLDING con una rentabilidad de 0,000953624 y la cota inferior el valor de menor rentabilidad DANONE con una rentabilidad de 0,00001799.

El riesgo total es la suma de las varianzas de cada título y sus covarianzas, al tener 10 valores, tenemos 10 varianzas y 90 covarianzas. Mediante la hoja de cálculo se obtienen los valores de la siguiente tabla, al ser la matriz de varianzas-covarianzas simétrica en su diagonal principal, se duplican las covarianzas de la matriz.

Tabla 43 .Matriz de Varianzas-Covarianzas

MUV2	EADS	INDITEX	ASML HOLDING	SAP AG	ESSILOR	SANOFI	DANONE	UNILEVER	AB INBEV
0,00038447									
0,00019846	0,00064466								
0,00018072	0,00017867	0,00039933							
0,0001712	0,00024782	0,00017142	0,00048834						
0,00016838	0,00019236	0,00014413	0,00016755	0,00030352					
0,00011512	0,00013706	9,9502E-05	0,00011562	9,9993E-05	0,00021657				
0,00015614	0,00019489	0,00013267	0,00014302	0,00014727	0,00012184	0,0003252			
0,00011792	0,00017148	0,00012108	0,00013194	0,00011983	0,00010193	0,0001612	0,00026734		
0,00011519	0,00014414	0,0001105	0,000115886	0,00011393	9,012E-05	0,0001528	0,00016063	0,00022749	
0,0001063	9,5213E-05	9,0977E-05	0,000116058	4,9283E-05	0,0001134	7,582E-05	0,00010642	9,6262E-05	0,00086

Fuente: Elaboración propia

Al aplicar Markowitz al conjunto de acciones se ha seguido el planteamiento de minimizar la varianza, sujeta a un nivel determinado de rentabilidad. En el modelo se ha impuesto la restricción de que los porcentajes de cada título no pueden ser negativos. Se ha hecho la resolución del modelo a través de la hoja de cálculo, mediante la herramienta solver obteniendo los siguientes resultados:

Tabla 44. Resultado aplicación Markowitz

Rentabilidad	Varianza	Desviación típica
0,0002	0,00016	0,0127140
0,0003	0,00014	0,0120210
0,0004	0,00014	0,0117618
0,0005	0,00014	0,0117711
0,0006	0,00014	0,0120099
0,0007	0,00016	0,0125732
0,0008	0,00018	0,0135477
0,0009	0,00024	0,0153589
0,00095	0,00044	0,0210142

Fuente: Elaboración propia

Para cada valor de rendimiento se obtiene una cartera con el riesgo menor posible medido por la desviación típica, y se puede ver en el anexo en la tabla VIII la composición de las carteras para cada nivel de rentabilidad.

Obtenemos de esta forma la **frontera de carteras eficientes**, que se puede definir como el conjunto de carteras de activos con riesgo que proporcionan la rentabilidad máxima para cada nivel de riesgo:

Gráfico 6. Frontera de carteras eficientes

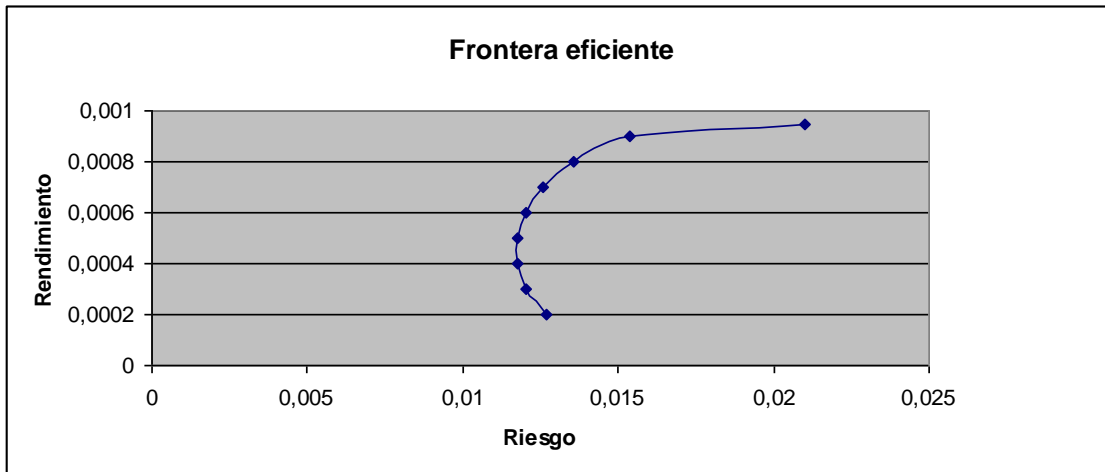


Gráfico 7. Fuente: Elaboración propia

Dentro de este conjunto de carteras eficientes, cada inversor elegirá una u otra en según su función de utilidad, pero cualquier inversor racional siempre elegirá una cartera eficiente.

Un inversor que sea más adverso al riesgo se situará, a la izquierda de la gráfica, escogiendo la cartera eficiente con el mínimo riesgo, que como vemos en la gráfica, es la que ofrece una rentabilidad de un 0,04% diario, obteniendo la siguiente combinación de las acciones:

Tabla 45 Combinación títulos aplicando Markowitz para rentabilidad 0,04%

MUV2	EADS	INDITEX	ASML HOLDING	SAP AG
0,05725965	0	0,05556084	0	0,14237840
ESSILOR	SANOFI	DANONE	UNILEVER	AB INBEV
0,31322426	0	0,13641715	0,23769621	0,05746349

Fuente: Elaboración propia

Un inversor que prefiera una elevada rentabilidad a costa de tener más riesgo, se situaría lo más a la derecha posible de la gráfica, por ejemplo, en la rentabilidad diaria de un 0,09 %.

Tabla 46. Combinación títulos aplicando Markowitz para rentabilidad 0,09%

MUV2	EADS	INDITEX	ASML HOLDING	SAP AG
0	0,27426304	0,26083671	0,42162747	0
ESSILOR	SANOFI	Danone	Unilever	AB INBEV
0,04327278	0	0	0	0

Fuente: Elaboración propia

4. CONCLUSIONES:

El objetivo principal del trabajo es construir, a partir de la muestra de los títulos que conforman el EUROSTOXX50 durante el período 2008-2013, la frontera de carteras eficientes de Markowitz que además batan al mercado, representado éste por el índice EUROSTOXX50. Previamente se acomete un análisis descriptivo del total de los títulos que comprende el estudio del comportamiento de los distintos valores y sus sectores, el cual contribuirá enormemente a la hora de seleccionar los títulos más adecuados para formar parte de la cartera atendiendo al binomio rentabilidad-riesgo.

