



UNIVERSIDADE DA CORUÑA



Escola Politécnica Superior

**TRABAJO FIN DE GRADO  
CURSO 2016/2017**

---

*MODELADO 3D, SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DEL  
MOVIMIENTO DE UNA ARTICULACIÓN HUMANA*

---

**Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales**

**ALUMNO**

Bruno Romero Rodríguez

**TUTOR**

Manuel López López

**FECHA**

JULIO 2017



### *MODELADO 3D, SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DEL MOVIMIENTO DE UNA ARTICULACIÓN HUMANA*

Mediante el presente trabajo se realiza un modelo de elementos finitos de una rodilla humana a partir de un modelo tridimensional real perteneciente a un proyecto de acceso libre y se procede a su validación comparando con resultados bibliográficos. Una vez que el modelo de la articulación ha sido validado, se realizan una serie de simulaciones de lesiones en los meniscos, cuatro en total, en forma de pico de loro y se estudia el reparto de las tensiones en los mismos, comparando los resultados entre lo que ocurre en el menisco interno y en el menisco externo y analizando la influencia de la localización del daño.

### *MODELAXE 3D, SIMULACIÓN E ANÁLISE DO MOVEMENTO DUNHA ARTICULACIÓN HUMANA.*

A través do presente traballo realízase un modelo de elementos dun xeonllo humano a partir dun modelo tridimensional real pertencente a un proxecto de acceso libre e se procede á súa validación comparándoo con resultados bibliográficos. Unha vez que o modelo da articulación foi validado, realízanse una serie de simulacións de lesións nos meniscos, catro en total, en forma de "peteiro de loro" e se estudia o reparto das tensións nos mesmos, comparando os resultados entre o que ocorre no menisco interno e no menisco externo e analizando a influencia da localización do dano.

### *3D MODELLING, SIMULATION AND ANALYSIS OF THE MOVEMENT OF A HUMAN JOINT.*

The present work makes a finite element model of a human knee from a real three - dimensional model belonging to a project of free access and proceed to its validation comparing with bibliographic results. Once the articulation model has been validated, a series of simulations of lesions are performed on the menisci, four in total, in the form of a parrot beak, and the distribution of the stresses in them is studied, comparing the results between What happens in the internal meniscus and in the external meniscus and analyzing the influence of the location of the damage.

## Índice

Índice .....	4
Índice de figuras.....	5
Introducción al método de elementos finitos.....	8
La rodilla .....	9
Introducción anatómica.....	9
Introducción biomecánica .....	14
Introducción a las lesiones de los meniscos .....	15
Objetivos .....	16
Introducción al software Abaqus.....	17
Realización del modelo de elementos finitos .....	18
Proyecto Open Knee .....	18
Propiedades de los elementos que forman el modelo.....	19
Módulo de Young.....	19
Coeficiente de Poisson.....	20
Tamaño Global Aproximado de Elemento .....	20
Descripción de los elementos que forman el modelo .....	21
Tibia .....	21
Fémur .....	23
Cartílago femoral.....	25
Cartílago tibial medio (interno) y cartílago tibial lateral (externo) .....	26
Menisco interno (medio) y menisco externo (lateral) .....	28
Resumen de las propiedades.....	30
Modelo ensamblado .....	31
Tensión de Von Mises .....	35
Caso 1. Ambos meniscos sanos .....	36
Caso 2. Lesión de tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno.....	41
Caso 3. Lesión de tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno.....	46
Caso 4. Lesión de tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo.....	50
Caso 5. Lesión de tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo.....	54
Conclusiones.....	58
Bibliografía .....	59
Bibliografía web.....	60

## Índice de figuras

Figura 1. Extremidad inferior femoral. Vistas anterior (izquierda) y posterior (derecha).	9
Figura 2. Extremo proximal de la tibia. Vista anterior (A) y posterior (B).	10
Figura 3. Rótula. Cara anterior (A) y cara posterior (B).	10
Figura 4. Vista anterior y posterior de la rodilla. Ligamentos cruzado anterior (A) y cruzado posterior (B).	11
Figura 5. Menisco externo (izquierda) y menisco interno (derecha).	13
Figura 6. Esquema que ilustra el modelo de palanca y cómo varía la posición rotuliana con la misma.	14
Figura 7. Tipos de roturas en los meniscos.	15
Figura 8. Procedimiento utilizado para la resolución de modelos de elementos finitos.	17
Figura 9. Diagrama de tensión-deformación. El módulo de Young es la tangente a la curva en cada punto.	19
Figura 10. Ensanchamiento por efecto Poisson en el plano de abscisas por contracción en el plano de ordenadas.	20
Figura 11. Representación del extremo proximal de la tibia.	21
Figura 12. Mallado de la tibia.	22
Figura 13. Representación del extremo inferior del fémur.	23
Figura 14. Mallado del fémur.	24
Figura 15. Representación del cartílago femoral.	25
Figura 16. Mallado del cartílago femoral.	25
Figura 17. Representación del cartílago tibial medio.	26
Figura 18. Representación del cartílago tibial lateral.	26
Figura 19. Mallado del cartílago tibial medio.	27
Figura 20. Mallado del cartílago tibial lateral.	27
Figura 21. Representación del menisco interno.	28
Figura 22. Representación del menisco externo.	28
Figura 23. Mallado del menisco interno.	29
Figura 24. Mallado del menisco externo.	29
Figura 25. Modelo ensamblado. Vista lateral.	31
Figura 26. Modelo ensamblado. Vista frontal.	32
Figura 27. En naranja las condiciones de contorno tibiales y femorales. En violeta la carga aplicada en el plano del tronco femoral.	34
Figura 28. Caso de ambos meniscos sanos. Vista superior.	36
Figura 29. Caso de ambos meniscos sanos. Vista inferior.	36
Figura 30. Tensión de Von Mises. Caso de ambos meniscos sanos. Vista superior.	37
Figura 31. Tensión de Von Mises. Caso de ambos meniscos sanos. Vista inferior.	37

Figura 32. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de ambos meniscos sanos. Vista superior. ....	38
Figura 33. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de ambos meniscos sanos. Vista inferior. ....	39
Figura 34. Distribución de presiones. Caso de ambos meniscos sanos. Vista superior. ....	39
Figura 35. Distribución de presiones. Caso de ambos meniscos sanos. Vista inferior. ....	40
Figura 36. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista superior. ....	41
Figura 37. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista superior. ....	41
Figura 38. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista superior. ....	42
Figura 39. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista inferior. ....	42
Figura 40. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista superior. ....	43
Figura 41. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista inferior. ....	44
Figura 42. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista superior. ....	44
Figura 43. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista inferior. ....	45
Figura 44. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista superior. ....	46
Figura 45. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista inferior. ....	46
Figura 46. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista superior. ....	47
Figura 47. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista inferior. ....	47
Figura 48. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista superior. ....	48
Figura 49. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista inferior. ....	48
Figura 50. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista superior. ....	49
Figura 51. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista inferior. ....	49
Figura 52. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista superior. ....	50
Figura 53. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista inferior. ....	50

Figura 54. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista superior.....	51
Figura 55. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista inferior.....	51
Figura 56. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista superior.....	52
Figura 57. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista superior.....	52
Figura 58. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista superior.....	53
Figura 59. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista inferior.....	53
Figura 60. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista superior.....	54
Figura 61. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista inferior.....	54
Figura 62. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista superior.....	55
Figura 63. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista superior.....	55
Figura 64. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista superior.....	56
Figura 65. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista inferior.....	56
Figura 66. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista superior.....	57
Figura 67. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista inferior.....	57

## Introducción al método de elementos finitos

El método de elementos finitos es un método numérico de resolución de problemas que resulta de gran importancia por su utilidad práctica. Sin embargo, este método no proporciona la solución exacta a un problema, sino que aporta una solución aproximada suficientemente cercana a la real que permite la resolución del problema práctico.

La idea fundamental del método es muy sencilla: dado un cuerpo sólido, sometido a un sistema de cargas y sujeto a una serie de ligaduras, el método consiste en subdividir el sólido en pequeños elementos unidos entre sí a través de los nudos de los mismos, de forma que los desplazamientos en el interior de cada elemento pueden expresarse en función de los desplazamientos nodales. Se podrán obtener las matrices de rigidez de los elementos, las cuales una vez ensambladas (siguiendo los pasos del análisis matricial de estructuras) permitirán la obtención de los desplazamientos en los nodos de cada elemento. De esta forma, una vez conocidos los desplazamientos, se podrán determinar las tensiones y deformaciones en el interior del elemento.

Como el objetivo de este trabajo es el estudio de las tensiones en el menisco utilizando un software que trabaja según el método de elementos finitos, no se incluirá en esta introducción la descripción teórica del método ni las fórmulas que se deben utilizar para resolver un problema sencillo de forma manual. En lugar de eso, se describe el funcionamiento del método de elementos finitos en la práctica.

Desde el punto de vista de la programación algorítmica se requieren tres etapas para llevar a cabo un cálculo mediante un programa que se rige por el método de elementos finitos:

- Preproceso y generación de la malla.

Se genera la malla, que consta de miles de puntos. Junto con la información que describe la malla se almacena otra con las propiedades de los materiales, así como otras características del problema. Por otro lado, se asignan las fuerzas a los puntos de la malla. Las regiones que recibirán una gran cantidad de tensión tienen mayor densidad nodal que aquellas que experimentan poca o ninguna tensión. La malla actúa como una tela de araña en la que desde cada nodo se extiende un elemento de malla hasta cada uno de los nodos adyacentes.

- Cálculo y resolución de sistemas de ecuaciones.

En un problema lineal, no dependiente del tiempo, el cálculo generalmente se reduce a obtener los desplazamientos en los nodos y con ellos definir de manera aproximada el campo de desplazamientos en el elemento finito.

Cuando el problema es no lineal, la aplicación de las fuerzas requiere la consideración de incrementos numéricos, calculando en cada incremento algunas magnitudes referidas a los nodos. En problemas dependientes del tiempo, se considera una sucesión de instantes, bastante cercanos, y el equilibrio instantáneo entre ellos. Estos dos casos requieren más tiempo de cálculo que el primero.

- Postproceso.

El método de elementos finitos se usa para calcular problemas tan complejos que los archivos que contienen los resultados tienen una gran cantidad de datos, por lo que resulta conveniente procesarlos para hacerlos más comprensibles. En esta etapa los resultados son tratados para obtener representaciones y extraer conclusiones.

## La rodilla

### Introducción anatómica

Antes de adentrarnos en el desarrollo de un modelo digital de una rodilla humana, debemos conocer su anatomía, así como la función que ejerce cada una de las partes que la componen. Se puede decir que la rodilla está formada por tres tipos de estructuras claramente diferenciados: las estructuras óseas, las estructuras ligamentosas y las estructuras tendinosas y musculares.

Las estructuras óseas están formadas por la extremidad inferior del fémur, la extremidad proximal de la tibia y la rótula.

La forma de tronco irregular de pirámide cuadrangular que presenta la extremidad inferior del fémur hace que se describan cuatro caras que, aunque no exista una línea nítida de demarcación entre ellas, son fácilmente apreciables. La cara anterior presenta la superficie articular para la rótula, formada por dos superficies convexas. Además, en esta zona existe una pequeña depresión, llamada fosita supratrocLEAR<sup>1</sup>, de superficie rugosa que sirve de área de contacto con la rótula en los movimientos de flexo-extensión.

La extremidad inferior femoral, por sus bordes laterales, corresponde a los cóndilos<sup>2</sup>, formaciones asimétricas, en los tres planos del espacio. En el plano sagital, se proyectan muy poco por delante de la diáfisis femoral, pero en forma muy pronunciada hacia atrás, presentando dos radios de curva diferentes. En el plano frontal, con la rodilla extendida, los cóndilos femorales no están al mismo nivel, quedando el lateral más inclinado sobre el plano horizontal y haciendo que la tibia y el fémur no se mantengan en el mismo plano frontal. Por último, también en el plano horizontal tiene una conformación diferente: el externo es más recto y tiene su eje longitudinal orientado esencialmente a lo largo del plano sagital, mientras que el interno forma un ángulo con respecto a este plano.



Figura 1. Extremidad inferior femoral. Vistas anterior (izquierda) y posterior (derecha).

<sup>1</sup> Fosita. Depresión que existe en la superficie de algunos huesos.

<sup>2</sup> Cóndilo (del latín *condylus*, y éste del griego *kóndylos*). Eminencia redondeada en la extremidad de un hueso, que forma articulación encajando en el hueco correspondiente de otro hueso.

El extremo proximal de la tibia es voluminoso, en forma de capitel irregular y de eje mayor transversal. En esta extremidad se encuentran los cóndilos o platillos tibiales, que se articulan con los cóndilos femorales. En el plano frontal estos cóndilos parecen simétricas y cóncavas, mientras que el plano sagital la interna es cóncava y la externa es convexa.

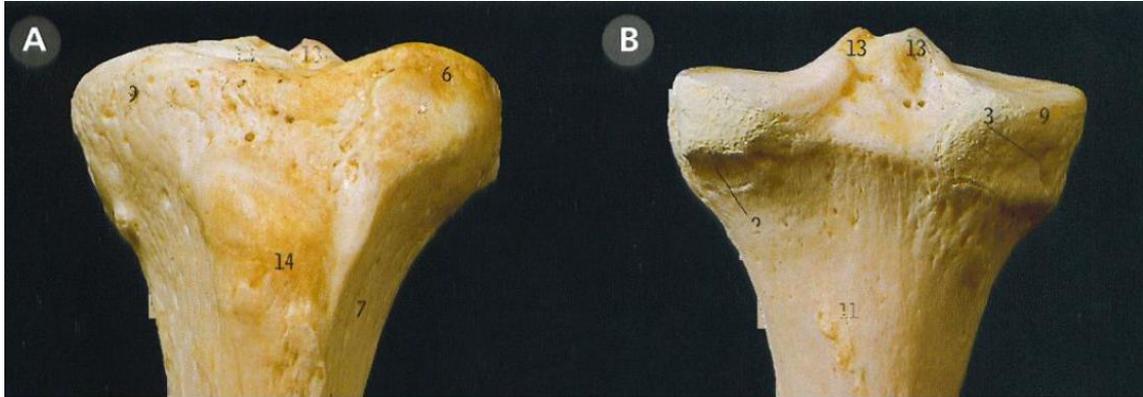


Figura 2. Extremo proximal de la tibia. Vista anterior (A) y posterior (B).

La rótula es una formación ósea morfológica que se incorpora al tendón del cuádriceps y que consta de una cara anterior o superficial, convexa en todos los sentidos y con semejantes dimensiones en ambos sentidos, asemejándose a una superficie cuadrangular. En esta cara se distinguen tres zonas bien diferenciadas: una zona superior, para la inserción del tendón principal y del cuádriceps; una zona media, con múltiples orificios y surcos, en los que se fijan las fibras prerrotulianas y una zona inferior, en la que se encuentra el anclaje del tendón rotuliano. Además, la cara posterior contacta con la tróclea<sup>3</sup> femoral y en ella también podemos distinguir dos zonas diferenciadas: una zona inferior muy irregular y una zona superior lisa y totalmente revestida de cartílago.



Figura 3. Rótula. Cara anterior (A) y cara posterior (B).

<sup>3</sup> Tróclea. Articulación en forma de polea, que permite que un hueso adyacente pueda girar en el mismo plano.

Las estructuras ligamentosas están compuestas por los sistemas central, lateral, interno y posterior, siendo este último el aparato extensor de la rodilla y su acción es fundamentalmente muscular.

El sistema central comprende los ligamentos cruzados, que se encuentran localizados en la incisura intercondílea, recubiertos por la sinovial, que los independiza y aísla. La unión de los ligamentos cruzados a tibia y fémur se hace mediante interdigitaciones de fibras de colágeno, con sustancia fundamental ósea. Gracias a su densidad y solidez, los ligamentos cruzados constituyen los medios de fijación y unión más resistentes de la rodilla, por lo que una elongación de los mismos provoca una alteración en la articulación que puede derivar en rotura.

El ligamento cruzado anterior, LCA, se extiende desde el borde anterior de la espina tibial interna en dirección oblicua hacia atrás, para fijarse en la fosa intercondílea, siendo más resistente su unión tibial que su unión femoral. En los movimientos de flexión, el LCA se horizontaliza mientras que en los movimientos de extensión se verticaliza. La función principal de este ligamento es evitar el desplazamiento hacia delante de la tibia respecto al fémur.

El ligamento cruzado posterior, LCP, forma una lámina que se fija en la tibia en la parte posterior del platillo tibial. Desde este anclaje se dirige hacia arriba, fijándose en la mitad anterior de la cara axial del cóndilo femoral interno. Estructuralmente está formado por fibras que se agrupan en dos fascículos<sup>4</sup>, unidos por su borde externo. Es más resistente que el LCA y su principal función es evitar el desplazamiento hacia atrás de la tibia con respecto al fémur.

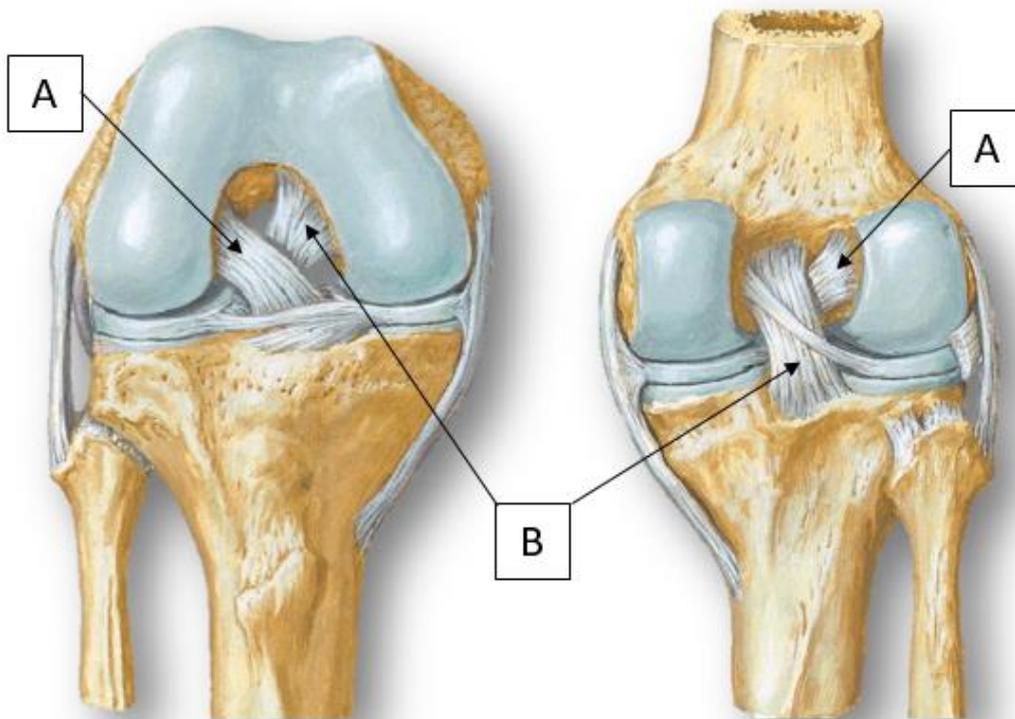


Figura 4. Vista anterior y posterior de la rodilla. Ligamentos cruzado anterior (A) y cruzado posterior (B).

<sup>4</sup> Fascículo. Haz de fibras musculares.

Formando parte del sistema lateral se encuentran la cintilla de Maissiat, el ligamento capsular medio, el ligamento lateral externo y el tendón poplíteo.

La cintilla de Maissiat es una amplia lámina fibrotendinosa que se extiende desde la cresta ilíaca hasta el tubérculo lateral de Gerdy. Dada esta ubicación de la cintilla de Maissiat se trata de un buen estabilizador de la rodilla, sea cual sea su posición, es decir, independientemente de que se encuentre flexionada o extendida.

Refiriéndose a la cápsula antero externa, también conocida como ligamento capsular medio, éste tiene una escasa importancia desde el punto de vista funcional. La unión de este ligamento con la anteriormente explicada cintilla de Maissiat recibe el nombre de ligamento fasciocapsular lateral (FCL).

El ligamento lateral externo, al que también se puede llamar ligamento colateral lateral está formado por dos fascículos de fibras que van desde el extremo superior del peroné hasta el cóndilo femoral externo.

El tendón poplíteo se origina por fibras carnosas del borde superior tibial, orientándose hacia arriba para transformarse en un tendón grueso y resistente.

Desde el punto de vista anatómico, el sistema interno está formado por la cápsula interna y el ligamento lateral interno, también conocido como ligamento colateral medio.

El ligamento colateral medio es una resistente cinta fibrosa, aplanada y cuyo vértice está anclado al menisco interno. Se origina en el cóndilo interno y sus fibras se dirigen hacia abajo, fijándose a nivel de la porción superior del borde interno de la tibia. Las características principales de este ligamento son que actúa como estabilizador del valgo<sup>5</sup> articular, y durante el proceso de flexión, las fibras anteriores se tensan y las posteriores se relajan, haciendo que el ligamento se deslice hacia atrás. Durante el proceso de extensión, se desplaza hacia delante.

Además, formando parte del sistema interno se puede encontrar el sistema muscular interno, siendo éste el verdadero sistema estabilizador de la rodilla, ya que está formado por tres "brazos": el tendón reflejo, el tendón recurrente y el tendón directo.

El sistema posterior está formado por la cápsula articular y los tendones que la refuerzan (ligamentos poplíteos oblicuo y arqueado), además de los gemelos, que recubren las estructuras que se mencionan.

La cápsula articular se encuentra conformada por los casquetes condíleos interno y externo, que frecuentemente incrementan su grosor por expansiones fibrosas originadas en las porciones fasciculares músculo-tendinosas.

El ligamento poplíteo oblicuo o de Winslow dirige sus fibras hacia arriba y hacia afuera formando una línea triangular, que se fija sobre el casquete condíleo externo del fémur. El ligamento poplíteo arqueado forma una arcada fibrosa por debajo de la cual pasa el tendón del músculo poplíteo.

Además de los componentes de la rodilla que se describan de una forma básica y superficial en los párrafos anteriores no se puede dejar de lado el hablar de los meniscos, parte fundamental en el desarrollo posterior de este trabajo.

Los meniscos son fibrocartílagos en forma de media luna que se encuentran situados entre los cóndilos femorales y los platillos tibiales. La superficie del platillo tibial cubierta por el menisco está en torno al 51-71 % en el lado interno y sobre el 75-93 % en el externo. La cara superior del menisco es cóncava mientras que la inferior es plana.

El menisco interno tiene unos 3.5 cm de longitud y su cuerno anterior es más estrecho que el posterior mientras que el menisco externo presenta una anchura constante y superior al anterior.

---

<sup>5</sup> Valgo. Dicho de un órgano, dirigido anormalmente hacia fuera.

Anatómicamente los meniscos aparecen ligados a la tibia, mientras que funcionalmente su posición está ligada a los movimientos de los cóndilos femorales, deslizándose hacia atrás en la flexión y hacia adelante en la extensión.



*Figura 5. Menisco externo (izquierda) y menisco interno (derecha).*

## Introducción biomecánica

Además de la descripción anatómica, para nuestro trabajo es necesario conocer una base de la biomecánica de la rodilla.

La rodilla del ser humano es la articulación más grande y compleja del cuerpo, al constar del conjunto de la articulación tibio-femoral y de la articulación rotuliana-femoral. La articulación de la rodilla transmite las cargas, facilita las posiciones y los movimientos del cuerpo y ayuda a conservar el momento. Además, se puede decir que se encuentra entre los dos brazos de palanca más grandes del cuerpo (el fémur y la tibia), lo que la hace susceptible a lesiones.

A pesar de que muchos músculos producen fuerzas en la rodilla, siempre predomina la producida por el grupo muscular del cuádriceps. Por tanto, el análisis biomecánico puede estar limitado al movimiento en un plano y a la fuerza producida por un solo grupo muscular.

