UNIVERSIDADE DA CORUÑA

FACULTAD DE INFORMÁTICA

Departamento de Tecnologías de la Información y de las Comunicaciones

Tesis Doctoral

UNA TEORÍA PARA EL DESARROLLO SOFTWARE CONSTRUIDA MEDIANTE TÉCNICAS Y MODELOS DE GESTIÓN DEL CONOCIMIENTO.

Autor:

Ingeniero María Aurora Martínez Rey.

Directores:

Doctor Juan M. Ares Casal.

Doctor Alfonso Rodríguez-Patón.

A Coruña, mayo del 2008

RESUMEN

En esta tesis se muestra y demuestra, cómo la ecuación fundamental del conocimiento, aplicada al propio conocimiento, mejora éste. Naturalmente, ésta es la forma de trabajar de los científicos en sus investigaciones, pero aquí se trata de probar que, usando técnicas de gestión del conocimiento, cualquier especialista en una materia puede sacar provecho de dicha ecuación.

En este trabajo, se eligió el dominio del desarrollo del software como marco donde investigar la tesis propuesta. Así, en primer lugar, se detectó que el conocido "gap" entre el desarrollo del hardware" y el del software es básicamente consecuencia de que el primero tiene una verdadera ingeniería que lo soporta y por lo tanto, una ciencia que lo avala y fundamente; respectivamente, la electrónica y la física, en tanto la segunda, es aún más un arte que una ingeniería sin teoría científica que la avale.

Por ello, la propuesta que se hace es presentar una teoría que convierta el desarrollo software en una verdadera ingeniería. Con esto "in mente", se han establecido las condiciones formales y materiales de adecuación de cualquier teoría. A continuación, utilizado el teorema de Löwehim-Skolem y la generación de los números ordinales a partir del vacío, por von Neumann, se demuestra la factibilidad de dicha teoría. Posteriormente, y tomando como dominio la programación funcional, y más en concreto la "curryficación", se comprueba la viabilidad de la teoría.

Para, finalmente, proponer una teoría que, cumpliendo los requisitos exigibles a cualquier teoría, fundamenta el desarrollo software. Más aún, pues la teoría propuesta es tan amplia y robusta que pude aplicarse a cualquier sistema de información incluido el ADN y el Cerebro. Para contrastarla, se proponen, en todos estos dominios, distintos experimentos cruciales que, supuestamente, son capaces de falsarla.

Como resultados concretos se han obtenido los siguientes:

A) Establecimiento de los límites computacionales en 10^{50} operaciones por segundo y 10^{31} bits de memoria, para un "mentefacto" de 1kg.
B) Que la conjunción del teorema de Löwehim-Skolem y la propuesta de generación de ordinales de von Neumann son suficientes para establecer una teoría para el

desarrollo del software. De paso, y como resultado añadido, se ve que la expresión de Kronecker sobre la creación de los números enteros hay que modificarla en el siguiente sentido: *Dios creó el vacío, el hombre hizo el resto.*

C) La idea de la Programación funcional de Frege y Schöfinkel que desarrolló Curry, establece la efectividad de una teoría axiomática para el desarrollo software.

D) Se propone una teoría con dos constructos y tres postulados, no sólo para el desarrollo software, sino también para cualquier sistema de información.

E) Finalmente, y como efecto colateral, se muestra como Leibniz plagió al español Caramuel en la creación del sistema binario de numeración.

ABSTRACT

This thesis shows and proves how the elementary knowledge equation, applied to knowledge itself, improves knowledge. This is, of course, the way in which scientists pursue their research. Here, however, we demonstrate that, using knowledge management techniques, any specialist in a subject can benefit from the knowledge equation.

In this work, the domain of software development was chosen as the framework for researching the proposed thesis. First, it was found that the well-known gap between hardware development and software development is basically a consequence of hardware being underpinned by a genuine engineering discipline —and therefore backed and supported by science, respectively, electronics and physics—, whereas software is still more of an art than engineering without any underlying scientific theory.

The proposal then is to put forward a theory that converts software development into a true engineering discipline. Bearing this in mind, the formal and material adequacy conditions have been established for any theory. Then the feasibility of the proposed theory was proved using the Löwenheim-Skolem theorem and von Neumann's ordinal number generation from vacuum. Subsequently, the theory was tested in the functional programming domain and, specifically, on curryfication.

Finally, we propose a theory that, conforming to the requirements placed on any theory, underpins software development. Moreover, the proposed theory is broad and robust enough to be applied to any information system, including DNA and the brain. To prove this, a number of crucial experiments are proposed for all domains, which should falsify the theory.

The findings are as follows:

A) The computational limits for a 1kg mindfact are 10^{50} operations per second and 10^{31} bits of memory.
B) The combination of the Löwenheim-Skolem theorem and von Neumann's ordinal generation proposal are sufficient to establish a software development theory. As a spin-off, it was found that what Kronecker said about integer number creation needs to be restated as "*God made the vacuum; all else is the work of man*".

C) Frege and Schöfinkel's idea of functional programming, developed by Curry, establishes the effectiveness of an axiomatic theory for software development.
D) The proposed theory, which has two constructs and three postulates, applies not only to software development, but also to any information system.
E) An incidental finding is that Leibniz plagiarized the Spaniard Caramuel's binary numbering system.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quisiera agradecer a mi familia el apoyo y comprensión incondicional que me han dado en todo momento, definitivamente sin ellos jamás hubiese llegado hasta aquí. En especial quiero destacar el esfuerzo de mis padres a fin de darme una educación que me permitiera tener unos cimientos lo suficientemente fuertes para poder alcanzar esta meta: A mi madre, por su constante dedicación, cariño y lucha para que continuara "al pie del cañón". A mi padre, por su ejemplo incasable de trabajo y fortaleza, quien hasta en sus últimos momentos me enseñó la importancia de seguir adelante haciendo frente a las adversidades por grandes que fueran. También agradezco muy especialmente a mi hermana porque sin su ayuda, compañía y consejos, seguramente, no hubiese llegado más allá de la mitad del camino.

También quiero agradecer a mis directores de tesis Profesores Doctores Juan Ares Casal y Alfonso Rodríguez-Patón Aradas, su comprensión y confianza en este trabajo tan arriesgado, sobre todo antes de presentarles resultados concretos. Naturalmente, sus consejos directos o indirectos fueron de valiosa ayuda para llevar a buen fin la investigación. Asimismo, en sus opiniones y conocimientos sobre la teoría propuesta en la que ellos habían trabajado previamente. Sin ellos, este trabajo no se habría llevado a cabo, en el peor de los casos, y en el mejor, no de ésta manera.

Asimismo, quisiera mostrar mi reconocimiento a Javier Andrade y colegas, por permitirme usar sus propuestas experimentales como piedra de toque de la teoría propuesta.

Mención aparte, merece el profesor Juan Pazos Sierra. Su apoyo, ayuda, ideas, conocimientos y críticas fueron esenciales tanto para la elección como el desarrollo de la investigación. Sólo voy a citar dos ejemplos de su apoyo crítico y sin contemplaciones para con la doctoranda. El primero, se produjo cuando, al explicarle el objeto de la tesis, me dijo: "Yo en estos casos siempre le doy a los doctorandos el siguiente consejo: Intenta una cosa que no has hecho tres veces. Una, para perderle el miedo a hacerlo. La segunda, para aprender a hacerlo. Y, la tercera, para ver si te gusta o no. ¡Ah! Y en cuanto veas que sabes hacer algo, inmediatamente ponte a hacer algo que no sepas". Es decir, se creativa, perseverante y, por supuesto, la tesis no estará lista hasta que la escribas y reescribas al menos tres veces.

El segundo, fue, tal vez, más descorazonador, fue cuando, al contarle en que quería trabajar, me soltó: "Hasta que te hayas leído el Menón de Platón (Platón, 1969) y entiendas

perfectamente lo que es el método socrático de la “mayéutica”; es decir, el arte de, mediante el diálogo inquisitivo de pregunta-respuesta, alumbrar los espíritus, no quiero volver a hablar contigo de este asunto. Eso sí, después, en un tono menos perentorio, me empezó a hablar de Platón y los filósofos griegos clásicos, que me hizo aprender más de filosofía y ciencia que todo lo que me habían explicado y, o, leído hasta entonces.

Posteriormente, y ya como fuente de conocimiento, fue una auténtica mina. No sólo me contestó con precisión y erudición a todo lo que le pregunté sino que sus consideraciones me hacían replantear mi investigación, haciendo ésta más productiva y eficiente. Y esto es de tal modo así, que tanto las ideas aportadas y los resultados obtenidos, como los métodos empleados para conseguirlos son tanto o más de él que míos. Naturalmente, el trabajo que implica todo ello es de la doctoranda, pero lo que quiero señalar es que cuando exponía una idea, absolutamente original para mí, él sin decirlo, ya parecía conocerla de toda la vida e inmediatamente me indicaba los problemas y dificultades que iba a encontrar en su desarrollo y verificación.

Pero es que, además, Pazos siempre me insistió en que la mayéutica debe conducir a la claridad para que finalmente todo el mundo entendiera el conocimiento aflorado. Al respecto, ponía el ejemplo del premio Nobel de Física de 1965 Richard Philips Feyman (1918-1988). Éste en cierta ocasión fue requerido por un miembro del claustro del Caltech, donde trabajaba, para que le explicase por qué las partículas de espín un-medio obedecen a la estadística de Fermi-Dirac, en vez de la de Bose-Einstein. Él, después de calibrar a su audiencia, respondió: *Prepararé una lección para este tema para los estudiantes novatos*. Pero, unos días más tarde buscó públicamente a su interlocutor y, paladinamente dijo: *Sabes, no pude, no pude reducirlo al nivel de los novatos. Esto significa que realmente no lo entendemos*.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN .... **III**

ABSTRACT .... **V**

AGRADECIMIENTOS .... **VII**

TABLA DE CONTENIDO .... **IX**

CAPÍTULO I **1**

I.1. IMPORTANCIA DEL PROBLEMA ABORDADO. 1

I.2. OBJETIVOS DE LA TESIS. 2

I.3. METODOLOGÍA Y ESTRUCTURA DE LA TESIS. 3

CAPÍTULO II: ESTADO DE LA CUESTIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA **9**

II.1. HARDWARE “VERSUS” SOFTWARE 9

II.1.1. EVOLUCIÓN DE LOS MICROPROCESADORES 9

II.1.2. LEY DE LOS RENDIMIENTOS CRECIENTES: LEY DE MOORE 11

II.1.3. LÍMITES DE LA COMPUTACIÓN 20

II.1.4. DESARROLLO DEL SOFTWARE 22

II.2. TEORÍAS 28

II.2.1. INTRODUCCIÓN 28

II.2.2. DEFINICIÓN 29

II.2.3. CONDICIONES FORMALES Y MATERIALES DE ADECUACIÓN DE UNA TEORÍA 32

II.2.4.TAXONOMÍA DE TEORÍAS 49

II.2.5. LAS TEORÍAS EN LA CIENCIA 56

II.3. EL PROBLEMA ABIERTO. CARENCIA DE TEORÍA PARA EL DESARROLLO SOFTWARE 61

CAPÍTULO III: SOLUCIÓN PROPUESTA. **63**

III.1. INTRODUCCIÓN: SISTEMAS AXIOMÁTICOS. 63

III.2. LA ARMONÍA MATEMÁTICA DE LA NATURALEZA: CASUALIDAD, CAUSALIDAD O “CAUSUALIDAD” 67

III.2.1. AXIOMÁTICA DE ZERMELO-FRAENKEL 69

III.2.2. TEOREMA DE LÖWENHEIM-SKOLEM. 72

III.2.3. FUNDAMENTACIÓN DE LA MATEMÁTICA A PARTIR DEL CONJUNTO VACÍO: DEFINICIÓN DE NÚMEROS NATURALES POR VON NEUMANN 75

III.3. CURRIFICACIÓN O SCHÖFINKELIZACIÓN 85

III.3.1. INTRODUCCIÓN 85

III.3.2. EL CONCEPTO DE FUNCIÓN 87

III.4.LÓGICA COMBINATORIA 100

III.4.1. EL “λ-CÁLCULO”. 101
III.4.2. CÁLCULO COMBINATORIO. 102
III.5. TEORÍAS VERSUS TECNOLOGÍAS 110
CAPÍTULO IV: TEORÍA PROPUESTA 115
IV.1.METODOLOGÍA PROPUESTA. 115
IV.1.1.DEFINICIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA 115
IV.2. CARACTERÍSTICAS DE UNA TEORÍA EN CS. 117
IV. 3. ELEMENTOS FUNDAMENTALES DE LA TEORÍA: INFORMONES Y HOLONES 130
IV.3.1. INFORMÓN 130
IV.3.1.1. DEFINICIÓN 130
IV.3.1.2. NIVELES Y ELEMENTOS DE INFORMACIÓN 134
IV.3.1.3. ASPECTOS DE LA INFORMACIÓN 135
IV.3.2. EL “HOLÓN” 138
IV.3.2.1. LA PARÁBOLA DE LOS RELOJEROS. DEFINICIÓN DE HOLÓN 138
IV.3.2.2. CARACTERÍSTICAS DE LOS HOLONES 143
IV.3.2.3. NIVELES HOLÓNICOS 146
IV.3.2.4. DOMINIOS DE COOPERACIÓN Y COLABORACIÓN HOLÓNICA 148
IV.3.2.5. HOLONES VERSUS AGENTES 151
IV.4. POSTULADOS DE LA TEORÍA 154
IV.5. EXPERIMENTACIÓN 154
CAPÍTULO V. RESULTADOS, CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN. 159
V.1. RESULTADOS. 159
V.2. CONCLUSIÓN. 163
CAPÍTULO VI. BIBLIOGRAFÍA 165

CAPÍTULO I

I.1. IMPORTANCIA DEL PROBLEMA ABORDADO.

Este trabajo tiene por objeto mostrar cómo la "Gestión del Conocimiento", en adelante GC, puede emplearse con provecho; esto es, consiguiendo resultados "tangibles" y evaluables, en la investigación científico tecnológica. En efecto, considérese la ecuación fundamental del conocimiento, que se muestra gráficamente en la figura I.1, que establece, en general, que cualquier cosa más conocimientos implica una mejora de dicha cosa (Moral del, 2007). Esta ecuación, que formula una ley empírica, se basa en la multitud de ejemplos de cómo materias primas, seres vivos, capitales, energía y un largo etcétera, al aplicárseles conocimiento adecuado obtienen ventajas competitivas. Los casos, tal vez, más paradigmáticos al respecto sean los del petróleo y los hongos. Éstos, que invadían y corrompían todo lo que tocaban, después de aplicarles los conocimientos obtenidos a raíz del descubrimiento serendípico de sus propiedades antibacterianas, por los por eso galardonados con el premio Nobel Fleming, Flory y Chain, se convirtieron en un medicamento eficaz e indispensable, la penicilina, para combatir las enfermedades bacterianas. Con el petróleo, "muntatis muntandis", sucedió algo parecido. Hace años, el petróleo era un fluido "asqueroso" que contaminaba campos y páramos e incordiaba, sobre todo, a agricultores y ganaderos que no sabían cómo quitarse esa "plaga" de encima. En este caso, gracias al conocimiento adecuado, en forma de "cracking" en las refinerías se convirtió en un deseado obscuro objeto de deseo, el así llamado "oro negro", imprescindible para la sociedad actual. Sus subproductos, en especial, gasolinas, queroseno y gasóleos, asfalto y plásticos son tan importantes para la sociedad actual que ésta no se entendería sin ellos. Y, por supuesto, no sería tan cómoda y avanzada.

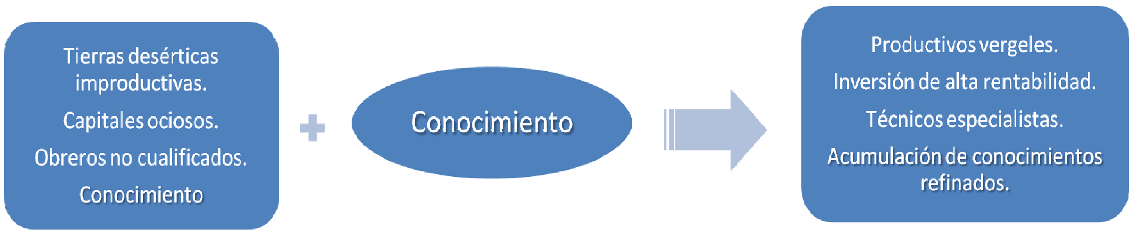

Figura I.1. Ecuación Fundamental de los Conocimientos.

Pues bien, como la ecuación no plantea excepciones, también es aplicable a los propios conocimientos. Es decir, conocimientos aplicados a los conocimientos, producen una mejora de éstos. Esta mejora da origen a un proceso de retroalimentación positiva o, por mejor decir, a un “círculo virtuoso” o “helicoide de conocimientos” de modo que éstos son cada vez mayores en cantidad y mejores en calidad. Sin embargo, y esto es lo paradójico y motivante, a medida que se amplía la isla de los conocimientos humanos, aumenta, como análogamente lo muestra la circunferencia, el litoral de la ignorancia humana. En este tira y afloja, hasta ahora, la única forma que se conoce de aplicación de la ecuación es mediante el protagonismo del científico y, o, investigador, que es el protagonista del desarrollo científico tecnológico. La cuestión, y éste es el objeto primordial de esta tesis es, si y cómo, las técnicas, métodos y herramientas de la GC, pueden crear o, cuando menos, colaborar efectiva y eficientemente, en aumentar los conocimientos científicos.

Y esto lleva a resaltar la importancia de esta cuestión. Si hubo un tiempo, la Grecia Clásica, en que un solo ser humano podría acumular todo el conocimiento existente, hoy, dado su crecimiento exponencial o casi, eso es imposible. Por lo cual, sería de gran ayuda si la GC pudiera aplicarse en la investigación científico tecnológica. La hipótesis aquí planteada es de que sí. Pero no sólo eso, sino que, y esto es una evidencia, en el sentido galileano del término; es decir, algo que se puede combatir y nunca refutar, que en el futuro la GC será condición necesaria para la investigación científica. Más aún, y esto sólo se menciona especulativamente, y en condicional, tal vez, si los partidarios de la Inteligencia Artificial dura acaban por tener razón, no sólo será condición necesaria sino suficiente para dicha investigación.

I.2. OBJETIVOS DE LA TESIS.

Siguiendo la norma tradicional y convencional de clasificar los objetivos en los tres niveles de:

A) Finalidades, de carácter filosófico y muy general.
B) Fines, fundamentalmente cualitativos y, en consecuencia, difícilmente evaluables, y
C) Metas, concretas y evaluables.

Esta tesis tiene como finalidad, analizar el uso efectivo y eficaz de la Gestión del Conocimiento en el desarrollo software. Como fin, el contrastar la posibilidad y factibilidad de proponer una teoría que soporte las “ingenierías” implicadas en el desarrollo software: la ingeniería del software y del conocimiento. Y finalmente, como meta específica el proponer una teoría en la que fundamentar ambas ingenierías.

Para alcanzar dichos objetivos, se ha conseguido, usando las técnicas de GC de Mapas de Conocimientos (“Seis Clicks”), importación de conocimientos, ontologías, etc., lo siguiente:

1) Identificar clara y precisamente, de forma cuantificable, el “gap” entre la ingeniería del hardware (microprocesadores) exponencial y la ingeniería del software, en el mejor de los casos lineal. Al tiempo, se postula que dicho “gap” es, sobre todo, pero no exclusivamente, consecuencia de la carencia de teoría en la que se apoye el desarrollo software.
2) Demostrar la posibilidad de desarrollar dicha teoría. Para lo cual, se hará uso de varios resultados conocidos: Por una parte, la propuesta de von Neumann de la generación de los números y el teorema de Löwenheim-Skolem que muestra que toda teoría empírica científica es un modelo lógico de un sistema axiomático deductivo fundamentado en los números naturales.
3) Probar la factibilidad de realización de dicha teoría, ejemplarizado en la “curryficación”; esto es, en la programación funcional basada en los trabajos de Frege, Schönfinkel y Curry.
4) Dar un paso más y proponer realmente, una teoría basada en los resultados anteriores que consta de dos “constructos”; a saber, holones e informones y tres postulados. Naturalmente, para que dicha teoría sea falsable, también se darán las pruebas frente a las cuales mostrará su validez.

I.3. METODOLOGÍA Y ESTRUCTURA DE LA TESIS.

Hablando abstractamente, una buena metodología de solución de problemas, luego de identificar y formular clara y precisamente el problema, debe responder a las tres cuestiones siguientes: ¿Es posible una o más soluciones? ¿Es realizable dicha solución? ¿Es deseable? En efecto, para qué intentar resolver un problema si, como sucede muchas veces, “a priori” se sabe o puede demostrarse que el problema no tiene solución. Esto es una cuestión de eficacia. La segunda cuestión atañe más a la eficiencia. A veces, hay problemas que se sabe que tienen solución; verbigracia, el ajedrez; sin embargo, hasta hace poco, dado que era un problema exponencial, era inviable, por el tiempo requerido, una solución de “fuerza bruta”. Todos los problemas NP-Completos caen en este apartado. Finalmente, en ciertas ocasiones, el problema es resoluble y viable y, sin embargo, por alguna causa, no es deseable; por ejemplo, por razones éticas, ecológicas, sociales, económicas, etc., no es deseable ni recomendable resolverlo, simplemente, porque sería peor el remedio que la enfermedad. La respuesta a las dos primeras preguntas, se darán en el capítulo III de este trabajo.

Pues bien, en el sentido y ejecución de esta tesis se tuvieron en cuenta estas cuestiones en la metodología aplicable a la misma y que esquemáticamente se muestra en la figura I.2. Como puede verse, dicho esquema metodológico se basa, por una parte, en emplear los seis honrados servidores del hombre de Rudyard Kipling (Kipling, 1990): Qué, Quién, Por qué, Para qué, Cuándo, Cómo y Dónde, y, por otra, las cuatro reglas del Método Cartesiano (Descartes, 1637); a saber: De evidencia, Análisis, Síntesis y Prueba.

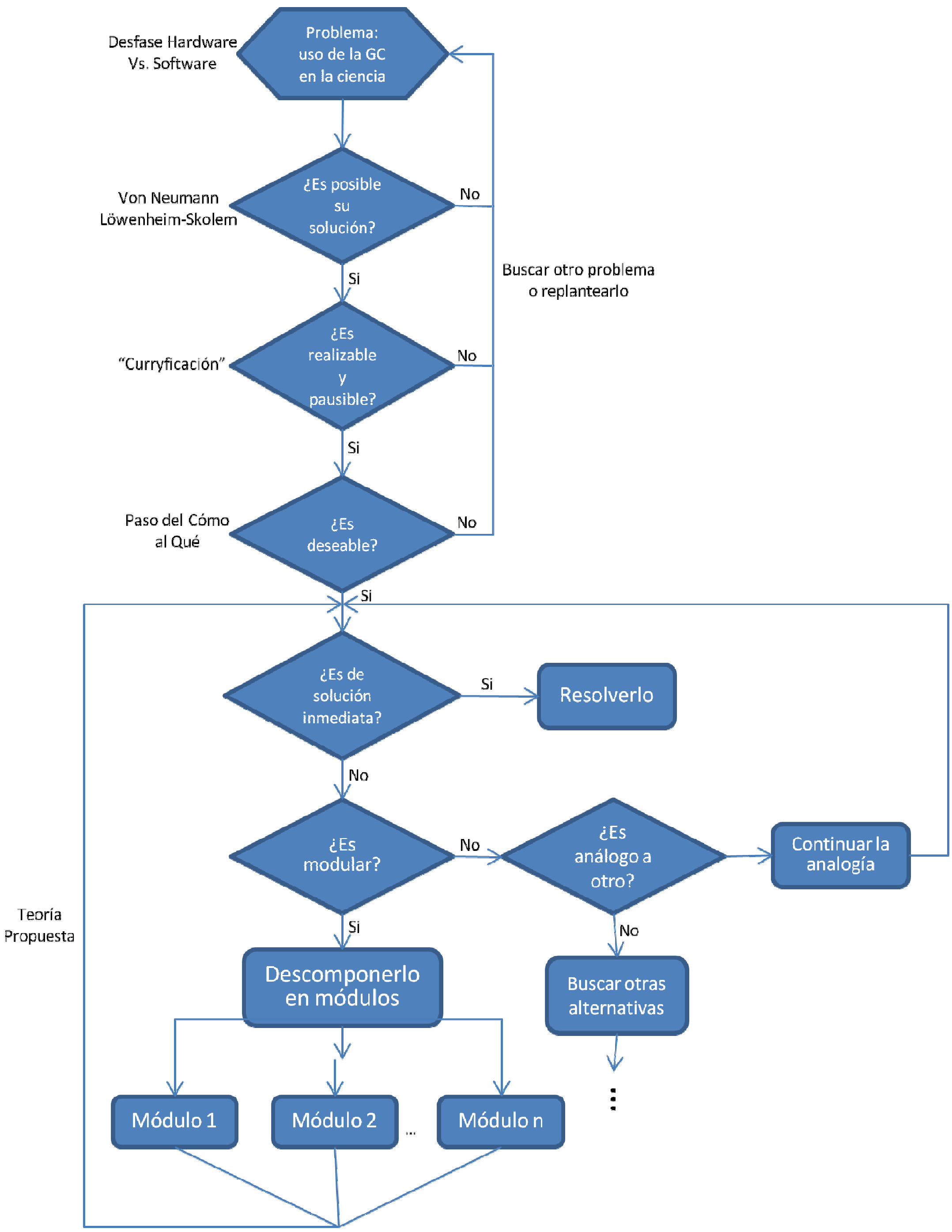

Figura I.2. Esquema de Solución de Problemas desde una Perspectiva de GC.

Finalmente, señalar que, la teoría propuesta tiene que constituir un sistema deductivo. Para su búsqueda y definición se hizo uso de la conocida regla heurística de "análisis-síntesis" y de la lógica experimental. En efecto, las características básicas de los sistemas deductivos son: (a) principio de "retrasmisión de la falsedad desde la base hasta la cúspide"; esto es, mediante "retroducción", desde las conclusiones a las premisas. Haciendo así, un contraejemplo, de una conclusión, será un contraejemplo de, al menos una de las premisas. (b) El "principio de transmisión de la verdad", desde las premisas a las conclusiones. Pero, y esto es muy importante, a estos sistemas no se les exige que transmitan falsedad o retrasmitan verdad. Para llevar esto a buen puerto, los sistemas deductivos hacen uso de la regla de "análisis-síntesis" que funciona como sigue (Lakatos, 1981): *Extrae conclusiones de tu conjetura, una tras otra, suponiendo que la conjetura es verdadera: si llegas a una conclusión falsa, entonces tu conjetura es falsa. Si llegas a una conclusión indudablemente verdadera, entonces tu conjetura tal vez haya sido verdadera. En este caso invierte el proceso, trabaja hacia atrás, e intenta deducir tu conjetura original por el camino inverso; es decir, desde la verdad indudable hasta la conjetura dudosa. Si tienes éxito habrás probado la conjetura*. *Esta regla heurística pone de manifiesto por qué los antiguos griegos tenían en tan alta estima la "Reductio ad absurdum": les ahorraba el trabajo de síntesis, habiendo probado el caso sólo con el análisis*. Análisis que puede ser de dos tipos: teórico, dirigido a la búsqueda de la verdad, y praxeológico, práctico o problemático, que de estas tres formas se denomina, dirigido a encontrar lo que se ha dicho que hay que encontrar.

La mayoría de los grandes científicos Maxwell, Einstein, Dirac, etcétera, usaron o procedieron mediante lo que se conoce como "lógica experimental", un aparente oxímoron; es decir, términos contradictorios en sí mismos; pero en este caso, sólo en apariencia. En lógica experimental se formulan hipótesis formalmente, a poder ser en forma de ecuaciones, y se experimenta con ellas. Esto es, se intenta perfeccionar las ecuaciones desde el punto de vista de su belleza o perfección interna y su consistencia. Y a continuación, se verifica si las ecuaciones "mejoradas" explican algún aspecto de la naturaleza. Las matemáticas utilizaban la, acabada de citar, "reducción al absurdo" que consiste en que para demostrar A, se asume lo opuesto de A y se llega a una contradicción, con lo que se afirma A. Por el contrario, la "lógica experimental" consiste en una "validación por fecundidad" que estriba en que para validar A, se asume A y se demuestra que conduce a resultados útiles. Frente al "modus operandi" de la lógica deductiva, la "lógica experimental" se inspira en la máxima, ampliamente utilizada en GC, siguiente: "Más vale pedir perdón que solicitar permiso". De hecho, la "lógica experimental" no contempla, al menos "prima facie"; la inconsistencia como una catástrofe irremediable sino como una oportunidad esperanzadora. Si una línea de investigación es fructífera no debía ser abandonada por su inconsistencia o carácter aproximado. Por el contrario, hay que buscar el modo de convertirla en correcta. En este sentido, el premio Nobel de Física Steven Weinberg, señaló que *muchas veces se aplican las ideas correctas al problema equivocado.*

Para centrar la cuestión científicamente y huir de toda especulación metafísica, lo primero que se hizo fue aplicar la GC, en forma de Mapa de Zack y esquema de obtención del conocimiento, para identificar un problema relevante en el área en la que la doctoranda tenía cualificación universitaria: el desarrollo software. De esto trata el capítulo II, en el cual en forma de estado de la cuestión se considera detalladamente:

A) Las bases tecnológicas de la crisis del software provocada fundamentalmente, por una carencia de teoría del software que soporte las ingenierías del software y del conocimiento.
B) Naturalmente, si lo que se busca es una teoría científica, previamente debe establecerse lo que se entiende por tal. Además, como no hay mejor predicador que fray ejemplo, se darán en distintos dominios, ejemplos de teorías científicas, tanto formales como empíricas o exponenciales.

A continuación, en el capítulo III, usando conocimiento formal, se demuestra no sólo que dicha teoría es posible apartado III.1., aportación de von Neumann y Teorema de Löwenheim-Skolem, sino que también es viable y realizable, vía "curryficación", apartado III.2. Para probar la posibilidad se hizo uso de las técnicas de importación y de educción del conocimiento de acuerdo con la regla de oro de la GC: qué se sabe, qué no se sabe y qué se debería saber, en este caso concreto: los resultados previos de von Neumann y Löwenheim-Skolem. Por su parte, para probar la factibilidad, apartado III.2, se hizo uso, vía importación de conocimientos y inquisición al experto, de algo habitual en el desarrollo software, en este caso en el aspecto concreto de la programación funcional y su fundamentación lógico-matemática. Por y para lo cual se usó el conocimiento previo de Frege, Schönfinkel y Curry. En ambos casos la técnica de GC denominada mapas de conocimientos, fueron de absoluta utilidad.

Y, para completar el trío de cuestiones que exigía el planteamiento de la hipótesis y dentro de la solución propuesta, en el capítulo IV, se muestran los aspectos metodológicos de dicha solución, apartado IV.1, y, en el apartado IV.2, la teoría propuesta basada sólo en dos “constructos” o conceptos y tres postulados.

Para finalizar, en el capítulo V, se explicitan, apartado V.1., los resultados obtenidos, las conclusiones extraídas, apartado V.2, y las futuras líneas de investigación, apartado V.3. Y, en el capítulo VI, se da la bibliografía.

CAPÍTULO II: ESTADO DE LA CUESTIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

II.1. HARDWARE “VERSUS” SOFTWARE

II.1.1. EVOLUCIÓN DE LOS MICROPROCESADORES

En 1947 John Bardeen (1908-1991) y Walter Houser Brattain inventaron el transistor, cuyo nombre es el acrónimo de “Transference Resistor” en alusión a su característica más importante: transferir resistencia, permitiendo el paso de corriente de una entrada de baja resistencia a otra de salida de alta resistencia. Ahora bien, dicho transistor, conocido como de punta de contacto, no era muy estable y fue necesario que otro científico, también de los laboratorios Bell, William Bradford Shockley lo mejorara dando lugar al transistor de unión. Por dicho invento y mejora, los tres fueron galardonados con el premio Nobel de Física del año 1956. Insólitamente, John Bardeen, esta vez en compañía de Leon N. Cooper y John Robert Schrieffer, volvió a conseguir el premio Nobel de Física de 1972, por sus trabajos sobre la superconductividad del metal próximo al cero absoluto.

En 1959, John Kilby de Texas Instruments patentó el circuito integrado que contenía centenares de componentes; es decir, transistores y resistencias, tratadas en bloque, que recibieron el nombre coloquial de “chips”. Este nombre alude a las finas lonchas de patatas fritas, cuya forma recuerda a la de los circuitos integrados, aunque su procedencia provenía de las siglas “Circuit High Integrated Process”. Siendo éste uno más de los típicos juegos de palabras que tan a menudo ocurren en el mundo de la CS. Pues bien, el chip más importante es el microprocesador, llamado también Central Processing Unit (CPU); que se encarga de controlar a todos los demás y efectuar todas las operaciones.

Nombre	Año	Nº de Transistores	Ancho de bus (bits)	Frecuencia de Reloj (Herzios)
44004	1971	2,300	4	108 KHz
8080	1974	6,000	8	2 MHz
8086	1978	29,000	16	5 MHz
80286	1982	134,000	16	6 MHz
80386	1985	275,000	32	16 MHz
80486	1989	1200,000	32	25 MHz
Pentium	1993	3100,000	64 y 32	60 MHz
Pentium II	1997	7500,000	64	233 MHz
Pentium III	1999	9500,000	64	500 MHz
Pentium 4	2000	42500,000	64	1,3 GHz
Pentium M	2003	140,000,000	64	2,26 GHz
Pentium D	2005	230,000,000	64	3,2 GHz
Core 2 Duo	2006	291,000,000	64	2,66 GHz

Tabla II.1. Características de los chips desde su creación

El primer microprocesador lo presentó Intel, empresa fundada en julio de 1968 por Gordon Moore, Robert Nogee y Andrew Growe, el 15 de Noviembre de 1971. A partir de ese momento, tal y como se muestra en la tabla II.1, la evolución de los microprocesadores se hizo vertiginosa. En dicha tabla, se muestran las características de los principales modelos de chips comercializados por INTEL, teniendo en cuenta los tres parámetros fundamentales de un microprocesador; a saber: ancho de bus de datos o número de bits que puede manejar simultáneamente, la frecuencia del reloj o velocidad de proceso y la cantidad de transistores que contiene. Y en la figura II.1, se muestra dicha evolución hasta el año 2020, pero teniendo en cuenta sólo el número de transistores por chip. Curiosamente, como Intel quería diferenciarse de otros fabricantes y no podía patentar un número, al modelo siguiente al 80486 en lugar de 80586 lo denominó Pentium. Siguiendo este esquema de nomenclatura, el siguiente modelo debería haberse llamado Sextium pero, por las connotaciones que tenía con "Sex", a Intel le pareció más oportuno numerar los Pentium, como así hizo. Finalmente, en los últimos años han denominado a sus modelos Core Duo, en mención del doble núcleo que poseen.

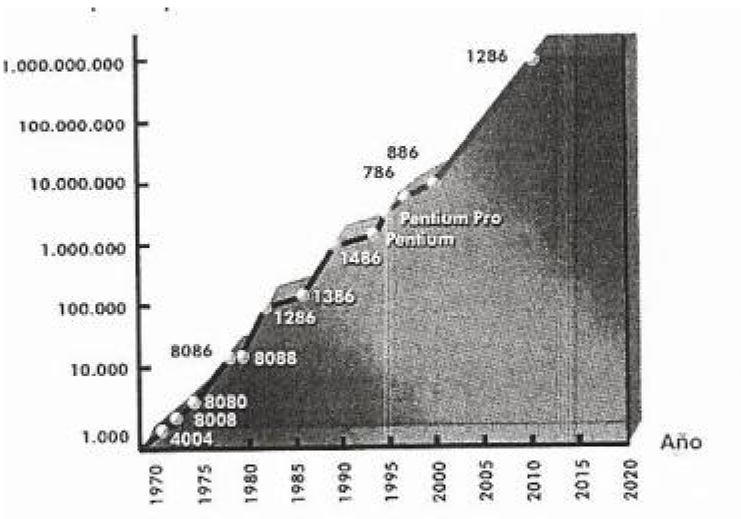

Figura II.1. Ley de Moore en términos de procesadores Intel

Si se compara el ritmo de la evolución biológica con la de los instrumentos de cómputo, tomando como punto de partida de la primera, la aparición de las células procariotas hace unos quinientos millones de años y de la segunda el ábaco babilónico hace unos cinco mil años, se ve, como se muestra en la figura II.2, que la evolución biológica es lineal, en tanto que la tecnológica es exponencial. En dicha figura, la capacidad de proceso está representada en términos de lo que puede adquirirse en cada momento por mil dólares y no en términos absolutos de lo que es capaz de procesar el computador más potente del momento. Por su parte, la capacidad de cómputo de los seres vivos se representa en la figura en base al número de neuronas del cerebro y a las posibilidades de conexión sinápticas y considerando que una neurona es capaz de realizar mil instrucciones por segundo.

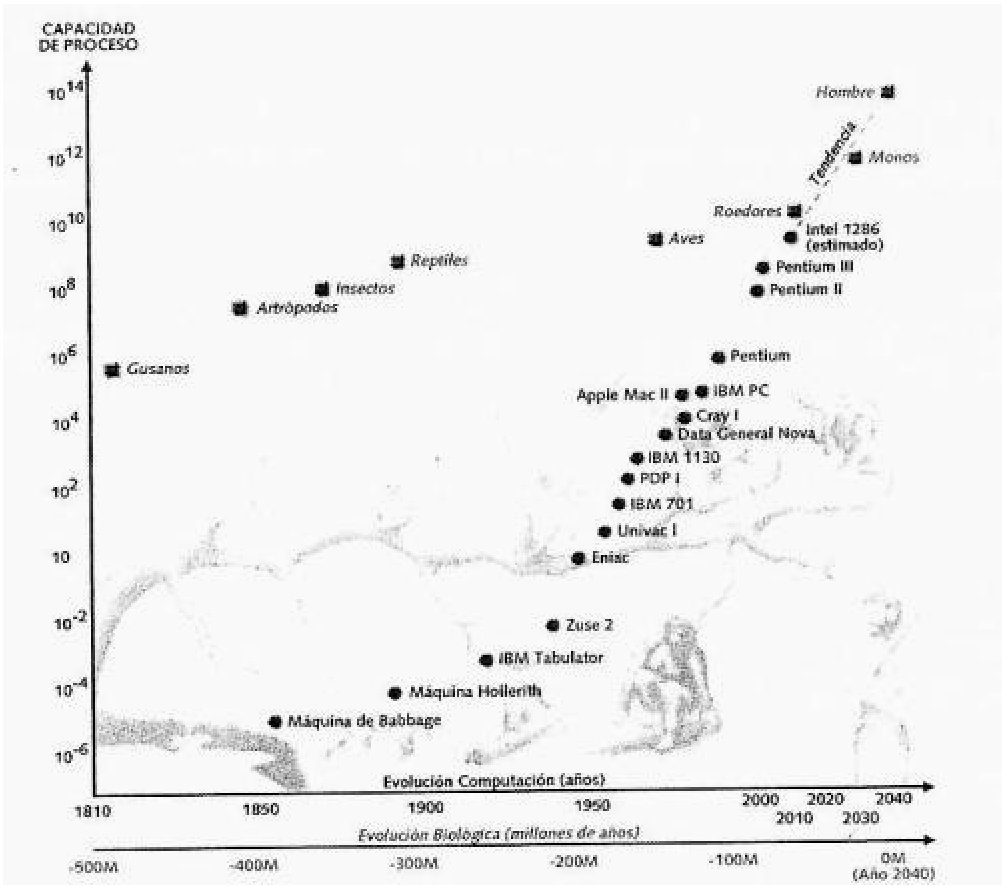

Figura II.2. Evolución biológica y tecnológica

II.1.2. LEY DE LOS RENDIMIENTOS CRECIENTES: LEY DE MOORE

Raymond Kurzweil (Kurzweil, 1999) señaló acertadamente que a lo largo del tiempo operan dos leyes complementarias. La primera, conocida como "Ley del Aumento del Caos", da cuenta del hecho empírico de que a medida que el caos se incrementa, el tiempo se desacelera. Dicho en otros términos: *El intervalo transcurrido entre dos eventos relevantes crece con el tiempo.* Esta ley, que puede aplicarse tanto al Cosmos como a los organismos biológicos, es la que hace que los humanos pasen de la juventud a la vejez. La segunda, que es la que "hic et nunc"; esto es, aquí y ahora, más importa, concierne básicamente al desarrollo e innovación tecnológica y opera de forma opuesta a la primera, recibiendo el nombre de "Ley de los Rendimientos Crecientes". En la tabla II.2, se dan dos ejemplos de funcionamiento de esta ley. El primero, considera la aceleración histórica del advenimiento de las distintas sociedades impulsadas por los continuos y revolucionarios cambios tecnológicos. El segundo, muestra el tiempo transcurrido desde que se produce un descubrimiento científico hasta que se convierte en una innovación tecnológica de aplicación práctica. La historia de la civilización es la del intento continuado del ser humano para reducir la brecha entre lo que piensa que sabe y lo que hace; es decir, entre ciencia y tecnología. Y lo que impulsa estos avances, depende de cada caso. Así en el caso del transporte, es la utilidad lo que impulsa los avances. Esta ley de los "Rendimientos Crecientes" da cuenta del hecho de que a medida que el orden crece exponencialmente, el tiempo se desacelera también exponencialmente. Dicho de otro modo: *El intervalo transcurrido entre dos eventos importantes, relevantes y significativos decrece con el tiempo.* Un corolario conocidísimo y ejemplo paradigmático de esta ley es la "Ley de Moore", aplicada a la tecnología de los microprocesadores que, por su pertinencia y relevancia, se va a considerar más ampliamente a continuación, y que Forrester en 1987 (Forrester, 1987) expresó como sigue: *El poder de la tecnología de la computadora, a la misma unidad de coste, se duplica cada dieciocho-veinticuatro meses y tiende a disminuir el período.*

Tipos de Sociedad	Tiempo Transcurrido
Rural	
	10 Siglos
Industrial	
	2 Siglos
Servicios	
	30 Años
Tecnología o Digital	

(A) Evolución de las Sociedades

Descubrimiento	Años Transcurridos
Fotografía	112
Teléfono	56
Radio	35
Radar	15
Bomba Atómica	6
Transistor	5
Circuitos Integrados	3
Enzimas de Restricción en el ADN recombinante	<1

(B) Ley de Rendimientos Crecientes para distintos Descubrimientos

Tabla II.2. Ejemplos de la aceleración histórica

En el año 1965, Gordon E. Moore, uno de los fundadores de INTEL, se percató de que los circuitos integrados estaban duplicando cada año la densidad de los componentes electrónicos que contenían las distintas obleas de silicio que constituye el chip. Y estableció dicha observación perspicaz en forma de fórmula empírica que, en honor de su descubridor, recibe el nombre de Ley de Moore (Moore, 1965). Esta fórmula empírica, que mide, estimula y predice la capacidad humana de innovación aplicada al progreso de la tecnología microelectrónica, obviamente no es una ley científica de la naturaleza y, en consecuencia, ni es universal ni menos eterna. Esto hace que, de vez en cuando, haya que retocarla para ajustarla a la realidad de los hechos. En efecto, si bien es cierto que el coeficiente multiplicador anual de densidad de los componentes electrónicos en un chip se mantuvo en el valor 2 desde 1958 hasta 1972, desde entonces se redujo hasta hoy en día a 1,5; es decir, a duplicarse cada dieciocho meses, y se estima que dicha tendencia continuará hasta aproximadamente el año 2020. A partir de ahí se cree que se volverá a reducir hasta un valor de 1,16 que continuará hasta alcanzar los límites de las leyes físicas que rigen la construcción de los chips actuales; esto es, la electrónica convencional. En efecto, si se mantiene la ley de Moore, antes de quince años los componentes electrónicos grabados en silicio llegaran a un tamaño molecular crítico. Por ejemplo, en 1972 los chips de memoria tipo DRAM, contenían un kilobit; esto es, mil ceros o unos. Al ritmo multiplicador de 1,5 anual en el año 2010 pasarían a tener una capacidad de unos 64 gigabits; o sea, a albergar 64 mil millones de transistores por oblea de silicio. Sin embargo, esta previsión fue superada con creces pues ya en 1997, investigadores de la Universidad de Minnesota anunciaron una técnica para integrar ese mismo número de transistores en un chip de 1 centímetro cuadrado de superficie. Lo mismo cabe decir para los chips microprocesadores aunque en este caso la pauta que siguen hay que restarle un orden de magnitud. En la gran conferencia patrocinada por la Association for Computing Machinery (ACM) con ocasión del primer cincuentenario de la informática, celebrada del 1 al 5 de marzo de 1997 y titulada "The Next Fifty Years of Computing", Gordon Bell, estimaba que dentro de otros cincuenta años los computadores serán como mínimo 100.000 veces más potentes que los actuales. Por otra parte, Raymond Kurzweil estimó que la capacidad operativa del cerebro humano es de $20x10^{15}$ operaciones por segundo, cifra que, de acuerdo con la ley de Moore, alcanzarán los procesadores del año 2020 y duplicada 18 meses después.

Para apreciar el extraordinario aumento de la potencia de los computadores, es importante recordar que desde 1950 hasta el presente, dicho aumento, es de aproximadamente ¡once órdenes de magnitud!; en otras palabras, se ha multiplicado por 10^{11} o, aún, es cien mil millones de veces superior. Un rápido incremento de potencia de esta magnitud apenas tiene precedentes en la historia de la tecnología. Para valorar, por comparación, la magnitud de este impresionante incremento, baste indicar que es mayor que el que supuso, en la potencia de los explosivos, el paso de los explosivos químicos a la bomba termonuclear. De hecho, si se retrocede ochenta años la potencia de cómputo se ha multiplicado por un billón. Para tener una idea aproximada de lo que esto significa, compárese con la velocidad de los medios de comunicación a través de la historia y se ve que el solo aumento de un orden de magnitud fue debido a un cambio tecnológico relevante para la humanidad. Por ejemplo, el paso de la tracción animal a la mecánica por vapor o explosión y de ésta a los aviones a reacción, cohetes, etc. Hace ocho mil años el medio más rápido de transporte era la caravana de camellos, que alcanzaba una media de 12 kilómetros por hora. Hasta cuatro mil quinientos años después no se inventó el carro con ruedas, que permitía viajar a 30 kilómetros por hora. Casi tres mil quinientos años después, en 1880, el hombre consiguió alcanzar los 150 kilómetros por hora gracias a la locomotora de vapor. Los 600 kilómetros por hora no se alcanzaron hasta hace 70 años con los aviones a reacción. Veinte años después, los aviones-cohete superaban los 6000 kilómetros por hora. Hoy las cápsulas espaciales circunvalan a tierra a más de 35.000 kilómetros por hora. La espectacular evolución tecnológica de los computadores, si se le compara con la evolución de la industria automovilística, resulta aún más ilustrativa. En efecto, fue el malogrado psicólogo, entusiasta de los computadores, Christopher Evans (Evans, 1979), el primero en establecer una analogía de este tipo al plantear la cuestión como sigue: *El automóvil actual difiere de aquellos de los años inmediatos de la postguerra en varios aspectos. Es más barato, ..., y es más económico y eficiente... Pero supóngase por un momento que la industria del automóvil se hubiera desarrollado al mismo ritmo que los computadores y a lo largo del mismo período: ¿Cuánto más baratos y eficientes serían los modelos actuales? La respuesta es: Hoy se podría comprar un Rolls-Royce por 1,35 libras esterlinas, rendiría 18 millones de kilómetros por litro de gasolina consumido, generaría suficiente potencia para impulsar al Queen Elizabeth II, y se podría colocar media docena de ellos en la cabeza de un alfiler".* Analogía que, posteriormente, retomó Malcom Forbes (Forbes, 1996) con cambios mínimos: *Aumentando el precio del Rolls Royce, rebajando la eficiencia en el consumo, comparando su fortaleza frente al Queen Mary. Este Rolls consumiría 1 litro de gasolina cada millón de kilómetros, tendría una potencia superior al Queen Mary y ocuparía el volumen de una cabeza de alfiler.* Por su parte, Gómez y colegas (Gómez, 1997) añadieron que tendría capacidad para 10000 viajeros y viajaría a más de 5000 km/hora, y redujeron el precio a menos de un dólar. Hoy podría añadirse que iría al taller cada 500 años, casi no contaminaría y que, prácticamente, no haría falta saber nada para conducirlo. Es de suponer que en Microsoft no están de acuerdo con este enfoque, al menos su jefe de tecnología Nathan Myhrvold, quien estableció una ley para el software que dice: "*La programación crece más rápido que la Ley de Moore*" (Myhrvold, 1998). Naturalmente, todos estos datos, exclusivamente referentes al "hardware", se dan sin segunda intención, no vaya a ser que el efecto Gates funcione de nuevo. Usando parte de esos datos y la Ley de Nathan (Myhrvold, 1998) hace unos años, fuera de contexto, Bill Gates en un CONDEX, imprudentemente, se burlaba de la industria del automóvil, lo que provocó la indignación del presidente de la General Motors que convocó una rueda de prensa en la que contestó lo siguiente: *Si la industria automovilista hubiera desarrollado una tecnología como la de Microsoft, conduciríamos actualmente automóviles* *que tendrían dos accidentes al día; habría que cambiarlos cada vez que se pintaran las líneas de la carretera; se pararían sin motivo conocido y habría que arrancarlos de nuevo para continuar la marcha; los asientos exigirían que todos los ocupantes tuvieran el mismo formato de culo; el sistema de airbag preguntaría si se aceptaba que se desplegara antes de actuar y, en ocasiones, sólo podría arrancarse por el conocido truco de tirar de la puerta, girar la llave y sujetar la antena de la radio simultáneamente. Y siempre que se presentara un nuevo modelo de coche, todos los conductores deberían aprender a conducir de nuevo porque ninguno de los mandos funcionaría como en los modelos anteriores.* Como puede verse, todas estas críticas se refieren al software. Éstas y otras comparaciones que se podrían poner como ejemplo, no reflejan otra cosa que la realidad incuestionable del avance espectacular que ha tenido la industria de los procesadores y de los computadores, en su versión "hardware". Ambos enfoques se encuentran en la Tabla II.3.

A) HARDWARE

Tipo	Precio	Km/litro	Potencia	Tamaño	Capacidad	Vel. Km/h	Fiabilidad	Conocimiento Conducción	Contami-nación
Rolls Royce	1 €	$18x10^6$	Queen Elizabet II	6 en cabeza de alquiler	104 pasajeros	$5x10^3$	Cada 500 años al taller	Prácticament e nulo	Cero
	200.000 €	0,33	300C.V.	4,20x1,7 060	4 pasajeros	250	Anual	Academia	Media

B) SOFTWARE

	Accidentes	Cambios	Detección	Ergonomía	Automatización	Arranque	Conocimiento Conducción
Microsoft	2 x día	Cada vez que se pintaran las líneas de la carrete-ra	Sin motivo conocido y había que rearrancarlos cada vez para continuar	Los pasajeros deben tener el mismo formato de trasero	El airbag preguntaría, antes de actuar, si se desplegaba	En ocasiones, tirar de la puerta, girar la llave y sujetar la antena de la radio simultá-neamente	Para cada nuevo modelo ir de nuevo a la autoescuela

Tabla II.3. Comparativas en Hardware y Software

Kurzweil, analiza todo esto en un trabajo (Kurzweil, 2005) en donde da su Ley de Aceleración de los Retornos, que aquí se resume como sigue: un análisis de la historia de la tecnología muestra que el cambio tecnológico es exponencial y no como parece indicar el sentido común lineal. Así los “retornos” tales como la velocidad de los “chips” y el coste-efectividad, también se incrementarán exponencialmente. Hay incluso un crecimiento exponencial en los ratios de crecimiento exponencial. Dentro de pocas décadas, la “inteligencia” de la máquina sobrepasará la inteligencia humana, conduciendo a “La Singularidad” o cambio tecnológico tan rápido y profundo que representa una ruptura en la realidad de la historia humana; las implicaciones incluyen la mezcla de inteligencia biológica y no biológica, humanos inmortales basados en software y ultraelevados niveles de inteligencia que la expanden en el universo a la velocidad de la luz.

Para Kurzweil, el futuro es ampliamente malentendido. Las previsiones humanas esperan que el futuro sea lo más parecido al presente, que ha sido lo más parecido al pasado. Aunque las tendencias exponenciales existen desde hace miles de años, en sus primeras etapas son tan llanas que parece que no tengan tendencia en absoluto y eso es lo que ocurrió hasta ahora, por eso el futuro será mucho más sorprendente de aquí en adelante. La mayoría de las previsiones a largo plazo de las capacidades técnicas en períodos de tiempo futuro subestiman dramáticamente el poder de la tecnología del futuro debido a que se basan en la visión “intuitivamente lineal” del progreso tecnológico antes que en la visión “históricamente exponencial”. Para expresarlo de otro modo, no es el caso de que se experimentará un progreso de cien años en el siglo XXI, sino que el ser humano será testigo de un progreso, a la ratio actual, de 20000 años. Debido a que se está duplicando la tasa de progreso cada década, a la ratio actual, se verá una centuria de progreso en sólo 25 años de calendario.

Cuando la gente piensa en un periodo futuro, intuitivamente asume que la actual ratio de progreso continuará en períodos futuros. Sin embargo, una cuidadosa consideración de la marcha de la tecnología muestra que la ratio de progreso no es constante, pero está en la naturaleza humana adaptarse a la marcha del cambio, de modo que la visión intuitiva es que la marcha continuará a la tasa actual. Incluso para incrementos sobre el tiempo, la intuición da la impresión de que el progreso cambia a la ratio que se experimentó recientemente. Desde la perspectiva matemática, una primera razón para eso, es que una curva exponencial se aproxima a una recta cuando se ve durante un breve período de tiempo. De modo que, aunque la ratio de progreso en el inmediato pasado, verbigracia el año pasado, fue mucho más grande de lo que hace dos años, la memoria está, a pesar de todo, dominada por la experiencia muy reciente. Es típico, por lo tanto, que incluso personas “expertas” cuando consideran el futuro, extrapolan la actual marcha del cambio sobre los próximos diez o cien años para determinar sus expectativas. Por eso a esta visión del futuro se denomina visión "intuitiva lineal".

Pero una evaluación de la historia de la tecnología más meditada y rigurosa muestra que el cambio tecnológico es exponencial. En el crecimiento exponencial se encuentra que una medida clave, tal como la potencia computacional se multiplica por un factor constante por cada unidad de tiempo; verbigracia, se duplica cada año, antes que justo ser sumado incrementalmente. Dicho en otros términos, se está ante una progresión geométrica no aritmética. El crecimiento exponencial es característico de cualquier proceso evolutivo, del que la tecnología es un ejemplo primario. Se pueden examinar los datos de diferentes maneras, en diferentes escalas de tiempo, y para una amplia variedad de tecnologías yendo de la electrónica a la biológica y la aceleración del progreso y el crecimiento se multiplican. Más aún, realmente, no se encuentra justamente un crecimiento exponencial simple, sino "doble", lo que significa que la ratio del propio crecimiento exponencial es exponencial. Estas observaciones no se basan únicamente en la ley de Moore, sino en un modelo que contempla diversas tecnologías. Lo que claramente muestra eso es que la tecnología, particularmente la marcha del cambio tecnológico, avanza al menos, exponencialmente, no linealmente; y lo ha estado haciendo desde el advenimiento de la evolución a la Tierra. Todo esto da lugar a la, así llamada por Kurzweil, "*Ley de Aceleración de Retornos*" (Kurzweil, 2005).