En cuanto a la metodología usada en el estudio, la teoría de la eficiencia indica que el **mercado de renta variable** sigue una **eficiencia semifuerte**, por eso es conveniente una gestión como la que se ha realizado en este estudio, ya que los resultados obtenidos en muchos casos, son más favorables que mediante la gestión activa (buscar oportunidades mediante distintos análisis de empresas infravaloradas para anticiparse al mercado), como se puede comprobar en rankings de fondos de renta variable. Además, estos métodos permiten gestionar rápidamente y eficazmente cientos de títulos sin tener un conocimiento específico de los mismos. Las principales conclusiones obtenidas en el presente estudio son las que se detallan a continuación.

En **primer lugar**, y atendiendo al estudio de las **rentabilidades y del riesgo**, se describen brevemente los resultados obtenidos para la totalidad de los títulos acometiendo el análisis por sectores.

En cuanto al sector **materiales básicos y servicios de la construcción** se puede observar que son las empresas del subsector químico las que presentan mejores resultados. Las empresas AIR LIQUIDE, BAYER y BASH presentan rentabilidades positivas en todos los periodos, salvo BASH que solamente ha tenido un resultado negativo en el periodo de 5 años. Aún así, cabe destacar que **el sector presenta una rentabilidad inferior al índice**. En cuanto al riesgo se puede destacar que es superior al del índice general, siendo las empresas que muestran menos dispersión AIR LIQUIDE Y BAYER., estando AIR LIQUIDE en todos los periodos, salvo el último, por debajo del riesgo del índice EUROSTOXX50.

Dentro del sector de servicios **financieros e inmobiliarios**, las empresas del subsector de seguros (ALLIANZ, AXA, MUENCH RUECK) son las que mejor se han comportado, sobre todo MUENCH RUECK, obteniendo resultados positivos en los últimos 5 periodos estudiados. Otra sociedad con buenos resultados dentro de este sector es UNIBAIL, inmobiliaria especializada en la promoción e inversión en grandes centros comerciales.

En cuanto a las rentabilidades medias que presentan el total de los títulos que conforman este sector se podría destacar que presentan rentabilidades negativas en casi todos los períodos, con la excepción del último año donde el sector en su conjunto obtiene un 68,82% más de beneficio que el índice EUROSTOXX50, indicando el inicio de una posible recuperación. En cuanto al riesgo, medido por su desviación típica, el sector refleja, en general, el peor resultado de los 6 sectores con las medidas más elevadas de este estadístico.

El sector **Bienes de consumo** refleja en conjunto un buen resultado siendo su rentabilidad superior al índice general en todos los ámbitos temporales. Destaca en el sector el mal comportamiento de CARREFOUR probablemente debido a la caída de la demanda de productos no alimentarios. En relación al riesgo del sector medido por la desviación típica, los resultados son peores a los del índice general, siendo las sociedades que presentan un menor nivel de riesgo las de consumo alimentario, entre las que destacan DANONE y UNILEVER, sociedades con niveles de riesgo por debajo de la medida de dispersión del índice.

En cuanto al sector **tecnología y comunicaciones** cabe destacar que **únicamente** se obtienen buenos resultados en el subsector de tecnología, concretamente en el caso de las sociedades ASML HOLDING y SAP. Asimismo, se presenta como uno de los sectores con menor riesgo, siendo la empresa SAP la que presenta una medida de dispersión menor, estando incluso por debajo del nivel de dispersión presentado por el índice en casi la totalidad de los períodos.

En lo referente al sector **petróleo y energía** se puede observar un comportamiento medio de las rentabilidades por debajo de los valores que presentan el índice, llegando incluso a tomar valores negativos de rentabilidad salvo en el último periodo donde alcanza una mínima rentabilidad positiva. En cuanto al riesgo soportado por los títulos de este sector cabe indicar que los valores del riesgo de la totalidad de las empresas son superiores a los valores de dispersión del índice EUROSTOXX50.

El sector **servicios de consumo**, solamente representado por 3 empresas en nuestra muestra obtiene en general un resultado superior al índice en todos los periodos debido al buen comportamiento del ESSILOR y SANOFI, dos empresas dedicadas a la salud. No ocurre lo mismo con VIVENDI, empresa dedicada al sector de los videojuegos que tiene resultados negativos en todos los periodos. Es el sector que junto al de tecnología y comunicaciones arroja un mejor resultado en base a los estadísticos de rentabilidad y riesgo.

En base a los resultados obtenidos en el análisis descriptivo podemos extraer las siguientes **conclusiones** generales:

- En la práctica no se cumple siempre el razonamiento teórico que indica que a mayor rendimiento mayor riesgo, siendo en el caso de este estudio en muchas ocasiones las empresas que reflejan rentabilidades positivas mayores las que tienen un riesgo menor, como por ejemplo: SAP, UNILEVER y SANOFI.
- El riesgo de la mayoría de las sociedades que forman el índice EUROSTOXX50 es, en la mayoría de los casos superior, al riesgo del índice. Esto es debido a los efectos de la diversificación que provoca que el riesgo de índice EUROSTOXX50 sea menor al compensarse el nivel de riesgo que presentan unas empresas con el que soportan otras.

En **segundo lugar**, mediante la aplicación del modelo de mercado de Sharpe, se han obtenido los valores de las β que representan el riesgo sistemático, concluyendo

según los resultados obtenidos que las betas se mantienen muy estables en todos los periodos y que son muy distintas en función del sector al que pertenecen. En principio se puede esperar que si se mantiene este comportamiento estable la relación entre los diferentes activos y el índice medida por β deberían mantenerse en torno a los mismos valores en períodos futuros, salvo que se produzca un cambio estructural muy importante en el sector o la empresa.

Mediante el estudio de las betas por sectores, se puede observar que el sector de materiales básicos y servicios de la construcción y el sector de servicios financieros e inmobiliarios son los que se presentan como más agresivos y con betas superiores a uno. Este dato confirma los resultados obtenidos en el análisis descriptivo donde se puede observar que son los valores más afectados por la variación de la economía en general.

Los sectores defensivos o sectores refugio con betas inferiores a uno son el sector tecnología y comunicaciones, el sector servicios de consumo y el sector bienes de consumo. El sector petróleo y energía al tener betas muy cercanas a uno se considera un sector neutral.