Una clave para tener una rodilla saludable es la estabilidad en respuesta a fuerzas y momentos en todos los planos. Así, los huesos, meniscos y ligamentos aportan estabilidad estática mientras que los músculos que rodean a la articulación aportan estabilidad dinámica. Cuando se produce un desplazamiento excesivo en cualquier dirección, los meniscos ayudan a mantener la estabilidad.

La rótula tiene una importante función biomecánica en la rodilla ya que alarga el brazo de palanca de la fuerza producida por el cuádriceps sobre el centro de rotación de la rodilla y por tanto aumenta la eficiencia de este músculo.

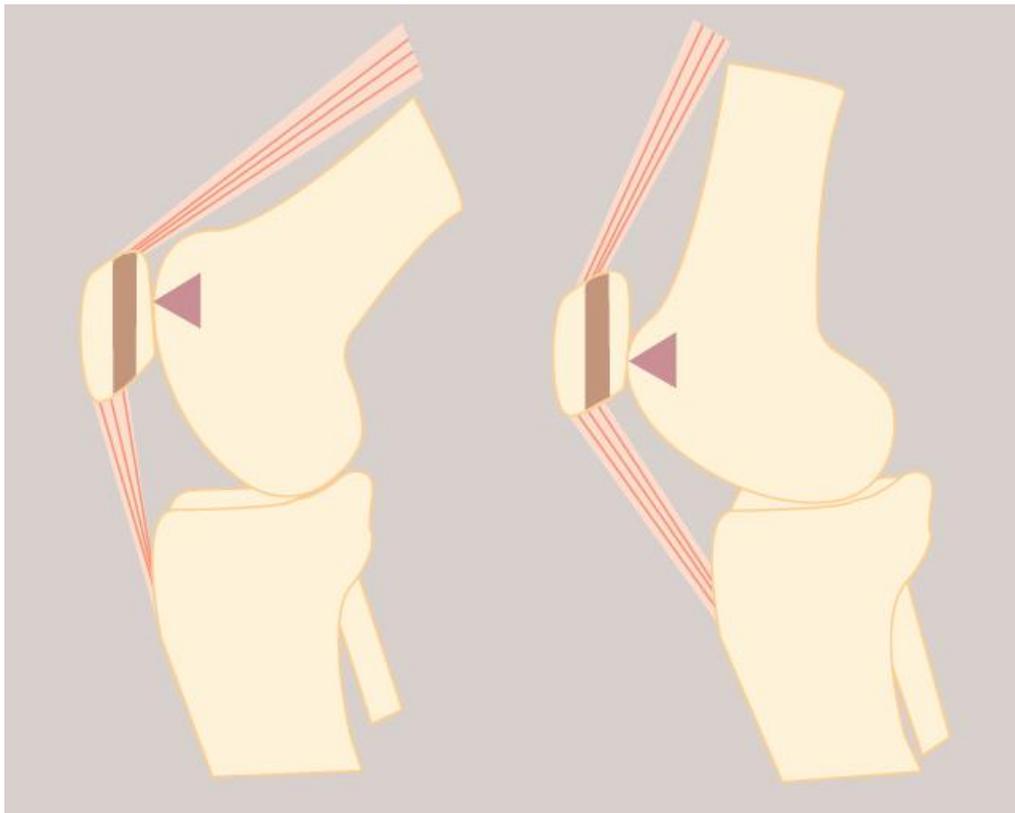


Figura 6. Esquema que ilustra el modelo de palanca y cómo varía la posición rotuliana con la misma.

## Introducción a las lesiones de los meniscos

Antes de comenzar con la descripción de los casos que se han simulado es conveniente introducir los tipos de roturas que pueden darse en los meniscos humanos, haciendo hincapié en la rotura tipo “pico de loro”, siendo ésta la utilizada para dañar los meniscos en los casos de este trabajo.

Los meniscos pierden sus propiedades viscoelásticas con el paso de los años, volviéndose frágiles. A causa de esta fragilidad pueden aparecer roturas degenerativas por el pinzamiento de los mismos entre el fémur y la tibia, frecuentes a nivel de los cuernos meniscales posteriores.

Existen tres grandes tipos de roturas: verticales, que pueden ser completas (formando una brecha desde la superficie meniscal superior hasta la superficie meniscal inferior) o incompletas. A su vez pueden ser clasificadas morfológicamente, quedando divididas en longitudinales, transversales o radiales y oblicuas. Los otros tipos de roturas son las horizontales y las complejas o mixtas, que combinan trazos de roturas verticales y horizontales; estas son las lesiones en forma de pico de loro, pediculadas y en asa de cubo doble o múltiple.

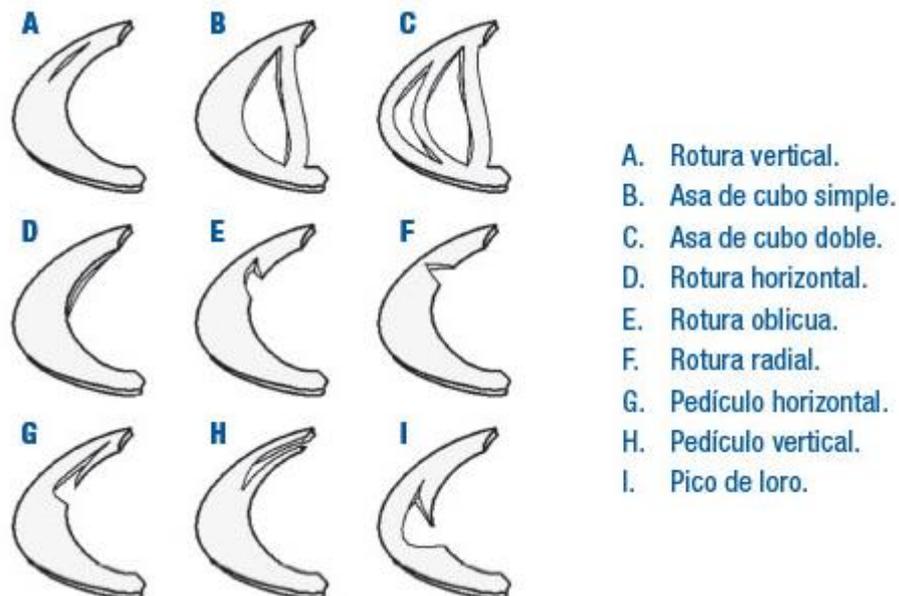


Figura 7. Tipos de roturas en los meniscos.

La lesión en forma de pico de loro, en la que se centra este trabajo, a menudo está causada por esfuerzos reiterados y suele ir acompañada de otras lesiones. Esta lesión es más frecuente en el menisco interno que en menisco externo, debido a que su movilidad es más limitada.

## Objetivos

A partir de un modelo de uso libre creado por Ahmet Erdemir y que puede ser descargado en la página web *simtk.org* como parte del proyecto *Open Knee: Virtual Biomechanical Representations of the Knee Joint* en el que obtenemos los componentes de la rodilla por separado se busca ensamblarlos mediante el software Abaqus para obtener un modelo realista de la rodilla humana.

Una vez que se ha ensamblado el modelo (de la forma que se describirá en el apartado correspondiente) se pretende su validación, realizando una prueba de cargas con la rodilla en un estado de reposo y analizando las tensiones que se producen en los meniscos, para poder comparar los resultados con la bibliografía correspondiente.

Tras comprobar que el modelo obtenido es válido, el objetivo principal es la realización de un estudio de las tensiones en los meniscos tras haber sufrido éstos una incisión en forma de pico de loro, una de las lesiones más comunes del mismo. Se realizan dos casos por menisco variando la posición de la incisión en el mismo y se comparan los resultados, tratando de concluir en la determinación de la zona en la que la lesión puede ser más grave.

## Introducción al software Abaqus

Para el ensamblaje de las diferentes partes que componen la rodilla, así como para los estudios de las tensiones en los meniscos usaremos el software Abaqus.

Abaqus es un software que utiliza el método de los elementos finitos para las resoluciones de los diferentes problemas. El software consta de un preprocesador (CAE) en el que se generan unos archivos de entrada que más adelante serán tratados con el procesador. Finalmente, los resultados se analizan mediante un postprocesador que permite ver los resultados en un entorno gráfico de una forma muy sencilla.

Por tanto, se verifica que el software Abaqus trabaja siguiendo las tres etapas que se diferenciaban desde el punto de vista de la programación que mencionábamos en la introducción al método de elementos finitos:

1. Preproceso: Se define la geometría, la malla, las condiciones de contorno y se asignan propiedades a los distintos materiales.
2. Cálculo: Se genera un conjunto de  $N$  ecuaciones con  $N$  incógnitas que se resuelve mediante un algoritmo de resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Si el problema depende del tiempo, se hace una sucesión de estos sistemas y se resuelven uno a continuación de otro.
3. Postproceso: Se calculan magnitudes derivadas de los valores obtenidos para los nodos y se visualizan los resultados en forma gráfica.

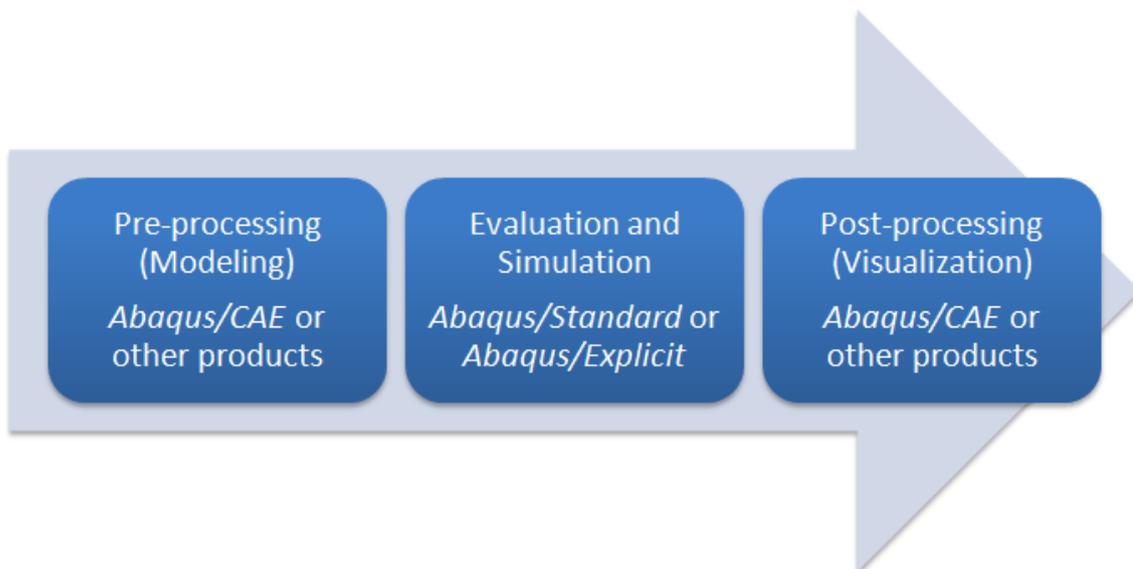


Figura 8. Procedimiento utilizado para la resolución de modelos de elementos finitos.

Este software nos permitirá resolver una infinidad de problemas estructurales, desde la evaluación de la capacidad de una estructura frente a un terremoto hasta el cálculo de las tensiones en los diferentes componentes aeronáuticos, pasando por el cálculo de tensiones en una articulación humana, siendo este el caso que compete a nuestro trabajo.

## Realización del modelo de elementos finitos

### Proyecto Open Knee

Las partes utilizadas para para la generación del modelo se obtienen por separado mediante descarga libre en la página web *simtk.org*, recogidas en el pack que recibe el nombre de *Open Knee: Virtual Biomechanical Representations of the Knee Joint*.

Este modelo ha sido desarrollado bajo la autoría de Ahmet Erdemir y su equipo de colaboración, tal y como aparece reflejado en la web antes referenciada. Para su desarrollo no se indica el software que ha sido utilizado, pero sí que las piezas han sido realizadas a partir de resonancias magnéticas de pacientes reales, por lo que se puede decir que son un modelo fiel a la realidad.

Se utiliza este modelo en lugar de algún otro que se encuentra por la red puesto que este es uno de los objetivos de su proyecto, tal y como se referencia en su web:

*“Open Knee tiene como objetivo proporcionar libre acceso a las representaciones tridimensionales de elementos finitos de la articulación de la rodilla. La plataforma de desarrollo está abierta para permitir que cualquier parte interesada utilice, pruebe y edite el modelo.”*

Sin embargo, este pack contiene las piezas por separado, sin ningún tipo de unión entre las mismas, por lo que será necesario realizar nosotros el ensamblaje, además de otorgar a cada una de ellas una serie de propiedades físicas en función de la parte del cuerpo que representen. Estas propiedades son atribuidas a partir de datos obtenidos en la bibliografía consultada.

## Propiedades de los elementos que forman el modelo

Antes de comenzar a describir cada una de las piezas por separado, es conveniente definir los parámetros que se han utilizado para caracterizar cada una de ellas.

### Módulo de Young

El módulo de Young, también llamado módulo de elasticidad es un parámetro que caracteriza el comportamiento de un material elástico, según la dirección en la que se aplica una fuerza. Este comportamiento fue observado y estudiado por el científico inglés Thomas Young, al que debe su nombre.

Para un material isotrópico, el módulo de Young tiene el mismo valor para un esfuerzo de tracción que para un esfuerzo de compresión, siendo una constante independiente del esfuerzo siempre que no exceda un valor máximo llamado límite elástico.

Tanto el módulo de Young, que será siempre mayor que cero, como el límite elástico son distintos para los diferentes tipos de materiales.

En el Sistema Internacional de Unidades su unidad más generalizada es el Pascal (Pa), aunque en función del tipo de material puede expresarse en kilopascales (kPa), megapascales (MPa) o gigapascales (GPa).

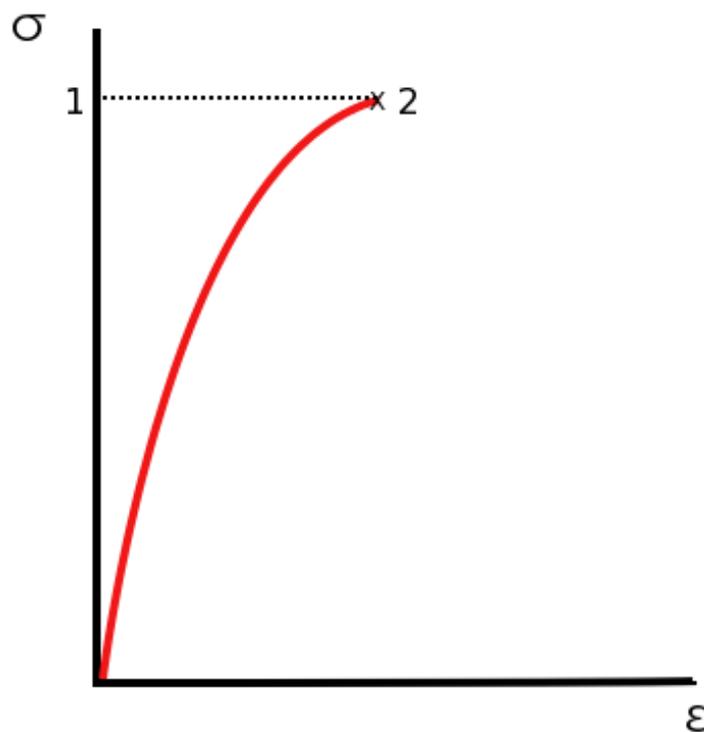


Figura 9. Diagrama de tensión-deformación. El módulo de Young es la tangente a la curva en cada punto.

### Coeficiente de Poisson

El coeficiente de Poisson es una constante elástica que proporciona una medida del estrechamiento de la sección de un prisma de material elástico, lineal e isotrópico cuando se estira longitudinalmente y se estrecha en la dirección perpendicular a la de estiramiento. Recibe su nombre del físico francés Simeon Poisson.

Como norma general, las deformaciones transversales tienen signos opuestos, es decir, cuando se estiran longitudinalmente se contraen transversalmente y viceversa.

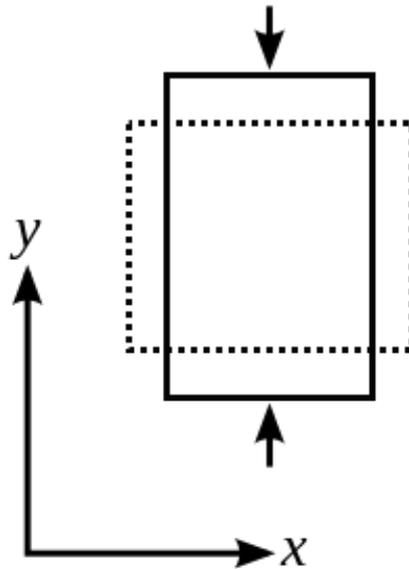


Figura 10. Ensanchamiento por efecto Poisson en el plano de abscisas por contracción en el plano de ordenadas.

### Tamaño Global Aproximado de Elemento

El tamaño global medio (Approximate Global Size) es el parámetro que define el mallado de cada pieza. Representa el tamaño aproximado de cada uno de los elementos que está constituida la malla. Cuanto mayor sea este valor, menor será el número de elementos que formen la malla y por lo tanto peores será los resultados obtenidos. Por el contrario, al disminuir el tamaño de los elementos, aumentará el número de los mismos mejorando los resultados en el conjunto de la pieza.

Es conveniente destacar que cada una de las piezas que forman el modelo se malla por separado, pudiendo cada una de ellas presentar diferentes valores del tamaño aproximado del elemento. De esta forma, las piezas en las que se pretende obtener unos resultados más exactos presentarán un tamaño menor de los elementos.

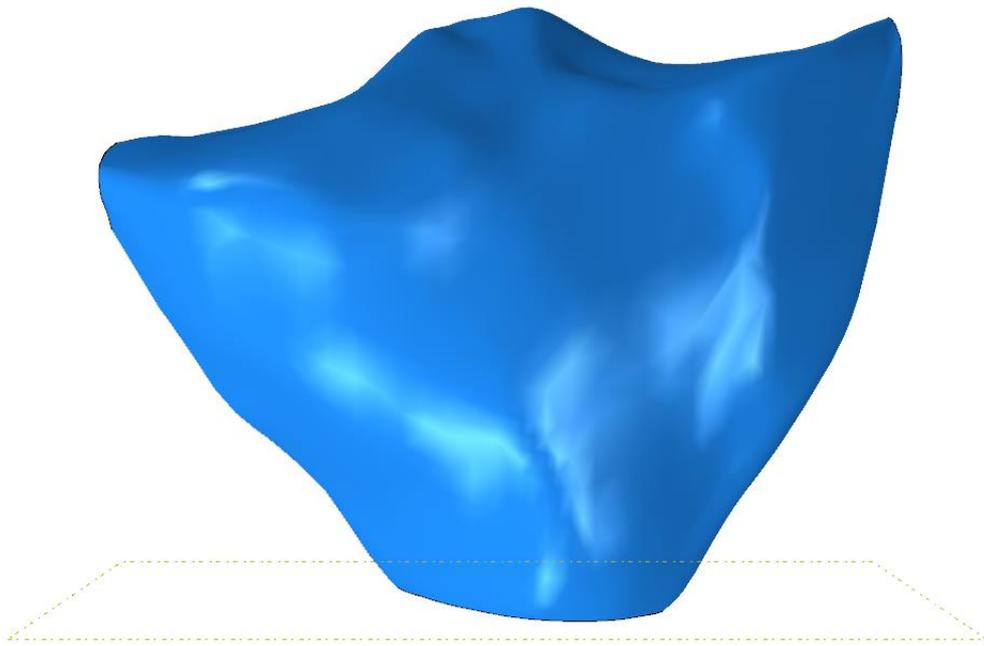
## Descripción de los elementos que forman el modelo

A continuación, se procede a realizar una descripción detallada de cada una de las piezas que conforman nuestro modelo, así como de sus propiedades y del tipo de mallado que se utiliza para cada una de ellas.

### Tibia

La tibia está representada en el modelo mediante su extremo proximal, que ha sido diseñado en forma de capitel irregular y en el que se aprecian de forma clara los platillos tibiales, sobre los cuales se apoyarán los meniscos

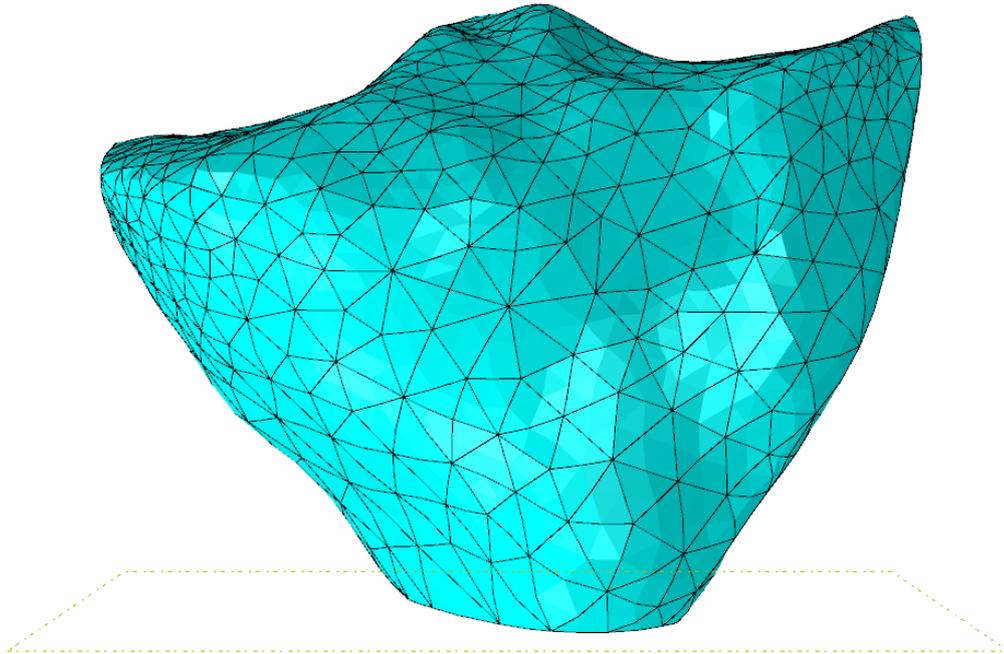
La tibia está realizada con un material del tipo Sólido y Homogéneo, al cual se le asigna un comportamiento elástico conforme a un valor de 17000 MPa para el módulo de Young y de 0.3 para el Ratio de Poisson.



*Figura 11. Representación del extremo proximal de la tibia.*

Como se puede apreciar en la figura anterior, se ha creado un plano en la zona más estrecha del extremo tibial. Este plano servirá para establecer unas condiciones de contorno en el conjunto del modelo, como será detallado más adelante.

En cuanto al mallado, sobre la tibia se ha realizado un mallado cuyas celdas tienen forma de tetraedros y con un tamaño global aproximado de 15 milímetros. Este tamaño de mallado puede parecer excesivamente grande de primeras, sin embargo, como el objetivo de este trabajo es el estudio de cargas en los meniscos, es perfectamente válido, además de permitirnos reducir el tiempo de cálculo con respecto a mallados más finos.