Para apreciar la naturaleza y significado de la "singularidad" que se avecina es importante ponderar la naturaleza del crecimiento exponencial. A este fin, permítase usar el caso del inventor del ajedrez, Sessa, o, por mejor decir, su leyenda. Esta leyenda de hace más de quince siglos, fue citada por Dante Alighieri (1265-1321), en el apartado del Paraíso de su Divina Comedia cuando, en sus versos, refiriéndose a las luces del cielo, dice(Alighieri, 1988):

L`incendio suo seguiva ogne scintilla;
ed eran tante, che`l numero loro
piú che`l doppiar de li scacchi s`inmilla.

… y eran tantas, que su número
más que al doblar de los escaques asciende.

Es decir su número era tan grande que superaba al que se obtendría sumando los primeros 64 términos; esto es, el número de escaques del tablero de ajedrez, de la progresión geométrica de razón dos a partir del uno. El resultado es, un número enorme, de veinte cifras, expresado por la fórmula 2^{64}-1. Dante recuerda, en su famosa obra, la conocida leyenda oriental en una de sus versiones. Según Dante, el rey persa Shiraz, riquísimo y aburrido, convocó a los sabios y les prometió una recompensa generosa si lograban hacerle pasar el tiempo placenteramente.

Uno de los sabios, de nombre Sessa o Sisa, de acuerdo con las distintas fonéticas, le llevó el juego del ajedrez y le pidió un grano de trigo por la primera casilla, dos por la segunda, cuatro por la tercera, ocho por la cuarta y así sucesivamente. Naturalmente, no pudo pagarle al sabio, pero según otra versión, más erudita y completa (Pazos J., 2008), los matemáticos que calcularon la enorme cantidad de trigo que tenía que abonar el monarca, le dieron la "receta" para salir airosamente del trance: Hacerle contar al Sessa, los granos de trigo que iba recibiendo.

Sólo queda por plantearse una cuestión: ¿El número de granos que solicitaba el brahmán es mayor, menor o igual que el número de posibles jugadas en el juego que descubrió? La respuesta es que es mucho menor, habida cuenta que el número de jugadas posibles en el ajedrez, según Shannon, es de 10^{120}!.

La "duplicación" aunque parece un divertimento, no es así puesto que en la naturaleza hay situaciones que siguen estas pautas. El caso más paradigmático es el de las bacterias, los seres vivos hasta el momento con mayor capacidad de reproducción. En efecto, si cuentan con suficiente alimento, una bacteria se divide en dos iguales cada veinte minutos. A este ritmo, una única bacteria puede superar a toda la población humana actual en tan sólo 11 horas. Para calcularlo bastaría con elevar dos a treinta y tres, el número de divisiones que se producirían en ese tiempo. Afortunadamente, para dar "alimento" a tan numerosa prole hace falta un suministro de nutrientes muy elevado, así que la población tiende a estabilizarse al llegar a esa cifra. Si no fuera así la población llegaría en pocos días al valor de un Gúgol que es un uno seguido de ¡100! ceros. Este nombre se lo dio el matemático Kasner, tomándolo prestado de su sobrino de nueve años.

Dicho lo anterior, lo inmediato es establecer lo que significa la singularidad, como término y como concepto. Para empezar hay que decir que con el término singularidad se quiere decir un acontecimiento único con profundas implicaciones. Por ejemplo, en matemáticas implica el infinito; es decir, la "explosión" de un valor que ocurre cuando se divide un número racional, distinto de cero, por un número tan próximo a cero como se quiere, incluido naturalmente el cero. En física, análogamente, una singularidad denota un evento o posición de poder infinito. En el centro de un agujero negro, la materia es tan densa que su gravedad es infinita. Cuanto más se acercan la materia y la energía para caer en un agujero negro, un evento horizonte separa la región del resto del Universo. Eso constituye una ruptura en la estructura del espacio y el tiempo. El propio Universo según la "teoría" actualmente dominante "el big bang", comenzó justamente con una singularidad.

La singularidad tiene muchas facetas. Así representa la cercana fase vertical del crecimiento exponencial donde la ratio de crecimiento es tan extrema que la tecnología parece que crece a una velocidad infinita. Naturalmente, desde una perspectiva matemática no hay discontinuidad, ni ruptura y la ratio de crecimiento permanece finita, aunque extraordinariamente grande. Pero desde la limitada perspectiva actual, este evento inminente parece ser una aguda y abrupta ruptura en la continuidad del progreso. Sin embargo, hay que enfatizar la palabra "actualmente" porque una de las implicaciones conspicuas de la singularidad será un cambio en la naturaleza de la capacidad humana de entender. En otros términos, el ser humano llegará a ser inmensamente más inteligente cuando se "mezcle" con la tecnología.

Volviendo a la historia del ajedrez, tanto Sessa como el emperador, mientras estaban considerando la primera mitad del tablero de ajedrez, las cosas iban razonablemente bien, sin sobresaltos. Sessa recibió sucesivamente, cucharadas, tazones y barriles de grano. De este modo, al final de la primera mitad del tablero había recibido Sessa el equivalente a la cosecha de un gran campo, en total cuatrocientos mil millones de granos y el emperador empezó a ser consciente del problema en el que se había metido. A partir de ahí la situación empezó a deteriorarse para el emperador rápidamente, hasta el punto de que al final no podía cumplir su palabra. Incidentalmente, señalar que en lo de duplicar la potencia computacional, actualmente se está ligeramente por encima de doblar 32 veces las prestaciones del primer computador programable; es decir, se está empezando a superar el umbral de la singularidad.

Esta es la naturaleza del crecimiento exponencial. Aunque la tecnología crece en el dominio exponencial, los seres humanos viven en un mundo lineal. Así, las tendencias tecnológicas no son notorias cuando se doblan pequeños niveles de potencia tecnológica. Luego, aparentemente sin razón alguna, una tecnología explota ante la mirada sorprendida de quien contempla la singularidad. Por ejemplo, cuando Internet pasó de 20000 a 80000 nodos en un período de dos años, allá por los 80, este progreso permaneció oculto al público en general. Una década después, cuando se pasó de 20 millones a 80 millones de nodos en la misma cantidad de tiempo, el impacto fue noticia. Pues bien, la tasa de crecimiento es la misma, exactamente cuatro veces.

Como el crecimiento exponencial continúe acelerado en la primera mitad del siglo XXI, parecerá explotar en el infinito, al menos desde las perspectivas limitadas y lineales de los humanos contemporáneos. Finalmente, el progreso llegará a ser tan rápido que quebrará cualquier posibilidad de seguirlo. Estará literalmente fuera de control. La ilusión actual de "desenchufarlo" se habrá difuminado.

II.1.3. LÍMITES DE LA COMPUTACIÓN

Con todo, esto no es sino el principio, pues la carrera por la miniaturización no ha hecho más que empezar. Apenas se ha llegado a la era de las minimáquinas que constan de billones de átomos y se miden en milímetros, y ya se está, de hoz y coz, en el terreno de las micromáquinas que constan sólo de unos pocos millones de átomos y se miden en micrómetros. Al tiempo, ya han comenzado los ensayos con nanomáquinas, que trabajan con apenas unos cientos de átomos, y sólo pueden medirse en millonésimas de milímetro. Es lo que constituye la nanotecnología, cuyo futuro comenzó el 29 de diciembre de 1959. Allí y entonces, Richard Phillips Feynman, posterior premio Nobel de Física de 1965, leyó el discurso inagural de la reunión anual de la American Physical Society, publicado con posterioridad en "Engineering & Science", la revista de los estudiantes de CALTECH (Feynman, 1960), que decía: *Me gustaría describir un campo del conocimiento técnico en el que se ha hecho muy poco y en el que, en principio, puede hacerse muchísimo (…). De lo que voy a hablar es del problema de manejar y controlar cosas en una escala muy pequeña (…). Esto es, desde luego, bien conocido por los biólogos (…). El ejemplo biológico de escribir información a escala infinitesimal (el código del ADN) me ha sugerido algo que debe ser posible (…). Un sistema biológico puede ser extremadamente pequeño (…). Puede haber una justificación económica para hacer las cosas tan pequeñas (…). Permítanme recordarles algunos de los problemas de los computadores (…). Cuanto más y más rápido y más y más elaborado sea el computador, más y más pequeño lo fabricamos (…). ¿hasta dónde?. No lo sé exactamente, pero apenas puedo dudar de que cuando tengamos el control de la fabricación a escalas pequeñísimas seremos capaces de manejar enormes posibilidades de la materia con la que podemos hacer las cosas nuevas, cosas diferentes a las que ahora fabricamos (…). Átomos manejados a esa escala –digamos siete átomos- no tienen nada que ver con los conjuntos de átomos y moléculas de nuestro mundo macroscópico; esos pocos átomos obedecerán leyes de la mecánica cuántica, las leyes del mundo microscópico (…) tendremos, por ello, que trabajar con leyes diferentes y esperar cosas diferentes. Tendremos que hacer de manera diferente (…). A nivel atómico existen nuevas clases de fuerzas y nuevas clases de posibilidades, y nuevas clases de efectos (…). Estoy, como dije, inspirado por el fenómeno biológico, en el que las fuerzas químicas se utilizan de modo repetitivo para producir cualquier clase de efecto fantástico.* En 2002 se hizo público el último avance en nanotecnología: En un minúsculo circuito, se colocó la memoria electrónica más pequeña construida hasta la fecha, que podría estar en el mercado en menos de diez años. En unos años más, de 15 a 20, se cree que se podrán fabricar computadores cuánticos seis millones de veces más potentes que los actuales que aprovecharán la simultaneidad de estados y el entrelazamiento; es decir, la posibilidad que tienen los átomos de estar en dos sitios a la vez (bilocación) en un estado de superposición. Esto es, se está trabajando con máquinas cuánticas, que trabajan con fragmentos de átomos y se medirán en Amgstrons, equivalente a cien millonésimas de milímetro. ¿Hasta dónde? ¿Hasta cuanto? La respuesta a estas preguntas, que conciernen a los límites de la computación, se darán a continuación siguiendo a Seth Lloyd (Lloyd, 2000).

Para calcular la velocidad de cómputo, se parte del principio de indeterminación de Heisenberg (Heisenberg, 1927):

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar /m, \text{ con } \hbar = h/2\pi \quad \text{y} \quad m=1 \Rightarrow \Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar = 1{,}05\text{x}10^{-34}\text{Js}$$

Para el par ΔE y Δt dicho principio queda como sigue:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$$

Esta desigualdad tiene dos interpretaciones; a saber, una lineal: Invertir un tiempo Δt para medir la energía con una exactitud ΔE, que no es correcta. La correcta es la siguiente, un estado cuántico con disipación de energía de ΔE invierte al menos un tiempo $\Delta t= \pi\hbar/2\Delta E$, en evolucionar a un estado ortogonal y, por tanto, distinguible. Este resultado se amplió como sigue: Un sistema cuántico con energía media E necesita al menos un tiempo $\Delta t= \pi\hbar/2E$ para evolucionar a un estado ortogonal. O sea: $E\geq \pi\hbar/2\Delta t$. Siendo E la energía media para efectuar una operación elemental en Δt.

Ahora bien, un sistema con energía media E puede efectuar un máximo de $2E/ \pi\hbar$ operaciones lógicas por segundo. En consecuencia, para un computador de un kilogramo de masa su velocidad será, de acuerdo con la ecuación $E=mc^2$, la siguiente:

$$V_M=2E/\pi\hbar = 2mc^2 / \pi\hbar = 2.1 \text{ Kg.}(2{,}9979\text{x}10^8)^2\text{ms}^{-1}/3{,}1416\text{x}1{,}0545\text{x}10^{-34}\text{Js} = 2\text{x}8987\text{x}10^{16}\text{x}1{,}0545\text{x}10^{34}\text{s}/3{,}1416=5{,}425\text{x}10^{50} \text{ operaciones lógicas/segundo.}$$

Es decir, la cota superior está en 10^{50} operaciones lógicas por segundo.

En lo que respecta a la capacidad de memoria, la cantidad de información que se puede almacenar y procesar en un sistema físico está relacionada con el número de distintos estados físicos accesibles al sistema. Para M elementos biestables el número de estados accesibles es de 2^M y puede registrar M bits de información. Es decir, en general, un sistema con N estados accesibles puede registrar $\log_2 N$ bits de información. Se sabe que el número de estados accesibles de un sistema físico, F, está relacionado con la entropía termodinámica S, por la fórmula de Plank siguiente:

$S=k_B P_n F$, donde k_B es la constante de Boltzmann cuyo valor es: $1{,}3805x10^{-23}$ Julios por grado Kelvin.

Así, la cantidad de información que puede registrar un sistema físico viene dada por:

$I=S(E)/k_B L_n 2$

Siendo S(E) la entropía termodinámica de un sistema con valor esperado para la energía E. Combinando esta fórmula con la, dada anteriormente para el número de operaciones lógicas por segundo, entonces la cantidad de memoria en bits viene dada por:

$I = k_B 2\ln 2\ E/\pi\hbar S \propto k_B T/\hbar$, siendo $T = (\partial S/\ \partial E)^{-1}$

la temperatura de un kilogramo de materia en una entropía máxima en un litro de volumen. Esto lleva a:

$I = 2{,}04x10^8 JK^{-1}/1{,}3805x10^{-23} JK^{-1}.\ln 2=2{,}04x10^8/1{,}3805x10^{-23} JK^{-1}.0{,}6931=2{,}13x10^{31}$bit. Esto es, el límite de bits de memoria es 10^{31}.

II.1.4. DESARROLLO DEL SOFTWARE

Si ahora se contempla en perspectiva el progreso del software lo que se observa es, en primer lugar, que dicho progreso dista mucho de ser exponencial peor aún, pues si se considera el conjunto global del software disponible tanto de base: Sistemas Operativos, Compiladores, interfaces, etc., como de aplicaciones, su desarrollo, además de lineal no es continuamente creciente en facilidades para los usuarios, ni mucho menos. Actualmente, en el software se está dando un fenómeno curioso equivalente a una regresión conceptual, que consiste en que el proceso de construir ciertos programas es más difícil y complejo que el propio programa. Esto es debido a que los lenguajes de programación de alto nivel actuales no son, ni mucho menos, más simples que los antiguos. En segundo término, también salta a la vista que si el desarrollo hardware es en profundidad; es decir, pocas empresas (INTEL, Motorola, etc.) dedicadas intensamente a desarrollar la tecnología de microprocesadores, en el caso del software, ese esfuerzo se llevó a cabo en amplitud; esto es, muchas empresas poniendo en el mercado muchos productos. En la figura II.3, se muestra el árbol que contiene a lo largo del tiempo los distintos lenguajes de programación más conocidos. Como puede verse, una auténtica Babel. Si, como decían los latinos hace más de dos mil años, *validora sum exempla cuan verba,* frase que hizo suya Schiller en magníficos versos:

Nur das Beispiel führt zum Licht	*Sólo el ejemplo proporciona luz,*
Vieles Reden tut es nicht.	*La "verborrea" conduce a la oscuridad.*

Se van a dar, a título de botones de muestra, los siguientes ejemplos:

A) Si se unidimensionaliza el uso del software por las personas, la evolución del software puede verse como el paso de "cómo" al "qué". En un extremo del espectro, que puede datarse en el inicio de la "*Computing Science*", en adelante CS, y que va hasta la aparición de los primeros intérpretes y lenguajes de control, había que decirles a los computadores cómo tenían que hacer las cosas. Y ésto con el máximo de detalle, en el lenguaje de la máquina y de forma rupestre; esto es, en forma de conmutadores encendidos o apagados. Es decir, en esta fase, los humanos debían ser "literatos" del lenguaje de la máquina. Posteriormente, con la aparición de los lenguajes de ensamblador y el desarrollo de lenguajes de control; o sea, hasta la aparición de los primeros sistemas operativos y compiladores e intérpretes, tales como: FORTRAN, LISP, COBOL, etc., ya al computador no había que decirle, detallada y exhaustivamente, cómo tenía que hacer las cosas, pues algunas ellos ya sabía cómo hacerlas. Bastaba con sólo indicarle qué es lo que se quería que hiciera. Además, tanto la parte del qué, como la del cómo, se le decía en un lenguaje más próximo al ser humano, mediante los lenguajes de ensamblador que permitían palabras del lenguaje natural y, sobre todo, de una forma más natural al ser humano, pues ya no hacía falta poner los conmutadores encendidos y apagados, dado que se le "instruía" escribiendo en unas hojas de codificación las instrucciones que luego, mediante unas máquinas perforadoras, se "traducían" a unas fichas perforadas que los computadores "leían" y ejecutaban.

   Más adelante, con el advenimiento, de los lenguajes del más alto nivel y del desarrollo de los actuales sistemas operativos de ventanas, los interfaces avanzados, la

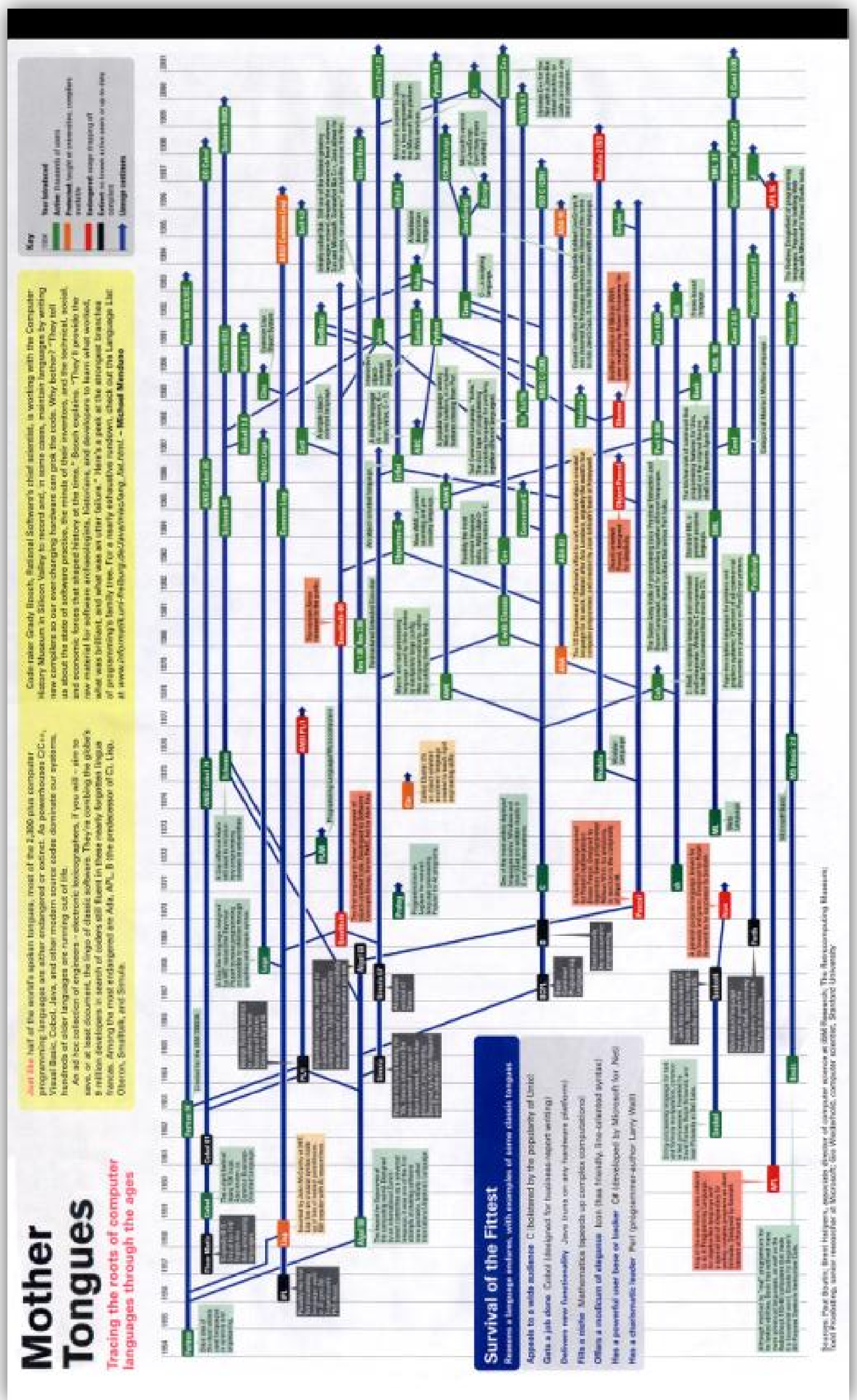

Figura II.3. Lenguajes de Alto Nivel

iconografía de pantalla, los programas avanzados de aplicación, etc., cada vez menos hay que decirle a las computadoras "cómo" tienen que hacer las cosas, pues ya saben "cómo" hacerlas, y sólo hay que decirles "qué" es lo que se quiere que hagan. Y todo esto, cada vez más en el lenguaje natural de los seres humanos; en este caso, como la tecnología está desarrollada en inglés, pues en inglés y de una forma habitual a cómo lo hacen los humanos; esto es, por la voz. O sea, en esta etapa, que está cada vez más cerca, son las máquinas quienes se convierten en "literatos" de los humanos. Y será en ese momento cuando empiece, a surgir un atisbo de inteligencia en las computadoras. Pues bien, toda esta evolución lenta, zigzagueante y trabajosa contrasta con la rápida, rectilínea y eficiente del hardware. La pregunta, además de inmediata, va de suyo: ¿Por qué es esto así?. Naturalmente, no debe haber un factor único, pero lo que no hay duda es que una de las razones fundamentales de este desfase entre el desarrollo del hardware y del software es el que al primero lo soporta una ingeniería basada en una ciencia, la física, cuya teoría y experimentación están muy consolidadas, en tanto al segundo no.

B) El filósofo José Ortega y Gasset, más conocido por su obra de gran impacto sociológico "La Rebelión de las Masas", afirmaba refiriéndose a la Medicina, lo siguiente (Ortega, 2002): *La medicina no es una ciencia. Es precisamente una profesión, una actividad práctica... Se propone curar o mantener la salud de la especie humana. A este fin echa mano de cuanto parezca a propósito: entra en la ciencia y toma de sus resultados cuanto considera eficaz pero deja el resto. Deja de la ciencia sobre todo lo que es más característico: la fruición por lo problemático… La ciencia consiste en un "prurito" de plantear problemas… La medicina está ahí para afrontar soluciones. Si son científicas mejor. Pero no es necesario que lo sean. Pueden proceder de una experiencia milenaria que la ciencia aún no ha explicado ni siquiera consagrado*. "Mutatis mutandi"; o sea, cambiando lo que deba cambiarse, medicina por software, curar por resolver problemas, etc., lo que dijo Ortega puede aplicarse al desarrollo del software. Pero la cuestión es la siguiente: ¿debe esto continuar así? Es decir, debe el desarrollo software continuar siendo una labor artesanal de desarrollar una práctica empírica, o debe pasar a ser una ingeniería fundamentada en una teoría científica contrastada por la experimentación crucial. La respuesta es, naturalmente, que debe convertirse en ingeniería, soportada por una ciencia. Mientras tanto, los desarrollos software se ven afectados de "golbergización".

C) Rube Golberg fué un caricaturista, con muchos seguidores en todo el mundo, en España fue el profesor Frank de Dinamarca, de la época de la Dictadura, el que dibujaba complicadísimos artilugios cómicos, para realizar tareas minias. Los diseñadores de software cuentan con un término relacionado, "Kudge" o "Kludge", para referirse a programas escritos sin previsión que acaban repletos de una complejidad onerosa e inútil, a menudo hasta el punto de volverse incomprensibles incluso para los programadores que las escribieron.

D) Con mucho la manera más común en la cual se trata con algo nuevo es intentando relacionar la novedad con lo que es familiar de la experiencia pasada; es decir, se piensa en términos de analogía y metáfora. En tanto que la historia evolucione a lo largo de líneas suaves, la técnica anterior resulta adecuada e incluso fructífera, pero fracasa estrepitosamente cuando uno se enfrenta repentinamente a algo tan radicalmente distinto de todo lo que se había experimentado antes que toda analogía, siendo intrínsecamente demasiado somera, es más un estorbo que crea confusión que una ayuda. Y ya se sabe, como decía Francis Bacon, la verdad surge antes del error que de la confusión (Bacon, 1984). La única forma plausible de tratar con novedades realmente radicales es ortogonal a la manera común de entendimiento: consiste en, conscientemente, intentar no relacionar los fenómenos a los que es familiar a partir de un pasado accidental, sino enfocarlo con una mente en blanco y apreciarlo por su estructura interna. Esta última forma de pensar es mucho menos popular que la primera y requiere un esfuerzo mental que muy pocos son capaces de conseguir y, como lo señaló Bertrand Russell, *Many people would sooner die that think. In fact they do.* Ello está fuera del alcance de las capacidades de aquellos, y son mayoría, para quienes la evolución continua es el único paradigma de la historia: incapaces de afrontar la discontinuidad, no pueden verla y la negarán cuando se enfrenten a ella.

Pero tales novedades radicales son precisamente el tipo de cosas a las que, al menos en tecnología, uno se enfrenta; sin duda, el computador fue una de ellas, otra fue la bomba atómica y, aunque en menor medida, la píldora fue la tercera, entre otras muchas. En el caso de los computadores, para que tuvieran éxito comercial fue necesario, desde el primer momento disociarles, tanto como fuera posible, de cualquier forma de matemáticas, dada la mala "fama" de éstas en especial al ser consideradas como el colmo del "usuario inamistoso". El propio término de "Computer Science" aplicado a la "informática" sería equivalente a llamar a la cirugía "Knife Science" y está tan arraigado en las mentes de la gente que el "Computing Science" es acerca de las máquinas y sus equipos periféricos. Hoy, sin embargo, nadie duda de que el desafío nuclear para la ciencia del cómputo es el conceptual.

La complejidad de la informática frente a las matemáticas viene dada, según Dijkstra (Dijkstra, 1986) por la "ratio" entre, verbigracia, una hora de tiempo y los nanosegundos o menos en que se ejecute una instrucción que es menor que 10^{100} y que tiene que ser tratada por una única disciplina. A su lado, las matemáticas resultan ser casi un juego insulso mayormente jugado sobre unos pocos niveles semánticos, los cuales, por otra parte, son completamente familiares. La gran profundidad de la jerarquía conceptual en informática, en sí misma una consecuencia directa del poder sin precedentes del computador, es una de las razones por las que se considera el advenimiento de los computadores como una aguda discontinuidad en la historia intelectual de la humanidad.

La disciplina conocida como "Computing Science", emergió sólo cuando la gente empezó a buscar lo que era común al uso de cualquier computador en cualquier aplicación. Por esta abstracción, la CS, inmediata y netamente, se divorció ella misma de la ingeniería electrónica: al informático del software le debería traer al pairo la tecnología que puede usarse para construir máquinas computadoras, sea electrónica, óptica, molecular, biológica o mágica.

La programación se veía como una cuestión práctica de modo que lo que se conocía como "diseño iterativo" era el paradigma de quien cree que su diseño trabajará adecuadamente mientras no se demuestre lo contrario, cuando eso ocurra mejorará el diseño y así sucesivamente. Este continuo encontrar y arreglar los malfuncionamientos se denominaba "depuración" y la injustificada fe en su última convergencia estaba en la amplitud temporal. Es decir, se tenía todo el tiempo del mundo. Como resultado, la impotencia de repetir el "experimento", en el caso de un mal funcionamiento observado, así como el identificar su(s) causa(s), produce un "shock"; por el contrario, el diseñador científico cree en su diseño porque él sabe por qué trabajará adecuadamente en todas las circunstancias. Es decir, al principio los programas, además de "instruir" a las máquinas, tenían el estatus de conjeturas soportadas por alguna evidencia experimental: Actualmente, podrían, y a veces lo hacen, alcanzar el estatus de teoremas demostrados rigurosamente. El continuar denominando tanto a la conjetura como al teorema "programa" es causa de gran confusión.

Últimamente la palabra clave es "modularidad" cuyo impulso original viene de una deseada flexibilidad en particular en cómo subdividir un texto de programa de gran tamaño en módulos: son éstos, segmentos de textos claramente configurados que podrían ser reemplazados por otros alternativos sin comprometer la corrección del programa total, de una manera muy similar a cómo se puede reemplazar en un teoría matemática la prueba de uno de sus teoremas sin afectar a la teoría como conjunto. Módulos: componentes desprendibles y simultáneamente engastados. Los mentales no están aislados, se comunican a través de unos pocos conductos estrechos. Se definen por las cosas especiales que hacen con la información que tienen disponible. Pero el énfasis se ha desplazado desde el mero reemplazamiento a la cuestión de cómo particionar la tarea global más efectivamente: la demanda es tal que la elegancia ya no es un lujo dispensable, sino una cuestión vital que decide entre el éxito y el fracaso. He aquí lo que es en visión a ojo de pájaro la emergencia de la computación como una actividad apreciable necesitada de las técnicas del pensamiento científico. Como las matemáticas, la computación es única en la forma en la cual combina generalidad, precisión y ser completamente fidedigna. La teoría aquí propuesta considera todo esto.

II.2. Teorías

II.2.1. INTRODUCCIÓN

En CS, en general, y en el desarrollo software, en sus dos apartados de Ingeniería del Software y del Conocimiento, en particular, existe una notoria carencia de teoría, hasta el punto que, salvo rarísimas excepciones, ni siquiera hay leyes generales aceptadas. Esta carencia da lugar a las dos consecuencias indeseables siguientes:

1. Confusionismo. El diseño y desarrollo de software (que es lo que se podría denominar un conjunto polimorfo o polimórfico; es decir, un conjunto no definido por condiciones ni necesarias ni suficientes), es, en el mejor de los casos, una ciencia inmadura, en el medio, no es una ciencia pero sí una ingeniería, tal y como lo señalaba Brooks (Brooks, 1996): *Computer Science is not a science but a synthetic, an engineering discipline,* y, en el peor, (Ebert, 1997) *software engineering should be treated as an inmature engineering discipline.* Siendo contundentes pero más precisos, el desarrollo software no pasa de ser una "artesanía". Ebert, para argumentar su afirmación, proporciona distintas razones: (a) Carencia de vocabulario común. (b) No consideración de cuestiones hermenéuticas. (c) Existencia de recetas no aplicables ampliamente. (d) Poca o nula experimentación controlada, en especial experimentos cruciales. (e) No existencia de un marco general de paradigmas, categorías o esquemas

conceptuales característicos de las ciencias. (f) Y, finalmente, se usan “modelos” sin una teoría para construirlos y validarlos.

2. Nuevo Experimentalismo. En CS y, más en concreto, en diseño, desarrollo y construcción del software, la no existencia de una teoría provoca una carencia de fundamentación. Peor aún, y como consecuencia del punto anterior, a veces se llama teoría a lo que únicamente es una explicación en una clara sinécdoque de tomar la parte por el todo. Al menos eso se desprende de la afirmación de Basili y colegas cuando dicen que: *Una teoría es una explicación de algún fenómeno* (Basili, 1999). Lo que no es correcto, puesto que no todas las explicaciones de los fenómenos son teorías. La carencia de teoría hace que la CS haya derivado regresivamente hacia lo que puede denominarse “nuevo experimentalismo” (Ackerman, 1989), cuyos proponentes aseveran que los experimentos pueden tener vida propia (Hacking, 1983).

Justamente, establecer lo que es una teoría es lo que se trata a continuación; esto es, de cuáles son los elementos constituyentes sobre los que fundar una teoría en CS. Sin embargo, antes se va a definir lo que es una teoría, dando sus condiciones formales y materiales de adecuación y, asimismo, se van a presentar distintas teorías en dominios tan variados como las matemáticas, la física, la química o la biología.

II.2.2. DEFINICIÓN

Cuando se intenta definir algo, uno se encuentra, como los antiguos navegantes que atravesaban el estrecho de Mesina, entre un “Scila” y un “Caribdis”; es decir, dos peligros que si no se sortean, con pericia de navegante de los siete mares, harán naufragar el intento. Estos dos peligros son, los siguientes: Uno, de índole intrínseca a la propia búsqueda de una definición idónea, que enlaza directamente con el problema filosófico del nominalismo. Kant lo expresó muy bien cuando escribió (Kant, 2002), que en una definición, uno *no se limita a sustituir el nombre de una cosa por otras palabras más comprensibles, sino que contiene en sí un distintivo claro por el que puede conocerse siempre con seguridad el “objeto” (definitum) y que hace que pueda aplicarse el concepto explicado.* Popper fue muy explícito al respecto. Para él, la acción de definir nunca es inocua, pues está cargada de teoría y, lo que es más, de valores. Popper (Popper, 1985) decía que las preguntas “qué-es” son siempre inútiles… y lo mismo sucede con las respuestas. Porque, en efecto, definir es actuar. Por ello, en lugar de ocuparse únicamente del resultado de dicha acción; o sea, las definiciones, es preciso analizar la propia acción de definir… pues, en definitiva, las definiciones son resultado de la acción a definir. Dos, de orden práctico, viene muy bien descrita por un juego que en Galicia, se denomina “Carioca” y los ingleses e irlandeses llaman “Vish” (Sÿnge, 1951). Los cariocas dan nombre a las pescadillas a las que, para freírlas, se les hace morder la cola. El juego consiste en buscar una palabra en el diccionario y, a partir de ella, generar un árbol con las palabras que la definen, y éstas, con las palabras que la definen y así sucesivamente, hasta que inexorablemente aparece una palabra que ya apareció previamente, creándose un “círculo vicioso”. Y se dice inexorablemente porque no puede ser de otra manera, habida cuenta de que los diccionarios son autocontenidos; es decir, todas las palabras, en ellos existentes, se expresan en términos de dichas palabras. Sin embargo, y como lo señaló el premio Nóbel de Fisiología y Medicina André Lwoff: *Definir es uno de los métodos para descubrir. Es, como cuestión de hecho, un método heurístico excelente, pues obliga a condensar lo esencial de una categoría o de un fenómeno en una fórmula, que contenga todo cuanto ha de contener y excluya todo cuanto ha de excluir. Por ello es útil forjar una buena definición, pues este ejercicio obliga a considerar de manera crítica todos los términos o aspectos de un problema*(Lwoff, 1967).

De hecho la dificultad no proviene de la carencia de “definiciones”, sino todo lo contrario. No sería exagerado decir que hay casi tantas definiciones de “teoría” como autores se dedicaron al asunto. Véanse, como botón de muestra las que aparecen en dos diccionarios importantes el de la Real Academia Española (Rae, 2001) y el del Webster`s New World (Guralnik, 1986). El primero, para la entrada “teoría”, dice textualmente: *(Del gr.* θεωρία*). f. Conocimiento especulativo considerado con independencia de toda aplicación.// f. Serie de las leyes que sirven para relacionar determinado orden de fenómenos.// f. Hipótesis cuyas consecuencias se aplican a toda una ciencia o a parte muy importante de ella.// f. Entre los antiguos griegos, procesión religiosa.//en* ***~.*** *loc. adv. Sin haberlo comprobado en la práctica*. El segundo, después de dar la pronunciación figurada y cómo se dice en francés, latín y griego dice textualmente:*[a looking at, contemplations, speculations, theory <theörein; see THEOREM]**1.** *Orig., a mental viewing; contemplation* ***2****. A speculative idea or plan as to how something might be done* ***3****. A systematic statement of principles involved [the “theory” of equations in mathematics]* ***4.*** *A formulation of apparent phenomena which has been verified to some degree* ***5****. That branch of an art or science consisting in a knowledge of its principles and methods rather tan in its practice; pure, as opposed to applied, science, etc.* ***6****. Popularly, a mere conjeture, or guess*. A continuación y como sinónimos dice: *theory, as compared here, implies considerable evidence in support of a formulated general principle explaining the*

operation of certain phenomena [the "theory" of evolution]; ***hypothesis*** *that is tentatively inferred, often as a basis for further experimentation [the nebular "hypothesis"]; law implies an exact formulation of the principle operating in a sequence of events in nature, observed to occur with unvarying uniformity under the same conditions [the "law" of the conservation of energy].*

Es decir, etimológicamente, el término "teoría", se deriva del vocablo griego "θεωρία"; que significa contemplación o especulación. Entonces, en sentido amplio y común, una teoría es una especulación acerca de algo; por ejemplo, es habitual oír a muchos educadores que su "teoría" del fracaso de un alumno es debido a que tiene problemas familiares. Sin embargo, este sentido no capta, ni mucho menos, el sentido técnico o estricto de teoría que tiene, verbigracia, la teoría de Maxwell del electromagnetismo. Para comenzar desde sus orígenes hay que remontarse a Aristóteles (384-322 a.C.) quien diferenció, clara y nítidamente, "teoría" como especulación o contemplación, y "praxis", como actuación. Para él, la "teoría" consistía en actividades racionales relativas al conocimiento de los universales, mientras que la "praxis" consistía en actividades racionales relativas a actividades morales: "agibilia", y artísticas: "factibilia". Las actividades artísticas no se limitan a realizar por su propio interés artes finas o intrínsecas o aún artes plásticas, sino que también incluye hacer cosas útiles, artes funcionales o instrumentales.

Más técnicamente, las teorías se consideran "entidades abstractas que, al menos, pretenden describir, explicar y mejorar el entendimiento del mundo y, en algunos casos, hacer predicciones de lo que en el futuro acaecerá. Además proporcionan una base para, vía tecnología o ciencia aplicada, intervenir y actuar sobre el entorno. Una teoría, pues, es "prima facie" una explicación racional de un cierto aspecto de la realidad basada en lo que se sabe de ello en el momento presente y que ha sido verificada para establecer su validez. Esa explicación de algo es típicamente una clase o categoría de fenómenos, antes que un único evento específico. Las teorías deben expresarse, a poder ser explícitamente, como cadenas causales del tipo: "esto sucede porque esto, y eso y aquello sucedió, y esto, a su vez sucedió porque…" Es decir, la mejor manera de que las teorías expliquen es proporcionando un sentido de "proceso" o "mecanismo" que indique cómo una cosa o fenómeno está relacionado con otro. Por ejemplo, la "Teoría de la Gravitación" de Isaac Newton y la Teoría de la Relatividad General de Einstein, intentan explicar cómo funciona la gravedad. No proponen que existe esa cosa que se llama gravedad y luego intentan probarla. Nada de eso. Para ambos, la gravedad es una observación empírica; esto es, información recopilada generalmente a partir de los sentidos y, por lo tanto, es algo que “tiene sentido”. Naturalmente, debe poder ser verificada y contrastada por otros de forma reiterada siempre que se quiera. O sea, la gravedad es una observación empírica: Si se deja caer un objeto libremente y en el vacío, siempre cae a 9,801 metros dividido por segundos al cuadrado. Y esto se producirá tantas veces cuantas se repita la experiencia. Las teorías, de hecho, intentan explicar el cómo y el porqué de las observaciones. Pues bien, a fin de explicar la gravedad, Newton propuso una explicación; esto es, una teoría: la atracción a distancia entre dos cuerpos, Einstein otra: la curvatura del espacio-tiempo. Esta última explicación es la que está vigente actualmente.

A veces las teorías se confunden con hipótesis, porque ambas parecen constar de sentencias relacionando una variable con otra. Ciertamente, ocurre con más frecuencia de la deseable que lo que algunos autodenominan teoría son poco más que hipótesis. Pero las buenas teorías son un poco diferentes. Por ejemplo:

a) Son más generales.
b) Explican por qué están relacionadas las cosas, mientras que las hipótesis se limitan a decir que están relacionadas.
c) Generan hipótesis; es decir, las hipótesis están implícitas en las teorías.

II.2.3. CONDICIONES FORMALES Y MATERIALES DE ADECUACIÓN DE UNA TEORÍA

Sin embargo, el espíritu de Lwoff, “obliga” a buscar, aunque sólo sea, una definición operativa. En este sentido, se va a dar una definición “inyuctiva” de teoría, en el sentido de Hassenstein; esto es, enumerando cierto número de propiedades, características, atributos, o más precisamente, condiciones que debe cumplir toda teoría (Hassenstein, 1966). Esas condiciones que debe cumplir toda teoría y que permiten discriminar lo que es una teoría de lo que no lo es, se clasifican en dos clases:

A) Formales. Que vienen a ser como unas condiciones necesarias que, por consiguiente, debe cumplir toda teoría. Entre éstas cabe destacar las siguientes:
    a) Formalización. Una teoría debe poder expresarse formalmente mediante predicados, hasta construir un sistema formal axiomático.
    b) Consistencia. Se dice que una teoría es internamente consistente, cuando el conjunto de afirmaciones que contiene no se contradicen entre sí. Que las afirmaciones con las cuales se construye una teoría deben ser lógicamente consistentes entre sí, es algo de lo que nadie disiente. La cuestión es que

aunque los lenguajes formales de la lógica y las matemáticas hacen más fácil determinar si las afirmaciones que conforman una teoría son lógicamente consistentes entre sí, a veces, como sucede con la teoría de Darwin, no se usan estos formalismos. Pero, eso, que es un hecho, no significa que no se pudieran formalizar y es de eso de lo que trata este punto. En este punto, es útil y conveniente establecer una distinción entre inferencias causales y descriptivas. Las primeras conciernen a las relaciones causales entre conceptos, mientras que las segundas, buscan describir el mundo empírico. Una explicación causal es aquella que describe las relaciones entre los conceptos de una teoría. Es decir las primeras, causales, son explícitamente teóricas, mientras que las segundas, descriptivas, son implícitamente teóricas.

Se dice que un conjunto de axiomas o sistema axiomático es consistente cuando a partir de ellos no pueden deducirse simultáneamente una propiedad y su negación. En otros términos, un sistema formal se dice que es consistente si en él no pueden derivarse, sintácticamente, proposiciones contradictorias. Esto es, que no se dé el caso de una fórmula A tal que ella y su negación ¬ A sean teoremas. Obsérvese que si ocurriese que $\vdash A \; y \vdash (\neg \mathrm{A})$, entonces cualquier fórmula B es un teorema y la teoría sería banal: ∀B (A∧(¬ A))⇒B o, en otras palabras, la sucesión {A, ¬ A, B} es una demostración de B. Las teorías inconsistentes terminan demostrándose inútiles, porque en ellas cualquier afirmación es un teorema. En efecto, un argumento está bien construido cuando, por usar la terminología leibniziana, en cualquier mundo posible en el que se verifiquen las premisas, la conclusión también es verdadera. Suponiendo que M fuera una sentencia tal que M y su negación, ¬ M, son teoremas de la teoría, el argumento cuyas premisas son M y ¬ M y cuya conclusión es una cierta propiedad R es válido sea cual sea R, pues siempre que M y ¬ M son verdaderas, se verifica también R. Ahora, como M y ¬ M son teoremas de la teoría, ambos tienen una demostración; es decir, una sucesión finita de afirmaciones tales que cada una de ellas es un axioma, o se deduce de los axiomas aplicando las reglas de inferencia permitidas. Si se concatenan las dos pruebas, se habrá probado que R es un teorema de la teoría, independiente de su valor de verdad. Más formalmente:

> La contradicción, además de falsedad segura, por la pura forma de su enunciado, tiene efectos desastrosos en contextos de conocimiento

organizados deductivamente, como es el caso de las teorías científicas. Estos efectos indeseables se resumen en la tesis siguiente: "De una contradicción se puede deducir cualquier cosa". Es decir, si surge una contradicción en una teoría deductiva, entonces la relación de deducción permite obtener como teorema a todo enunciado expresable con los conceptos de tal teoría. O sea la deducción se convierte en una relación inútil, pues no impone restricción alguna. Desaparece la racionalidad lógica. Es fácil probar tal resultado a partir de las tres leyes lógicas siguientes:

1) "Eliminación de la conjunción" (E⋀), que afirma que de una conjunción se deduce cualquiera de sus conjuntos. Simbólicamente:

$$A_i \wedge A_j \vdash A_i,\ A_i \wedge A_j \vdash A_j \Rightarrow A_i \wedge A_j \vdash A_i \text{ y } A_j.$$

2) "Introducción de la disyunción" (I⋁), que asevera que de un enunciado se deduce su disyunción con cualquier otro enunciado. En símbolos:

$$A_i \vdash A_i \vee A_j,\ A_j \vdash A_i \vee A_j.$$

3) Silogismo disyuntivo (SD), que de una disyunción y la negación de uno de sus disyuntos se deduce la afirmación del otro disyunto. Simbólicamente:

$$A_i \vee A_j \text{ y } \neg A_i \vdash A_j\ ,\ A_i \vee A_j \text{ y } \neg A_j \vdash A_i.$$

Pues bien, estas tres leyes lógicas implican que de una contradicción $A_i \wedge \neg A_i$, adoptada como premisa, se puede obtener como conclusión cualquier enunciado A_j. Simbólicamente:

$$\forall A_i \wedge \forall A_j\ :\ A_i \wedge \neg A_i \vdash A_j.$$

Demostración:

$$A_i \wedge \neg A_i \underset{E\wedge}{\longmapsto} A_i y \neg A_i \underset{I\vee}{\longmapsto} A_i \vee A_j y \neg A_i \underset{SD}{\longmapsto} A_j.$$

Así, partiendo de premisas falsas y, o, contradictorias, puede probarse cualquier cosa. Véase un ejemplo de esto. Una vez retaron a Godfrey Harold Hardy (1877-1947) para que justificase que si 2 + 2 = 5 entonces McTaggart era el Papa. Este matemático afirmaba que si pueden demostrarse dos enunciados o teoremas contradictorios entre sí, entonces cabe probar cualquier cosa. Éste fue el razonamiento de Hardy: Sea 2 + 2 = 5, como también 2 + 2 = 4, resulta que 5 = 4. Si a esta igualdad se resta 3, se obtiene que 2 = 1. De este modo, puesto que McTaggart y el Papa son dos; entonces McTaggart y el Papa son uno. Un razonamiento similar serviría para demostrar que usted querido lector escribió estas líneas. Finalmente, señalar que, Ian Steward (Steward, 1975) hace protagonista de esta historia a Hardy; otros, como es el caso del lógico y matemático Raymond Smullyan (Smullyan, 1986), colocan como protagonista a Bertrand Russell. El físico Max Delbrück dio más ejemplos de que basta con tolerar una sola contradicción formal para poder demostrar la veracidad de "cualquier" enunciado, aplicando las normas del cálculo lógico. El premio Nóbel Max Delbrück propone el siguiente ejemplo (Delbrück, 1986): *Supongamos que aceptamos el enunciado "Dios es bueno" llamando p a esta proposición y el enunciado "Dios no es bueno" llamando a esta proposición ~p. Ahora llamaremos q a la proposición "Holywood está en Europa". El paso siguiente es la evaluación del enunciado "p o q" que significa "Dios es bueno o Hollywood está en Europa" (el sentido con que los expertos en lógica usan la conexión o es que al menos uno de los enunciados p y q es verdadero). El enunciado es indiscutiblemente verdadero, ya que previamente hemos aceptado p como verdadero. Sin embargo, después de aceptar que ~p también es verdadero, que significa que p no es verdadero, "p o q" implica que q es verdadero. Por tanto, en la situación descrita, las reglas del cálculo proposicional nos obligan a aceptar como verdadera la afirmación de que "Hollywood está en Europa" o cualquier otro enunciado que sustituya a q. La lógica no permite equivocarse.*

También se puede creer que Dios es bueno y que Dios no es bueno; de hecho esta contradicción (que es el problema de la teodicea) Puede expresar una profunda verdad acerca de Dios. Niels Bohr dijo que el sello que caracteriza a las verdades profundas es que su negación también es una verdad profunda. Las verdades que carecen de ambigüedad, en el sentido de que sus negaciones son falsas, suelen ser triviales. George Wilhelm Friedrich Hegel llegó más lejos al afirmar: "¿Quién piensa lógicamente? sólo los estúpidos y los ignorantes".

La idea de poder demostrar cualquier cosa si se empieza por aceptar como verdadero un enunciado falso ha llegado incluso a las páginas literarias del semanario "New Yorker". En un relato publicado en 1975, un hombre pasa por una penosa situación personal. Está totalmente hundido y acaba planteándose: "Si acepto la idea de que, después de todo, las cosas no están tan mal, lo cual no es cierto ¿Habré aceptado también otras muchas ideas que *tengan en común con la primera al ser falsas? ¿Por ejemplo, que el señor es mi pastor?".*

c) Completud. Es claro que consistencia y completud apuntan en sentido contrario. La primera es imprescindible para que la teoría merezca alguna consideración. La segunda es muy deseable si se quiere que toda verdad sea demostrable. Pero la afirmación de que un sistema sea consistente o completo es un ejemplo de propiedad matemática cuyas leyes de demostración hay que precisar también con cuidado.

Una teoría es lógicamente completa cuando las conclusiones que se deducen de ella fluyen lógicamente de las suposiciones, axiomas, principios, leyes o postulados que las conforman. No basta un conjunto postulado de relaciones y, o, regularidades. Es decir, las afirmaciones consistentes conducen a conclusiones, hipótesis y otras formas de argumentación teórica. De este modo, conjuntos de afirmaciones que no son lógicamente completos son argumentos, incluso pre-teorías, pero no teorías. Más formalmente, Un sistema de axiomas se dice completo si para cada proposición p de éste se tiene que bien p es deducible y bien ¬ p es deducible. En general, se dice que un sistema axiomático consistente es completo cuando dada una sentencia A, si A no es demostrable, entonces su negación es un teorema de la teoría. Una fórmula tal que ni ella ni su negación son teoremas, se denomina indecidible. Así, en los sistemas completos no hay fórmulas indecibles, y lo verdadero coincide con lo demostrable. Frege creía que la existencia de modelos matemáticos de una teoría dependía fundamentalmente de qué objetos componen el Universo. Otros, por el contrario, opinaban que la existencia dependía de la consistencia: Una teoría consistente genera objetos que la verifican. En palabras de Hilbert, en una carta a Frege: *Cada teoría no es sino un tinglado o esquema de conceptos junto con ciertas relaciones necesarias entre ellos, y sus elementos básicos pueden ser pensados arbitrariamente. Si entiendo por puntos, rectas, planos. Cualquier sistema de cosas; por ejemplo, el sistema formado por amor, ley, deshonillador, y considero que todos mis axiomas resultan válidos para esas cosas, entonces también resultan válidos para esas cosas mis teoremas, como, verbigracia, el de Pitágoras. Cada teoría puede ser aplicada a una infinidad de sistemas de elementos básicos.* Para explicar estas posiciones antagónicas Ulises Moulines (Moulines, 1985) distingue los sistemas axiomáticos de estilo "evidencial-concreto", que seleccionarían unas cuantas verdades prioritarias sobre las que se fundan las demás proposiciones, de los de tipo "democrático-abstracto", donde todos los enunciados de la teoría son candidatos igualmente válidos para ser tomados como axiomas, siempre que el resto de proposiciones se pueda deducir a partir de ellos. Otros autores, diferencian entre sistemas que ponen orden en estructuras ya conocidas y los que las crean por el simple hecho de hablar sobre ellas. La completud significa que si A es una fórmula que no contiene variables libres entonces |A| o (¬A). Es decir, que A, su negación ¬A, o ambas, son teoremas demostrables en la teoría. Que esta propiedad sólo atañe a fórmulas sin variables libres puede ilustrarse vía ejemplo: La fórmula x + y = 7, no es ni verdadera ni falsa, mientras que $\forall x \in Z\ \exists, y\ \in Z(x+y=7)$ es un teorema.

d) Coherencia y adecuación. Que etimológicamente viene del latín, "cohaerence", significa "adherido a". una teoría es coherente, a veces aunque erróneamente, también se dice que es sistemática, en la medida en que las sentencias, enunciados, proposiciones, fórmulas, etc., a través de las cuales se expresa se soportan entre sí; es decir, no presentan contradicción. Desde un punto de vista lógico, la coherencia significa que las sentencias de la teoría están relacionadas por la implicación. Para verificar la coherencia, no importa si la teoría es categórica o hipotética, se debe determinar si se produce cualquier contradicción dentro de ellos y la condición necesaria y suficiente para que se produzca dicha contradicción es que una o más conclusiones, consecuencias o teoremas de la teoría no sean consecuencia lógica de los principios, postulados o axiomas de la teoría. En resumen, una teoría se dice coherente si: (a) no contiene contradicciones lógicas entre las proposiciones de una explicación esto es la coherencia interna. Esto es en este contexto la consistencia. (b) La colección de explicaciones, dadas por la teoría dentro del cuerpo de conocimientos, a lo largo y ancho de las demás disciplinas, no deberían contradecirse entre sí. (c) Las predicciones de la teoría; deben ser correctas; esto es, las predicciones de las explicaciones de la misma no deberían ser contradictorias frente a las observaciones o experimentos que se le planteen. A esto se le denomina coherencia empírica. Un sistema de axiomas se dice coherente si las consecuencias sintácticas del mismo son también consecuencias semánticas. Es decir, si los resultados obtenidos están de acuerdo con la experiencia. Un sistema formal se dice adecuado si todas las consecuencias semánticas son a su vez consecuencias sintácticas; es decir, si todas las verdades son deducibles. Un sistema de axiomas se dice coherente si las consecuencias sintácticas del mismo son también consecuencias semánticas. Es decir, si los resultados obtenidos, están de acuerdo con las experiencias. Un sistema formal se dice adecuado si todas las consecuencias semánticas son a su vez consecuencias sintácticas; es decir, si todas las verdades son deducibles. El criterio de coherencia, a su vez, puede ser interno que exige que la teoría propuesta concuerde o, más fuerte aún, no entre en contradicción con otras teorías establecidas. Para ello, las afirmaciones teoréticas de la teoría deben pertenecer a un sistema de afirmaciones "verdaderas". Y en particular, no debe entrar en conflicto con los principios de conservación de la materia, la energía y de mínima acción, que se presentan a continuación y, sobre todo, con la ley de la entropía creciente.

La única cantidad que cumple las condiciones naturales que se le imponen a una medida de información es la entropía que, en termodinámica, mide el grado de aleatoriedad o desorden de una situación dada y que viene expresada en términos de las distintas probabilidades que intervienen. Este concepto, es fundamental y profundo para Eddington cuando afirmó: "*Creo que la ley de la entropía creciente, la 2ª ley de la termodinámica, es la más importante de las leyes de la naturaleza*".

El significado es algo análogo a una de las cantidades de las que depende la entropía de un sistema termodinámico. A propósito de esto, Eddington ha hecho un comentario muy acertado: "*Supongamos que se nos pide que clasifiquemos las palabras: distancia, masa, fuerza eléctrica, entropía, belleza y melodía, en dos categorías. Pienso que existen razones muy fuertes para poner la entropía al lado de la belleza y la melodía y no con las otras tres. El concepto de entropía sólo surge cuando las partes son consideradas como un todo, y es precisamente contemplando o escuchando las partes asociadas entre sí como aparecen la belleza y la melodía. Las tres dependen de la ordenación del conjunto. La idea de que una de estas tres candidatas está destinada a aparecer como un denominador común de la ciencia se me antoja altamente significativa. La razón de que este individuo extraño pueda escabullirse entre* *los aborígenes del mundo físico es que habla su propio idioma: el de la aritmética*". Ciertamente, éste es un argumento más para establecer la estrecha relación entre matemática y mundo físico.

El hecho de que la información deba ser medida por medio de la entropía resulta, después de todo, natural si se recuerda que la información está asociada con el margen de la libertad de elección de que se dispone a la hora de construir el mensaje. Por tanto, de una fuente de información podría decirse lo mismo que de un sistema dinámico: "La situación posee un grado muy alto de organización y no está caracterizada por un grado elevado de aleatoriedad o de poder de elección, es decir, que la información o la entropía, es pequeña.