En **tercer lugar** mediante el estudio de los ratios de performance se confirma también que se obtiene mejor relación rentabilidad-riesgo con los activos de los sectores refugio en el periodo estudiado (recesión económica).

Atendiendo a las medidas de performance, y más concretamente, a partir de los valores obtenidos con el ratio de Treynor y de Sharpe se puede observar una buena

evolución en los sectores de **materiales básicos y servicios de la construcción y sector servicios financieros e inmobiliarios**. En cuanto al Alfa de Jensen, cabe destacar que las empresas del subsector químico obtienen un rendimiento superior al teórico en los 5 periodos, similar a lo que ocurre con ALLIANZ, MUV2 y UNIBAIL del sector servicios financieros e inmobiliarios.

En relación al sector **petróleo y energía**, según el ratio de Sharpe y Treynor es el sector que peor comportamiento refleja, con rentabilidades inferiores al activo sin riesgo en el 80% de los valores del sector en los periodos de 5 años, 4 años, 3 años y 2 años. Ocurre lo mismo según el ratio de Jensen, donde prácticamente la totalidad de los valores ofrecen un rendimiento inferior al teórico.

En el sector **bienes de consumo** y el sector **servicios de consumo** se observan los mejores resultados de los 6 sectores, siendo en el periodo de 5 años más del 60% de los valores positivos, para pasar a ser en el último periodo todos positivos. En relación al ratio de Jensen, se obtienen valores reales superiores a los teóricos en todos los periodos y ámbitos temporales.

En cuanto al sector **tecnología y telecomunicaciones**, se puede observar una buena evolución, destacando el buen comportamiento de ASML HOLDING y SAP AG con ratios de Sharpe y de Treynor positivos en los 5 periodos. Según el Alfa de Jensen, estos dos valores obtienen un rendimiento real superior al teórico en los 5 periodos.

Por último, se verifica la utilidad de la teoría de carteras para obtener un conjunto de carteras de mayor rentabilidad y menor riesgo que el índice general EUROSTOXX50 que representa el mercado. También se observa la importancia de la diversificación de los activos para la realización de la inversión ya que de esta forma, aunque la diversificación sea muy básica, disminuye el riesgo. En los datos del conjunto de carteras obtenidas se verifica esto, ya que, se parte de empresas cuyo riesgo está contenido entre valores mínimos de 0,01470157 (ESSILOR) y máximos de 0,03482472 (ACELORMITAL) y se obtienen como resultado prácticamente en la totalidad de los casos (es decir, de las carteras) valores de riesgo inferiores a los de ESSILOR.

Es necesario indicar que hay que ser muy prudentes en la interpretación de los resultados obtenidos en este estudio, ya que los mismos se corresponden con una muestra concreta y para un único período temporal estudiado. Para confirmar la validez de los resultados obtenidos sería conveniente la aplicación de la misma metodología en otras muestras y otros ámbitos temporales, estudio que se propone abordar en futuras investigaciones.

5. BIBLIOGRAFÍA.

- DOLDÁN TIÉ, F (1994).Economía financiera de la empresa.
- DOLDÁN TIÉ, F (2003). Dirección financiera de la empresa.
- FAMA, EF (1976): Foundations of finance, Basic Books.
- GÓMEZ-BEZARES, F (2000). Gestión de carteras eficiencia, teoría de cartera, CAPM, APT.
- IGLESIAS, S (1996): Análisis del modelo C.A.P.M. y estudio de la estabilidad de los coeficientes de volatilidad o betas de los títulos tesis doctoral.
- IGLESIAS, S. (1998): La determinación de carteras óptimas: una revisión del modelo de Markowitz.
- LAGOA VARELA, M D (2007): Modelización del riesgo en los modelos estáticos de valoración de activos.
- MARKOWITZ, H M (1959). Portafolio Selection.
- PÉREZ-CARBALLO VEIGA, J. (2007). Rentabilidad bursátil y prima de riesgo de mercado.
- PIÑEIRO SANCHEZ, C/DE LLANO MONELOS, P (2010). Un enfoque centrado en valor y riesgo.
- PIÑEIRO SANCHEZ, C/DE LLANO MONELOS, P (2009). Principios y modelos de dirección financiera.
- PIÑEIRO SANCHEZ, C/DE LLANO MONELOS, P/ÁLVAREZ GARCÍA, B (2006). Dirección financiera: Modelos avanzados de decisión con excel.
- RODRIGUEZ SANDIÁS, A (2012). Dirección financiera aplicada: inversiones.

RECURSOS ELECTRÓNICOS

- www.infomercados.com
- www.stoxx.com
- www.bolsamadrid.es
- www.infobolsa.com
- www.eleconomista.es
- www.labolsa.com
- www.elblogsalmon.com

ANEXOS

Tabla I .RELACIÓN DE EMPRESAS, NACIONALIDAD, SUBSECTOR Y SECTOR

1	AIR LIQUIDE	Chemicals / Materiales básicos industria y construcción	FR
2	ALLIANZ	Insurance / Servicios financieros e inmobiliarios	DE
3	ANHEUSER-BUSCH INBEV	Food & Beverages / Bienes de Consumo	BE
4	ARCELORMITTAL	Basic Resources/ Materiales básicos industria y construcción	LU
5	ASML HLDG	Technology /Tecnología y telecomunicaciones	NL
6	ASSICURAZIONI GENERALI	Insurance / Servicios financieros e inmobiliarios	IT
7	AXA	Insurance / Servicios financieros e inmobiliarios	FR
8	BASF	Chemicals / Materiales básicos industria y construcción	DE
9	BAYER	Chemicals / Materiales básicos industria y construcción	DE
10	BCO BILBAO VIZCAYA ARGENTARIA	Banks / Servicios financieros e inmobiliarios	ES
11	BCO SANTANDER	Banks / Servicios financieros e inmobiliarios	ES
12	BMW	Automobiles & Parts / Bienes de Consumo	DE
13	BNP PARIBAS	Banks / Servicios financieros e inmobiliarios	FR
14	CARREFOUR	Retail / Bienes de Consumo	FR
15	CRH	Construction & Materials / Materiales básicos industria y construcción	IE
16	DAIMLER	Automobiles & Parts / Bienes de Consumo	DE
17	DANONE	Food & Beverages / Bienes de Consumo	FR
18	DEUTSCHE BANK	Banks / Servicios financieros e inmobiliarios	DE
19	DEUTSCHE TELEKOM	Telecommunications / Tecnología telecomunicaciones	DE
20	E.ON	Utilities / Petróleo y energía	DE
21	EADS	Industrial Goods & Services / Bienes de Consumo	FR
22	ENEL	Utilities / Petróleo y energía	IT
23	ENI	Oil & Gas / Petróleo y energía	IT
24	ESSILOR INTERNATIONAL	Healthcare / Servicios de consumo	FR
25	GDF SUEZ	Utilities / Petróleo y energía	FR
26	GRP SOCIETE GENERALE	Banks / Servicios financieros e inmobiliarios	FR
27	IBERDROLA	Utilities / Petróleo y energía	ES
28	INDITEX	Retail / Bienes de Consumo/ Petróleo y energía	ES
29	ING GRP	Insurance / Servicios financieros e inmobiliarios	NL
30	INTESA SANPAOLO	Banks / Servicios financieros e inmobiliarios	IT
31	LOREAL	Personal & Household Goods	FR
32	LVMH MOET HENNESSY	Personal & Household Goods / Bienes de Consumo	FR
33	MUENCHENER RUECK	Insurance/ Servicios financieros e inmobiliarios	DE
34	ORANGE	Telecommunications/ Tecnología telecomunicaciones	FR
35	PHILIPS	Industrial Goods & Services / Bienes de Consumo	NL
36	REPSOL	Oil & Gas/ Petróleo y energía	ES
37	RWE	Utilities/ Petróleo y energía	DE