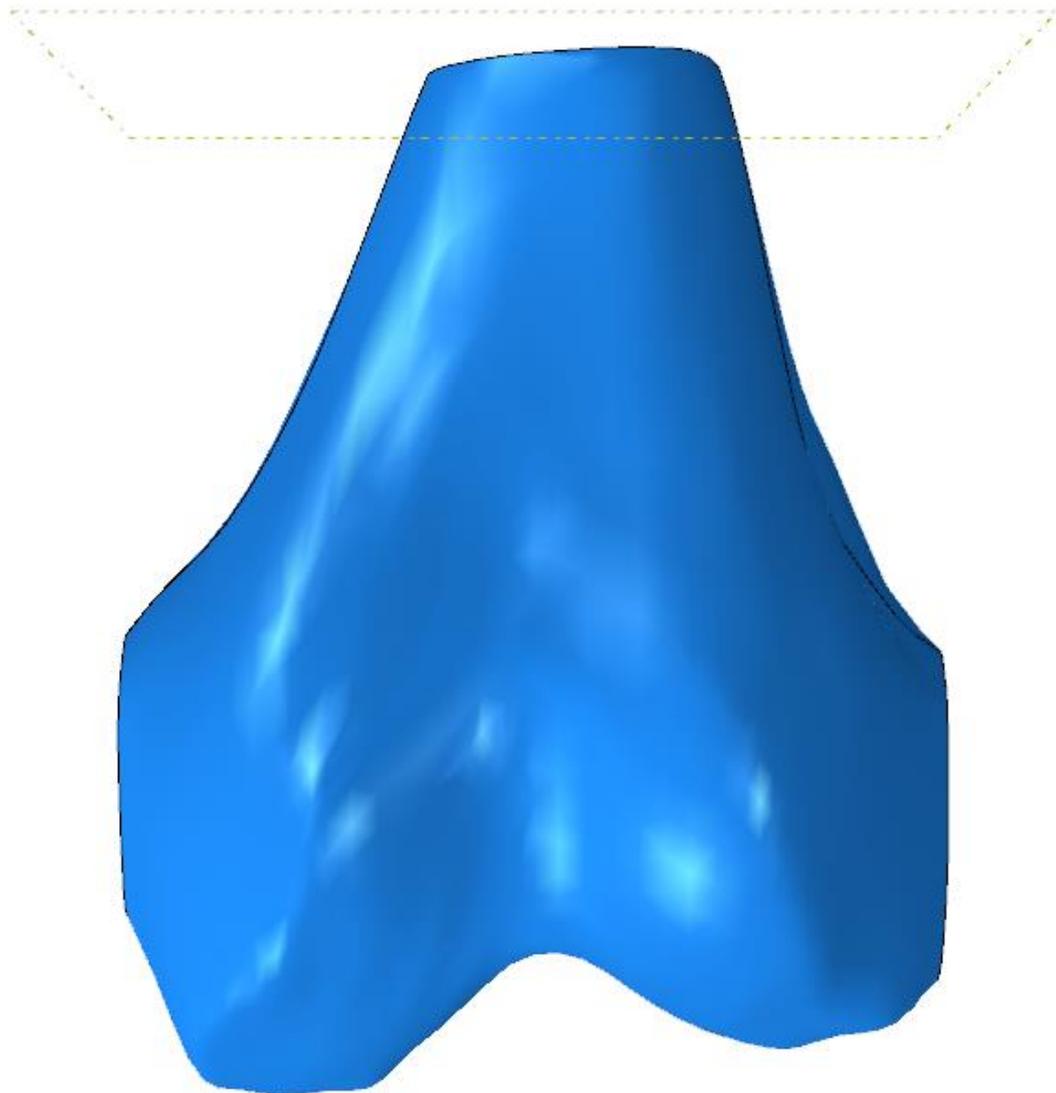


*Figura 12. Mallado de la tibia.*

## Fémur

El fémur se encuentra representado en el modelo por medio de su extremidad inferior, formada por un segmento del tronco femoral y por ambos cóndilos, tanto el interno como el externo.

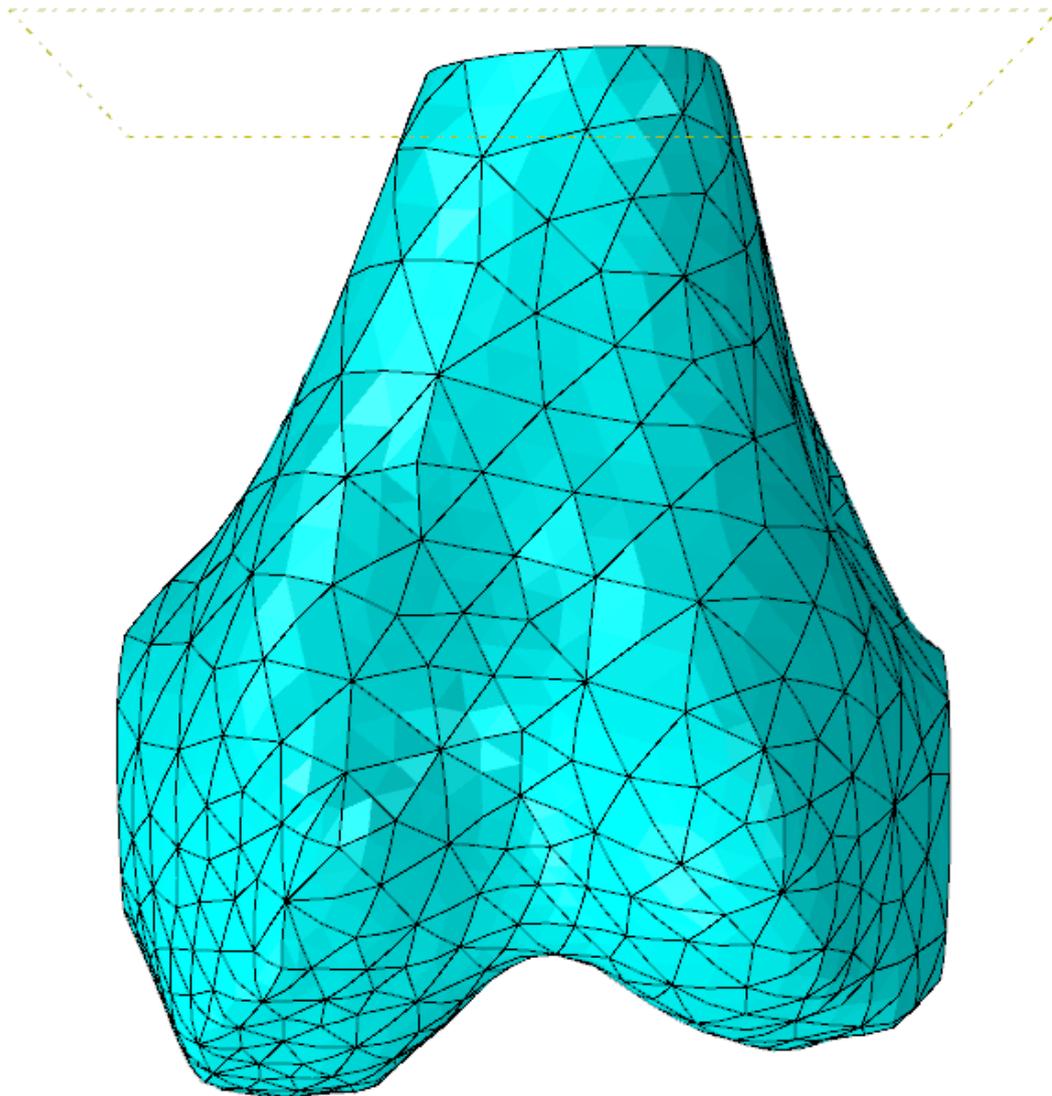
El material utilizado para la asignación de sus propiedades es el mismo que para la tibia, pues la bibliografía consultada así lo indica. Por tanto, se puede repetir lo dicho anteriormente: se trata de un material del tipo Sólido y Homogéneo, al cual se le asigna un comportamiento elástico conforme a un valor de 17000 MPa para el módulo de Young y de 0.3 para el Ratio de Poisson.



*Figura 13. Representación del extremo inferior del fémur.*

En esta pieza también se crea un plano en el tronco femoral, en el cual se aplicarán las condiciones de contorno del modelo, además de servirnos para aplicar en este plano la fuerza que representará el peso de una persona en estado de reposo sobre esa articulación.

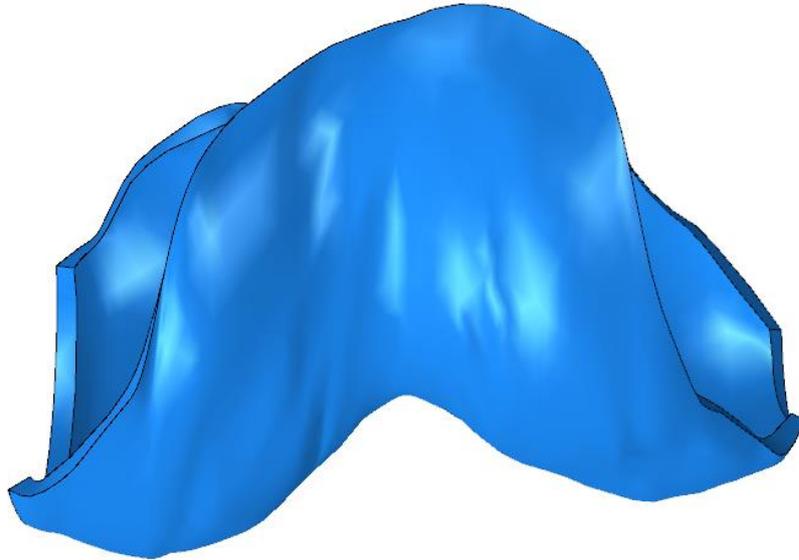
El mallado que se ha utilizado en esta parte fundamental del modelo ha sido el tetraédrico, con un tamaño global aproximado de 20 milímetros. Igual que en el caso de la tibia, al tratarse de una pieza grande podremos elevar este tamaño hasta estos valores para así reducir sustancialmente el tiempo necesario para la realización de los cálculos.



*Figura 14. Mallado del fémur.*

### Cartílago femoral

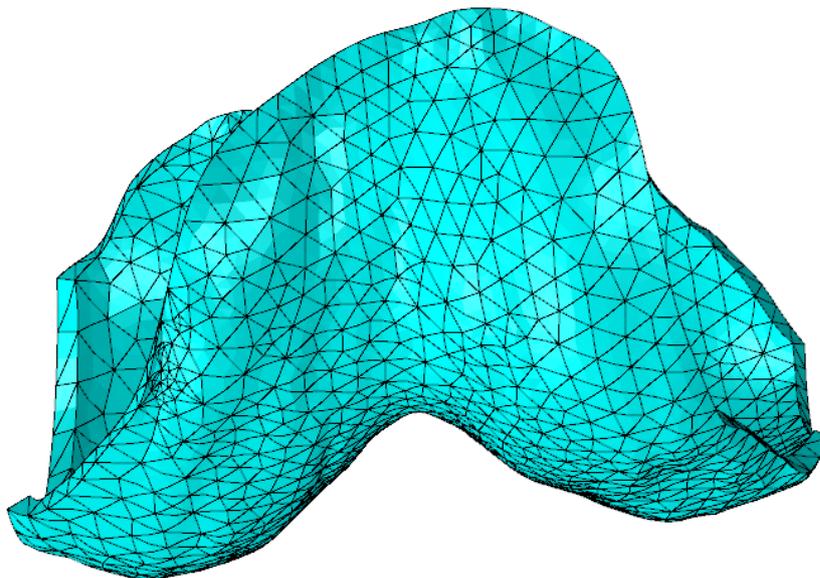
El cartílago femoral es una membrana muy delgada que recubre los cóndilos del fémur para protegerlos del roce con las diferentes partes de la articulación. En el modelo se ve representado mediante una capa de poco espesor considerada como un material sólido y homogéneo y con un comportamiento elástico definido por tres características: se trata de un material isotrópico, es decir, que presenta el mismo comportamiento elástico en todas direcciones; su módulo de Young tiene un valor de 12 MPa y su coeficiente de Poisson de 0.45.



*Figura 15. Representación del cartílago femoral.*

Para que esta pieza permanezca unida al fémur y no exista ningún tipo de desplazamiento utilizaremos una restricción denominada “tie”, cuya traducción es “ligadura”. De esta forma, si las cargas que se produzcan en el modelo causan algún tipo de variación o desplazamiento en el fémur, el cartílago se deformará o desplazará solidario a él.

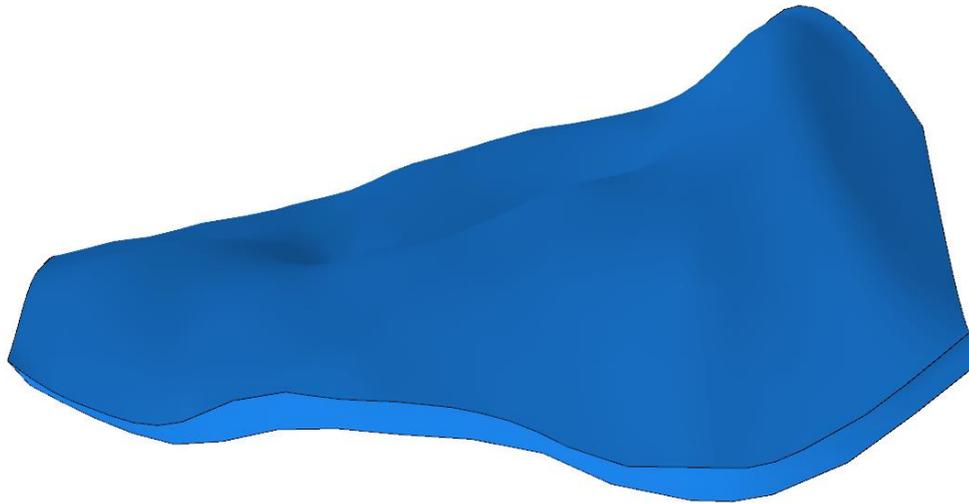
En cuanto a la malla, al ser una capa delgada no se podrá utilizar un tamaño grande como en los casos anteriores, por lo que nos decantamos por un mallado en forma de tetraedros de un tamaño global aproximado de 3 milímetros.



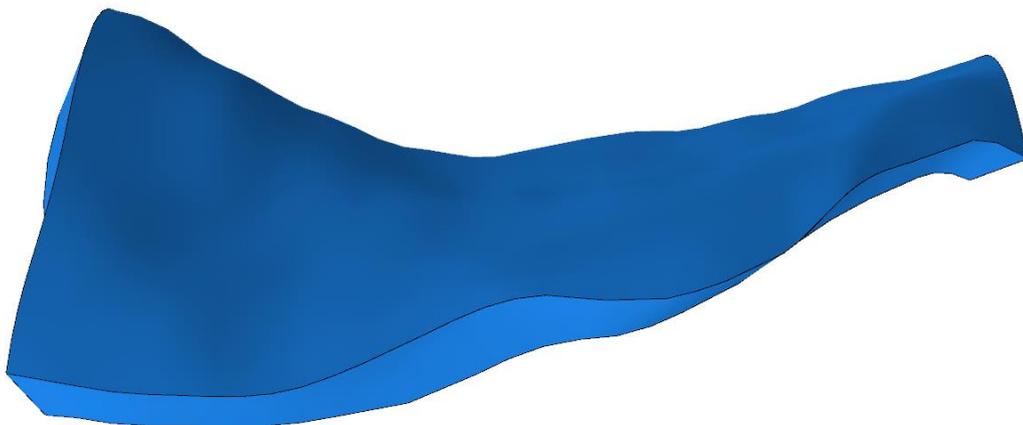
*Figura 16. Mallado del cartílago femoral.*

### Cartílago tibial medio (interno) y cartílago tibial lateral (externo)

En la tibia ocurre lo mismo que en el fémur, existe una capa que protege los platillos tibiales del roce, principalmente con los meniscos, pues es el lugar donde estos se apoyan. En el modelo, el cartílago tibial se divide en dos piezas diferenciadas, a las que asignaremos las mismas propiedades que han sido descritas para el caso del cartílago femoral.



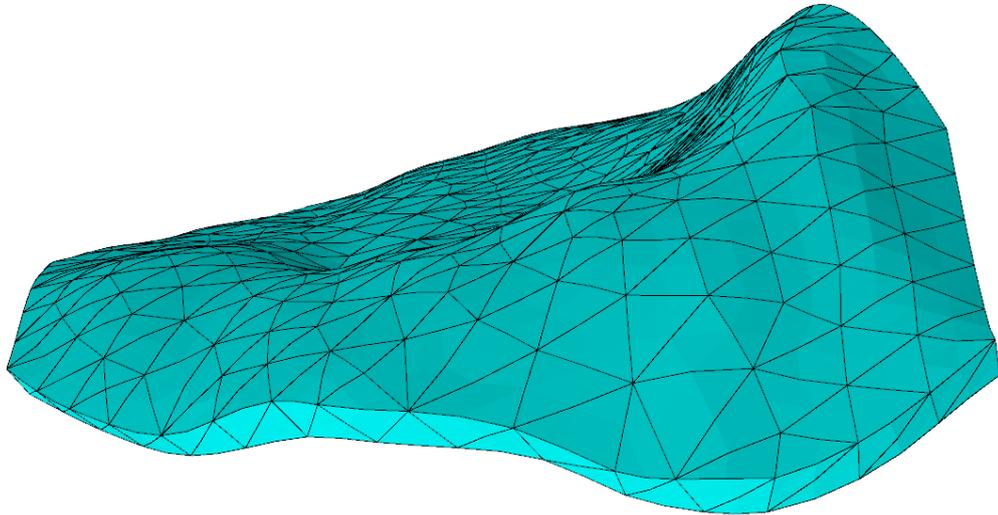
*Figura 17. Representación del cartílago tibial medio.*



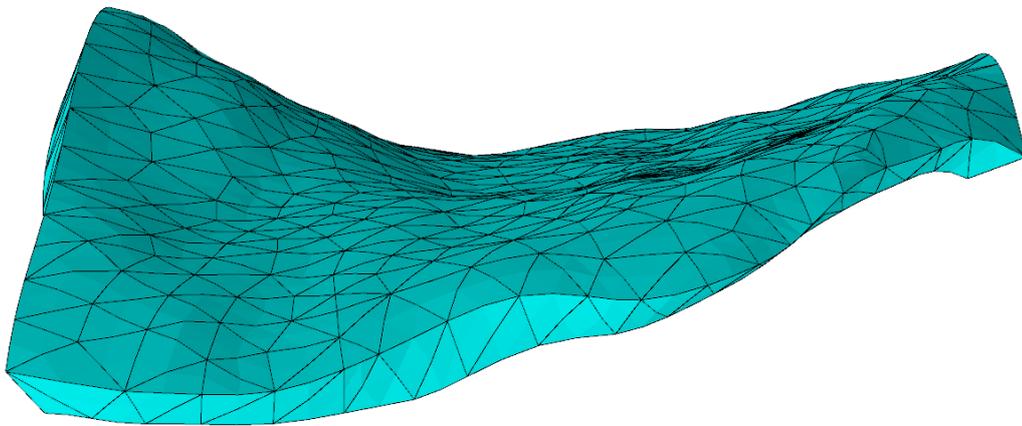
*Figura 18. Representación del cartílago tibial lateral.*

Igual que ocurría con el cartílago femoral, los cartílagos tibiales permanecen unidos mediante ligaduras a los platillos tibiales, para desplazarse y deformarse solidario a los mismos independientemente de las fuerzas aplicadas en el modelo.

A la hora de hablar de la malla tendremos que tratar la parte media y la parte lateral por separado, pues a pesar de que las dos presentan un mallado tetraédrico, el tamaño global medio de cada elemento es distinto en ellos. Así, el cartílago tibial medio presenta un tamaño del elemento de 2.4 milímetros y el cartílago tibial lateral tiene un tamaño global aproximado de 2 milímetros.



*Figura 19. Mallado del cartílago tibial medio.*



*Figura 20. Mallado del cartílago tibial lateral.*

### Menisco interno (medio) y menisco externo (lateral)

A continuación, se describen las dos piezas más importantes para el correcto desarrollo de este trabajo, así como para el cumplimiento de los objetivos: los meniscos.

Tanto en el caso del menisco interno como en el caso del menisco externo (o lateral, como también se puede llamar) se utiliza un material sólido y homogéneo con un comportamiento elástico isotrópico, idéntico al material creado para los cartílagos. Siguiendo la bibliografía podemos observar que se utilizan propiedades muy similares, sino iguales, para estas partes, por lo que tendremos un módulo de Young de 12 MPa y un coeficiente de Poisson de 0.45.

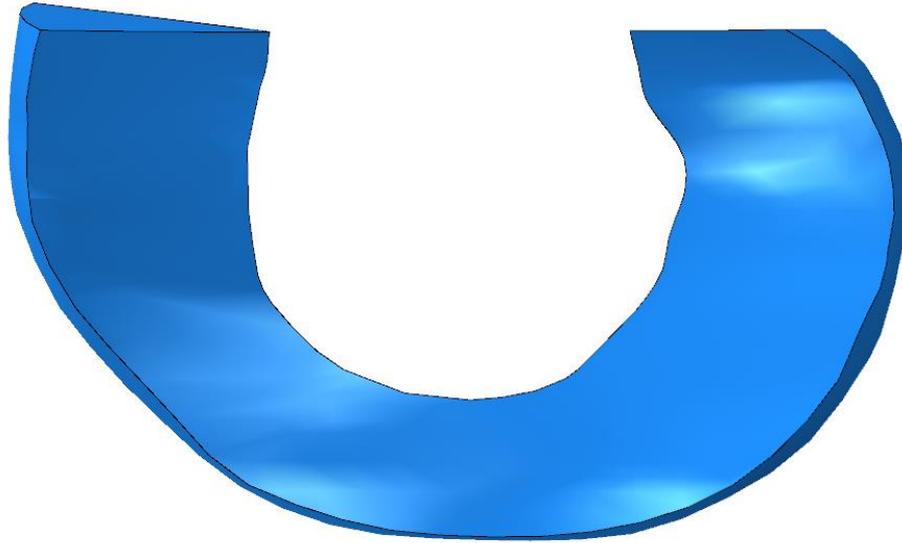


Figura 21. Representación del menisco interno.

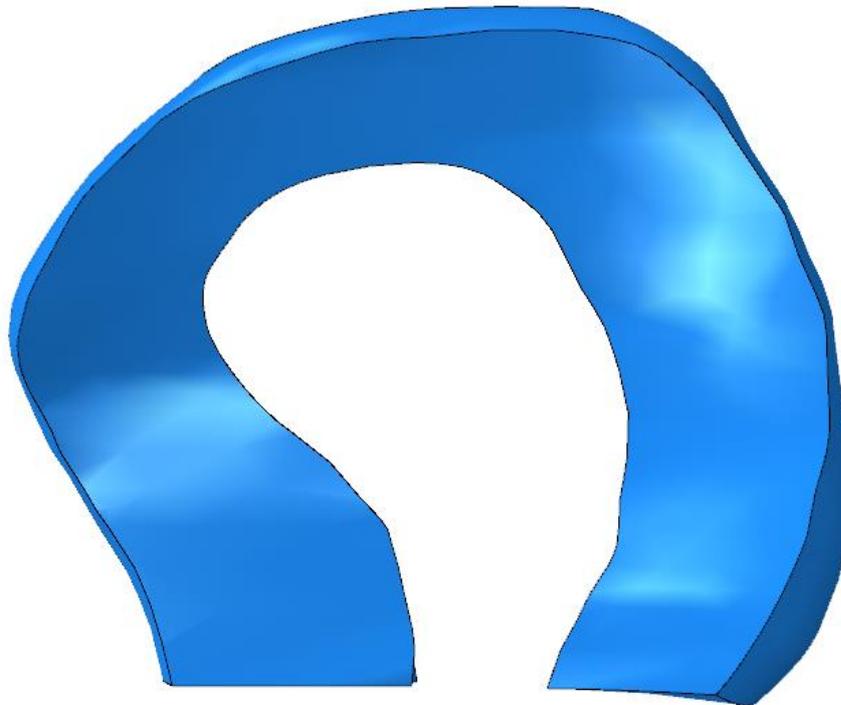
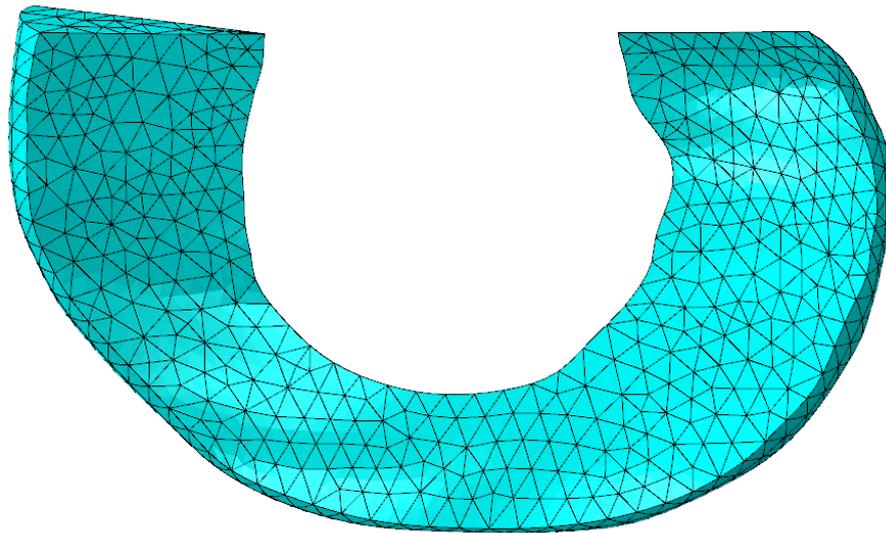


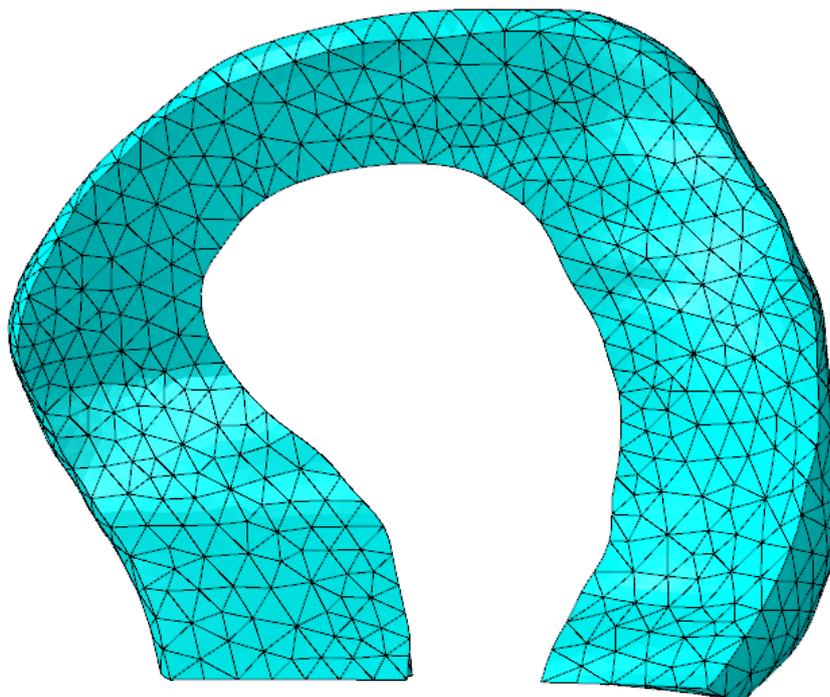
Figura 22. Representación del menisco externo.