En lo concerniente a la ley de la entropía creciente, y su papel de juez árbitro en la coherencia de cualquier teoría, nada mejor que la opinión de Sir Arthur Stanley Eddington al respecto: "*Acerca de la importancia de la Segunda ley de la termodinámica, mucho se ha escrito y nadie duda de su efectividad práctica*". Pero por si quedase alguna duda, sobre su rango de aplicación y su generalidad Eddington lo aclaró de forma contundente cuando en una de sus obras más conocida y citada (Eddington, 1948) dijo: "*The Law that entrpy always increase –the second Law of thermodynamics- holds, I think, the supreme position among the laws of Nature. If someone points cut to you that your pet theory of the universe is in disagreement with Maxwell`s equations – then so much the worse for Maxwell`s equations- If it is found to be contradicted by observation, well, these experimentalist do bungle thnigs sometimes. But if your theory is found to be against the second law of thermodynamics I can give you no hope, there is nothing for it but to collapse in deepest humiliation*".

e) Corrección y falsabilidad. Cualquier teoría debe tener implicaciones sobre el mundo real empírico. Pues bien, estas implicaciones deben ser "falsables". La falsabilidad de las implicaciones concierne, por una parte a la circularidad, y, por otra, a la especifidad de las afirmaciones hipotéticas que hacen declaraciones acerca del mundo empírico. Conjuntos de afirmaciones circulares o tautológicas no pueden ser verificadas; esto es, corroboradas o refutadas, son lógicamente válidas por definición, pero no dicen nada acerca del mundo empírico y, por consiguiente, no son teorías. Además, se exige que sean suficientemente específicas de modo que puedan, si es el caso, probarse que están equivocadas. Esto es, deberían ser lo suficientemente específicas como para que sea claro que evidencia se requiere para determinar si la evidencia es consistente o inconsistente con las implicaciones. Dicho esto, no se debería exigir que los instrumentos que pueden requerirse para coleccionar evidencia relevante existan realmente. Es decir, basta con que las implicaciones de la teoría sean falsables, al menos en principio. De esto se pueden derivar lo dos apartados siguientes:

α) Verdad. Desgraciadamente, las teorías nunca pueden probarse que son verdaderas. Hay dos razones para esto. La primera es que no importa cuántas veces se verifique la teoría frente a los datos, siempre hay la posibilidad de que aparezca un nuevo dato que contradiga la teoría. Justo porque el Sol ha salido todos los días desde que se inició su comprobación, eso no prueba la teoría que sugiere que siempre saldrá. Más bien, lo contrario, pues cada día que sale es uno menos que le queda de "vida". Es decir, desgraciadamente, nunca se puede probar que una teoría es correcta. Sólo se puede probar que es falsa. No importa cuántas veces se verifique la teoría, no hay suficiente tiempo en el universo para llevar a cabo todas las verificaciones posibles. Así, incluso si una teoría ha sobrevivido a un millón de pruebas, aún podría fracasar en la un millón una. En algún modo, esta situación es opuesta a localizar un objeto perdido en una casa. Si se busca el objeto en la casa y se le encuentra, bien, es definitivo que el objeto estaba en la casa, caso cerrado. Pero si se busca y no se le encuentra, eso no significa en absoluto que el objeto no esté en la casa. Podría estar allí, justo donde se perdió. Lo mismo, pero al revés, vale para las teorías. Si se prueba una teoría y se fracasa; esto es, ha sido falsada. Pero si pasa el test, es justo sólo un test. Puede haber otros datos, u otras situaciones que la hubieran falsado. Sin embargo, todavía no se ha accedido a ellos. Finalmente, las teorías son justo descripciones. Hay siempre otras maneras de describir los hechos que son igualmente válidas. En este sentido, verdad no es un concepto razonable. De todo lo que se dispone es de descripciones que no se contradicen por los hechos actualmente disponibles. Eso es todo.

β) Falsabilidad. Una buena teoría es falsable. Si no hay una forma concebible para construir un experimento o coleccionar algunos datos que potencialmente podrían contradecir la teoría, ésta es inútil. Supóngase que se está intentando explicar el patrón de caras y cruces que resultan de lanzar una moneda diez veces. La teoría dice que sale cara cuando quiere un mago invisible y cruces en otro caso. ¿Cómo se puede verificar esa teoría? Si se lanza la moneda y sale cara eso no contradice la teoría puesto que eso justo quiere decir que el mago lo quería. No importa cómo se realice el experimento, los datos no pueden posiblemente contradecir la teoría. Teorías como ésa realmente no explican nada. Se pueden usar para predecir resultados, no para hacer cosas; verbigracia, construir aviones que vuelen. Por ejemplo, el concepto general de que los empleados de una organización trabajan duro porque están motivados es del mismo tipo que decir que salen caras porque el mago quiera. Volviendo a la motivación, ésta no se puede ver. Sólo se puede inferir su existencia por sus efectos; en este caso, el comportamiento humano. De este modo, si una persona trabaja duro, se dice que está motivada. Si no, se dice que no lo está. Sin embargo, se dice que la razón para que trabaje duro o no es debido a la motivación. Y eso es una “petitio principii”; es decir, una falacia argumental: Si están motivados trabajan duro. Si trabajan duro están motivados. En general, cualquier teoría que explique el comportamiento humano en términos de los deseos humanos están en un terreno resbaladizo o, peor, cienagoso. En otras palabras, si se estudia el movimiento voluntario del personal en las organizaciones y se encuentra que la gente deja las organizaciones “porque quieren”, realmente no se ha explicado nada, y nunca podría probarse que se está equivocado. En resumen, hay dos maneras en las que las teorías pueden fracasar en ser falsables: Una, porque los datos son imposibles de obtener, por su propia naturaleza. Dos, porque son circulares.

B) Materiales. Además de las condiciones formales de adecuación que debe cumplir cualquier teoría, en sí misma; es decir, independiente del dominio, rango o alcance de la misma, existe otro conjunto de condiciones, denominadas materiales de adecuación, que son específicos del tipo de teoría de su dominio, rango o alcance de la misma. Entre éstas, que podrían considerarse como suficientes, están las siguientes:

a) Alcance o Provisionalidad. La veracidad del conocimiento teórico puede ser tanto definitiva como provisional. En efecto, un teorema una vez demostrado como verdadero lo es para siempre. No importa la cantidad de información adicional que se tenga que jamás cambiará el estatus de verdad del mismo. Considérese, por ejemplo, el teorema de Pitágoras que está demostrado desde hace más de 25 siglos. Ninguna cantidad de nueva información cambiará el estatus de dicho teorema haciéndolo falso. Por el contrario, considérese la Teoría de Newton que se apoya en la hipótesis de que el espacio y el tiempo, además de absolutos, no interactúan entre sí; es decir, son independientes. Aún cuando, la teoría newtoniana se mantuvo incólume y se consideró correcta durante más de dos siglos, información obtenida en el siglo XX, dio al traste con ese supuesto. El responsable de esa iconoclastia fue la Teoría de la Relatividad de Einstein, que no sólo le quitó al espacio y al tiempo la condición newtoniana de absolutez, sino que los interrelacionó. En este sentido, las teorías formales pertenecientes a los dominios de la lógica y, o, las matemáticas, son, en lo que respecta al parámetro de la provisionalidad, eternas. Por su parte, las teorías empíricas, físicas, químicas, biológicas y geológicas, son provisionales; es decir, una teoría empírica que se juzga verdadera en base a la información actualmente disponible, puede volverse falsa cuando información adicional llega a estar disponible. En esto de la provisionalidad de las teorías rige el principio de Bossuet sobre los imperios. Jacques-Bénigne Bossuet, profesor del Defín, el hijo del rey Sol Luis XIV, había escrito, en 1681, por encargo real, su "Discurso sobre la Historia Universal". Poincaré en 1909 en su presentación en Lille, afirmaba la solidez de la física newtoniana, y su esperanza de que ésta fuera sempiterna. Sin embargo, en dicho discurso y contradiciéndose añadió: "*Pero las teorías científicas son como los imperios, y si Bossuet estuviera aquí no dudaría en encontrar acentos elocuentes con los que denunciar su fragilidad*" (Poincaré, 1909). En 1912, Poincaré, con otros colegas de la Academia Francesa, recopiló en un texto el mensaje de Bossuet que advertía a una humanidad orgullosa sobre su perennidad como sigue (Fraguet, 1927): *Así veis pasar ante vuestros ojos, como en un instante no digo reyes emperadores sino esos grandes imperios que habían hecho temblar el universo entero. Viendo como los asirios, antiguos y modernos, los medas, los persas, los griegos, los romanos, aparecen ante vosotros unos tras otros para caer, unos sobre otros, por decirlo así, esta terrorífica reyerta os hace sentir que no hay nada sólido entre los hombres y que la inconstancia y la agitación son el destino natural de los asuntos humanos*. Como puede verse, para Poincaré las teorías científicas eran como los grandes imperios de Bossuet y si la analogía se toma como tal, Poincaré estaba en lo cierto. De este modo, cuando alguien da por sentado la peternidad de las teorías empíricas, con probabilidad rayana en la certeza, se equivoca. El caso de lord Kelvin es paradigmático al respecto. Hacia 1900 la física clásica había elaborado una descripción altamente satisfactoria del mundo, totalmente determinista y basada en nociones aparentemente consistentes consigo mismas. Pero sobre ese aparente cielo despejado y claro, Lord Kelvin, autor de la escala de temperatura absoluta y uno de los fundadores de la termodinámica, señaló dos nubarrones. Este panorama lo describió lord Kelvin en una conferencia impartida ante la Asociación Británica para el Progreso de la Ciencia en 1900 (Kelvin, 1901). El primero de los nubarrones se refería a la naturaleza paradójica del éter, propuesto por la teoría del campo unificado como el vehículo de las ondas electromagnéticas. Kelvin consideraba posible la existencia de una sustancia tan extraña, pero señaló que si existe debería poderse medir el movimiento con respecto a ella. Curiosamente, y debe resaltarse, esta predicción no surgió dentro de la mecánica newtoniana, que suponía la existencia de fuerzas que actúan a distancia sobre las masas, sin la intervención de ningún éter. Como los experimentos para detectar el éter no dieron resultado Kelvin empezó a sospechar que ese fracaso tenía una causa importante. Fue Einstein, con su relatividad restringida, quien envió el éter al mundo de lo inútil donde ya se encontraban el calórico, el flogisto, los vórtices, etc. El segundo nubarrón, surgió de un problema aparentemente menos serio, la discrepancia entre el calor específico para volúmenes constantes de gases diatómicos, realizado por mediciones precisas 5R/2 para el O_2 y el H_2, etc., y el valor predicho a partir de consideraciones de la mecánica estadística, 7R/2. Finalmente, esos dos nubarrones, dieron lugar a las tormentas o, por mejor decir, revoluciones tan espectaculares como la Teoría de la Relatividad y la Física Cuántica. ¡Ahí es nada!.

b) Simplicidad o Parsimonia. La Navaja de Ockham o también conocido como "tijera de Ockam", Principio de Parsimonia", en el sentido de moderación, o también "Principio de simplicidad" o incluso "Principio de economía" es considerada como una de las herramientas más potentes y eficaces de la ciencia. Su enunciado habitual expresa que "*non sunt multiplicanda entia praeter necessitatem*", aconsejando reducir al mínimo el número de motivos y objetos, en general entes, a los que haya que recurrir para justificar algo. Y, más generalmente, también implica que en el conjunto de teorías ofrecidas para explicar un hecho se ha de preferir la más sencilla. Esta idea, hasta donde se sabe, fue expuesta por primera vez por el filósofo y teólogo dominico fránces Durand de Saint Pourcain, fallecido en 1332 y también se encuentra enunciada en la obra del franciscano Duns Scoto (1266-1308), probable profesor de quien difundió "*urbi et orbi*" el principio: Guillermo de Ockham, a comienzos del siglo XIV. Es ésta una condición que indica que las teorías deberían ser podadas de suposiciones innecesarias. Se trata aquí de evitar proponer como principios relaciones complejas cuando existe una alternativa más simple. Una razón para preferir la sencillez es que la naturaleza parece hacerlo. Las cosas complicadas tienen más formas de romperse y menos probabilidad, por tanto, de durar hasta el presente. La otra razón es que las teorías son inútiles a menos que sean lo suficientemente sencillas como para que la gente las entienda. Las teorías son, a veces, aunque inadecuadamente, denominadas modelos, y la idea cabal de modelo es que es una versión más pequeña, más simple de la cosa real. Los modelos pretenden resaltar evidencias y las partes importantes, y dejar fuera las irrelevantes. El poder de un modelo puede definirse como la proporción de reducción en complejidad que proporciona sobre la naturaleza. Demasiado detalle puede obscurecer las cosas clave. Verdaderamente los modelos complicados, no explican realmente mucho. El mejor modelo posible de los patrones meteorológicos terrestres se obtendría construyendo un duplicado de la Tierra girando alrededor del Sol, exactamente lo mismo con mucho detalle. Debería predecir todo perfectamente. El problema es que el modelo es tan complicado como lo que se intenta entender. Un ejemplo de parsimonia son los modelos aleatorios. Supóngase que se quiere entender porqué casi todas las sociedades humanas tienen desigualdades significativas; unos son mucho más ricos que otros. Se podrían dar un número de razones especiales incluidas causas sobrenaturales del tipo "Dios lo quiso así", pero es importante percatarse de que la desigualdad es lo que debería esperarse incluso si no hubiera ninguna razón especial por la que debería suceder. Si se toman 100 euros y se dividen aleatoriamente entre 10 personas, sólo hay un puñado de formas que darían un resultado igualitario. Sin embargo, hay más de 10^{30} maneras de dividirlos de modo que se produzcan relevantes desigualdades. Es justo como tener la habitación ordenada. Básicamente hay unas pocas maneras de tener la habitación en el espacio tridimensional de modo que pueda decir que todo está en su sitio. Pero hay millones de lo contrario. El principio de usar la parsimonia como un criterio para modelizar la selección se conoce como "Navaja de Ockham".

Sea como sea, la "Navaja de Ockham" es sólo una herramienta o, si se quiere, una regla heurística, y como tal, en ocasiones se ha mostrado útil para la ciencia. Lo que no es, es una cualidad del mundo; esto es, concierne a la epistemología, no a la ontología del mundo. Por consiguiente, no es necesario suponer que el universo es sencillo, aunque a la hora de enfrentarse y razonar sobre él, se prefiera que se así antes que complejo.

John Burdon Sanderson Hodlane (Hodlane, 1927) dice: "En el pensamiento científico se adopta la teoría más simple que explique todos los hechos considerados y que permita anticipar otros nuevos de la misma índole. La trampa de este criterio estriba en la expresión "la más simple"; en realidad es un canon estético como los que se encuentran explícitos en las críticas de poesía y pintura. El profano encuentra mucho más simple el concepto "rezuma" que su expresión matemática $d\varphi/dt = K.(d^2\varphi/dx^2)$; el físico invierte este juicio, y, por cierto, su noción es la más fructífera por su poder de predicción. Sin embargo, es una descripción sobre algo muy poco familiar para el hombre común: "la proporción con que cambia una tasa de variación".

c) Fertilidad y, o, fecundidad. O lo que es lo mismo, una teoría debe dar lugar a nuevos resultados de investigación; es decir, debe revelar fenómenos nuevos o relaciones no observadas antes entre las cosas que ya se saben. Este criterio es de especial importancia para las decisiones científicas reales. De hecho, el segundo aspecto de la fecundidad de una teoría es que sea fructífera en el sentido de que la elección de una teoría u otra tendrá influencia ulterior en el desarrollo de la carrera científica de quien hizo la elección. Por eso, los científicos se sentirán atraídos por aquella teoría que prometa el éxito concreto por el que suelen ser recompensados los científicos. Una teoría fértil es aquella que genera multitud de implicaciones en diferentes áreas y dominios. Las implicaciones son importantes porque, por una parte, son esencialmente perspicacias y, o, "intuiciones" que no eran obvias antes de establecerse la teoría; de este modo, potencialmente representan nuevo conocimiento. Por otro lado, representan posibilidades de verificar la teoría. Una teoría para ser fértil; o sea, una buena teoría, tiene que ser general.

d) Sorpresa. Una cualidad de las buenas teorías es que son interesantes. Esto significa que generan implicaciones no obvias. Conducen a entender las cosas de nuevas maneras. La sorpresa se refiere a la capacidad de la teoría para realizar predicciones inesperadas no obvias. Un famoso ejemplo, es una teoría que explica porque ciertos países tienen muchas más chicas que chicos. La teoría dice que esto sucede, irónicamente, cuando, como ocurre en la India, la gente prefiere tener chicos. En efecto, la probabilidad de tener un chico es diferente en las distintas familias; es algo genético. Supóngase ahora que la gente lo que hace es tener niños, hasta que tengan más chicos que chicas. Así, si el primero es un chico, no tienen más. Si es una niña, van a por más, hasta que los varones sean más. Pero si es mujer siguen. El resultado es que las familias que tienen predisposición a tener niños son poco numerosas, las otras no. Si no hubiera esa preferencia habría aproximadamente un número similar de ambos. Este paradójico resultado es curioso y encantador.

e) Amplitud. A veces, y tal vez con mejor criterio, también denominada robustez. Esto quiere decir que las consecuencias de la teoría deben extenderse, o sea, ir más allá de las observaciones, leyes o subteorías particulares para las que se destinó en principio.

f) Conectividad. Este aspecto, íntimamente relacionado con el anterior, quiere decir que la teoría ordena fenómenos que, sin ella, y tomados uno a uno, estarían aislados y, en conjunto, serían confusos.

g) Independencia. Esta condición exige que ninguno de los axiomas pueda deducirse de los demás aplicando las reglas fijadas; es decir, todos y cada uno de ellos, deben añadir nueva información. Para demostrar la independencia de un axioma respecto a los demás, es suficiente con describir un modelo que los satisfaga todos menos él, ya que si fuera posible obtenerlo de los otros, automáticamente sería verdadero en el sistema construido. Nada se indica sobre el número de axiomas que pueden elegirse para una teoría; pueden ser infinitos, pero sería entonces difícilmente manejable, y no tiene sentido, en cualquier caso, añadir axiomas y axiomas si ya pueden deducirse de unos pocos. Por ejemplo, a los axiomas de Peano se les podría añadir; verbigracia, el postulado de que 1 es distinto de 2 pero sería inútil, porque 2 es precisamente el sucesor de 1, y el axioma III ya indica que 1 no es el sucesor de ningún número natural. Como se ve, esta propiedad matemática se trata de una aplicación del principio de Ockham; en este caso enunciado como sigue: "*ningún axioma o parte de él, debe ser consecuencia de los demás*".

Una teoría, es pues, una construcción simbólica en el sentido de que los términos que utiliza son símbolos que buscan "a tientas" su significado en el mundo real. Su valor se apoya tanto en la estructura de las interconexiones que relacionan sus leyes entre sí, como en las propias leyes. Por eso, no sólo debe ser un banco de pruebas donde se observa lo que puede acontecer bajo determinadas condiciones, sino que más bien es, valga la analogía, un territorio parcialmente explorado. De esta forma, es con frecuencia heurística habida cuenta que guía al "explorador" hacia nuevos descubrimientos. En consecuencia, se puede afirmar que, tal vez, la mayor importancia de una teoría no estriba en que conteste preguntas, sino, más bien en que permita y facilite el plantearlas, dirigiendo así la investigación en el campo que le concierne. Por lo tanto, uno de los usos más fructíferos de una teoría es el de preparar las categorías conceptuales a partir de las cuales los investigadores formularán sus preguntas y diseñarán sus experimentos para validar sus hipótesis frente a la contundente realidad de los hechos.

Por último, una teoría se construye para ponerla en práctica. Cuando se habla de poner en práctica una teoría, lo que se pretende es extraer consecuencias de ella, entendiendo por esto la postulación de una serie de circunstancias que incluyan algunas técnicas de la teoría para, en un paso posterior, obtener información acerca de lo que la teoría supone sobre las implicaciones que estas circunstancias particulares tienen para los otros términos de la teoría. Con frecuencia, se llega a las especificaciones según las cuales se desea someter a verificación la teoría, interrogando o midiendo algún aspecto del mundo real. En otras palabras, es preciso tener algún criterio de validez para determinar el éxito de la teoría o del modelo construido sobre ella. Pues si bien una teoría no puede descifrarlo todo, los "modelos" que a partir de ella se construyan deben, al menos, estar capacitados para descifrar ciertas cuestiones.

Einstein, apunta la existencia de dos criterios que presiden la selección y evaluación de las teorías científicas. El primero, está guiado por la confirmación externa, o comprobación experimental de la teoría; es decir, no debe contradecir los hechos de la experiencia. Para él, la experiencia es el alfa y el omega de todo conocimiento científico de la realidad. Como lo señaló él mismo (Heisenberg, 1971): *El control por medio del experimento es, en efecto, el presupuesto normal para la exactitud de una teoría.* El segundo, es el de la "perfección interna natural" o de la "sencillez lógica". El criterio de perfección interna se asemeja muchísimo al criterio de elegancia matemática de Poincaré (Poincaré, 1946), siendo para Einstein esta elegancia un índice de la verosimilitud de la teoría y de su verdad objetiva, pues cuando se carece de esa elegancia se cae en contradicciones internas. Ambos criterios, teórico y experimental, expresan, en efecto, la misma idea, pues sirven para determinar el valor ontológico de la teoría y su acuerdo con la realidad, son como las dos caras de una misma moneda pues si la teoría debe guiar el experimento, éste debe corroborar y enriquecer la teoría. De hecho, la experimentación sólo tiene sentido si obedece o está gobernada por un planteamiento teórico que, a veces, puede ser falso y siempre acaba resultando ser provisional. Teorizar no consiste simplemente en explicar normas ni en registrar hechos: consiste en "conceptualizar" o "reconstruir"; es decir, interpretar el material de estudio dentro de un marco conceptual, previamente dado, que es precisamente lo que se denomina "Teoría". En este sentido, una teoría es un cuerpo específico de conocimientos desde el que se pueden responder, como mínimo, a las siguientes cuestiones: ¿Qué?; esto es, hacer predicaciones. Y ¿Cómo y por qué?; es decir, dar explicaciones. Naturalmente, la que debe dar las respuestas es la teoría y no el teórico.

II.2.4.TAXONOMÍA DE TEORÍAS

Las teorías, como por otra parte, cualquier conjunto de elementos, pueden catalogarse de acuerdo con distintos parámetros. Esta tipología, en general, puede ir desde una simple clasificación hasta una taxonomía pasando por una ordenación.

A) La Clasificación.

La clasificación siempre implica una definición. Un término clase denota todos los particulares a los cuales es aplicable el término; es decir, es la “extensión” o denotación del término y connota la(s) característica(s) que un particular debe tener a fin de que el término le sea aplicable, esto es, la intensión del término. Ya que la extensión está determinada por la intensión y una definición describe la intensión de un término, la definición es básica para la clasificación ¿cuáles son los criterios para establecer la valía epistémica de una clasificación? Son, desde el punto de vista semántico, los siguientes:

a) Exactitud. El criterio de exactitud demanda que la clase de los términos esté bien definida. Una definición verdadera establece el universo a partir del cual se establecen las clases, y las diferencias o características esenciales que distinguen las clases siendo catalogadas a partir de otras clases en el universo.

b) Exclusividad y Exhaustividad. Los criterios de exclusividad y exhaustividad pueden establecerse con precisión mediante conceptos teoréticos. En efecto, las clases pueden verse como subconjuntos del universo sometidos a consideración; esto es, el conjunto universal. Mientras el contexto de tal enfoque; es decir, la exclusividad y exhaustividad pueden establecerse como sigue:

α) Exclusividad: todo elemento en el universo dado aparece a lo sumo en una subclase; es decir, $S_i \cap S_j = \emptyset$ para todo par de subclases sometidas a consideración.

β) Exhaustividad: todo elemento en un universo dado debería estar en alguna clase; es decir, $\cup S_i = U$, donde S_i es la colección de subclases y la unión se realiza sobre todas ellas. Exclusividad y exhaustividad juntos requiere que cada elemento del universo aparezca en una subclase.

B) Taxonomía.

Para que una clasificación sea una taxonomía debe cumplir el criterio de orden jerárquico. Para que una clasificación esté jerárquicamente ordenada, debe cumplir las siguientes condiciones:

a) Los taxones o clases estén ordenados en niveles que están secuencialmente ordenados de 1 a n. De este modo, cada taxón puede designarse por T_{ij} donde j indica el nivel particular para el taxón o rango, e i se asigna arbitrariamente para diferenciar el taxón en un determinado nivel.

b) Cada taxón de nivel j, con $j<n$, está incluido en algún taxón de nivel j+1. Dicho más precisamente, para un $j<n$ dado existe algún k tal que T_{ij} está incluido en T_{km} para m=j+1.

c) El número de taxas de rango j es mayor que el número de taxas j+1.

d) Las taxas de cada rango son mutuamente exclusivas y exhaustivas. Más precisamente, para un rango dado j, $T_{ij} \cap T_{kj} = \emptyset$ para cualesquiera i y k que aparecen como subíndices en la taxa de rango j y $\cup_i T = U$.

e) El criterio de coherencia interna exige que la clasificación concuerde con el conocimiento teorético existente. Para ello las afirmaciones teoréticas deben ser miembros del sistema actual de afirmaciones teoréticas verdaderas cuyos elementos están relacionados mediante la implicación lógica.

Si lo que se pretende conseguir es una clasificación, el criterio elegido debe ser exhaustivo y excluyente; es decir, que todos y cada uno de los elementos a clasificar caiga en una y sólo una de las clases y éstas que son clases de equivalencia, son disjuntas entre sí. Por su parte, una ordenación establece una relación de precedencia u orden entre los miembros de un conjunto. Esta precedencia puede ser jerarquizada por niveles. Pues bien, cuando dentro de cada nivel de jerarquía se establece una clasificación, entonces se obtiene una taxonomía. Dicho lo anterior entre las teorías se puede establecer la siguiente taxonomía:

1. Categóricas. En la descripción de los conceptos de una teoría, las oraciones teóricas; esto es, las relaciones entre determinantes y resultantes pueden ser: necesarias, que son esenciales y surgen de la propia naturaleza de resultantes y determinantes, y si no se cumplen no serían lo que son, y contingentes que son accidentales y no se tienen que cumplir para que los determinantes y resultantes sean lo que son. Su diferencia estriba no en la forma, sino en el contenido. Las frases científicas no tienen contenido axiológico mientras que las praxeológicas sí. En estas teorías o sistemas la verdad de los teoremas o conclusiones se demuestra o viene dada por la verdad de las premisas o axiomas; es decir, no hay calificación de la verdad, de ahí el término "categórico". En ellos, no hay ninguna suposición; esto es, hipótesis, de ahí su nombre. Es decir, la evidencia soportando la verdad de las premisas, que no se discute, se transfiere a los teoremas o conclusiones. La necesidad reside tanto en la conexión de las premisas con los teoremas o conclusiones, como en lo que postulan las premisas. En estas teorías no hay ninguna cualificación con respecto a la verdad, no hay suposiciones, de ahí el término categórico. Dentro de ellas se inscriben las teorías filosóficas. Las teorías filosóficas y la teodicea, caerían, si se las consideran teorías. Las teorías filosóficas justifican sus afirmaciones mostrando que se siguen "racionalmente", no necesariamente; esto es, deductivamente, de las premisas que se toman como verdaderas, y no son falsables.

2. Hipotéticas. En estos sistemas no hay certeza absoluta en los axiomas o esquemas de axiomas; es decir, no hay evidencia propia. De ahí que, en este caso, sea mejor usar el término postulado para las premisas. En este caso, no existe ninguna certidumbre respecto a los postulados de partida; por ello es preciso establecer suposiciones de partida; es decir, hipótesis, de ahí su nombre. Existen dos tipos de sistemas axiomáticos hipotéticos:

    2.1. Formales. Desarrollados para áreas conceptuales muy amplias. De hecho, son el sustrato racionador de al menos las teorías científicas. Sus afirmaciones se justifican mediante demostraciones; es decir, la prueba de las afirmaciones hechas en forma de teoremas alegados o aducidos o afirmados se sigue deductivamente de los axiomas. Su característica más relevante es la perennidad de lo demostrado. Son de tipo analítico; es decir, no añaden nuevo conocimiento. Las afirmaciones de una teoría formal se justifican mediante demostraciones en matemáticas y prueba en lógica, de modo que en ambos casos, se siguen, como acaba de decirse, deductivamente de los axiomas. Es decir, no apelan a la evidencia experimental. Son abstractas y están vacías de contenido. Dentro de ellas, están las teorías:

2.1.1. Matemáticas. Informalmente son ciertos cuerpos de conocimientos que consisten en: axiomas conectados, definiciones, teoremas, técnicas computacionales, todas relacionadas de algún modo por tradición o práctica. Por ejemplo: Teoría de Conjunto, Teoría de Grafos, Teoría de Autómatas, Teoría de Grupos, Teoría de Números, etc.

2.1.2. Lógicas. En este caso, es un conjunto de enunciados en un lenguaje formal, que está cerrado en la aplicación de ciertos procedimientos denominados reglas de inferencia. Un caso especial son las teorías axiomáticas que consisten en axiomas o esquemas de axiomas y reglas de inferencia. De este modo, lo que se obtiene son fórmulas que se derivan de los axiomas mediante dichas reglas.

2.2. Materiales, sustantivas o justificadas basándose en la experimentación. Están formadas por conjuntos de proposiciones conectados que afirman revelar la verdad de un fenómeno. Están desarrolladas en áreas específicas de investigación. Son sintéticas; esto es, añaden nuevo conocimiento. Entre estas teorías están las concernientes a las ciencias clásicas: física, química, biología y geología y pueden ser:

2.2.1. Científicas, naturales o empíricas. Que buscan entender los fenómenos recopilando información observada y proporcionando explicación para ellos. Sus afirmaciones se justifican mediante la evidencia experimental y observacional. Y dado que una de las bases de estas teorías es el peso de la evidencia por eso reciben el nombre de empíricas. De hecho, las teorías empíricas se validan obteniendo las implicaciones de la teoría para hechos observables; es decir, generando hipótesis y luego observando o construyendo situaciones en las que puedan examinar y contrastar dichas hipótesis. Esto exige que se puedan formular las hipótesis y se puedan efectuar observaciones relevantes. Estas teorías tratan con fenómenos de la naturaleza y, a su vez, pueden catalogarse en:

2.2.1.1. Deterministas que, de nuevo, pueden subdividirse en:

A) Con datos incorregibles: Paternidad biológica.

B) Corregibles: La física clásica.

2.2.1.2. Indeterministas como la física cuántica, la termodinámica, etc.

Las teorías prototípicas en física, tales como la teoría de la gravitación, la de los cuanta de los fenómenos subatómicos, etc., tienen, según Mohanan P. Karuvannur (Mohanan, 2001) las características distinguidas siguientes:

A) Contienen un conjunto de proporciones llamadas leyes.

B) La mayoría de las proposiciones de la teoría se expresan en formalismos matemáticos.

C) Las observaciones contra las que se comprueban las teorías son típicamente administrativas.

D) Dichas observaciones y su contraste se obtienen y realizan experimentalmente.

E) Estos experimentos son reproducibles por otros.

Sin embargo, no todas las teorías científicas exhiben todas estas características. Por ejemplo:

a) La teoría cosmológica del "Big Bang" y la teoría de la deriva continental en geografía, no incluyen ninguna ley de sí mismas. En lugar de buscar formular leyes; es decir, afirmaciones de una relación sistemática entre variables observables o teóricas, dichas teorías proporcionan un “modelo” de los fenómenos que se pretenden entender.

b) Mientras la teoría de la gravitación de Newton emplea una geometría euclídea y la de Einstein una reimaniana, la teoría de la evolución, de Wallace y Darwin, no usa ningún formalismo matemático.

c) En tanto que las observaciones de la teoría de Newton son medidas cuantitativas las teorías topológicas no.

d) Mientras que la física y química son altamente experimentales, la astronomía lo es, si algo, muy poco, es puramente observacional.

e) Finalmente, si algunas observaciones del funcionamiento normal del cerebro son reproducibles, otras no lo son en absoluto.

2.2.2. Hominológicas, sociales, conductuales o praxeológicas. Caen en este apartado las teorías sociales, psicológicas, filosofía de la ciencia, estéticas, etc. Estas “teorías” buscan entender los fenómenos; las relaciones entre conceptos y entre sí mismas, reflexionando sobre lo que se da por sentado que son premisas verdaderas sobre los fenómenos, sin dedicarse a entrar en recopilar nueva información. Más que teorías, lo que aquí se tiene es el uso del así llamado “método científico” para describir y, si pudiera ser, explicar y predecir, fenómenos relacionados con los seres humanos. Entre éstas se encuentran la psicología, economía, cosmología, etc.

Existe una relación estrecha entre los sistemas “axiomáticos” y la taxonomía de teorías que se muestra en la figura II.4. Del mismo modo que, tal y como se muestra en la tabla II.4, las teorías pueden categorizarse en función de que sean analíticas o explicativas y sintéticas o ampliativas del conocimiento.

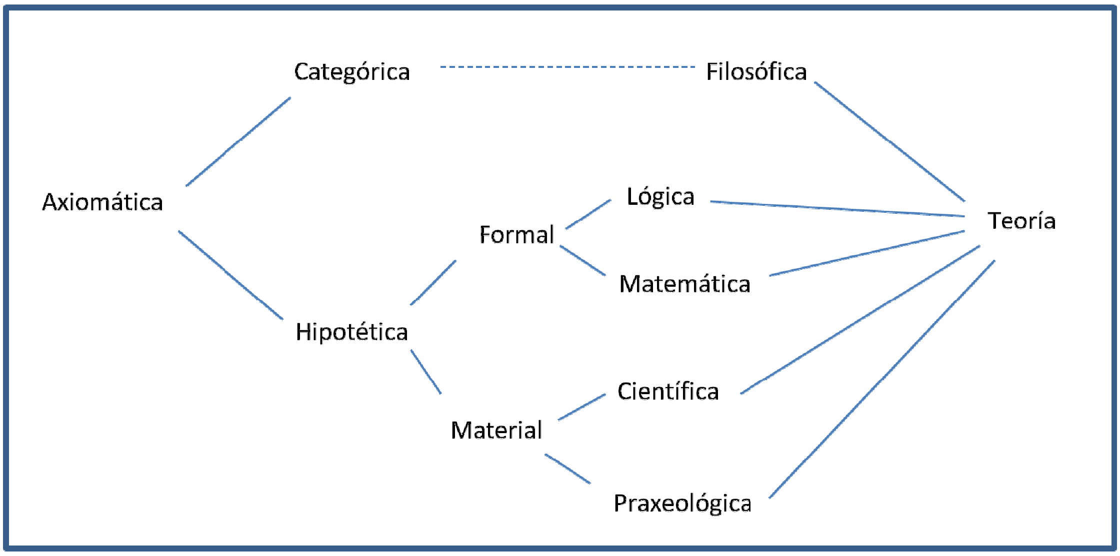

Figura II.4. Tipos de Sistemas axiomáticos relacionados con la Teoría

Otra distinción importante entre teorías e incluso ciencias viene dada por las cuestiones que guían la investigación. Es decir, de acuerdo con su "teleología", o paradigma las teorías empíricas se clasifican en:

A) Explicativas. Estas teorías responden o, cuando menos, intentan responder a la cuestión: ¿Cuál es la mejor explicación para los fenómenos o estados de cosas observados en el mundo? En este caso, la finalidad de una búsqueda, investigación, ciencia o teoría, explicativa, como sucede en la física, química, biología, geología, cosmología, etc., es única o, cuando menos, básica y principalmente, el entendimiento. La mejor teoría en un paradigma explicativo es aquella que produce las mejores predicciones de los fenómenos o estado de las cosas observadas.

B) Normativas. Estas teorías responden o, al menos, intentan responder a la siguiente pregunta: ¿Cuál es el mejor curso de acción para mejorar el estado de cosas del mundo? La finalidad de una búsqueda, investigación, ciencia o teoría normativa, como sucede con la ingeniería o la tecnología en general, la medicina, el derecho o la sociología, etc., es mejorar las condiciones humanas y, más en general, de todos los seres vivientes. La mejor teoría, dentro de este paradigma normativo, es la que produce los mejores cursos de acción para cambiar a mejor el estado de cosas existentes en el mundo.

		ANALÍTICAS O EXPLICATIVAS		**SINTÉTICAS O AMPLIATIVAS**	
		“A PRIORI”	“A POSTERIORI”	“A PRIORI”: Puros independientes de toda experiencia	“A POSTERIORI”: Empíricas, generalización inductiva
CATEGÓRICAS		Teología	Imposibles	Filosofía	
HIPOTÉTICAS	Formales	Lógica Matemática			
	Materiales				Ciencias empíricas. Praxeología, añade conocimiento axiológico.

Tabla II.4. Categorización de Teorías.

En todo caso, característico de toda teoría es su formulación a partir de unos pocos postulados. Y, de nuevo, como son más eficaces los ejemplos que las palabras. Siguiendo esa máxima clásica, se van a presentar algunos ejemplos relevantes y significativos de teorías en distintos dominios, que aparecen resumidas en la tabla II.5.

II.2.5. LAS TEORÍAS EN LA CIENCIA

Se entiende por ciencia natural al cuerpo de conocimientos relacionados con una cierta clase de cosas, objetos, conceptos o fenómenos del mundo, las características, atributos, propiedades y relaciones que poseen, cómo se comportan y actúan en sus interrelaciones. La labor básica de la ciencia natural consiste en convertir lo insólito en corriente; es decir, demostrar que la complejidad, correctamente enfocada, no enmascara más que la sencillez, es encontrar la pauta, ley u orden que se oculta tras el caos aparente. En resumen, las ciencias naturales se ocupan de cómo son las cosas. La lógica corriente sirve para esto dado que su preocupación se centra en aseveraciones declarativas, se ajusta a las afirmaciones sobre el mundo y las inferencias que se desprenden de tales aseveraciones. Por su parte, el diseño trata de cómo debieran ser las cosas; esto es, de idear artefactos, o mejor “mentefactos”, para conseguir unos fines. Para esto es necesario otras lógicas.

Cuando se estudia la historia de la ciencia, se observa, en primer lugar, que ninguna disciplina se hace madura y verdaderamente científica hasta que tiene una teoría que la soporta. En segundo lugar, también salta a la vista, como se muestra en la tabla II.5, que dichas teorías tienen dos características fundamentales (Alonso, 2004); a saber: Constan de pocos elementos o constructos y se basan en un número muy reducido de principios, leyes o postulados. De modo que, como lo señaló Peter J. Denning (Denning, 2003): *The game is to define many terms*

Teoría	Autor(es)	Datación	Principios, Leyes, Postulados o Axiomas
1. La Geometría	Euclídes	330-275	1. Trazar una línea recta desde un punto cualquiera hasta un punto cualquiera 2. Prolongar continuamente una recta finita en línea recta. 3. Describir un círculo con cualquier centro y distancia. 4. El ser todos los ángulos rectos iguales entre sí. 5. Postulado de las Paralelas
2.Hidrostá-tica	Arquímedes	287-212	1. El efecto que produce la presión ejercida por cualquier parte del fluido sobre el fluido es descendente. 2. La presión ejercida por un fluido sobre un cuerpo situado en él está dirigida hacia arriba en la dirección de la perpendicular que pasa por el centro de gravedad del cuerpo.
3. Mecánica	Newton	1665- 1666- 1686	1. Principio de Inercia Todo cuerpo persevera en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo 2. Principio de fuerza: F=m.a. 3. Principio de Acción y Reacción. Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria. 4. Ley de Gravitación: $F = G\frac{mm^2}{d}$
4. Química Atómica	Dalton Thomson Rutherford Bohr Pauli	1803 1897 1938 1912 1924	1. Toda la materia se compone de átomos. Y estos a su vez en núcleo y electrones. 2. En cada órbita sólo caben dos electrones que giran a la par. (Principio de exclusión). 3. Los átomos se combinan entre sí, mediante distintos enlaces (Iónico, Covalente, etc.) para formar moléculas.
5.Probabili-dad	Laplace Kolmogorov	1812 1974	1. No negatividad. La probabilidad de un evento o suceso siempre es mayor que cero. 2. Certidumbre. La probabilidad del suceso seguro S es la unidad. 3. Aditividad Contable. En una sucesión numerable de sucesos mutuamente excluyentes, la probabilidad de su unión es igual a la suma de las probabilidades individuales
6. Evolución	Spencer Wallace Darwin	1852 1858 1859	Herencia de Caracteres y variabilidad y mutación de los mismos, que hace que hijos de los mismos padres no sean idénticos, y de que, por determinadas causas, algunos muten. Selección natural: supervivencia del mejor adaptado al medio.
7.Electro-magnetismo	Oersted Faraday Maxwell Hertz	1820 1821-31 1873 1887	1. Ley de Gauss: $\int E \cdot dA = Q/\varepsilon_0$ 2. Ausencia de Carga magnética: $\int E \cdot dA = 0$ 3. Ley de Ampére: $\oint B \cdot dl = \mu_0 \left(I + \varepsilon_0 \frac{d\Psi}{dr}\right)$ 4. Ley de Faraday: $\oint E \cdot dl = \frac{d\Phi}{dt}$
8.Termodiná-mica	Boltzmann Carnot Helmholtz Clausius Kelvin	1850 1850 1847 1829 1852	1. La energía del mundo es constante. 2. La entropía del mundo tiende a un máximo.
9. Relatividad	Einstein	1905 1915	1. Principio de Relatividad. *Si dos sistemas de coordenadas están en movimiento relativo de traslación paralela uniforme, las leyes de acuerdo con las cuales cambian los estados de un sistema físico no dependen de con cuál de los dos sistemas están relacionados dichos cambios*. 2. Principio de constancia de la velocidad de la luz. *Todo rayo luminoso se mueve en el sistema de coordenadas "de reposo" con una velocidad fija, independiente de si este rayo luminoso sea emitido por un cuerpo en reposo o en movimiento.* 3. 3. Equivalencia entre masa inercial y masa gravitatoria: $m_i = m_g$. *Las leyes generales de la naturaleza deben expresarse por ecuaciones que sean válidas para todos los sistemas de coordenadas.*
10.Mécanica Cuántica	Plank Einstein Bohr Schrödinger Heisenberg Pauli	1900 1905 1907 1925 1926 1927	1. Principio Cuántico. La energía no es continua, sino que se presenta en paquetes discretos denominados cuantos; verbigracia el fotón o cuanto de luz. La posibilidad de que un átomo emita o absorba radiación está condicionada por las posibles variaciones de energía del átomo, de modo tal que la frecuencia de la radiación queda determinada por la diferencia de energía entre los estados inicial y final según la relación formal:E_i-E_f = hv. Es decir, 2. Principio de la Complementariedad. Las partículas subatómicas tienen propiedades de partículas y ondas, que obedecen a la ecuación de ondas de Schrödinger que determina la probabilidad de que ciertos hechos ocurran: El cuadrado del valor absoluto de la función de onda de Schrödinger mide la probabilidad de hallar una partícula en un punto concreto de espacio y el tiempo 3. Principio de Indeterminación.$\Delta C \cdot \Delta t \geq \hbar$; $\Delta p \Delta m \geq \hbar$ 4. Principio de Correspondencia.

Tabla II.5. Ejemplos de distintas teorías científicas

in terms of a few terms and to logically derive many statements from a few statements. Es decir, la misión de una teoría, de acuerdo con el criterio de economía de Mach, consiste en predecir los resultados del mayor número de experimentos, partiendo del menor número de hipótesis. Por supuesto, no se plantea la verdad absoluta sino su operatividad y utilidad en un campo de aplicación concreto. Bohr fue un poco más lejos y pensaba que la misión de una teoría es posibilitar nuevas formulaciones.

De hecho, los progresos decisivos realizados en el campo de las investigaciones científicas, conciernen al establecimiento de grandes concatenaciones entre hechos aislados, su generalización en forma de leyes y, finalmente, el desarrollo de una teoría. Las ciencias naturales que fueron hasta hace unos cincuenta años recolectoras de datos, hechos, objetos y fenómenos; a saber, idiográficas, son actualmente en esencia ordenadoras o formuladoras de leyes; esto es, nomotéticas. Es decir, las ciencias en el mundo actual estudian el origen, las relaciones y el desarrollo de objetos y fenómenos, los procesos que le conciernen y la concatenación que hacen de esos procesos naturales un gran todo.

Las ciencias empírico-formales conjugan "prima facie" dos dimensiones, la experimental o empírica y la teórica o formal. Pero al estudiar su gestación histórica real se descubre en ellas una tercera dimensión, temática, constituida por presupuestos conceptuales o "preconcepciones", a la que se adhiere fielmente el científico, por más que no siempre las explicite en sus artículos. En efecto, todas las disciplinas científicas tienen ricas y estrechas conexiones entre sus ramas teórica y experimental, pues la teoría guía o debe guiar el experimento, en tanto que éste enriquece a aquella. Además la teoría proporciona un lenguaje en el cual representar experimentalmente el conocimiento derivado de la propia teoría y la experimentación y en el cual se puede explorar las consecuencias lógicas de ese conocimiento.

Las teorías, como cuerpo específico de conocimientos desde el que se puede hacer predicaciones o dar explicaciones, deben responder a los seis honrados servidores que apuntaba Kipling (Kipling, 1990): *Quién, Qué, Cómo, Dónde, Cuándo, Por y Para qué*. Con todo, son sólo, y con frecuencia deliberadamente, aproximaciones que gradualmente, por refinamiento y reformulaciones sucesivas, dan cuenta de la realidad, puesto que al comienzo de cualquier elaboración científica no siempre es posible evitar conceptos no claros, que sólo adquirirán la condición de conceptos, o se desecharán, a medida en que se avance en el trabajo de investigación. De hecho, el saber científico no es, y no puede ser otra cosa, más que una pretensión de conocimiento de lo que las cosas realmente son. Por ello se halla intrínsecamente afectado de insuficiencia, es por esencia perfectible y, aunque su apariencia inmediata sea la afirmación, es, en definitiva, un conocimiento interrogativo, una pregunta tácita dirigida a la mente de quién la ha formulado y a los pensadores posteriores a él.

Cuando se observa la historia de la ciencia, se ve que lo que la hace avanzar es la compaginación de teoría y experimentación. La primera para dirigir a la segunda, y ésta para validar o falsar la primera. Como lo señaló Einstein, en distintos lugares y diferentes momentos aunque de formas similares: las ciencias duras no proceden como desearían los especialistas por inducción proveniente de la experiencia, sino por deducción a partir de postulados, axiomas o principios, que de estas formas se les denomina. Así en 1914, afirmaba: *El método del teórico significa partir de la base de postulados generales o "principios" para deducir de ellos conclusiones. O sea que el trabajo se divide en dos partes. En primer lugar, ha de descubrir sus principios y después tendrá que extraer sus conclusiones (…). La primera de estas tareas; es decir, la de establecer los principios que deberán servir como punto de partida de sus deducciones, tiene una naturaleza muy especial. En este caso no existe un método que pueda aprenderse y aplicarse sistemáticamente para llegar al objetivo previsto. El científico debe extraer, con habilidad, esos principios de la naturaleza, percibiendo a partir de amplios conjuntos de hechos empíricos, ciertos rasgos generales que le permitan una formulación precisa.* Posteriormente en 1918, señalaba (Einstein, 1946): *La tarea fundamental de un físico consiste en llegar hasta las leyes elementales y universales que permiten construir el cosmos mediante pura deducción. No hay un camino lógico hacia esas leyes: sólo la intuición, fundamentada en una comprensión de la experiencia puede conducirnos a ellas…* Finalmente, en su artículo Física y Realidad (Einstein, 1936), dijo: *(…) cuán equivocados están aquellos teóricos que creen que la teoría surge de la experiencia por vía inductiva. Aun el gran Newton no pudo librarse de ese error (Hypotheses non fingo).* Y, más adelante, en dicho trabajo, continuaba*: No existe un método inductivo que nos conduzca a los conceptos fundamentales de la física (…). El pensamiento lógico es necesariamente deductivo; se basa en conceptos hipotéticos y en axiomas. ¿Cómo seleccionar éstos, con la esperanza de que se confirmen las consecuencias que de ellos se derivan? La situación más satisfactoria, es evidente, se hallará en los casos en los que las nuevas hipótesis fundamentales sean sugeridas por el propio mundo de la experiencia. Ejemplo de esto son: La inexistencia del movimiento perpetuo. El principio de inercia de Galileo. La constancia de la velocidad de la luz.*

Y seguía Einstein: *Toda teoría es especulativa. Cuando los conceptos básicos de una teoría son comparativamente "cercanos a la experiencia" (…), su carácter especulativo no es discernible* *con tanta facilidad… Por otra parte, se ha de conceder que una teoría tiene una importante ventaja si sus conceptos básicos y sus hipótesis fundamentales se hallan "cercanos a la experiencia". Una mayor confianza acorde a estas teorías está justificada. Existe menor riesgo de coger por mal camino, en particular porque exige menor cantidad de tiempo y de esfuerzo rechazar esas teorías experimentalmente. Sin embargo, cada vez más, a medida que nuestros conocimientos ganan profundidad, debemos renunciar a esta ventaja en nuestra búsqueda de simplicidad lógica y de uniformidad en los fundamentos de la teoría…* Él termina diciendo que cuando el procedimiento de derivar de las premisas de la teoría unas conclusiones que puedan ser confrontadas con los datos empíricos sea tan difícil que durante un tiempo no sea posible obtener esos resultados, entonces *a favor de esa teoría cuentan su simplicidad lógica y su "rigidez". Rigidez, en este caso, significa que la teoría puede ser verdadera o falsa, pero no modificable.*

Es decir, para tratar con teorías se necesita, por una parte, la intuición para obtenerlas y, por otra parte, de lógica, para sacar consecuencias de ella. Como lo señaló Henri Poincaré (Poincaré, 1964): *La lógica y la intuición tienen cada una un papel necesario. Ambas son indispensables. La lógica, que puede por sí misma dar la certeza, es el instrumento de la demostración, la intuición es el instrumento de la invención. El análisis puro pone a disposición procedimientos de garantizada infalibilidad (…) pero quien decide cuál elegir es la intuición.* Unas páginas antes, señalaba que había muchas clases de intuición como sigue: *Tenemos, pues, muchas clases de intuición; primeramente la llamada a los sentidos y a la imaginación; después la generalización por inducción, calcada, por decirlo así, sobre procedimientos de las ciencias experimentales; tenemos, por fin, la intuición del número plural (…).*

Las teorías, pues, se construyen como conjeturas o suposiciones especulativas y provisionales que el intelecto humano crea libremente en un intento de resolver los problemas con que tropiezan las teorías anteriores, y con el fin de proporcionar una explicación adecuada de algunos aspectos del mundo o universo. Ahora bien, las teorías han de ser contrastadas rigurosa e implacablemente mediante la observación y la experimentación.

Se puede decir que los marcos y los modelos son teorías subespecíficadas. Es decir, no se pueden extraer de ellas predicciones comprobables hasta que se las suplemente con proposiciones teóricas adicionales. En este sentido, los marcos y los modelos forman parte de lo que Lakatos denominó el núcleo ("core") de una teoría científica comprobable sólo cuando se le añade el "cinturón periférico".

Un marco es un conjunto de conceptos, lógica o conceptualmente, relacionados. Un marco característico distintivo contiene, verbigracia, en el caso de la teoría de la gravitación mecánica de Newton, conceptos tales como: tiempo, espacio, movimiento, distancia, velocidad, aceleración, masa y fuerza. Unos son primitivos: espacio, tiempo; otros derivados: velocidad, aceleración, fuerza, etc. La mayoría de estos conceptos también se encuentran en el marco de la gravitación de Einstein, para su teoría de la Realtividad General, pero se reemplaza fuerza por campo, movimiento absoluto por movimiento relativo, y no interacción entre espacio y tiempo con interacción entre ambos. Un marco se convierte en una teoría cuando es suplementado con el establecimiento de leyes, de modo que se puedan inferir predicciones a partir de ellas. En ausencia de leyes universales, el contenido empírico de un marco es la pretensión y, o, afirmación que el marco proporciona la mejor base para la construcción de una teoría para el fenómeno en cuestión. Aquí mejor es una cuestión de: corrección de las predicciones, generalidad, simplicidad, etc.

Por su parte, un modelo es un objeto físico y abstracto, una entidad alrededor de la cual se pueden construir las leyes. Ejemplos son los modelos geo y heliocéntrico del sistema Solar, el de Rutherford o Bohr del átomo, etc. Como los marcos, los modelos también están subespecíficados; es decir, necesitan ser suplementados con las afirmaciones de las leyes. El concepto de modelo es tan importante para la ciencia, incluso para la vida cotidiana, que sin él la vida no sería como lo es.

II.3. EL PROBLEMA ABIERTO. CARENCIA DE TEORÍA PARA EL DESARROLLO SOFTWARE.

A la vista de los abismales resultados obtenidos al observar las evoluciones del hardware, exponencial, frente al software, en el mejor de los casos lineal. No es aventurado señalar que una de las causas, tal vez la más importante, de este espectacular y, día a día, creciente desfase, es la carencia de una teoría de soporte para las ingenierías subyacentes al desarrollo del software: Ingeniería del Software y del Conocimiento. Carl Sagan (Sagan, 2005) expuso muy bien esta situación en relación a la teoría electromagnética, para lo cual dijo lo siguiente: *Supongamos que por la gracia de Dios, usted es Victoria, la reina del Reino Unido de gran Bretaña e Irlanda, defensora de la fe en la era más próspera y triunfante del Imperio Británico. Sus dominios se extienden por todo el planeta. El rojo británico jalona abundantemente los mapas del mundo. La máquina de vapor se perfecciona en Gran Bretaña, principalmente por parte de ingenieros escoceses, que proporcionan asesoría técnica en los ferrocarriles y barcos* *de vapor que unen el imperio. Supongamos que en el año 1860 tiene una idea visionaria, tan atrevida que hasta el editor de Julio Verne la habría rechazado. Quiere una máquina que lleve su voz y las imágenes de la gloria del imperio a todas las casas del reino. Más todavía: quiere que los sonidos e imágenes no lleguen por conductos o por cables, sino por el aire… para que la gente que trabaje en el campo pueda recibir este don de inspiración instantánea creado para promover la lealtad y la ética del trabajo. La Palabra de Dios también se puede transmitir con el mismo invento. Sin duda, se encontrarán otras aplicaciones socialmente deseables.*

Sagan continúa: *Así, con el apoyo del primer ministro, convoca al gabinete, al Estado Mayor y a los principales científicos e ingenieros del reino. Les comunica que asignará un millón de libras al proyecto, mucho dinero en 1860. Si necesitan más, pueden pedirlo. No le importa cómo lo hagan; sólo que lo consigan. Ah, por cierto, se llamará Proyecto Westminster. Probablemente surgirán algunos inventos útiles de una empresa así. Siempre ocurre cuando se gastan grandes cantidades de dinero en tecnología. Pero casi seguro que el Proyecto Westminster fracasará ¿Por qué? Porque todavía no se ha creado la ciencia que lo fundamenta. En 1860 existía el telégrafo. Era imaginable, con un gasto enorme, instalar aparatos de telegrafía en todas las casas para que todos pudieran enviar y recibir mensajes en código Morse. Pero eso no es lo que había pedido la reina. Ella pensaba en la radio y la televisión, pero eran inalcanzables. En el mundo real, los conocimientos de física necesarios para inventar la radio y la televisión llegaron de una dirección que nadie podía haber predicho.*

Dicho lo anterior, queda claro cuál es el problema abierto: carencia de teoría para soportar las ingenierías implicadas en el desarrollo software que a lo más que llegan es a ser una artesanía donde la habilidad del artesano es fundamental. Sin embargo, a lo que hay que llegar es a que el desarrollo software deje de ser una artesanía manufacturada y se convierta en una ingeniería “mentefacturada”, incluso de forma industrial. En consecuencia, este trabajo se dirige a proporcionar dicha teoría. Lo que ocupará los dos capítulos siguientes.