38	SAINT GOBAIN	Construction & Materials/ Materiales básicos industria y construccion	FR
39	SANOFI	Healthcare / Servicios de consumo	FR
40	SAP	Technology / Tecnología y telecomunicaciones	DE
41	SCHNEIDER ELECTRIC	Industrial Goods & Services / Bienes de Consumo	FR
42	SIEMENS	Industrial Goods & Services / Bienes de Consumo	DE
43	TELEFONICA	Telecommunications/ Tecnología y telecomunicaciones	ES
44	TOTAL	Oil & Gas /Petróleo y energia	FR
45	UNIBAIL-RODAMCO	Real Estate/ Servicios financieros e inmobiliarios	FR
46	UNICREDIT	Banks/ Servicios financieros e inmobiliarios	IT
47	UNILEVER NV	Food & Beverages / Bienes de Consumo	NL
48	VINCI	Construction & Materials/ Materiales básicos industria y construccion	FR
49	VIVENDI	Media/ Servicios de consumo	FR
50	VOLKSWAGEN PREF	Automobiles & Parts/ Bienes de Consumo	DE

BAVER AG NA	AIR LIQUIDE	MUVZ	UNIBAIL	EADS	INDITEX	ASML HOUDING	SAP AG	ESSILOR	SANOFI	BMW STAMMAK.	SIEMENS	DANONE	LOREAL	LVMH	UNILEVER	AB INBEV	DAILLER
1	0,620771875	0,526291644	0,450451033	0,425459898	0,457353912	0,426805126	0,531777671	0,408011253	0,556538767	0,532442945	0,656418154	0,487854194	0,542807901	0,570002864	0,484122253	0,200981493	0,606792262
0,620771875	1	0,517812467	0,517998656	0,4581098	0,485955048	0,471384576	0,526818901	0,456553727	0,5099758	0,600446225	0,652908344	0,500099352	0,54587821	0,614900237	0,459372366	0,212593487	0,640342726
0,526291644	0,517812467	1	0,520385668	0,398644528	0,461231556	0,395097282	0,492305694	0,398949015	0,4415601	0,531258148	0,593470275	0,36779895	0,480191816	0,513386809	0,389500715	0,184677809	0,604021161
0,450451033	0,517998656	0,520385668	1	0,450554052	0,477791217	0,428493082	0,453745408	0,370990271	0,415217993	0,54333846	0,545860547	0,446511511	0,606048764	0,451835269	0,212186103	0,547196799	
0,425459898	0,4581098	0,398644528	0,450554052	1	0,352142767	0,441682898	0,43486583	0,366806429	0,425620752	0,503010826	0,511541378	0,41306056	0,374628441	0,514695218	0,376377204	0,127741226	0,540908853
0,457353912	0,485955048	0,461231556	0,477791217	0,352142767	1	0,388169917	0,413997389	0,368121505	0,368121505	0,510254571	0,500718406	0,370566512	0,513067325	0,568648968	0,366607277	0,155083796	0,537261931
0,426805126	0,471384576	0,395097282	0,428493082	0,441682898	0,388169917	1	0,435215608	0,355537251	0,35888026	0,473467941	0,493403484	0,36516639	0,394617676	0,504505054	0,347822527	0,178899763	0,487921611
0,531777671	0,520818901	0,492305694	0,453745408	0,43486583	0,413997389	0,435215608	1	0,46871994	0,501289239	0,501289239	0,629123129	0,420653012	0,485197556	0,560150645	0,43358539	0,096636117	0,602420086
0,408011253	0,456553727	0,398949015	0,370990271	0,366806429	0,338354933	0,355537251	0,390012402	1	0,459101694	0,374551747	0,365672212	0,423597729	0,404369176	0,435032601	0,406015663	0,26249801	0,373709131
0,556538767	0,5099758	0,4415601	0,415217993	0,425620752	0,368121505	0,35888026	0,46871994	0,459101694	1	0,421943813	0,494256073	0,546762277	0,473956634	0,502069103	0,561835362	0,148212153	0,46771163
0,532442945	0,600446225	0,531258148	0,54833846	0,508010826	0,510254571	0,473067941	0,501289239	0,374551747	0,421943813	1	0,675176915	0,42245861	0,497752974	0,685486593	0,416060886	0,209011074	0,817712157
0,656418154	0,652908344	0,593470275	0,545860547	0,511541378	0,500718406	0,493403484	0,629123129	0,365672212	0,494256073	0,675176915	1	0,467434943	0,584701432	0,700084929	0,479208784	0,179776281	0,748846553
0,487854194	0,500099352	0,36779895	0,446511511	0,41306056	0,370566512	0,36516639	0,420653012	0,423597729	0,546762277	0,42245861	0,467434943	1	0,51278938	0,512077949	0,651353085	0,221711126	0,426182017
0,542807901	0,54587821	0,480191816	0,470523117	0,374628441	0,513067325	0,394617676	0,485197556	0,404869176	0,473956634	0,497752974	0,584701432	0,51278938	1	0,632811766	0,491364562	0,195492067	0,544002734
0,570002864	0,614900237	0,513386809	0,606048764	0,514695218	0,568648968	0,504505054	0,560150645	0,435032601	0,502069103	0,685486593	0,700084929	0,512077949	0,632811766	1	0,510557605	0,233446431	0,687981159
0,484122253	0,459372366	0,389500715	0,451835269	0,376377204	0,366607277	0,347682257	0,43358539	0,406015663	0,561835362	0,41060886	0,479208784	0,651353085	0,491364562	0,510557605	1	0,217406218	0,468266958
0,200981493	0,212593487	0,184677809	0,212186103	0,127741226	0,155083796	0,178899763	0,096636117	0,26249801	0,148212153	0,209011074	0,179776281	0,221711126	0,195492067	0,233446431	0,217406218	1	0,169956155
0,606792262	0,640342726	0,604021161	0,547196799	0,540908853	0,537261931	0,487921611	0,602420086	0,373709131	0,46771163	0,817712157	0,748846553	0,426182017	0,544002734	0,687981159	0,468266958	0,169956155	1
0,525826847	0,544002697	0,489846535	0,494950947	0,450890592	0,458907057	0,441473899	0,493157121	0,421642402	0,478639003	0,539725729	0,569922274	0,475337644	0,508008487	0,574827039	0,472842781	0,233390798	0,570634698