En este caso, los meniscos no están fijados a ninguna otra pieza, puesto que en función de las cargas que soporten podrán deformarse y desplazarse, como ocurre en la realidad. La única restricción que tienen es su posición, puesto que “encajan” en los platillos tibiales, haciendo que los movimientos que pueden realizar sean limitados, así como de muy poca magnitud.

En referencia al mallado de los meniscos, se utiliza como para el resto de las piezas una malla cuyos elementos son tetraedros, pero en este caso, el tamaño global medio de los elementos es mucho menor que en las anteriores piezas ya que se busca el análisis de las tensiones en los meniscos, por lo que los resultados han de ser más precisos que en el resto, consiguiendo esto a través de la reducción del tamaño del elemento en la malla. Para la representación del menisco interno se utiliza un tamaño de 1.2 milímetros mientras que para el menisco externo se establece una talla media de 1.3 milímetros.



*Figura 23. Mallado del menisco interno.*



*Figura 24. Mallado del menisco externo.*

### Resumen de las propiedades

Una vez que han sido descritas la forma y las propiedades de todas y cada una de las piezas que conforman el modelo, se genera una tabla resumen con las mismas, de forma que si es necesaria la consulta de cualquiera de los parámetros pueda realizarse de una forma sencilla, así como para facilitar la comparación de las mismas con otros valores encontrados en la bibliografía.

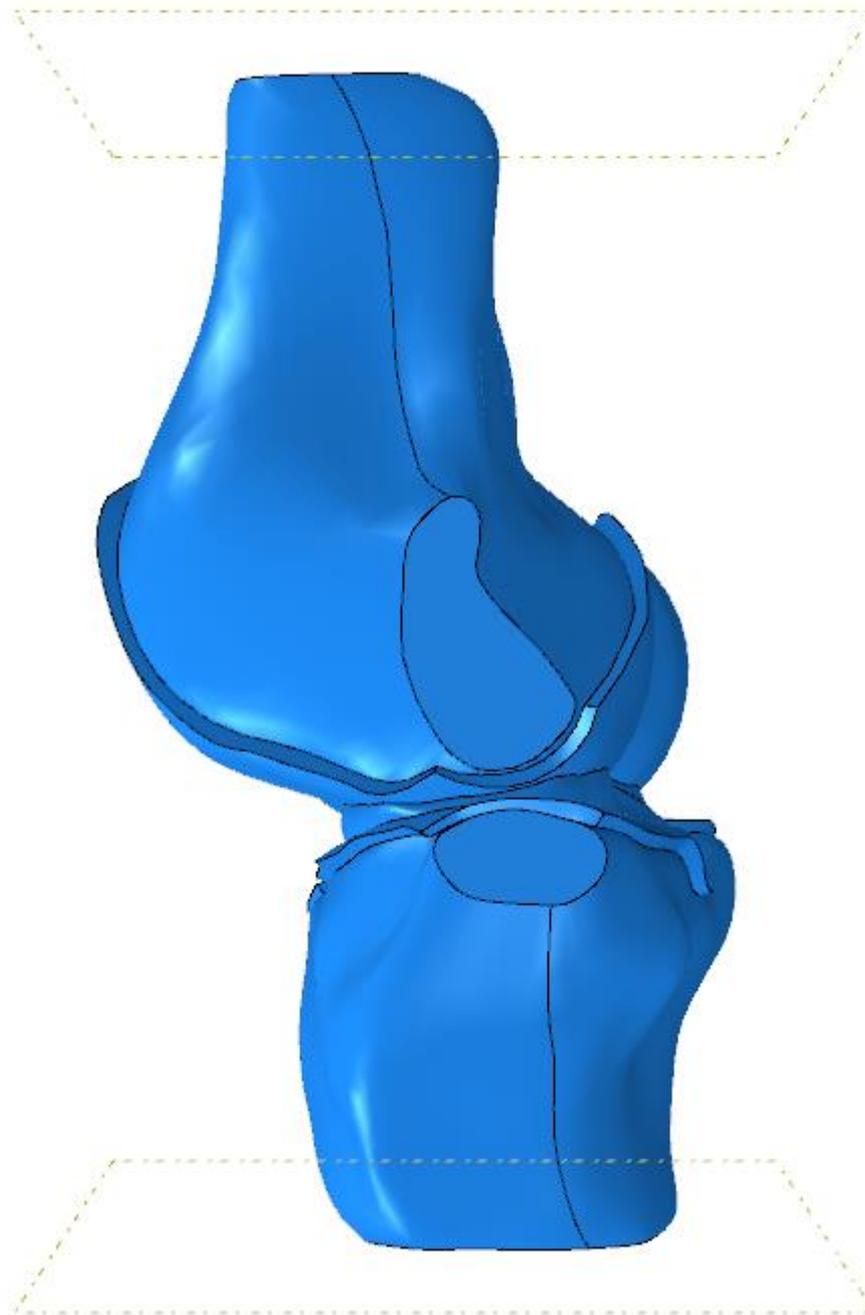
	<b>Módulo de Young (MPa)</b>	<b>Coefficiente de Poisson</b>	<b>Tipo de Mallado</b>	<b>Tamaño Global Aproximado de Elemento (mm)</b>
<b>Tibia</b>	17000	0.3	Tetraédrico	15
<b>Fémur</b>	17000	0.3	Tetraédrico	20
<b>Cartílago femoral</b>	12	0.45	Tetraédrico	3
<b>Cartílago Tibial Medio</b>	12	0.45	Tetraédrico	2.4
<b>Cartílago Tibial Lateral</b>	12	0.45	Tetraédrico	2
<b>Menisco Interno</b>	12	0.45	Tetraédrico	1.2
<b>Menisco Externo</b>	12	0.45	Tetraédrico	1.3

*Tabla 1. Propiedades de las piezas que forman el modelo (Abdi & Karimi, 2014)*

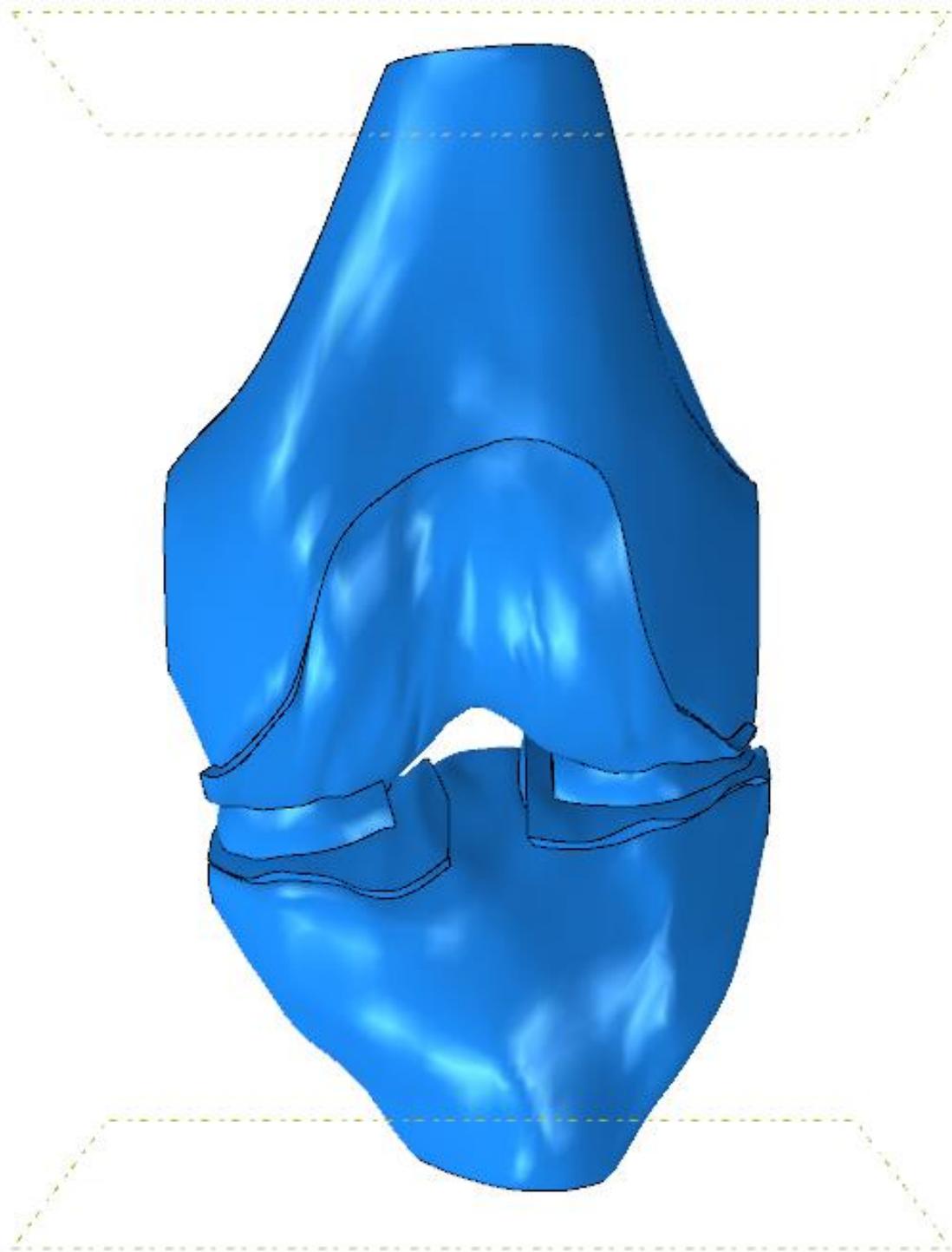
### Modelo ensamblado

Tras haber asignado a cada pieza sus correspondientes características, se podrá proceder a la generación del modelo, ensamblando todas y obteniendo una representación completa de la articulación. Lo primero que se hace para completar esta etapa es la situación de cada uno de los componentes en su lugar correspondiente del espacio tridimensional y, tras esto, aplicar las correspondientes ligaduras entre ellos, como ya se ha explicado a la hora de describir las piezas que representan a los cartílagos tibiales.

De esta forma, el modelo ensamblado con el que se podrá trabajar para cumplir los objetivos del presente trabajo será el que se muestra a continuación



*Figura 25. Modelo ensamblado. Vista lateral.*



*Figura 26. Modelo ensamblado. Vista frontal.*

Se puede apreciar que en el modelo definitivo faltan elementos imprescindibles en una rodilla humana, los ligamentos. A pesar de que en el pack de piezas si estaban disponibles, el primer objetivo a cumplir es la validación del modelo para el estudio de los meniscos, comparando los resultados de aplicar una carga con la articulación en reposo con los que aparecen en la bibliografía consultada, y estos resultados en los que se hará la comparación han sido obtenidos con un modelo anatómico carente de ligamentos.

Como los ligamentos ejercen un papel fundamental en el correcto funcionamiento de la rodilla, como ya se ha explicado en el apartado correspondiente a la anatomía, no podrán ser obviados sin más, sino que debemos suplirlos por una serie de restricciones en forma de condiciones de contorno.

La primera de estas restricciones se aplica en el plano que ha sido creado en el tronco tibial, como se citaba a la hora de explicar las propiedades de esta pieza. Se limita el movimiento del plano en las tres direcciones del espacio, consiguiendo de esta manera simular el estado de una rodilla en reposo, en la que la persona tiene ambos pies apoyados en el suelo y las piernas estiradas. Además, se consigue que, al aplicar la carga en el modelo, la tibia no se desplace en ninguna dirección de forma independiente al resto de las piezas que han sido ensambladas en el modelo, siendo esta la tarea principal de los ligamentos laterales y cruzados en una articulación real.

Además de la que se ha descrito hasta ahora, también se coloca una restricción en el fémur. Se ha creado un plano en esta parte, por encima de la línea superior de los cóndilos, que se puede apreciar en las figuras referidas a la misma. En este caso, no se limita el desplazamiento en todas las direcciones, sino que se permite en la dirección vertical, hecho lógico desde el punto de vista del objetivo del trabajo, pues en el caso normal de una persona en reposo el peso se reparte de forma igualitaria en ambas piernas, ejerciendo una fuerza vertical hacia abajo en cada una. Con esta restricción se consigue asegurar por tanto que las tensiones en los meniscos se produzcan tal y como son en la realidad, pues también actúa simulando la función de los ligamentos cruzados que, como ocurría con la restricción colocada en la tibia, evita que la pieza se desplace de forma independiente y deforme los meniscos de forma extraña.

Como se ha citado en el párrafo anterior, el modelo que concierne a este trabajo se basa en una rodilla humana en estado de reposo, esto es, con ambas piernas apoyadas en el suelo y totalmente extendidas. En este caso, el peso total de la persona se reparte equitativamente en ambas. Se utiliza un peso medio de ochenta kilogramos, por lo que en cada pierna se produce una carga de 40 kilogramos, que una vez convertidos a Newtons son 392.

Esta fuerza se aplica en el modelo en el plano creado en el tronco femoral, el mismo en el que se establece la restricción, en forma de presión. El software también permite elegir un tipo de distribución para dicha presión en el plano y en este caso concreto se ha elegido un tipo de distribución llamada "Total Force", en la que el total de la carga, 392 Newtons, se reparte de forma uniforme por todo el plano, en lugar de ser aplicada únicamente en un punto.

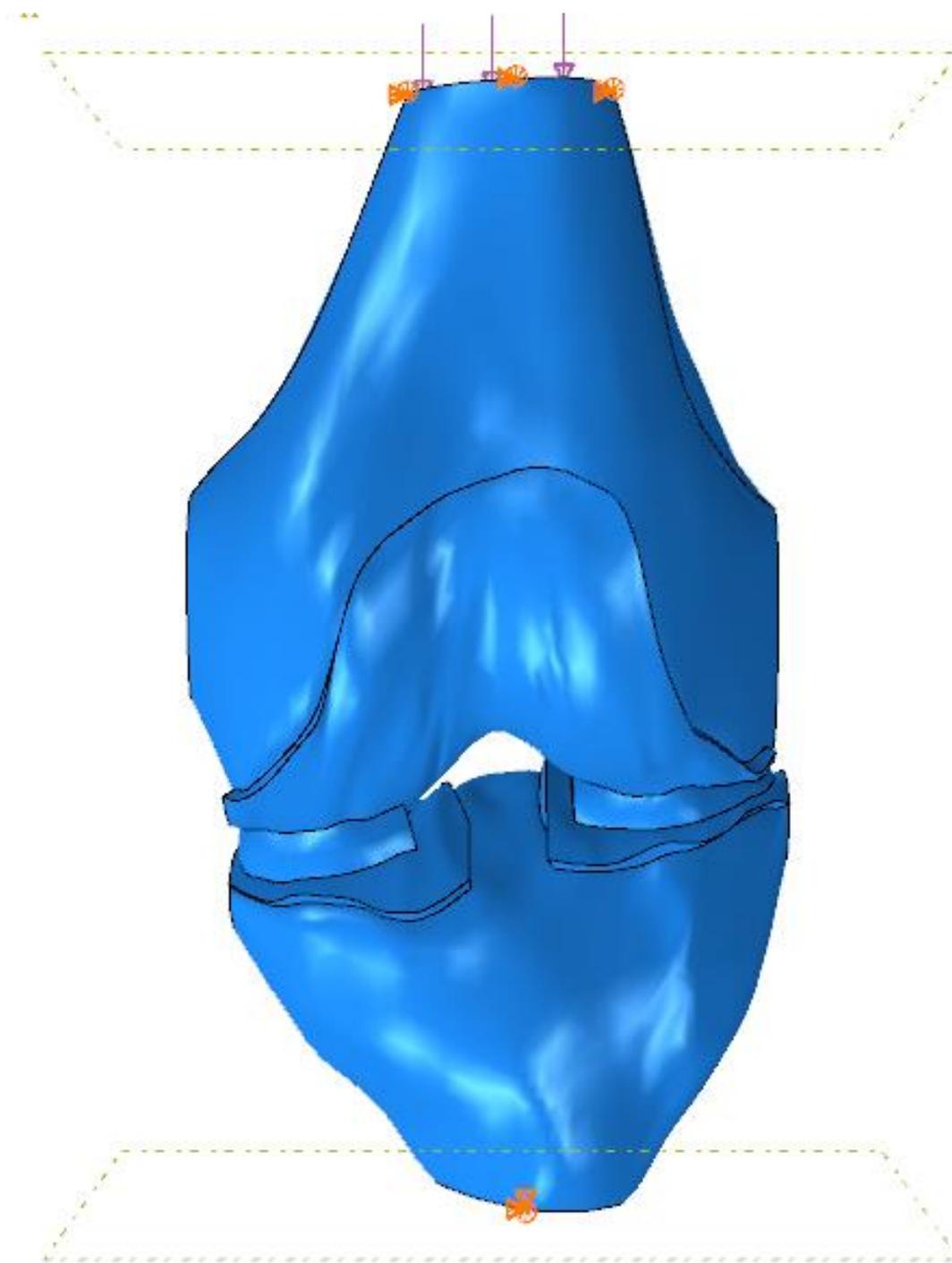


Figura 27. En naranja las condiciones de contorno tibiales y femorales. En violeta la carga aplicada en el plano del tronco femoral.

## Tensión de Von Mises

La variable que se utilizará para el estudio de la forma en que afecta la carga en los meniscos, tanto cuándo éstos están sanos como cuando presentan un corte, es la tensión de Von Mises.

La tensión de Von Mises es una magnitud física proporcional a la energía de deformación. En estructuras es habitual utilizarla en el contexto de las teorías del fallo<sup>6</sup> como indicadora de un buen diseño para materiales dúctiles.

Tanto la tensión de Von Mises como el criterio de fallo elástico deben su nombre a Richard Edler Von Mises, que propuso que un material dúctil sufriría un fallo elástico cuando la energía de distorsión elástica rebasara cierto valor. Sin embargo, este criterio fue claramente formulado con anterioridad por Maxwell y Huber, por lo que la teoría recibe tanto el nombre de teoría de fallo elástico basada en la tensión de Von Mises como de teoría de Maxwell-Huber-Hencky.

La tensión de Von Mises es un escalar proporcional a la energía de deformación elástica de distorsión que puede expresarse en función de las componentes del tensor tensión, en particular admite una expresión simple en función de las tensiones principales, pudiendo ser calculada a partir de la expresión de la energía de deformación.

---

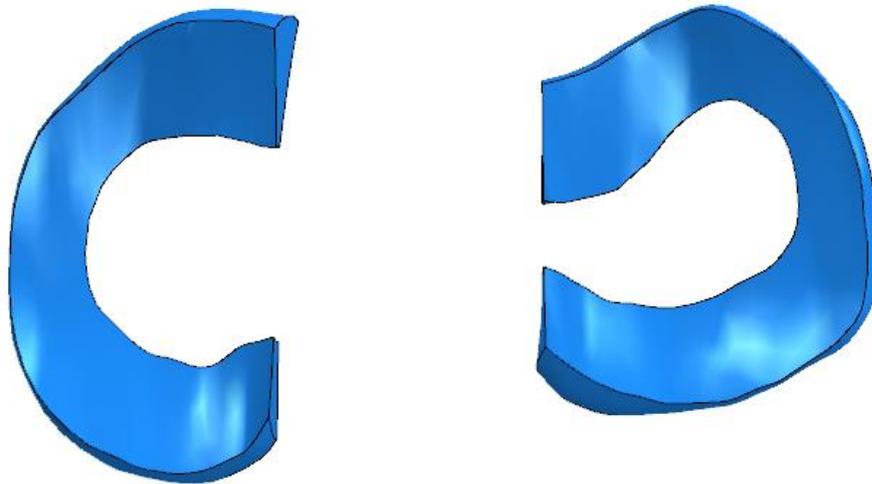
<sup>6</sup> Teorías del fallo. Se conocen como teorías del fallo elástico a los criterios usados para determinar los esfuerzos estáticos permisibles en estructuras o componentes de máquinas.

## Caso 1. Ambos meniscos sanos

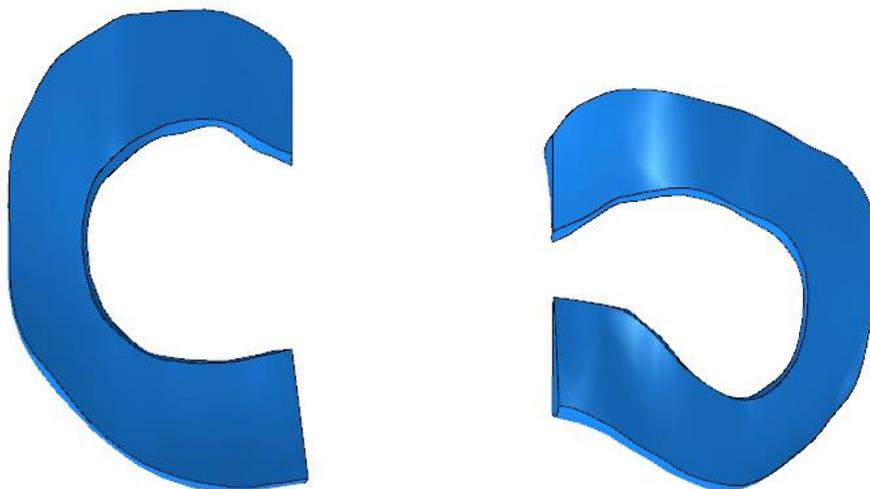
El primero de los cinco casos que se describirán a continuación consiste en la validación del modelo con los meniscos sanos, tal y como se ha descrito en el apartado anterior. Es conveniente recordar que se aplica una fuerza vertical y hacia abajo con una magnitud de 392 N, representando la mitad del peso de una persona.

Para su validación utilizamos datos obtenidos en la bibliografía consultada que han sido obtenidos tras una simulación en condiciones similares a las utilizadas en este trabajo. Como se trata de una representación de una articulación humana, de las que en ningún caso habrá varias idénticas no se podrá tratar de validarla obteniendo valores exactos, sino que se busca que los resultados presenten el mismo orden de magnitud que la referencia.