CAPÍTULO III: SOLUCIÓN PROPUESTA.

III.1. INTRODUCCIÓN: SISTEMAS AXIOMÁTICOS.

Por la relevancia de lo que se tratará en este capítulo concerniente a, por una parte, la posibilidad de crear una teoría que soporte las ingenierías, del software y del conocimiento, implicadas en el desarrollo del software: "Generación" de los números a partir de la "nada" realizada por von Neumann y el teorema de Löwenheim-Skolem. Y por otra, a la factibilidad de dicha teoría probada por la "curryficación", es conveniente, el introducir, aquí, ahora, los sistemas axiomáticos.

Los primeros estudios sistemáticos de las formas de razonamiento válidos, hay que ponerlos en el haber de Aristóteles. El estagirita, en efecto, clasificó los silogismos después de postular que el resto de demostraciones podía reducirse a ellos. Un silogismo consta de tres afirmaciones o enunciados, de los cuales las dos primeras, unidas por un término medio, son las premisas, y la última, la conclusión, donde ya no aparece el enlace entre las anteriores. Las sentencias no pueden ser arbitrarias, sino: (A) Afirmaciones universales del tipo "Todo A es B". (B) Negaciones generales, tales como "Ningún A e B". (C) Afirmaciones particulares, verbigracia, "Existe un A que es B". (D) Negaciones concretas: "Existe un A que no es B". Combinando estas cuatro formas, pueden obtenerse sesenta y cuatro silogismos, de los cuales sólo catorce son correctos.

Sobre la base de los "Analíticos primeros" y "posteriores" (Aristóteles, 1995) trabajaron los escolásticos durante la Edad Media, con el propósito de mostrar racionalmente la existencia de Dios. Entre todas estas múltiples y variadas tentativas, tal vez la más famosa y "profunda" sea la del arzobispo y filósofo de Canterbury, San Anselmo, conocida como el "Argumento Ontológico", que Gödel estudió con profundidad en los últimos años. Anselmo consideraba que el ser humano lleva dentro de sí la idea de un ser superior, tal que ningún otro más perfecto pueda ser pensado. Como quiera que, un cuadro pintado es siempre mejor que un lienzo que el pintor imaginó, pero que nunca llegó a terminar, razonaba, si Dios existiese sólo en la inteligencia cabría pensar en un ser superior a él; ergo existe. Sin embargo, estas aportaciones medievales no son relevantes para lo que aquí concierne, pues la lógica que fundó Aristóteles y "desarrollaron" sus seguidores no era aún simbólica: salvo por las variables A y B, los silogismos se exponían completamente con palabras. Fue, mucho después, George Boole (Boole, 1847, 1945) quien se dio cuenta por primera vez de la analogía existente entre las operaciones aritméticas de sumar y multiplicar y los conectores "o" e "y", e introdujo las constantes 0 y 1 para representar los dos valores de verdad posibles. De este modo los cuatro modelos que había descrito Aristóteles quedaban matematizados en forma de ecuación. Por ejemplo, "Todo X es Y" se escribía x(1-y) = 0, donde, al sustituir X por 1, se obtiene también y = 1. En esta línea de encontrar un algebra para la lógica continuaron trabajando Augustus de Morgan, Ernst Schröder y Charles Pierce, que introdujo los símbolos ∑ y ∏, antecedentes de los cuantificadores.

En efecto, Boole, desde 1847, y partiendo del quehacer matemático, había realizado la construcción de un álgebra lógica; esto es, aplicar el álgebra para fundamentar la lógica. Para ello, partió de las nociones de clase, elemento de clase, y operaciones con clases. El enfoque estriba en que las leyes del pensamiento, las leyes de la lógica, deben ser del mismo tipo que las leyes que gobiernan el algebra; es decir, la validez de los procesos del álgebra no depende de la interpretación de los signos, sino de las leyes de combinación de los mismos. Con estas ideas, Boole algebriza la lógica obteniendo un sistema algebraico que es, en términos actuales, un retículo booleano. Dicho retículo, como algebra lógica o álgebra simbólica, presenta, tal y como se muestra en la Tabla III.1, dos interpretaciones: un algebra de clases y un algebra proposicional.

ALGEBRA DE BOOLE	CÁLCULO DE PROPOSICIONES
χ (Conjunto Universo)	V (Verdadero)
Ø (Conjunto Vacío)	F (Falso)
a, b, c, … (Conjuntos Subconjuntos, Elementos)	p, q, r, … (Proposiciones)
aχb (Reunión: TODO a Y TODO b)	pωq (Disyunción: o bien p solo o q solo, o ambos, son verdaderos)
a1b (Intersección: lo que a y b tienen en común)	pϖq (Conjunción: ambos p y q son verdaderos)
a=b (Identidad: a y b son el mismo conjunto)	p = q (Equivalencia, si y sólo si p es verdadero, q es verdadero)
a' (Complementario: Resto del conjunto Universo que no es a)	¬ p (Negación: p es falso)
a0b (Inclusión: a es elemento de b)	pεq (Implicación: Si p es verdadero, q es verdadero)

Tabla III.1. Algebra de Clases "versus" Algebra Proposicional

Con Hilbert, pasando por Frege, Cantor y un largo etcétera, se llegó a lo que hoy se conoce como sistemas axiomáticos deductivos, o sistemas formales que son los soportes lógico-matemáticos de toda teoría matemática o científica. Un sistema formal consta de los siguientes elementos:

a) Alfabeto: Un conjunto de signos o símbolos primitivos, que determina el conjunto de cadenas o secuencias finitas de símbolos, con posibles repeticiones, con ayuda de estos símbolos pueden escribirse todas las proposiciones.

b) Gramática, que determina cual es la forma como debe combinarse los símbolos. Es decir, un conjunto, finito, de reglas combinatorias que determinan bajo qué condiciones se puede afirmar que una cadena de símbolos primitivos es, o no, una fórmula. El conjunto de las fórmulas recibe el nombre de lenguaje formal del sistema.

c) Reglas de Inferencia. Es éste un conjunto, también finito, de reglas combinatorias que sirve para producir deducciones formales; es decir, determina que secuencias de fórmulas constituyen una deducción en el sistema, o sea, las reglas inferenciales que permitan deducir los teoremas a partir de los axiomas. En otros términos, los teoremas se obtienen al escribir todas las proposiciones gramaticales posibles en el sistema, y verificarlas para determinar cuáles son las concordes con las reglas de inferencia y por tanto válidas.

d) Axiomas. Conjunto de principios adoptados sin demostrar. Son un conjunto finito de fórmulas sin variables libres o sentencias que se aceptan como verdaderas.

Dicho lo anterior, una sentencia se dice deducible si es la última fórmula que aparece en una secuencia de fórmulas que constituye una deducción. El conjunto de sentencias deducibles recibe el nombre de “teoría formalizada”.

Dado un sistema formal S, cuyos axiomas están dados por A, si p es deducible en el sistema, se dice que p es una consecuencia sintáctica del sistema. Por otra parte, si p es una afirmación verdadera en cualquiera de las interpretaciones posibles del sistema formal, se dirá entonces, que se trata de una consecuencia semántica de A.

Al principio de la discusión con que abrió Boole “El Análisis Matemático de la Lógica” (Boole, 1854), advirtió que los que están familiarizados con la presente condición de La Teoría del Algebra Simbólica son conscientes del hecho de que la validez de los procesos del Análisis Matemático no depende de la lectura o interpretación de los signos en él utilizados, sino solamente de las leyes que gobiernan los posibles modos de unión de esos símbolos. Cualquier sistema de lectura, interpretación, es tan correcto como pueda serlo cualquier otro, si bajo el sistema en cuestión, todas las leyes de la teoría se convierten en enunciados verdaderos que versan sobre la materia con la cual esa interpretación las ha puesto en conexión. Así, un mismo proceso de análisis matemático puede, bajo una interpretación, ser representativo de la respuesta a una pregunta sobre las propiedades de los números; bajo otra, puede ser representativo de una respuesta a una cuestión de geometría; bajo una tercera puede significar la respuesta a una cuestión de física; y bajo una cuarta, puede dar cuenta de una cuestión biológica, etc. Por ejemplo, el algebra lógica de Boole es una única teoría pero, tal y como se mostró en la tabla III.1, hay, cuando menos, dos sistemas de lectura o interpretaciones de la misma; a saber, una que la pone en relación con clases y otra que la pone en relación con enunciados. Esto llevó a Alfred Tarski ha desarrollar los fundamentos de la semántica de la lógica o la “Teoría de Modelos”. Desde su nacimiento la orientación sintáctica de la lógica primó sobre las consideraciones semánticas de la misma llegando a su clímax con la escuela de Hilbert cuyo trabajo se había centrado en las demostraciones de consistencia y en el estudio de los cálculos deductivos, en definitiva de lo que ha dado en denominarse “teoría de la demostración”. Si para muestra basta un botón, ahí van dos. Jacques Herbrand, en su tesis doctoral, demostró que la deducibilidad en lógica de primer orden puede reducirse en un cierto sentido a la proposicional más un procedimiento de sustitución de términos. Por su parte, Gerhard Gentzen, estudiante de Hilbert, ideó los cálculos de deducción natural y los cálculos de secuentes. Y, dicho sea de paso, ambos prometían ser grandes figuras de la lógica matemática, carrera que frustró su prematura muerte. Sin embargo, las cosas cambiaron gracias a los trabajos pioneros de Löwenheim y, sobre todo, Gödel con su teorema de completud, al presuponer una semántica, una noción de interpretación. Ahora bien, ambos usaron nociones semánticas intuitivas y no eran suficientemente explícitos respecto a los detalles. Fue justamente Tarski con sus dos artículos, el de 1933, sobre el concepto de verdad en los lenguajes formales, y el de 1936 (Tarski, 1944), sobre el concepto de consecuencia lógica, quien sentó las bases de la semántica de la lógica de primer orden y culminó el edificio de la lógica, tal y como se conoce actualmente, con su “Teoría de Modelos”.

La relación de consecuencia lógica o semántica, dada por Tarski, es la que se da entre un conjunto de enunciados y un enunciado cuando el último es verdadero en cualquier interpretación del lenguaje que haga verdaderos simultáneamente a los enunciados del conjunto. El lenguaje es un lenguaje de primer orden y no se admite que se interpreten libremente los símbolos lógicos, como los cuantificadores, los conectores y el símbolo de igualdad. Interpretar significa entonces especificar una estructura apropiada al lenguaje, que constará de un universo de discurso en el que tomarán valores las variables y constará además de correlatos en dicho universo para los distintos símbolos no lógicos: objetos nombrados por las constantes individuales, relaciones correspondientes a los distintos símbolos predicativos, etc. Cuando un enunciado o un conjunto de enunciados resultan ser verdaderos en una estructura, se dice que la estructura es un “modelo” del enunciado o del conjunto de enunciados. Con esta terminología, un enunciado es consecuencia de un conjunto de enunciados cuando cada modelo del conjunto es así mismo un modelo del enunciado en cuestión. Esta definición tienen precedentes en Bernard Bolzano y viene a sustituir a otras más vagas que estipulan que no es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa. Aquí el problema estriba en el significado de la noción de posibilidad. En la definición de Tarski, la dificultad se presenta en la noción de modelo: ¿qué significa que un enunciado sea verdadero en una estructura?.

El mérito de Tarski está en haber proporcionado una definición impecable de la relación que se da entre un enunciado y una estructura cuando el enunciado es verdadero en un estructura. A la vista de las numerosas paradojas asociadas a la noción de verdad y, en general, a los conceptos semánticos, había razones poderosas para pensar que esa definición no se podría dar. Tarski era consciente de ello y trató de las paradojas y de su definición. La idea básica subyacente es la de usar un procedimiento recursivo o inductivo para formalizar la idea de que un enunciado es verdadero en una estructura cuando las cosas son en la estructura como el enunciado dice que son, el cual coincide con la noción de verdad de Aristóteles: "decir lo que es, que es, y de lo que no es, que no es". Tarski, no obstante, no se limitó únicamente a proporcionar una definición, pues desarrolló así mismo todos los aspectos básicos de la semántica creando con ello la teoría de modelos. Con ella, las cuestiones de axiomatizabilidad y de definibilidad empezaron a poder ser tratadas con precisión en el marco de una semántica lógica precisa. La dependencia del cálculo para la presentación de la consecuencia lógica desapareció. Uno de los resultados notorios de la teoría de modelos es la eliminación de cuantificadores y la decidibilidad de la teoría del cuerpo ordenado real. A diferencia de lo que ocurre con la aritmética, existe un algoritmo para decidir si un enunciado de primer orden en el lenguaje de la teoría de cuerpos ordenados es verdadero o falso en el cuerpo ordenado de los números reales.

Además, se dice que una estructura U es un modelo de los axiomas cuando éstos son verdaderos en ella; verbigracia, el trabajar con el algebra de los números reales, un modelo son los propios números reales, aunque no el único. Uno de los resultados más profundos de Gödel, el "Teorema de Completud", demuestra precisamente que las teorías inconsistentes no tienen modelos o, lo que es lo mismo, no hablan de nada.

III.2. LA ARMONÍA MATEMÁTICA DE LA NATURALEZA: CASUALIDAD, CAUSALIDAD O "CAUSUALIDAD".

Desde que Galileo lo explicitó en su obra "Il Saggiatori"; es decir, El Ensayador, todos los científicos aceptan como cuestión de hecho la "armonía preestablecida" entre la naturaleza y la matemática. Sin embargo, Galileo tuvo predecesores de su planteamiento y por supuesto, seguidores corroboradores del mismo. En efecto, Pitágoras y sus seguidores, los pitagóricos consideraron como núcleo de su dogma a los números naturales; éstos constituían la esencia del Universo, de todas las cosas y de cada una de ellas, tanto en matemáticas como en la física y en las ciencias experimentales y en la religión. El Cosmos se explicaba en términos de "arithmós"; es decir, era expresión de propiedades matemáticas de los números naturales y sus razones.

Para Pitágoras "mathemata" es lo que se aprende, lo que se conoce. Como ciencia teórica es un invento Pitogórico. Los miembros de su comunidad eran de dos tipos "matemáticos " o "conocedores" y "akusmáticos" o "auditores" ; esto es, "oyentes".

Platón epistemológicamente creía en el conocimiento como reminiscencia; es decir, todo conocer es recordar, despertar aquello que está en los seres humanos y que ya han visto en otra vida previa. Como los pitagóricos de quienes tomó muchas de sus ideas ¿plagio?, Platón, en sus últimos diálogos, concretamente en el Filebo y Timeo, (Platón 1992) tiende a ligar matemática y teología, hasta el punto de entender que el intelecto divino está constantemente entregado a la geometría, la matemática de la época, y que el cuerpo y el alma del universo están constituidos matemáticamente. Aristóteles en su Metafísica (Aristóteles, 1994) dijo sobre los pitagóricos y los números lo siguiente: [...]*supusieron que las cosas existentes son números, pero no números que existen aparte, sino que las cosas están realmente compuestas de números; es decir, los elementos de los números son los elementos de todos los seres existentes y la totalidad del cosmos es armonía y número [...] Es evidente, que los pitagóricos creen también que el número no sólo es el principio material de las cosas sino también el que constituye sus modificaciones y estados permanentes [...].*Bacon, al respecto, escribió en la parte 4 de su "*Distinctia Prima*", capítulo 1 de su "Obra Magna" (Bacon, 1928), que la matemática es la llave y puerta de la ciencia, en sus términos: *Et harum scientarum porta et clavis est Mathematica.* De un modo similar, Leonardo da Vinci decía: "*Nessuna humana investigazione si pio dimandara vera scienzia s`essa non passa por le matematiche dimostrazione" (*Leonardo da Vinci, 1452-1519).

Galileo señaló que los secretos de la naturaleza estaban escritos en el lenguaje de la matemática, resumido en italiano: *é scritto in lingua mathematica: e i caratteri son triangoli, cerchi ed altre figure geometriche.* Dicho en sus términos: *La filosofía está escrita en este vasto libro que continuamente se muestra a nuestros ojos (me refiero al Universo), el cual, sin embargo, no se puede entender si no se ha aprendido a comprender su lengua y a conocer el alfabeto en que está escrito. Y está escrito en el lenguaje de las matemáticas, siendo sus* *caracteres triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es imposible entender una sola palabra: sin ellos sólo se conseguiría vagar por oscuros laberintos* (Galilei, 1623).

Y de la misma manera que tuvo predecesores, Galileo tuvo en esta cuestión seguidores. El padre de la teoría electromagnética, James Clerk Maxwell (Maxwell, 1862) en la Conferencia Inaugural en el King`s College de Londres, con la que tomó posesión de su cátedra y publicada póstumamente, en 1979 (Domb, 1979), fue el más contundente al respecto, cuando lacónicamente dijo: "*No podemos expresar hechos físicos salvo en forma matemática*". Konrad Knopp (1882-1957) en la lección inaugural del curso de la Universidad de Tübingen en 1927: *La matemática es la base de todo el conocimiento y el contenedor de toda la alta cultura.* Einstein, acerca de esta cuestión señaló: *Nuestra experiencia nos justifica en la confianza de que la naturaleza es concreción de las ideas matemáticas más sencillas.* Sin embargo, quien mejor expresó esa adecuación fue el premio Nobel de Física húngaro Jénó Pàl, o, en su traducción al inglés, Eugene Paul Wigner (1902-1995), quien tanto hizo para formular la teoría matemática de la simetría y aplicarla a problemas físicos. Estas fueron sus palabras (Wigner, 1960): *El milagro de la idoneidad de la matemática para la formulación de las leyes físicas es un don maravilloso que no comprendemos ni merecemos.* Y, en otro momento, añadió: *El lenguaje de las matemáticas se revela formidablemente efectivo en las ciencias naturales […]. Deberíamos estar agradecidos por ello, y esperamos que su validez no sólo persista en las investigaciones futuras, sino que se extienda, para bien o para mal, hasta nuestro ocio, e incluso también a nuestro pesar, acaso con amplias ramas del aprendizaje.*

Pues bien, "*hic et nunc*"; esto es, aquí y ahora, se está en condiciones de afirmar que dicha idoneidad o armonía preestablecida esa especie de casualidad y causalidad; esto es, "causualidad", a partes iguales, viene justificada por los hechos siguientes: el Teorema de Löwenheim-Skolem y la definición, por von Neumann, de los números naturales en términos de conjuntos, que se van a considerar a continuación. Pero antes se establecerá la axiomática de Zermelo y Fraenkel basada en la teoría de Conjuntos de Cantor, por ser importante para entender la definición de von Neumann. Adicionalmente, como se explicitará en los resultados, hay que modificar un conocido dicho de Leopoldo Kronecker.

III.2.1. AXIOMÁTICA DE ZERMELO-FRAENKEL

En la teoría de conjuntos de Cantor (Cantor, 1883), es posible formar un conjunto a partir de una propiedad determinada que deben cumplir sus elementos. Es decir, dada cualquier propiedad existe un conjunto X cuyos elementos son precisamente los objetos que verifica P(a).

Formalmente, dada $P, \{\exists X | a \in X| - P(a)\}$. Así, por ejemplo, representando lo anterior por $\{a|p(a)\}$, considerando la fórmula $a = a$, se obtiene el conjunto $U = \{a|a = a\}$. A este conjunto, que claramente lo contiene todo, no se le pueden aplicar algunos de los resultados de Cantor, ya que conducen a ciertas paradojas. Considérese, ahora, el conjunto X cuyos elementos son aquellos conjuntos que no se pertenecen a sí mismo. Esto es, el conjunto $X = \{a|a \notin a\}$. Éste es también un conjunto de "gran tamaño" que da lugar a la paradoja de Russell siguiente: Si uno se pregunta ¿Es X un elemento de sí mismo? Pueden suceder dos casos: Uno, que lo sea; esto es, si $X \in X$ entonces X no satisface la condición $X \notin X$, lo que es una contradicción. Dos, que no lo sea; esto es, $X \notin X$, entonces X satisface la condición para ser uno de sus elementos, y así $X \in X$, de nuevo una contradicción. De este modo, X no puede ser un elemento de sí mismo ni no serlo. Russell y Whitehead (Whitehead, 1910, 1912, 1913) desarrollaron la teoría de tipos para eliminar esta clase de paradojas, pero a costa de una complicación tal que hacía muy escaso su interés.

Fue Zermelo quien presentó una teoría axiomática de conjuntos, luego completada por Fraenkel y Skolem, mucho más simple y comprehensiva a nivel lógico, que lograba eliminar tanto la paradoja de Russell como todas las demás que surgían tanto en el sistema de Cantor como en el de Frege. Los axiomas de la teoría de Zermelo (Zermelo, 1908) completada por Fraenkel (Fraenkel, 1922) son los siguientes:

1) Extensionalidad: $\forall a(a \in X \leftrightarrow a \in Y) \rightarrow X = Y$. Es decir, dos conjuntos X e Y son "iguales", lo que se representa por x = y, si y sólo sí contienen los mismos elementos. En otros términos, este axioma afirma que un conjunto está determinado por su extensión; esto es, dando todos sus elementos.
2) Conjunto vacío: $\exists \emptyset \forall a(a \in \emptyset)$. Esto es, existe un conjunto representado por $\emptyset$, sin elementos. Y es único, por, el axioma de extensionalidad. En efecto, Si $\emptyset$ y $\emptyset'$ fueran dos conjuntos vacíos distintos, entonces siempre verificarían $a \notin \emptyset$ y $a \notin \emptyset'$ para cualquier *a* y por tanto también $a \in \emptyset \ \leftrightarrow \ a \in \emptyset'$ para todo *a* de modo que por el axioma anterior, $\emptyset = \emptyset'$.
3) De pares: $\forall X, Y \exists Z \forall a(a \in Z \leftrightarrow a = X \vee a = Y)$. O sea, dados cualesquiera conjuntos X e Y, existe otro conjunto representado por $\{x, y\}$, cuyos elementos son únicamente X e Y. El conjunto $\{x, y\}$ se denomina par desordenado de X e Y. Si se aplica el conjunto de pares a un solo conjunto X se obtiene el par $\{x, x\}$ cuyo único elemento es, obviamente, x, y por ello puede representarse como $\{x\}$. A este último conjunto puede aplicársele, de nuevo, el axioma de pares, dando lugar al conjunto$\{\{x\}\}$, conjunto al cual puede asi mismo,

aplicársele el axioma de pares, obteniéndose el conjunto $\{\{\{x\}\}\}$, y así sucesivamente. Este proceso de construcción de conjuntos, que fue el que siguió von Neumann, puede aplicarse al único conjunto dado y conocido explícitamente, $\emptyset$, obteniéndose una serie infinita de conjuntos: $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots$.

4) Unión: $\forall X \exists Y \forall a(a \in Y \leftrightarrow \exists Z(Z \in X \wedge a \in Z))$. En otros términos, dada cualquier colección o conjunto de conjuntos C, existe un conjunto, representado por $\cup C$ y denominado "unión de C", que contiene todos los elementos de cada conjunto de C.
5) Conjunto Potencia: $\forall X \exists Y \forall Z(Z \in Y \leftrightarrow \forall a(a \in Z \rightarrow a \in X))$. Lo que viene a decir es que para cualquier conjunto X existe otro conjunto representado por $\mathcal{P}(X)$ y denominado conjunto de las partes de X, que contiene todos los subconjuntos de X.
6) Esquema axiomático de especificación: $\forall X \exists Y \forall a(a \in Y \leftrightarrow a \in X \wedge \varphi(a))$. En otras palabras, sea $\varphi(\mathrm{V})$ una fórmula de un lenguaje de primer orden que contenga una variable libre V. Entonces para cualquier conjunto X existe un conjunto Y cuyos elementos son aquellos elementos a de X que cumplen ϕ(a).
7) Esquema axiomático de reemplazo. Este axioma, debido a Fraenkel puede expresarse como sigue: Si $\forall X \forall Y \forall Z \exists \vee (X \in \vee \wedge \varphi(X, Y) \wedge (\varphi(X, Z) \rightarrow Y = Z))$ entonces $\exists W \forall Y(Y \in W \leftrightarrow \exists X(X \in \vee \wedge \varphi(X, Y)))$. De otro modo, si φ (a, b) es una sentencia tal que para cualquier elemento a de un conjunto X el conjunto Y es igual $\{b|\varphi((a, b)\}$ y existe, entonces existe una función $f: x \rightarrow y$, tal que $f(a) = y$. Es decir, si V es un conjunto y que f es una fórmula con dos variable libres X e Y, tales que para cada $X \in$V existe un único Y tal que $f(X, Y)$ se cumple, entonces existe un conjunto W tal que $Y \in W$ si y sólo si $f(X, Y)$.
8) Infinitud: $\exists X(\emptyset \in X \wedge \forall(Y \in X \rightarrow Y \cup \{Y\} \in X))$. O sea, existe un conjunto X tal que el vacío $\emptyset \in X$ y tal que si $Y \in X$, entonces $Y \cup \{Y\} \in X$. Este axioma, introducido en 1908 por Zermelo, permite la obtención de números naturales como conjuntos dentro de ZF.
9) Regularidad o de fundación: $\forall X(X \neq \emptyset \rightarrow \exists Y(Y \in X \wedge \forall Z(Z \in Y \rightarrow Y \notin X)))$. Esto es, para todo conjunto no vacío X existe un conjunto $Y \in X$ tal que $X \cap Y = \emptyset$. Esta formulación la dio Zermelo, en 1930. Von Neumann, en 1929, presentó un axioma equivalente pero más complicado. Este axioma prohíbe la existencia de: (a) Conjuntos extraños, tales como los que cumplan $X \in X$ o $X \in Y \wedge \in X$. (b) La existencia de cadenas descendentes infinitas: $\dots \in X_2 \in X, \in X_0$. Si se excluye este axioma la teoría de conjuntos resultante recibe el nombre de "Teoría de Conjuntos no bien fundados".

III.2.2. TEOREMA DE LÖWENHEIM-SKOLEM.

Teorema de Löwenheim-Skolem. Como es más que sabido la aritmética está en la base de toda la matemática, más aún, de hecho el alcance de la aritmética va mucho más allá de lo que es la teoría de números y el cálculo y sus proyecciones: la estadística, el cálculo de variaciones, la teoría de grafos y autómatas, el algebra, etc. En efecto, según el extraordinario pero, en palabras de Atkins (Atkins, 2003), "capcioso teoremita" demostrado por primera vez por el matemático alemán Leopold Löwenheim (1878-1957) en 1915 (Löwenheim, 1915) y mejorado por el noruego Albert Thoraf Skolem (1887-1963) en 1920 (Skolem, 1920), un sistema de reglas como las de la aritmética emulan cualquier campo del conocimiento que pueda formalizarse según un conjunto de axiomas. Como lo señaló Atkins, *se podría haber aligerado el tedio de aprender a extraer raíces cuadradas y hacer largas divisiones si nos hubieran dicho en el colegio que según el "teorema de Löwenheim-Skolem", en realidad se estaba imitando el proceso de extraer conclusiones de la mecánica cuántica, la selección natural y la jurisprudencia en la medida en que estas ramas del conocimiento pueden expresarse como axiomas*. Dicho teorema puede enunciarse como sigue:

Teorema: "Toda teoría basada en un lenguaje L de primer orden tiene un modelo numerable". En otros términos, "toda la teoría satisfacible es satisfacible en un universo numerable".

Demostración:

Como consecuencia inmediata del corolario que dice: "toda interpretación canónica I_{∇}^{θ} de una teoría θ es un modelo de θ, y de ser numerable el conjunto T de los términos". En efecto, para demostrar que toda interpretación canónica I_{∇}^{θ} de una teoría θ es un modelo de θ basta considerar lo siguiente: $\alpha \in \theta \Rightarrow \alpha(\vee\,(x_1\,)/x_1\,, \ldots, \vee\,(x_n)/x_n) \in \theta$, por la regla lógica de sustitución simultánea: $\frac{\alpha}{\alpha(\tau_1/x_1,\ldots,\tau_n)/x_n)}$, que, a su vez, se obtiene por aplicación reiterada de la "regla de sustitución": $\alpha/\alpha(\tau/x)$, cuya derivación es:

1. α	(Hipótesis)
2. $\wedge\, x_{\alpha}$	(Regla de Generalización) (1)
3. $((\urcorner\alpha\,)(\tau/x) \rightarrow \vee\, x\urcorner\alpha)$	(Axioma 4: $(\alpha(\tau/x) \rightarrow \vee\, x_{\alpha})$
4. $(\urcorner\alpha(\tau/x) \rightarrow \urcorner \wedge x\alpha)$	(3)
5. $(\wedge\, x\alpha \rightarrow \alpha(\tau/x))$	(Regla primera de contraposición) (4)
6. $\alpha(\tau/x)$	(Regla de separación) (2) (5)

Y por el teorema que dice: "Para toda teoría θ el conjunto F/θ con la relación $<_\theta$ es un álgebra de Boole. Una clase $|\alpha|$ es el elemento supremo si y sólo si $\alpha \in \theta$".

Demostración:

Como fácilmente puede comprobarse:

a) La relación $<_\theta$ es reflexiva, antisimétrica y transitiva; esto es, relación de orden.
b) El par $\{F/\theta, \alpha_\theta\}$ es un retículo.
c) El retículo tiene como elemento supremo la clase de todas las fórmulas de θ y como elemento ínfimo la clase de todas las fórmulas refutables en θ.
d) El retículo es distributivo.
e) El retículo es complementario.

Lo que $\Rightarrow |\alpha(\vee\,(x_1)\,/x_1, \dots, \vee\,(x_n)/x_n|_{\ \theta} = 1.$

"Interpretación Canónica". Teorema de Skolem.

Definición. Sea θ una teoría, ∇ un Q-filtro en A(θ) y h_∇ el homomorfismo engendrado por ∇. Entonces, se denominará interpretación canónica de la teoría θ a toda interpretación I_∇^θ en el conjunto T definida por:

$$\text{A)}\ \ I_\nabla^\theta\ (\mathrm{f_i^k})(\tau_1, \dots, \tau_k) = \mathrm{f_i^k}\tau_1 \dots \tau_k \qquad \forall\ \ \mathrm{f_i^k}\ \in \Phi$$

$$\text{B)}\ \ I_\nabla^\theta\ (\mathrm{P_i^k})(\tau_1, \dots, \tau_k) = h_\nabla(\left|\mathrm{P_i^k}\tau_1 \dots \tau_k\right|) \qquad \forall\ \ \mathrm{P_i^k}\ \in \pi.$$

Teorema. Para toda interpretación canónica I_∇^θ, de una teoría θ y toda fórmula α con las variables libres $x_1, \dots, x_n$ se verifica que: $\alpha_{I_\nabla^\theta}(\vee) = h_\nabla(|\alpha(\vee\,(x_1)/x_1, \dots, \vee\,(x_n)/x_n)|)$

Demostración:

Lema: Para toda interpretación canónica I_∇^θ, todo término τ y toda valoración v se verifica que:

$$\tau_{I_\nabla^\theta}(\vee) = \tau(\vee\,(x_1)/x_1, \dots, \vee\,(x_n)/x_n),$$

donde $x_1, \dots, x_n$ son todas las variables que aparecen en τ.

En efecto,

Si τ=x, entonces $\tau_{I_\nabla^\theta}(\vee) = \vee\,(x) = \tau(\vee\,(x)/x)$;

Si $\tau = \mathrm{f}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}\,\tau_1 \dots \tau_{\mathrm{k}}$, entonces, $\tau_{I_\nabla^\theta}(\vee) = I_\nabla^\theta(\mathrm{f}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}})(\tau_{1_{I_\nabla^\theta}}(\vee), \dots, \tau_{k_{I_\nabla^\theta}}(\vee)$ porque: $\tau_I(v) = I(\mathrm{f}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}(\tau_{1_{\mathrm{I}}}(\mathrm{v}) \dots \tau_{\mathrm{k}_{\mathrm{I}}}(\mathrm{v}))$, $\tau = \mathrm{f}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}\tau_1\,\tau_2 \dots \tau_{\mathrm{k}}$, entonces $\tau_{\mathrm{I}}(\mathrm{v}) = \mathrm{I}(\mathrm{f}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}})(\tau_{1_{\mathrm{I}}}(\mathrm{v}) \dots \tau_{\mathrm{k}_{\mathrm{I}}}(\mathrm{v}))$

$= \mathrm{f}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}\,\tau_{1_{I_k^\theta}}(\vee) \dots \tau_{k_{I_\nabla^\theta}}(\vee)$, y, por la hipótesis de inducción,

$= \mathrm{f}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}\,\tau_i(\vee\,(x_i)/x_1 \dots \vee\,(x_n/x_n) \dots \tau_n(\vee\,(x_1)/x_1 \dots \vee\,(x_n)/x_n$.

$= \tau(\vee\,(x_1)/x_1, \dots, \vee\,(x_n)|x_n|$. Q.E.D.

Ahora sólo falta, para completar la demostración, definir lo que es un filtro.

Definición: Un subconjunto no vacío ∇ de un algebra de Boole A es un filtro si para elementos cualesquiera a, b ∈ A se verifica que $a \cap b \in \nabla \Leftrightarrow (a \in \nabla\ \ y\ \ b \in \nabla)$.

Sea ahora h la aplicación canónica de A en $A|\nabla$ (el conjunto cociente engendrado por la relación de equivalencia sobre A, ~) que hace corresponder a cada elemento su clase de equivalencia entonces, se puede establecer el siguiente:

Teorema: La aplicación h es un homomorfismo respecto a las operaciones: ∪, ∩, −, →; es decir:

a) $h(x \cup y) = h(x) \cup h(y)$
b) $h(x \cap y) = h(x) \cap h(y)$
c) $h(\bar{x}) = \overline{h(x)}$
d) $h(x \longrightarrow y) = h(x) \longrightarrow h(y)$

Para todo elemento x∈A, se verifica que: $h(x) = |1| \Leftrightarrow x \in \nabla$.

Demostración.

A) Es consecuencia inmediata de:

$\alpha)\ |a| \cup |b| = |a \cup b|$.

$\beta)\ |a| \cap |b| = \overline{|\bar{a}| \cap |\bar{b}|} = |\overline{\bar{a} \cup \bar{b}}| = |a \cap b|$.

$\gamma)\ \overline{|a|} = |\bar{a}|$.

$\delta)\ |a| \to |b| = |\bar{a}| \cup |b| = |\bar{a} \cup b| = |a \to b|$.

B) $h(x) = |1| \Leftrightarrow |x| = |1| \Leftrightarrow x \sim 1 \Leftrightarrow [\bar{1} \cup x \in \nabla$ y $\bar{x} \cup 1 \in \nabla] \Leftrightarrow [x \in \nabla\ y\ 1 \in \nabla \Leftrightarrow x \in \nabla$.

Finalmente, señalar que esta demostración es una presentación “propia”. Está basada sólo en cuatro axiomas y dos reglas provenientes de Church (Church, 1956) y Shoenfield (Shoenfield, 1967). La presentación es una simplificación del trabajo de Prida (Prida, 1973) que, a su vez, mejora la prueba, sobresaliente por su sencillez, de Rasiowa y Sikorski (Rasiowa, 1950). Dicho trabajo, sobre todo, evita en la artificiosidad de deducciones formales, haciendo uso sistemático del teorema de deducción para obtener reglas derivadas. Y su esquema metodológico, analítico y retroductivo; esto es, deductivo hacia atrás, viene dado en la figura III.1.

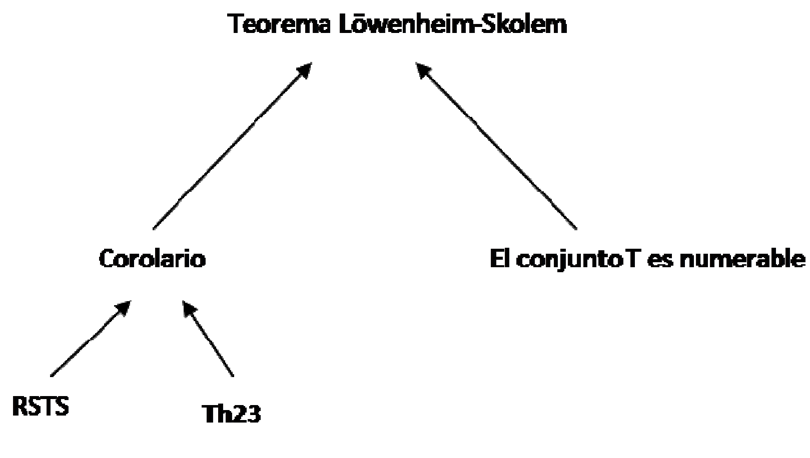

Figura III.1. Esquema retroductivo de la demostración del teorema de Löwenheim-Skolen

III.2.3. FUNDAMENTACIÓN DE LA MATEMÁTICA A PARTIR DEL CONJUNTO VACÍO: DEFINICIÓN DE NÚMEROS NATURALES POR VON NEUMANN.

Según Cantor (Cantor, 2006), los “números ordinales” son los tipos de orden de los conjuntos bien ordenados. Se dice que un conjunto X dotado con una relación R (reflexiva, antisimétrica y transitiva) es un "buen orden", o que el conjunto X está "bien ordenado", si todo subconjunto no vacío $A \subset X$ tiene un mínimo. Es decir, se dice que $\underline{a}$ es el mínimo de $A \subset X$ si $\underline{a} \in A$ y $\underline{a}Rx\forall x \in A$. Esto implica que el orden es total, ya que dados dos elementos distintos, x e y, la existencia de un mínimo del conjunto {x,y} fuerza que uno de ellos sea anterior al otro, y, por lo tanto, que estén relacionados. Los números ordinales están asociados precisamente a los tipos de orden de los conjuntos bien ordenados. De igual manera que los cardinales lo están a la relación de equipotencia de conjuntos.

Ahora bien, hay que tener en cuidado con la afirmación de Cantor, porque la clase de los conjuntos bien ordenados no es un conjunto, tampoco lo es la de los que tienen el mismo tipo que un conjunto bien ordenado fijado de antemano, lo que daría lugar a otra versión de la paradoja de Russell, de seguir por ese camino. Sin embargo, John von Neumann tuvo la genial idea de definir los ordinales escogiendo adecuadamente un elemento en cada clase de equivalencia, como sigue. Un conjunto α es un "número ordinal", o simplemente un "ordinal", si tiene las propiedades siguientes:

1) Si $\beta \in \alpha$ entonces $\beta \subset \alpha$.
2) $[(\beta \in \alpha) \wedge (\gamma \in \alpha)] \Rightarrow [(\beta = \gamma) \vee (\beta \in \gamma) \vee (\gamma \in \beta)]$.
3) Si, $\emptyset \neq A \subset \alpha$, entonces existe $\gamma \in A$ tal que $\gamma \cap A \neq \emptyset$.

Obsérvese que si en (3) (α) se toma A= α entonces:

$$[(\gamma \in A) \wedge (\gamma \cap A \neq \emptyset)] \Rightarrow \gamma = \emptyset$$

Luego, todo ordinal x, distinto del vacío, contiene al vacío como elemento. Janos von Neumann, entonces un jovencito de veinte años, preparaba su muy innovadora tesis conteniendo un nuevo sistema axiomático para la teoría de conjuntos, distinto del de Ernst Zermelo, antiguo ayudante de Max Planck en Berlín (Zermelo, 1908). En 1923, la sección científico matemática de las "Acta Litterarum ac Scientiarum" de la Universidad Regia de Fracisco José en Hungría publicaba, en alemán, su artículo "Sobre la introducción de los números transfinitos" (von Neumann, 1923). La novedad del trabajo de von Neumann fue establecer un modo de incorporar la idea cantoriana de los números ordinales directamente, sobre la única base de los axiomas de la teoría de conjuntos. En dicho artículo, presentaba la cuestión al margen de sistemas axiomáticos, desde un punto de vista "ingenuo". Sin embargo, era muy consciente de que la importancia del asunto estribaba en su aplicabilidad a dichos sistemas, tanto al de Zermelo-Fraenkel como al original sistema nuevo en el que entonces trabajaba. ¿Cuál era la idea clave?

Cantor, en su momento, había llamado la atención sobre el hecho de que, si se toma el 0 como primer número de la serie de los ordinales cada ordinal representa el “tipo de orden” del conjunto de los ordinales que le preceden: α es el ordinal de $\{x: x < \alpha\}$, considerado en su orden natural de magnitud. Por ejemplo, w+1 es el ordinal de {1, 2, 3, …, w}. Por otra parte Zermelo había identificado los números naturales con los conjuntos $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots$. Evidentemente, con esto no quiere decirse que el número 1 es “realmente” el conjunto {∅}, idea que sólo cabría calificar de tontería. Lo que ocurre es que la operación $a \to \{a\}$ tiene las propiedades de la función sucesor y por consiguiente “puede”, a los efectos del trabajo axiomático, identificarse con la función sucesor.

Pues bien, considerando las dos ideas, la de Cantor y la de Zermelo, conjuntamente, surge la ingeniosa idea de von Neumann. En efecto, partiendo del ordinal 0, identificando “a la Zermelo” con ∅, y considerando, porque así se decide, que cada ordinal es el conjunto de todos los que le preceden, uno se ve llevado a la sucesión:

0 = ∅.
$1 = \{\emptyset\}$,
$2 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$,
$3 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$,
…………
$\mathrm{w} = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$
$\mathrm{w}+1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}, \dots, \mathrm{w}$
……………

La pequeña modificación de von Neumann tiene efectos muy deseables dentro del artificioso orden axiomático de las cosas: los ordinales pueden considerarse como conjuntos bien ordenados, siendo su relación ordenada la simple pertenencia conjuntista ∈, y cada ordinal α es, a su vez, un conjunto bien ordenado de tipo α; o sea, un representante de toda una clase de conjuntos. Conviene añadir aquí y resaltar que los ordinales de von Neumann habían sido prefigurados ya unos años antes por el propio Zermelo, en trabajos de alrededor de 1915 que quedaron inéditos y por el ruso, afincado en Suiza, Dimitry Mirimanoff, en 1917 (Mirimanoff, 1917), (Mirimanoff, 1917-1944). A partir de ahí lo que se tiene ya no son los viejos números ordinales de Cantor, que éste insistía en concebir como “conceptos” bajo los que “caen” los distintos tipos de conjuntos bien ordenados. Ante lo que se está ahora es frente a los “ordinales” de la teoría de conjuntos axiomática, a menudo denominados, en su honor, ordinales de von Neumann. Éstos no son otra cosa que conjuntos, cuya existencia viene garantizada en cada caso por los axiomas de la teoría, especialmente adecuados para representar al concepto de Cantor por las razones acabadas de indicar.

Todo lo anterior lo explicitó el propio von Neumann en una carta fechada en Budapest, a 15 de agosto de 1923, en la que informaba a Zermelo de las ideas que estaba desarrollando para su tesis. Bueno, para ser precisos para una de las dos tesis doctorales que presentaría en 1925. La otra en el campo de la ingeniería química, en la que se había graduado. En ella, después de exponer el objeto de su trabajo que se basa en los "fundamentos de la teoría de conjuntos" de Zermelo y señalar los puntos en los que se separa de él, indica los puntos que resultan "nuevos" siguientes:

1. *La teoría de los números ordinales (parte dos, capítulo dos).*
   He logrado establecer los números ordinales sobre la única base de los axiomas de la teoría de conjuntos. La idea básica es la siguiente: Cada número ordinal es el conjunto de todos los precedentes. De modo que (poniendo 0 para el conjunto vacío)
   0 = 0
   1 = {0},
   2 = {0, {0}},
   3 = {0, {0}, {0, {0}}},
   …………
   W = {0, {0}, {0, {0}}, {{0, {0}, {0, {0}}}, …},
   W+1 = {0, {0}, {0, {0}}, {{0, {0}, {0, {0}}}, …, {0, {0}, {0, {0}}}, {0, {0}, {0, {0}}}, …}},
   ……………..
   (Para los números positivos finitos, la regla dice pues: x+1 = x+{x}). Esta teoría tiene sentido también dentro de la "teoría de conjuntos ingenua". (Tratada ingenuamente, aparecerá pronto en la revista de la Universidad de Szegedin)[…].

Los otros dos puntos que aquí no se explican, completan la misiva.

Por otra parte, es fácil demostrar usando el "axioma" de pares, que si x es un ordinal entonces el conjunto $x \cup \{x\}$ es también un ordinal, que será designado por x+1. Por ejemplo, el ordinal 0 es simplemente el conjunto vacío Ø:

0 = Ø

$1 = \{\emptyset\} = \{0\}$

$2 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{0,1\}$

$3= \{\emptyset, \{\emptyset\},\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} = \{0,1,2\}$

$n+1 = \{0,1,2,\ldots,n\}$

En otras palabras, cada ordinal es el conjunto de los ordinales anteriores a él. También en el caso no finito:

$w = \mathbb{N}$

$w+1 = \{\mathbb{N},\{\mathbb{N}\}\} = \{w,\{w\}\}$

$w+2 = \{\mathbb{N},\{\mathbb{N}\}, \{\mathbb{N},\{\mathbb{N}\}\}\} = \{w, w+1\}$

…

De este modo aparecen los números ordinales en su versión ordinal 1 (uno): primero, 2(dos) segundo, 11(once) undécimo, 1999 (mil novecientos noventa y nueve) milésimo noningentésimo nonagésimonono… . Mención aparte merece el cero del que se carece de una denominación propiamente ordinal. Se suele empezar a contar a partir del uno, pero en matemáticas y también en la cronología, como puso de evidencia la polémica sobre el año de inicio del nuevo milenio, a veces resulta conveniente empezar contando por el cero. Entonces el cardinal del conjunto hay que obtenerlo sumando uno al último ordinal adjudicado a sus elementos. Esta carencia de un término apropiado para designar al ordinal cero es común a la mayoría de todos los idiomas. Hubo un torero Rafael Guerra, "Guerrita", quien preguntado por el escalafón de su profesión respondió: "dempués de mí, naide, y dempués de naide, el Fuentes". "Naide" o quizás mejor "naidero" podría muy bien designar el cero ordinal en español, de acuerdo con la propuesta de Antonio Córdoba (Córdoba, 2006).

El concepto de número es el más básico y fundamental en el mundo de las ciencias y, en particular, en el de la matemática. Sin embargo, una respuesta satisfactoria a lo que es un número sólo se alcanzó en 1884 por el fundador de la lógica matemática Gottlob Frege (Frege, 1884). Dicha respuesta permaneció incógnita hasta que Bertrand Russell, en su intento de fundamentar toda la matemática en términos del concepto de conjunto, redescubrió el concepto de número. Pero fue, como acaba de verse, von Neuman (von Neumann, 1923) quien propuso la, tal vez, más maravillosa y simple construcción de toda la matemática y de las ciencias: la definición de los números naturales en términos de conjuntos, ¡¡¡a partir del conjunto vacío{}!!!. En efecto, von Neumann propuso que todos los números podrían obtenerse a partir del conjunto vacío {},en notación conjuntista, Ø, mediante operaciones mentales como sigue:

Ø = { }

1 = {Ø} = {{ }}

2 = {Ø, 1} = {{ }, {{ }}}

3 = {0, 1, 2} = {{ }, {{ }}, {{ },{{ }}}}

4 = {0, 1, 2} = {{ },{{ }},{{ },{{ }}},{{ },{{ },{{ },{{ }}}}}

…

Esta construcción muestra, además, por qué, verbigracia 1 es menor que 2, o, en general, porque dados los números a y b, o $a<b$ o $b<a$. Este esquema tiene otras muchas propiedades. Sin embargo, el único defecto del esquema es que es un artificio de construcción y no dice qué es un número excepto en términos de la construcción. Por ejemplo, {} o Ø es el conjunto vacío, 1 el conjunto constando del conjunto vacío, 2 es el conjunto cuyos elementos son el conjunto vacío y el conjunto constando del conjunto vacío, y así sucesivamente. Esto lleva a que para entender el esquema habría que remitirse al concepto integrado en él; a saber, la teoría de conceptos de Frege. Y ello debería explicar por qué von Neumann eligió el conjunto vacío para representar el cero.

Esta construcción estándar de los números naturales en términos de conjuntos es elegante y potente. En efecto, para llevarla a cabo se comienza con el conjunto vacío Ø y se define el número natural n para que sea la cardinalidad del conjunto $S^n(Ø)$, siendo S(a) la función sucesor definida por S(a) = aU{a} para cada conjunto a, denotando el superíndice la composición repetida. Explícitamente:

1) $0 = S^0(Ø) = Ø$

2) $1 = S^1(Ø) = \{Ø\}$

3) $2 = S^2(Ø) = \{Ø,\{Ø\}\}$

4) $3 = S^3(Ø) = \{Ø,\{Ø\},\{Ø, \{Ø\}\}\}$

5) $4 = S^4(Ø) = \{Ø,\{Ø\},\{Ø, \{Ø\}\},\{Ø,\{Ø\},\{Ø,\{Ø\}\}\}\}$

…

Esta construcción es:

a) Elegante, pues sólo usa tres símbolos literales; a saber: {, Ø y }, e incluso con la simbología de von Neumann se reducirían a dos, los corchetes. Es decir, es de lo más simple y, en consecuencia, como es suficientemente expresiva, es elegante.

b) Potente, pues sólo usa la recursión simple S(a) = a∪{a} para construir infinitos números.

Hágase ahora una disgresión filosófica-metafísica de la construcción lógico matemática de von Neumann. De los tres elementos de la construcción Ø está definitivamente conectado con la vaciedad y la "nada", una característica muy básica del Universo. Los otros dos símbolos, los corchetes de apertura "{" y cierre "}", están, a su vez, a fin de cuentas conectados con las propiedades de consciencia, separación y clase. En un sentido, el primer paso de la creación es la consciencia, o el "reconocimiento de la vasta vaciedad del espacio". Tan pronto como esto sucede, la vaciedad se "separa" en "algo", lo que ha percibido la vaciedad, y la propia vaciedad. Tan pronto como se tienen dos cosas, se crea un límite, el tercer elemento. La secuencia es así:

1) Vacío: {}= Ø = 0
2) Dios: "Yo me percato de que existe el vacío" ({Ø } = 1).
3) Dios: "Por lo tanto, todo lo que existe, por ahora, es el "Vacío y Yo" ({Ø ,{ Ø }} = 2).

Nótese, sin embargo, que la cardinalidad del conjunto { Ø,{ Ø}} = 2, no está incluida en el Universo de Dios $(2 \notin \{0,1\})$; por consiguiente, ello implica una "existencia" separada de la de 0 y 1. Esta existencia/consciencia que corresponde a percibir 2, como un todo, o si se quiere la consciencia de que El 2 es "El Primogénito". A continuación, El "Primogénito", similarmente, reivindica lo siguiente: "Todo lo que existe, hasta ahora, es el Vacío, Dios, y Yo (Ø,{ Ø }, { Ø,{ Ø}} = 3). Pero, de nuevo, ¡la cardinalidad del último no está incluido en el Universo previo! Y lo mismo sucede con cada nueva cardinalidad. De este modo, una vez que Dios finaliza el paso 3 anterior, se produce una explosión o, por mejor decir, una reacción en cadena de existencias, la cual genera la primera jerarquía infinita en la existencia, el primer Big Bang; ¡La creación de los números naturales! ¡¡¡ Extraordinario!!! ¡¡¡ Fabuloso!!! ¡¡¡ Tremendo!!!.

A su vez, los números naturales se percatan de que su existencia implica la existencia de los negativos. De este modo se crean los enteros. Éstos, a su vez, se dan cuenta de que su existencia implica la existencia de los racionales y así sucesivamente, se van creando los irracionales, luego los reales, a continuación los complejos, los quaterniones, "octoniones", "sedeniones", espacios vectoriales, campos, álgebras, variedades, etc. Es decir, se establece la existencia de las matemáticas y su reino es sobre el que se asientan los demás reinos. El resto es historia. En resumen, de esta manera la construcción total está así, en última instancia, relacionada a tres números {0, 1, 2} y, por lo tanto, a la base 3 y el número 3. Por consiguiente, estos tres números o, si se quiere, el {1, 2, 3} forman el "arquetipo" sobre el que se basa la realidad. Es decir, si se denomina V al vacío, D a Dios y P al "Primogénito", la secuencia anterior se representa gráficamente mediante la figura III.2.

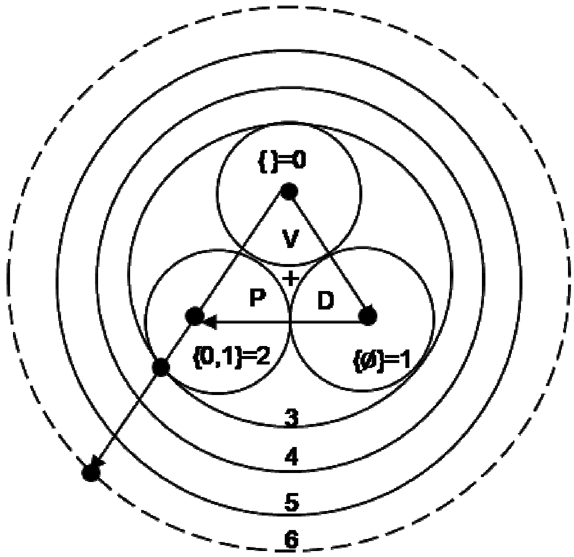

Figura III.2. Nacimiento Secuencial de Todo a partir de V:D=S(V), P=S(D), 3=S(P), 4=S(3), …

En suma, von Neumann propuso que todos los números podrían ser obtenidos por emergencia, en inglés "bootstrapped out", a partir del conjunto vacío mediante operaciones mentales, como sigue: La mente observa el conjunto vacío. El acto de observación de la mente provoca la aparición de otro conjunto: el conjunto de los conjuntos vacíos. El conjunto de los conjuntos vacíos, obviamente, no es vacío, porque contiene una "no cosa", el conjunto vacío. De este modo, la mente genera el número 1 al producir un conjunto conteniendo el conjunto vacío. Del hecho de que sólo dos cifras basten para representar todos los números en el sistema binario, Leibniz pretendió deducir la existencia de Dios. Parafraseando al Génesis, y a propósito del Sistema binario, del que se autoproclamó autor, escribió: "Ex nihilo unum omnia ducit" (Como se comentará en los resultados y es otra "aportación" de este trabajo, Leibniz "fusiló" inmisericorde a un español Caramuel). A continuación, la mente percibe el conjunto vacío y al conjunto que contiene al conjunto vacío y así hay dos "no cosas". Con ello la mente genera el número 2 a partir del vacío, y así sucesivamente. Con lo que es posible establecer lo siguiente:

A) Los números tienen causas. Son éstas los algoritmos que efectúan las operaciones sobre los conjuntos.

B) Los números tienen partes y aspectos. El número 1 se define como el conjunto que contiene al conjunto vacío y así sucesivamente.

C) Y en el análisis final el sistema de números enteros ha sido generado por el fuego de la mente sobre el vacío, en la completa ausencia de la necesidad de referirse a cualquier cosa material, o cosas, que están siendo contadas.

Los números no son fenómenos físicos y no necesitan hacer referencia alguna a sistemas físicos para su existencia. Pero sí son entidades inherentemente existentes de la realidad platónica. Los números son manifestaciones dependientemente relacionadas con el trabajo de la mente.