TABLA II. TABLA DE CORRELACIONES

Empresas	α 5 años	β 5 años	Rendimiento	Riesgo
AB INBEV	0,00039091	0,41822155	0,00029201	0,02929432
AIR LIQUIDE	0,00022346	0,76225423	0,00004306	0,01714452
ALLIANZ SE	0,00029321	1,24684934	-0,00000372	0,02681206
ARCELORMITTA	-0,00110521	1,51751907	-0,00146632	0,03482472
ASML HOLDING	0,00111743	0,69518447	0,00095213	0,02206360
AXA UAP	0,00009808	1,64487730	-0,00029120	0,03408932
BASF SE	0,00007543	1,09799941	-0,00018605	0,03033893
BAYER AG NA	0,00049427	0,80726976	0,00030218	0,01990125
BBVA	-0,00022079	1,32072430	-0,00053507	0,02747513
BMW STAMMAK.	0,00078624	1,04405248	0,00053760	0,02530574
BNP PARIBAS	0,00006592	1,48208011	-0,00028483	0,03352407
CARREFOUR	-0,00031059	0,87969529	-0,00051878	0,02306350
CRH PLC	-0,00005141	1,04821329	-0,00030160	0,02906550
DAIMLER AG	0,00029604	1,22001374	0,00000573	0,02750142
DANONE	0,00013852	0,55147396	0,00000801	0,01632100
DT.BANK NA	-0,00017536	1,56288280	-0,00054755	0,03429063
DT.TELEKOM	0,00000744	0,67315619	-0,00015287	0,01837851
E.ON SE	-0,00160729	0,97705726	-0,00183997	0,03841463
EADS	0,00106559	0,79732640	0,00087689	0,02531207
ENEL	-0,00053837	0,71254356	-0,00070900	0,02091959
ENI S.P.A.	-0,00014711	0,66942866	-0,00030742	0,02055813
ESSILOR	0,00068387	0,41365053	0,00058598	0,01470157
GDF SUEZ	-0,00062514	0,61095855	-0,00076961	0,02287121
GENERALI ASS	-0,00027478	0,67221875	-0,00043575	0,02158158
IBERDROLA	-0,00037116	1,05344739	-0,00062183	0,02288876
INDITEX	0,00104874	0,69808296	0,00088262	0,02000740
ING GROEP	-0,00049488	1,88520916	-0,00094068	0,04370200
INTESA	-0,00045804	1,53521754	-0,00082566	0,03406721
KON.PHI.N.V	0,00013884	0,92898853	-0,00008085	0,02255519
LOREAL	0,00056538	0,71755868	0,00039556	0,01878874
LVMH	0,00069982	0,95830353	0,00047303	0,02167774
MUV2	0,00033571	0,79987884	0,00014522	0,01961551
ORANGE	-0,00054507	0,66715547	-0,00070296	0,01675877
REPSOL	-0,00009587	0,96776986	-0,00032616	0,02281013
RWE	-0,00070584	0,83180699	-0,00090393	0,02047552
SAINT GOBAIN	-0,00000254	1,37660740	-0,00032833	0,03034386
SANOFI	0,00059217	0,66061624	0,00043582	0,01800273
SANTANDER	-0,00036675	1,33064263	-0,00068339	0,02787606
SAP AG	0,00054194	0,63015508	0,00039187	0,01742877
SCHNEIDER	0,00008573	1,23488638	-0,00020652	0,03295418
SIEMENS	0,00033988	1,03917411	0,00009240	0,02269452
SOCIETE GRAL	-0,00020791	1,60860178	-0,00058861	0,03763914
TELEFONICA	-0,00024163	0,80267639	-0,00043263	0,01783906
TOTAL	-0,00009047	0,87085938	-0,00029656	0,01855604
UNIBAIL	0,00023640	0,53229156	0,00011043	0,01929546
UNICREDITO	-0,00141927	1,60977608	-0,00180474	0,04280892
UNILEVER	0,00044108	0,49149408	0,00032485	0,01504835
VINCI	0,00012416	1,13998009	-0,00014563	0,02344546
VIVENDI	-0,00024954	0,79266184	-0,00043713	0,01926547
VW	0,00007297	0,50000589	-0,00004611	0,04666788
EUROSTOXX50			-0,00023868	0,01793127