Como se ha visto en la descripción de las piezas los meniscos sanos presentan la forma que se muestra a continuación:



*Figura 28. Caso de ambos meniscos sanos. Vista superior.*



*Figura 29. Caso de ambos meniscos sanos. Vista inferior.*

Una vez que se ha realizado la simulación aplicando la carga en el modelo se obtienen los siguientes resultados para la tensión de Von Mises:

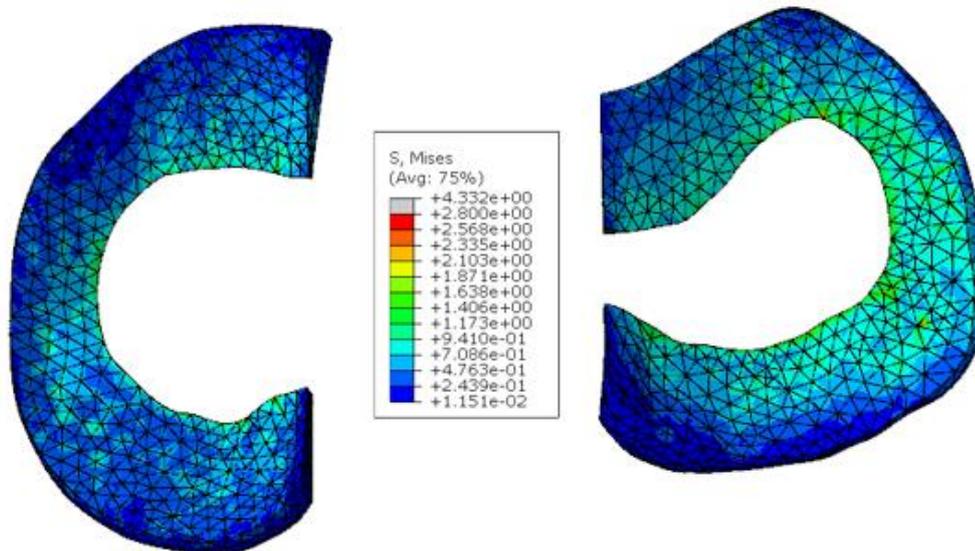


Figura 30. Tensión de Von Mises. Caso de ambos meniscos sanos. Vista superior.

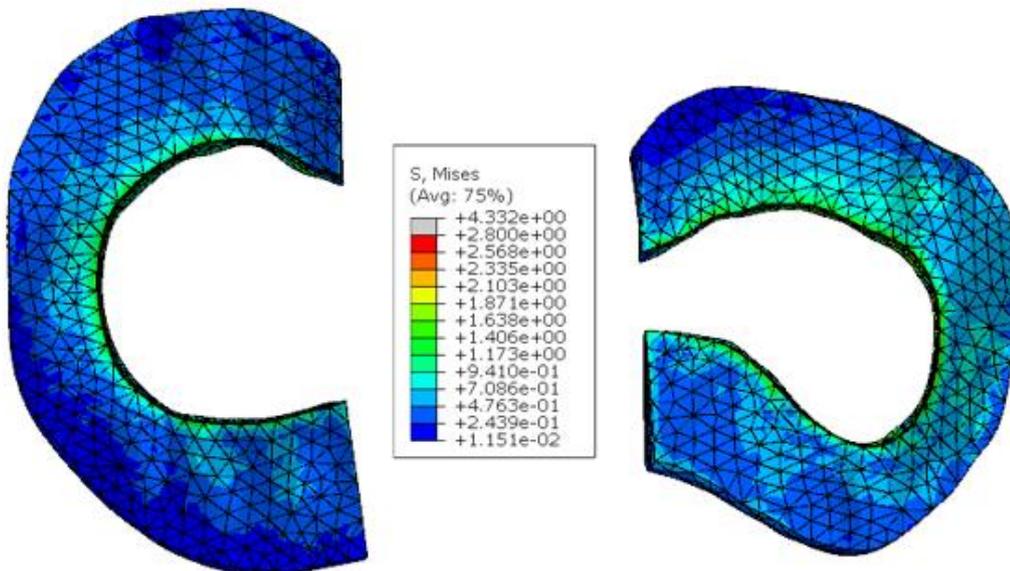


Figura 31. Tensión de Von Mises. Caso de ambos meniscos sanos. Vista inferior.

Como se puede apreciar en las figuras anteriores, la carga aplicada afecta en mayor medida a la zona interior de los meniscos, de la misma forma que ocurre en un caso real, pues la forma de los mismos, con un ligero peralte hacia esta zona favorece que el reparto tensional ocurra de esa forma.

En este caso concreto la tensión máxima que presenta el menisco externo se encuentra en torno a 2 MPa, mientras que la tensión máxima en el menisco interno es de alrededor de 1.7 MPa.

Estos valores pico pueden deberse al tipo de mallado que ha sido utilizado en el modelo, así como al tamaño global aproximado de los elementos, por lo que no podrá ser utilizado un solo valor para llevar a cabo la validación del modelo. En lugar de eso, debe compararse si la distribución de las tensiones sigue el mismo patrón, así como si los valores en determinadas zonas de la pieza presentan órdenes de magnitud similares con el ejemplo en el que se comparan.

En las referencias que se citan en el apartado correspondiente se puede comprobar como los valores máximos para las tensiones de Von Mises son de alrededor de 2.2 MPa para el menisco externo y 2 MPa para el menisco interno (Bodduna, 2005) y, además, sigue la misma distribución, afectando en mayor grado a la arista interior de los mismos.

Por lo tanto, concluimos que el modelo es válido para llevar a cabo las pruebas de roturas de ambos meniscos en él, cumpliendo así el primero de los objetivos del presente trabajo.

Otra forma de ver la tensión de Von Mises es estableciendo un límite inferior en la escala, de esta forma podremos comparar con los casos siguientes las zonas del menisco en las que la tensión no supera un cierto valor, en el caso concreto de este trabajo establecido en 0.4 MPa. En cuanto a este caso de los meniscos sanos, aparece una franja en la zona externa del menisco interno y dos pequeñas superficies en los extremos del externo, sin llegar a formar un arco alrededor del mismo como ocurre con el otro.

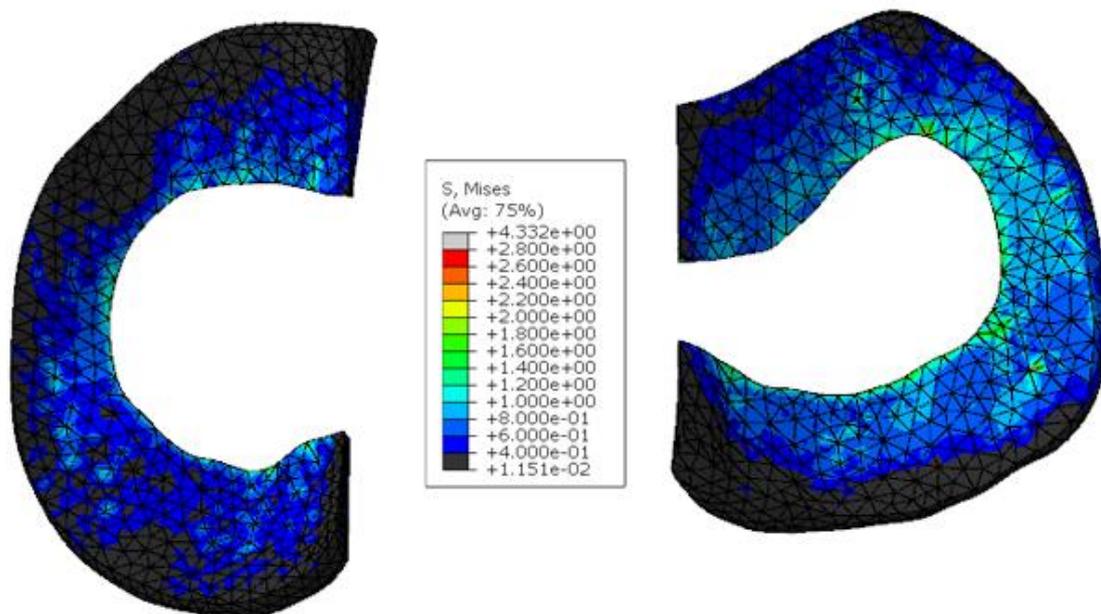


Figura 32. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de ambos meniscos sanos. Vista superior.

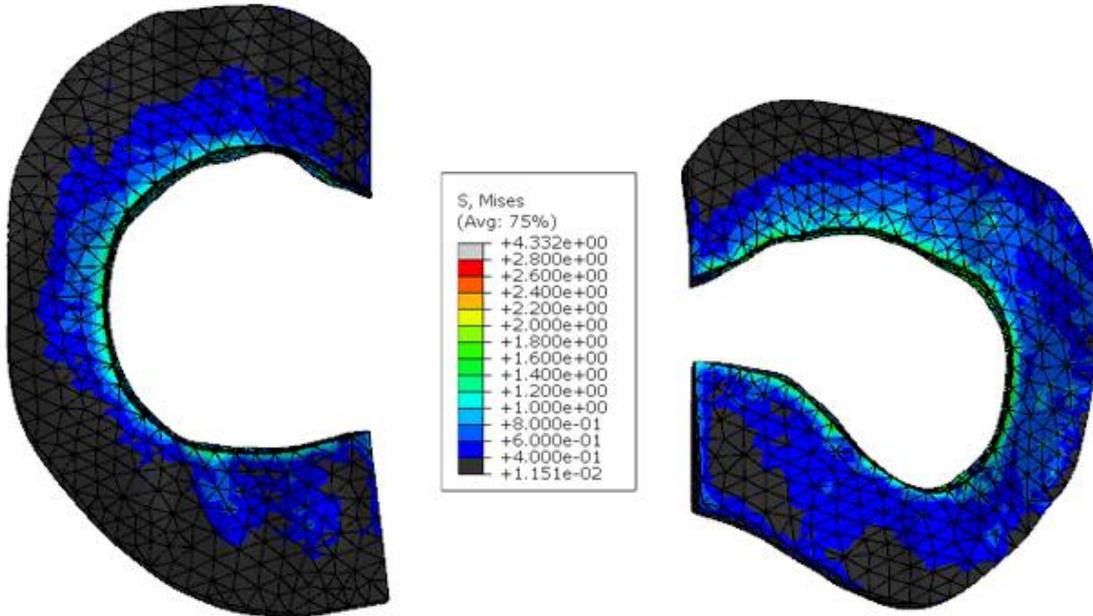


Figura 33. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de ambos meniscos sanos. Vista inferior.

Además de los valores de la tensión de Von Mises observados en las figuras anteriores, podemos comprobar lo que ocurre con el reparto de presiones en los meniscos:

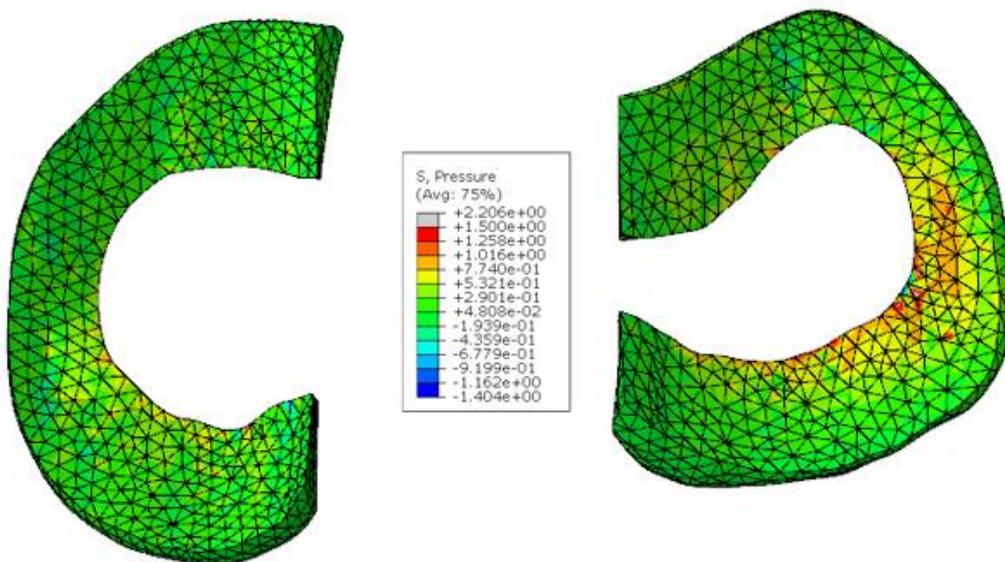


Figura 34. Distribución de presiones. Caso de ambos meniscos sanos. Vista superior.

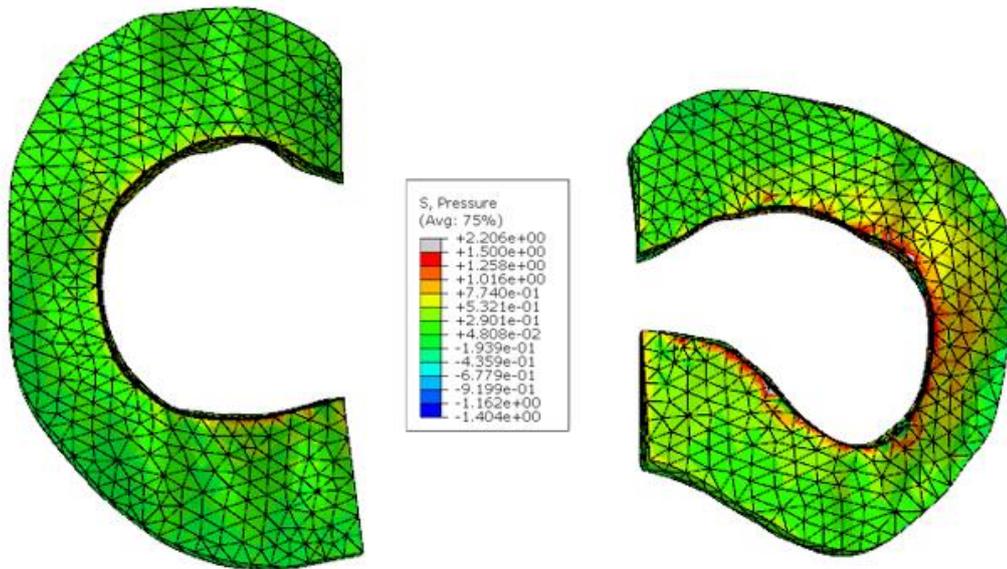


Figura 35. Distribución de presiones. Caso de ambos meniscos sanos. Vista inferior.

A partir de estas figuras se puede confirmar lo que se mencionaba anteriormente, la forma ligeramente peraltada de los meniscos provoca que el fémur ejerza una mayor presión en la zona interior de los mismos.

Además de esto, se aprecia de una forma muy evidente que la presión ejercida sobre el menisco externo es muy superior a la ejercida sobre el menisco interno. Este hecho se debe principalmente a la forma de los cóndilos femorales, pues como la fuerza ha sido aplicada en un plano perpendicular al eje longitudinal del fémur, el cóndilo cuyo extremo inferior se encuentra más bajo en el eje vertical ejercerá más presión sobre su menisco correspondiente.

En el menisco interno en cambio, la presión que ejerce el fémur es muy ligera y repartida de forma uniforme por toda su superficie, únicamente presentando algún pico en su borde interno, pero sin llegar a los valores del externo.

Analizando estos datos en comparación con la literatura (*Peña, Calvo, Martínez, Palanca & Doblaré, 2005*) se comprueba que la distribución sigue el mismo patrón, por lo que esto supone otro punto a favor de la validación de nuestro modelo. Debemos de fijarnos en la distribución y no en los valores concretos, pues en función de la carga aplicada estos varían considerablemente.

## Caso 2. Lesión de tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno.

En el segundo de los casos que competen a este trabajo se analizará lo que sucede con relación a las tensiones cuando el menisco interno ha sufrido una rotura. Como aparece en el título de este apartado se realiza un corte del tipo pico de loro, aunque exagerando su forma en comparación a los que ocurren habitualmente de esa forma en pacientes reales, para así estudiar de una forma más determinante el reparto tensional.

En el modelo, el corte ha sido realizado mediante una extrusión a partir de un plano creado sobre la pieza, por lo que esta acción no afecta de forma alguna al resto de los elementos que forman el modelo, solamente al menisco interno, como se puede apreciar en las figuras que se muestran a continuación.

La lesión que se ha producido en este caso presente unas dimensiones de aproximadamente 6.5 milímetros de largo y 2 milímetros de ancho, siendo una rotura de pequeño tamaño, aunque con una forma exagerada. El tamaño hace que los resultados que se verán más adelante no sean demasiado diferentes a los que ocurren en el caso sano, pero si lo suficiente como para poder apreciar una serie de diferencias.

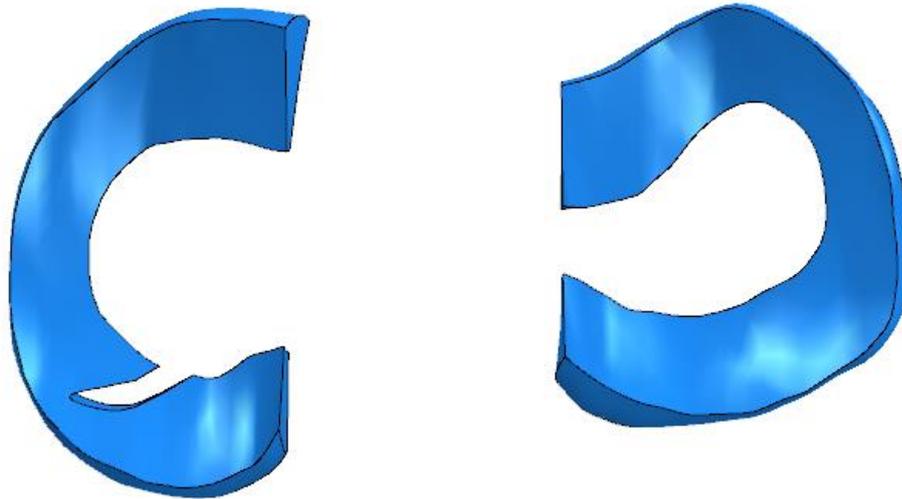


Figura 36. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista superior.

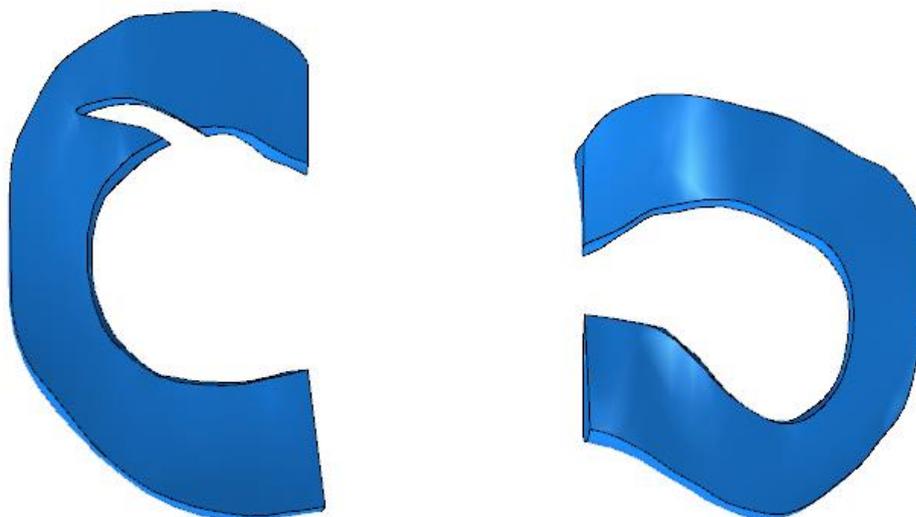


Figura 37. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista superior.

A continuación, se muestran las mismas imágenes, pero una vez que ha sido realizada la simulación con las cargas. A pesar de que el corte solo ha sido realizado en uno de los meniscos, se procederá a analizar lo que ocurre con las tensiones en los dos, puesto que una alteración en uno de ellos puede afectar de forma directa al otro.

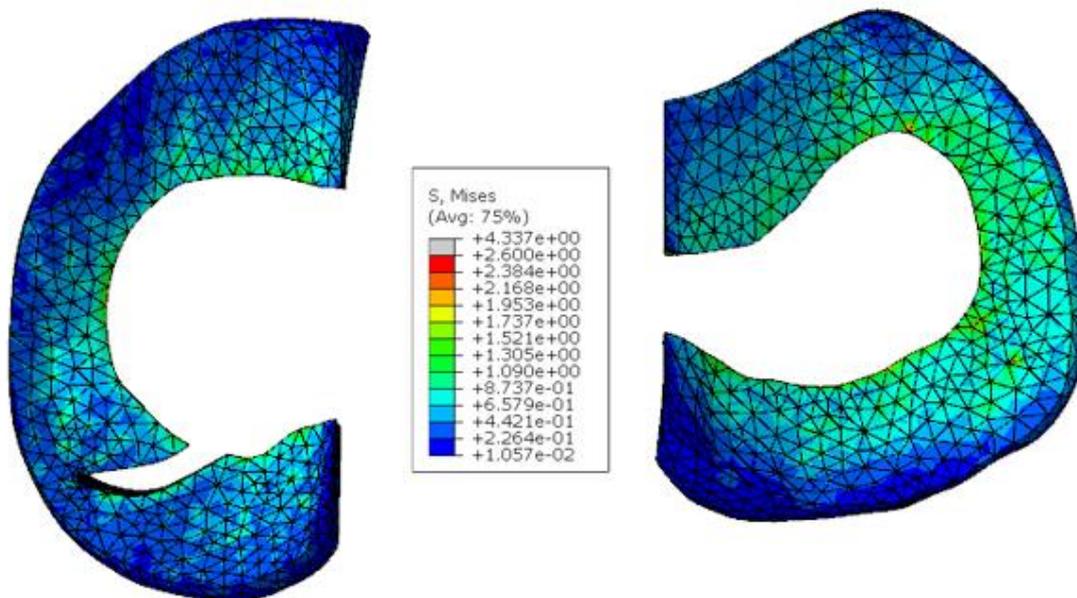


Figura 38. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista superior.

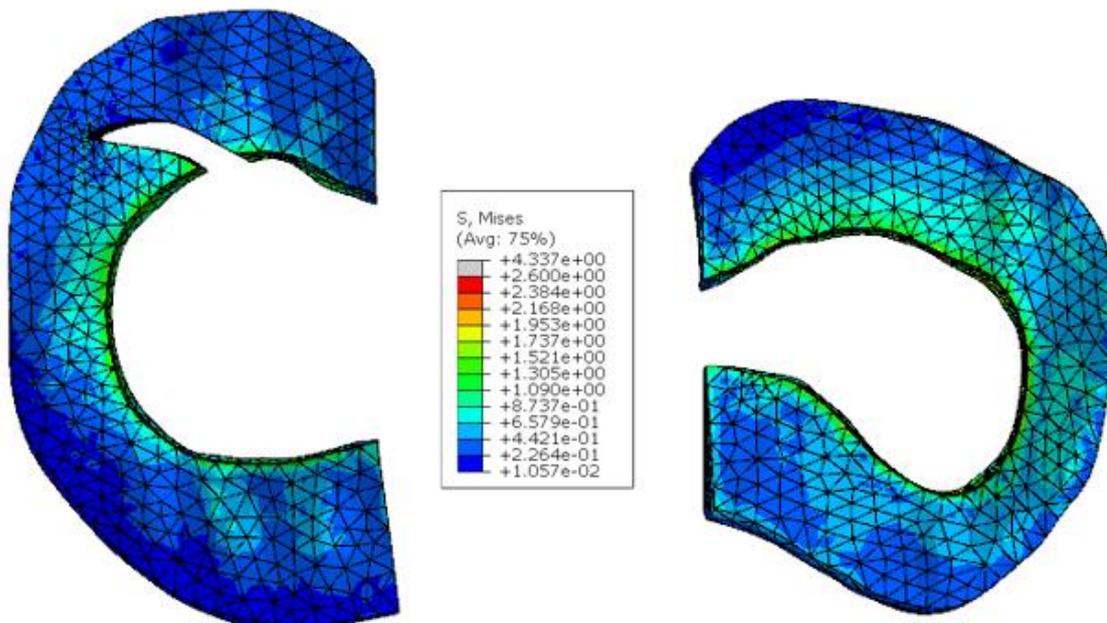


Figura 39. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista inferior.