La irrazonable efectividad de las matemáticas en la ciencia y en la ingeniería era algo misterioso. De acuerdo con la visión fisicalista del mundo, la mente, incluyendo las mentes de los matemáticos, es un epifenómeno de la materia que ha evolucionado únicamente para asegurar la supervivencia del gen egoísta que la codifica. ¿Por qué debería este fenómeno de “alto nivel” tener tal acceso íntimo a fenómenos de “bajo nivel” tal como la física cuántica? Después de todo los dos niveles están, según cabe suponer, separados por meros bien entendidos, en algunos casos capas explicativas tales como: psicología evolutiva, neurología, biología celular, genética, biología molecular, o química.

Un aspecto interesante del fenómeno de la emergencia son las diferentes y distintas relaciones causales y organizativas que aparecen en los diferentes niveles de investigación. Por ejemplo, la ecología emerge de la biología, ésta lo hace de la química, que, a su vez, emerge de la física, que emerge de la matemática quien, por último, emerge de la mente contemplando el conjunto vacío. Cada nivel de investigación tiene sus propias relaciones explicatorias; sin embargo, si se comprueba cuidadosamente, no se añade nada extra procedente de la parte de los objetos. Todo es algorítmicamente comprensible sin resto, no hay ingredientes misteriosos añadidos cuando se progresa desde los niveles bajos a los más altos.

Si a esto se añade que, de acuerdo con el teorema de Lowenheim-Skolem, toda teoría basada en un lenguaje L; esto es, toda teoría axiomática, y las teorías científicas lo son, tiene un modelo numerable, ya está justificada la “armonía preestablecida” entre matemática y teorías científicas. Q.E.D.

Como corolario a lo que acaba de mostrarse y demostrarse, es claro que Leopoldo Kronecker (1823-1891) tenía parte de razón cuando, expresando su convicción, dijo en el libro 2 de "Jahresberichte der Deutschen Mathematiker Vercinigung" y cita Florian Cajori (Cajori, 1919): *Die ganze zahe schuf der liebe Gott, alles Übrige ist Menschenwerk*. En español: *Dios creó los números enteros, la humanidad hizo el resto*. Sin embargo, visto lo anterior, Kronecker empezó en el tercer escalón, saltándose la creación de los enteros a partir de los naturales y éstos a partir del vacío.

Y de este modo por decirlo con versos del escritor gallego, José Ángel Valente (Valente, 1999):

Y todas las cosas para llegar a ser se miran
En el vacío espejo de su nada.

O estos otros (Valente, 2000):

"Dijo Dios, sea la Nada.
Y alzó su mano derecha
Hasta ocultar la mirada.
Y la nada quedo hecha".

El poeta y matemático persa Omar Khayyam, de los siglos XI y XII, que resolvió por métodos geométricos la ecuación cúbica, en poesía con sus "Rubáiját" (plural de "robaí" estrofa de cuatro versos dodecasílabos, en la que libra el tercero y riman los otros tres), tan socorridos en otros ámbitos, también habla del vacío y la nada como sucede con el XXVI que dice (Khayyam, 1914):

"El mundo inabarcable: una mota de polvo en el vacío.
Toda la ciencia del hombre: palabras.
Los pueblos, las bestias y las flores de los siete climas: sombras.
El fruto de tu constante meditación: la nada."

O el XXXVIII:

"Sueño sobre la tierra. Sueño bajo la tierra.
Sobre la tierra y bajo la tierra, cuerpos que yacen.
Por doquier la nada. Desierto de la nada.
Seres que llegan seres que se van."

O este otro, el CIII:

"Esta es la única certeza: peones somos

De la misteriosa partida de ajedrez que juega Dios.

Nos mueve, nos detiene, nos levanta y nos arroja después,

Uno a uno, al abismo de la Nada."

De un modo similar se refiere a la proposición de Emily Dickinson en forma de versos:

"Yo no soy nadie.

¿Quién eres tú?.

¿Tampoco eres nadie?.

¡Ya somos dos!

III.3. CURRIFICACIÓN O SCHÖFINKELIZACIÓN

III.3.1. INTRODUCCIÓN

El término "currying" fue acuñado por Christopher Strachey en 1967, en honor del lógico y matemático Haskell Brooks Curry nacido el 12 de septiembre de 1900 en Millis, Massachusets y fallecido en State College, Pensilvania el 1 de Septiembre de 1982. Curry, que estudió en la Universidad de Harvard, recibió su grado de Doctor, en 1930, por la Universidad Götingen, en esa época el "Vaticano" de la Matemática, y cuyo director fue el Papa de la Matemática David Hilbert. Profesor en Harvard y Princeton, de 1929 a 1966 también lo fue de la Pensilvania State University. Finalmente, a partir de 1966, fue profesor de matemáticas en la Universidad van Amsterdam. Curry, en 1942, publicó la paradoja de su nombre, y en 1963, culminó sus enseñanzas en el área de la lógica matemática con la publicación de su libro: "Foundations of Mathematical Logic" (Curry, 1963). Sus preferencias en filosofía de la matemática fue el formalismo (Curry, 1951) siguiendo a su mentor Hilbert; sin embargo, sus escritos muestran una curiosidad filosófica sustancial y una mente muy abierta hacia el intuicionismo. La fama le sobrevino por sus trabajos sobre lógica combinatoria (Curry, 1958) (Curry, 1972) donde fundamenta la programación funcional. En efecto, durante su estancia en Göttingen, leyó la versión publicada de una lección dada por Moisés Schönfinkel, en 1920, en la que introducía la lógica combinatoria, lo que constituyó un acontecimiento decisivo para su carrera. Después de esto, trabajó en su tesis doctoral sobre programación lógica, tema que no abandonó en todo el resto de su vida y del que llegó a ser el fundador y más conspicuo representante. Pues bien, la lógica combinatoria es la base de la programación funcional. El poder y alcance de la lógica combinatoria es, bastante similar al del "*lambda calculus*" o "λ-cálculo" de Alonzo Church (Church, 1936), aunque éste último ha tenido más predicamento durante las últimas décadas.

Con todo, la importancia final de la "lógica-combinatoria", tal y como lo muestra este trabajo, aún está por dilucidar. Una visión comprehensiva sobre la misma la proporciona el libro a él dedicado que incluye un ensayo bibliográfico sobre Curry (Seldin, 1980). Con todo Curry tuvo antecesores: Frege y Schöfinkel.

Frege, en 1893, observó, por primera vez, que bastaba restringir la atención a funciones de un solo argumento. Por ejemplo, para cualquier función de dos parámetros f(x,y) hay una función de un parámetro f´ tal que f´(x) es una función que puede aplicarse a y para dar (f´(x))(y)=f(x,y). Esto se corresponde al bien conocido hecho de que los conjuntos $(A \times B \rightarrow C)$ y $(A \rightarrow (B \rightarrow C))$ son isomorfos, donde x representa el producto cartesiano y "→" es el espacio de la función. En otros términos, dada una función f del tipo $f(X \times Y) \rightarrow Z$, entonces "curryficarla" la convierte en una función "curry" $(f): X \rightarrow (Y \rightarrow Z)$. Es decir, "curry" (f) toma un argumento de tipo X y devuelve una función del tipo Y→Z. Intuitivamente, "curryficar" dice: "Si se fijan algunos argumentos, se obtiene una función de los restantes argumentos". Por ejemplo, si la función "div" representa la forma "curryficada" de la operación división x/y, entonces div con el parámetro x fijado en 1 es otra función: la misma que la función "inv" que devuelve el inverso multiplicativo de su argumento, definida por "inv(y)=1/y". La motivación práctica para la "curryficación" es que, muy frecuentemente, las funciones obtenidas por proporcionar algunos, pero no todos, los argumentos a una función "curryficada" es muy útil. La operación inversa de la "curryficación" se denomina, poco imaginativamente, "descurryficación" y funciona como sigue, dada la función:

"curryficar": $\big((a, b) \rightarrow c\big) \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow c)$

La inversa es:

"descurryficar": $(a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow ((a, b) \rightarrow c)$

Aparentemente, Frege no continuó su idea original. Pues fue Schöfinkel quien la retomó junto con el resultado de que todas las funciones que tienen que tratar con estructuras de funciones; es decir, los funcionales, pueden construirse con sólo dos "combinadores" básicos denominado K y S.

Moses Schönfinkel, cuyo nombre real en ruso con caracteres latinos es Moisei Isaievich Sheinfinkel, nació el 4 de septiembre de 1889 en Ekatenoslav, hoy Dnipropetrovsk, Ucrania y falleció en la época tenebrosa del estalinismo en Moscú el año 1942, sin que pueda precisarse el día. Este lógico y matemático judío-"soviético", esto último "malgré lui", estudió matemáticas con Samule Osipovich Shatunovskii (1859-1929), quien trabajaba en geometría y fundamentos de las matemáticas. De 1914 a 1924 trabajó en la Universidad de Göttingen con el grupo de David Hilbert. Justamente allí, y en una conferencia que impartió en 1920, Schönfinkel inventó la lógica combinatoria, posteriormente desarrollada y llevada a su máximo esplendor por Haskell Brooks Curry. Heinrich Behman revisó el texto de esta conferencia y la publicó en 1924. Él también introdujo la operación hoy denominada "curryficación", en honor de Curry (Schönfinkel, 1924). Schöfinkell no escribió nada más sobre lógica combinatoria, de modo que el total desarrollo subsiguiente fue trabajo de otros, especialmente Curry, De hecho, salvo un artículo publicado con un discípulo y colaborador de Hilbert, Paul Bernays en 1929, no volvió a publicar nada después de que Stalin hubiera consolidado su satrapía en 1929.

En suma que la "curryficación" fue inventada por Friedrich Ludwig Gottlob Frege y Moisés Schönfinkell y desarrollada por Haskell Brooks Curry, por eso algunos proponen que se denomine "Schöfinkelisation", en español "Schöfinkelización". La "curryficación" es una técnica que transforma una función que tiene múltiples argumentos en una función que tiene un solo argumento. Los otros ha sido especificados por el "curry". Es decir, el "curring" tiene su origen en el estudio matemático de funciones.

III.3.2. EL CONCEPTO DE FUNCIÓN.

III.3.2.1. Introducción.

Un lenguaje de programación funcional, como es el caso de Miranda, una marca registrada de Research Software Ltd., está "curryficado". Esto significa que se construyen objetos evaluados con funciones, en inglés "function-valued objets", por aplicar parcialmente funciones existentes antes que por usar explícitamente expresiones lambda. De hecho, Miranda fue desarrollado en 1985 por David Turner, en la Universidad de Kent. Posteriormente, emprendió, en 1987, el diseño de un nuevo lenguaje funcional que recibió el nombre de Haskell en honor del inventor de la "curryficación" Haskell B. Curry. Su desarrollo fue colectivo mediante un comité creado al efecto con ocasión del congreso internacional sobre "Funtional Programming and Computer Architecture, celebrado en Portland, Oregon, en 1987. En este lenguaje curryficado, cuando se escribe una definición tal como: $fxyz = \ldots$, se interpreta exactamente como una función de más alto-orden de justo un argumento x. El resultado de aplicar f a un argumento A_1, puede escribirse como fA_1, que es otra función, de nuevo de un solo argumento, en este caso y. El resultado de aplicar esta función a un ulterior argumento A_2, es aún otra función, esta vez de un único argumento z. Es decir, una aplicación completa de f se escribe como: $fA_1A_2A_3$ cuya lectura correcta es: $(((fA_1)A_2)A_3)$. Esta idea de tratar una función de n argumentos como una concatenación de n funciones de argumento único recibe el nombre de "curryficación" en honor del matemático que lo propuso en informática, Curry (Curry, 1958). Ahora bien, para llegar ahí Curry tuvo que recorrer un largo camino, cuyos hitos más importantes, en los que intervienen personajes como: Galileo, Newton, Leibniz,Bernouille Frege, Casteluovo, Kolmogorov, Schönfinkel, etc., que se van a considerar, aunque sintéticamente, a continuación.

III.3.2.2 El Concepto de Función: De Galileo a Frege.

Como lo señaló Morris Kline (Kline, 1992), del estudio del movimiento realizado por Galileo (1564-1642) obtuvieron las matemáticas un concepto fundamental, que fue central en prácticamente todo el trabajo de los dos siglos siguientes: el concepto de función o relación entre variables. En efecto, dicha noción se encuentra casi a lo largo de todo su libro "Dos Nuevas Ciencias" con el que se fundó la mecánica moderna (Galilei,1636). Muchas de las funciones introducidas a lo largo del siglo XVII fueron estudiadas en primer lugar como curvas. Así sucedió en los casos de Evangelista Torricelli (1608-1647) y Giles Persone de Roberval (1602-1675). Sin embargo, la distinción más explícita del concepto de función en el siglo XVII fue dada por James Gregory (1638-1675) en su obra "Vera Circuli et Hyperbolae Quadratura" de 1667. Allí y entonces, Gregory definió una función como "una cantidad que se obtiene de otras cantidades mediante un sucesión de operaciones algebraicas o mediante otra operación imaginable. Con esto se refería de paso al límite. Newton (1642-1727), desde 1665, en adelante, utilizó el término "fluent"; esto es, "fluyente", para representar cualquier relación entre variables (Newton 1736). Sin embargo, fue Leibniz quien en un manuscrito de 1673 utilizó por primera vez el término "función", en este caso para significar cualquier cantidad que varía de un punto a otro de una curva; verbigracia, la longitud de la tangente o de la ordenada. La curva misma se decía dada mediante una ecuación. Leibniz también introdujo los términos: "constante", "variable" y "parámetro", este último empleado en conexión con una familia de curvas (Leibniz, 1673). Años después, 1697, Jean Bernouille tratando con funciones hablaba de una cantidad formada de cualquier manera posible con variables y constantes. Con "cualquier manera" quería decir mediante expresiones algebraicas y transcendentes. Para dicha cantidad, en 1698, adoptó la frase de Leibniz, "función de x". Posteriormente, en 1714, en su "Historia", Leibniz utilizó el término función para significar cantidades que dependen de una variable.

No obstante, según un eminente geómetra italiano del pasado siglo Guido Casteluovo, en su obra "Le Origini del Calcolo Infinitesimale nellr'era Moderna", de 1938, ya en 1604, el también matemático italiano Luca Valerio ya había propuesto un concepto operativo de lo que había de ser un función. Es decir, noventa años antes que Leibniz, Valerio, en un estudio sobre un trabajo de Arquímedes había introducido "de facto" la noción de una clase bastante general de funciones continuas $f(x)$ en un intervalo cerrado y acotado $0 \leq x \leq 1$. Valerio, en sus propias palabras, postula que la función sea monótonamente creciente, desde un valor positivo para x = 0, hasta el valor 0 para x = 1, sin que haya que suponer nada más.

En lo concerniente a la notación, decir que Jean Bernouille escribía X o ξ para un función general de x, aunque en 1718 cambió a ϕx. A Leibniz esto le pareció bien, pero también propuso x^1 y x^2 para funciones de x utilizando el superíndice cuando se tratara con varias funciones de x. La notación actual fue introducida por Leonhad Euler (1707-1783) en 1734.

El concepto de función y su uso se extendió a partir de Euler a todos los campos de la ciencia; sin embargo, poco se aclaró respecto a su significado y, consecuentemente, sus definiciones, cuando se las examinaba con rigor, no tenían mucho sentido, pese a que parecía tenerlo, y además no concordaban con el modo en que se las utilizaba. A la pregunta ¿qué es una función? hasta la llegada de Frege, la respuesta más común era responder, como el matemático alemán Ernst Czuber, lo siguiente: *Si cada valor de la variable numérica x, que es un elemento del dominio de x, está unida por alguna relación fija a un cierto número y, entonces, generalmente, y, al igual que x, cae bajo la definición de una variable, y se dice que y es una función de la variable numérica x. La relación entre x e y se expresa por una ecuación que tiene la forma y=f(x)*. Esta respuesta fue pronto "masacrada" por Frege, quien era incisivo en sus ataques máxime cuando la posición atacada era indefendible. Éstas fueron sus palabras: *En seguida cabe reparar en el hecho de que un cierto número es denominado y, mientras que, por otra parte, al ser una variable, tendría que ser un número indeterminado. Por lo tanto, y no es ni un número determinado ni tampoco un número indeterminado; pero se coloca erróneamente al signo y en conexión con una clase de números, el dominio de la variable y, y luego se continúa hablando como si hubiera sólo un número en dicha clase. Sería más simple y más claro decir: "Con cada número de un dominio-x hay alguna relación fija, por lo cual ese número está unido a otro número, no necesariamente diferente. La clave de todos estos números resultantes será llamado el dominio-y". Con esto tenemos ciertamente un dominio-y, pero no tenemos ningún y del cual pueda decirse que era una función de la variable numérica x.*

Ahora bien, la limitación del rango no parece tener nada que ver con la cuestión de saber qué sea la función en sí. ¿Por qué no tomar como dominio a la clase de todos los números de la aritmética, o a la clase de todos los números complejos, de los cuales la primera clase es una parte? El punto esencial de la cuestión se encuentra en un lugar completamente distinto, que queda oculto a la vista por las palabras: "Unido por alguna relación fija". ¿Cuál es la prueba de que el número 5 está unido por alguna relación fija del número 4? La cuestión no puede ser respondida si de algún modo no se la completa. Con la explicación del señor Czuber parece como si, para cualesquiera dos números, se retomase desde un principio la decisión de que el primero está o no unido al segundo por esa relación. Afortunadamente Czuber continúa: "Mi definición no establece ninguna afirmación sobre la ley que controla la unión por esa relación; esta ley está expresada en su forma más general por la letra f, pero no hay límite en cuanto al número de modos diferentes en que tal ley puede ser fijada". La unión mediante una relación tiene, pues, lugar de acuerdo con alguna ley y es posible, mediante el ejercicio del pensamiento, que sean producidas diferentes leyes de este tipo. Pero ahora la frase "y es una función de x" no tiene sentido; es necesario que se la complete mediante la adición de la ley. Es éste un error de la definición. Y sin la menor duda la ley, que no está tenida en cuenta es esa definición, es verdaderamente la cuestión principal. Vemos ahora que lo que es variable, cambiante, se ha disipado por completo y en su lugar ha cobrado presencia lo general, y esto es lo que buscaba con la palabra "ley".

Y esto que dice Frege se ha convertido en norma de la actual concepción de la idea de función. Dicho esto, una función *f* es una regla referente a dos clases X e Y, recibiendo X el nombre de clase definitoria de *f*, e Y el dominio de *F*, y siendo producto de la regla de una clase de agrupamientos ordenados (x:y), donde x, a la que se denomina el "valor" de *f* para x, es aquella selección tomada de entre los elementos de Y que se efectúa de acuerdo con la regla; la clase de todas las selecciones y de Y recibe el nombre de clase de valores de *f*. Por ejemplo, si la clase definitoria de *f* es la clase X de todos los números 1, 2, 3, …, el dominio de f es esa misma clase y f es la regla: *Adjúntese a todo elemento x de x su doble, 2x*, entonces la clase de agrupamientos ordenados producidos por esta regla tiene como elementos a (1:2), (2:4), (3:6)…, de modo que la clase de valores de *f* tiene a 2, 4, 6, …, por elementos; y así, por poner otro ejemplo, la clase definitoria de f_1 es la clase X de todos los números -1, -2, -3, …, el dominio de f_1 es la clase de todos los números 1, 2, 3, …, y $f_1$es la regla: *Adjúntese a todo elemento x de X su cuadrado, x^2, entonces la clase de agrupamientos ordenados producida por esta regla tiene por elementos a (-1:1), (-2:4), (-3:9), …, y la clave de valores de f_1 tiene por elementos a 1, 4, 9,… .*

Por ejemplo, la expresión "$2x^2+1$" representa una función de x que tiene el valor 3 para el argumento 1, 9 para el argumento 2, y así sucesivamente. Pero Frege extendió este análisis a otras funciones que tomaban como argumentos objetos que no eran números. De este modo, la proposición "Julio César conquistó la Galia" podría descomponerse en "Julio César" y la expresión funcional "…conquistó la Galia". Esta última expresión es "insaturada" y cuando se rellena con un argumento produce una expresión con sentido completo, que es su "valor". Pero la oración anterior también puede descomponerse en "Julio César" y "La Galia", por un lado, y la expresión funcional de dos argumentos "…conquistó…" Hay, pues, expresiones funcionales que se completan o se saturan por "un solo argumento", "propiedades" y por "más de un argumento", "relaciones" cuya estructura gramatical oculta esta importante diferencia, esencial para dar cuenta de algunas inferencias. Frege aplicó este análisis tanto a las conectivas proposicionales como a las expresiones de generalidad. Por ejemplo, considérese la proposición "Todos los hombres son mortales"; Frege no la contempla como un compuesto de una expresión de sujeto "Todos los hombres" y otra de predicado "son mortales", sino como una "expresión funcional compleja de un lugar". *Si x es hombre (Hx) entonces x es mortal (Mx)*, que "satura" el cuantificador universal, una "función de segundo nivel", que se representaría ahora como _x(Hx_Mx). Del mismo modo, "Algunos físicos son cuánticos" se analiza como la expresión funcional compleja de un lugar "No es cierto que si x es físico (Fx) entonces x es cuántico (x)" que satura más una función de segundo nivel; esto es: x_(Fx_Cx) o, lo que es lo mismo, _x(Fx_Cx). Una vez liberado de la "tiranía que el lenguaje común ejerce sobre el pensamiento humano", Frege incrementó exponencialmente el "poder expresivo" de la lógica y fue capaz de formalizar de manera sistemática las proposiciones, esenciales en matemática, que incluyen cuantificación múltiple.

El proyecto de reducir la matemática a la lógica, el logicismo, presentaba dificultades instrumentales formidables. Por una parte, el lenguaje de la silogística aristotélica tenía "limitaciones" aparentemente insalvables. Por otra, según Frege, el lenguaje común no ofrecía garantías de seguridad para su tarea: las ambigüedades, equívocos y vaguedades que lo aquejaban "enmascaraban" el "contenido conceptual"; es decir, el soporte de las inferencias, de las oraciones. Para él la "Conceptografía" es un instrumento, semejante al microscopio, que permite desnudar las expresiones lingüísticas dejando a la vista los "contenidos conceptuales". Para explicar ese enmascaramiento usó un arma que resultó ser muy fructífera, se trata de la idea de que no debe darse por supuesto que las distinciones gramaticales son siempre pertinentes desde el punto de vista lógico. Así, en vez de analizar las proposiciones como compuestas de sujeto y predicado, al modo de los gramáticos o de los lógicos aristotélicos, propuso descomponerlas en “argumento” y “función”.

Sin embargo los fundamentos semánticos de la “Conceptografía” estaban aquejados de casi los mismos defectos que Frege imputaba a los matemáticos de su época: confusión conceptual. Argumentos y funciones son considerados por Frege como expresiones lingüísticas y los valores de éstas se identificaban unas veces con oraciones y otras, con su contenido conceptual. En “Función y Concepto” intentó atajar ese desorden separando nítidamente los “signos”; esto es, las “expresiones de argumentos” y las “expresiones funcionales”, y lo que esos signos “significan”, objetos y funciones. A su vez, el valor de la función “x conquistó la Galia” es también un objeto, si bien un “objeto lógico”, lo Verdadero, para el argumento Julio César, y lo Falso, para el argumento Calígula. Un concepto pasa a ser una función cuyo valor es siempre un valor de verdad; por ejemplo, la función “x conquistó la Galia” es un concepto, pero no lo es la función “la capital de x”, y las oraciones se consideran como “nombres propios” de objetos lógicos, valores de verdad. A su vez, las “conectivas lógicas” son también funciones que ponen en correspondencia valores de verdad con valores de verdad; verbigracia, la negación pone en correspondencia un valor de verdad con su contrario. Los “cuantificadores” son de nuevo funciones de segundo nivel que ponen en correspondencia conceptos simples o complejos con valores de verdad; así, “Todo es material” (_xMx) pone en correspondencia Mx con lo Verdadero si y sólo si Mx nombra lo Verdadero para todo argumento y con lo Falso si éste no es el caso.

Frege en el campo de la lógica propiamente dicha, generalizó el uso de variables, cuantificadores y funciones proposicionales y al proporcionar una fundamentación axiomática de la lógica, introdujo muchas distinciones que posteriormente adquirieron mucha importancia. Por ejemplo: La distinción entre el enunciado de una proposición y la afirmación de que es verdadera. La distinción entre un objeto x y el conjunto que contiene al elemento x solamente, y entre la pertenencia a un conjunto y la inclusión. Además utilizó variables y funciones proposicionales, indicando la cuantificación de sus funciones proposicionales; es decir, el dominio de la variable o variables para la que son verdaderas. También introdujo, en 1879, el concepto de implicación material: A implica B significa que o bien A es verdadera y B es verdadera, o A es falsa y B verdadera o A es falsa y B es falsa. Esta interpretación de la implicación es la conveniente para la lógica matemática. El punto débil del trabajo de Frege, lo puso en evidencia Russell cuando le señaló las paradojas de la teoría de conjuntos en los que se basaba su trabajo.

Pero Frege fue mucho más allá. En efecto, todos los que habían contribuido a construir la lógica simbólica hasta ese momento, George Boole (1815-1864), Augusto De Morgan (1806-1877), Charles Sanders Pierce (1839-1914), Ernst Schroeder (1841-1902), William Hamilton (1788-1856), William Stanley Jevons (1835-1932), etc., estaban interesados principalmente en la matematización de la lógica. Con la aparición de Gottlob Frege (1848-1925), la lógica matemática da un giro copérnicano y lo que se pretende es la "logización" de la matemática, o, mejor aún, la fundamentación de la aritmética y, por extensión, toda la matemática en la lógica. Frege, en 1879, publicó su "Conceptografía..." (Frege, 1879) un libro breve pero enormenmente innovador donde introduce un lenguaje formal y un cálculo lógico. Consciente de que todos los conectores lógicos $\wedge, \vee, \Rightarrow, \ldots$, son expresables a partir del condicional y la negación y de que la cuantificación existencial puede expresarse mediante negaciones y cuantificación universal, opta por un lenguaje generado por negación, condicional y cuantificación universal. Frege, ostenta la prioridad, frente a la escuela algebrista, de la predicación múltiple y de la cuantificación. Incluso permite la cuantificación de propiedades y relaciones, de modo y manera que presenta lo que actualmente se denomina la lógica de segundo orden. Una desventaja de su lenguaje formal estriba en que es bidimensional: la notación elegida para representar el condicional exige escribir de izquierda a derecha y de arriba abajo, de forma que una fórmula puede ocupar fácilmente toda una página. La otra gran novedad de la aportación de Frege es que no se limita a presentar un lenguaje en el que representar premisas y conclusiones de razonamientos, sino que, además, formula explícitamente un cálculo; es decir, un sistema de axiomas y reglas de inferencia, mediante el cual el proceso que conduce de las premisas a la conclusión se descompone en una serie de pasos elementales de cuya legitimidad no se puede dudar. Y aunque Frege no pudo demostrarlo, actualmente se sabe que este cálculo es completo en lo que respecta a la lógica proposicional y a la lógica de primer orden; esto es, no es necesario añadir ninguna nueva regla ni ningún axioma nuevo para dar cuenta de todos los argumentos válidos que se pueden representar en esos lenguajes.

Como ya se ha dicho, Frege hizo una analogía entre su lenguaje formal y el microscopio, afirmando que ambos deben usarse únicamente para el análisis de minúsculos detalles que pasan desapercibidos a simple vista. Y del mismo modo que el microscopio no sustituye al ojo sino que lo complementa, el lenguaje lógico formal no sustituye ni elimina el lenguaje en el que habitualmente se formulan los razonamientos. La necesidad de un análisis fino es, para Frege, especialmente acuciante en lo que respecta al lenguaje matemático. La obra de Frege se enmarca en la problemática de la fundamentación de la matemática y a este asunto dedicó dos libros y otros trabajos. Los libros son: “Los Fundamentos de la Aritmética” (Frege, 1884) y “Las Leyes Fundamentales de la Aritmética” en dos volúmenes (Frege, 1893) (Frege, 1903). El paso siguiente, se centra en la definición de un número cardinal que plasma en su trabajo de 1884, titulado: “Fundamentos de la Aritmética, un Ensayo Lógico-Matemático del Concepto de Número”. Y, por último, coronando su labor, los dos volúmenes de 1893 y 1903, de “Las Leyes Físicas de la Aritmética”. Y, en medio, y al final, ensayos de precisión como “Función y Concepto”, “Sobre Sentido y Referencia”, “Sobre Concepto y Objeto”, “¿Qué es una función?”, “Sobre la Lógica Matemática”, “Investigaciones Lógicas”, en varias entregas. Ensayos que suelen reunirse bajo la etiqueta de “escritos filosóficos o lógico-semánticos” (Frege, 1974). Es ahora, donde desarrolla sus más importantes y famosas ideas lógico-filosóficas y semánticas (Frege, 1892). Frege es un logicista y como tal pretende reducir la matemática a la lógica. De hecho, el proceso de fundamentación de la matemática ya estaba bastante avanzado. La geometría se reducía al análisis y éste, tras las sucesivas construcciones de los números complejos a partir de los reales, éstos de los racionales, que a su vez se obtenían de los enteros, los cuales, finalmente, procedían de los naturales, por su parte se reducía a la aritmética. Finalmente, quedaba pendiente, a partir de que Richard Dedekind y Giuseppe Peano habían aislado los principios que axiomatizaban la aritmética, la justificación de esos principios a partir de leyes lógicas. Para ello, necesitaban el lenguaje y el cálculo presentados en la “Conceptografía”.

Admitiendo, a partir de 1872, que todos los conceptos de la matemática pueden reducirse a los de la aritmética y los de ésta a los números naturales, Frege adoptó sobre sí la tarea de derivar estos últimos por medios estrictamente lógicos. Con ello lograría establecer que toda la matemática es reducible a la lógica. Para lo cual se propone dos objetivos:

1) Precisar que entiende por lógica y enumerar los conceptos lógicos con los que definir los auténticos.
2) Demostrar que los teoremas aritméticos son derivables de los principios lógicos mediante el único proceso válido, la deducción. Esto obliga a especificar cuáles son los primeros principios lógicos y cuáles son las reglas de inferencia.

A la vista de estos objetivos, Frege dará un primer paso: construir una lógica que le sea válida para su propósito, una lógica del pensamiento puro, alejada de la influencia de la gramática y del lenguaje habitual. Este primer paso, es el que se contiene en su obra “Conceptografía, un lenguaje de Fórmulas para el Pensamiento Puro Modelado en el Lenguaje de la Aritmética”. Es éste el primer tratado sistemático de la lógica matemática. No es, ni pretende ser, un mero simbolismo del lenguaje ordinario, o un cálculo, sino, como dice su título, una conceptografía que permite la traducción a signos que reflejen las relaciones entre los conceptos simbolizados mediante un manejo por reglas estrictamente específicas. Es un simbolismo apto para expresar el pensamiento puro. Señala Frege, en el prefacio de su "Conceptografía….", que existen dos tipos de juicios los analíticos y los sintéticos. Hasta aquí "Inmanuel Kant dixit". Pero Frege estima, frente a Kant, que los aritméticos son juicios analíticos, entendiendo por tales los que pueden derivarse, en forma estrictamente lógica, de las definiciones. No se tiene en cuenta, aquí, el contenido de dicho juicio sino su derivabilidad. Explica, a continuación, que la etapa inicial de su trabajo se centra en reducir el concepto de orden en una sucesión al de consecuencia lógica, para proceder, a partir de ahí, al concepto de número. Para realizar esta tarea encuentra el lenguaje ordinario inadecuado, y no sólo para esta labor. Por eso una actividad importante es la de liberar el espíritu humano de los errores que, en cuanto al concepto, presenta el lenguaje ordinario. En particular debe eliminarse la confusa terminología entre "sujeto" y "predicado" en beneficio de "argumento" y "función". Y esto es transcendental para esta tesis.

Para conseguir sus fines dedicó su atención y esfuerzo a construir un lenguaje de fórmulas, a semejanza del aritmético, pero que permitiera un análisis lógico del razonamiento matemático, del pensamiento puro. Más aún, aplicado en particular en su obra a la aritmética, es posible generalizarlo tanto a la geometría como a la física, y, en general, a cualquier ciencia. La "Conceptografía…" debe permitir pues, por un lado, el que sea un cálculo lógico, al estilo del "Cálculo Ratiotinador", más aún, una "Lingua Characteristica" preconizada por Leibniz, pero también que refleje el pensamiento puro y ello en el sentido de que el signo es inseparable pero consecuente al contenido que representa. Para Frege, y esto hay que subrayarlo, lo primero es el concepto; lo segundo, el signo con el cual se representa ese concepto. Para Frege, el hombre no crea los conceptos, los aprende; el hombre no crea sistemas matemáticos, sino que éstos preexisten conceptualmente al mismo. Es decir, los contenidos conceptuales puros son independientes a que el hombre los perciba, imagine o piense. En lógica y matemáticas lo que importa es el pensamiento puro, no la génesis del mismo.

Para la presentación de su sistema Frege eligió, tal y como se muestra en la figura III.3, un total de nueve axiomas, que junto a las cuatro reglas implican que dicho sistema de axiomas es completo, en el sentido de completud de sistemas formales posterior, para la lógica de predicados. La elección está presidida por el uso de cada una de las cuatro primitivas lógicas.

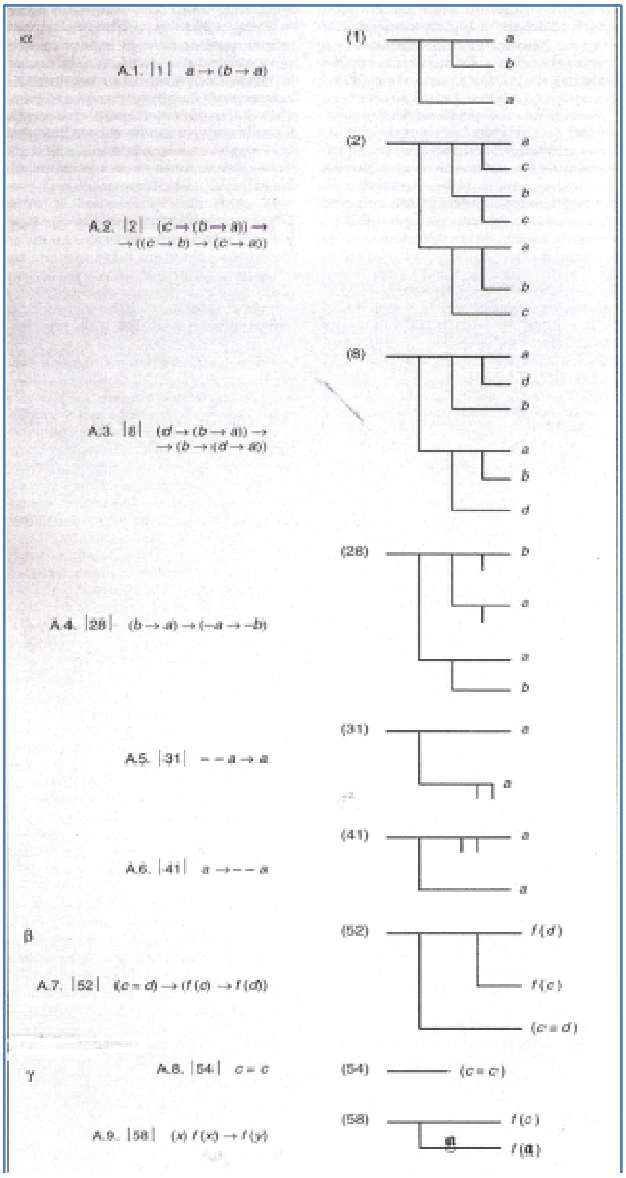

Figura III.3. Sistema de Frege

Como se ve en la figura III.3, en el apartado (α), se dan los axiomas que Frege establece, con su numeración, a la derecha, simbolizados en notación no fregeana, a la izquierda. Junto a las reglas de separación o "Modus Ponens" y la sustitución, estos axiomas constituyen un sistema completo para el cálculo proposicional. En (β) se dan los axiomas de identidad y, en, (γ) el de cuantificación.

Frege, para poder establecer la nueva constante lógica de generalidad, la cuantificación, pasa a elaborar lo que considera uno de los hallazgos fundamentales, el de función, concepto que adopta del quehacer matemático, así como la notación empleada, pero que estima de un carácter más general. Frege no analiza una proposición en términos de sujeto y predicado, sino en argumento y función. Sea, verbigracia, una expresión como "Pepe come hierba". Si en lugar de "Pepe", se pone "Paco", la expresión seguirá siendo válida. Se puede, pues, reemplazar el término “Pepe” por otros términos o, con generalidad, por un lugar vacío: “( ) como hierba”, y ello de tal manera que al cubrir ese espacio vacío por un término conveniente se tenga la expresión completa que podrá o no ser judicable. Y lo será cuando el término sea conveniente, en cuyo caso dicho término poseerá la propiedad de comer hierba. Todos aquellos términos que permitan cubrir el espacio vacío constituirán “argumentos”, mientras que la propiedad que los mismos poseen, la de “comer hierba”, constituye la “función” para tales argumentos. Si ahora se toma la expresión “Pepe ama a María”, en lugar de “Pepe” y “María” pueden colocarse otros términos por argumentos, por lo que la expresión general tendría dos espacios vacíos “( ) ama a ( )” y la función “ama a” será una función de dos argumentos; como “( ) es menor que ( )”. El proceso puede continuar generalizándose para obtener funciones pluriargumentales. Los espacios vacíos se representan por letras entre paréntesis, como indeterminadas, mientras que la propia función por la letra ϕ. Por ejemplo, ϕ(A) para la función de un argumento, y ϕ(A,B) para la de dos. Si al reemplazar “convenientemente” la(s) letra(s) entre paréntesis resulta que el contenido obtenido es capaz de convertirse en un juicio o aserción, entonces es que el argumento satisface la función; esto es, posee la propiedad determinada por la misma. Así “⊢ϕ(A,B)” puede leerse como “B está en la relación ϕ con A”. Si en una función de dos argumentos se intercambian entre sí, puede no tenerse una aserción y, de tenerse, puede no coincidir con el original.

1. |1| $a \to (b \to a)$ A.1.

2. |2| $(c \to (b \to a)) \to ((c \to b) \to (c \to a))$ A.2.

3. $(c \to (b \to a)) \to ((c \to b) \to (c \to a))) \to ((b \to a) \to ((c \to (b \to a)) \to ((c \to b) \to (c \to a)))$

   Por Sust. en A.1. a / $(c \to (b \to a)) \to ((c \to b) \to (c \to a))$; b / $b \to a$

4. |3| $(b \to a) \to ((c \to (b \to a)) \to ((c \to b) \to (c \to a)))$ M.P.2.3.

5. $((b \to a) \to ((c \to (b \to a)) \to ((c \to b) \to (c \to a)))) \to (((b \to a) \to (c \to (b \to a)))$

   $\to ((b \to a) \to ((c \to b) \to (c \to a))))$

   Sust. en A.2. a / $(c \to b) \to (c \to a)$; b / $c \to (b \to a)$; c / $b \to a$

6. |4| $((b \to a) \to (c \to (b \to a))) \to ((b \to a) \to ((c \to b) \to (c \to a)))$ M.P.4.5.

7. $(b \to a) \to (c \to (b \to a))$

   Sust. en A.1. a / $b \to a$; b / c

8. |5| $(b \to a) \to ((c \to b) \to (c \to a))$ M.P.6.7.

9. $(b \to a) \to ((d \to b) \to (d \to a))$

   Sust. en 8 c / d

10. $((b \to a) \to ((d \to b) \to (d \to a))) \to ((c \to (b \to a)) \to (c \to ((d \to b) \to (d \to a))))$

    Sust. en 8 a / $(d \to b) \to (d \to a)$; b / $b \to a$

11. |6| $(c \to (b \to a)) \to (c \to ((d \to b) \to (d \to a)))$ M.P.9.10.

12. $((b \to a) \to ((c \to b) \to (c \to a))) \to ((b \to a) \to ((d \to (c \to b)) \to (d \to (c \to a))))$

    Sust. en 11. a / $c \to a$; b / $c \to b$; c / $b \to a$

13. |7| $(b \to a) \to ((d \to (c \to b)) \to (d \to (c \to a)))$ M.P.8.12

Figura III.4. Primeras siete fórmulas demostradas por Frege en su Conceptografía.

Frege consideró, tal y como se muestra en la figura III.4, cuatro reglas, la explícita del "modus ponens" y la implícita de "sustitución" simultánea de variables proposicionales. Y otras dos para el cálculo de predicados. La tercera, es el paso de la expresión de la generalidad sin cuantificar a la expresión en cuantificador; es la que hoy se denomina "regla de generalización". La cuarta regla, la enunció Frege como sigue: "Es claro también que del esquema de la figura III.5, puede derivarse el esquema de la figura III.6.

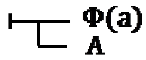

Figura III.5. Esquema inicial de la cuarta regla de Frege

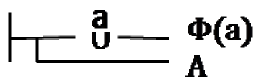

Figura III.6. Esquema final de la cuarta regla de Frege.

Si A es una expresión en la que no ocurre y si A ocupa únicamente posiciones en los lugares de argumento ϕ". Salvo el "modus ponens", las otras tres reglas no están establecidas como modos de inferencia, pero las mismas se justifican por medio exclusivo en cuanto al uso simbólico. Estas reglas unidas a los seis axiomas tres; es decir, el (1), (2) y (8), para la condicionalidad, a los que hay que añadir la negación (28) y los que regulan ambos conectivos, dados por (31) y (41), regulan el cálculo proposicional. Si a éstas se añaden dos leyes más para la identidad de contenido (52) y (54), siendo esta última la ley reflexiva de identidad mientras que la anterior expresa la ley de sustitución de la identidad. Es una expresión que manifiesta el carácter extensional de la ley de identidad en el sentido de que se pueden reemplazar dos variables de individuo entre sí en cualquier contexto sin variar el valor veritativo de las expresiones en que se intercambian. Es decir, todo lo que se predique de un símbolo, de un argumento, tiene que predicarse del símbolo, del argumento al que sea idéntico. Por último, Frege agregó una fórmula para regular la cuantificación que constituye su fórmula (58). De esta forma se permite excindir su sistema de varias capas que van superponiéndose: cálculo implicacional y afirmativo; cálculo proposicional; cálculo de predicados y lógica de primer orden. Este sistema es completo, pero como lo demostró Lukasiewiz, en 1930, la tercera ley de condicionalidad es consecuencia de las dos primeras. Por tanto, el sistema proposicional puede reducirse a sólo tres axiomas, siendo los dos primeros los de Frege y reemplazando los otros tres por el axioma: ⊢(a→b)→(-b→-a) escrito, claro está, en notación moderna.

III.3.3.3. Los Programas como Funciones.

Los programas, e incluso las partes de los programas, son funciones que transforman las entradas en salidas de modo que cualquier programa puede considerarse como una función, definida por el procedimiento que la ejecuta. Por lo tanto, los programas son funciones que afectan al estado del sistema. Y esto se produce por la sencilla razón de que las sentencias ejecutables operan sobre las variables y, de esta manera, cambian el estado. En general, toda sentencia ejecutable cambia el estado inicial de la sentencia; esto es, el estado anterior a su ejecución, hasta otro estado, el siguiente. Cuando este siguiente estado es el mismo que el anterior la sentencia no tiene efecto y es redundante. Naturalmente, los "segmentos de código" de un programa; o sea, cualquier sentencia o grupo de sentencias que afecten al estado, expresan "funciones parciales" en el sentido de que para cada estado inicial existe como máximo un estado final. No todos los estados iniciales pueden ser manipulados por todos los segmentos de código. Por ejemplo, la sentencia 1/x no puede tratarse si x=0. Sin embargo, si el estado inicial puede ser tratado por el segmento de código, y si el segmento de código no tropieza con un bucle infinito, entonces el estado inicial es determinista. Si hay dos segmentos de código A y B que se ejecuten en sucesión el resultado se denomina "concatenación" de A y B. En realidad, la "concatenación" es una composición de funciones. En efecto, sea x el estado inicial de la concatenación A.B; esto es, el estado antes de ejecutar A. Por definición, el estado después de haber ejecutado A es A(x), y éste es el estado antes de ejecutar B. Dado que B(y) es el estado final de B, dado el estado final y, y puesto que es y = A(x), esto significa que el estado final A.B es B(A(x)). De este modo, A.B = B∘A.

Cuando una función *f*(x) se utiliza estrictamente para definir la imagen correspondiente al argumento x, que es un solo valor se usa la notación del "λ-cálculo" o "cálculo lambda". Técnicamente, pues las funciones expresadas en "λ-cálculo" sólo pueden tener un argumento. Por consiguiente, para traducir una función de varias variables o argumentos al "λ-cálculo", se crean funciones en las cuales el rango consta de funciones. Por ejemplo, considérese la expresión x^2+y. Para cada y dada, se puede utilizar esta expresión para encontrar una función para x; o sea, λx. (x^2+y). Por consiguiente, se puede considerar la nueva función $f = \{(y. \lambda x. (x^2 + y))\}$, que tiene un único argumento y, y la imagen para una y dada es $\lambda x. (x^2 + y)$. Así cuando aparecen funciones de dos argumentos del tipo: $f: (x_1 \times x_2) \to Y$, se modelan en el “λ-cálculo” como una función de X_1 en el rango $X_2 \rightarrow Y$; es decir, tales funciones tienen el tipo:

$$f: X_1 \rightarrow (X_2 \rightarrow Y)$$

Esta transformación puede fácilmente extenderse a funciones de n argumentos. Con lo que definitivamente se está tratando con funcionales o funciones de funciones de funciones, y así sucesivamente.

III.4.LÓGICA COMBINATORIA

La lógica combinatoria fue originalmente propuesta como una “prelógica”, que debería clarificar el papel de las variables cuantificadas en lógica, esencialmente por eliminarlas. Otra forma de eliminar las variables cuantificadas es la “lógica de predicados functores” de Quine (Quine, 1960). En tanto que el poder expresivo de la lógica combinatoria típicamente excede al de la lógica de primer orden, el poder expresivo de la “lógica de predicados functores” es idéntico al de la lógica de predicados. La “lógica combinatoria” trata pues de eliminar la necesidad de variables en lógica matemática. Más recientemente, se ha utilizado en CS como un modelo teórico de computación y, sobre todo, como la base para el diseño de lenguajes de programación funcional. Está basada en “combinadores”. Un combinador es un función de alto orden o grado que, por definir un resultado a partir de sus argumentos, únicamente usa la aplicación de funciones y combinadores definidos previamente.

En CS, la lógica combinatoria se usa como un modelo simplificado de computación, utilizado en teoría de la computabilidad y teoría de prueba. A pesar de su simplicidad, la lógica combinatoria captura muchas características esenciales de la computación. La “lógica combinatoria” puede verse como una variante del “lambda cálculo”, en el cual las expresiones lambda, representando abstracciones funcionales, se reemplazan por un conjunto limitado de “combinadores”, funciones primitivas de las cuales están ausentes las variables libres. Es fácil transformar expresiones en expresiones de combinadores, y la reducción de un combinador es mucho más simple que la reducción lambda. Por consiguiente, se ha usado la “lógica combinatoria” para modelizar algunos lenguajes de programación funcional y hardware. La forma más pura de esta visión es el lenguaje de programación de interés teórico “Unlambda” cuyas únicas primitivas son los combinadores S y K aumentado con caracteres de entrada/salida.

III.4.1. EL “λ-CÁLCULO”.

La lógica combinatoria es un modelo de computación equivalente al cálculo lambda (Church, 1936), pero sin la abstracción. La ventaja de esto es que evaluar expresiones en el cálculo lambda es bastante complicado debido a que debe especificarse la semántica de la sustitución con mucho cuidado para evitar problemas de captura de variables. Por el contrario, la evaluación de expresiones en la lógica combinatoria es mucho más sencilla pues no existe la noción de sustitución, sin perder la potencia computacional del lambda-cálculo. Como se sabe, el lambda cálculo es computacionalmente equivalente en poder a muchos modelos posibles de computación, incluida la máquina de Turing o las funciones recursivas. Es decir, cualquier cálculo que pueda realizarse en cualquiera de esos otros modelos puede expresarse en el cálculo lambda y viceversa. Como de acuerdo con la tesis Church-Turing (Copeland, 1996), el cálculo lambda puede expresar cualquier posible computación, la lógica combinatoria también. Y si es, tal vez, sorprendente este hecho, de que el lambda cálculo pueda representar cualquier combinación posible usando sólo las nociones simples de función de abstracción y aplicación basándose en la sencilla sustitución textual de términos por variables, más notable resulta aún que incluso no es necesaria la abstracción como se ve en la lógica combinatoria.

En efecto, el cálculo lambda está concernido con objetos denominados “términos lambda”, que son cadenas de símbolos de uno de los tipos siguientes:

a) v
b) $\lambda v.E_1$
c) $(E_1\ E_2)$

Siendo V es un nombre de variable derivado a partir de un conjunto infinito predefinido de nombres de variables, y E1 y E2 son “términos lambda”. Finalmente, los términos de la forma (b); o sea, λv.E1, se denominan “abstracciones”. La variable v se llama parámetro formal de la abstracción y E1 el “cuerpo” de dicha abstracción. El término λv.E1 representa la función que, aplicada a un argumento, liga el parámetro formal v al argumento y luego computa el valor resultante de E1; esto es, retorna E1, con cada toda ocurrencia de v reemplazada por el argumento. Los términos de la forma (c); o sea (E1 E2) se denominan “aplicaciones”, que modelan la llamada invocación o ejecución a la función: la función representada por E1 es invocada con E2, como su argumento, y el resultado es computado. Si E_1, a veces llamado el “aplicando”, es una abstracción, el término puede “reducirse”; es decir, el argumento, puede sustituirse en el cuerpo de E1 en lugar del parámetro formal de E1, y el resultado es un nuevo término lambda que es “equivalente” a la vieja. Si un término lambda no contiene subtérminos de la forma (λv.E1E2) que no puede reducirse, se dice que está en forma normal. La expresión $\mathrm{E}[\mathrm{v} \coloneqq \mathrm{a}]$ representa el resultado de tomar el término E y reemplazar todas las ocurrencias libres de v con a. Así se escribe $(\lambda\mathrm{v.\,Ea}) \Rightarrow \mathrm{E}[\mathrm{v} \coloneqq \mathrm{a}]$. Por convención se toma (abcd…z) por (...(((ab)c)d)…z); es decir, una aplicación asociativa por la izquierda. El motivo de esta definición de “reducción” es que captura el comportamiento esencial de todas las funciones matemáticas. Por ejemplo, considérese la función que computa el cuadrado de un número. Se puede escribir: El cuadrado de 3 es 3*3; usando “*” para indicar la multiplicación, y siendo x el parámetro formal de la función para evaluar el cuadrado, para un argumento particular, en este caso 3, se lo inserta en la función en lugar del parámetro formal de modo que queda: el cuadrado de 3 es 3*3. Para evaluar la expresión resultante 3*3, hay que recurrir al conocimiento que se tiene de la multiplicación y del número 3. Ya que cualquier computación es simplemente una composición de la evaluación de funciones deseables sobre argumentos primitivos deseables. Este sencillo principio de sustitución basta para capturar el mecanismo esencial de la computación. Más aún, en el cálculo lambda, nociones tales como “3” y “*” pueden representarse sin necesidad alguna de definir externamente operadores primitivos o constantes. Es posible identificar términos en el “lambda-cálculo”, que, cuando se interpretan adecuadamente, se comportan como el número 3 y como el operador multiplicador.

III.4.2. CÁLCULO COMBINATORIO.

Dado que la abstracción es la única manera de fabricar funciones en el “cálculo lambda”, algo debe reemplazarlo en el cálculo combinatorio. En lugar de la abstracción, el cálculo combinatorio proporciona un conjunto limitado de funciones primitivas a partir de las cuales pueden construirse otras funciones. Los elementos del cálculo combinatorio son:

A) Términos combinatorios. Un término combinatorio tiene una de las siguientes formas:

   a) x
   b) P
   c) (E_1E_2).

   Donde: x es una variable, P una de las funciones primitivas, y $(\mathrm{E_1E_2})$ es la aplicación de los términos combinatorios E_1 y E_2. Las funciones primitivas son ellas mismas “combinadores”, o funciones que, cuando se ven como términos lambda, no contienen variables libres. Para acortar las notaciones, una convención general es que ($E_1E_2E_3…E_n$), o incluso $E_1E_2E_3…E_n$, denota el término (…((E_1E_2)E_3)…E_n). Ésta es la misma convención general que la aplicación múltiple en el "lambda cálculo". En lógica combinatoria, cada "combinador" primitivo viene con una regla de reducción de la forma: ($Px_1…x_n$)=E, donde E es un término mencionando sólo variables del conjunto $x_1…x_n$. Es justamente de esta manera como los "combinadores" primitivos se comportan como funciones.

B) Combinadores **I**, **K** y **S**.

El ejemplo más sencillo de "combinador" es el "combinador" identidad, **I**, definido por: (**I**x) = x, para todos los términos x. Otro "combinador" simple es **K**, que fabrica funciones constantes: (**K**x) es la función que para cualquier argumento, devuelve x, así para ((**K**x)y) = x para todos los términos x e y. O, siguiendo la convención de aplicación múltiple, (**K**xy) = x. Un tercer combinador es **S**, que es una versión generalizada de la aplicación: (**S**xyz) = (xz(yz)). **S** aplica x a y después de primero sustituir z en cada uno de ellos. En otros términos, x se aplica a y dentro del entorno z. Ahora bien, dados **S** y **K**, el propio **I** es superfluo, ya que puede construirse a partir de ellos como sigue:

((**SKK**)x)
=(**SKK**x)
=(**K**x(**K**x))
=x

para cualquier término x. Notése que aunque **(SKK)**x = (**I**x) para cualquier x, el propio (**SKK**) no es igual a **I**. Se dice que los términos son extensionalmente equivalentes. La igualdad extensional captura la noción matemática de la igualdad de funciones que dice: dos funciones son "iguales" si siempre producen los mismos resultados para los mismos argumentos. Por el contrario, los propios términos, junto con la reducción de "combinadores" primitivos, captura la noción de "igualdad intensional" de funciones. Aquí dos funciones son "iguales" sólo si tienen idénticas implementaciones respecto a la expansión de "combinadores" primitivos cuando éstos se aplican a bastantes argumentos. Hay muchas formas de implementar una función identidad, (**SKK**) e **I** están entre ellas. (**SKS**) es también otra. Se usará la palabra "equivalente" para indicar la igualdad extensional, reservando "igual" para términos combinatorios idénticos. Otro “combinador” muy interesante es el **Y**, o “combinador” de punto fijo, que puede usarse para implementar la “recursión”.

C) Transformación T: Conversión de términos λambda en combinadores.