Tabla III.
RESULTADOS
OBTENIDOS A 5 AÑOS

Empresas	α 4 años	β 4 años	Rendimiento	Riesgo
AB INBEV	0,00096337	0,54593899	0,00102769	0,01444115
AIR LIQUIDE	0,00032288	0,77467282	0,00041415	0,01441033
ALLIANZ SE	0,00040401	1,10411022	0,00053485	0,01896877
ARCELORMITTA	-0,00100374	1,39906633	-0,00083795	0,02615063
ASML HOLDING	0,00139004	0,67661976	0,00147007	0,01880717
AXA UAP	-0,00001140	1,54557124	0,00017070	0,02607783
BASF SE	0,00078156	0,99750043	0,00089976	0,01828731
BAYER AG NA	0,00064113	0,84107540	0,00074080	0,01707426
BBVA	-0,00033038	1,38079188	-0,00016676	0,02447491
BMW STAMMAK.	0,00092285	0,98666207	0,00103977	0,02067054
BNP PARIBAS	-0,00023752	1,61255533	-0,00004750	0,02833394
CARREFOUR	-0,00045511	0,96244513	-0,00034172	0,02083770
CRH PLC	-0,00016788	1,16366543	-0,00002860	0,02487133
DAIMLER AG	0,00051618	1,09205257	0,00064559	0,02140912
DANONE	0,00037585	0,55216275	0,00044090	0,01325903
DT.BANK NA	-0,00041916	1,43810450	-0,00024874	0,02555677
DT.TELEKOM	0,00001500	0,63301323	0,00009000	0,01482558
E.ON SE	-0,00075058	0,91400308	-0,00064227	0,01847566
EADS	0,00121528	0,74084105	0,00130256	0,02080182
ENEL	-0,00052950	0,94394342	-0,00041731	0,01857564
ENI S.P.A.	-0,00008450	0,89622838	0,00002210	0,01584727
ESSILOR	0,00088285	0,40887881	0,00093102	0,01167049
GDF SUEZ	-0,00065426	0,94245310	-0,00054323	0,01764867
GENERALI ASS	-0,00025004	1,14746166	-0,00011367	0,02027312
IBERDROLA	-0,00048438	1,00717831	-0,00036503	0,01884470
INDITEX	0,00102303	0,66136590	0,00110141	0,01677500
ING GROEP	-0,00024980	1,77663110	-0,00004050	0,03292074
INTESA	-0,00075918	1,69472041	-0,00055777	0,03080542
KON.PHLN.V	0,00035508	0,94062078	0,00046590	0,01923393
LOREAL	0,00074944	0,65280800	0,00082635	0,01400185
LVMH	0,00071170	0,93932657	0,00082236	0,01778247
MUV2	0,00029282	0,76625504	0,00038362	0,01487103
ORANGE	-0,00086131	0,76473152	-0,00077122	0,01513757
REPSOL	0,00000652	0,99015073	0,00012386	0,02047524
RWE	-0,00090002	0,86437298	-0,00079759	0,01784830
SAINT GOBAIN	0,00011341	1,33801266	0,00027104	0,02366831
SANOFI	0,00050270	0,72551056	0,00058817	0,01486569
SANTANDER	-0,00045609	1,34156003	-0,00029711	0,02391907
SAP AG	0,00057136	0,55531566	0,00063716	0,01335551
SCHNEIDER	-0,00002000	1,27536089	0,00013023	0,03160119
SIEMENS	0,00032320	0,89861155	0,00042968	0,01627090
SOCIETE GRAL	-0,00046594	1,85846131	-0,00024700	0,03358304
TELEFONICA	-0,00046244	0,89420447	-0,00035648	0,01652191
TOTAL	-0,00013312	0,81871635	-0,00003670	0,01418199
UNIBAIL	0,00041821	0,74812670	0,00050635	0,01603990
UNICREDITO	-0,00162070	1,71307921	-0,00141711	0,03759549
UNILEVER	0,00054050	0,44609895	0,00059306	0,01134421
VINCI	0,00001720	1,09144483	0,00014580	0,01831893
VIVENDI	-0,00030694	0,85496653	-0,00020622	0,01758813
VW	-0,00032989	0,98945701	-0,00021264	0,02534197
EUROSTOXX50			0,00011967	0,01492277

TABLA IV.
RESULTADOS
OBTENIDOS A 4 AÑOS

TABLA VI.
RESULTADOS
OBTENIDOS A 3 AÑOS

Empresas	α 3 años	β 3 años	Rendimiento	Riesgo
AB INBEV	0,00073490	0,51104358	0,00077312	0,01364635
AIR LIQUIDE	0,00023297	0,73613421	0,00028802	0,01365700
ALLIANZ SE	0,00041239	1,16422564	0,00049992	0,01923351
ARCELORMITTA	-0,00129452	1,38383106	-0,00119048	0,02533930
ASML HOLDING	0,00127422	0,64460612	0,00132243	0,01869730
AXA UAP	0,00006930	1,58172607	0,00018761	0,02605146
BASF SE	0,00065715	0,99458128	0,00073192	0,01769836
BAYER AG NA	0,00071090	0,88084360	0,00077712	0,01706644
BBVA	-0,00032870	1,37839756	-0,00022508	0,02434053
BMW STAMMAK.	0,00079560	1,02377875	0,00087257	0,02093486
BNP PARIBAS	-0,00017329	1,70033555	-0,00004610	0,02927702
CARREFOUR	-0,00058791	1,05717159	-0,00050885	0,02190610
CRH PLC	-0,00028169	1,15101197	-0,00020062	0,02397779
DAIMLER AG	0,00018424	1,07450103	0,00026502	0,02080929
DANONE	0,00035056	0,53234483	0,00039038	0,01275277
DT.BANK NA	-0,00049448	1,46871673	-0,00038406	0,02539708
DT.TELEKOM	-0,00009380	0,64815656	-0,00004510	0,01511623
E.ON SE	-0,00090749	0,95764789	-0,00083550	0,01897629
EADS	0,00125815	0,75444499	0,00131458	0,02077253
ENEL	-0,00040229	0,99797132	-0,00032706	0,01861877
ENI S.P.A.	0,00010184	0,91625040	0,00017091	0,01592024
ESSILOR	0,00075134	0,43643185	0,00078398	0,01199961
GDF SUEZ	-0,00070129	0,98142840	-0,00062789	0,01807907
GENERALI ASS	-0,00012621	1,16714135	-0,00003820	0,02087475
IBERDROLA	-0,00042885	1,04218126	-0,00035050	0,01941502
INDITEX	0,00091848	0,64228056	0,00096676	0,01663453
ING GROEP	0,00001560	1,74396217	0,00014604	0,02937120
INTESA	-0,00064237	1,81593632	-0,00050550	0,03282166
KON.PHL.N.V	-0,00020690	0,87844917	-0,00014120	0,01837137
LOREAL	0,00064761	0,63398602	0,00069503	0,01335489
LVMH	0,00053158	0,91836765	0,00060027	0,01747238
MUV2	0,00037427	0,83683282	0,00043719	0,01534791
ORANGE	-0,00095092	0,82452483	-0,00088925	0,01581757
REPSOL	-0,00001130	0,98490755	0,00006270	0,02124813
RWE	-0,00111096	0,97400260	-0,00103773	0,01928168
SAINT GOBAIN	-0,00001280	1,30023099	0,00008450	0,02260114
SANOFI	0,00061781	0,74591530	0,00067360	0,01446461
SANTANDER	-0,00063920	1,30264096	-0,00054127	0,02318019
SAP AG	0,00062474	0,58955537	0,00066906	0,01340518
SCHNEIDER	-0,00046811	1,34358077	-0,00036762	0,03452376
SIEMENS	0,00007490	0,82582081	0,00013699	0,01475169
SOCIETE GRAL	-0,00033106	1,97935448	-0,00018303	0,03465194
TELEFONICA	-0,00058090	0,93244332	-0,00051080	0,01679600
TOTAL	-0,00004520	0,80521471	0,00001500	0,01373363
UNIBAIL	0,00047027	0,77590321	0,00052830	0,01558356
UNICREDITO	-0,00190615	1,78468122	-0,00177163	0,04029406
UNILEVER	0,00041752	0,39566595	0,00044711	0,01059705
VINCI	0,00001700	1,08741053	0,00009830	0,01805371
VIVENDI	-0,00026926	0,89319666	-0,00020246	0,01778468
VW	0,00108735	0,98362375	0,00116130	0,02231311
EUROSTOXX50			0,00007300	0,01461439