A partir de las figuras anteriores se puede apreciar que ambos meniscos presentan una distribución de tensiones más densa que en caso anterior de ambos meniscos sanos. Sin embargo, puede apreciarse que los valores son inferiores.

El menisco interno presenta una mayor distribución tensional en la zona que ha sufrido el corte, especialmente en pico resultante del mismo. Este hecho era previsible desde el punto de vista lógico, pues en esta zona estamos reduciendo el área de contacto del hueso con el menisco. Además de esto puede verse que, en el extremo opuesto a la lesión, la carga se reparte de forma más homogénea hacia la zona externa, en lugar de estar concentrada en el borde interior como ocurría en el Caso 1.

En cuanto al menisco externo, se puede decir que apenas se ve afectado por el corte sufrido en su homónimo interno. Si bien es cierto que se puede apreciar que la distribución de las tensiones afecta algo más que con el menisco sano al borde externo, esto no puede ser considerado como un daño en el mismo, pues los valores aproximados de las mismas son muy semejantes.

Igual que se ha hecho en el Caso 1, se muestran a continuación dos figuras en las que se ha establecido un límite inferior de 0.4 MPa para la tensión de Von Mises. En este caso se puede apreciar que las superficies que no alcanzan este valor apenas varían en el menisco externo, solamente viéndose un ligero estrechamiento de las mismas. Sin embargo, en el menisco interno se observa que la franja ha reducido su anchura, formando un arco más estrecho que con el menisco sano en la zona exterior del mismo.

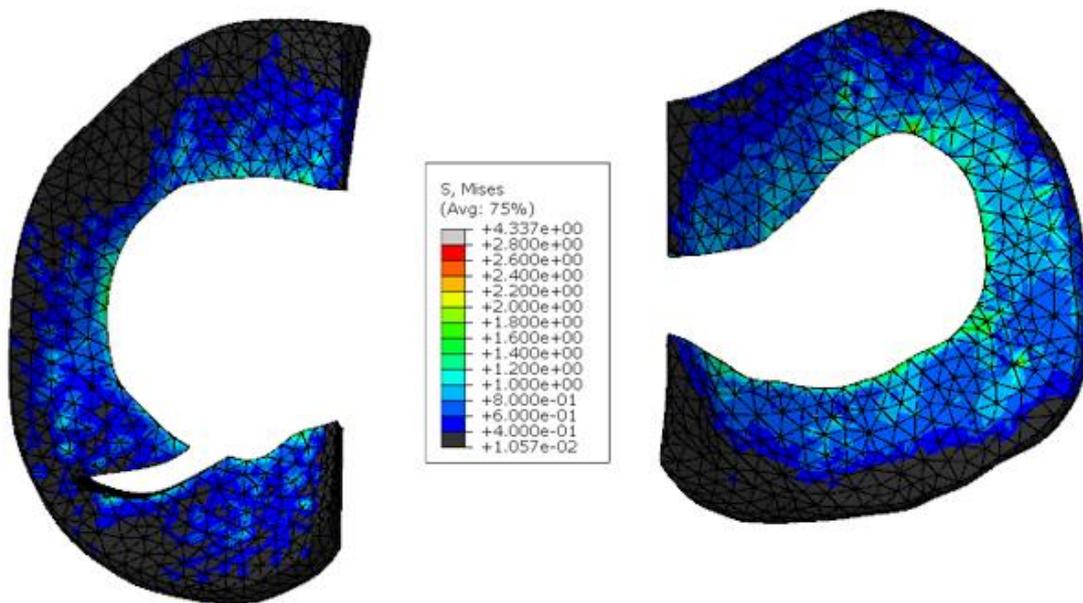


Figura 40. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista superior.

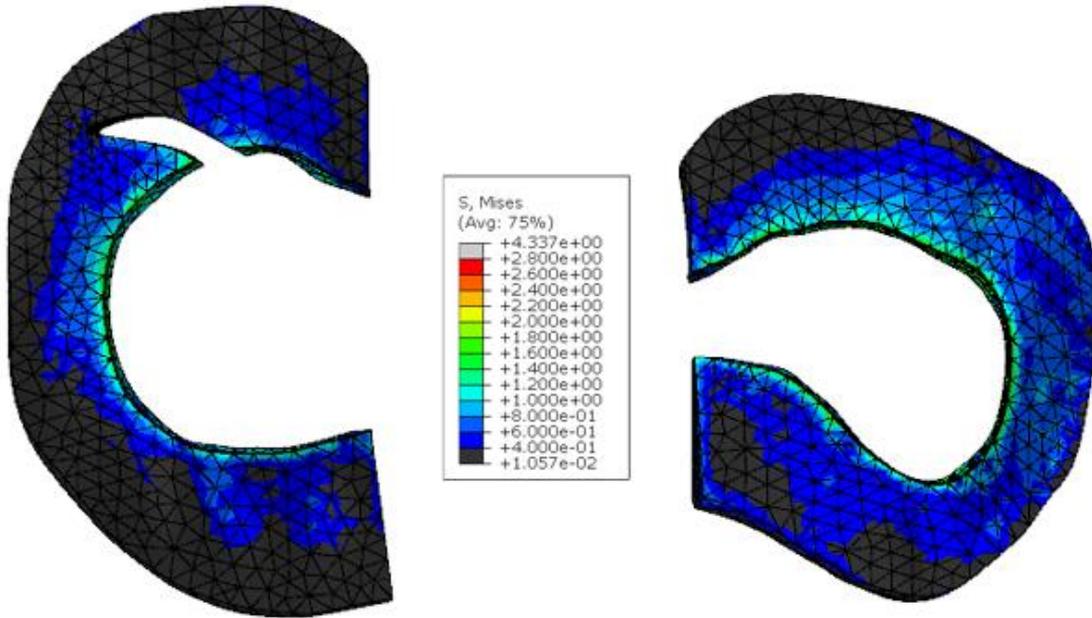


Figura 41. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista inferior.

También se procede a analizar lo que ocurre con la presión en este caso, a partir de los resultados que se aprecian en las siguientes figuras.

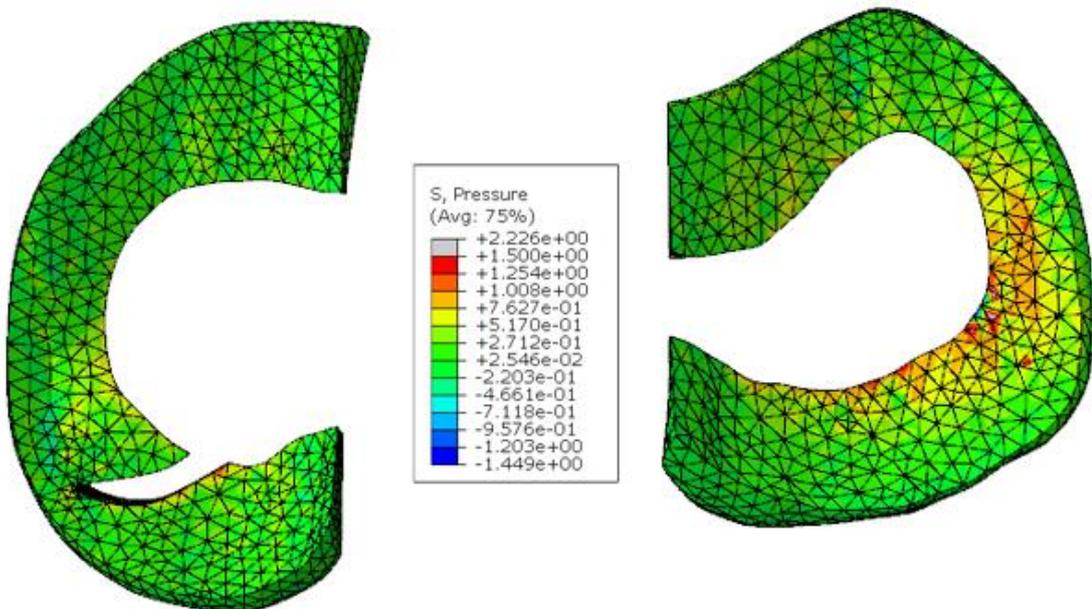


Figura 42. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista superior.

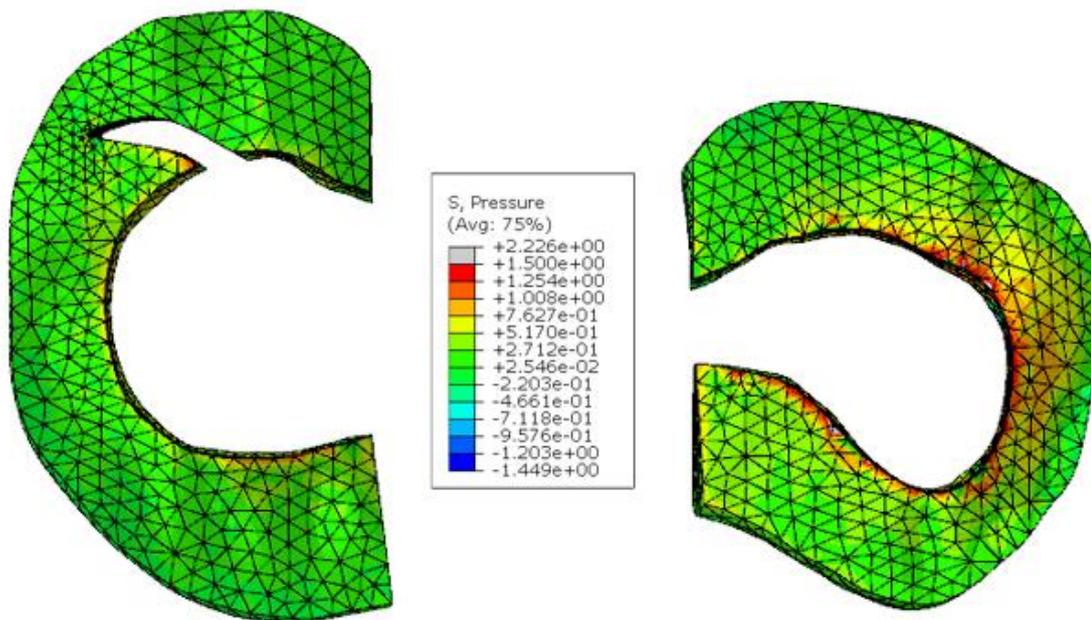


Figura 43. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco interno. Vista inferior.

Se puede observar que existe un pico de presión en el cuerno que resulta de haber sufrido la lesión en el menisco interno, quedando la presión repartida de forma uniforme en el resto del mismo.

Por el contrario, a diferencia de los resultados de la tensión de Von Mises en los que se apreciaba que el menisco externo presentaba mayor densidad de presión en la zona exterior que el menisco sano, en el caso de las presiones puede apreciarse que los resultados son muy similares, aumentando la magnitud de las mismas al acercarnos al interior.

### Caso 3. Lesión de tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno.

De forma similar a lo que se ha hecho en el caso anterior, para este se produce una lesión en forma de pico de loro en el menisco interno, pero esta vez es en el cuerno anterior, para tratar de analizar lo que ocurre al variar la localización de la misma.

En este caso las dimensiones del daño son mayores que en el anterior, presentando una longitud de aproximadamente 10 milímetros y una anchura de 3.2 milímetros. Por lo consultado en la bibliografía, tanto web como física, que se referencia en el apartado correspondiente, este tamaño de rotura es mayor que el habitual en los casos reales, siendo este de aproximadamente 6 milímetros de largo.

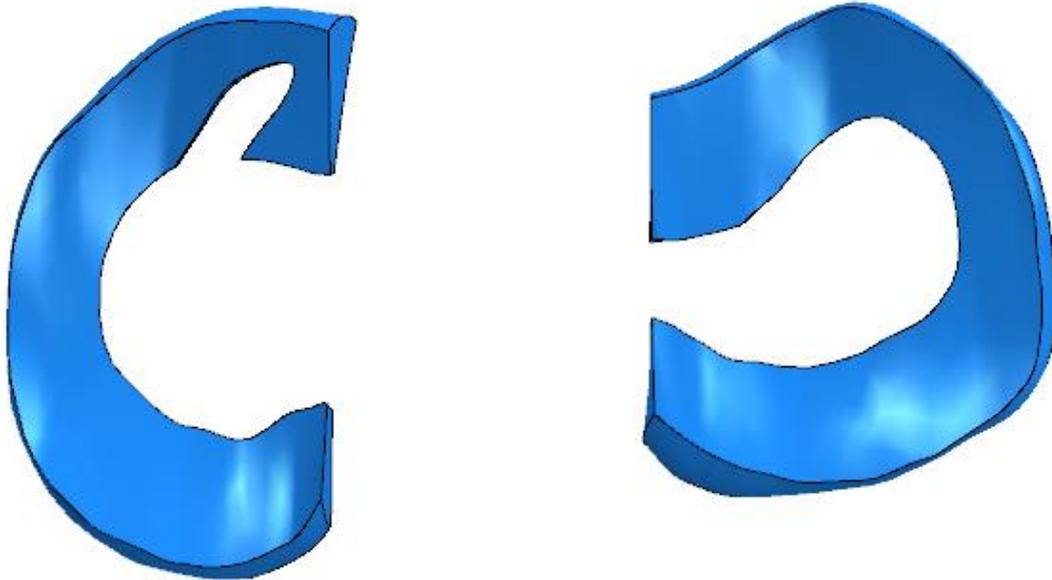


Figura 44. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista superior.

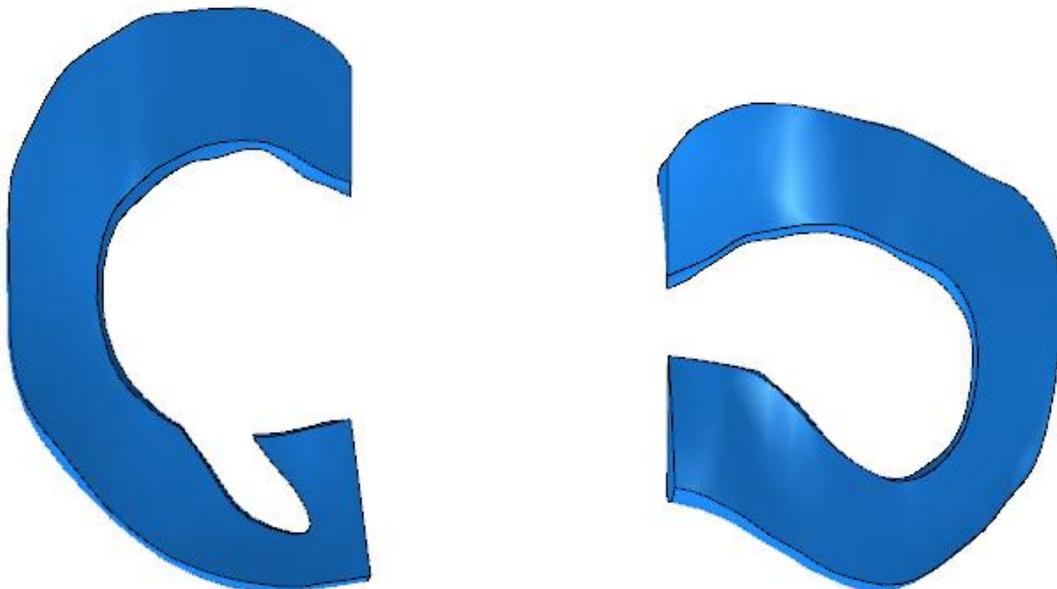


Figura 45. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista inferior.

De la misma forma que se ha hecho en los casos anteriores, a continuación, se mostrarán los resultados tras haber realizado la simulación de la situación real. Primero se muestran los valores correspondientes a la tensión de Von Mises de dos formas: en la primera de ellas sin haber establecido un límite inferior mientras que en la segunda si se hace esto. Tras haber analizado estos resultados se procede al estudio de la presión en los meniscos.

Se puede ver el resultado de la tensión de Von Mises sin límites inferiores:

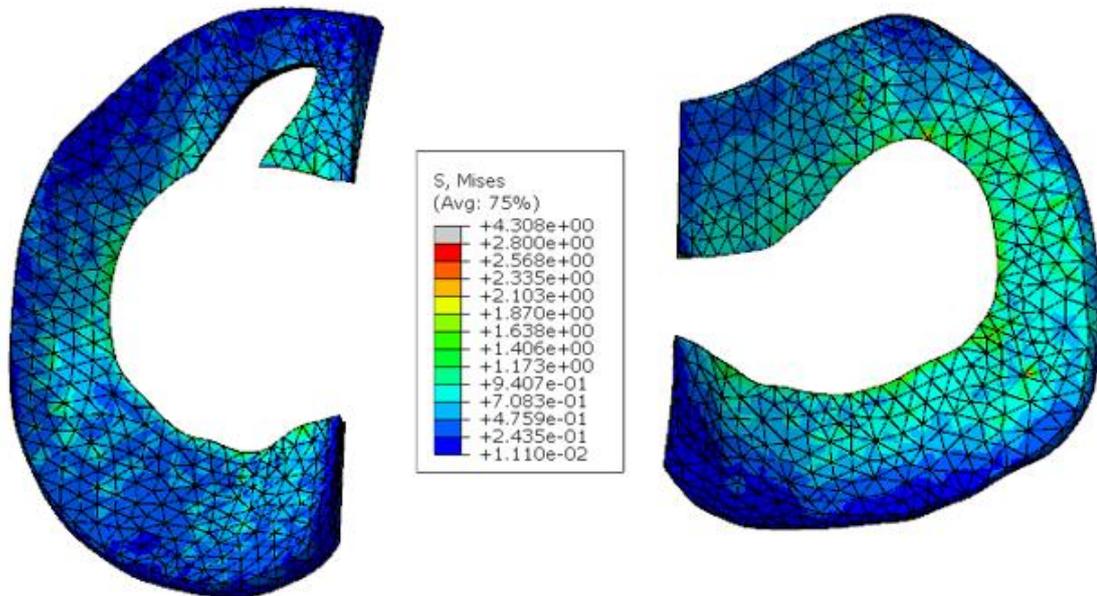


Figura 46. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista superior.

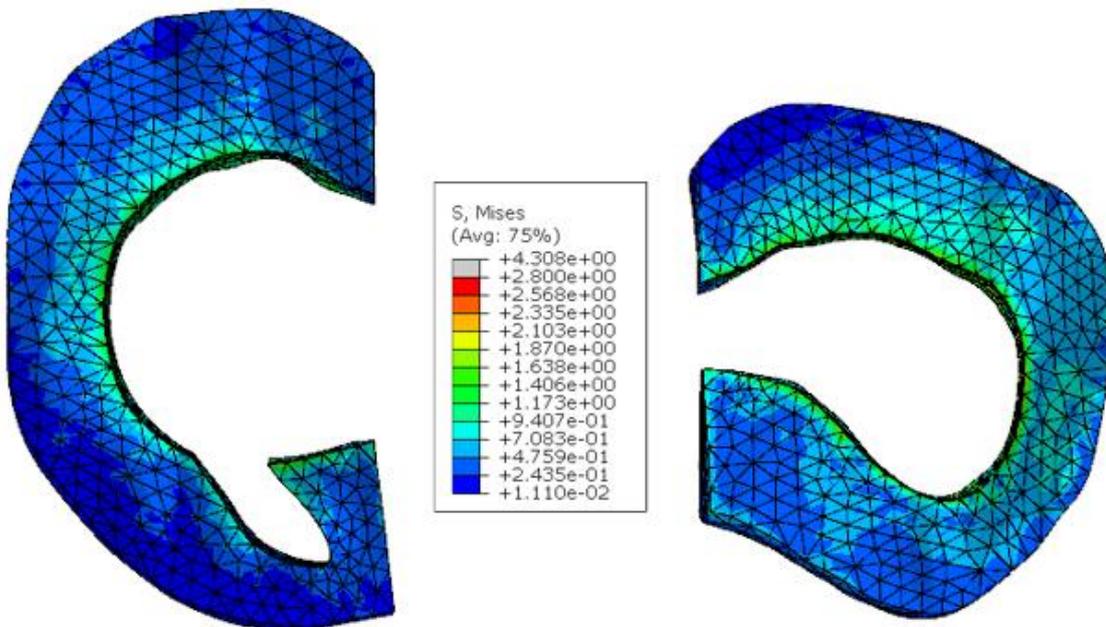


Figura 47. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista inferior.

En este caso se aprecia como igual que en el caso anterior el menisco externo apenas se ve afectado, simplemente se observa que la superficie en la que las tensiones son apreciables es ligeramente superior al caso en que ambos meniscos se encuentran en perfecto estado.

En referencia al menisco interno, se observa que la lesión aparece en la parte anterior del mismo, por lo que su cuerno anterior, muy cercano al daño, aparece con más tensión que en el resto de casos estudiados hasta el momento. Este hecho se apreciará mejor en las figuras siguientes, en las que se ha puesto un límite inferior para la tensión de Von Mises en 0.4 MPa.

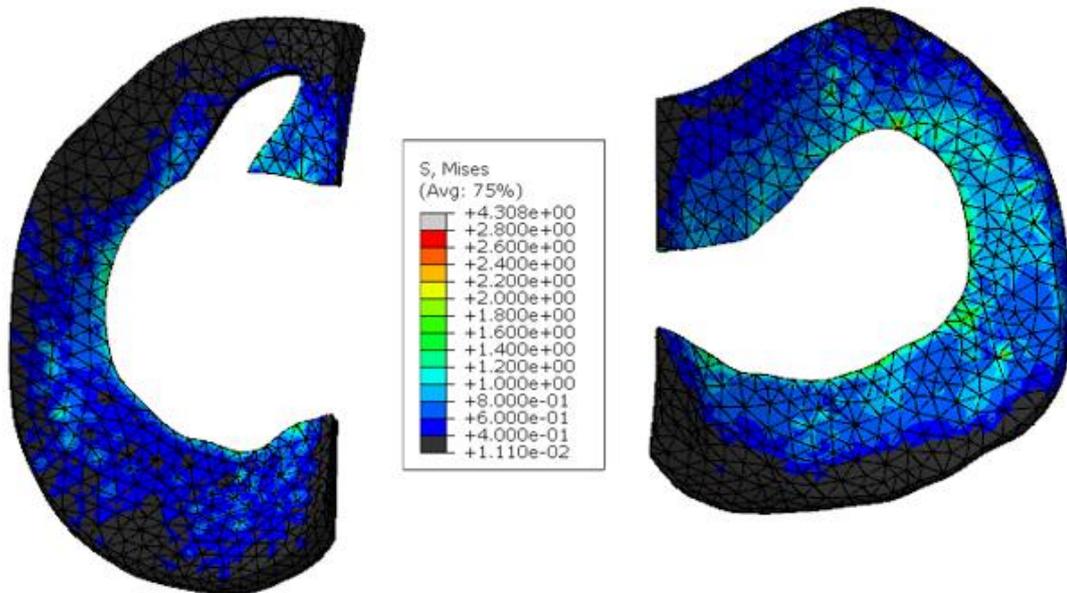


Figura 48. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista superior.