Es, “prima facie” al menos, sorpendente el hecho de que **S** y **K** puedan componerse para producir “combinadores” que son extensionalmente iguales a “cualquier” término lambda, y, por lo tanto, por la tesis de Church-Turing, a cualquier función computable. Para probarlo, se va a presentar una transformación, T[ ], que convierte un término lambda arbitrario en un “combinador” equivalente. T[ ] puede definirse como sigue:

1. $T[x] \Rightarrow x$
2. $T[(E_1E_2)] \Rightarrow (T[E_1]\ T[E_2])$
3. $T[\lambda x.E] \Rightarrow (\mathbf{K}T[E])$ (si x no está libre en E)
4. $T[\lambda x.x] \Rightarrow \mathbf{I}$
5. $T[\lambda x.\lambda y.E] \Rightarrow T[\lambda x.T[\lambda y.E]]$ (si x está libre en E)
6. $T[\lambda x.(E_1E_2)] \Rightarrow (\mathbf{S}T[\lambda x.E_1]T[\lambda x.E_2])$

Este proceso también se conoce como “eliminación de la abstracción”. Ahora hay que convertir un término lambda en un término “combinatorio” equivalente. Por ejemplo, convertir el término lambda λx.λy.(yx) en un combinador:

$T[\lambda x.\lambda y(yx)]$	
$= T[\lambda x.T[\lambda y.(yx)]]$	(por 5)
$= T[\lambda x.(\mathbf{S}T[\lambda y.y]T[\lambda y.x])]$	(por 6)
$= T[\lambda x.(\mathbf{SI}T[\lambda y.x])]$	(por 4)
$= T[\lambda x.(\mathbf{SI}(\mathbf{K}x))]$	(por 3 y 1)
$= (\mathbf{S}T[\lambda x.(\mathbf{SI})]T[\lambda x.(\mathbf{K}x)])$	(por 6)
$= (\mathbf{S}(\mathbf{K}(\mathbf{SI}))T[\lambda x.(\mathbf{K}x)])$	(por3)
$= (\mathbf{S}(\mathbf{K}(\mathbf{SI}))(\mathbf{S}T[\lambda x.\mathbf{K}]T[\lambda x.x]))$	(por 6)
$= (\mathbf{S}(\mathbf{K}(\mathbf{SI}))(\mathbf{S}(\mathbf{KK})T[\lambda x.x]))$	(por 3)
$= (\mathbf{S}(\mathbf{K}(\mathbf{SI}))(\mathbf{S}(\mathbf{KK})\mathbf{I}))$	(por 4)

Si se aplica este “combinador” a cualquiera dos términos x e y, se reduce como sigue:

$(\mathbf{S}(\mathbf{K}(\mathbf{SI}))(\mathbf{S}(\mathbf{KK})\mathbf{I})xy)$
$= (\mathbf{K}(\mathbf{SI})x(\mathbf{S}(\mathbf{KK})\mathbf{I}x)y)$
$= (\mathbf{SI}(\mathbf{S}(\mathbf{KK})\mathbf{I}x)y)$
$= (\mathbf{I}y(\mathbf{S}(\mathbf{KK})\mathbf{I}xy))$
$= (y(\mathbf{S}(\mathbf{KK})\mathbf{I}xy))$

$= (y(\mathbf{KK}x(\mathbf{I}x)y))$
$= (y(\mathbf{K}(\mathbf{I}x)y))$
$= (y(\mathbf{I}x))$
$= (yx)$

La representación combinatoria (**S**(**K**(**SI**))(**S**(**KK**)**I**)) es mucho más larga que la representación en un término lambda, λx. λy.(yx). Esto es normal. En general, la construcción T[ ] puede expandir un término lambda de tamaño n en un término combinatorio de tamaño θ (3^n). Sin embargo, la transformación T[ ] viene motivada por el deseo de eliminar la abstracción. Dos casos especiales, las reglas 3 y 4 son triviales: λx.x es claramente equivalente a **I**, y λx.E es claramente equivalente a (**K**T[E]) Si x no aparece libre en E. Las dos primeras reglas también son simples: Variables convertidas en ellas mismas, y aplicaciones, que están permitidas en términos "combinatorios", se convierten en "combinadores" simplemente por convertir el aplicando y el argumento en "combinadores". Son las reglas 5 y 6 las interesantes. La 5 dice simplemente que para convertir una abstracción compleja en un combinador, primero se debe convertir su cuerpo en un "combinador", y luego eliminar la abstracción. La regla 6 realmente elimina la abstracción.

$\lambda x.(E_1E_2)$ es una función que toma un argumento, tal como a, y lo sustituye en un término lambda (E_1E_2) en lugar de x, produciendo $(E_1E_2)[x:=a]$. Pero sustituir a en (E_1E_2) en lugar de x es justo lo mismo que sustituirla en ambos E_1 y E_2, así

$$(E_1E_2)[x:=a] = (E_1[x:=a]\ E_2[x:=a])$$
$$(\lambda x.(E_1E_2)a) = ((\lambda x.E_1a)(\ \lambda x.E_2a))$$
$$= (\mathbf{S}\ \lambda x.E_1\ \lambda x.E_2a)$$
$$= ((\mathbf{S}\ \lambda x.E_1\ \lambda x.E_2)a)$$

Por la igualdad extensional,

$$\lambda x.(E_1E_2) = (\mathbf{S}\ \lambda x.E_1\ \lambda x.E_2)$$

Por lo tanto, para encontrar un combinador equivalente a $\lambda x.(E_1E_2)$, es suficiente encontrar un combinador equivalente a $(\mathbf{S}\ \lambda x.E_1\ \lambda x.E_2)$ y

$$(\mathbf{S}\ T[\lambda x.E_1]\ T\ [\lambda x.E_2])$$

evidentemente cumple las condiciones. E_1 y E_2 cada una contienen estrictamente menos aplicaciones que (E_1E_2), así la recursión debe terminar en un término lambda sin ninguna aplicación en absoluto, o una variable, o un término de la forma λx.E.

D) Simplificaciones de la Transformación.

Los combinadores generados por la transformación T[ ] pueden hacerse menores si se toma en cuenta la regla de "reducción-η".

T[λx.(Ex)]=T[E] (si x no está libre en E)

λx.(Ex) es la función que toma un argumento, x, y aplica la función E a ella; esto es extensionalmente igual a la propia función E. Es por lo tanto suficiente para convertir E a forma combinatoria. Teniendo en cuenta esta simplificación, el ejemplo anterior se convierte en:

T[λx. λy.(yx)]

= …

= (**S**(**K**(**SI**)) T[λx.(**K**x)])

= (**S**(**K**(**SI**)) **K**) (por "reducción- η")

Este combinador es equivalente al anterior, más largo:

(**S**(**K**(**SI**)) **K**xy)

= (**K**(**SI**) x(**K**x)y)

= (**SI**(**K**x)y)

= (**I** y(**K**xy))

= (y(**K**xy))

= (yx)

Similarmente, la versión original de la transfromación T[ ] transforma la función identidad λf.λx.(fx) en (**S**(**S**(**KS**)(**S**(**KK**)**I**))(**KI**)). Con la regla de "reducción- η", λf.λx.(fx) se transforma en **I**.

Hay bases de un punto a partir de las cuales cada “combinador” puede ser compuesto extensionalmente igual a cualquier término lambda. El ejemplo más simple de una tal base es {**X**} donde:

$$\mathbf{X} \equiv \lambda x.((x\mathbf{S})\mathbf{K})$$

No es difícil verificar que:

$$\mathbf{X}(\mathbf{X}(\mathbf{X}\mathbf{X})) =^{\eta\beta} \mathbf{K} \quad \text{y} \quad \mathbf{X}(\mathbf{X}(\mathbf{X}(\mathbf{X}\mathbf{X}))) =^{\eta\beta} \mathbf{S}.$$

Dado que {**K**, **S**} es una base, de ello se sigue que {**X**} también es una base. Otro ejemplo simple de una base de un punto es:

$$\mathbf{X'} \equiv \lambda x.(x\mathbf{KSK}) \text{ con } (\mathbf{X'}\,\mathbf{X'}\,)\mathbf{X'}) =^{\eta\beta} \mathbf{K} \quad \text{y} \quad \mathbf{X'}(\mathbf{X'}\,\mathbf{X'}) =^{\beta} \mathbf{S}$$

X’ no necesita η-contracción a fin de producir **K** y **S**. **X** es una base de un punto en **CL**+ext pero no en **CL** sin extensionalidad. **X**’ lo es en ambos.

Adicionalmente, a **S** y **K** el artículo de Schönfinkel incluyó otros dos “combinadores” que ahora se denominan **B** y **C**, con las reducciones siguientes:

$((\mathbf{C}abc) = (abc) \quad \text{y} \quad (\mathbf{B}abc) = (a(bc)))$

Y también explicó cómo, a su vez, pueden expresarse usando sólo **S** y **K**. Estos “combinadores” son extremadamente útiles cuando se trasladan lógica de predicados o cálculo lambda en una expresión “combinador”. Ellos también fueron usados por Curry y posteriormente por David Turner, cuyo nombre se ha asociado con su uso computacional. Usándolos, se pueden extender las reglas por la transformación como sigue:

1. $T[x] \Rightarrow x$
2. $T[(E_1E_2)] \Rightarrow (T[E_1]T[E_2])$
3. $T[\lambda x.E] \Rightarrow (\mathbf{K}T[E])$ (si x no está libre en E)
4. $T[\lambda x.x] \Rightarrow \mathbf{I}$
5. $T[\lambda x.\lambda y.E] \Rightarrow T[\lambda x.T[\lambda y.E]]$ (Si x está libre en E)
6. $T[\lambda x.(E_1E_2)] \Rightarrow (\mathbf{S}T[\lambda x.E_1]T[\lambda x.E_2])$ (Si x está libre en E_1 y E_2)

7. $T[\lambda x.(E_1E_2)] \Rightarrow (\mathbf{C}T[\lambda x.E_1]T[E_2])$ (Si x está libre en E_1 pero no en E_2)

8. $T[\lambda x.(E_1E_2)] \Rightarrow (\mathbf{B}T[E_1]T[\lambda x.E_2])$ (Si x está libre en E_2 pero no en E_1)

Usando los “combinadores” **B** y **C** la transformación de λx.λy.(yx) queda como sigue:

T[λx.λy.(yx)]

= T[λx.T[λy.(yx)]]

= T[λx.(**C**T[λy.y]x)] (por la regla 7)

= T[λx.(**CI**x)]

= (**CI**) (η-reducción)

= **C**$_*$ (notación canónica tradicional: **x**$_*$**=XI**)

= **I’** (notación canónica tradicional: **X`= CX**)

Y verdaderamente, (**CI**xy) se reduce a (yx):

(**CI**xy)

= (**I**yx)

= (yx)

La motivación aquí es que **B** y **C** son versiones limitadas de **S**. Mientras que **S** toma un valor y lo sustituye tanto en el aplicando como en su argumento antes de ejecutar la aplicación, **C** efectúa la sustitución sólo en el aplicando y **B** sólo en el argumento.

Los nombres modernos para los “combinadores” proceden de la tesis doctoral de Curry. Schönfinkel en su artículo original, denominaba, respectivamente, **S**, **C**, **I**, **Z** y **T**, a lo que hoy se denomina **S**, **K**, **I**, **B**, **C**.

La conversión L[ ] de términos combinatorios a términos lambda es trivial:

L[**I**] = λx.x

L[**K**] = λx. λy.x

L[**C**] = λx. λy. λz.(xzy)

L[**B**] = λx. λy. λz.(x(yz))

$L[\mathbf{S}] = \lambda x.\ \lambda y.\ \lambda z.(xz(yz))$

$L[(E_1E_2)] = (L[E_1]\ \ L[E_2])$

Sin embargo, hay que señalar que esta transformación no es la transformación inversa de cualquiera de las versiones de T[ ] que se han visto.

Finalmente, indicar que una forma "normal" es cualquier término "combinatorio" en el cual los "combinadores" primitivos que aparecen, si alguno, no se aplican a suficientes argumentos como para ser simplificados. Es indecidible saber si un término "combinatorio" general tiene una forma "normal"; si dos términos "combinatorios" son equivalentes, etc. Esto es equivalente a la indecibilidad del problema correspondiente para los términos lambda. Hay, sin embargo, una prueba directa de ello: en primer lugar, obsérvese que el término **Ω** = (**SII**(**SII**)) no tiene forma normal, porque se reduce a sí mismo después de tres pasos como sigue:

(**SII**(**SII**)) = (**I**(**SII**)(**I**(**SII**))) = (**SII**(**I**(**SII**))) = (**SII**(**SII**))

Y claramente ningún otro orden de reducción puede hacer la expresión más corta. Supóngase ahora que **N** es un "combinador" para detectar formas normales, tal que

(**N**x)⇒**T**, si x tiene una forma normal; y **F** en otro caso.

Donde **T** y **F** representan verdadero y falso, $\lambda x.\ \lambda y.x$ y $\lambda x.\ \lambda y.y$, transformados en lógica combinatoria. Las versiones combinatorias son **T** = **K** y **F** = (**KI**).

Sea ahora Z = (**C**(**C**(**BN**(**SII**)) **Ω**)**I**).

Considérese, a continuación, el término (**SII**Z). ¿Tiene dicho término forma normal? La tiene si y sólo si también la tiene:

(**SII**Z) = (**I**Z(**I**Z)) = (Z(**I**Z)) = (ZZ) = (**C**(**C**(**BN**(**SII**)) **Ω**)**I**Z) (definición de Z)

= (**C**(**BN**(**SII**) **Ω**Z**I**)) = (**BN**(**SII**)Z **ΩI**) = (**N**(**SII**Z) **ΩI**)

Ahora se necesita aplicar **N** a (**SII**Z) que dice si tiene forma normal o no. Si tiene forma normal entonces se reduce como sigue: (**N**(**SII**Z) **ΩI**) = (**K ΩI**) (definición de **N**), lo que significa que la forma normal de (**SII**Z) es simplemente **Ω**, pero **Ω** no tiene una forma normal, de modo que se produce una contradicción. Pero si (**SII**Z) no tiene una forma normal, lo anterior se reduce como sigue: (**N**(**SII**Z) **ΩI**) = (**KI ΩI**) (definición de **N** = (**II**) = **I**), lo que significa que la forma normal de (**SII**Z) es simplemente **I**, otra contradicción. Por lo tanto el hipotético “combinador” forma-normal **N** no puede existir (Wikipedia, 2008).

III.5. TEORÍAS VERSUS TECNOLOGÍAS

Para Couffignal (Couffignal, 1969), una clasificación cuyas clases tienen definiciones que se implican entre sí constituye una teoría. Las teorías se establecen de una de las dos formas siguientes:

A) A partir de seres cuyas características han sido observadas e identificadas se construyen clases cada vez más “abstractas”, o, “generales”, dentro de las cuales se dan cabida a estos seres. A estas teorías se las denomina como ya se ha dicho el el capítulo II, “empíricas” y son parecidas a las clasificaciones de los naturalistas y tienen como fundamento modelos mentales elementales constituidos por seres naturales; es decir, no creados por el hombre. Éste es el esquema de modelización científico o “galileano”.
B) Partiendo de una definición abstracta de la clase, se construyen subclases añadiendo, a la definición de esta clase, propiedades arbitrariamente escogidas con la única condición de que no existan contradicciones. Estas teorías reciben el calificativo de axiomáticas. Son parecidas a teorías matemáticas o lógicas y tienen por fundamento modelos mentales (“dialécticos”) de seres inventados por el hombre. Éste es el esquema de modelización lógico o “tarskiano”.

Los atributos que hay que añadir a la comprehensión de una clase de seres para obtener la comprehensión de una subclase, constituyen lo que se denomina “tecnología” de dicha subclase en relación con la clases considerada. Normalmente, no se considera más que una sola clasificación y se define la tecnología de una subclase en relación con la clase más abstracta posible. De esta forma, el término tecnología se emplea en sentido absoluto.

En la construcción de una teoría, las propiedades “tecnológicas” de un ser no se tienen en cuenta al considerarlo como perteneciente a una clase determinada, ya que dichas propiedades no se deducen de la definición de la clase considerada. En consecuencia, se puede afirmar que un razonamiento deductivo no puede descubrir las propiedades “tecnológicas” que han sido ignoradas en la elaboración de la teoría. Por ejemplo, la teoría de la resistencia de materiales, que sirven para el cálculo de la construcción de un puente, supone que el terreno sobre el cual se va a apoyar el puente es perfectamente rígido e infinitamente resistente, dejando de lado las propiedades del terreno propias de su naturaleza físico-química. Por lo tanto, el cálculo de un puente concreto, por métodos de resistencia de materiales no puede incluir estas propiedades y tenerlas en cuenta. Por eso se puede afirmar que las teorías deductivas, que se encuentran en la casi totalidad de las teorías científicas, representan muy imperfectamente los fenómenos observados. De aquí que para salvaguardar el armazón de razonamientos que constituye una teoría sea necesario, o bien no tener en cuenta los conceptos que no sean explicables para la teoría, lo que sucedió con el "arrastre del éter por la materia", o atribuyéndole a los seres, sometidos a observación, propiedades que no poseen para permitir su inclusión dentro de la teoría. Esto sucedió con el "éter", hasta que lo desterró Einstein. Una teoría es, pues, un "edificio" o construcción mental establecida a partir de fenómenos observados, pero que no constituye una imagen absolutamente fiel de dichos fenómenos.

Las diversas clases en las que se categorizan los seres naturales constituyen entes nuevos a los que se les atribuye un símbolo. En una teoría axiomática, las clases son resultado de razonamientos deductivos, y se les atribuye asimismo un símbolo. Cuando se trata de razonamientos cuyas hipótesis son símbolos o modelos mentales de seres naturales, es más cómodo preferir símbolos que hagan referencia a las hipótesis. De esta forma, estos símbolos evocan, al usarlos, "patrones" considerados iguales que los de los seres naturales. Estos patrones constituyen una "reificación" de la definición de los símbolos. Por ejemplo, habiendo verificado que todos los gases, en condiciones normales verifican de una forma aproximada $PV = RT$, en donde P, V y T son respectivamente, la presión, el volumen y la temperatura del gas, y R una constante universal, se denomina "gas perfecto" al ente físico que verifica "exactamente" la ley $PV = RT$. El término "gas perfecto" evoca el "patrón" corresponde al de un ser existente en la realidad, y constituye una "reificación" de la fórmula $PV = RT$.

Una "reificación" consiste, entonces, en añadir a un resultado teórico una "tecnología" inventada. No obstante, el ser de esta forma inventado puede no existir físicamente. Por lo tanto, es necesario distinguir entre la "existencia física o real", que es la de un ser cuyos atributos de definición son observables por los medios físicos conocidos y la existencia "ficticia", que se puede atribuir a un ser cuyos atributos de definición no son contradictorios con las leyes conocidas y aceptadas que se aplican a los seres naturales. Así, pues, una "reificación" de una teoría pasa de la existencia ficticia o mental a la existencia física a través de una "comprobación experimental". Habitualmente las ciencias usan "reificaciones" que sólo poseen existencia ficticia. Tal sucede con los entes o conceptos definidos como “causas” de los fenómenos físicos. Por ejemplo, el calor causa de las variaciones de temperatura; las fuerzas, causa de las variaciones de la velocidad; la luz, causa de los fenómenos ópticos, etc., una prueba de esto es que, verbigracia, en 1955, Denis Gabor presentó una teoría óptica en la cual no intervenía para nada la “sustancia” comúnmente llamada luz. Estas “causas” consideradas por las ciencias naturales quedan definidas por atributos comunes a un conjunto de seres de existencia física, capaces de actuar, por ejemplo, en el caso del calor sobre un termómetro. Esta acción se expresa diciendo que, salvo en caso de un cambio de estado, una aportación de calor a un cuerpo implica una elevación de su temperatura. No obstante, hay que tener en cuenta que termodinámicamente, el paso del calor de un cuerpo a otro sólo es posible si existe una diferencia de temperatura entre los dos. Es más se considera corrientemente el calor como una energía en tránsito “debida” al gradiente térmico. En cualquier caso, la implicación aparece, pues, como la expresión “dialéctica” de la relación entre causa y efecto.

Olvidar que, a efectos praxeológicos y de realización práctica, una teoría por si sola; es decir, sin la tecnología adecuada para una correcta reificación, puede tener resultados indeseados, incluso dramáticos. En efecto, una teoría ofrece un conjunto o serie de modelos que se deducen unos de otros, se tienen también todos los atributos eliminados para construir los modelos, que pertenecen al campo de predicados de los seres en cuestión. Para un ser dado, los atributos que hay que añadir a su modelo para reconstruir el original, es la “tecnología” de ese modelo. Un ejemplo dramático, ocurrido hace años en Francia, muestra la importancia de la tecnología. En una mina hubo necesidad de construir un ascensor para subir hombres y productos de su interior. Se hizo normalmente, tal y como se muestra en la figura III.7(a), con un árbol y un manguito sobre el cual se encontraba el tambor del ascensor: Primera fase del razonamiento. Después se aplicó el cálculo a la determinación del diámetro del árbol, segunda fase del razonamiento. A continuación, se construyó el original con esos datos, lo que corresponde a la tercera fase. Finalmente, se comprobó, tras distintas pruebas, que el ascensor podía soportar toda la carga que se le pondría y mucha más. De ahí se concluyó que los cálculos eran correctos y que el ascensor aguantaría sin problemas; es decir, el estudio “científico” del ascensor era perfecto. Pero sucedió la tragedia. Unos años después, de funcionar con toda normalidad, el ascensor se rompió y once mineros cayeron a 250 metros de profundidad y murieron. ¿Qué pasó? Sencillamente, que faltaba un punto de tecnología. En efecto, en una construcción mecánica nunca hay que dejar un ángulo entrante agudo. La experiencia enseña y la tecnología corrobora que los ángulos entrantes son un peligro de ruptura y, tal y como se muestra en la figura III.7 (b), deben ser sustituidos por caretos. El ingeniero que realizó el proyecto del ascensor conocía perfectamente la mecánica racional, la elasticidad, la resistencia de materiales, pero ignoraba o se olvidó de ese aspecto tecnológico de que no se hace nunca un ángulo entrante.

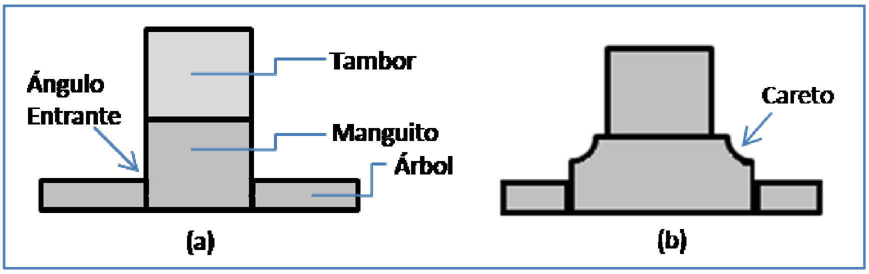

Figura III.7. Importancia de la Tecnología.

Es éste un buen ejemplo, además de que cuando se razonaba sobre un modelo, abstracto, en relación con el original hay que pensar y tener en cuenta toda la tecnología que se quedó en el tintero. Sin contar, por supuesto, con que muchas veces, al hacer la abstracción con el agua sucia también se arroja el niño pequeño. Esto lleva a plantearse la cuestión siguiente: Cuando se tiene un modelo verificado, un ser ficticio que se espera que exista en la realidad ¿Qué se le pide? Sencillamente, que sea admisible en cierto grado. Se pide que le modelo transformado pueda interpretarse. Es decir, en este estadio, basta con ser admisible, pues se tiene sólo un ser admisible y no todavía un ser real o, cuando menos, un ser cuya existencia se ha comprobado. Es un ser teórico, sin experiencia o, mejor, experimentación que lo avale. Por eso, una futura línea de trabajo, será el integrar toda la tecnología de desarrollo software existente, dentro de la teoría propuesta.

CAPÍTULO IV: TEORÍA PROPUESTA

IV.1.METODOLOGÍA PROPUESTA.

IV.1.1.DEFINICIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Cuando uno observa la abundante bibliografía existente para la solución de problemas se encuentra con que todas empiezan, explícita o implícitamente, con el paso conocido como "identificación del problema"(Polya, 1945) (De Bono, 1970) (Wickelgren, 1974) (Deutsch, 1998) (Marinoff, 2000), …, pero curiosamente ninguna define, peor aún ni siquiera describe, lo que es un problema. Por eso aquí, siguiendo a Juan Pazos (Pazos, 1987), se va a, primero, describir y luego definir formalmente qué se entiende por problema. Para empezar decir que todo el mundo sabe o cree saber qué es un problema, sobre todo cuando se le presenta uno; es decir, cuando ya le viene dado. La cosa es más peliaguda cuando de lo que se trata, y eso es lo importante de, adelantándose a los acontecimientos, identificar situaciones, que si no se toman medidas, inexorablemente acabarán convirtiéndose en problemas. Es decir, se trata más de prevenir que de curar.

Dicho lo cual, quizás sea una cuestión a la vez superflua y marginal, el preguntarse qué es un problema, por la sencilla razón de que todo el mundo sabe lo que es un problema, sobre todo cuando se le presenta uno. Sin embargo, no es asunto baladí el definir de modo preciso lo que se entiende por problema en general. En cualquier caso, el dar una definición de problema es importante como paso previo para obtener una solución al mismo.

Una persona se enfrenta a un problema cuando desea algo y no conoce inmediatamente qué acción, o serie de acciones, debe ejecutar para conseguirlo. El objetivo deseado puede ser algo muy tangible, tal como una manzana para comer, o abstracto, como sucede en la demostración de un teorema. Puede ser un objetivo físico o un conjunto de símbolos. Las acciones implicadas en la obtención de los objetos deseados, incluyen acciones físicas, actividades perceptuales y actividades puramente "mentales", como juicios de similaridad, recuerdos y otras. Es decir, tener alguna idea de en qué consiste realmente un problema, es lo mismo que especificar cuáles son las condiciones para que exista un problema y cuáles son sus componentes. Estas condiciones, en su caso más simple, son:

1. Debe existir al menos un "individuo", hombre o máquina la cuestión en principio es irrelevante, dentro de un marco de referencia o medio ambiente, a quien se le pueda

atribuir el problema. Este marco de referencia, viene definido por las variables incontrolables.

2. El individuo debe tener por lo menos, dos cursos de acción alternativos; es decir, debe poder efectuar una selección del comportamiento. Un curso de acción se define por uno o más valores, cualitativos o cuantitativos, de las variables controlables.

3. Cuando menos tienen que existir dos resultados posibles de su selección, uno de los cuales debe tener mayor aceptación que el otro. Es decir, debe haber como mínimo un resultado que él quiera, o sea, un objetivo o meta.

4. La selección de cualquiera de las soluciones debe repercutir de una manera diferente en los objetivos del sistema; es decir, existe una eficiencia y, o, efectividad asociadas con cada solución que, obviamente, deben ser diferentes.

5. El individuo tiene un problema únicamente si ignora cuál es el mejor curso de acción y desea conocerlo. Además, debe tener dudas respecto a la solución.

En resumen, se puede decir que un individuo tiene un problema, si él quiere algo, tiene formas alternativas de perseguir ese algo, pero con distintas eficiencias para conseguirlo, y duda acerca del mejor curso de acción a tomar.

Ciertamente, las situaciones problemáticas pueden ser mucho más complejas que la que se acaba de describir. En efecto, es fácil ver cómo dicha complejidad puede aumentar por una combinación de las siguientes condiciones.

1. El problema, en vez de recaer en el individuo, atañe a un grupo.

2. El entorno, o marco de referencia, donde se encuentra el grupo, cambia de forma dinámica de modo que afecta a la efectividad de los cursos de acción, o de los valores de los resultados.

3. El número de cursos de acción alternativos puede ser muy grande, aunque finito.

4. Del mismo modo, el número de metas también puede ser muy grande y, adicionalmente, dichas metas pueden no ser necesariamente consistentes.

5. Las alternativas, pueden ser ejecutadas por otro grupo ajeno, aunque no independiente del problema.

6. Los efectos de la decisión tomada por el grupo, afectan a otros grupos cuya reacción puede ser favorable o desfavorable.

En otros términos, un problema no está cabalmente definido o no es digno de consideración formal, a menos que cumpla las condiciones siguientes:

A) Estar expresado en una terminología claramente entendible para el potencial solucionador del problema.

B) La forma y notación para la solución debe estar convenida.

C) Identificación de los datos relevantes sobre los que puede basarse una solución.

D) Convención acerca de alguna de las unidades sobre la validez o aceptabilidad de las soluciones propuestas.

Aunque estas características son naturales a cualquier proceso de solución de problemas con computador, con frecuencia se ignoran fácilmente en situaciones de resolución de problemas humanos informales. Una razón importante del uso de los computadores para ayudar a las personas a solucionar problemas, estriba precisamente en que el proceso de describir el problema al computador obliga al hombre a dotar al problema de las características anteriores y, en consecuencia, a clarificar su propio pensamiento "difuso". El uso de la GC, permitió, como muestra esta tesis, definir cabalmente el problema y, lo que es más importante, dilucidar su posibilidad o no de solución, previamente, su factibilidad y, eventualmente, una propuesta efectiva de solución.

IV.2. CARACTERÍSTICAS DE UNA TEORÍA EN CS.

La razón de ser de esta teoría es la información. En primer término, hay que señalar que, al contrario de lo que ocurre con las ciencias tradicionales, la información, como lo señaló Wiener, no es ni materia ni energía. En segundo lugar, hay que enfatizar que la información es una abstracción que sólo adquiere realidad cuando tiene una representación física. En tercer lugar, es imposible considerar la información sin tener en cuenta los dispositivos, tanto naturales como artificiales, que la procesan. Finalmente, está el asunto de la gradualidad, la información puede presentarse como un simple dato o como una compleja ontología. Todos estos puntos se explican más detenidamente a continuación.

Antes de pasar a describir los elementos que aquí se proponen como fundamento de una teoría en CS, es necesario considerar las características y peculiaridades que tiene la CS, para que dicha teoría esté bien arraigada y asentada en la realidad y no en meras especulaciones carentes de base. Dicho lo anterior, lo primero que hay que señalar es que la CS es una nueva ciencia y, en consecuencia, es trascendental entender adecuadamente su naturaleza y carácter. Como lo señaló Hartmanis (Hartmanis, 1993): el fracaso de la informática en acomodarla a los métodos habituales de las ciencias de la naturaleza viene dado de ese carácter especial que la conforma haciendo que la teoría y los experimentos en informática sean peculiares y jueguen un papel considerablemente distinto. Lo que actualmente se consideran "teorías" informáticas no compiten entre sí acerca de cual explica mejor la naturaleza de la información. Ni se desarrollan nuevas teorías para reconciliar la "teoría" existente con los resultados experimentales que revelan anomalías inexplicadas o nuevos o inesperados fenómenos. De hecho, en informática no existen hasta el presente experimentos cruciales que decidan acerca de la validez de las "teorías" existentes, entre otras cosas porque dichas teorías no existen. Esto tiene, entre otras, una consecuencia, al menos a primera vista, indeseable desde el punto de vista científico y, sin embargo, importante, cual es que los avances en informática son, con frecuencia, validados y documentados mediante "demostraciones" (demos) antes que mediante experimentos cruciales como en las ciencias duras o demostraciones formales como en lógica y, o, matemáticas. Y es papel de las "demos" mostrar la posibilidad o capacidad de lo que se pensaba que era importante o no factible, de modo que influencian y condicionan la agenda y dirección de la investigación en informática, lo que está lejos de ser satisfactorio desde el punto de vista del rigor científico. Esto lleva a considerar las características que hacen tan peculiar esta nueva ciencia y que, de forma sucinta, son las siguientes:

A) El Objeto de Estudio: La Información y sus Procesos. El objeto de estudio de la CS no es, contra lo que habitualmente se piensa, ni exclusiva ni principalmente, las computadoras, sino la información y sus estructuras, y los procesos que actúan sobre ella. Dichas estructuras y procesos son ubicuos en la naturaleza, de modo que aparecen tanto en los cerebros de los animales, y en particular de los seres humanos, como en los procesos genéticos, y más concretamente en el ADN. Y, de forma no natural, la información se procesa en las computadoras. Lo trascendental aquí es que el objeto de estudio: la información, que es la razón de ser de la CS, no es, como ocurre en las ciencias tradicionales, y señaló Wiener, ni materia ni energía, aunque, como lo indicó David Chalmers, siguiendo a Wheeler (Horgan, 1994), la información es una propiedad de la realidad tan esencial como la materia y la energía. Es decir, la CS está concernida, por una parte, con el tema abstracto de la información, que adquiere realidad sólo cuando tiene una representación física y, por otro, con los dispositivos y sistemas, tanto hardware como software, artificiales; esto es, hechos por el ser humano que procesan dichas representaciones. Su meta es dotar a esos dispositivos de procesamiento de tanto comportamiento inteligente como sea posible. En consecuencia, una teoría completa debe abarcar tanto la CS como el ADN o el Cerebro, y cualquier otro sistema, tanto natural como artificial, que generase o maneje información.

B) Escalabilidad. Gradualidad. Además de complejos, muchos productos software son enormes. En los desarrollos software, como por otra parte en muchos otros campos de la vida, lo cuantitativo afecta a lo cualitativo. Parte de la habilidad de un buen profesional estriba en saber que técnicas aumentarán ("scale up") sólo porque el tamaño no fue planificado. Con frecuencia, un "gran" sistema, es justo un pequeño sistema que creció.

De lo anterior se colige que una de las características peculiares, tal vez la más importante, de la CS es la inmensa diferencia de escala de los fenómenos que trata. Dicha escala va desde unos pocos datos y programas que afectan a los problemas individuales habituales hasta los billones de operaciones por segundo en los distintos sistemas operativos, compiladores y lenguajes en que se describen los problemas, pasando por los millones de datos y registros de los grandes sistemas de información que abordan tanto problemas de gestión como científicos. En este último aspecto, cabe destacar el uso de sistemas informáticos para demostración de conjeturas matemáticas a un nivel similar a la prueba del último teorema de Fermat. El caso paradigmático en este aspecto es la demostración de la conjetura de Kepler, que algunos la consideraban como la mejor candidata para reemplazar al último teorema de Fermat como el mayor enigma actual sin resolver en matemáticas (Singh, 1998). A lo que la doctoranda añade la hipótesis de Riemann, sin duda el gran desafío.

C) Prometeo versus Epimeteo. La potencia, "exponencialmente" creciente, de las computadoras hace que en la consideración de información y su proceso, la gente tienda a comportarse más como Epimeteo que, como sería lo correcto, como Prometeo. La mitología griega (Seeman, 1958) cuenta que en Grecia había dos hermanos: Prometeo, el que primero piensa y luego actúa y Epimeteo, quien primero actuaba y luego pensaba. Si el primero fue castigado por los dioses por robarle el fuego del conocimiento, el segundo castigó a la humanidad al regalarle Pandora la famosa caja de la que, cuando imprudentemente la abrió, salieron de ella todos los males. Asustado ante tanto estropicio, ignorantemente, cerró la caja cuando lo que quedaba en ella era justamente lo único bueno: la esperanza. La moraleja es que, como ha demostrado la historia de la ciencia, en CS lo que a primera vista parece lo más adecuado, muchas veces resulta no ser así. El caso de los primeros intentos de emular a los pájaros para volar es ejemplar al respecto y hubo que esperar a las leyes de Bernouille para poder desarrollar la aerodinámica.

D) Abstracción (Meyer, 2001). Es la herramienta intelectual clave y en concreto consiste en la capacidad para separar lo esencial de lo auxiliar, para ver la idea que preside sobre la realidad y que inicialmente puede estar oculta. Básicamente, el análisis capaz de hacer abstracciones; es aquel, capaz de abandonar el plano del sentido común, de las cualidades sensibles, de la experiencia inmediata. La modelización informática de la realidad compleja ha creado un espacio, cada día más relevante para la "tercera vía del método científico", un enfoque intermedio entre el procedimiento teórico y el experimental. Y es ahí justamente donde nace lo que el premio Nobel Ken Wilson dio en llamar "Ciencia Computacional" o, por mejor decir, ciencias y disciplinas computacionales; verbigracia: la matemática computacional, la física computacional, la química computacional, la biología computacional, la geología computacional, la medicina computacional, etc. Todas ellas trabajan con modelos, matemáticos y, o, informales e informáticos abstractos: no con moléculas, sino con modelos de moléculas, no con la economía nacional, sino con un montón de matrices y ecuaciones, no con un operador humano, sino con un modelo de coordinación vasomotora, no con Pistol Star, la mayor luminaria de la Vía Lactea, una estrella supuestamente nacida hace tres millones de años, que sólo se ve con el telescopio espacial Hubble, tal como era hace tres millones de años ya que dista de nosotros $3x10^6$ años-luz; sino con unas señales recibidas por el Hubble y unas ecuaciones computacionales. En el laboratorio, el centro de "experimentación" es el computador. La realidad ya no es material o no exclusivamente material, pues lo virtual es igual de real actualmente que lo material. El informático tienen que generar muchos niveles de abstracción para tratar con los problemas que le conciernen y crear herramientas intelectuales para conceptuar, diseñar, controlar, programar y razonar acerca de las creaciones humanas más complicadas, y todo ello realizado con una precisión sin precedentes. Los sistemas hardware subyacentes con el que se efectúan las computaciones son máquinas universales y, por lo tanto, son sistemas caóticos en el sentido de que el más mínimo cambio en sus instrucciones puede originar arbitrariamente diferencias enormes en los resultados obtenidos. Ésta, como es bien conocido, es una propiedad inherente a los sistemas de cómputo universales cuya teoría hace claro que cualquier incremento de universalidad impone un precio muy alto. La precisión, teniendo en cuenta las exigencias de dicha condición caótica, se consigue mediante sucesivas capas de abstracción, implementadas alrededor de las máquinas universales, que ayudan a enfrentar los muchos órdenes de magnitud en la escala de distintos fenómenos que aborden los problemas informáticos.

Dada la confusión existente entre abstracción y generalización, se va a dar aquí un ejemplo de ambas procedente de la literatura; más en concreto, de la novela de Miguel de Unamuno (Unamuno, 1969) Niebla, que aclaran la cuestión. En dicha novela, el amigo del protagonista, Víctor, le explica a éste, Augusto, la diferencia: *No; verás, verás si logro explicártelo. Tú estabas enamorado, sin saberlo, por supuesto, de la mujer, del abstracto, no de ésta ni de aquella; al ver a Eugenia, ese abstracto se concretó y la mujer se hizo una mujer y te enamoraste de ella, y ahora vas de ella, sin dejarla, a casi todas las mujeres, y te enamoras de la colectividad, del género. Has pasado, pues, de lo abstracto a lo concreto, y de lo concreto a lo genérico, de la mujer a una mujer y de una mujer a las mujeres.*

E) Distinción entre especificación e implementación Meyer (Meyer, 2001). Este problema es único al software porque trata con entidades virtuales, etéreas. Nadie confundiría un puente con el dibujo del puente o un automóvil con el plano de un automóvil. Uno no coloca el dibujo en el agua, ni conduce y se mueve con el plano. Pero en software la distinción, con frecuencia, está lejos de estar tan clara. A diferencia de lo que sucede en el cuadro de Magritte, uno se arriesga en software, constantemente, a confundir la pipa con la pintura de la pipa. Aprender a centrarse sobre el asunto real es parte de lo que se necesita para llegar a ser un profesional del software. Mantener esta distinción correctamente es el pan de cada día de las discusiones software.

- *¡Esto es sólo un detalle de implementación!*
- *No, realmente forma parte de lo que se quiere hacer.*
- *¡No, es sólo una manera de hacerlo!*
- *¡Muestra otra!*

- *¡No importa que no se vea otra en este momento, alguien lo hará!*

F) Recurrencia. La cuestión no estriba, en absoluto, en usar rutinas recurrentes; eso no es más que una técnica. Lo importante es dominar el modo general de razonamiento y diseño que define un concepto por aplicar su propia definición a alguna de sus partes. Al principio es complicado, pero una vez que se ha aprendido a usar la recursión adecuadamente, se ha ganado una potente herramienta intelectual aplicable a través del campo. La poderosa vía de la recursión, como técnica de resolución de problemas, es pertinente en multitud de ocasiones, y enunciada como principio general, podría rezar más o menos así: "Si consiguiera resolver el problema en un caso algo más sencillo, tal vez pudiera utilizar esa solución para el caso más complejo". Tal idea es la noción de recurrencia, explícitamente, la inclusión en un procedimiento del propio procedimiento.

Kurt Gödel, en el año 1930, había enunciado un notorio principio filosófico en el ámbito de las matemáticas a partir de lo que se dio en llamar "sistemas autorreferenciales". Por ejemplo, en frases del tipo "Esta afirmación es falsa" o "Yo estoy mintiendo", tiene lugar un fenómeno denominado "bucle extraño" consistente en que si se asume que la frase es verdadera, entonces hay que concluir que la frase es falsa; y recíprocamente, si se decide que es falsa, entonces hay que concluir que es verdadera. Gödel trasladó esta paradoja del lenguaje, conocida como "paradoja del mentiroso", al terreno de las matemáticas, en particular al de la lógica, dando lugar a numerosos trabajos para superarlas. Sin embargo, no siempre los sistemas autorreferenciales son motivo de quebraderos de cabeza. En efecto, tanto en poesía, como en tecnología o en juegos de sociedad, a veces dan mucho de sí. Empezando por la poesía, véanse estos dos sonetos definiendo al propio soneto. El primero, debido a Diego Hurtado de Mendoza que dice así:

Pedís, Reina un soneto: ya lo hago;
Ya el primer verso y el segundo es hecho;
Si el tercero me sale de provecho.
Con otro verso el un cuarteto os pago.
Ya llego al quinto: ¡España! ¡Santiago!
Fuera, que entro en el sexto. ¡Sus, buen pecho!
Si del séptimo salgo, gran derecho,
Tengo a salir con vida de este trago

Ya tenemos a un cabo los cuartetos:
¿Qué me decís, Señora? ¿No ando bravo?
Mas sabe Dios si temo los tercetos.
¡Ay! Si con bien este soneto acabo,
¡Nunca en toda vida más sonetos!
Mas deste, gloria a Dios, ya he visto el cabo.

El segundo fruto del Prolífico numen del Fénix de los Ingenios, D. Felix Lope de Vega y Carpio, aparece en su obra "La Niña de Plata" y se titula "De Repente" y puede calificarse de perfecto. Dice así:

Un soneto me manda hacer Violante,
Que en mi vida me he visto en tal aprieto;
Catorce versos dicen que es soneto,
Burla burlando van los tres delante.
Yo pensé que no hallara consonante
Y estoy en la mitad de otro cuarteto,
Más si me veo en el primer terceto,
No hay cosa en los cuartetos que me espante.

Por el primer terceto voy entrando,
Y parece que entré con pie derecho,
Pues fin con este verso le voy dando.
Ya estoy en el segundo y aun sospecho
que voy los trece versos acabando,
Contad si son catorce y está hecho.

En el terreno de la tecnología, es notorio el caso, como se ve en la figura IV.1, de la definición de "mapa de conocimiento", en términos de un mapa de conocimientos (del Moral, 2007).

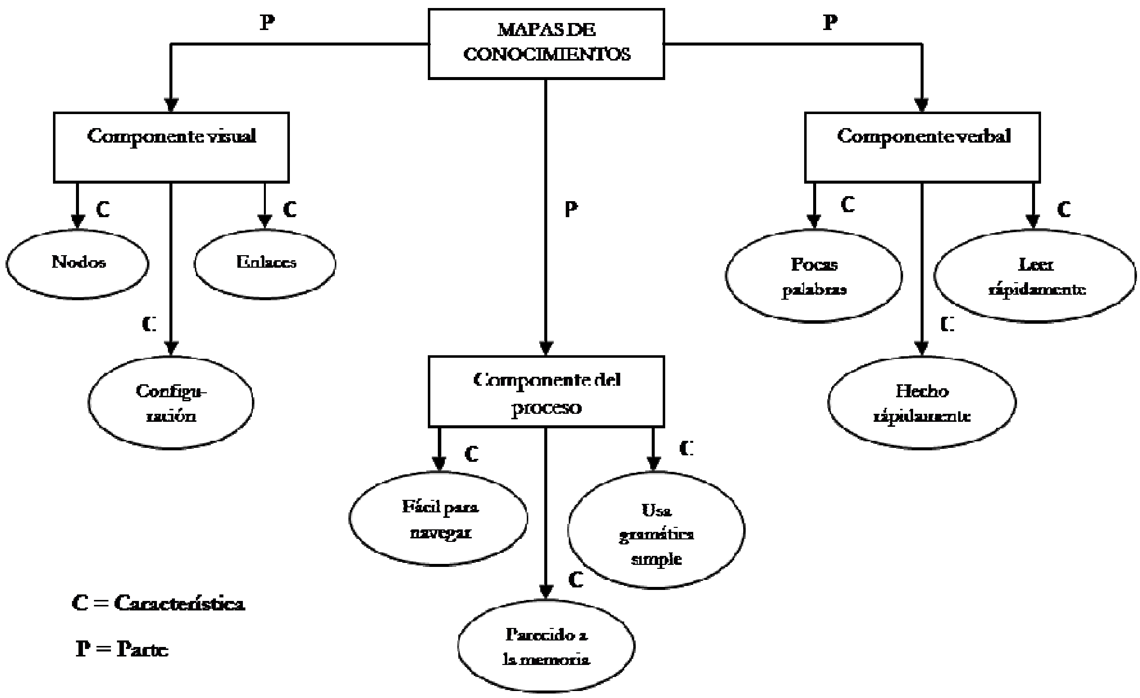

Figura IV.1. Autodefinición de Mapa de Conocimiento.

Finalmente, está el juego de "Wish" que consiste en que uno da una palabra del diccionario cualquiera, luego los demás participantes, por turno, va estableciendo, como en un árbol, todas las palabras del diccionario que la definen; y a su vez las palabras que definen a éstas, etc., hasta que, necesariamente (dado que el diccionario es autocontenido; o sea todas las palabras del diccionario se definen en términos de dichas palabras) aparece una repetición.

La autorreferencia; es decir, la posibilidad de que una cierta entidad lingüística, matemática o computacional se refiera a sí misma, da lugar a razonamientos circulares y paradojas enigmáticas. Un ejemplo, es la ya citada paradoja del mentiroso, de la que existen múltiples versiones. La más simple consististe en una sola frase que afirma su propia falsedad: “Esta frase es falsa”. No puede ser cierta ni falsa sin caer en una contradicción. Considérese otro ejemplo lingüístico. Se clasifican los adjetivos calificativos en dos grupos: se llamarán autóclitos a los adjetivos que pueden aplicarse a sí mismos y heteróclitos a los que no pueden aplicarse a sí mismos. Por ejemplo, el adjetivo “esdrújulo” es autóclito, porque esdrújulo es una palabra esdrújula y “pentasílabo”, que es una palabra con cinco sílabas, y por tanto, pentasílaba. Es difícil dar más ejemplos, puesto que la mayoría de los adjetivos, como “blanco”, “francés” o “estrecho”, son heteróclitos. Ahora inténtese responder a la siguiente pregunta: ¿es el adjetivo “heteróclito” autóclito o heteróclito? Si es autóclito, entonces se aplica a sí mismo y es por tanto heteróclito; y sí es heteróclito, entonces no se aplica a sí mismo y no puede ser heteróclito. De nuevo una frase *el adjetivo “heteróclito” es heteróclito*, afirma su propia falsedad. Un curioso juego, el Nomic, en el que los jugadores cambiaban las reglas del propio juego a lo largo de la partida (de hecho las reglas iniciales del juego simplemente establecían los mecanismo para modificarlas) es otro ejemplo. Pero la autorreferencia no sólo da lugar a paradojas o a grandes teoremas. El más familiar y más misterioso fenómeno de la Naturaleza, la conciencia que los seres humanos tienen de sí mismos es, en última instancia, un tipo de autorreferencia.

Un nuevo ejemplo de autorreferencia que sin duda atrae mucho la atención es la fórmula de Tupper (Parrondo,2007), que tienen la sorprendente propiedad de dibujarse a sí misma en el plano. La fórmula es la siguiente:

$$\frac{1}{2} < \left\lfloor \mathrm{mod}\left(\left\lfloor \frac{y}{17} \right\rfloor 2^{-17\lfloor x \rfloor - \mathrm{mod}(\lfloor y \rfloor, 17)}, 2 \right) \right\rfloor$$

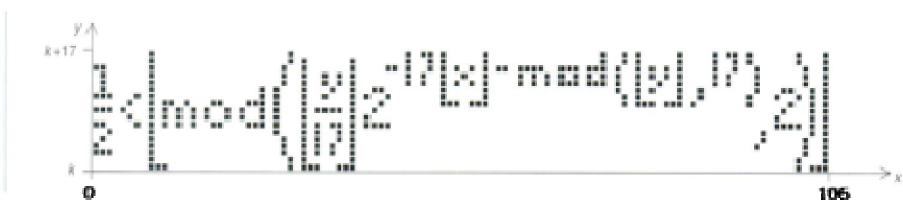

Figura IV.2. Autorretrato de la fórmula de Tupper

En ella aparecen dos símbolos que quizás algunos no conozcan, aunque son habituales en matemáticas. El primero de ellos es $\lfloor x \rfloor$, y es la parte entera de x; es decir, el entero inmediatamente por debajo de x. Por ejemplo, $\lfloor 2{,}45 \rfloor = 2$. Como se ve, la parte entera de un número es simplemente lo que hay a la izquierda de la coma decimal. La otra función que aparece en la fórmula de Tupper es la función "módulo", mod (x,z), que es igual al resto que se obtiene cuando se divide x entre y. Por ejemplo mod(36,17)=2.

La fórmula establece una condición para el par x, y. Si se colorean de negro en el plano (x,y) los puntos que verifican la condición, se obtendrá un dibujo, una imagen infinitamente grande, puesto que el plano (x,y) es infinito. Pues bien, en un lugar de esa imagen infinita, en concreto, en la región definida por 0<x<106, k<y<k+17, en donde k es un número enorme, de 542 cifras, aparece lo que se muestra en la figura IV.2 es un autentico "autorretrato" matemático.

¿Cómo llegó Tupper a concebir algo tan sorprendente y tan extraño? En realidad no es tan difícil, porque la fórmula de Tupper no sólo se dibuja a sí misma, sino que dibuja cualquier imagen de 17 píxeles de altura y ancho arbitrario. Para convencerse de ello hace falta un razonamiento un poco complicado, aunque sólo utiliza matemáticas elementales. Analícese la fórmula cuando y varía desde k hasta k+17, siendo k un múltiplo de 17; es decir, k=17r, con r un número entero. En toda esta región del plano

$$\left\lfloor \frac{y}{17} \right\rfloor = r$$

es constante. Fijándose ahora en el exponente de 2 en la fórmula (cambiado de signo); es decir, en la expresión:

$$n = 17\lfloor x \rfloor + \operatorname{mod}(\lfloor y \rfloor, 17)$$

En la figura IV.3 se muestra cómo este exponente n varía en el plano. Si se dibuja una trama de píxeles cuadrados de lado unidad, n toma un valor distinto en cada uno de ellos, tal y como se indica en la figura. Para convencerse de ello, basta darse cuenta de que $\operatorname{mod}(\lfloor y \rfloor, 17)$ es un entero que varía de 0 a 16 cuando y va desde k=17r hasta k+17, mientras que el término $17\lfloor x \rfloor$ salta de 17 en 17 cuando se avanza de una columna a la siguiente.

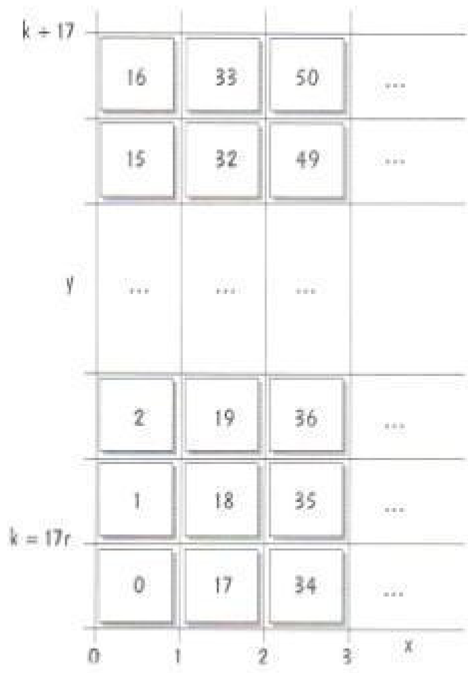

Figura IV.3. Variación del exponente n pixel a pixel.

Véase ahora el paso crucial para entender la fórmula de Tupper. La desigualdad

$$\frac{1}{2} < \left\lfloor \mathrm{mod}\left(r2^{-n},2\right) \right\rfloor$$

se puede analizar de forma sencilla si se expresa r en base 2. Supóngase que r es, en binario, 1011001 y que n=5. Para dividir r entre 2^5, basta colocar la coma decimal cinco lugares a la izquierda de la última cifra; es decir, $r2^{-5}$=10,11001. El módulo 2 de este número se obtiene eliminando las cifras a la izquierda de la primer cifra entera: mod($r2^{-5}$,2)=0,11001. Finalmente, la parte entera de este número es simplemente la cifra que queda a la izquierda de la coma decimal, en este caso 0. Por lo tanto, el miembro de la derecha de la desigualdad no es más que la cifra n+1 de r empezando por la derecha. Si esta cifra es un 0, la fórmula es falsa. Si es un 1, es verdadera y generará un píxel negro en el lugar correspondiente al exponente n.

Con todo ello se puede encontrar en qué región del plano se dibuja la fórmula de Tupper de cualquier imagen. Basta escribir un número binario entero r con unos y ceros en donde se quiere que haya píxeles negros y blancos, respectivamente. Si se tiene que escribir r de derecha a izquierda, mientras si sigue los píxeles de la imagen en el orden especificado en la figura IV.3 (desde n=0 hasta el valor que se quiera). Una vez que se obtiene r de esta forma, se multiplica por 17 y se obtiene k=17r. La imagen buscada estará en la franja que va de y=k hasta y=k+17 y de x=0 hasta el valor de x en el que termina la imagen, que puede ser tan ancha como se quiera (los píxeles a la derecha del último codificado en el número r serán blancos).

La fórmula no da lugar a ninguna paradoja, pero no es sólo autorreferente, sino una auténtica Biblioteca de Babel. Dibuja todas las posibles imágenes de 17 píxeles de altura y de anchura arbitraria, y como en 17 píxeles de altura es fácil dibujar cualquier letra del abecedario y cualquier signo de puntuación, entonces la fórmula "escribirá", en alguna remota franja del plano y como si se tratara de un rudimentario teletipo, el Quijote entero, desde su primera hasta su última letra, o cualquier otro libro escrito o por escribir.

G) Información oculta. Decidir lo que se exporta al resto del mundo y lo que uno guarda para sí mismo es una capacidad que los desarrolladores del software adquieren sólo a través de una combinación de buenos ejemplos y práctica.

H) Reutilización. El buen desarrollador de software se da cuenta de que una clave para dejar la "marca de fábrica" es saber cuándo se puede contar con algún trabajo anterior para resolver el problema en curso. Reutilizar bien es una habilidad; producir resultados para que otros los empleen es el signo de que se es un maestro. El uso de ontologías es aquí esencial.

I) Pléctica, o cómo vencer la complejidad. Los sistemas software son ambiciosas empresas intelectuales; verdaderamente, alguno de los sistemas más complejos jamás concebidos por la humanidad, y la complejidad amenaza con engullirse el proyecto en cada estadio. Los expertos saben cómo reconocer la simplicidad esencial más allá de un aparente embrollo. A esta propiedad el Nobel de física Gell-Man le denomina "Pléctica" (Gell-Man, 1996) que el mismo define como el estudio de la simplicidad y la complejidad. Uno de sus fines es establecer claramente cuándo la adición de nuevos elementos (reglas, datos, etc.) simplemente complica las cosas sin añadir nada esencial.

J) Diseño para el cambio. El software puede cambiar, debe cambiar y de hecho cambia más que cualquier artefacto de ingeniería de cualquier otro tipo. A menos que los desarrolladores apliquen minuciosamente principios arquitectónicos estrictos, el proceso de cambio puede ser penoso, especialmente para grandes sistemas. Mucha de la justificación para los modernos métodos, lenguajes y herramientas es la expectativa de que facilitarán este proceso. Aprender los principios del diseño para el cambio y presentar claramente sus beneficios es algo esencial.