Empresas	α 2 años	β 2 años	Rendimiento	Riesgo
AB INBEV	0,00107559	0,46913464	0,00106098	0,01394685
AIR LIQUIDE	0,00012471	0,69243840	0,00010315	0,01400691
ALLIANZ SE	0,00049958	1,21189432	0,00046169	0,02143128
ARCELORMITTA	-0,00159184	1,45928525	-0,00163747	0,02813242
ASML HOLDING	0,00171433	0,58866736	0,00169599	0,01826277
AXA UAP	0,00019195	1,60422966	0,00014198	0,02850407
BASF SE	0,00041098	0,98142807	0,00038029	0,01851094
BAYER AG NA	0,00080084	0,91482053	0,00077223	0,01867097
BBVA	-0,00011801	1,35150321	-0,00016027	0,02544451
BMW STAMMAK.	0,00040689	1,03317830	0,00037458	0,02162633
BNP PARIBAS	-0,00025745	1,75238825	-0,00031204	0,03287878
CARREFOUR	-0,00051579	1,13171140	-0,00055104	0,02459554
CRH PLC	0,00021668	1,11025704	0,00018196	0,02329358
DAIMLER AG	0,00008820	1,09032370	0,00005410	0,02188888
DANONE	0,00026638	0,52222178	0,00025011	0,01357483
DT.BANK NA	-0,00018286	1,56382582	-0,00023176	0,02864533
DT.TELEKOM	-0,00025309	0,67449057	-0,00027418	0,01616860
E.ON SE	-0,00075607	1,03480200	-0,00078843	0,02149918
EADS	0,00135466	0,75627959	0,00133111	0,02174350
ENEL	-0,00091096	1,04582820	-0,00094379	0,02125006
ENI S.P.A.	0,00016352	0,92509010	0,00013448	0,01733406
ESSILOR	0,00084326	0,46468246	0,00082879	0,01340197
GDF SUEZ	-0,00088797	0,96024805	-0,00091788	0,01950725
GENERALI ASS	-0,00002200	1,17390823	-0,00005880	0,02318215
IBERDROLA	-0,00070306	1,06945829	-0,00073650	0,02158825
INDITEX	0,00084335	0,62918403	0,00082367	0,01722385
ING GROEP	-0,00020602	1,80811074	-0,00026234	0,03290351
INTESA	-0,00031049	1,86023427	-0,00036888	0,03609936
KON.PHL.N.V	0,00029616	0,84702897	0,00026978	0,01916242
LOREAL	0,00082828	0,59419133	0,00080978	0,01374624
LVMH	0,00031391	0,91275280	0,00028548	0,01818141
MUV2	0,00065265	0,89152595	0,00062477	0,01703423
ORANGE	-0,00133500	0,87121527	-0,00136214	0,01778425
REPSOL	-0,00047493	0,95619615	-0,00050483	0,02360823
RWE	-0,00078947	1,05830581	-0,00082257	0,02194133
SAINT GOBAIN	-0,00051800	1,30354991	-0,00055861	0,02439257
SANOFI	0,00084442	0,73464508	0,00082154	0,01516994
SANTANDER	-0,00066646	1,24616302	-0,00070543	0,02392048
SAP AG	0,00062516	0,61207960	0,00060602	0,01447634
SCHNEIDER	0,00024011	1,34674359	0,00019816	0,02488351
SIEMENS	-0,00017527	0,77731424	-0,00019957	0,01461278
SOCIETE GRAL	-0,00053525	2,05949953	-0,00059940	0,03877334
TELEFONICA	-0,00084740	0,95458556	-0,00087725	0,01872884
TOTAL	-0,00001880	0,77466374	-0,00004290	0,01422687
UNIBAIL	0,00043183	0,74568177	0,00040860	0,01565253
UNICREDITO	-0,00239590	1,89072103	-0,00245525	0,04684602
UNILEVER	0,00066448	0,35813411	0,00065332	0,01040772
VINCI	-0,00014410	1,09829843	-0,00017831	0,01970243
VIVENDI	-0,00040680	0,86931901	-0,00043388	0,01925106
VW	0,00064030	1,03022670	0,00060809	0,02292088
EUROSTOXX50			-0,00003130	0,01583199