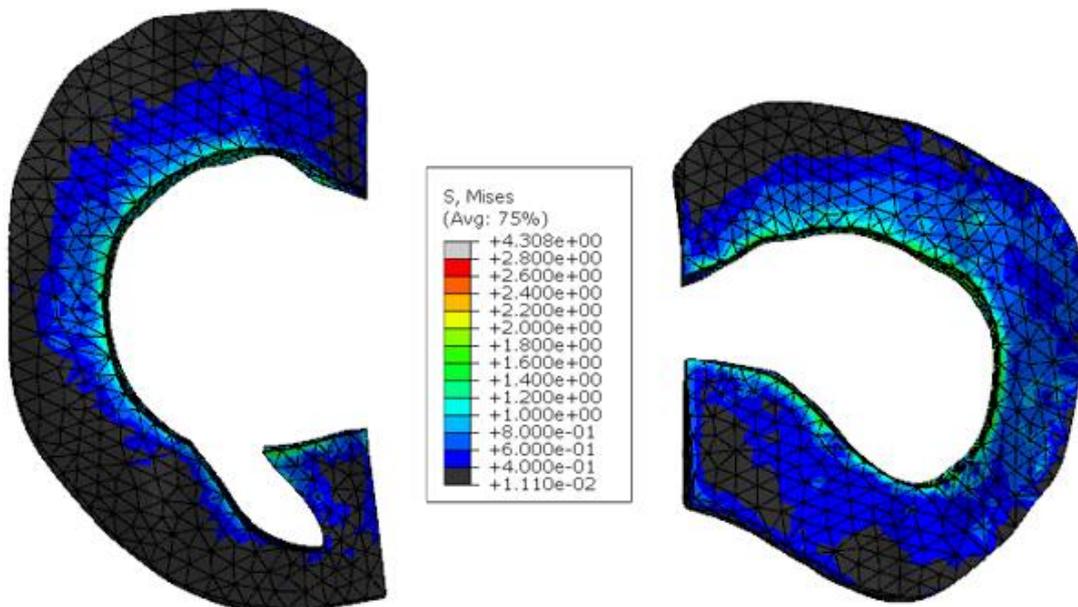


Figura 49. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista inferior.

Como se decía anteriormente, se aprecia que en el cuerno anterior del menisco interno poca superficie presenta tensiones por debajo del límite establecido, al contrario de lo que ocurría en el caso sin daños. Además de esto se puede observar como la franja negra que representa las tensiones que no superan el límite se estrecha con respecto al caso sano, de la misma forma que ocurría con el corte en la zona posterior del menisco.

En cuanto al reparto de la presión se observa que, igual que en el primero de los casos el menisco externo sufre una mayor presión, por razones que ya han sido explicadas, que el interno, en el que solamente destaca algún pico de tensión cercano a los bordes de la rotura.

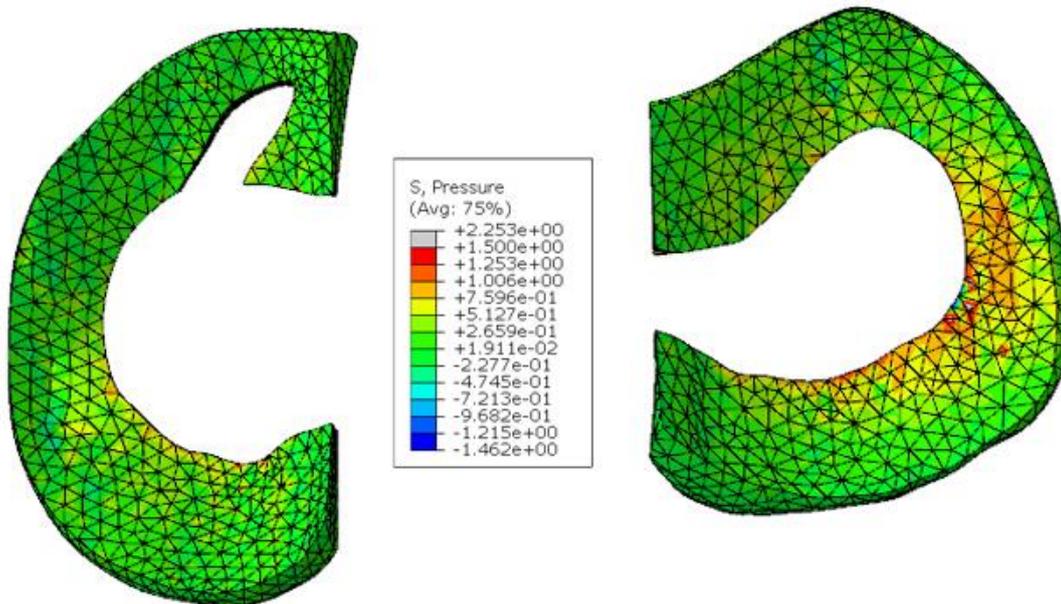


Figura 50. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista superior.

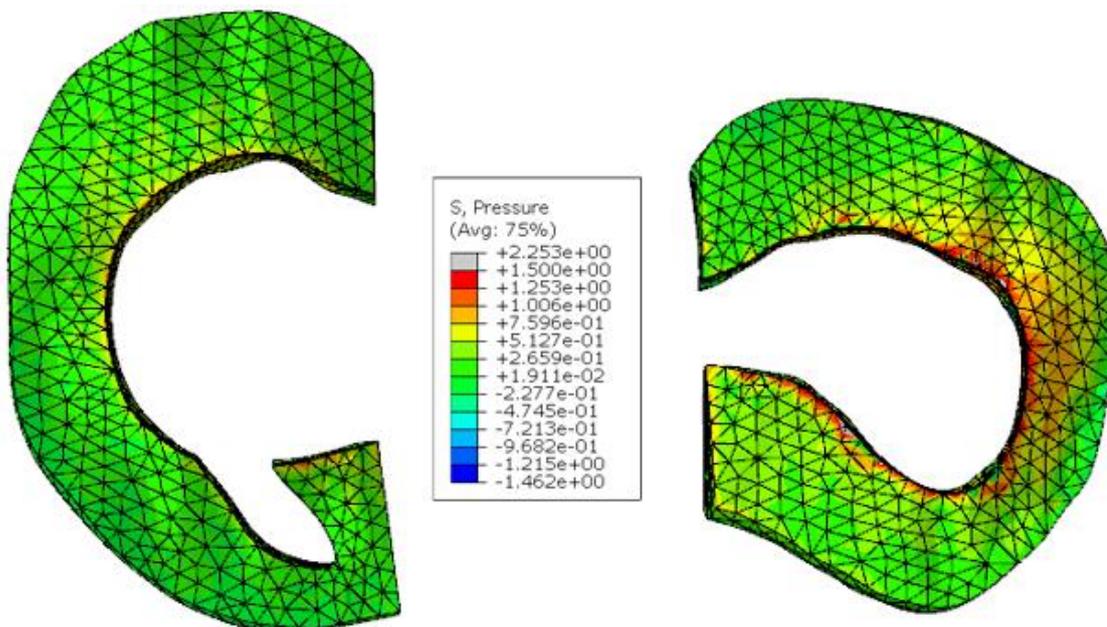


Figura 51. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco interno. Vista inferior.

#### Caso 4. Lesión de tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo.

En los dos casos que rematan el trabajo solamente existe una variación con respecto a los dos casos anteriores: la lesión ha sido producida en el menisco externo. El tipo de daño vuelve a ser en forma de pico de loro, de dimensiones similares a los que se producen en los casos que afectan a pacientes reales y que serán definidas con exactitud posteriormente.

Igual que en el menisco interno, los cortes han sido realizados por extrusión a partir de un plano paralelo a la superficie de la pieza y afectando única y exclusivamente a la misma, sin interferir en las relaciones entre el resto de partes de la rodilla ni en el ensamblaje final del modelo.

En este caso en concreto, las dimensiones aproximadas de la incisión son de 6.2 milímetros de largo y 2.3 milímetros de ancho. Como se había explicado en el apartado correspondiente a las lesiones en los meniscos, las lesiones de este tipo son menos frecuentes en el menisco externo que en el menisco interno, pero no inexistentes, por lo que se procederá a analizar cómo afectan a las tensiones y a las presiones.

Una vez que se ha producido el daño, los meniscos quedarán de la forma que se observa a continuación.

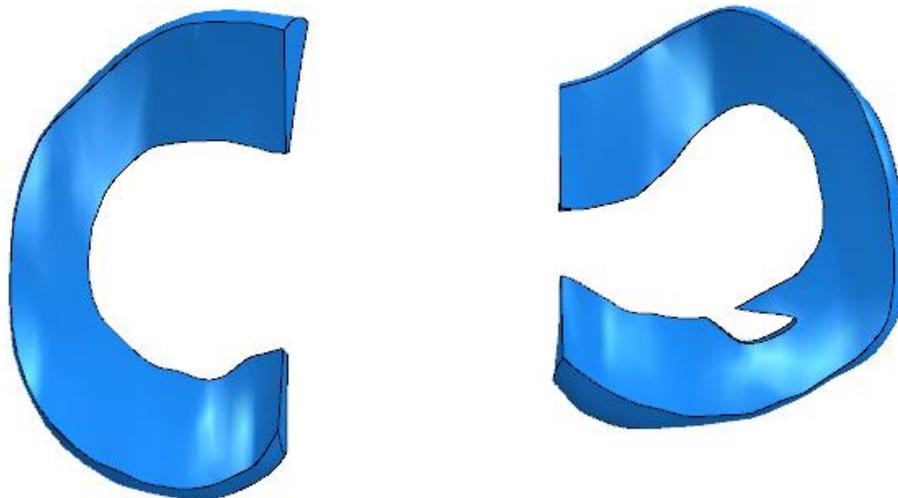


Figura 52. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista superior.

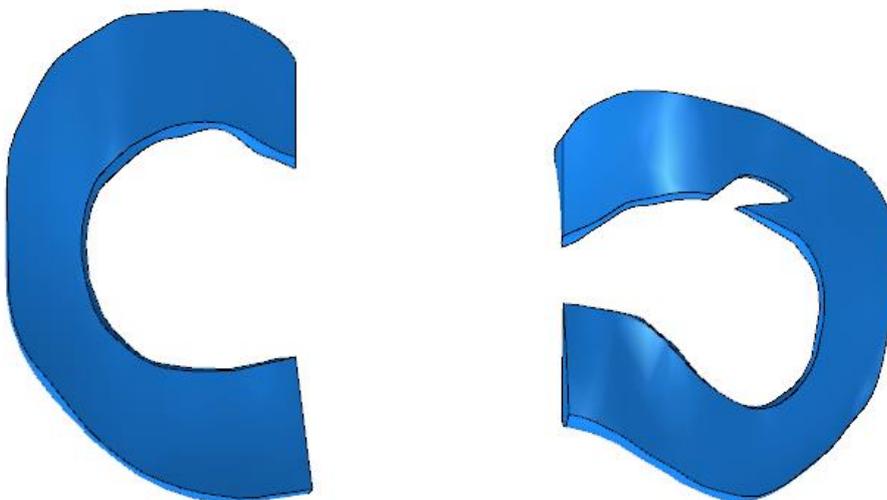


Figura 53. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista inferior.

Siguiendo el mismo esquema que en los casos anteriores, se mostrarán a continuación los resultados tras haber realizado la simulación del caso. Es conveniente recordar que se ha aplicado una fuerza de 392 N en dirección vertical y hacia abajo, equivalentes a la mitad del peso de una persona.

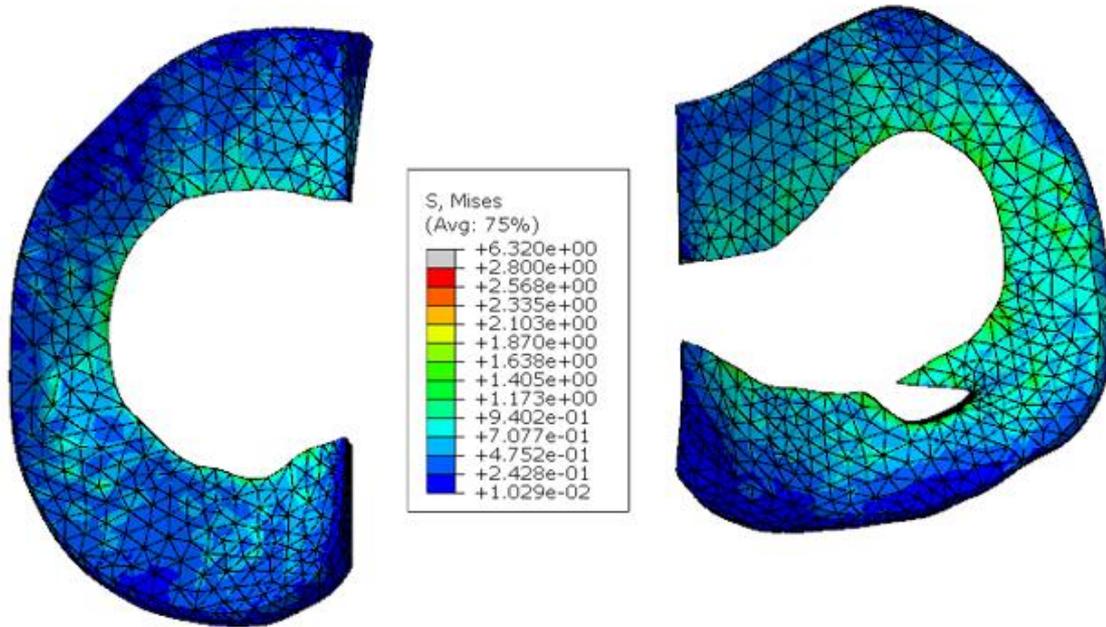


Figura 54. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista superior.

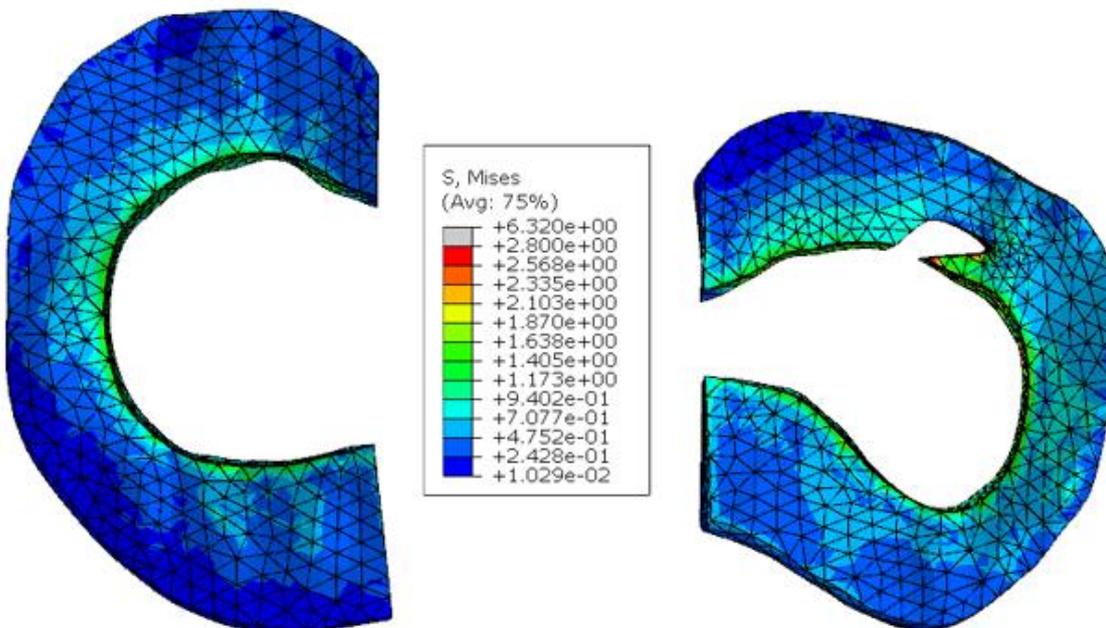


Figura 55. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista inferior.

De la misma manera que ocurría cuando la lesión se producía en el menisco interno y apenas afectaba al otro, en este caso el interno se presenta inalterado si se realiza la comparación con el caso carente de daños.

En lo que respecta al menisco herido, se aprecia como los valores de las tensiones cercanas a la zona lastimada son mayores, especialmente si nos fijamos en la vista inferior. En esta vista se puede apreciar como el extremo de la zona puntiaguda que resulta alcanza una tensión de 2.8 MPa, valor que no había sido alcanzado en ninguno de los casos anteriores para este menisco. Como el resto de la distribución es muy semejante, será conveniente analizar lo que ocurre al establecer el límite inferior en la escala, visualizando la variación de la "franja negra".

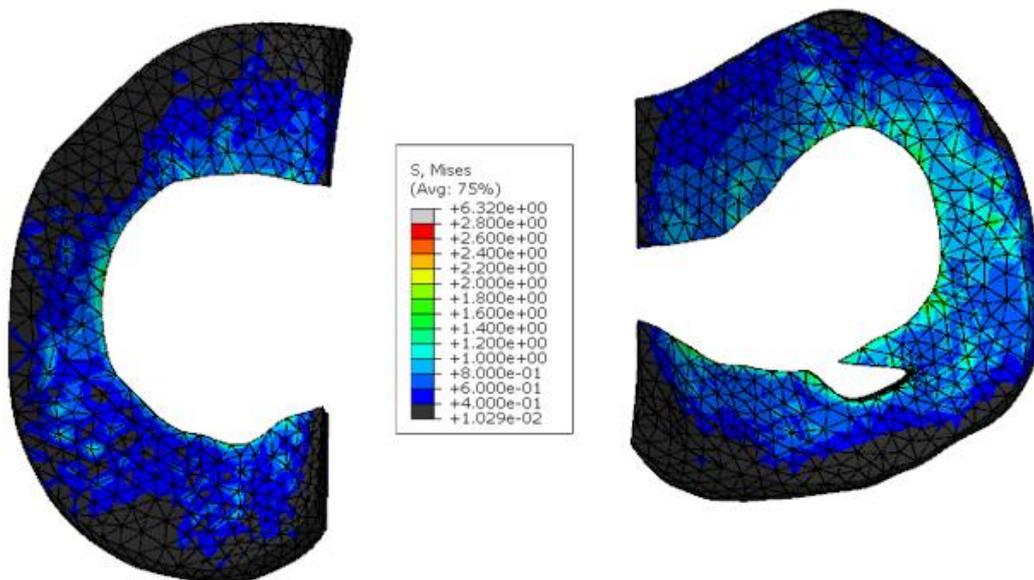


Figura 56. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista superior.

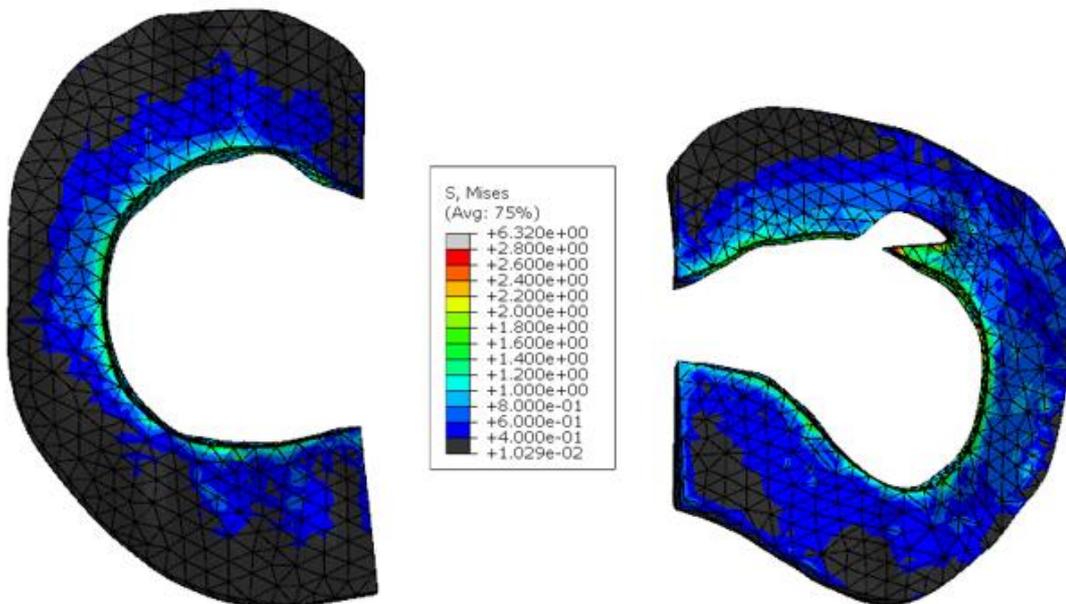


Figura 57. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista superior.

Analizando estas figuras se confirma que el menisco interno no ha sufrido variación suficiente como para considerar que exista un daño en el mismo. Por otro lado, en el menisco externo se aprecia que la zona que no supera el límite inferior de tensión en el cuerno posterior del mismo se reduce, aunque de forma muy ligera. Se aprecia por ejemplo comparando la vista superior con la misma vista en el caso del menisco sano, en la que se aprecia una pequeña franja longitudinal que apenas se encuentra tensionada, al contrario de lo que aquí ocurre.

Una vez que ha sido estudiado lo que ocurre con las tensiones, se procede a comparar las figuras que representan el reparto de la presión del fémur en los meniscos.

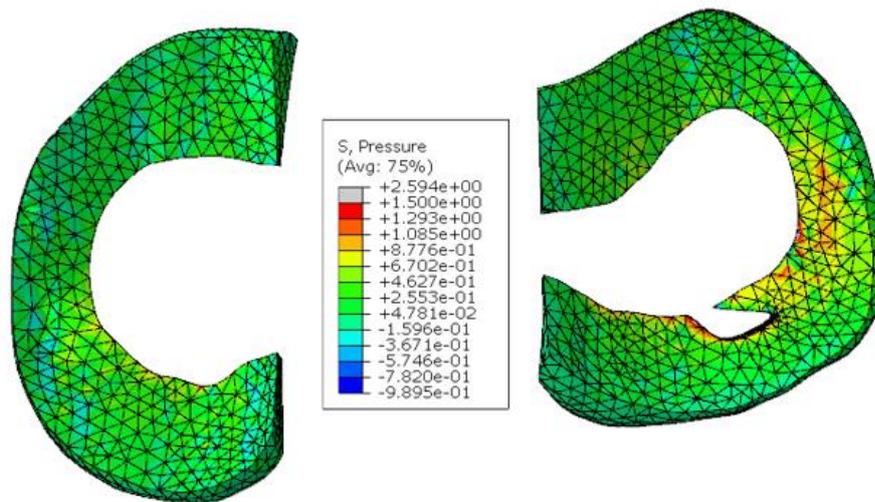


Figura 58. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista superior.

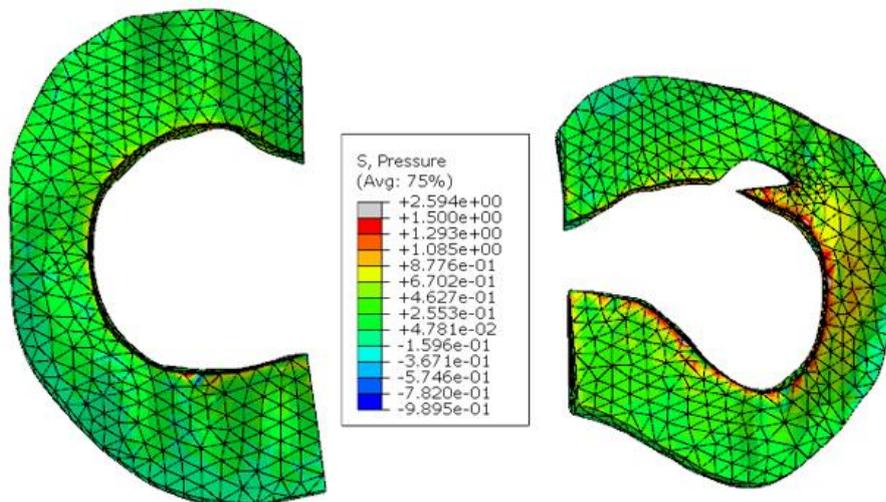


Figura 59. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno posterior del menisco externo. Vista inferior.

Se observa que, igual que en todos los casos el fémur ejerce más presión sobre el menisco externo que sobre el menisco interno, sobre el que apenas se aprecia la presión. Además, se puede observar que la distribución de presión en el externo no presenta variaciones demasiado pronunciadas en comparación con el menisco entero, solamente se puede apreciar algún pico de presión en la zona en la que se produce la lesión. Por tanto, de la misma forma que ocurriría con el daño en la zona posterior del menisco interno, éstos no suponen una variación considerable en el reparto de la presión ejercida por el fémur sobre los meniscos.