K) Clasificación. Una de las enseñanzas extraídas de la programación orientada a objetos, POO es que una manera de atacar la complejidad es organizar lo “enfollonado” en embrollos más pequeños, y repetir el proceso.

L) Tipificación. La noción de que dando a todo una tipificación produce elementos software correctos, documentarlos y hacerlos utilizables efectivamente es otra realización que puede afectar profundamente el entendimiento del campo del profesional del software. Cuestiones y técnicas de tipificación van a través de la especificación hasta la implementación y documentación. La profesión de desarrollador software tiene a gala haber tomado el estudio y la construcción de sistemas tipo más que cualquier otra disciplina, dominar su poder es necesario para llegar a ser un buen profesional.

M) Constricciones. La práctica de algoritmos, estructuras de datos, módulos y sistemas con restricciones precisas, garantías e invariantes da, con mucho, un mejor control sobre lo que se hace. Una vez dominada esta habilidad es para siempre.

N) Manejo de excepciones. La mayoría de la gente en su vida cotidiana, y los desarrolladores de software no son en esto una excepción, considera sólo las cosas o situaciones más comunes y, o, deseables; sin embargo, un buen profesional debe preocuparse constantemente también por las situaciones anormales. Sólo a través de técnicas conceptuales sistemáticas puede evitarse el ahogarse en las partes supuestamente interesantes del razonamiento, en miríadas de previsiones y casos excepcionales. En este sentido, la CS tiene más que ver con la ´Patafísica, que es el estudio y análisis de las excepciones, que con la Física que trata de leyes lo más generales posibles.

La ‘Patafísica, palabra que según Arrabal (debe llevar siempre apóstrofe pegado a la izquierda de la P mayúscula) *en realidad es la disciplina que sin disciplina alguna propone soluciones imaginarias. En su día se presentó en sociedad como ciencia de lo particular, sin dejarse atropellar por la afirmación positivista de que sólo hay ciencia de lo general. En plena ¡locura! estudia las leyes que rigen las excepciones e ilumina o explica el universo suplementario o supremamente*. Para Shatuk (Shatuk, 1996): *Toda ley es, por definición, general, en el sentido de que generaliza todos los hechos observados. En otro caso, se está ante lo que el movimiento dadaísta denominó ‘Patafísica. Para ellos, la ciencia de las soluciones imaginarias no de lo real y, además, es la “ciencia” de lo particular; es decir, de las “leyes” que gobiernan las excepciones.* En un sentido similar, Alfred Jarry (Jarry, 2003) dice: *La ‘Patafísica cuya etimología debe escribirse epi (μετατα-φυσιχα) y cuya ortografía* *real es ‘Patafísica, con apóstrofo para evitar un fácil retruecano, es la ciencia que se añade a la metafísica, así sea en ella misma como fuera de ella, extendiéndose más allá de ésta tanto como ella misma se extiende más allá de la física.* Para Jarry los fundamentos de la ‘Patafisíca son los siguientes:

a) La ‘Patafísica es la ciencia de lo que se añade a la metafísica. En consecuencia su dominio queda por debajo de ésta.

b) Es la ciencia de las leyes que rigen lo excepcional. Un epifenómeno es lo que se añade a un fenómeno, puesto que a menudo el epifenómeno es el accidente, la ‘Patafisíca será, sobre todo, la ciencia de lo particular, por más que suela decirse que sólo hay ciencia en general. Estudiará, por tanto, las leyes que rigen las excepciones y explicará el universo suplementario de éste. O, menos ambiciosamente, descubrirá un universo que pueda y quizás deba verse en lugar del tradicional, ya que las leyes del universo tradicional, que se ha creído descubrir, son también correlaciones de excepciones, aunque más frecuentes, o, en todo caso, correlaciones de hechos accidentales que, reduciéndose a excepciones poco excepcionales, carecen del atractivo de la singularidad.

c) Es la ciencia de las soluciones imaginarias, que acuerda simbólicamente a los lineamientos de los objetos; las propiedades de éstos descritas por su virtualidad. La ciencia actual, según los patafísicos, se funda sobre el principio de la inducción, lo cual es falso. La mayoría de los hombres ha visto que tal o cual fenómeno precede o sucede a tal otro y concluye que siempre ocurrirá así. En primer lugar, esto es cierto solamente a menudo, depende de un punto de vista y está codificado por la comunidad o por algo peor. En lugar de enunciar la ley de la caída de los cuerpos hacia un centro ¿por qué no ha de preferirse la ascensión del vació o hacia una periferia, tomándose el vacío como unidad de no-densidad, hipótesis ésta mucho menos arbitraria que la elección del agua como unidad concreta de densidad positiva.

d) A los ojos de la ‘Patafisíca todo tiene el mismo valor y es en esencia imperturbable.

e) Otros, finalmente, creen que la ‘Patafisíca es la ciencia basada en la observación de lo inútil y lo absoluto.

Naturalmente, la doctoranda sólo toma de la `Patafísica, el que en CS hay que considerar y tener muy en cuenta las excepciones. Lo demás es puro surrealismo.

O) Efecto Penélope: Falsas Maniobras, Errores y Depuración. Una parte importante de la vida de los desarrolladores de software se gasta tratando con cosas que no funcionan cómo deberían. De hecho, los profesionales del software son los mayores expertos del mundo en desarreglos. Enseñar a tratar estos desarreglos es fundamental a cualquier profesional del software. En el lenguaje de la construcción, se llaman "falsas maniobras" a todas aquellas actividades que se realizan en una obra de forma innecesaria, bien sea por defectos de diseño, desarrollo del proyecto o improvisación, al no haber sido tenidas en cuenta en la planificación y programación de la ejecución de la obra. Este inevitable hacer y deshacer por improvisación, falta de estudio previo o coordinación en el desarrollo y ejecución de un proyecto, en el mejor de los casos, concierne a la eficiencia del proceso, elevando los costes del mismo y alargando innecesariamente los plazos de entrega de los productos terminados, pero, en el peor, lleva a fallos del mismo que inciden en la seguridad del sistema en el que participan.

IV. 3. ELEMENTOS FUNDAMENTALES DE LA TEORÍA: INFORMONES Y HOLONES

La teoría propuesta se basa en sólo dos elementos fundamentales o constructos conceptuales siguientes:

IV.3.1. INFORMÓN

IV.3.1.1. DEFINICIÓN

Cualquier teoría acerca de la informática en general y del diseño y desarrollo software más en concreto, tiene que considerar; esto es, establecer y definir, el elemento fundamental de la misma: la información y su componente básico el "informón". Etimológicamente, información procede del término latino "informare" cuyo significado de "inform" y "are", es "dar forma" y del sufijo griego "on" entidad, ser, partículas que fusionadas dan "ser informacional", o "ser con forma". Es decir, informón es una entidad informacional. Analícese ahora el término información. Si se busca en los diccionarios, uno se encuentra que, según el DRAE, Información es la *acción y efecto de informar* e informar es *dar noticia de algo* (RAE, 2001). Por su parte, en el Webster's New World Dictionary (Guralnik, 1986), se encuentran, entre otros, los siguientes significados: noticias, conocimiento adquirido de cualquier manera, hechos, datos, etc. En efecto, y eso es lo que es trascendental aquí, la información puede presentarse en forma de datos, noticias y conocimientos. Este enfoque, coincide, tal y como se muestra en la tabla IV.1, con multitud de autores (Lage, 2004), salvo que alguno de ellos, reducen toda la información a lo que, más adecuadamente, debe denominarse noticias.

AUTOR	DATOS	NOTICIAS	CONOCIMIENTOS
Aamont & Nygord	Entidades sintácticas; es decir: Patrones sin significado Entradas a un proceso de interpretación. Paso iniciado de la toma de decisión.	Datos interpretados o con significado. Salida del proceso de interpretación. Entrada al proceso de decisión basado en conocimientos.	Noticias aprendidas, o incorporadas a los recursos de los agentes de razonamiento y utilizables de forma activa en los procesos de decisión. Salida del proceso de aprendizaje. Aspecto pragmático.
Alter, Beckman, Spek, van der & Spijkervert	Hechos imágenes o sonidos.	Datos formateados, filtrados, interpretados y dotados de significado.	Ideas. Intuiciones. Procedimientos. Reglas que guían las acciones y soportan las decisiones; es decir, las noticias más acciones más aplicaciones.
Arsac	Nivel sintáctico. Interesa posibles signos, duración, combinaciones,...	Nivel semántico. Comprensión de signos. Reglas para asignar sentido a etiquetas. Son variables con el tiempo y el entorno o contexto.	Nivel pragmático, relativo al valor o utilidad de las noticias. Depende fuertemente del tiempo.
Bauer, Bobrow, Cook, Kleer & Thomson	Números, palabras, sonidos, imágenes, desorganizad@s.	Datos ordenados y procesados en palabras significativas.	Noticias dotadas de contenido, contexto y comunidad de aceptación. Es decir, noticias puestas a producir por la gente.
Bohn	Materia prima.	Datos estructurados y organizados.	Algo que prescribe que hacer, verbigracia, la predicción.
Blum	Elementos dados, no interpretados, al analista o solucionador del problema. Por ejemplo, nombre del paciente, resultado de un test, etc.	Colección de datos o elementos que contienen significado. Por ejemplo, registro médico de un paciente que incluye los resultados del laboratorio y la diagnosis. En Teoría de Información, reducen la incertidumbre.	Formalización de las relaciones, experiencia, reglas, etc., por las cuales se forman las noticias a partir de los datos. La formulación puede ser descriptiva o procesable por computadora. En el segundo caso, los conocimientos pueden expresarse como una fórmula, o como una colección de estructuras, relaciones y reglas. El uso de los conocimientos, sugiere, generalmente, la capacidad de inferir noticias a partir de las que ya están presentes.
Cleveland	Observaciones sin digerir; hechos, sin pulir. Aparecen como: números, letras, palabras sin contexto y, o, organización. También pueden ser: señales, dibujos, artefactos.	Datos estructurados y, o, organizados en un contexto. Constan de hechos y datos organizados para describir problemas y situaciones. Aparecen en forma de: frases, figuras, objetos en un contexto particular	Noticias organizadas útiles interiorizadas por un ente. Constan de verdades y creencias, perspectivas y conceptos, juicios y expectativas, metodologías y “saber cómo”. Se acumulan, integran y conservan en el tiempo y están disponibles para que sean aplicables y usables de forma idónea, en el momento oportuno y en el sitio adecuado.
Davenport y Prusak	Hechos discretos y objetivos sobre acontecimientos. Se describen mejor como registros estructurados de transacciones. Los datos más significativos transformados por: Contextualización, categorización, cálculo, corrección o conclusiones = Noticias.	Mensajes, en forma de documento o comunicación audible o visible que tienden a cambiar la manera en que un receptor percibe algo y apunta a modificar su(s) criterio(s) y comportamiento. Las noticias transformadas mediante: comparación, obtención de consecuencias, conexiones o conversaciones, devienen en conocimientos.	Comprensión total informada y confiable acerca de algo. Es una mezcla fluída de experiencia estructurada, valores, información contextual e internalización experta que proporciona un marco para la evaluación e incorporación de nuevas experiencias e información. No es algo ordenado y simple. Puede considerarse como un proceso o un producto. Están muy próximos a la acción.
Debenham	Los datos son los objetos fundamentales e indivisibles de una aplicación.	Las noticias son las asociaciones funcionales implícitas entre los datos de una aplicación.	Los conocimientos son las asociaciones funcionales explícitas entre las noticias y, o, los datos de una aplicación.

Tabla IV.1. Datos, noticias y conocimientos según varios autores (continua).

AUTOR	DATOS	NOTICIAS	CONOCIMIENTOS
Gillette	Hechos organizados. Siendo los hechos representaciones de fenómenos y éstos lo que parece ser; es decir, lo que es percibido.	Conceptos formados en la conciencia del perceptor. Son datos seleccionados, filtrados y usados para tomar decisiones o reforzar la posición de los usuarios. Es decir, son datos aplicados y útiles. Su valor es intrínsecamente relativo a los usuarios.	Noticias en acción y movimiento. Capacidad de reconocer, comprender y seleccionar noticias y sus implicaciones. Dice cómo aplicar las noticias y cuáles buscar.
Greenes and Shortliffe	Único punto de observación no interpretado. Es decir, el valor de un parámetro específico. Por ejemplo, la lectura de la presión arterial para una entidad particular (verbigracia un paciente) en un punto dado del tiempo.	Datos organizados de manera que vehiculan significado.	Se refiere a verdades generalizadas formadas a partir del análisis de las noticias utilizables. De este modo, los conocimientos incluyen ambos: los resultados de estudios formales, y hechos de sentido común, suposiciones, heurísticas y modelos, cualquiera de los cuales puede reflejar la experiencia o "prejuicios" o preferencias de aquellos que interpretan los datos primarios. Por ejemplo, la noticia de que un paciente tiene hipertensión es el resultado de aplicar una regla o criterio a los datos acerca de ese paciente. Observaciones de varios de tales pacientes, pueden conducir a nuevos conocimientos, acerca de las relaciones entre hipertensión y enfermedad cardiaca. Datos y conocimientos son algo relativo, en el sentido de que una afirmación factual (conocimiento) puede servir como dato en un nuevo contexto.
Grenwood		Materia prima.	Noticias válidas para una organización especifica.
Harris		Datos+ "sustancia"+ propósito	Noticias + contexto + experiencia.
Juristo y Pazos	Son elementos sintácticos no estructurados y de contexto libre que denotan hechos y conceptos que se refieren al estado de las cosas y que, en su forma más simple, se traducen en el valor que toma una variable, verbigracia T = 11°C.	Contienen elementos de datos relacionados y estructurados dentro de un contexto que les aporta significado. Es decir, es el significado que un ser inteligente atribuye a los datos a partir de las reglas convencionales empleadas para su representación. Las noticias son fórmulas escritas susceptibles de aportar conocimientos. Por ejemplo, la frase "el agua hierve a 100°C", es una noticia.	Constan por una parte de generalizaciones y abstracciones a partir de casos particulares y, o, concretos. Por otra, los conocimientos, formalizan tanto las relaciones como la experiencia, y permiten extraer nuevas noticias a partir de los datos y las noticias presentes o, en última instancia, a explicitar noticias que sólo de modo implícito están en los datos y las noticias existentes. Los conocimientos sirven básicamente para entender el mundo y resolver problemas. En consecuencia los conocimientos conciernen, básicamente, al aspecto pragmático o de utilización de las noticias en general. Así, el decir que "muchos microbios perecen cuando se hierven a 100°C", es un conocimiento que sirve para esterilizar agua contaminada y hacerla potable.
Knapp		Materia prima.	Noticias útiles seleccionadas para ciertos trabajos.
Kock y Moqueen	Vehículos de noticias y conocimientos.	Lo relativo a hechos históricos y descriptivos.	Nuevo o modificado discernimiento o entendimiento predictivo.
Kogut y Zander	Hechos "amorfos".	Sentencias factuales o descriptivas.	Sentencias de cómo hacerlo; esto es, prescriptivos; por ejemplo, una receta.
St. Onge	Materia prima.	Datos patroneados.	Capacidad para actuar.
Vance		Datos interpretados.	Noticias autenticadas.
Zack	Hechos en observaciones.	Datos en un contexto significativo.	Acumulación de noticias relevantes significativamente organizadas.

Tabla IV.1. Datos, noticias y conocimientos según varios autores.

Conceptualmente, para que se produzca información debe existir algún grado de incertidumbre. Como lo señaló Bateson (Bateson, 1979): *Información es cualquier diferencia que produce una diferencia.* Es decir, si algo caracteriza a la información es que es o produce sorpresa (Schank, 1996). Todo el mundo espera que la naturaleza o la gente o cualquier otra entidad del tipo que sea, se comporte de una cierta manera; es decir, sin incertidumbre, pero curiosamente cuando eso sucede así, la gente se aburre y hastía. Lo que hace que algo sea digno de interés y consideración, es aquello que aparece organizado alrededor del concepto de fracaso de expectativas. Dicho de otro modo, las previsiones cobran interés no cuando se cumplen, sino justamente cuando fallan. Por ello, información es el valor de la sorpresa, medida como el inverso de la probabilidad esperada de un evento o fenómeno. Es decir, cuando se habla de cualquier fenómeno, no es posible aprender algo válido de él, si está totalmente determinado.

En consecuencia, sólo hay información si existe al menos un elemento de variabilidad. Ésta debe presentarse en diferentes estados, cuyo número debe ser muy finito. Esto permite determinar en qué estado se encuentra dicho fenómeno. Formalmente: Sea un fenómeno variable X, que se presenta en un número finito de estados, $E \neq \infty$, entonces se dice que se tiene información sobre dicho fenómeno cuando previamente se puede determinar el estado actual del fenómeno sometido a consideración, Ei. Dicho con otros términos, de algo invariable nada se puede decir que alguien no apostillara: *ya lo sabía, siempre fue y es así.* En consecuencia, sólo puede haber información si existe un elemento de variabilidad. Ésta debe presentarse, como acaba de decirse, en un número finito de estados distintos, pues, en otro caso, no sería posible considerarlos todos. Entonces, ¿cuál sería el significado de los no considerados? Lo único que se puede decir de ese fenómeno finito es en qué estado está actualmente. Todo ello permite establecer la siguiente definición formal de información: *Sea un fenómeno variable que se presenta en un número finito de estados, se dice que hay información sobre dicho fenómeno cuando se determina previamente el estado actual del fenómeno sometido a consideración*.

Esta doctoranda, teniendo en cuenta lo anterior define la información del modo siguiente: "*Una diferencia, causada por un proceso subyacente, casi siempre dirigido por propuestas y, o, intereses, capaz de transformar una estructura cognitiva vehiculada por una colección de símbolos que tiene el potencial de alterar el estado cognitivo de un agente cognoscitivo que le dota de significado*".

IV.3.1.2. NIVELES Y ELEMENTOS DE INFORMACIÓN

Los distintos elementos que intervienen en el manejo y transmisión de la información (Lage, 2004), que establecen una categorización en niveles de la misma, son los siguientes: Soporte, señales, signos, datos, noticias, conocimientos y sabiduría.

La información va desde la infraestructura que la vehicula, formada por su soporte, señales y signos, a la superestructura que la usa para la acción, constituida por conocimientos y sabiduría, pasando por la estructura, conteniendo los datos y las noticias (que es lo que habitualmente se denomina información). Es decir, los tres primeros elementos, conforman la infraestructura de la información, los dos del medio, la estructura y los dos últimos la superestructura. Estos cuatro últimos conforman lo que genéricamente se denomina información. El paso de unos niveles a otros se puede dar esquemáticamente como sigue:

Soporte, medio que transmite señales o soporta fenómenos (en griego lo que aparenta ser), verbigracia: Aire, Agua, ADN, canales, humo, nervios, etc., son distintos soportes + variaciones en dicho soporte ⇒

Señales + Código ⇒

Signos + Patrón ⇒

Datos = Hechos, imágenes, sonidos, valores de variables, texto, código, … + Interpretación + Significado + Estructura + Relevancia + Propósito ⇒

Noticias: Datos interpretados, sumarizados, organizados, estructurados, filtrados, formateados + Acción + Aplicación ⇒

Conocimientos: Ideas, normas, procedimientos, casos, reglas, modelos, intuiciones que guían las decisiones y actuaciones + Selección + Experiencia + Principios + Restricciones + Aprendizaje + Intuición ⇒

Sabiduría: Juicios éticos y estéticos y axiológicos, Preferencias, Gustos, etc.

IV.3.1.3. ASPECTOS DE LA INFORMACIÓN

Clásicamente, y teniendo en cuenta la naturaleza triádica de los signos, hay tres aspectos a considerar en el estudio formal de la información (Morris, 1938); a saber:

a) Sintáctico, que trata sobre cómo están estructurados los símbolos.

b) Semántico, que concierne a lo que denotan o significan.

c) Pragmático, que afecta a cómo se interpretan o usan.

Aspectos que, de modo similar, también considera Arsac (Arsac, 1970) y hoy, con ligeras variaciones, acepta todo el mundo (Paradela, 2003). Sin embargo, siendo importante la información en sí misma, no lo es menos la componente de comunicación que implica. Intuitivamente, el significado de una “comunicación” es una combinación de semántica y pragmática. Esta última, incluye inherentemente consideraciones tales como el entorno y los estados mentales de los que se comunican, que son externos al propio lenguaje. Las máximas “Griceanas” de la comunicación son la piedra maestra del proceso de discusión, y son las siguientes (Grice, 1975):

a) “Cantidad”: Hacer la contribución, a la conversación, tan informativa como sea necesario, pero no más, para reducir la confusión.

b) “Calidad”: Intentar hacer sólo contribuciones verdaderas; es decir, no decir lo que se cree que es falso o de lo que se carece de la adecuada evidencia para establecerlo.

c) Relación: Emplear sólo aquello que sea relevante para el asunto entre manos.

d) Modo, manera o forma: Evitar la oscuridad y la ambigüedad; ser breve y ordenado. Es un anhelo generalizado en casi todos los órdenes de la vida, el economizar palabras, naturalmente sin perder nada del significado de lo que se quiere decir. Baltasar Gracián (Gracián, 1963) decía: *Lo bueno si breve, dos veces bueno; y aún lo malo, sí poco, no tan malo: más obran quintas esencias que fárragos.* Las fórmulas, tablas, etcétera, ayudan a este propósito.

Las formas más concisas, elegantes y potentes de transmisión de ideas y conceptos son: las fórmulas y ecuaciones matemáticas y la poesía. Pues ambas comparten la siguiente cualidad característica: La poesía es, como las fórmulas y las ecuaciones, la forma del lenguaje más concisa y cargada de significado. La diferencia está en que, en las fórmulas y ecuaciones, el idioma es universal, cosa que no sucede en la poesía.

La distinción entre datos, noticias y conocimientos lleva años intentado dilucidarse sin que, hasta el momento, se haya llegado a una conclusión definitiva. Una posible razón para esta falta de consenso estriba en el hecho de que se mezclan distintas perspectivas en las discusiones acerca de conceptos que, como sucede en el caso de "información", resultan ser "polimorfos". Se dice que un concepto es polimorfo cuando no es posible definirlo, como se hace con las definiciones clásicas, mediante un conjunto de atributos, características, y, o, propiedades, y, o, condiciones necesarias y suficientes universalmente válidas. Un ejemplo típico de concepto polimórfico es el de "coche" que no es lo mismo para un ingeniero mecánico que para un ecologista o para un planificador de tráfico. Es decir, el concepto "coche" admite, y de hecho tiene, distintas definiciones dependiendo del contexto. Todo lo contrario sucede con los conceptos matemáticos formales establecidos que tienen definición única.

En general, no hay forma de distinguir datos, noticias y conocimientos a partir de una base "representacional" de los mismos; es decir, vistos aisladamente como elementos y estructuras en un papel o una máquina o cualquier otro sistema, pues usan los mismos signos y señales. Por eso cualquier distinción basada en el tamaño o complejidad de la representación está, con probabilidad rayana en la certeza, condenada al fracaso. Una alternativa estriba en ir más allá de la representación e identificar cómo y con qué propósito se usan estas estructuras; esto es, que papeles juegan en el proceso, generalmente de toma de decisión, en el que participan. En consecuencia, para poder categorizarlos, ya que no es posible clasificarlos, hay que tener en cuenta, además de las estructuras por ellos mismos representadas, su "interpretación" dentro de los distintos contextos en que se aplican y por quién son interpretados y aplicados. Esto conduce directamente al problema del "marco de referencia" de los aspectos de interpretación y los "agentes", hombres, y, o, máquinas, etc., ejecutando la interpretación que están interrelacionados. Con el término "agente" se quiere decir un sistema, natural y, o, artificial, con capacidad de inferencia y razonamiento sobre estructuras abstractas y de ejecutar acciones en base a esas capacidades. La cuestión crucial es dilucidar a qué "agente" debe asignársele un(os) elemento(s) concreto(s) en forma de dato(s), y, o, noticia(s) y, o, conocimiento(s), o si éstos pueden considerarse como objetivos y, o, elementos independientes de un intérprete particular. El concepto de “holón”, que se considerará más adelante, permitirá superar esas dificultades.

De todo lo anterior se deduce que, aunque pueda tomar distintas apariencias y usos, la información es una y por eso una debe ser abstractamente su elemento básico que, a falta de mejor nombre, los autores deciden denominarle “informón”. A modo de inciso aclarativo, hay que señalar que dicho término lo usó, por primera y única vez, Uttley (Uttley, 1970) al aplicar algunas ideas de la teoría matemática de la comunicación de Shannon (Shannon, 1948), al perceptrón de Rosenblatt formado por unidades de separación lineal (“neuronas”) lo que constituía una fuerte limitación (Rosenblatt, 1958). Para superarla, Uttley propuso, por una parte, un esquema de aprendizaje no supervisado en el que los pesos sinápticos se definían en función de que una “neurona” i se active al tiempo que se activa otra j de la capa anterior y a la que está conectada por medio de una sinapsis y cuyo peso de conexión asociado vendría dado por:

$$W_{ij} = k \cdot \log \frac{P(n_{ii}) \cdot P(n_{ji})}{P(n_j \cdot n_i)}$$

Siendo k, una constante a valorar por el diseñador de la red. $P(n_j)$, la probabilidad de que la neurona j responda. $P(n_i)$, la probabilidad de que la neurona i responda. Y $P(n_j.n_i)$ la probabilidad de que las dos neuronas estén activadas simultáneamente. Por otra parte, Uttley también reemplazó la función umbral de activación del preceptrón por otra que proporcionaba una respuesta más graduada y no solamente de todo o nada. Como puede verse, el sentido que se le da aquí no tienen nada que ver con la red de Uttley. Fin de la aclaración.

Es decir, toda información, con independencia del soporte que se utilice, de las señales que use y de los signos a que dé lugar y emplee, es ni más ni menos, un conjunto de informones. Fíjese que no se dice que puede representarse, es mucho más que eso, está constituida por informones. Por otra parte, los tres aspectos a considerar en el estudio formal de la información (Morris, 1938): Sintaxis o estructura de los signos; Semántica o significado de los mismos; y Pragmática o interpretación y, o, uso de dichos signos, están contemplados en el informón. El informón es tanto un dato a nivel sintáctico, como un registro de un MIS a nivel semántico, como una ontología a nivel pragmático.Por ejemplo, las bases de datos están constituidas por informones tipo datos. Los sistemas de información proporcionan informones tipo noticias estructuradas. Y las bases de conocimiento se estructuran con informones en forma de ontologías.

Así, se define el informón como el elemento básico de la información que tiene sentido para un holón y le permite tomar decisiones y ejecutar acciones adecuadas. El informón puede tomar la forma de un dato, de una noticia y de un conocimiento. La unión de informones como datos y los holones correspondientes, de informones como noticias y los correspondientes holones con los que interactuan, forman los así, aunque inadecuadamente, denominados sistemas de información. Finalmente, la unión de informones, en forma de ontologías, como conceptualizaciones consensuadas de conocimientos, y los correspondientes holones, en este caso en forma de motores de inferencia, que las manejan y se interrelacionan forman los Sistemas Basados en Conocimientos, en general, y los Sistemas Expertos en particular.

IV.3.2. EL "HOLÓN"

IV.3.2.1. LA PARÁBOLA DE LOS RELOJEROS. DEFINICIÓN DE HOLÓN

Como ya se ha dicho, no existe información sin algo que la procese. Dicho lo anterior, el elemento básico del proceso de la información que aquí se considera es el que, para usar el término empleado por Koestler (Koestler, 1967) basándose en "la parábola de los relojeros" de Simon (Simon, 1962), se va a denominar holón.

El premio Nobel de economía del año 1978 y uno de los padres de la Inteligencia Artificial, Herbert, A. Simon, planteó la parábola de dos relojeros, en el sentido de diseñadores y, sobre todo, constructores de relojes. En dicha parábola, Simon concluía (Simon, 1962) que los sistemas evolucionan mucho más rápida y seguramente de un nivel de complejidad determinado a otros niveles de complejidad significativamente superior, si se consiguen formas intermedias estables que actúen como pasos intermedios hasta "alcanzar" el objetivo. Simon ilustraba el proceso según el cual era posible "crecer", minimizando riesgos, hasta llegar a sistemas complejos. La idea es que un sistema complejo resultaría sumamente frágil si no constara de subsistemas interrelacionados y, en la medida conveniente, autónomos. La parábola, sucintamente, es la siguiente: *Había una vez dos relojeros, Tempus y Hora, que trabajaban, naturalmente en Suiza. Hora montaba sus relojes como, por entenderse, se monta un castillo de naipes. Bastaba, por tanto, que una pieza, verbigracia un muelle, se saliera de su sitio, o, por exagerar, le "atacara" un golpe de tos al relojero mientras colocaba una tuerca, para que todo se le viniera abajo y se viese forzado a retomar, cual Sísifo (Seeman, 1958), la* *tarea desde el principio. Tempus, con más astucia y visión de futuro, seguía otro procedimiento más eficaz. Ensamblaba unidades independientes y complementarias, hasta que oía el "tic tac" señal que el trabajo estaba felizmente terminado. De este modo, se precavía de que el golpe de tos o la pieza rebelde, paradigma de la maldad de las cosas inanimadas, echaran a perder su trabajo. Pues, en el peor de los casos, se estropeaba sólo una unidad o módulo del sistema total; es decir, se malograba una unidad que formaba parte o estaba comprendida en otra unidad de orden superior, lo que era un incordio, pero no una tragedia. Tempus, consiguió fabricar muchos más relojes que Hora y al final se quedó con, prácticamente, toda la clientela.* Retomando esta hipótesis contrastada, Arthur Koestler, siguiendo la máxima holista aristotélica de que "el todo es más que la suma de las partes" (Aristóteles, 1994), y teniendo en cuenta la parábola de los dos relojeros, acuñó el neologismo "holón" (Koestler, 1967) que, etimológicamente, viene de "holos"; es decir, totalidad, e incorpora el sufijo "on" que, como ya se ha dicho, significa "parte" o "partícula". El concepto de holón está inspirado en las estructuras recursivas autosimilares presentes en los sistemas organizativos biológicos. De hecho, un holón lo definió Koestler como una parte identificable de un sistema que tiene entidad única, compuesta de partes subordinadas y que, a su vez, es parte de un todo mayor.

Este concepto tiene una larga y respetable historia. En efecto, la idea de jerarquía y de sus constituyentes partes-todo, u holones, puede y debe remontarse a los filósofos presocráticos, padres del atomismo, Leucipo y Deomócrito. Éstos desarrollaron el concepto abstracto de átomo y lo usaron para desarrollar una filosofía que podría, o al menos lo pretendía, explicar todos los eventos observados. Aristóteles, por su parte, al establecer en su metafísica que el todo era más que la suma de las partes, fue el iniciador del holismo. Además, usó la jerarquía como metodología para acumular y conectar conocimiento biológico. Este concepto de jerarquía fue, quizás, la forma dominante de ver la conexión entre los órdenes natural, humano y sobrenatural de los seres durante la edad media. En el siglo XVII Leibinz propuso la mónada como unidad irreducible para explicar no sólo el mundo material, sino también el mundo espiritual.

Al comienzo del siglo XX hubo un agitado interés en el holismo y la jerarquía que debe sus génesis al impacto de la teoría de la evolución de Wallace y Darwin. Posteriormente, en 1926 Jan Smuts en su obra "Evolution and Holism", vio las profundas conexiones entre los mundos natural y social y su concepto de holismo influenció claramente las ideas de Wilber. Éste, en 1980, cita a Smuts al comienzo de su principal trabajo "The Atman Project" donde usa el concepto de jerarquía: *En todas partes se ve en la naturaleza nada más que totalidades.*

Mientras todos estos distintos entramados de ideas incluyen la consideración de redes jerárquicas y niveles y órdenes de desarrollo, no fue hasta el trabajo de Arthur Koestler donde se propuso una teoría completa de holarquía y holones.

Koestler, primero, vio la necesidad de algún modelo que pudiera unir e integrar la visión del mundo reducionista y mecanicista de las sicologías "científica" y conductista, con la visión del mundo holista y humanista de las sicologías feudiana, rogeriana y de la gestalt. En segundo lugar, reconoció la importancia y relevancia de los procesos evolutivos en las ciencias sociales y buscaba proporcionar algún sistema teorético que pudiera aplicar conceptualizaciones evolutivas a ambas realidades. En tercer término, buscaba desarrollar un modelo de sistemas sociales humanos que fueran igualmente naturales para analizar el micronivel de la individualidad y el macronivel de la colectividad. Él buscaba proponer algún modelo básico de explicación que fuera relevante a lo largo y ancho de todo el rango de al actividad humana y su entorno. Koestler reconoció que este constructo "holón" tenía, de hecho, unos muy venerables y antiguos ancestros en la filosofía occidental. Varios e importantes filósofos, incluyendo Leibniz y Hegel habían dirigido su atención a la importancia de cosas tales como jerarquía y niveles de desarrollo. Koestler se veía a sí mismo en una línea de pensadores tales como esos que buscaban presentar juntos diferentes búsquedas y escuelas de esfuerzos científicos en lugar de perseguir la continua especialización en el conocimiento científico que había caracterizado las modernas escuelas científicas. La teoría holónica era el intento de Koestler de conseguir una filosofía de la ciencia integradora y esperaba que esta teoría o algo similar formarían la base de cualquier futura visión del mundo futuro.

El término holón es, como ya se ha dicho, una combinación del vocablo griego "holos" que significa todo o totalidad y el sufijo "on" el cual como en las palabras, protón, neutrón, etc., que indica, además de ser, partícula o parte. El holón, entonces, es una parte-todo. Es un punto nodal en una jerarquía que describe las relaciones entre entidades que son totalidades autocompletas y entidades que pueden verse como partes, dependientes de otras. Así, dependiendo de cómo se centre el foco moviéndose arriba, abajo, y, o, a lo largo y ancho de los nodos de una estructura "jerárquica" así la percepción de lo que es un todo y lo que es una parte cambiará.

Koestler, con la parábola de los relojeros de Simon quiso mostrar dos cosas. Una, que los sistema complejos evolucionarán desde los sistemas más sencillos mucho más rápidamente si hay formas estables intermedias; es decir, si están jerárquicamente organizadas. Dos, y más importante, él buscaba mostrar que los sistemas complejos resultantes serán siempre jerárquicos y que la jerarquía es el resultado natural y ubicuo del desarrollo de formas estructurales. Después de establecer la importancia universal de la jerarquía en el desarrollo de sistemas complejos, Koestler continuó proponiendo que estas jerarquías podrían analizarse en términos de los nodos o formas intermedias estables mediante las cuales se define su estructura. Fue justo a estas formas intermedias a las que Koestler le confirió la nueva etiqueta de “holón”.

Koestler vió la teoría holónica como una filosofía de la ciencia amplia que mostraba una salida al interminable debate acerca de los méritos del reducionismo y del holismo. Koestler señaló que en cualquier y todo orden existente, de los sistemas físicos a los sociales pasando por los químicos y los biológicos, enteramente autosoportados, no existían entidades no interactuantes. Y lo que es más importante, que las entidades pueden verse situadas en una relación holárquica entre ellas. Él llamaba a los sistemas de tales entidades *Open Hierarchical Systems (OHS)* y a éstos, subsecuentemente, se les denominó holarquías. Un holón, como Koestler entendía el término, es una parte identificable de un sistema que tiene una identidad única; sin embargo, está hecho de partes subordinadas y, a su vez, es parte de un todo mayor. Los holones de Koestler no fueron pensados como entidades y objetos, sino como una forma sistemática de relacionar estructuras teoréticas. En otras palabras, los holones eran puntos de referencia arbitrarios para interpretar la realidad. En sus palabras: *Whatever the natura of a hierachic organization, its constituent holons are defined by fixed rules and flexible estrategies.* De este modo, los holones de Koestler son postulados y “determinados” sólo fuera de las reglas relacionales y estrategias que ayudan a dar sentido a la realidad.

Dado que los holones se definen por la estructura de una jerarquía cada holón identificado puede verse el mismo como una serie de subjerarquías anidadas de la misma manera que las muñecas rusas, las matrioscas, son una serie inclusiva de muñecas dentro de otras muñecas. Los holones son, entonces, simultáneamente partes y todos porque ellos son siempre partes de jerarquías más amplias y siempre contienen subjerarquías. Los holones son simultáneamente todos autocontenidos de sus partes subordinadas, y partes dependientes cuando se ven en la dirección inversa. Por consiguiente, los holones pueden verse como puntos de referencia en series jerárquicas u holarquías.

Koestler ha propuesto un conjunto bastante detallado de principios holónicos y mostró que el constructo holón tiene una aplicación muy amplia. A su vez Wilber ha colocado el constructo holón firmemente en el centro de su marco integrador comprehensivo para conectar conocimiento. Wilber ha ampliado la teoría holónica en un nuevo enfoque, para entender las relaciones de muchos dominios de conocimiento diferente. Las concordancias entre los principios holónicos de Koestler y los 20 postulados de Wilder son claras pero no completas. En efecto, hay varios aspectos de la teoría de Koestler que, hasta ahora, no han sido explorados por nadie, incluido Wilber. Éstos incluyen los conceptos de:

a) Cambio holístico. Sistemas de entrada-salida que buscan la manera de cómo se disparan los holones y cómo éstos escudriñan y filtran las entradas.

b) "Arborización", "reticulación" y "canales de regulación". Tanto tener aptitudes como maneras de ver cómo los holones pueden relacionarse entre sí.

c) La "salud" holónica y cómo cambian los holones y los principios de Koestler sobre equilibrio holónico, desorden y regeneración, que ofrecen fértil terreno para posterior estudio.

Por su parte, Wilder a estos principios añade los siguientes:

a) No exclusión que significa que se pueden aceptar las declaraciones válidas de verdad; es decir, las pretensiones de verdad que pasan los test de validez para sus propios paradigmas en sus propios campos, sean éstos hermeneúticos, científicos, etc., en tal grado que realizan afirmaciones acerca de la existencia de sus propios fenómenos descubiertos y realizados, pero no cuando hacen afirmaciones acerca de la existencia de fenómenos realizados por otros paradigmas. Este principio se refiere a la aceptación de conocimiento parcial pero válido que ha sido recogido por disciplinas centrándose en aspectos particulares de los holones. Mucho de ese conocimiento ha sido el resultado de paradigmas (matrices disciplinares/metodologías) reducionistas.

b) Plegado/Desplegado que se define como sigue: La no exclusión con frecuencia desvela una idea que estaba velada. En cualquier corriente evolutiva, sucesivas olas transcienden e incluyen a sus predecesoras, y así cada ola es adecuada y cada ola sucesiva es más adecuada. En breve, cada ola es holista y cada ola sucesiva es más holista. Este principio "unfoldment/enfoldment" se refiere a la aceptación de la naturaleza holista y evolutiva del conocimiento y sus métodos. Este principio se relaciona con la idea de que todas las bases y métodos de conocimiento están conectados y pueden ilustrar a los demás.

c) “Enactment” “Promulgación”.Poniendo todos estos modos de inquisición juntos, como un enactment y descubrimiento de cognición “turquesa”, resulta en un pluralismo metodológico integral. Los fenómenos son “enacted”, paridos y desvelados por prácticas, entonces uno se percata de que lo que parece ser “fenómenos o experiencias conflictivas” son simplemente experiencias diferentes, y completamente compatibles, paridas por diferentes prácticas. De este modo, “enactment” se refiere a la capacidad de situar y proporcionar un nuevo contexto integrador para que todos los enfoques parciales sean reduccionistas y holistas. Son precisamente estas tres capacidades las que se hacen disponibles cuando se ve el holón como una unidad de análisis para una teoría integral.

IV.3.2.2. CARACTERÍSTICAS DE LOS HOLONES

El término “holón” se emplea, entonces, para denominar entidades que exhiben, simultáneamente, un comportamiento autónomo; es decir, se comportan como un todo, y no autosuficiente; esto es, se comportan como una parte de un todo mayor. Verbigracia, las moléculas que son, simultáneamente: todo, cuando integran a los átomos que las forman; y parte, cuando, por ejemplo, se integra en una célula como el ADN, que constituye el nivel inmediatamente superior en tamaño y funcionalidad, que no en importancia, pues todos los niveles son decisivos e imprescindibles, sin átomos no hay moléculas, etc. Cuando el holón se siente todo, afirma su autonomía, “identidad”, etc., con lo que adquiere, al menos en los niveles más elaborados, seguridad “sicológica”. Una de las principales características de los holones es su autorreplicación lo que proporciona la funcionalidad de recursión y le puede proporcionar la capacidad de autoorganización y autopoiesis Esto significa que se precisan capacidades de cooperación. En consecuencia, se puede “definir” un “holón” como un elemento con entidad propia que presenta un comportamiento autónomo, autoorganizativo, recursivo y cooperativo. Autonomía significa que cada holón debe ser capaz de crear, controlar y monitorizar la ejecución de sus propios planes y, o, estrategias de actuación y realizar acciones preventivas y, o, correctivas adecuadas; esto es, racionales frente a sus propias disfunciones. En 1981, el premio Nobel de Medicina Roger Sperry hizo uso del concepto de holón en su área de conocimiento. Posteriormente, Suda a partir de 1989, aplicó el concepto de holón a los sistemas industriales, con lo que el término se hizo ubicuo. En general, el holón es la unidad básica estable y coherente en sistemas complejos tanto naturales (biológicos y sociales) como artificiales (informáticos o industriales). Un holón contiene siempre una parte de procesamiento de información y, opcionalmente, otra de procedimiento físico. Con el término holón, la doctoranda concretamente denomina las entidades de proceso que exhiben simultáneamente:

a) Un comportamiento *autónomo;* esto es, se comportan como un todo, por lo que requieren capacidades de cooperación. Entendiendo por autonomía la capacidad de una entidad para generar su propio comportamiento; o sea, sus propios planes y, o, estrategias de actuación y comportamiento, en definitiva su "teleología" y controlar su ejecución, así como su propio estado.

b) N*o autosuficiente*; es decir, se comportan como parte de un todo mayor. Cuando el holón se siente "todo", afirma su autonomía, "identidad", etc., con lo que adquiere, al menos en los niveles más elaborados, seguridad "sicológica".

c) Capacidad de cooperación. Por cooperación, se quiere decir, en este contexto, un proceso por el cual un conjunto de dichas entidades desarrolla planes, comúnmente aceptados, que se ejecutan en forma distribuida. Cooperación significa que los diferentes holones deben ser capaces de negociar y ejecutar planes mutuamente aceptables, "joint intentions" y llevar a cabo acciones preventivas y, o, correctivas frente a disfunciones globales. Dicho de otro modo, un holón es el elemento básico de proceso de información, en cualquiera de sus niveles, con entidad propia capaz de presentar un comportamiento autónomo y cooperativo.

d) Carácter abierto. Un sistema holónico debe permitir la inclusión de nuevas unidades, eliminación de las existentes y modificación de las capacidades funcionales y comportamentales de las existentes, con intervención exterior mínima. Los holones y, o, sus funcionalidades pueden venir de distintas "mentes" (heterogenidad).

e) "Autorreplicación". Una de las principales características de los holones es su autorreplicación lo que proporciona la funcionalidad de recursión y la capacidad de autoorganización y autopoiesis o autoproducción específica del nivel celular.

f) Estabilidad. Todo holón, de acuerdo con el contexto y circunstancias, posee cuatro impulsos, a saber:

1) Actividad o impulso a continuar siendo totalidad.
2) "Comunión" o impulso para seguir siendo una parte.

3) Trascendencia o impulso de superación y ascendencia.

4) Disolución, o impulso a descender y descomponerse.

Estos impulsos son los que le dan estabilidad al holón y le permiten desarrollar sus capacidades:

Como lo señaló Octavio Paz, en el discurso de recepción del premio Nobel, los seres humanos han descubierto, al finalizar el siglo XX, que son parte de un inmenso sistema o “conjunto de sistemas” que va de las plantas y los animales a las células, las moléculas, los átomos y las estrellas, Es decir, un eslabón más en la “cadena del ser” como llamaban los antiguos filósofos al Universo. Una de las principales características de los holones es su granularidad múltiple, que se manifiesta a través de la replicación de estructuras autosimilares. Esto permite establecer una descomposición, jerárquica y, o, heterárquica, en forma fractal que se puede denominar “holarquía”. Una holarquía puede definirse, pues, como un sistema de holones autorregulados que, según las circunstancias, cooperan y, o, compiten, y, o, colaboran teleológicamente; esto es, para alcanzar una meta u objetivo global. En suma, una holarquía define las reglas básicas y específicas de lo que genéricamente se puede denominar la colaboración de los holones que la forman y, en consecuencia, limita su autonomía y, o, condiciona sus procesos de toma de decisión. Dicho en otros términos, el carácter colaborativo de los holones se manifiesta tanto en los procesos teleológicos de planificación y asignación de ellos mismos y los recursos que necesitan para la consecución de las metas globales del sistema en que se integran, como para la superación de sus carencias, en recursos y, o, capacidades en la ejecución de sus propias metas. Su fortaleza y oportunidad procede del hecho de ser unidades independientes; es decir, módulos, en el tratamiento de problemas cooperativos en entornos heterogéneos. Su eficacia proviene de su característica de ser, a su vez, elementos subordinados de otros holones de nivel superior que los contienen y, en cierta medida, controlan. Las formas intermedias proveen la funcionalidad propia de la totalidad mayor.

Obviamente, los holones tienen que tomar decisiones racionales y, como se aplican a una nueva disciplina científico-tecnológica, dichas decisiones racionales deben ser similares a las científicas. Estas decisiones pueden modelizarse con los pares “holón(es)”, “informón(es)”, en los cuales los holones representan dicho mundo. Se supone, naturalmente, que los holones pueden elegir entre distintas alternativas u opciones. Asimismo, se supone que el mundo es como es y que esto se refleja en su representación mediante los informones, y que lo que le ocurre al holón depende, por una parte, de cómo sea el mundo en un momento determinado y, por otra, de las opciones epistémicas y gnoseológicas que elija el holón. Se acepta, también, que el holón no conoce el estado actual del mundo pero al menos es capaz de distinguir entre dos estados posibles del mismo. Las valoraciones de los holones no atañen directamente a las opciones o a los estados del mundo, sino a los pares "opción-estado"; es decir, lo que se valora es haber elegido una opción particular en un estado definido del mundo.

IV.3.2.3. NIVELES HOLÓNICOS

Al igual que los informones pueden tomar la forma de dato, noticia o conocimiento, los holones que los manejan presentan estructuras, desde las más simples a las más complejas, dependiendo de la complejidad funcional asignada a los mismos. Más en concreto, la construcción del software se presenta mediante un modelo computacional holónico formado por diferentes niveles denominados:

1. "Instrucción": Lo constituyen los holones primarios que son entidades propias y cooperativas que tratan únicamente *datos* y producen nuevos datos o *noticias simples*. Estos holones están especializados y realizan operaciones *primitivas* básicas. Por ejemplo, si a un holón primario *operador lógico* le llegan dos datos que son las edades de dos individuos, el holón pude sacar como *noticia* que un individuo es mayor, igual o menor que otro.

2. "Componente": Un holón componente surge al estructurarse holárquicamente (jerárquicamente/heterárquicamente) los holones *primarios* del nivel "instrucción" proporcionando un nivel superior al de "instrucción". Un *holón componente* tiene una funcionalidad superior a la suma de sus holones "instrucción" y tiene capacidad de producir *noticias más elaboradas y, o, conocimientos*.

Si los informones que trata el holón componente corresponden a estructuras de datos, el componente proporcionará noticias típicas de un sistema de información. En cambio, si los holones tratan estructuras de datos que corresponden a conceptualizaciones de conocimiento, el resultado será informones de conocimiento que proporcionan información propia de los sistemas basados en el conocimiento. Por ejemplo, un holón componente puede representar un programa o un subprograma.

3. "Entidad": El holón "entidad" se forma mediante relaciones holárquicas de holones *componentes*. Un holón *entidad* presenta creencias, motivaciones e intenciones y cambia su comportamiento basándose en experiencias previas. Incorpora la propiedad de *proactividad*; es decir, actúa por su propia iniciativa para alcanzar metas que él mismo es *capaz de generar*. Los holones "entidad" tratan con informones de noticias y conocimientos, dependiendo de la estructura subyacente de los datos. Por ejemplo, un holón entidad puede representar y actuar como un agente software.

Los sistemas transacionales son informones tipo datos y holones clase programas. Los sistemas de información son informones tipo noticias estructuradas y holones tipo programas y fórmulas. Finalmente, los sistemas basados en conocimientos son, ni más ni menos, que informones en forma de ontologías y holones en forma de agentes.

4. "Organización": Se denomina organización holónica a una holarquía de entidades colaborativas. Un holón *organización* designa una agrupación formal y estable de holones *entidad* y ofrece una interfaz bien definida de comunicación con el exterior, que constituye en si misma una unidad independiente e identificable (con entidad propia). Las actividades de cada organización vienen determinadas por procesos de cooperación con otras entidades u organizaciones. Una *organización* presenta una meta común y los holones *entidad,* que tienen sus propias metas, muestran un comportamiento cooperativo dirigido por la meta común de esa "organización". En la "organización", los holones "entidad" son libres para participar en la misma, abandonarla y actuar de forma autónoma como "entidad", o formar nuevos holones "organización" con otras entidades. Una organización holónica precisa en su funcionamiento de los siguientes elementos:

a) Estructuras de información y ontologías compartidas por sus holones "entidad".

b) Interfaces de cooperación basadas en protocolos de interacción.

c) Infraestructura para el paso de mensajes entre las entidades.

d) Mecanismos de toma de decisiones que ayuden a los holones "entidad" en sus actividades de planificación de tareas, negociación, intercambio de información, etc.

e) Técnicas y reglas de descomposición y asignación de tareas entre los miembros de la "organización".

f) Facilidades para la monitorización del estado de una tarea distribuida, y la planificación y control de todas las acciones que conforman la tarea.

Por ejemplo, un sistema multiagente (MAS) es un tipo de holón “organización”. Sin embargo, no hay que confundir agentes con holones y, en consecuencia, sistemas de agentes con holones. Como se verá, más adelante, los holones son más que agentes.

IV.3.2.4. DOMINIOS DE COOPERACIÓN Y COLABORACIÓN HOLÓNICA

Además de estos niveles, es importante considerar dentro de una estructura holónica el *dominio* de cooperación y colaboración holónico. Se define un tal dominio como un espacio lógico en el que los holones “entidad” u “organización”, cada uno con sus propias metas dentro del dominio, operan y se comunican entre sí, proporcionando con ello el contexto en el que estos holones pueden localizarse, contactar e interactuar unos con otros; por ejemplo, un dominio en una plataforma de Internet. Dentro de un dominio, ésta puede ser:

a) Simple. En este caso, cualquiera se compromete a cooperar con cualquier otro siguiendo un conjunto de protocolos de interacción establecidos. Aquí se consideran aceptables respuestas no cooperativas; verbigracia: “rechazo”, “no entendimiento”, etc. Todos los holones deben presentar facilidades de cooperación simple.

b) Complejo. Esta clase de cooperación está encaminada a alcanzar una meta compartida por varios holones; por ejemplo, el acuerdo de un plan común para ejecutar las tareas asociadas a un problema distribuído.

Una organización holónica se diferencia de un dominio holónico en que la organización está constituida por holones “entidad”, tiene una meta común a todos los holones y éstos participan voluntariamente en la organización para alcanzar las metas de la misma. Mientras que el dominio es un espacio de cooperación y colaboración para que los holones “entidad” y “organización”, que participan voluntariamente en el mismo, puedan alcanzar cada uno de ellos su propia meta.

En un *dominio,* los holones se conciben como integrantes en una sociedad, cuyas actividades globales deben ser contempladas. Estas actividades deben ocurrir de acuerdo con un conjunto de convenciones y leyes *sociales* tanto de carácter general como de carácter específico. Estas leyes regulan las relaciones sociales que es necesario establecer para llevar a cabo dichas actividades. La estructura social del dominio viene determinada por los *roles*, las *relaciones* sociales identificadas entre éstos y las convenciones y *leyes sociales* que rigen estas relaciones. El *dominio* define entonces el comportamiento global esperado mediante las metas sociales que deben contemplarse, los roles necesarios para alcanzar dichas metas, las relaciones existentes entre estos roles y un conjunto de convenciones y leyes sociales de carácter global que regirán dichas relaciones. Una forma plausible de caracterizar el *dominio* es mediante la identificación de las relaciones sociales potenciales existentes entre sus actores y, más concretamente, entre los diferentes *roles* identificados.

El holón asume la responsabilidad de llevar a cabo sus tareas individuales. Ahora bien, al estar en un *dominio* de cooperación asume también unas responsabilidades sociales. La necesidad de garantizar la realización de estas tareas sociales conduce a la necesidad de identificar tanto las relaciones sociales necesarias para llevar a cabo dichas tareas, como las leyes sociales que regulen dichas relaciones. Estas leyes, impuestas por el *dominio*, deben ser respetadas por el holón y forzadas por el *dominio* con el fin de permitir el funcionamiento correcto del mismo, de acuerdo con el comportamiento global esperado. Son, por tanto, las leyes que regulan las relaciones sociales las que permiten obtener un comportamiento socialmente responsable a los holones *entidad* y *organización*.

Plantearse la obtención de un comportamiento socialmente responsable durante el *diseño* del holón no sería adecuado en un entorno dinámico y heterogéneo como es un *dominio*, en el que, por ejemplo, los patrones de interacción se establecen dinámicamente. Los distintos modelos de coordinación y negociación y la propia estructura social, constituyen las abstracciones conceptuales para establecer las leyes que deberán regir tanto la actuación de los holones como sus interrelaciones, con el fin de alcanzar un comportamiento socialmente responsable. Los medios de coordinación y negociación que soportan dichos modelos constituyen el mecanismo utilizado por el dominio para este fin.

La “configuración” que se crea en un dominio de cooperación y colaboración es dinámica. Mientras que el holón *organización* forma una configuración estable, los holones de un dominio son más inestables, participan en el dominio de cooperación para alcanzar sus propias metas, respetando las leyes sociales del dominio y nada más alcanzarlas desaparecen del mismo. Un holón entra a formar parte de un dominio de cooperación y colaboración interactuando con un holón interfaz del dominio de modo que pueda participar en el mismo.

Los holones se incorporan en el *dominio* para alcanzar sus propias metas. El dominio acepta o rechaza su entrada dependiendo de que el rol con el que desean participar sea apropiado en ese *dominio* y acepten las convenciones y leyes sociales. En caso afirmativo, se incorporan como holones *socialmente responsables,* acatando las normas del *dominio*. Normalmente, el *dominio* incorpora una serie de holones *sociales cooperativos* con la misión de atender a las necesidades de los holones que participan en el dominio y de hacerles cumplir las leyes sociales, tal y como se muestra en la figura IV.4.