TABLA VI.
RESULTADOS
OBTENIDOS A 2 AÑOS

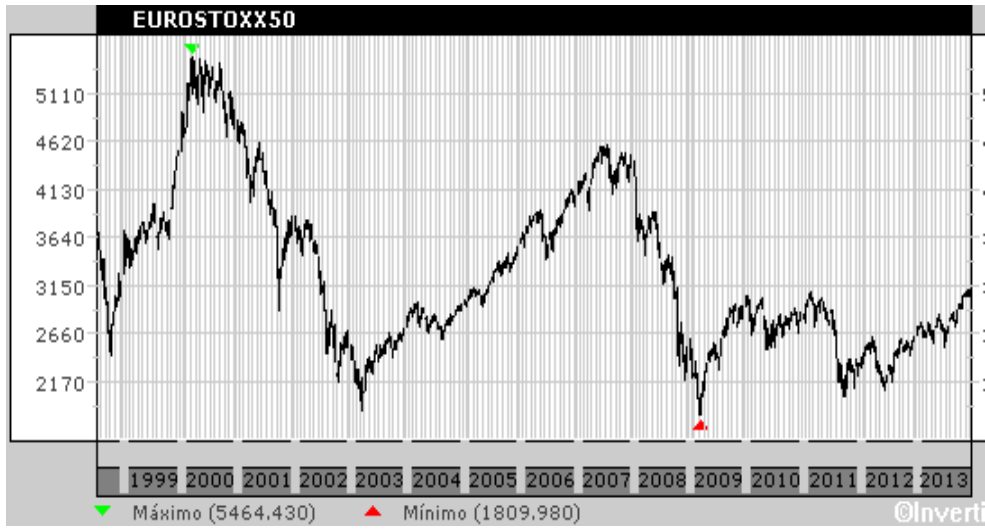
Empresas	α 1 años	β 1 años	Rendimiento	Riesgo
AB INBEV	0,00048387	0,52249285	0,00103311	0,01395479
AIR LIQUIDE	-0,00064314	0,77545415	0,00017201	0,01305615
ALLIANZ SE	0,00087374	1,00996163	0,00194376	0,01437160
ARCELORMITTA	-0,00195751	1,30549711	-0,00057438	0,02291319
ASML HOLDING	0,00143830	0,66802513	0,00214052	0,01837295
AXA UAP	0,00069485	1,33682327	0,00210010	0,01843706
BASF SE	0,00013561	0,91691233	0,00110705	0,01437947
BAYER AG NA	0,00098258	0,86939437	0,00190368	0,01478847
BBVA	0,00019324	1,53250519	0,00181688	0,02289953
BMW STAMMAK.	-0,00031080	0,93463317	0,00067942	0,01603241
BNP PARIBAS	0,00063850	1,61026222	0,00233119	0,02277744
CARREFOUR	0,00067522	1,14070833	0,00187432	0,02088605
CRH PLC	-0,00038908	0,91274931	0,00057416	0,01925915
DAIMLER AG	0,00007357	0,91165046	0,00103943	0,01653573
DANONE	-0,00024629	0,58500572	0,00036866	0,01280706
DT.BANK NA	-0,00075057	1,54215685	0,00088330	0,02344645
DT.TELEKOM	-0,00029538	0,68962064	0,00043525	0,01421758
E.ON SE	-0,00135800	0,78699493	-0,00052421	0,01710695
EADS	0,00132197	0,58532939	0,00193726	0,01988503
ENEL	-0,00041072	1,26083043	0,00093037	0,02010255
ENI S.P.A.	-0,00058798	1,04233275	0,00052070	0,01545960
ESSILOR	0,00006395	0,72087918	0,00082173	0,01421695
GDF SUEZ	-0,00096793	0,85994903	-0,00006396	0,01646861
GENERALI ASS	0,00064020	1,47187405	0,00220577	0,02261551
IBERDROLA	-0,00019465	1,33383935	0,00121851	0,02212059
INDITEX	0,00055711	0,82481340	0,00143097	0,01881285
ING GROEP	0,00007702	1,54084029	0,00169673	0,02299292
INTESA	-0,00045199	1,82124960	0,00148519	0,02815331
KON.PHLN.V	0,00098938	0,64182480	0,00166406	0,01490714
LOREAL	0,00060460	0,76760584	0,00141150	0,01395565
LVMH	-0,00046137	0,95594654	0,00054352	0,01547459
MUV2	0,00061476	0,77482466	0,00143566	0,01301178
ORANGE	-0,00211252	1,03906845	-0,00102026	0,01831702
REPSOL	0,00032213	1,06711517	0,00145270	0,02278597
RWE	-0,00130268	0,82661089	-0,00042692	0,01565417
SAINT GOBAIN	-0,00066761	1,14684702	0,00053795	0,01982445
SANOFI	0,00065631	0,91675737	0,00162000	0,01474948
SANTANDER	-0,00050271	1,46827801	0,00105288	0,02232561
SAP AG	0,00021531	0,66573614	0,00092064	0,01324443
SCHNEIDER	-0,00001540	1,30628783	0,00135776	0,01967459
SIEMENS	0,00003153	0,68610428	0,00075844	0,01121861
SOCIETE GRAL	0,00063793	1,85388497	0,00258671	0,02706460
TELEFONICA	-0,00052291	1,15986430	0,00070593	0,01819522
TOTAL	-0,00051627	0,90320372	0,00043317	0,01245182
UNIBAIL	0,00064583	0,66296202	0,00134273	0,01246435
UNICREDITO	0,00029292	1,86813432	0,00227997	0,02962976
UNILEVER	0,00038617	0,46449430	0,00087444	0,00930374
VINCI	-0,00038395	1,08446532	0,00075603	0,01601618
VIVENDI	-0,00031776	0,88594873	0,00061354	0,01710072
VW	0,00014405	0,82219892	0,00101514	0,01738369
EUROSTOXX50			0,00105531	0,01223478

TABLA VII.
RESULTADOS
OBTENIDOS A 1 AÑO

	MUV2	EADS	INDITEX	ASML HOLDING	SAP AG	ESSILOR	SANOFI	DANONE	UNILEVER	AB INBEV
Cartera 0,02% de rentabilidad	0,174290309	0	0	0	0,10327149	0,109763704	0	0,41657001	0,12272483	0,073379658
Cartera 0,03% de rentabilidad	0,113296809	0	0	0	0,13403596	0,237446785	0	0,25253872	0,19824515	0,064436572
Cartera 0,04% de rentabilidad	0,056514107	0	0,056191933	0	0,142642983	0,312735551	0	0,13472589	0,2401957	0,056993832
Cartera 0,05% de rentabilidad	0,007158257	0	0,104834619	0,040953982	0,130157601	0,349119442	0,013038758	0,047963666	0,2567818	0,049991875
Cartera 0,06% de rentabilidad	0	0,049002405	0,136632602	0,10549779	0,075141928	0,362163833	2,82678E-06	0	0,23546254	0,036096077
Cartera 0,07% de rentabilidad	0	0,1110342306	0,173924946	0,186258005	0	0,36241348	0	0	0,15279089	0,014270375
Cartera 0,08% de rentabilidad	0	0,172853087	0,214353073	0,270110917	0	0,336258997	0	0	0,00642393	0
Cartera 0,09% de rentabilidad	0	0,274263053	0,260836706	0,421627468	0	0,043272773	0	0	0	0
Cartera 0,095% de rentabilidad	0	0,064048037	0	0,935951963	0	0	0	0	0	0

Tabla VIII. Carteras obtenidas mediante la aplicación de la Teoría de Markowitz

GRÁFICO 7. EVOLUCIÓN DE LOS PRECIOS EUROSTOXX50



.Fuente: www.invertia.com