## Caso 5. Lesión de tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo.

En este último caso la lesión vuelve a afectar al menisco externo, solamente cambia la localización de la misma, encontrándose ahora en el cuerno anterior en lugar de en el cuerno posterior. Se realizará la comprobación de si, de la misma forma que ocurría con este problema en el menisco interno, las consecuencias del mismo son más graves que cuando se localiza en el cuerno posterior.

En referencia a las dimensiones, en este caso aparece una incisión de alrededor de 6 milímetros de largo y 3 milímetros de ancho, llegando casi a producir un corte transversal total en el menisco.

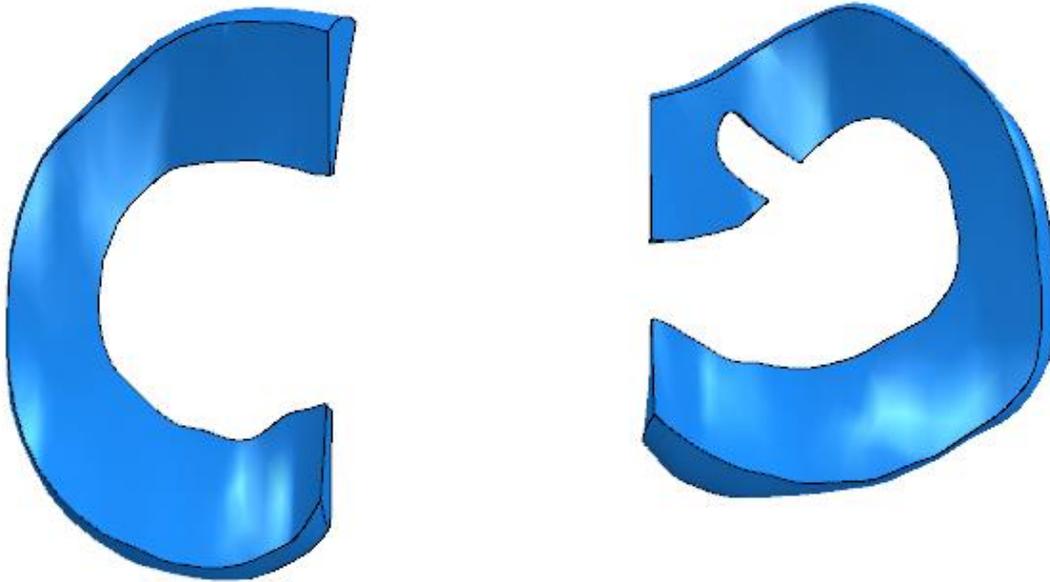


Figura 60. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista superior.

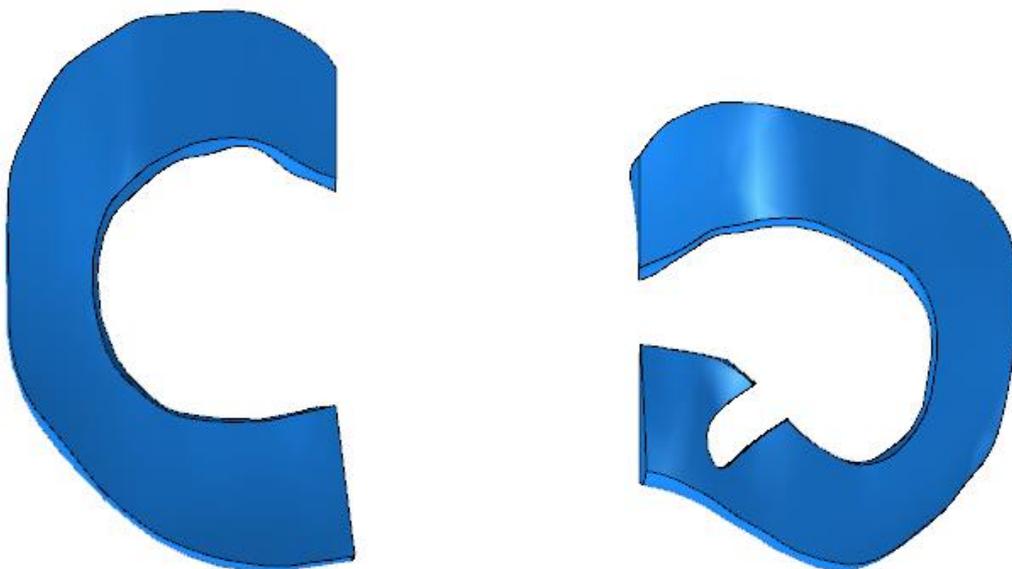


Figura 61. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista inferior.

Tras haber aplicado la carga en el modelo y haber realizado la simulación se realiza un estudio de la forma en que se encuentra distribuida la tensión de Von Mises, a partir de las figuras que se muestran bajo estas líneas.

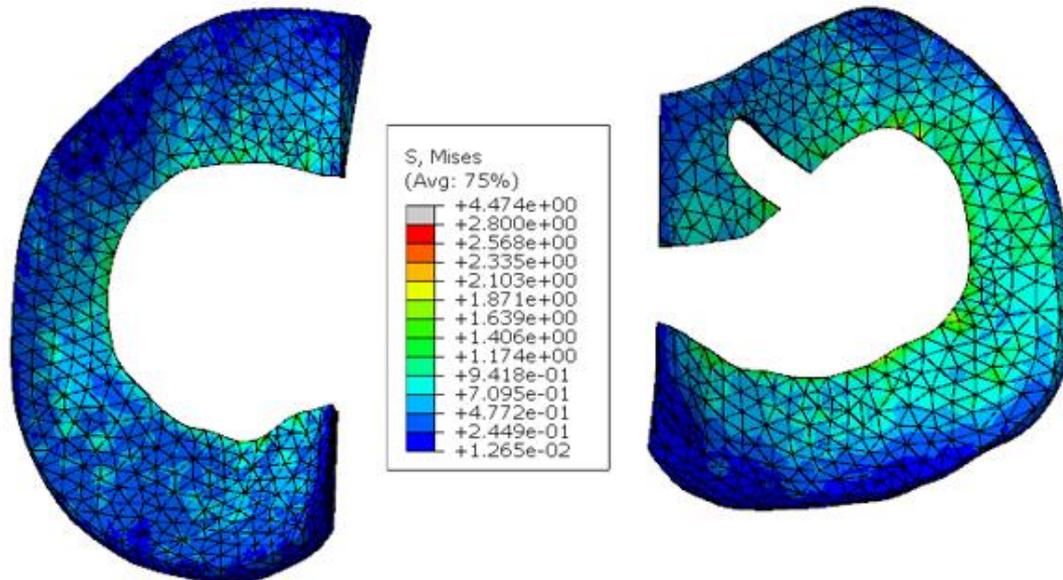


Figura 62. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista superior.

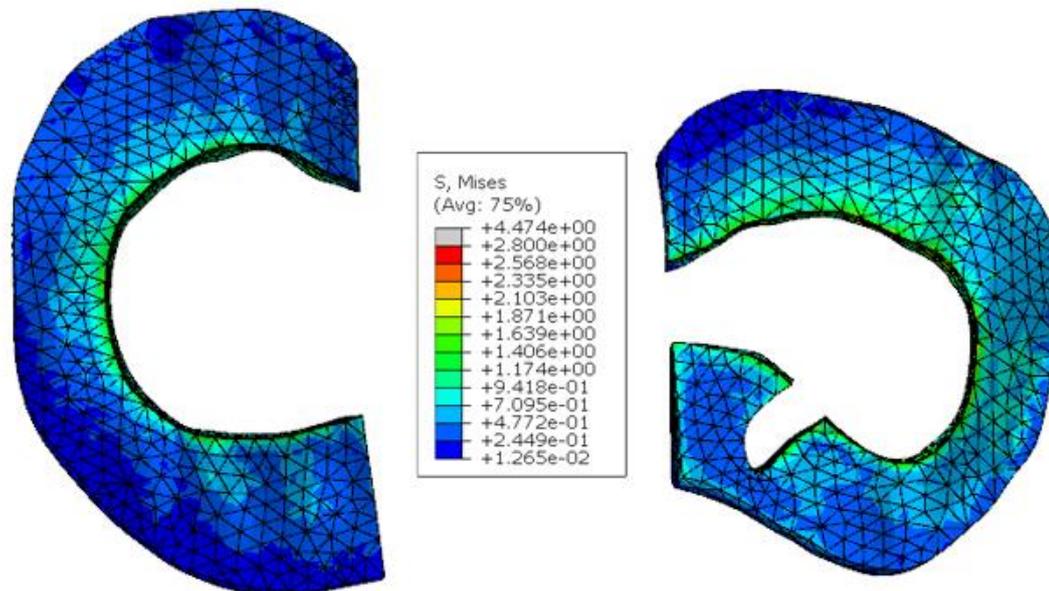


Figura 63. Tensión de Von Mises. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista superior.

Igual que con el daño en el cuerno posterior del menisco externo, su homónimo interno no presenta variaciones en el reparto tensional con respecto a lo que ocurría en el primero de los cinco casos llevados a estudio, por lo que se concluye que las lesiones de este tipo que ocurran en el menisco externo, que a su vez son las menos frecuentes no supondrán un daño crítico para el interno, al contrario de lo que pasaba cuando la lesión se producía en este.

En cuanto a la forma en que afecta sobre el propio menisco externo, se puede apreciar si se compara con el Caso 1 de este trabajo que la franja en la que las tensiones son más elevadas se extiende en mayor medida hacia el arco externo del menisco. Sin embargo, se puede apreciar que el corte que se ha hecho no es tan agresivo con el corte del cuerno posterior, al carecer de ángulos tan pronunciados, por lo que las tensiones en sus bordes no alcanzan los niveles del ejemplo anterior.

Una vez más, será conveniente visualizar lo que ocurre al establecer un límite inferior para las tensiones, pues es una forma muy sencilla de apreciar las zonas en que estas son insignificantes.

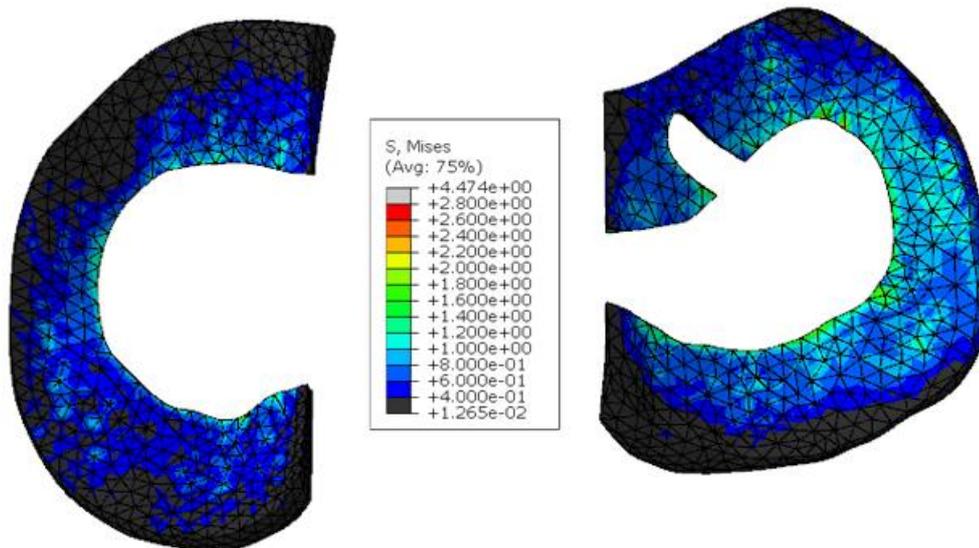


Figura 64. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista superior.

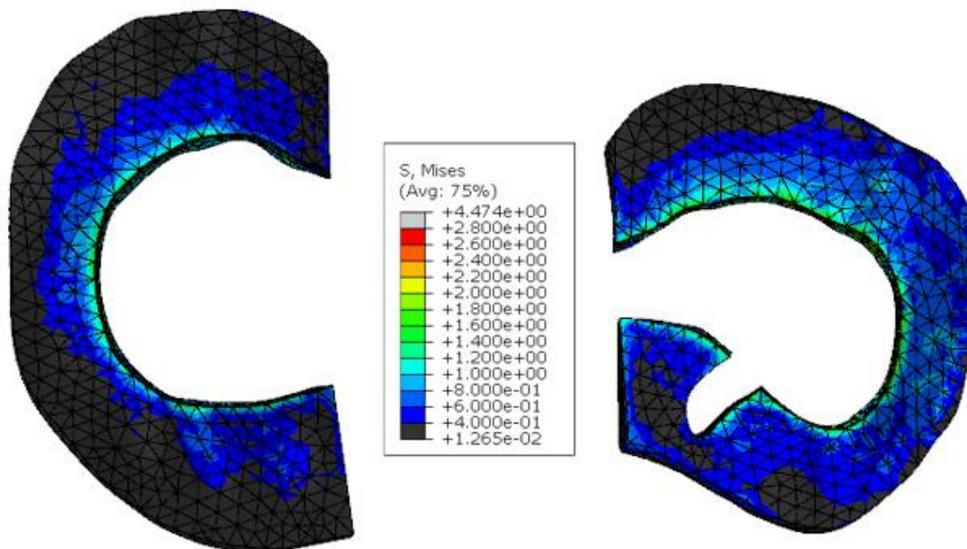


Figura 65. Tensión de Von Mises con límite inferior. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista inferior.

A través de estas figuras se puede comprobar como la lesión provoca que casi la totalidad del cuerno anterior del menisco se encuentra afectada por las tensiones. A diferencia del resto de los casos en los que en esta zona se apreciaba una gran mancha negra, correspondiente a unos valores de tensión de Von Mises muy pequeños, en este caso eso ya no ocurre, además de que la magnitud de las mismas es superior en esta zona.

Por último, siguiendo el mismo patrón que en los casos precedentes, se muestra la distribución de la presión en ambos meniscos:

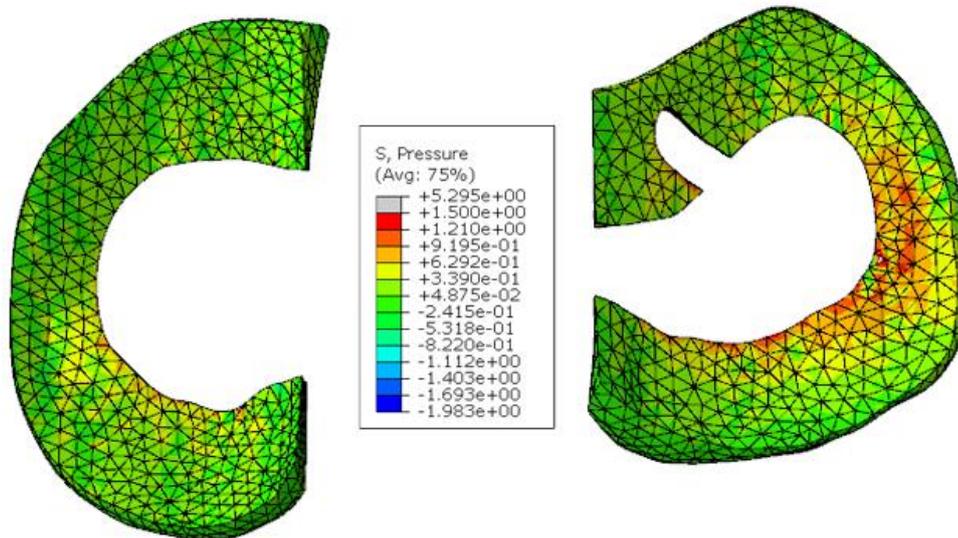


Figura 66. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista superior.

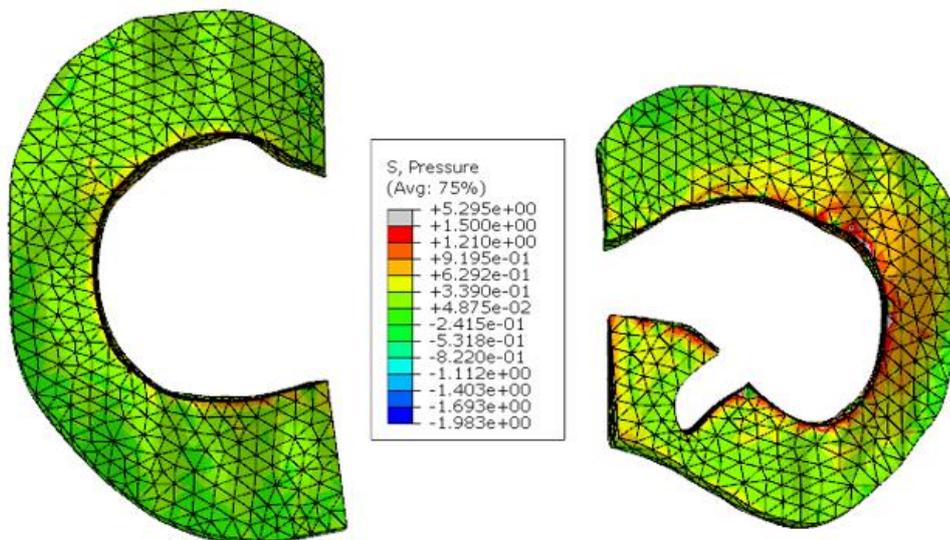


Figura 67. Distribución de presiones. Caso de lesión tipo pico de loro en el cuerno anterior del menisco externo. Vista inferior.

Aquí si que se aprecian diferencias más notables con respecto a la distribución de la presión en el caso de ambos meniscos intactos. A pesar de que el menisco interno casi no se ve afectado, es en el externo donde apreciamos las distinciones. Principalmente podemos observar que la presión en el borde interno del menisco es mayor en este caso, difuminándose al acercarse al borde externo, pero ejerciéndose todavía una presión considerable en la zona media, donde no se apreciaba con el menisco sin dañar. Además, la zona donde se encuentra la incisión compensa la falta de material en esa zona aumentando la presión ejercida por el fémur en sus alrededores.

## Conclusiones

La principal conclusión que se extrae de la realización de este trabajo, y que a la vez es la más importante, es la obtención de un modelo de elementos finitos de una rodilla humana validado, en el que se pueden realizar diferentes estudios sobre cómo afectan determinadas cargas a las tensiones que sufre el menisco, así como de que forma ejerce presión el fémur en los mismos. Por lo tanto, se puede decir que el objetivo principal del trabajo ha sido logrado en el momento en que los resultados de cualquier simulación sobre el modelo de la rodilla son coherentes con lo que ocurre en un caso real bajo una serie de condiciones coincidentes.

El modelo ha sido comparado con otros resultados de la bibliografía pudiendo extraer conclusiones positivas para su validación.

En cuanto a las conclusiones que se pueden extraer del análisis de los cinco casos que han sido simulados destacan las que se explican a continuación:

- La forma del extremo inferior del fémur, en el que el borde del cóndilo externo se encuentra por debajo del nivel del borde del cóndilo externo provoca que este hueso ejerza una presión superior sobre el menisco externo que la que ejerce sobre el interno, hecho que se aprecia principalmente cuando ninguno de ambos meniscos presenta daños o cuando la lesión se produce en el menisco externo. Sin embargo, esto no es del todo negativo, pues provoca que el menisco externo se encuentre más sujeto dentro de la articulación y el número y la gravedad de las lesiones en el mismo sea considerablemente inferior que en el menisco interno.
- Se pueden considerar de mayor gravedad las lesiones producidas en el menisco interno que en el menisco externo. Esta afirmación se debe a que en el estudio de los casos se observa que cuando el corte en forma de pico de loro se produce en el menisco externo, el otro apenas se ve afectado, sin embargo, si el corte se produce en el menisco interno, las tensiones y la presión que se observan en el externo si que varían su distribución, pudiendo acabar por producir una lesión de otro tipo en el mismo. Es decir, se puede afirmar que una lesión producida en el menisco interno derivaría en la mayoría de casos en otro en su homónimo derecho.
- A la hora de referirnos a la localización de la lesión en un mismo menisco, serán más graves aquellas que se produzcan en la zona anterior de los mismos, a causa principalmente de la situación del fémur respecto a la tibia. Sin embargo, esto no es una regla que se cumpla en el total de los casos, pues existirán muchos casos diferentes de lesiones en forma de pico de loro, desde las que presentan extremos redondeados hasta las que producen una serie de picos y vértices que provocarían que la presión sobre los mismos fuese elevada.

Por último, se puede extraer una conclusión general sobre el uso de modelos de elementos finitos en medicina. El modelo sobre el que se ha basado este trabajo ha sido realizado a partir de resonancias magnéticas de un paciente real, por lo que el desarrollo generalizado de esta herramienta en el ámbito médico podría suponer numerosas ventajas como pueden ser el análisis de lesiones en diferentes órganos del cuerpo humano o la prueba del comportamiento de alguna prótesis. A pesar de que estos usos ya están en desarrollo, todavía o existe una concienciación de que será una herramienta básica de cara al futuro, por lo que sería conveniente realizar una apuesta más fuerte que la que se está realizando.

## Bibliografía

- Abdi, M., & Karimi, A. (2014). Stress distribution analysis in healthy and pathologic knee joint: A finite element study. *International Journal of Advanced Biological Science and Engineering*, 1, 1-16.
- Bodduna, H. (2005). *FINITE ELEMENT SIMULATION OF THE HUMAN KNEE JOINT IN ABAQUS/EXPLICIT USING DYNAMIC KINEMATIC INPUTS*. University of Missouri - Kansas City.
- Concejero, V., & Madrigal, J. (2002). *Traumatología de la rodilla*. Madrid: Médica Panamericana.
- Forriol, F., Maestro, A., & Vaquero Martin, J. (2008). El Ligamento cruzado anterior: morfología y función. *Trauma. Fundación MAPFRE*, 19, 7-18.
- Frías Valero, E. (2004). *Aportaciones al estudio de las máquinas eléctricas de flujo axial mediante la aplicación del método de los elementos finitos*. Departamento de Ingeniería Eléctrica. UPC.
- Góngora García, L., Rosales García, C., González Fuentes, I., & Pujals Victoria, N. (2003). ARTICULACIÓN DE LA RODILLA Y SU MECÁNICA ARTICULAR. *MEDISAN*, 7, 100-109.
- Gutiérrez Fernández, R. (2010). *Estructuras II*. [Santiago de Compostela]: [Reprografía del Noroeste].
- Mendieta, I. *Articulación de la rodilla*.
- Nordin, M., Frankel, V., Anzures, M., & Sánchez Fragoso, F. (2013). *Bases biomecánicas del sistema musculoesquelético*. Barcelona: Wolters Kluwer Health/Lippincott Williams & Wilkins.
- Panesso, M., Trillos, M., & Tolosa Guzmán, I. (2008). *Biomecánica Clínica de la Rodilla*. Bogotá. Colombia: Universidad del Rosario.
- Peña, E., Calvo, B., Martínez, M., Palanca, D., & Doblaré, M. (2005). Finite element analysis of the effect of meniscal tears and meniscectomies on human knee biomechanics. *Clinical Biomechanics*, 20(5), 498-507.

## Bibliografía web

*ABAQUS software de análisis y simulación CAE.* (2017). *3dcadportal.com*.  
<http://www.3dcadportal.com/abaqus-simulia.html>

Espert, I. (2017). *Rotura de Menisco: Clínica y diagnóstico.* *Clínica CEMTRO*.  
<http://www.clinicacentro.com/es/biblioteca/biblioteca-traumatologia-ortopedia-y-medicina-del-deporte/500-rotura-de-meniscos-clinica-y-diagnostico>

Física, A. (2017). *Definiciones.* *Atcp.com.br*.  
<http://www.atcp.com.br/es/productos/caracterizacion-de-materiales/propiedades-materiales/modulos-elasticos/definiciones.html>

*Lesión del menisco de la rodilla, causas y síntomas, interno o externo.* (2017). *Fisioterapia para todos*.  
<http://www.fisioterapiaparatodos.com/dolor-de-rodilla/lesion-del-menisco-de-la-rodilla/>

*SimTK: Open Knee(s): Virtual Biomechanical Representations of the Knee Joint: Project Home.* (2017). *Simtk.org*.  
<https://simtk.org/projects/openknee>

*SIMULIA.* (2017). *3ds.com*.  
<https://www.3ds.com/products-services/simulia>