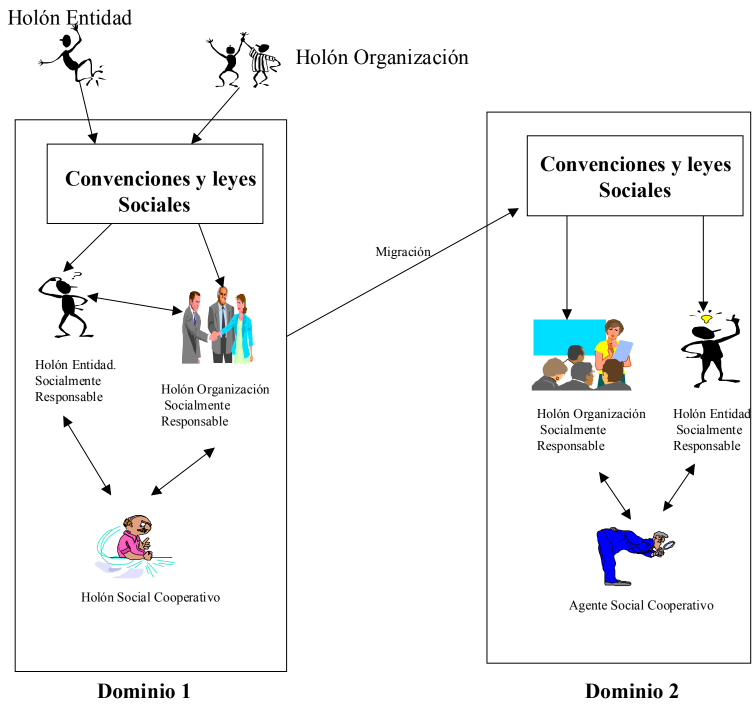

Figura IV.4. Dominios de Colaboración y Cooperación.

La cooperación entre holones ocurre siempre a través de sus respectivos dominios de cooperación. Un dominio de cooperación comprende los siguientes elementos:

a) Estructuras de información y ontologías compartidas por sus holones miembros.
b) Interfaces de cooperación basadas en protocolos de interacción.
c) Infraestructura para el paso de mensajes entre las organizaciones y el dominio de cooperación. Si el dominio de cooperación se localiza en el mismo dispositivo físico, el paso de mensajes puede conseguirse por memoria compartida. En otro caso, los mensajes deben representarse, codificarse y enviarse a través de una red de comunicaciones. Este aspecto se aborda en el modelo de comunicación.
d) Mecanismos de toma de decisiones que ayuden a los holones en sus actividades de planificación de tareas, negociación, intercambio de información, etc.

e) Técnicas y reglas de descomposición y asignación de tareas entre los miembros del dominio, así como facilidades para la planificación y el control de tareas dentro de un holón (síntesis).
f) Facilidades para la monitorización del estado de una tarea distribuida, y la planificación y control de todas las acciones que conforman la tarea.

Un sistema de información holónico, es, pues, una holarquía que integra el conjunto de actividades de información desde la identificación de necesidades, la producción, la selección y adquisición, el procesamiento analítico-sintético y la recuperación y diseminación de información para responder de forma dinámica a las necesidades de los usuarios en forma de organización virtual. Un tal sistema se sustenta en una red de elementos autónomos y con capacidad de cooperar. La organización la determina el propósito y el compartir normas, políticas y reglas. Dentro de una red holónica, cada configuración del proceso puede identificarse como una empresa, institución, etc., virtual. Una componente software es cualquier pieza de código escrita con anterioridad que define un elemento de conceptualización y puede ser invocada para proveer una funcionalidad que la componente encapsula. Las componentes, típicamente, se empaquetan de acuerdo con normas efectivas de modo que puedan ser invocadas desde lenguajes, entornos y ambientes múltiples. En este contexto, un "webservice", puede entenderse como un holón.

IV.3.2.5. HOLONES VERSUS AGENTES

Antes de finalizar y dado el confusionismo existente al respecto, se van a dar, tal y como se muestra en la tabla IV.2, las diferencias y similaridades entre holones y agentes. Lo más destacable de la misma son las dos situaciones siguientes: Con respecto a la autoorganización, para unos, como es el caso de Barbat, los holones y los agentes son distintos; sin embargo, para otros, como es el caso de Passer, So y Durfle, y Tambe, son iguales. Pero la diferencia sustancial y de verdad discriminatoria es que mientras que los holones tienen capacidad de recursión e integración entre varios de ellos que tengan un objetivo común, los agentes ni tienen recursión ni capacidad de integrarse.

Otra característica fundamental de los holones, en tanto que operan con un conjunto restringido de opciones y estados del mundo que les viene dado por la situación y el problema sobre el que actúan, y no les es posible construir una estructura de preferencias completa y coherente, es la de ser elementos *satisfacedores* (no maximizadores) en el sentido de Simon

(Simon, 1982); es decir, buscan una solución suficientemente buena en vista a las restricciones existentes y el coste relativo de hacer algo mejor. En este sentido se comportan como los seres humanos.

PROPIEDAD	HOLÓN	AGENTE
1. Autonomía	Si	Si
2. Reactividad	Si	Si
3. Proactividad	Si	Si
4. Habilidad Social	Si. La interfaz humana es específica de cada holón.	Si. La interfaz humana se implementa generalmente por uno o varios agentes especializados.
5. Cooperación	Si. Los holones nunca rechazan de manera deliberada la cooperación con otro holón.	Si. El agente puede competir y cooperar.
6. Reorganización	Si. Holarquías. Las holarquías aquí se pueden implementar utilizando varios enfoques para federaciones en esquemas tales como: facilitadores, o mediadores	Si. jerarquías, organización horizontal, heterarquías, etc. Las holarquías en este caso se pueden implementar usando SMA; o sea, sistemas multiagente.
7. Racionalidad	Si	Si
8. Aprendizaje	Si	Si
9. Benevolencia	Si	Si
10. Movilidad	Los holones raramente necesitan movilidad para la ejecución de sus tareas. Si así fuera, la tendrían.	Si
11. Recursión y Asociación	Si. Ésta es la gran diferencia entre un holón y un agente. Mientras el holón tiene capacidad de recursión o asociación entre varios de ellos que posean un objetivo común, los agentes no pueden agruparse, ni son recursivos.	No existe ninguna arquitectura recursiva como tal, pero algunas técnicas son utilizadas para definir federaciones que simularán los diferentes niveles recursivos.
12. Procesamiento de la Información y Físico	Si. La separación es explícita, aunque la parte de procesamiento físico es opcional.	No existe una separación explícita
13. Actitudes Mentales	Si. Los holones no necesitan razonar acerca de sus propias actitudes mentales o aquellas de otros unidades de control.	Si

Tabla IV.2. Diferencias y similaridades entre holones y agentes.

Evidentemente, dichas valoraciones, de acuerdo con las distintas situaciones y problemas, deben adoptar distintas formas que van desde la más sencilla ordenación lineal hasta la racionalidad acotada o satisfactoria de Simon (Simon, 1945), pasando por los holones bayesianos entre otros. En efecto, el agente racional clásico es un “maximizador”, en tanto que en la propuesta de Simon, donde introduce la noción de “satisfacción” (Simón, 1982) retomando la de Tarski (Tarski, 1956), es la de un “agente” que funciona en condiciones de “racionalidad acotada”. Esto es debido, básicamente, a que:

a) Los holones, van a operar con un conjunto suficientemente restringido de opciones y estados del mundo, que le vienen dados por la situación y el problema sobre el que actúan.

b) Raras veces es posible construir una estructura de preferencias completa y coherente, ni tampoco calcular la utilidad esperada para cada opción. Si éste fuera el caso, la cuestión se resolvería mediante métodos bayesianos sin problema. En efecto Thomas Bayes (Bayes, 1763) desarrolló en su trabajo de 1763 un procedimiento para resolver este tipo de cuestiones. Curiosamente, dicho trabajo permaneció prácticamente ignorado, hasta que Pierre Simon de Laplace lo discutió en uno de sus trabajos.

c) Es capaz de distinguir entre opciones satisfactorias y aquellas que no lo son.

Es decir, de acuerdo con Simon, los holones son satisfacedores (satisfacer), no maximizadores y en este sentido se comportan como los seres humanos. Según Simon (Simon, 1981), hay que ir hacia una solución satisfactoria; esto es, una solución suficientemente buena en vista a las restricciones existentes y el coste relativo de hacer algo mejor, antes que una solución satisfaciendo. Naturalmente, los pares holones-informones y las estructuras que sobre ellos se construyen, se enfrentarán, inexorablemente, tanto a situaciones conflictivas, como a otras concurrentes y cooperativas, en las que los esquemas de decisión que usen se fundamentarán tanto en la teoría de von Neuman y Morgenstern (von Neuman, 1953) como en la teoría de juegos cooperativos de Nash (Nash, 1953) y cualquier otra teoría o regla de decisión que permita a los holones, de modo efectivo, tomar la decisión más adecuada, en el momento más oportuno y de la forma más eficiente posible.

De hecho, si no fuera por el carácter continuo que representa, el término que mejor le cuadraba a lo que Koestler denominó holón, es el de “homeomerón”, en el sentido de “homeomería” de Anaxágoras (Empédocles, 1996), y, tal vez, al carácter holárquico mejor le convendría el término de “jerarquía desarraigada”, en contraposición al concepto de jerarquía “dionisíaca”, por el “oximorón” que representa el hecho de que, en una holarquía, convivan simultáneamente dos planteamientos opuestos como son el de jerarquía y la heterarquía. En efecto, el filósofo neoplatónico Dionisio Areopagita, introdujo el concepto de jerarquía en un contexto teológico. El término significa, literal y etimológicamente, dominio a través de lo sagrado. Siguiendo una “lógica” que probablemente sólo él conociera, Dionisio llegó a la conclusión de que el cielo estaba organizado jerárquicamente. Es más, aseguraba que había nueve niveles. Dios era la cumbre, los arcángeles formaban el consejo de dirección y Jesucristo ocupaba un puesto a la diestra de Dios. A continuación, estaban los ángeles, tronos, dominaciones, potestades, querubines, serafines, etc. Pero, para él, también el infierno era jerárquico y la estructura era similar. Lo que no determinó Dionisio, fue si el cielo significaba cooperación y el infierno confrontación o ¿qué? Con los holones, se contemplan ambas alternativas. Por eso, con los holones, se puede representar tanto una simple sentencia de control hasta un sistema de agentes, pasando por un subprograma, “demonios”, etcétera.

IV.4. POSTULADOS DE LA TEORÍA

Definidos los elementos constitutivos de la teoría propuesta, se pasa a presentar los postulados que la soportan. Éstos son los siguientes:

P1. Complementariedad. Todo sistema de información, biológico o artificial, se compone de sólo dos elementos complementarios: Holones e Informones. Formalmente:

$$SI = \{H, I\}$$

P2. Cómputo. En todo sistema de información se puede establecer la “operación” de cómputo, representada por 0, que consiste en transformar holones e informones de entrada en otro(s) de salida. Es decir, los holones e informones se interrelacionan para obtener nuevos informones y holones; de acuerdo con el esquema siguiente:

$$H \circ H \cup I \rightarrow H' \cup I'$$

P3. Satisfactibilidad. Todo sistema de información se rige por criterios de satisfactibilidad y no de optimización o maximización.

IV.5. EXPERIMENTACIÓN

Cualquier teoría que se proponga se quedaría en mera especulación si no fuera capaz de predecir y, o, explicar ciertos hechos en su dominio de aplicación. Justamente, estas predicciones y, o, explicaciones, constituyen los “experimentum crucis” que permiten, ya que no corroborar formalmente, al menos falsar la teoría. En este sentido, la teoría aquí propuesta predice lo que a continuación se explicita en los dominios siguientes:

A) Genética. En el dominio del ADN, la teoría afirma que habida cuenta de que varios informones distintos, en este caso en forma de codones, dan el mismo aminoácido, y el código genético actúa como holón, entonces dependiendo del codón del que proceda el aminoácido éste se comportará de una manera o de otra. Como consecuencia de ello, muchas enfermedades genéticas de etiología única tienen “prima facie” como causa el codón del que proceden. Para confirmar esto se puede realizar el siguiente experimento. Cojánse varios individuos con la enfermedad de etiología única X, obsérvese si todos ellos tienen en la proteína Y el aminoácido Z proveniente del codón o triplete T. Y véanse, como contraprueba, otros individuos que no presentan dicha enfermedad y compruébese que tienen codones distintos. Si se confirma el supuesto, es obvio que queda establecida, como supone la teoría, la relación íntima, hoy aún no aceptada, ni siquiera considerada, de tripletes y enfermedades.

B) Cerebro. El premio Nobel por el descubrimiento de la estructura del ADN Francis Harry Compton Crick en 1990 y un joven colaborador suyo Christof Koch (Crick, 1990) proclamaron en Seminarios sobre Neurociencias que había llegado la hora de estudiar el tal vez más elusivo e ineludible de los fenómenos: la consciencia, convirtiéndola así en un tema legítimo para la investigación empírica. Ambos rechazaban la creencia de muchos de sus colegas en el sentido de que la consciencia no se podía definir, y menos aún estudiar. Bien al contrario, para Crick y Koch, siguiendo a William James, la conciencia o consciencia, y todas sus formas, dirigidas hacia objetos, bien del mundo sensible o altamente abstractos o internos, parecen necesitar el mismo mecanismo subyacente; es decir, un mecanismo que combina la atención con la memoria a corto plazo. Sostenían, además, que no se podía esperar alcanzar una verdadera comprensión de la consciencia, ni por otra parte, de cualquier otro fenómeno mental, tratando al cerebro como un caja negra. Posteriormente, Crick expuso detalladamente sus opiniones sobre la consciencia en un conocido libro titulado “The Astronishing Hypothesis” (Crick, 1994). Para Crick el componente crucial de su definición de consciencia es la palabra atención y hace hincapié en que ésta implica algo más que un simple procesamiento de información. En sus palabras (Crick, 1988): *Somos conscientes de que tomamos una decisión, pero no somos conscientes de lo que nos hace tomar dicha decisión.* Esto ya lo había sugerido Sigmund Freud (Freud, 1956) cuando reflejando su inquietud sobre el inconsciente que ya se había desarrollado en el siglo XIX, planteó la hipótesis de que la mayoría de los actos humanos estaban determinados por impulsos inconscientes. Hoy la neurociencia sabe que eso es cierto. Efectivamente, en la primavera de 1994, la Universidad de Arizona en Tucson, organizó un simposio interdisciplinario sobre la consciencia. Allí y entonces, Benjamín Libet, sicólogo de la Universidad de California en San Francisco, realizó el siguiente experimento (Norretranders, 1998): Pidió a los participantes que doblaran un dedo en el momento de haberlo decidido mientras anotaban el instante de su decisión tal y como indicaba un reloj. Los participantes tardaron 0,2 segundos de media en doblar los dedos tras haber decidido hacerlo; pero la electroencefalografía, que registró sus ondas cerebrales, reveló que la máxima actividad cerebral tenía lugar 0,3 segundos "antes" de haber tomado conscientemente la decisión de doblar el dedo. Es decir, el cerebro se ponía manos a la obra antes de que se fuese consciente de la decisión. Como lo señaló Francisco J. Rubia (Rubia, 2002), Catedrático de Fisiología Humana de la Universidad Complutense de Madrid: *No tenemos ni idea de dónde parte esa primera actividad, pero lo que queda claro es que no es consciente.*

La consciencia se resolvió, para los materialistas, cuando alguien decidió que era un mero epifenómeno del mundo material. Fue el filósofo oxfordiano Gilbert Ryle (Ryle, 1949) quien primero acuñó la frase *the ghost in the machina,* en los años treinta, para mofarse del dualismo mente-materia, afirmando que el dualismo –que sostenía que la mente es un fenómeno separado e independiente de su sustrato físico y capaz de ejercer influjo sobre él- violaba el principio de conservación de la energía y, por tanto, toda la física. Según Ryle, la mente es una propiedad de la materia y sólo trazando detalladamente los intricados meandros de la materia en el cerebro se podrá explicar la consciencia. Claro que en esto Ryle no fue totalmente original al proponer este paradigma materialista. En efecto, hace cuatro siglos Francis Bacon ya instaba a los filósofos de su época a que dejaran de empeñarse en mostrar cómo evolucionaba el universo a partir del pensamiento y empezaran a considerar cómo evolucionaba el pensamiento a partir del universo.

Para el premio Nobel de Física Murray Gell-Mann (Penrose, 1996) *La consciencia o autoconocimiento es una propiedad, como la inteligencia, que puede acabar evolucionando en los sistemas complejos adaptativos cuando alcanzan ciertos niveles de complejidad […]. En principio, no me parece posible que nosotros los humanos podamos construir computadores con un grado de conocimiento razonable. Penrose parece atribuir al autoconocimiento alguna cualidad especial que hace improbable que surja de las leyes ordinarias de la ciencia*.

Sobre la consciencia se ha escrito mucho y poco atinado. Como lo señaló Stuart Kauffman (Kauffman, 2003): *Dado lo poco sensato y lo mucho inútil que se ha vertido sobre la consciencia, una hipótesis más no empeorará las cosas.* Y a continuación, plantea su hipótesis como sigue: *La consciencia está asociada a una "toma de decisiones" de alta resolución, conducente a los comportamientos alternativos en los agentes autónomos moleculares, que abarca los reinos cuántico y clásico y equivalente a la persistente* *propagación de bucles interconectados y percolados de coherencia cuántica, los cuales simultáneamente y sistemáticamente pierden coherencia, trasformándose en clásicos. El paso al comportamiento clásico representa "mente" actuando sobre "materia". La consciencia es la experiencia interna que el agente tiene de esa red percolada de coherencia cuántica que sostenidamente sufre decoherencia hacia el comportamiento clásico.* Ciertamente, retórico y oscuro. Sin embargo, es innegable que la consciencia es un fenómeno emergente del comportamiento del cerebro, y que puede entenderse. La teoría aquí propuesta afirma que dicho fenómeno es el resultado de observar el proceso de cómputo de holones e informones por holones que los observan y categorizar a otros holones de más bajo nivel que trabajan sobre ellos. Véase el siguiente ejemplo dado por la tabla IV.3. En ella, se pueden ver los cuatro casos siguientes:

1. Se es conciente de lo que se sabe. Un grupo de holones, trabaja sobre informones de conocimiento y los holones que los manejan y da cuenta de ese trabajo. Es justamente la consciencia.

2. Se es consciente de lo que no se sabe. Holones de un cierto nivel quieren trabajar sobre informones de conocimiento y se percatan de que no existen.

3. No se es consciente de lo que se sabe. En este caso, no se han usado holones de nivel suficiente para estar en el caso 1.

4. No se es consciente de lo que no se sabe. No se han usado holones para convertir la situación en el caso 2.

Todo ello implica que en el cerebro debe haber algún "mecanismo" formado por neuronas, y, o, glía y sus respectivas actividades, que se activen siempre y cuando el cerebro reciba una actividad que requiera consciencia. Dicho mecanismo debe, anatómica y físicamente, tener muchas entradas y pocas salidas; es decir, debe ser más receptor que emisor. El candidato propuesto por Crick y Koch, el 28 de Julio de 2004, pocos días antes de la muerte del último, es el "claustrum". Es éste una pequeña lámina de tejido cerebral localizado bajo el córtex. Poco se conoce acerca de él, salvo que está conectado y cambia información con, casi todas las regiones sensoriales y motoras del córtex, así como la amígdala que juega un papel trascendental en las emociones. Además, Koch y Crick, comparan el "claustrun" con un director de orquesta. Es decir, las conexiones neuroanatómicas del "claustrum" reúnen las características de un verdadero director, puesto que pueden enlazar juntas y coordinar las distintas regiones sensoriales y cognitivas necesarias para la unidad de la conciencia. En suma, a día de hoy el "claustrum" tiene todas las rifas para ser el soporte material de la consciencia, de acuerdo con la teoría aquí propuesta. Actualmente, se está llevando a cabo con el Profesor Ortíz de la UCM, un trabajo para verificar esta hipótesis.

		CONSCIENCIA	
		Consciente	Inconsciente
CONOCIMIENTO	Conoce	Se es consciente de lo que se sabe. Por ejemplo, Al aprobar el carnet de conducir, se "sabe" que se sabe conducir	No se es consciente de lo que uno sabe; verbigracia, cuando uno es un conductor versado, no es consciente de que sabe conducir pues lo hace automáticamente
	Ignora	Se es consciente de lo que se ignora. Es el caso que ocurre cuando uno quiere tener el carnet de conducir	Uno es inconsciente respecto a su ignorancia. Este estadio es habitual en la infancia, lo que no es preocupante. Lo grave es cuando uno no evoluciona y se queda en este estadio.

Tabla IV.3. Consciencia Versus Conocimiento.

C) Computación.

Toda la computación puede explicarse con holones e informones de una manera trivial. Por ejemplo, los sistemas transacionales son informones tipo datos (Bases de Datos) y holones clase programas. Los sistemas de información son informones tipo noticias estructuradas como sistemas de bases de datos y holones tipo programas y fórmulas. Los sistemas basados en conocimientos son, ni más ni menos, que informones en forma de ontologías y holones en forma de agentes. Finalmente, las máquinas de Turing son un informón, en forma de signos 1 y 0 sobre la cinta, y un holón en forma de la tabla de actuación. Curiosamente, una máquina de Turing específica, como, verbigracia, la de la suma, descrita en la cinta como parte de la máquina de Turing Universal (MTU), es un informón, que trata como tal la MTU, y no un holón, como pudiera parecer "prima facie".

CAPÍTULO V. RESULTADOS, CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.

V.1. RESULTADOS.

1. El primer resultado obtenido con este trabajo ha sido mostrar la viabilidad de una teoría para el Desarrollo del Software. Más aún, la necesidad de la misma para rellenar la sima, "gap", o desfase entre el desarrollo exponencial del hardware, dado por la ley de Moore, y el estado actual del desarrollo software, caricaturizado por el "kludgerismo", que, en el mejor de los casos, es lineal y en el peor, regresivo.
2. En segundo lugar, se han establecido los límites teóricos de la computación, basándose en leyes y teorías físicas consolidadas como son: la relatividad, la termodinámica y la física cuántica. Estos límites, fabulosos, permiten afirmar, de acuerdo con Kurzweil (Kurzweil, 2005) que la tecnología de los computadores está acercándose a una singularidad. Y, si esto es así, y ésta es una futura línea de investigación, más el desarrollo de la nanotecnología, augura unas potencialidades al hardware hasta ahora inigualables, pero si vislumbrables, como son:
    a) La computación ubícua, que es la siguiente generación de la computación, también llamada "Virtualidad Incorporada", es lo opuesto a la realidad virtual y consiste en la impregnación global de la informática en todas las actividades de la vida corriente, siendo completamente trasparente para el usuario.
    b) Los seres híbridos, biológico-tecnológicos, dotados de capacidades intelectuales, etc. En algunos aspectos, tal y como se muestra en la tabla V.1, estos seres superarán a los humanos.

Prestaciones / **Humanos Vs Computadores**		**Operaciones/Segundo**	**Capacidad de Proceso (Bits)**
Computadores	Actuales	$\approx 10^{10}$	$\approx 10^{10}$
	Cuánticos	$<10^{50}$	$<10^{31}$
Humanos		2x10^{16}	2,8x10^{20} (Von Neumann)

Tabla V.1. Comparación de las prestaciones de computadores frente al hombre.

c) Además, se llevará a buen término el propósito inicial de la ciencia de la computación como es el paso del “cómo” al “qué”.

d) Curiosamente, y como efecto colateral que dará lugar a otra línea de investigación, en este caso en lingüística, a la vista del punto anterior y teniendo en cuenta, tal y como se muestra en la tabla V.2, será necesario inventar nuevos términos para especificar la potencia y capacidad de memoria de los futuros computadores. En efecto, de acuerdo con la tabla V.2, sólo se tienen términos para los múltiplos hasta el 10. En consecuencia, como el límite máximo, dado por los 10^{50} de potencia, serán necesarios, usando intervalos de 10^{3}, al menos, ocho nuevos términos.

SÍMBOLO	NOMBRE	FACTOR
Y	Yota	10^{24}
Z	Zeta	10^{25}
E	Exa	10^{18}
P	Peta	10^{15}
T	Tera	10^{12}
G	Giga	10^{9}
M	Mega	10^{6}
K	Kilo	10^{3}
H	Hecto	10^{2}
O	Deca	10^{1}
d	deci	10^{-1}
c	centi	10^{-2}
m	mili	10^{-3}
µ	micro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}
p	pico	10^{-12}
f	femto	10^{-15}
a	atto	10^{-18}
z	zepto	10^{-21}
y	yocto	10^{-24}

Tabla. V.2. Órdenes de Magnitud de las Unidades de Medida.

3. En tercer lugar, y éste es un resultado muy relevante, se ha conseguido probar formalmente, de acuerdo con trabajos previos de von Neuman y Löwenheim-Skolem, a su vez basados en Cantor, Frege, Zermelo y Mirimanoff, la viabilidad de

una teoría para el desarrollo del software, tanto básico como aplicado, convencional o avanzado. Es decir, una teoría tanto para la Ingeniería del Software como para la Ingeniería del Conocimiento y, en general, para la ciencia de la computación. Más aún, y de ahí la relevancia, dicha teoría da cuenta también de, y explica adecuadamente, otros fenómenos en los que interviene la información como son: la genética y la mente. Una futura línea de investigación muy interesante en este punto sería desarrollar un nuevo teorema que conteniendo los alcances del de Lowenheim-Skolem, elimine formalmente la "capciosidad" que contiene éste.

A la vista de los resultados obtenidos por von Neumann en la construcción de los números naturales y del corolario citado en el capítulo III apartado III.2.3, se puede decir, sin temor a equivocarse, que la expresión de Kronecker sobre la creación de los números enteros hay que modificarla en el siguiente sentido: *Dios creó el vacío, el hombre hizo el resto.*

Todo ello lleva a pensar, y resulta ser otra línea de investigación, en una teoría más amplia, unificada y unificadora, que englobe aquellos ámbitos en los que la información sea una componente básica. Esta teoría sería una verdadera teoría de la información de la que la de Shannon sería un caso especial (Shannon, 1948). En este sentido, von Neumann en una famosa reseña del libro de Norbert Wiener (von Neumann, 1949) "Cybernetics" (Wiener, 1948) decía: La proposición de que tanto la ciencia como la tecnología pasarán cada vez más, en el próximo futuro como en un futuro más lejano, de los problemas de intensidad, sustancia y energía, a los problemas de estructura, organización, información y control.

4. El cuarto resultado notable, es la fundamentación formal del software al menos en su apartado de programación. Para ello, sólo hace falta, y ésta es otra futura línea de investigación, reducir toda la programación, bien a la programación funcional o, si esto no fuera posible, a la propuesta conceptográfica de Frege. Lo cual no parece inalcanzable teniendo en cuenta la similitud entre la estructura de "holones", "informones" y las nociones "ontológicas" básicas de Frege de "función" y "argumento". Frege, en sus escritos semánticos, a las funciones con argumento las denominaba conceptos y a las de dos relaciones, consideraba que las funciones tomaban sus argumentos en los números y objetos en general, para lo que introdujo el concepto de "función proposicional". Dichos objetos, para Frege, era todo aquello que no es una función. Pues bien, la teoría propuesta va

más allá puesto que permite, de acuerdo con el contexto, que un holón sea un informón y viceversa. Y, a mayor abundancia, se permite la recursividad y, o, recurrencia, entre holones, informones y entre ellos.

5. Finalmente, está el resultado fundamental de este trabajo y es la presentación de una teoría que, además de contemplar el desarrollo software, también da cuenta como acaba de indicarse, de otros dominios, como son la genética y la mente. Naturalmente, esta primera propuesta debe ser, y de hecho lo será, refinada y completada con el adecuado desarrollo tecnológico, y ésta es una nueva línea de investigación propuesta.

Finalmente, se ha obtenido un resultado que es un "efecto colateral" del trabajo realizado en esta tesis. En efecto, en el apartado que trata de los números de von Neumann, se comentó como Leibniz se autoproclamó "creador" del sistema binario y así es considerado por la mayoría de los historiadores de la matemática y por los propios matemáticos. Sin embargo, nada más lejos de la realidad. En efecto, tras intensas pesquisas, usando la técnica de GC de mapas de conocimientos en forma de "varios" clips, se comprobó que realmente, eso no sólo es falso, sino que Leibniz, una vez más plagió, esta vez al español Juan Caramuel de Lekbowiz nacido en Madrid en 1606 y fallecido en Vigevano en 1682. Estos son los hechos, contados por Julián Velarde Lombraña (Velarde, 1989).

A) En 1701, Leibniz afirmó que antes incluso de la publicación de la "Tetractys" por su maestro de matemáticas de la Universidad de Jena Erhard Weigel (1625-1699), en 1673. Aunque documentalmente, la fecha de aparición del sistema binario de Leibniz hay que datarla en el 15 de marzo de 1679, donde se ve que ya tiene una idea clara de dicho sistema. Idea que plasma en su obra de 1703 "Explication de L´Arithmétique Binaire…", memoria que había enviado a la Academia de Ciencias de París en 1701.
B) Caramuel en su "Mathesis Audax", publicado en Lovaina en 1644 y, sobre todo en su gran enciclopedia "Mathesis Biceps" de 1667-1670, donde expone de forma sistemática, entre otras, la aritmética binaria. Allí y entonces explica las ventajas e inconvenientes de la misma y da una muestra de su utilidad aplicándola a la música.

Hasta aquí Velarde quien de forma incontestable muestra la prioridad de Caramuel sobre Leibniz en la invención del sistema binario. La doctoranda da un paso más y está en condiciones de afirmar que, con probabilidad rayana en la certeza, Leibniz plagió a Caramuel. Estas son las razones aducidas:

A) Está documentado que Leibniz conocía los trabajos de Caramuel, tanto de forma directa, pues eran corresponsales, vía cartas, de cuestiones científicas, como indirecta, ambos se comunicaban epistolarmente con varios contemporáneos.
B) La tendencia al plagio, intrínseca al carácter de Leibniz, basada en las siguientes acusaciones:
    a) Acusación de plagio lanzada por John Keill a Leibniz, además de la acusación del propio Newton sobre la prioridad de la invención del cálculo infinitesimal en su "An Account of the Book Entituled: Commercium Epistolicum D. Johannis Collinij & Aliorum de Analysi Promota", publicado en 1715 en las Philosophical Transactions de la Royal Society.
    b) Acusación de Pell sobre el plagio de Leibniz a Regnaud. Pell conoció a Leibniz, en casa de la hermana del químico Robert Boyle, en 1673. En ese encuentro, Leibniz le comentó a Pell que había descubierto un método general para representar e interpolar series usando diferencias. Pell mostró su extrañeza pues, dado que Leibniz acababa de llegar de París, debía conocer que esos resultados, descubiertos por Francois Regnaud, habían sido publicados en 1670 por Gabriel Mouton en sus "Observationes Diametrorum Solis et Lunae Apparentium".
    c) Robert K. Merton (Merton, 1965) afirma que, según el astrónomo Francois Arago, Leibniz plagió a Descartes, acerca de la observación de este último, según la cual "la Tierra no difiere del Sol en ningún aspecto salvo en que es más pequeña". Estas fueron las palabras de Arago: "Leibniz otorgó a esta hipótesis el honor de atribuírsela a sí mismo".

Es decir, "*verde y con asas*".

V.2. CONCLUSIÓN.

La "Gestión del Conocimiento" no es sólo válida para mejorar el funcionamiento y la competitividad de las organizaciones, tanto institucionales como económico-financieras, sino que, como se muestra en este trabajo, también es eficaz y efectiva en el dominio de la investigación científica tanto teórica como aplicada a la tecnología. Y esta eficacia y efectividad se plasma en que, siguiendo la terminología de Francis Bacon, aporta tanto ideas lucíferas, que iluminan ciertos campos clasificándolos (resultados 1, 2, 3), como fructíferas, que generan teorías y, sobre todo, abren nuevas vías de investigación (2, 3 y 4).

CAPÍTULO VI. BIBLIOGRAFÍA

[1] Ackerman, R.J.: "*The New Experimentalism*". British Journal for the Philosophy of Science, 40. 1989. PP: 185-190.

[2] Alighieri, Dante.: "*Paradiso*" Canto XXVIII. In, *Comedia* 3. Vol. Garzanti Editore s.p.a. Milano. 1988. PP: 91-93.

[3] Alonso F., López G., Pazos J., Rodríguez-Patón A., Silva A., Soriano F. J.: "*Fundamental Elements of a Software Design and Construction Theory: Informons and Holons".* Proceedings of the International Symposium of Santa Caterina on Challenges in the Internet and Interdisciplinary Research (SSCCII), Italia. 2004. PP: 21-35.

[4] Aristóteles: *"Metafísica"*. Biblioteca Clásica Gredos. Madrid. 1994.

[5] Aristóteles: "*Analíticos Primeros y Posteriores*". En, Aristóteles: Tratados de Lógica II. "*Órganon*". Biblioteca Clásica Gredos, S.A. Madrid. 1995.

[6] Arsac, J.: "*La Science Infomatique".* Dunod. Paris. 1970.

[7] Atkins, P.: "*El Dedo de Galileo: Las Diez Grandes Ideas de la Ciencia*". Espasa Calpe, S.A. Madrid. 2003.

[8] Bacon, F.: "*Novum Organum"*. Orbis. Barcelona. España. 1984

[9] Bacon, R.: "*Opus Magnus*". University Pennsylvania Press. Filadelfia, Pa. 1928.

[10] Basili, V.R., Shull, F. and Lomubille, R.: "*Building Knowledge through Families of Experiments*" IEEE Transactions on Software Engineering, Vol. 25, Nº4. July/August, 1999. PP: 456-473.

[11] Bateson, G.: "*Mind and Nature: A Neccesary Unity".* Bantan Books. New York, N.Y. 1979.

[12] Bayes, T.: "*An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances*". Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Vol. 1, Nº 3. 1763.

[13] Boole, G.: "*An Investigation of the Laws of Thought*". Macmillan. Londres.1854.

[14] Boole, G.: "*The Mathematical Analysis of Logic*". 1847. Reprint In, Basic Blakwell. London. 1945. Versión Castellana, "*El Análisis Matemático de la Lógica*". Cátedra. Madrid. 1984.

[15] Brooks, F.P.: "*Toolsmith*". Communication ACM. March, 1996. PP: 61-68.

[16] Cajori, F.: "*A History of Mathematics".* Macmillan. New York. 1919.

[17] Cantor, G.: *"Grudlagen einer Allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre"* Commissions. Verlag Von B.G. Teubner. Leipzig. 1883. Traducción al español: "*Fundamentos para una Teoría de Conjuntos*". Editorial Crítica, S.L. Barcelona. 2006.

[18] Church, A.: *"An Unsolvable Problem of Elementary Number Theory".* American Journal of Mathematics, Vol. 58. 1936. PP: 345-363.

[19] Church, A.: "*Introduction to Mathematical Logic*", Vol. 1. Princeton University Press. Princeton University Press. Princeton, N.J. 1956.

[20] Copeland, B.J.: *"The Church-Turing Thesis".* In, Zalta, E. (Ed.): "*The Stanford Encyclopedia of Philosophy*". http://plato.stanford.edu. 1996.

[21] Córdoba, A.: *"La Saga de los Números"*. Editorial Crítica, S.L. Barcelona. 2006.

[22] Couffignal, L.: "*La Cybernétique*". Presses Universitaires de France. Paris. 1969.

[23] Crick, F.H.C.: "*What Mad Pursuit*". Weidenfeld an Nicolson. London. 1988.

[24] Crick, F. H. C. & Koch, C.: "*Toward a Neurobiological Theory of Conscionsness".* Seminars in the Neuroscience, Vol. 2. 1990. PP: 263-275.

[25] Crick, F. H. C.: "*The Astronishing Hypothesis".* Charles Scribner's Son. New York. 1994.

[26] Curry, H.B.: "*Outlines of a Formalist Philosophy of Mathematics"*. Nort-Holland. Amsterdam, Holland. 1951.

[27] Curry, H. B. & Feys, R.: "*Combinatory Logic I*". Nort-Holland. Amsterdam, Holland. 1958.

[28] Curry, H. B.: "*Foundations of Mathematical Logic*". Dover. New York. 1963.

[29] Curry, H.B., Hindley, J.R. and, Seldin, J. P.: "*Combinatory Logic II*". North-Holland Amsterdam, Holland. 1972.

[30] Da Vinci, Leonardo: "*Cuaderno de Notas*", Ciencia III. Yerico. Madrid. 1989. P: 187.

[31] De Bono, E.: "*Lateral Thinking: Creativity Step by Step*". Harper and Row. New York. 1970.

[32] Delbrück, M.: "*Wahrheit un Wirklichkeit. Übed die Evolution des Erkennens*". Rasch und Röhring. Verlag. Hamburg. 1986. Traducción al español: "*Mente y Materia"*. Ensayo de Epistemología Evolutiva. Alianza Editorial, S.A. Madrid. 1989.

[33] Denning P. J.: "*Great Principles of Computing*". Communications of the ACM. Vol. 46. Nº. 11. 2003. PP: 15-20.

[34] Descartes, R.: *"Discours de la Méthode Pour Bien Conduire sa Raison & Chercher la Verité dans les Sciences. Plus la Dioptrique, les Météores et la Geometrie qui son des Essais de cette Méthode". Imprimerie de Jan Maire. Leiden. 1637.*

[35] Deutsch, D.: "*The Fabric of Reality*". Penguin Book Ltd. London. 1998.

[36] Dijkstra, E.W.: *"On a Cultural Gap".* The Mathematical Intelligencer Vol. 8 Nº1. 1986. PP:48-52.

[37] Domb, C.: *"James Clerk Maxwell`s Inaugural Lecture at King´s College of London"*. American Journal of Physics, 47. 1979. PP: 928-933.

[38] Ebert, C.: "*The Road of Madurity: Navigating Between Craft and Science*". IEEE Software Novenber/December, 1997. PP: 77-82.

[39] Eddington, A.S.: "*The Nature of the Physical World*". Macmillan. New York. 1948. P. 74.

[40] Einstein, A.: "*Physics and Reality*". The Journal of the Franklin Institute. Vol. 221. Nº3. March, 1936.

[41] Einstein, A: "$E=MC^2$". Science Ilustrated. NewYork. April. 1946.

[42] Empédocles y Anaxágoras: "*Los Filosofos Presocráticos III: Empédocles de Agrigento, Anaxágoras de Clazómenes".* Planeta De Agostini, S.A. Barcelona. España. 1996.

[43] Evans, C.: "*The Might Micro".* Victor Gollanez. Londres. 1979

[44] Feynman, R. P.: "*There's Plenty of Room at the Bottom: An Invitation to Open up a New Field of Physics.".* Engeneering and Science, 10: 23(5). February, 1960. PP: 23-26. Traducción al español en, Feynman, R. P.: *"Hay Mucho Sitio al Fondo". E*n, *El Placer de Descubrir.* Editorial Crítica, S.L. Barcelona, España. 2004. PP: 97-113.

[45] Forbes, M.: *ASAP*. February, 2, 1996. P: 60.

[46] Forrester, T.: "*High Tech Society: The Story of the Information Technologies Revolution".* The MIT Press. Cambridge, MA. 1987.

[47] Fraenkel, A. A.: *"Zu den Grundlagen der Cantor-Zermeloschen Mengenlehre*". Mathematische Annalen, Vol. 86. 1922. PP: 230-237.

[48] Fraguet, E., Painlevé P., Perner E. et Poincaré, H.: "*Aprés L`Ecole. Ce que Disent les Choses*". Hachette, París. 1927.

[49] Frege, G.: "*Begriffsschrift, Eine der Arihmetischen Nachgebildete Formelsprache des Reinen Denkens*". Verlag von Louis Nebert. Halle A/S. 1879.

[50] Frege, G.: "*Die Grundlagen der Arithmetik*". Verlag von Louis Nebert. Halle A/S. 1884.

[51] Frege, G.: "Grundgesetze der Arithmetik". 2 Vol. Verlag von Louis Nebert. Halle A/S. 1893, 1903.

[52] Frege, G.: "*Sinn und Bedeutung*". Zeitschrift für Philosophile und Philosophische Hritik, Vol. 100. 1892. PP: 49-84.

[53] Frege, G.: "*Escritos Lógico-Semánticos*". Tecnos. Madrid. 1974.

[54] Freud, F.: "*La Interpretación de los sueños*". En, "*Obras Completas*". Editorial Santiago Rueda. Buenos Aires. 1956.

[55] Galilei, G.: "*Discorsi e Dimostrazioni Matematiche*, *Intorno à Due Nuove Scienze Attenenti alla Mecanica & Movimenti Locali*". Appresso Gli Elsevirii. Amsterdam. 1636.

[56] Galilei, G.: "*Il Saggiatore*". Appresso Giacomo Mascardi. Roma. 1623. Traducción en Español: Galileo: "*El Ensayador*". Editorial Aguilar, S.A. Buenos Aires. 1981.

[57] Gardner, M.: "*Simplicidad*". En, "*Circo Matemático*". Alianza Editorial, S.A. Madrid. 1983. PP: 198-212.

[58] Gell-Mann, M.: "*Pléctica".* En, *La Tercera Cultura.* J. Brockman (Ed.). Tusquets Editores, S.A. Barcelona. España. 1996.

[59] Gómez, A., Juristo, N., Montes, C., Pazos, J.: "*Ingeniería del Conocimiento".* CEURA. Madrid, Spain. 1997.

[60] Gracián, B.: "*Oráculo Manual y Arte de Prudencia*". Madrid. 1647. P: 105. En, *Obras Completas* (2 Vol.). Imprenta Real. Madrid. 1963.

[61] Grice, H. P.: "*Logic and Conversation".* In, P. Cole and J. L. Morgan (Eds.): "*Syntac and Semantics".* Vol. 3. Academic Press. New York. N.Y. 1975.

[62] Guralnik, D.B.: "*Webster`s New World Dictionary of the American Lenguage*". Simon and Schuster. Inc. New York. 1986.

[63] Hacking, I.: "*Representing and Intervening*". Cambridge University Press. Cambridge, Mass. 1983.

[64] Hartmanis, J.: "*Some Observations About the Nature of Computer Science.* In, *Foundations of Software Technology and Theoretical Computer Science".* Lecture Notes in Computer Science, VI., 761. 1993. PP: 1-12.

[65] Hassenstein, B.: "*Kybernetik und Biologische Forschung*". In, Handbook the Biologie, 1. Athenaion. Frankfurt. 1966. PP: 631-719.

[66] Heisenberg, W.: "*Über den Anschaulichen Inhalt der Quantentheoretischen Kinematik un Mechnik*". Zeitschrift für Physik, 43. 1927. PP: 172-198.

[67] Hodlane, B. S.: "*Science an Thechnology as Art Forms*". In, *Possible Works*. Chatto Windus. London. 1927. PP: 227.

[68] Horgan, J.: "*The End of Science*". Addison-Wesley. Cambridge, Ma. 1994.

[69] Jarry, A.: "*Gestos y Opiniones del Doctor Faustroll*". Libros del Innombrable. Zaragoza, España. 2003.

[70] Kant, I.: "*Kritik der Reinen Vernunft*". Verlegts Friedrich Barténoch. Riga. 1781. Traducción al español: "*Crítica de la Razón Pura*". Alfaguara. Santillana Ediciones Generales, S.L. Madrid 2002.

[71] Kauffman, S.: "*Investigaciones".* Tusquets Editores, S.A. Barcelona. España. 2003.

[72] Kelvin, first Baron (Thomson, W.): "*19th Century Clouds over the Dynamical Theory of Heat and Light*". Philosophical Magazine 2. 1901. PP: 1-40.

[73] Khayyam, O. Al.: "*Rubáiyát*". Francisco Beltrán. Madrid. 1914.

[74] Kipling, R.: *"The Elephant`s Child".* In, "*Just So Verses, The Complete Verse*". Kyle Cathie Ltd. London. 1990. P: 495.

[75] Kline, M.: "*El Pensamiento Matemático de la Antigüedad a Nuestros Días I, II, III*". Alianza Editorial, S. A. Madrid. 1992.

[76] Koestler, A.: "*The Ghost in the Machine".* Hutchinson & Co. Londres. 1967.

[77] Kurzweil, R.: *The Age of Spiritual Machines.* Penguin Books. London, U.K. 1999.

[78] Kurzweil, R.: "*The Singularity is Near: When Humans Transcend Biology*". Viking. Duckwoth. 2005.

[79] Lage, J.: "*Definición de Especificaciones de una Memoria Institucional y Diseño de la misma".* Tesis Doctoral. Facultad de Informática, U.P.M. Madrid. 2004.

[80] Lakatos, I.: "*El Método de Análisis-Síntesis*". En, Lakatos, I.: "Escritos Filosóficos, 2. Matemáticas. Ciencia y Epistemología". Alianza Editorial, S.A. Madrid. 1981. PP: 103-144.

[81] Leibniz, G.: "*Mathematische Schriften*", 5 Gerhart, C.I. (Ed.) 7 Vol. Ascher-Schimidt. 1673. PP: 266-269.

[82] Liebig, J.: "*Chemische Briefe*". Heidelberg, 1844. PP: 114-120.

[83] Lloyd, S.: "*Ultimate Physical Limits to Computation*". Nature, 406(6799). 2000. PP: 1047-1054.

[84] Löwenheim, L. "*Über Möglichkeiten im Relativkalkül*". Mathematicsche Annalen, 76. 1915. PP: 447-470. Traducción Inglesa en: Van Meijenoort, J.: "*From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic*". Harvard Unibersity Press. Cambridge, Mass. 1977. PP: 228-251.

[85] Lwoff, A.: "*El Orden Biológico*". Siglo Veintiuno Editores, S.A. México. 1967.

[86] Marinoff, L.: "*Más Platón y Menos Prozac*". Ediciones B, S.A. Barcelona. 2000.

[87] Maxwell, J. C.: "*On Physical Lines of Force".* Philosophical Magazine, 21. 1862. Also *on "The Scientific Papers of James Clerk Maxwell"*. 2 Vol. Dover Publications. New York. 1965.

[88] Merton, Robert K.: "*On the Shoulders of Giants*". The Free Press. New York. 1965.

[89] Meyer, B.: "Software Engineering in the Academy". IEEE Computer, 34-5. May, 2001. PP: 28-35.

[90] Mirimanoff, D.: "*Les Antinomies de Russell et de BuraliForte et le Problème Fondamental de la Thérie des Ensembles*". L`Enseignement Mathematique. Vol. 19. 1917. PP: 37-52

[91] Mirimanoff, D.: "*Remarques sur la Théorie des Ensembles et les Antinomies Cantoriennes*". L`Enseignement Mathematique. Vol. 19. 1917. PP: 209-217, et Vol. 21. 1920. PP: 29-52. Citado por Gödel en su artículo: Gödel, K.: "*Russell`s Mathematical Logic*". In, Schilpp, p. A. (Ed.): "*The Philosophy of Bertrand Russell*". Library of Living Philosophers, 5. Evanston. Illinois. 1944.

[92] Mohanan, K. P.: *"Paradigms, Theories, Frameworks, Incommensurability, and Theory Ladeness"*. http://courses.www.edu.sg/course/ellkpmoh.

[93] Moore, G.E.: *Cramming More Components onto Integrated Circuits.* Electronics, 38 (8). April,18. 1965. PP: 114-117.

[94] Moral del, A., Pazos, J., Rodríguez, E. Rodríguez-Patón, A y Suarez, S.: "*Gestión del Conocimiento*". Thomson Editores Spain. Paraninfo, S.A. Madrid. 2007.

[95] Morris, C. (Ed.): "*Foundations of the Theory of Signs".* University of Chicago Press. Chicago, Ill. 1938.

[96] Moulines, C.U.: "*Tipología Axiomática de Teorías Científicas*". Crítica 17. 1985. PP: 41-67.

[97] Myhrvold, N.: *Nathan`s Law.* Interview with Lance Knobel, *World link,* Foro Económico Mundial. 1998. PP: 17-20.

[98] Nagel, E.: "*The Structure of Science Problems in the Logic of Scientific Explanation*". Harcourt, Brace and World. New York. 1961.

[99] Nash, J. F.: "*Two Person Cooperative Game".* Econometrica, Vol. 21. 1953. PP: 405-421.

[100] Newton, I.: "*The Method of Fluxions and Infinite Series: with its Application to the Geometry of Curves-Lines*". Henry Woodfapp. London. 1736.

[101] Norretranders, T.: "*The User Ilusion: Cutting Consciousness Down To Size".* Viking. New York, N.Y. 1998.

[102] Ortega y Gasset, J.: *Misión de la Universidad.* Alianza Editorial Madrid, S.A. Madrid, Spain. 2002.

[103] Paradela, L. F.: "*Una Metodología para la Gestión de Conocimientos".* Tesis Doctoral. Departamento de Inteligencia Artificial. Universidad Politécnica de Madrid. 2003.

[104] Parrondo, J.M.P.: *"La Asombrosa Fórmula de Tupper*". En, *"Juegos Matemáticos, Investigación y Ciencia"*. Mayo, 2007. PP: 90-91.

[105] Pazos, J.: "*Inteligencia Artificial*". Paraninfo, S.A. Madrid. 1987.

[106] Pazos, J.: "*The Singularity Concept in Computing Sciences*". Se publicará. 2008.

[107] Penrose, R.: "*La Conciencia Contiene Ingredientes no Computables".* En, J. Brockman (Ed.): "*La Tercera Cultura".* Tusquets Editores, S.A. Barcelona, España. 1996.

[108] Platón: "*Menón"*. En, *Obras Completas*. Aguilar, S.A. Madrid. 1969.

[109] Platón: "*Filebo*". "*Timeo*". En, "*Diálogos*". Vol. 6. Editorila Gredos, S.A., Madrid. 1992.

[110] Poincaré, H.: "*La Mécanique Nouvelle*". Archives de l´Academie des Sciences. París. 24 de Septiembre de 1909.

[111] Poincaré, H.: "*Les Fondements de La Science*". Science Press. 1946. PP. 448-485

[112] Poincaré, H.: "*El Valor de la Ciencia".* Espasa-Calpe, S.A. Madrid. 1964.

[113] Polya, G.: "*How to Solve It*". Princeton University Press. Princeton, N. J. 1945.

[114] Popper: "*Post Scriptum a la Lógica de la Investigación Científica*". Vol I. Realismo y el Objetivo de la Ciencia". Editorial Tecnos, S.A. Madrid. 1985(a).

[115] Popper, K. R.: "*Realismo y el Objetivo de la Ciencia*". Editorial Tecnos, S.A. Madrid. 1985(b).

[116] Prida, J. F.: "*Una Prueba Algebraica de los Teoremas de Skolem-Löwenheim y Gödel*". Centro de Cálculo de la Universidad de Madrid. 1973.

[117] Quine, W. V.: "*Variables Explained Away*". Proceedings of the American Philosophical Society, 104: 3. 15, June. 1960. PP: 343-347.

[118] Rasiowa, H. and Sikorski, R.: "*A Proof of the Completeness Theorem of Gödel*". Fund. Math. Vol, 37. 1950. PP: 193-200.

[119] Real Academia Española: *"Diccionario de la Lengua Española*". Editorial Espasa-Calpe, S.A. Madrid, 2001.

[120] Rosenblatt, F.: "*The Perceptron: A Probabilistic Model Information Storage and Organization in the Brain".* Psycological Review, 65. 1958. PP: 386-408.

[121] Rubia, F.J.: "*El Cerebro y la Invención de la Realidad".* El Futuro de la Neurociencia. Blanco y Negro Cultural. 5-10-2002.

[122] Ryle, G: "*The Concept of Mind".* Hutchinson. London, U.K. 1949.

[123] Sagan, C.: "*El Mundo y sus Demonios*". Editorial Planeta, S.A. Barcelona. 2005.

[124] Schank, R.: "*Informacion es Sorpresa".* En, J. Brockman (Ed.): "*La Tercera Cultura".* Tusquets Editores, S.A. Barcelona, España. 1996.

[125] Schönfinkell, M.: "*Uber die Bausteine der Mathematischen Logic*". Mathematische Annalen, 92. 1924. PP: 305-316.

[126] Seeman, O.: "*Mitología Clásica Ilustrada*" Vergara Editorial. Barcelona. 1958.

[127] Seldin, J.P. and Hindley, J.R. (Eds.): *"To H.B. Curry: Essays on Combinatory Logic, Lambda Calculus, and Formalism".* Academic Press. New York. 1980.

[128] Shannon, C.E.: "*A Mathematical Theory of Communication"*. The Bell System Technical Journal (27). July, October, 1948. PP:379-423, 623-656.

[129] Shatuk, R.: "*Au Seuil de 'Pataphysique*". College de 'Pataphysique. París. 1996.

[130] Shoenfield, J.R.: "*Mathematical Logic*". Addison-Wesley Publishing Company Cambridge, Ma. 1967.

[131] Simon, H. A.: "*Administrative Behavior".* Free Press. New York. N. Y. 1945.

[132] Simon, H. A.: "*The Architecture of Complexity".* Proceedings American Philosophical Society. Vol. 106, Nº 6. Diciembre. 1962.

[133] Simon, H. A.: "*The Sciences of the Artificial".* The MIT Press. Cambridge, M.A. 1981.

[134] Skolem, Th.: "*Logisch-Kombinatorische Untersuchungen über die Erfüllbarkeit oder Beweisbarkeit Mathmatischer Sätze nebst einem Theorem über dichte Mengen*". Videnskapsselskapts Shrifter, I, Mathematisknaturwidenskabeling Klasse, 4. 1920. PP: 1-36. Traducción al Inglés en: Van Heijeneert, J.: *"From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic*". Hardward University Press. Cambridge, Mass. 1977.

[135] Smullyan, R.: *"¿Cómo se llama este libro?".* Cátedra, Madrid. 1986.

[136] Steward, I.: *"Concepts of Modern Mathematics*". Penguin. Harmonds-Worth. 1975.

[137] Sÿnge, J.L.: *"Science: Sense and non Sense*". Jonathan Cape. London. 1951

[138] Tarski, A.: "*The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantics*". Phylosophy and Phenomenological Research, Vols. 4, 3. 1944. PP: 341-376.

[139] Tarski, A.: "*Logic, Semantics, Meta-mathematics Papers from 1923 to 1938*". Clarendon Press. Oxford. 1956.

[140] Unamuno, M. de: "*Niebla*". En, "*Obras Selectas*". Editorial Plenitud. Madrid. 1969. PP: 571-728.

[141] Uttley, A.M.: "*The Informon: A Network for Adaptive Pattern Reconigtion*" Journal of Theoretical Biology, 27. 1970. PP: 31-67.

[142] Valente, José Angel: "*Obra Poética II: Material Memoria*". Alianza Editorial, S.A. Madrid. 1999.

[143] Valente, José Angel: "*Fragmentos de un Libro Futuro*". Galaxia Gutenberg. Barcelona. 2000.

[144] Velarde, J.: "*Juan Caramuel. Vida y Obra*". Pentalfa Ediciones. Oviedo. 1989.

[145] Von Neumann, J.: "*Zur Einführung der Transfiniten Zahlen*". Acta Szeged, 1. 1923. PP: 199-208.

[146] Von Neumann, J.: *"Reseña de Cybernetics"*. Physics Today. 1949. PP: 33-34.

[147] Von Neumann, J. and Morgenstern, O.: "*Theory of Games and Economic Behavior".* Princeton University Pres. Princeton. N.J. 1953.

[148] Whitehead, A. N. and Russell, B.: "*Principia Mathematica*" 3 Vol. Cambridge University Press. Cambridge. 1910, 1912, 1913.

[149] Wickelgren, W.A: "*How to Solve Problems*". W. H. Freeman and Co. San Francisco. 1974.

[150] Wiener, N.: "*Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine"*. The MIT Press. Cambridge, Mass. 1948.

[151] Wigner, E.P.: "*The Unreasonable Effectiveness of Mathematics*". Communications in Pure Applied Mathematics, Vol. 13, Nº1. 1960. PP: 1-14.

[152] Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/combinatory. 2008.

[153] Zermelo, E.: *"Untersuchungen Über die Grundlagen Der Mengenlehre".* Mathematische Annalen, Vol. 65. 1908. PP: 261-281.